T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
TEMEL BİLİMLER ANABİLİM DALI

SALİH ZEKİ BEY'İN "HİKMET-İ TABÎİYYE-İ UMÛMİYYE'DEN MEBHÂS-I SAVT" İSİMLİ ESERİ VE "MÛSİKÎ SESLERİ" BÖLÜMÜNÜN İNCELENMESİ

AYŞEGÜL BAŞAR

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ferdi KOÇ

TEMMUZ - 2021

T.C
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

SALİH ZEKİ BEY'İN "HİKMET-İ TABÎİYYE-İ UMÛMİYYE'DEN MEBHÂS-I SAVT" İSİMLİ ESERİ VE "MÛSİKÎ SESLERİ" BÖLÜMÜNÜN İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ayşegül BAŞAR

Enstitü Anabilim Dalı : Temel Bilimler
Enstitü Bilim Dalı : Müzik Bilimleri

"Bu tez 29/07/2021 tarihinde online olarak savunulmuş olup aşağıdaki isimleri bulunan jüri üyeleri tarafından Oyçokluğu ile kabul edilmiştir."

JÜRİ ÜYESİ	KANAATİ
Prof. Dr. Mükerrem Bedizel ZÜLFİKAR AYDIN	Başarılı
Prof. Dr. Ferdi KOÇ	Başarılı
Doç. Dr. Erhan ÖZDEN	Başarılı

ETİK BEYAN METNİ

Enstitünüz tarafından Uygulama Esasları çerçevesinde alınan Benzerlik Raporuna göre yukarıda bilgileri verilen tez çalışmasının benzerlik oranının herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve Etik Kurul Onayı gerektiği takdirde onay belgesini aldığımı beyan ederim.

Etik kurul onay belgesine ihtiyaç var mıdır?

Evet ☐

Hayır ☒

AYŞEGÜL BAŞAR

29/07/2021

ÖNSÖZ

Bilim dünyamızda önemli bir yere sahip olan Salih Zeki Bey matematik, fizik ve astronomi bilgini ve bilim tarihçisidir. Devlet kurumlarında memuriyetinin yanısıra Darülfünûn'da ve birçok okulda müderrislik ve idarecilik yapmıştır. Darülfunundа okuttuğu derslerin bir kısmını Hikmet-i Tabîiyye başlığıyla kitaplaştırmıştır. Bu çalışmada Salih Zeki Bey'in *"Hikmet-i Tabîiyye-i Umûmiyyeden Mebhâs-ı Savt"* adlı eseri latinize edilerek, eserin "Mûsikî Sesleri" bahsinin incelemesi yapılmıştır.

Çalışmamda desteğini gördüğüm değerli hocam, tez danışmanım Prof. Dr. Ferdi KOÇ'a teşekkürü borç bilirim. Çalışmam vesilesiyle tanışma şerefine eriştiğim, özverisi, katkıları ve bir anne şefkati yaklaşımıyla çalışmama büyük destek sağlayan Prof. Dr. Mükerrem Bedizel ZÜLFİKAR AYDIN'a müteşekkirim. Prof. Dr. Nilgün SAZAK, Doç. Dr. Cemal KARABAŞOĞLU ve üzerimde emeği olan bütün hocalarıma teşekkürü borç bilirim. Yazım aşamasında yardımlarını esirgemeyen değerli arkadaşlarım Neva TEZCAN TOPUZ ve eşi Mehmet TOPUZ'a teşekkür ederim.

Manevi desteklerini her zaman üzerimde hissettiğim annem Fatma BALTÜRK, babam Ahmet BALTÜRK ve kardeşlerime, kızım Elif Tuğba BAŞAR ve eşim Serhat BAŞAR'a, kıymetli hocam Neyzen Salih BİLGİN'e, değerli dostum Lütfiye ÇEÇEN'e çok teşekkür ederim.

Ayşegül BAŞAR

29/07/2021

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR iii
ÖZET iv
ABSTRACT v
GİRİŞ 1

BÖLÜM 1: SALİH ZEKİ BEY'İN HAYATI VE *MEBHÂS-I SAVT*

1.1. Salih Zeki Bey'in Hayatı Ve Eserleri 6
1.2. Mebhâs-ı Savt 12
1.2.1.Genel Özellikleri 12
1.2.2.Yazım Tarihi ve İzin Belgesi 12
1.2.3.Konusu ve İçeriği 13

BÖLÜM 2: MEBHÂS-I SAVT'TA YER ALAN "MÛSİKÎ SESLERİ" BÖLÜMÜNÜN İNCELENMESİ

2.1.Mûsikî Sesleri 17
2.1.1.Sesin Tarifi 17
2.1.2.Sesin Şiddeti, Yüksekliği ve Çınlama 17
2.2.Mûsikî Aralıkları 18
2.2.1.Melodi ve Armoni 18
2.2.2.Uyumlu ve Uyumsuz Aralıklar 19
2.3.Batı Mûsikîsi 21
2.3.1.Gamlar 21
2.3.1.1.Majör Gam-Batlamyus Gamı 22
2.3.1.2.Minör Gam 25
2.3.1.3.Pisagor Gamı 26
2.3.1.4.Tampere Gam 39
2.3.1.5.Tabîî Gam 32
2.3.2.Diyez ve Bemol 33
2.3.3. Ahenk 38

2.3.4.Bileşik Sesler 41
2.3.5.Armonik Sesler 42
2.4.Doğu Mûsikîsi 43
2.4.1.Lahnî Aralıklar 43
2.4.1.1.İsimler 43
2.4.1.2.Oranlar 43
2.4.1.3.Özel İşaretleri 43
2.4.2.Dizi 45
2.4.2.1.Yegah Dizisi 45
2.4.2.2.Acemaşiran Dizisi 46
2.4.2.3.Hicaz Dizisi 46
2.4.2.4. Uşşak Dizisi 46
2.4.2.5.Isfahan Dizisi 47
2.4.2.6.Saba Dizisi 47
2.4.2.7. Karcığar Dizisi 48
2.4.2.8.Segah Dizisi 48
2.4.2.9.Rast Dizisi 48
2.4.2.10.Nihavend Dizisi 48

BÖLÜM 3: ÇEVİRİ METİN

***MEBHÂS-I SAVT'*IN ÇEVİRİ METNİ 55**
SONUÇ 239
SÖZLÜK 241
KAYNAKÇA 249
EK 252
ORJİNAL METİN 264
ÖZGEÇMİŞ 353

KISALTMALAR

age **:** Adı geçen eser

agm **:** Adı geçen makale

bkz. **:** Bakınız

c. **:** Cilt

DİA **:** Diyanet İslam Ansiklopedisi

No **:** Numara

s. **:** Sayfa

sy. **:** Sayı

Yay. Haz: Yayına hazırlayan

ÖZET

Başlık: Salih Zeki Bey ve "Hikmeti Tabîiyye-i Umûmiyyeden Mebhâs-ı Savt" İsimli Eseri ve "Mûsikî Sesleri" Bölümünün İncelenmesi

Yazar: Ayşegül BAŞAR

Danışman: Prof. Dr. Ferdi KOÇ

Kabul Tarihi: 29/07/2021 **Sayfa Sayısı:** V(ön kısım)+353(tez)

Türk Mûsikîsi nazariyesinde geçmişten günümüze kadar kullanılan farklı sistemler mevcuttur. Günümüzde teoride kullanılan sistem Arel-Ezgi sistemidir. Bu sistem, Rauf Yekta Bey'in kurduğu sistemden belli başlı kalıplarla ayrılsa da, temelleri bakımından onun kurduğu sisteme dayanmaktadır. Rauf Yekta Bey mûsikîmizin ilmi esaslarının tespitinde ve ses fiziği alanında önemli çalışmalar yapmıştır. Yekta, yaptığı bu çalışmalarda, dönemin ünlü fizik ve matematik bilgini Salih Zeki Bey'den yardım almıştır. Salih Zeki Bey (1864-1921) Osmanlı Devleti'nin son dönemlerinde yetişmiş bir matematik ve fizik bilginidir. Farklı bilim dallarında yaptığı atılımlarla Türk bilim tarihi yazıcılığının öncü ismi olarak kabul edilmektedir. Çeşitli kurumlarda memuriyyet ve Darülfünûn'da uzun yıllar hocalık yapmış ve pek çok önemli eser kaleme almıştır. Bu eserlerden biri de TTK Kütüphanesi'nin "A005920" numaralı dijital kaynağından ulaştığımız "Hikmet-i Tabîiyye-i Umûmiyyeden Mebhâs-ı Savt" adlı eseridir. Eser Osmanlı'da ses fiziği alanında yayımlanmış ilk eser olması bakımından önem taşımaktadır. Bu çalışmada Mebhâsı Savt'ın istifade edilebilir hale getirilebilmesi amaçlanmıştır. Bu amaç ışığında eserin tamamı tarafımızdan günümüz Türkçesi'ne aktarılmış ve Salih Zeki Bey'in bilimsel anlamda mûsikîmize katkılarının görülmesi açısından "Mûsikî Sesleri" bölümünün incelemesi yapılmıştır

Anahtar Kelimeler: Mebhâs-ı Savt, Salih Zeki Bey, Türk Mûsikîsi, Ses Fiziği

ABSTRACT

Title of Thesis: The review of Salih Zeki Bey's Work "Hikmet-i Tabîiyyeyi Umûmiyyeden Mebhâs-ı Savt" (Matter of Sound in Knowledge of General Nature) and The Chapter "Sounds of Music"

Author of Thesis: Ayşegül BAŞAR

Supervisor: Prof. Dr. Ferdi KOÇ

Accepted Date: 29/07/2021 **Number of Pages:** V(pre text)+353(main body)

There are different systems that have been used in Turkish Music Theory from to past to the current times. In this day and age, Arel-Ezgi Melody System is used in theory. Although this system differs from the system that was founded by Rauf Yekta Bey in some certain aspects, its foundations are based on the system that was found by him. Rauf Yekta Bey had important contributions on finding of scientific basics of our music and acoustics. In his studies, Yekta got assistance from Salih Zeki Bey who was a famous physicist and mathematician. Salih Zeki Bey (1864-1921) was a mathematician and physicist who had lived in last era of Ottoman Empire. He is well accepted as a leading name of science histography due to the breakthroughs he had contributed in different branches of science. He had worked in various institutes, been a teacher in Darülfünun for years and written many important works. One of these works is “Hikmet-i Tabîiyye-i Umûmiyyeden Mebhâs-ı Savt” (Matter of Sound in Knowledge of General Nature) that we had access in TTK Library digital source number “A005920”. The work is important due to its quality as the first publishing on the subject of acoustics in Ottoman Era. In this study, it is aimed to make Mebhâs-ı Savt (Matter of Sound) to become utilisable. In consideration of this aim the whole work is transcribed to modern Turkish. The section of “Sounds of Music” is reviewed to demonstrate Salih Zeki Bey’s scientific contribution to our music.

Keywords: Mebhâs-ı Savt (Matter of Sound), Salih Zeki Bey, Turkish Music, Acoustics

GİRİŞ

Mûsikî bediî sanatlarımızın en önemli şubelerindendir. Bir sanat dalı olmasının yanısıra kendi içinde konusu, kuralları ve yöntemi olan bir bilim dalıdır. Fizik, matematik, edebiyat ve tarih gibi bilim dallarıyla iç içedir. Medeniyetlerin süzgeci olan mûsikî kültürü, her toplum için farklı bir kimlik kazanmıştır.

Türk mûsikîsi tarihi, geniş bir coğrafya ve uzun bir zamanı kapsar. Geçmişten günümüze Türk mûsikîsinde hem önemli hanende, sazende, bestekâr ve müzikologlar yetişmiş hem de Türk mûsikîsini bize bilimsel bir şekilde tanıtan nazarî sistemler gelişmiştir.

Bu sistemlerin ilki "Sistemci Okul" olarak adlandırılan, 13. yüzyılda Safiyüddin Urmevi ile başlayan ve on yedili ses sistemini esas alan okuldur. Bu sistem 15. yüzyılın bir kısmını kapsayacak şekilde devam etmiştir (Köprülü;2018:s.265). Sistemci okul döneminde makamı oluşturan dörtlü aralıklar Cins olarak adlandırılmış, cinslerin çeşitli şekillerde bölünüp biraraya gelmesiyle makam dizileri oluşmuştur (Kaçar; 2008: s.148). Sistemci okuldan sonra Ladikli Mehmed, Cemişgezekli Şükrullah ve Molla Câmî gibi isimlerin çalışmaları vardır.

Aradan geçen uzun bir dönemden sonra Rauf Yekta Bey'in kurduğu sistem karşımıza çıkar. Rauf Bey kendinden önceki üç önemli ismin, Mevlevi şeyhi Ataullah Dede, Celaleddin Dede ve Hüseyin Fahreddin Dede'nin, birikimlerini devralmış ve ayrıca Mihail Meşakka'dan da etkilenmiştir. Çalışmalarıyla mûsikî nazariyemizin fizik temellerini atan Yekta'nın kurduğu sistem 24 perdeli ses sistemidir. Bu sistemde ana dizi olarak Yegâh dizisi kabul edilmiştir.

Ana çizgileri Abdülkadir Töre tarafından ortaya koyulan ve daha sonra öğrencisi Ekrem Karadeniz'in derlediği sistem olan Töre- Karadeniz sistemi, 41 aralıklı ses düzenine göre kurulmuştur. Sent sistemi yerine Türk sent usûlü adı verilen yeni hesap sistemi kullanılmıştır.

Arel- Ezgi sistemi olarak bilinen sistem, günümüz nazariyesinde kullanılan, yine 24 perdeye dayalı ses sistemidir. Bu sistem Rauf Yekta Bey sisteminden farklı olarak Çargâh dizisini esas almıştır.

Rauf Yekta Bey, kurduğu sistem ve yaptığı çalışmalarla, Osmanlı mûsikîsinin ilmi esaslarının tespitinde önemli rol oynamış ve mûsikîmizin fizik temellerini atmıştır.

Yaptığı çalışmalarda, müzikolojinin ayrılmaz bir parçası olduğuna inandığı ses fiziği konularında, ünlü fizik bilgini Salih Zeki Bey'den yararlanmıştır (Öncel; 2014: s.48). Salih Zeki Bey, bir bilim insanı sıfatıyla Yekta'nın araştırmalarına ilgi göstermekle kalmamış, aynı zamanda, konuyla ilgili, Batıdaki çağdaş bilgiyi Osmanlı dünyasına aktaran ilk fizikçi olmuştur (Öztürk; 2020: s.187).

Osmanlı'nın son dönemlerinde yetişmiş olan Salih Zeki Bey matematik, fizik ve astronomi bilginidir. Ayrıca çalışmalarıyla Türk bilim tarihi yazıcılığının öncüsü sayılmaktadır. Başka bilim dallarında da önemli çalışmaları olan Salih Zeki Bey'in pek çok eseri vardır. Bu eserlerden biri, Darülfünûn'daki hocalığı döneminde derslerde okutulması için hazırladığı, *"Hikmet-i Tabîiyye-i Umûmiyye'den Mebhâs-ı Savt"* adlı eseridir. Mebhâs-ı Savt Osmanlı'da ses fiziği alanında yayımlanmış ilk eserdir.

Araştırmanın Konusu

Salih Zeki Bey ve *Hikmet-i Tabîiyye-i Umûmiyyeden Mebhas-ı Savt* adlı eserindeki "Mûsikî Sesleri" bahsinin incelenmesi.

Araştırmanın Problemi

Araştırmanın problemini Mebhâs-ı Savt'taki "Mûsikî Sesleri" bahsi nasıldır?" sorusu oluşturmaktadır.

Amaç

Bu araştırmada Salih Zeki Bey'in *Mebhâs-ı Savt* adlı eserinin, Latinize edilerek istifâde edilebilir hale getirilmesinin yanı sıra, "Musîki Sesleri" bahsinin incelemesi yapılarak Salih Zeki Bey'in mûsikî nazariyesi alanına katkılarını göstermek amaçlanmıştır. Bu amaç ışığında aşağıdaki alt problemlere cevap aranacaktır:

Alt Problemler:

1) Mebhâs-ı Savt'ın yazarı kimdir?

2) Mebhâs-ı Savt hangi konuları içermektedir?

3) Mebhâs-ı Savt'taki mûsiki sesleri ve aralıkları nelerdir?

4) Mebhâs-ı Savt'ta Batı mûsikîsi bahsi nasıldır?

5) Mebhâs-ı Savt'ta Doğu mûsikîsi bahsi nasıldır?

Araştırmanın Önemi

Mebhâs-ı Savt Osmanlı'da modern akustikle ilgili yayımlanmış ilk eser olması bakımından önemli bir eserdir. Eserdeki "Mûsikî Sesleri" bahsi Salih Zeki Bey'in mûsikî nazariyesi alanına katkılarını ortaya çıkarması bakımından ve o dönemindeki Doğu - Batı Mûsikîsi'ne bakış açısını yansıtması bakımından önem arz etmektedir.

Bu çalışma Mebhâs-ı Savt'ın Osmanlıcadan Latinize edilerek istifade edilebilir hale getirilmesi ve "Mûsikî Sesleri" bahsiyle Salih Zeki Bey'in mûsikîmizin bilimsel esaslarına katkılarının görülmesi açısından önem taşımaktadır.

Sınırlılık

Bu çalışma Salih Zeki Bey'in *Mebhâs-ı Savt* adlı eserinin, "Mûsikî Sesleri" bahsi ile sınırlıdır.

Yöntem

Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada kullanılan yöntem nitel araştırma yöntemlerinden, tarihsel araştırma yöntemidir. Tarîhsel araştırma yöntemi: "Dönemin dökümanları incelenerek ya da o zamanda yaşamış kişilerle görüşmeler yapılarak odaklanılan problemle ilgili olarak "Geçmişte ne oldu?" sorusuna cevap arar." (Büyüköztürk,Akgün, Demirel, Karadeniz ve Kılıç; 2019: s.21) Bu yöntemden hareketle elde ettiğimiz veriler yorumlanmış ve alt problemlere göre bulgular bölümüne yerleştirilmiştir.

Evren ve Örneklem:

Evren: Mebhâs-ı Savt

Örneklem: Mebhâs-ı Savt'taki "Mûsikî Sesleri"

Verilerin Toplanması:

Bu araştırmadaki verilere kaynak tarama ve belgesel inceleme teknikleri kullanılarak ulaşılmıştır. Belgesel inceleme; belgelere-dökümana dayalı araştırmalar, programlar, yönetmelikler, kitaplar, gazeteler, raporlar gibi çeşitli yazılı ya da eloktronik ortamda kayıtlı olan verilerin analizine dayalı yürütülen çalışmaları tanımlar (Büyüköztürk, 2019, s.21).

Hikmeti Tabîiyye-i Umûmiyyeden Mebhâs-ı Savt adlı esere TTK Kütüphanesi’nin “A005920” numaralı dijital kaynağından ulaşılmıştır.

Verilerin Çözümlenmesi ve Yorumlanması:

Bu çalışma bir dil çalışması olmadığı için tam transkripsiyon yapılmamıştır. Metni ağırlaştırmamak ve okuyuşu kolaylaştırmak için bugün kullanılan kelimelerde günümüz imlası tercih edilmiştir, bugün kullanılmayan kelimelerde ise doğru okuyuşu sağlayabilmek adına ‘ayn’ ve ‘hemze’ işaretleri gösterilmiştir. Tamlamalar aslına uygun şekliyle yazılmıştır.

Bu çalışma eserin “Mûsikî Sesleri” bahsi ile sınırlıdır; geri kalan kısmının, ileride yapılacak çalışmalara katkı sağlaması bakımından, çeviri metni konulmuştur. Eserin “Mûsiki Sesleri” bahsi inceleme konusu olduğundan sözlük kısmında burdaki terimlere yer verilmemiş, eserin diğer bölümlerindeki terim anlamı taşıyan kelimelerden sözlük oluşturulmuştur.

Eser içinde yer alan denklem ve formüller çalışmamızın asıl konusunu oluşturmadığından, bu konuda fizik uzmanı Sakarya Üniversitesi Fizik Bölümü Öğretim Üyelerinden Doktor Öğretim Üyesi Yılmaz Güney’in görüşü de alınarak, bunlar sadece Latinize edilmiş, tahlile girişilmemiştir.

Salih Zeki Bey eser içinde çeşitli semboller kullanmıştır. Bunların bazıları Arap harfleriyle gösterilmiştir bazılarında ise birtakım işaretler verilmiştir. Burada takip ettiğimiz yöntem işaretleri aynen muhafaza etmek, Arap harfleriyle gösterilen yerleri ise Latin harflerine çevirmek şeklinde olmuştur. Örneğin ” ه “, “ها “ gibi işaretler aynen muhafaza edilerek çeviri metinde yer almıştır. Müellifin “ه” işaretini, bir noktadan bir noktaya ulaşmak için sarf edilen zamanı simgelendirmek için kullandığı, ها işâretini ise tek başına kullanmayıp denklemlerde bileşen olarak kullandığı görülmüştür.

Denklemlerde verilen bazı harflerin noktasız, ٮ gibi, olması nedeniyle bu harflerin ‘b’olabileceği gibi ‘p, s’ gibi başka harflerden biri olabileceği de göz önünde bulundurulmalıdır. Harfler Latinize edilirken kullanılan harf bileşenlerinin bazı kelimelerin kısaltması olabileceği de unutulmamalıdır. Metin içindeki şekiller fotoğraf olarak alınmıştır, hem bu şekillerdeki hem de denklemlerdeki harflerin transkripsiyonu aşağıdaki şekilde yapılmıştır:

ب : b . Bu harf noktalı olup olmamasına veya kalın olup olmamasına göre bazı yerlerde 'B' , bazı yerlerde de ' be' şeklinde aktarılmıştır.

ل : L	ط : ṭ	ق : ḳ	 : e
ى : y	ف : f	م : m	ع : a
ك : g	س : s	ع : c	ص : ṣ
لا : le			

Çalışma üç ana bölümden oluşmaktadır:

Birinci bölümde Salih Zeki Bey'in hayatı ve memuriyetiyle ilgili bilgilere yer verilmiştir. Daha sonra Mebhâs-ı Savt'ın içeriği ve bölümleri anlatılmıştır.

İkinci bölümde eserdeki "Mûsikî Sesleri" bahsinin incelemesi yapılmıştır. İnceleme yapılırken müellifin verdiği bilgileri doğru şekilde aktarabilmek adına, gerekli yerlerde açıklamalar yapılıp gerekli görülen yerlerde başka kaynaklarla konu desteklenmiştir.

Üçüncü bölümde eserin tamamının tarafımızdan çeviri metni yapılmıştır.

Eserin ismi çalışma içinde Mebhâs-ı Savt olarak kullanılacaktır.

BİRİNCİ BÖLÜM: SALİH ZEKİ BEY'İN HAYATI VE MEBHÂS-I SAVT

1.1.Salih Zeki Bey'in Hayatı ve Eserleri (1864-1921)

Salih Zeki Bey esnaftan Hasan Efendi'nin oğludur. 1864 senesinde İstanbul'da doğmuştur.[1] Küçük yaşlarda anne ve babasını kaybettiği ve büyükannesi tarafından büyütüldüğü bilinmektedir. Sıbyan Mektebi'nde ve Darüşşafaka'da eğitim görmüştür. Darüşşafaka'daki öğrenciliği döneminde matematikteki başarısını göstermiş ve 1882'de mezun olmuştur.

Darüşşafaka'daki matematik hocası Mehmed Nadir Bey'dir[2]. Yine Darüşşafaka'da telgraf tekniği dersleri vermekte olan Telgraf Nezareti Fen Müşaviri, Fransız Emile Henri Lacoine'dan[3] astronomiyle ilgili bilgiler edinmiş ve takvim çalışmalarını da ilk defa onunla yapmıştır. Lacoine, Salih Zeki Bey'in zekasına ve matematik konularındaki ileri eğilim ve istidadına hayran olmuş ve arkadaşı Ahmed Fahri ile birlikte Salih Efendi'ye, telgraf tekniği ile ilgili ilk bilgilerle yüksek matematiğe giriş- diferansiyal ve integral hesap- konuları üzerine ders vermiştir (Saraç, 2001, s.15).

Darüşşafaka'nın amaçlarından biri de mezunlarına bir meslek kazandırmaktır. Bu nedenle ,dönemin gözde mesleklerinden biri olanı, son sınıfta iyi bir fizik bilgisinin yanısıra telgrafçılığa yönelik dersler de verilmektedir. Darüşşafaka mezunlarının önemli bir bölümü Posta ve Telgraf Nezâreti'nde memur olarak çalışmaktadırlar. (Dölen, 2005, s.123). Salih Zeki Bey 1882' de Posta ve Telgraf Nezareti Fen Kalemi'ne girip 1883' te tahsilini tamamlamak için Paris'e gönderilmiştir[4]. Tahsilinden sonra 1 Ocak 1883'te

---

[1] Bkz. Ek 2 , T.C Cumhurbaşkanlığı Devlet Arşivleri Başkanlığı, DH_SAİDd_00022_00148

[2] Mehmed Nadir Bey (1856-1927): Darülfunun Sayılar Teorisi Müderrisi. 1856 yılında Sakız adasında dünyaya gelmiştir. Nadir Bey, ilk, orta ve lise öğrenimini Bursa Askerî Rüşdiyesi ve İstanbul Kuleli Askerî Lisesi'nde tamamladıktan sonra Harbiye Mektebi'ne girmiş ve oradan da Deniz Harp Okulu'na geçmiştir. Buradan mezun olup Bahriye Meclisi Başkanlığı'nda sekreterliğeatanmıştır. 22 yaşındayken Bahriye Nezareti tarafından, Bahriye Mektebi'ne, matematik hocası cebirci Eşref Bey'in yardımcısı olarak atanmıştır. Yine aynı yıl Darüşşafaka'da "hesap (aritmetik), cebir, hendese (geometri), münhaniyât (eğriler)" derslerini vermeye başlamıştır. Buradaki öğrencilerinden biri de Salih Zeki Bey'dir. Bkz. Doğan Enfel, İstanbul (Erkek) Lisesi'nin Kurucusu Mehmed Nadir Bey'in Öğretmenlik Mesleği Ve Öğretim Yöntemleri İle İlgili Görüş Ve Öneriler, SAÜ Eğitim Fakültesi Dergisi:2007, c.14, s.142-160.

[3] Emile Henri Lacoine (1835-1899): Fransız elektrik mühendisi. 1850'lerde Osmanlı Devleti'nin hizmetine girerek telgraf hatlarının tesisinde öncü rol oynamış ve Darüşşafaka Lisesi'nde elektrik dersi vermiştir. Bu dönemdeki iki öğrencisi Salih Zeki Bey ile elektrik mühendisi ve matematikçi Mehmed Emin Kalmuk'tur.

[4] Kendisine "Zeki" mahlası da, Paris' teki öğrenimi döneminde, arkadaşları tarafından verilmiştir. Derslerine devam ettiği Yüksek Mühendislik Okulu'nun ileri sınıfındaki Fransız arkadaşları tarafından,bir integral hesabının çözümünde gösterdiği başarı dolayısıyla kendisine "Sen çok *intelligent* (zekisin)"

rütbe-i sâlise[5] ile yine Posta ve Telgraf Nezareti'nde görev yapmaya başlamıştır (Ek 2). Bir müddet sonra Kıbrıs adası kablolarının tamiri memuriyetine tayin edilmiş ve 1305(1887/1888)'te rütbe-i sâniye sınıfı sânisi[6] ile ünvanı mühendis kalemine döndürülen eski görev yerinin müdür muavinliğine nakledilmiştir (Ek 2).

Salih Zeki Bey Posta ve Telgraf Nezareti'ndeki görevlerinin yanı sıra matematikle ilgilenmiş ve ortaöğretimlere yönelik çeşitli alanlara yönelik ders kitapları yazmıştır. Mekteb-i Bahriyye-i Hümâyunda elektrik tatbikâtı adıyla açılan dersi okutmaya görevli olduğu dönemde elektrik bilimine dair iki kısım olarak bir eser yazmıştır ve döneminde henüz bu eseri yayınlamadığı kaydedilmiştir (Ek 2).
1890'lı yıllarda, daha sonraki dönemde müdürlüğünü yaptığı, Resimli Gazete'de Âsâr-ı Eslâf, Felekiyat, Matematik – Fizik, güncel ve teknik konular gibi başlıklarla makaleler yayınlamıştır (Dölen, 2005, s.124). 1889'da bir Türk bilim adamının yurt dışında yayımladığı ilk bilim tarihi çalışması olan "Mémoire sur les chiffres indiens" adlı makalesi çıkmıştır (Unat, 2009, s.43).

Hoca İshak Efendi ve Vidinli Tevfik Paşa'dan sonra Türkiye'de çağdaş matematiğin tanınması ve benimsenmesi yolunda en çok katkıda bulunan bilginlerin başında Salih Zeki Bey gelmektedir (Köten, 2009, s.2).

Salih Zeki Bey'e vazifelerindeki gayret ve mesaisinden dolayı 16 nisan 1893'te bir kıt'a rütbe-i sâniye sınıfı mütemâyizi[7] rütbesi verilmiştir. Memûriyet vazifesini hüsn-i îfa ile

---

denilmesi sebep olmuş ve bundan sonra artık daima Salih Zeki diye anılmaya başlamıştır. Bkz. Saraç, age, s. 16.

[5] Rütbe, devlet memurları ile halktan bazı kimselere verilen paye ve unvanlar için kullanılan bir tabirdir. Osmanlılarda rütbe Yeniçeri teşkilatıyla meydana gelmiş, sonradan mülkiye sınıfına ve daha sonra ulemaya verilmeye başlanmıştır. Osmanlı protokolünün basamaklarını oluşturan her rütbenin konuşmada ve yazışmada lâkab-ı resmiyye denilen bir de özel hitap şekli vardı. Kalemiye ile mülkiye sınıfının birleştiği 1833 tarihinde ûla, sâniye, salise ve râbia olarak dört sınıf mülkiye rütbesi kabul edilmiştir. Böylece, her memuriyetin hangi rütbeye ait olduğu belirlenmiştir. Bkz. Ahmet Gündüz, *Madalya, Rütbe ve Nişanlar,* History Studies, s. 133. Aşağıdan yukarıya doğru sırasıyla mülkiye rütbeleri ve lâkapları şunlardır: Hâmise (fütüvvetli efendi/bey), Hâcegânlık (fütüvvetli efendi/bey), Râbia (fütüvvetli efendi/bey), Sâlise (rif'atli efendi/bey), Saniye (izzetli efendi/bey) ve Mir-i Ümerâ (izzetli paşa), Saniye Sınıfı Mütemâyizi (izzetli efendi/bey), Ula Sanisi (saadetli efendi/bey) ve mirmiran (saadetli paşa), Ula Evveli (saadetli efendi/bey) ve Rumeli Beylerbeyliği (saadetli paşa), Bâlâ (atufetli beyefendi), Vezir (devletli paşa). Bkz Yılmaz Öztuna, Devletler ve Hânedanlar II, Türkiye (1074-1990), Ankara: 1990, s.905-909, 913. Bu rütbelerden Rütbe-i sâlise, saniye´den küçük, rabia´dan büyük olan bir mülkiye rütbesidir. Askeri rütbelerdeki karşılığı binbaşılıktır. Salise rütbesine sahip olanlar ricalden sayılmadıkları için, teşrifata dâhil değildirler.

[6] Rütbe-i sâniye sınıfı sânisi *:* Aşağıdan yukarıya doğru sayıldığında beşinci rütbe olan sâniye rütbesi ikiye ayrılmıştır, rütbe-i sâniye sınıfı bunlardan biridir. Ricalden sayılmadıkları için teşrifata dahil değildirler.

[7] Rütbe-i sâniye sınıfı mütemâyizi: Saniye sınıfının iki kolundan diğeridir. Ricalden sayılmadıkları için teşrifata dahil değillerdir.

yerine getirmesinden dolayı 8 Ağustos 1894'te dördüncü rütbeden Mecîdî Nişânı'yla[8] taltif olunmuştur (Ek 2).

Salih Zeki Bey 14 Ekim 1893'te bir ilave memuriyet suretiyle daire muayene komisyonu reis-i sâniliğine tayin olmuştur. 31 ocak 1896'da Rasathâne-i Âmire müdüriyetine tayin edilmiştir.[9] 1898 senesi ramazanın yedisinde terfian rütbe-i ûla sınıfı sânisi[10] rütbesi verilmiştir. Daha sonra Mercan İdâdisi'nde hikmet ve makine muallimliğine nakl edilmiştir. Hizmet ve gayretlerinden dolayı kendisine rütbe-i ulâ sınıfı evveli[11] verilmiştir (Ek 2).

1908'de Tanin gazetesinde bilimsel makaleler yazmaya başlamıştır. Bu sırada Dârülfünûn-ı Şâhâne'nin Ulûm-i Riyâziyye ve Tabîiyye Şubesi'nde analitik geometri, matematiksel fizik, astronomi ve ihtimaller hesabı derslerini vermiştir. Meclis-i Maarif Daire-i İlmiye üyesi olmuş, burada Emrullah Efendi[12] ile birlikte çalışmıştır . İdareci olarak Mektebi Sultâni (Galatasaray Lisesi) müdürlüğü[13] yapmıştır. 28 Aralık 1913'te Darülfünûn Umum Müdürlüğü (rektör)'ne getirilmiştir (Dölen, 2005, s.125).

Salih Zeki Bey'in ilk eşi piyanist Vecihe Hanım'dır ve ondan bir oğlu olmuştur (Malik Sayar). İkinci eşi Halide Edip (Adıvar) Hanım'dır ve ondan da iki oğlu olmuştur(

---

[8] Nişanlar, devlet adına gösterilen üstün başarı ve yararlılıklardan dolayı hak eden kişileri onurlandırmak amacıyla verilen ve göğse takılan alametin adıdır. Ahmet Gündüz, *Madalya , Rütbe ve Nişanlar,* History Studies, s. 134. Klasik dönemdeki hıl'at, çeleng/murassa tac ve murassa altın kılıçtan ibaret olan taltif eşyalarının yerini II. Mahmud'tan başlayarak Tanzimat döneminde nişanlar aldı. Bu nişanlar kıdem sırasına göre yukarıdan aşağıya doğru ihdas tarihleriyle beraber şunlardı: Tasvir-i Hümâyûn Nişanı (II. Mahmud döneminde kısa bir süre kullanıldı), Hanedan-ı Âl-i Osman Nişanı (hanedan üyelerine mahsustu, 1893, II. Abdülhamid), Ertuğrul Nişanı (1908, II. Abdülhamid), Murassa İftihar Nişanı (II. Mahmud), Murassa İmtiyaz Nişanı (1878, II. Abdülhamid), Meziyet Nişanı (II. Meşrutiyet döneminde ihdas edildi ve vaz geçildi), Osmânî Nişanı (1862, Abdülaziz, murassasıyla birlikte beş rütbedir), Mecîdî Nişanı (1852,) Abdülmecid, murassasıyla birlikte altı rütbedir), Şefkat Nişanı (1878, II. Abdülhamid, yalnız kadınlara mahsustur), Maârif Nişanı (II. Meşrutiyet). Bkn. Yılmaz Öztuna, *Devletler ve Hânedanlar II, Türkiye (1074-1990),* (Ankara: 1990, s. 910-911. Mecidî nişanının birinci rütbesinin 50, ikinci rütbesinin 150, üçüncü rütbesinin 800, dördüncü rütbesinin 3000, beşincisinin 6000 olmak üzere toplam 10.000 adet olduğu belirtilmiştir.

[9] Bkz. T.C Cumhurbaşkanlığı Devlet Arşivleri Başkanlığı, İ.MF.3/40.

[10] Ûlâ sânisi: Ula sınıfı iki kola ayrılmıştır, Ûla sânisi bunun bir koludur ve tefrişata dahil değillerdir.

[11] Ûlâ sınıfı evveli: Ûla sınıfının diğer koludur, ricalden sayılıp teşrifata dahil edilmiştirler.

[12] Emrullah Efendi (1858-1914): Osmanlı Maarif Nâzırı. Lüleburgaz'da doğdu. 1900 yılında Meclis-i Maârif üyeliğine tayin edildi. II. Meşrutiyet'in ilânından sonra Kırklareli mebusu olarak meclise girdi. Galatasaray Mekteb-i Sultânîsi müdürlüğüne ve Meclis-i Maârif İlmiye Dairesi başkanlığına getirildi. 10 Ocak 1910'da kurulan İbrâhim Hakkı Paşa kabinesinde Maarif nâzırı oldu. Münif Mehmed Paşa'dan sonra Osmanlı eğitim sisteminin yenileştirilmesinde öncü rolü oynayan Emrullah Efendi Maarif nâzırlığı döneminde ilk öğretim kanununu çıkarmış, orta ve yüksek öğretimle ilgili birçok yönetmelik hazırlayarak yürürlüğe koymuştur. Ziya Kazıcı, Türkiye Diyanet Vakfı İslam Ansiklopedisi, c.11 , s.165-166

[13] Bkz. T.C Cumhurbaşkanlığı Devlet Arşivleri Başkanlığı, İ.MF.15/59.

Ayetullah ve Zeki Sayar) . Üçüncü eşi öğretmen Münevver hanımdır ondan da iki oğlu olmuştur (Tarık ve Faruk Sayar). Salih Zeki Bey 1920'de geçirdiği rahatsızlığın ardından 2 Temmuz 1921'de vefat etmiş ve Fatih Camii hazîresine defnedilmiştir.[14]

Salih Zeki Bey Osmanlı'nın çeşitli kadrolarında memur olarak görev yapmıştır. Döneminde Osmanlı Devleti'nde bütün memurların biyografileri ve mesleki kariyerleri defterlere kaydedilmektedir. Kayıtların tutulduğu bu defterlere Sicilli Ahval (Umûmî) Defterleri denilmektedir. Sicilli Ahval Defterleri'nde şeriye, askeriye ve zaptiye dışında kalan dahiliye, mülkiye, adliye, maliye, evkaf gibi dairelerdeki bütün personelin biyografisi kaydedilmiştir (Çetin, t.y, s.93). Salih Zeki Bey'in sicil kaydı bahsi geçen Sicilli Ahval Defterlerinden 22 numaralı defterin 293. sayfasında kayıtlıdır[15] .
Salih Zeki Bey çalışmalarıyla modern bilim tarihçiliğinin öncülüğünü yaparak bilim dünyamıza matematik, fizik, kimya , astronomi gibi birçok alanda katkılar sağlamıştır. Diğer yandan Rauf Yekta Bey'in yaptığı çalışmalara olan desteğiyle mûsikîmize ses fiziği alanında katkıları olmuştur. Salih Zeki Bey, "bir bilim insanı sıfatıyla Yekta'nın araştırmalarına ilgi göstermekle kalmamış, aynı zamanda, konuyla ilgili, Batıdaki 'çağdaş' bilgiyi Osmanlı dünyasına aktaran ilk fizikçi olmuştur" (Öztürk, 2020, s.187). Bu konuyla ilgili olarak Nazmi Özalp, Rauf Yekta'nın hayatını anlatırken "ses fiziğine dair merak ederek yakın akrabası ve o dönemin ünlü matematikçisi Salih Zeki Bey'den fizik ve matematik öğrenerek mûsikînin bilimsel yönüne ilk adım atmış oldu" der (Özalp, t.y, s.83).

Rauf Yekta Bey mûsikîmiz üzerine yaptığı çalışmalarla döneminin önde gelen sîmalarından biridir ve mûsikî nazariyemizin fizik temellerini atmıştır.Bu çalışmalarında Rauf Yekta, ses fiziği ve sonometre konularında Salih Zeki'den dersler almış ve Salih Zeki Bey'in ses fiziğiyle ilgili müstakil bir kitap meydana getirmesine vesile olmuştur (Öztürk, agm, 33).

Makaleler ve verdiği konferanslar dışında çok sayıda olan eserlerinden 30'u aşkını basılmıştır. Basılmayan diğer eserlerinin de basımı için Salih Zeki Bey'in ölümünden

---

[14] Fatih Camii haziresine defnedilmesine izin verildiğine dair evrak için bkz. Devlet Arşivleri, İ.DUİT.17/89.
[15] Bkz. Ek 2, T.C Cumhurbaşkanlığı Devlet Arşivleri Başkanlığı, DH_SAİDd_00022_00148

sonra büyük çaba harcayan Hüsnü Hamid (Sayman)[16] (1890-1975) eserlerin müsveddelerini İstanbul Darülfünûnu (Üniversitesi) Kütüphanesi'ne bağışlayarak günümüze ulaşmasını sağlamıştır. Salih Zeki Bey'in ayrıca Büzürg makamında bestelediği aksak semai şarkısı[17] vardır (Öztuna, 1990, s. 259). Eserleri[18] **:**

Kâmûs-ı Riyâziyyât: Salih Zeki'nin bilim tarihi konusundaki en büyük eserlerinden biridir. İlk cildi 1899'da İstanbul' da basılmıştır. Salih Zeki Bey bu eserinde, matematik ve astronomide kullanılan terimleri açıklamış ve matematikçilerle astronomların biyografilerine yer vermiştir. Eser içeriği itibariyle ilk matematik ve astronomi ansiklopedisi özelliği taşımaktadır. Bu eserin diğer ciltleri basılamamıştır, yazma halinde İstanbul Üniversitesi Kütüphanesi'ndedir.

Âsâr-ı Bâkıye (1913) : Salih Zeki Bey'in en önemli eserlerinden biridir. Bu eserinde, İslam dünyasındaki matematik yazmaları üzerindeki araştırmalarının neticelerini açıklamaktadır.Tamamı basılmamıştır.

Mîzân-ı Tefekkür (1908) : Dârülfünûn'da mantığa dair verdiği ders notlarıyla beraber, İngiliz matematikçilerinden George Boole'ün geliştirmiş olduğu cebirsel mantığı ayrıntılı biçimde tanıtttığı eseridir.

Darülfünunda okuttuğu derslere ait ders kitaplarını Hikmet-i Tabîiyye-i Umûmiyyeden başlığıyla yayınlamıştır. Bunlar:

-Hikmet-i Tabîiyye-i Umûmiyyeden Mebhas-ı Harâret-i Harekiyye (1326)

-Hikmet-i Tabîiyye-i Umûmiyyeden Mebhas-ı Savt (1326)

-Hikmet-i Tabîiyye-i Umûmiyyeden Mebhas-ı Câzibe-i Umûmiyye (1327)

-Hikmet-i Tabîiyye-i Umûmiyyeden Mebhas-ı Elastikiyyet ve Şa'riyyet (1327)

-Hikmet-i Tabîiyye-i Umûmiyyeden Mebhas-ı Elektrik (1328);

---

[16]Hüsnü Hamid Sayman (1890-1975): Matematikçi. Mühendis Mektebi'nde öğrenci iken Lozan'a gönderilerek matematik öğrenimi gördü. Darülfünun Fen Fakültesi reisi (dekanı) (1924-30) ve Matematik Fizik Şubesi dekanı olmuştur. Safiye Yılmaz Erten, *Hamid Hüsnü Sayman'ın Muallimler Mecmuası'ndaki Yazıları*, Osmanlı Bilimi Araştırmaları, Cilt 21, sayı 2, 321-345.

[17] Bkz. Ek-4

[18] Eserleri için bakınız: Celal Saraç, Salih Zeki Bey Hayatı ve Eserleri, yay. haz. Y. Işıl Ülman, İstanbul, Kızılelma yay., 2001, s.18-19-20 ; Yavuz Unat, s. 43, DİA, İstanbul, 2009,c.36; Emre Dölen, *Salih Zeki ve Darülfünun*, s.129 ; Feza Günergün, *Darüşşafakalı Salih Zeki Bey: Matematik Eğitiminin ve Bilim Tarihinin Ülkemizdeki Öncüsü*.

Matematik ders kitapları:

Hesab-ı İhtimalî (1912) (Darülfünun dersleri için)

Hendese-i Tecrübiye (1914) (Rüşdiye Mektebi 3. Sınıf).

Hendese: Kısm-ı evvel: Hendese-i Müsteviye (1911) (Geometri. Birinci Kısım: Düzlem Geometri)

Hesab-ı İhtimâlat (1912) (Darülfünun dersleri için)

Cebir Dersleri (1912)

Cebir Dersleri Muidi (1912)

Müsellesât-ı Müsteviyye (1329)

Yeni Usul Resimli Hesab Dersleri (1916) Kitap 1-6 (ilkokullar için)

Çeviri Eserleri:

Henri Poincaré'nin (1854-1912) bilim felsefesini konu alan üç kitabını Türkçe'ye çevirmiştir.

-*İlmin Kıymeti* (1911-1912).

-*İlim ve Usul* (İstanbul 1928).

-*İlim ve Faraziye* (İstanbul 1927).

Alexis Bertrand'ın (1850-1923) orta öğretim öğrencileri için yazdığı Principes de philosophie scientifique et de philosophie morale (Bilim Felsefesi ve Ahlak Felsefesi İlkeleri) (1893) adlı kitabını iki eser olarak Türkçeye çevirmiştir, bunlar:

-*Felsefe-i İlmiye* (1914-1915)

-*Felsefe-i Ahlâkiye* (1014-1915)

Astronomiyle ilgili olarak çevirdiği eserler:

-*Yeni Kozmografya*

-*Muhtasar Kozmografya*

Diğer Eserleri: 1. *Hikmet-i Tabîiyye Dersleri* (1891-1892) (Ahmed Fahri ile birlikte, I-II, İstanbul), *Dârülfünûn Konferansları* (1912-1913) (I-II, İstanbul); İlm-i Tabakātü'l-arz

(1923), 1308 Sene-i Mâliyyesine Mahsus Takvim(1891-1892), *Takvîm-i Cedîd*:(1893-1894) (Emile Lacoine ile birlikte), *Muhtasar Hikmet-i Tabîiyye* (1894-1895)**;** *Hülâsa-i Hesâbı İhtimâli* (1897-1898); *Nazarî ve Amelî Hendese* (1904-1905) (I-III) ; *Mebâdî-i Hendese* (İstanbul 1907-1908), *Muhtasar Hendese* (1907-1908), *Yeni ve Musahhah Muhtasar Hikmet-i Tabîiyye* (İstanbul 1909-1910); *Cebir Dersleri* (1910-1911); *Mücmel Cebir* (1911); *Mücmel Hendese* (1911); *Nazarî ve Amelî Mücmel Hendese* (1911), *Yeni ve Musahhah Hikmet-i Tabîiyye* (1911-1912), *Yeni Tertip Hikmet-i Tabîiyye* (1911-1912), *Yeni Kozmoğrafya* (İstanbul 1911-1912); *İlk Hendese Dersleri*: Devr-i Mutavassıta Birinci Sene (1913-1914), *İlk Hendese Dersleri*: Devr-i Mutavassıta İkinci Sene (1913-1914); Muhtasar Kozmoğrafya (1913-1914), *Yeni Usul Resimli Hesap Dersleri* (1913-1914) (altı kitap, Hamazasb Hakiyan ile birlikte), *Mukaddimât-ı Ulûm-i Tabîiyyeden Yeni Hikmet ve Kimya* (1916-1917); Usûl-i Cebir (1919-1920) (I-II),

1.2. Mebhâs-ı Savt

1.2.1.Genel Özellikleri:

Eserin İsmi: "Mebhâs" kelimesi, Arapça kökenlidir ve bahisler anlamına gelir. Arapça olan "Savt" ise ; ses, sadâ gibi anlamlara gelir.

Eserin konusu düşünüldüğünde, Mebhâs-ı Savt Arapça bir isim tamlaması olarak "Ses Bahisleri" "Ses Bilgisi" "Fonetik" ve esasen "Ses Araştırmaları" gibi şekillerde tercüme edilebilir.

1.2.2.Yazım Tarihi ve İzin Belgesi :

Matbaâ-yı Âmire 1326/1910 160 s.

Eserin basım iznini gösteren belgenin günümüz Türkçesi'ne aktarımı aşağıdaki gibidir:

"Maârif-i Umûmiyye Nezareti Celîlesine

Devletlü efendim hazretleri

Sâye-i maarifvâye-i hazreti hilâfetpenâhiyyede te'lifine muvaffak olduğum Hikmeti Tabîiyye-i Umûmiyye'den Mebhâs-ı Savt'ın tab'ına müsâade-i celîli bâbında ve her halde emr-ü ferman hazreti menlehü'l-emrindir.

Dârülfünûn Hikmet-i Tabîiyye muallimi ve Rasathâne-i Âmire Müdürü Salih Zeki

Haziran 324"

Hikmet-i Tabîiyye'nin Mebhâsü'l-Savt'a müteallik olan işbu eserin…..…tab'ına maruzdur".[19]

1.2.3. Konusu ve İçeriği:

Mebhâs-ı Savt, döneminde modern akustik adına yazılmış ilk kitaptır. Salih Zeki Bey bu eserinin Darülfünûn'da verdiği fizik derslerinin özeti olduğunu eserin önsözünde belirtmiştir. Eser içinde "Mûsikî Sesleri" bölümü Salih Zeki Bey'in mûsikî nazariyesi alanına yaptığı katkıları göstermesi açısından önem taşımaktadır. Rauf Yekta Bey Salih Zeki Bey'in bu eseriyle ilgili olarak şunları söylemiştir:

"Osmanlı Maarif Nezareti tarafından mektepler için kabul edilmiş olan fizik kitabında Salih Zeki Bey akustikle ilgili bahsi Batı müelliflerine göre yazmıştı. Ve bunu yazarken Doğu musikisinde kullanılan sesler arasında mevcut olan nisbetleri tanımak merakını da ortaya koymuştu…Kendi imal ettiğim bir sonometre üzerinde araştırmalarımın sonuçlarını meşhur fizikçiye anlattım; bunları doğru buldu ve makalelerinin birçoğunda benim çalışmalarımı zikretmek nezaketini göstermekle beraber o zamana kadar tamamen hayalî bir ilim şeklinde ele alınmış olan Doğu musikisinin nazariyesinin fizik temellerini ilk defa izah etmiş olduğumdan dolayı beni alenen tebrik etti." (Yekta, 1986, s.56).

1.2.3.1.Giriş: Bu bölümde "Mûsikî Sesleri" başlığı altında yer alan konular**:**

-Ses: Şiddet, Yükseklik , Çınlama

-Mûsikî aralıkları

-Melodi , Armoni

-Batı mûsikîsi

- Uyumlu ve Uyumsuz aralıklar

-Majör gam veya Batlamyus gamı

[19] Bkz. T.C Cumhurbaşkanlığı Devlet Arşivleri, MF.MKT.01066.00024.001

- Minör gam, ses aralıkları

-Pisagor gamı: Diyez, Bemol

-Tampere gam

-Âhenk

- Pisagor gamının armoni açısından mahzûru

-Tabîî gam

-Armonik Sesler

-Şark mûsıkîsi

-Mıstar

-Makâmât

konularını içermektedir.

1.2.3.2.Birinci Bölüm: Bu bölümde "Titreşim hareketinin yayılması ve yankılanması" başlığı altında yer alan konular aşağıdaki gibidir:

-Titreşim hareketinin muâdele-i tefâzuliyesi (muâdele:Denklem, tefâzulî:İki sayı arasında miktarca olan farktan doğan nisbet) – muâdele-i tefâzuliyenin tamamlanması

-Titreşim hareketinin devri, safhası - tenbih

-Titreşim hareketinin şiddeti , enine ve boyuna titreşim: Boyuna titreşimin elastik bir silindir aracılığıyla yayılması

-Yayılma olayının denklem nisbeti – denklem nisbetinin tamamlanması

-Dalgalanma hareketi , toplanmış dalga , yayılmış dalga _ dalga boyu, dalga boyu ile titreşim devri arasındaki münâsebet

-Boyuna titreşimin sınırsız bir silindir içinde yayılması , enine titreşim, sesin yayılma hızı gazlarda sesin yayılma hızı

-Newton nazariyesi

-Sıvılarda sesin hızı, katılarda sesin hızı - tenbih

konularını içermektedir.

1.2.3.3.İkinci Bölüm: Bu bölümde "Titreşim hareketlerinin tedâhülü" başlığı altında yer alan konular aşağıdaki gibidir:

-Aynı devre tâbi iki titreşim hareketinin birleştirilmesi

-Tecrübelerin araştırılması , titreşim hareketinin birleştirilmesi için Ferenli esası, zıt devir iki titreşim hareketinin birleştirilmesi

- Darban hâdisesi ve açıklaması _ seslerin salıverilmiş yüksekliklerinin tayini

- Bileşik sesler - bileşik seslerin armoniye tatbiki

- İki dik titreşim hareketinin terkibi – özel hallere tatbik

- Leysajon'un usul tahkîki

1.2.3.4.Üçüncü Bölüm: Bu bölümde "Ses çıkaran borular" başlığı altında yer alan konular aşağıdaki gibidir:

- Sada Boruları

-Bernolli nazariyesi: Kapalı sadâ boruları, kanunları, düğüm ve batın (karın, iç) noktaları açık sadâ boruları, kuralları; düğüm ve batın noktaları - adı geçen nazariyenin ses karışımları nazariyesiyle açıklanması

-Bir tarafı kapalı sınırlı silindirin ses karışımları- tecrübelerin araştırılması - tecrübe ile nazariyye arasındaki zıtlık

-Postun nazariyesi

-Hopkins ve (Ket) in doğrulamaları – sabit miktarın tayini - tenbih - sesin hızının borular vasıtsıyla tayini konularını içermektedir.

1.2.3.5.Dördüncü Bölüm: Bu bölümde " Tellerin titreşimleri" başlığı altında yer alan konular aşağıdaki gibidir:

-Ses çıkaran telli aletler

-Tellerin titreşimleri

-Enine titreşen teller ve muâdele-i tefâzuliyesi – muâdele-i tefâzuliyenin tamamlanması - özel haller

-Forye davası

-Taylor kuralları

-Tellerin titreşim kanunları - sür'at-i ibtidâiye(başlama hızı)siz yer değiştirilmesi-bir örneğe tatbiki, tenbih

-Yong kanunu - İnce çubukları

-Boyuna titreşim - tellerin boyuna titreşimleri- çubukların enine titreşimleri ve muâdele-i tefâzuliyesi - bu muâdeleye denk gelen hareket-i raksiye

- Birinci durum: Çubuğun her iki ucunun serbest bırakılması

- İkinci durum: Çubuğun uclarının sâbit kalması

- Üçüncü durum: Çubuğun bir ucunun serbest ve bir ucunun sabit olması

-Dördüncü durum: Bir ucunun serbest ve diğerinin dayandırılması

-Beşinci durum: Bir ucunun sabit ve diğerinin dayandırılması

-Altıncı durum: İki ucun birden dayandırılması

-Zarların titreşimleri

-Levhaların titreşimleri konularını içermektedir.

İKİNCİ BÖLÜM: MEBHÂS-I SAVT'IN "MÛSİKÎ SESLERİ" BÖLÜMÜNÜN İNCELENMESİ

2.1.Mûsikî Sesleri (Esvât-ı Mûsikiyye)

2.1.1.Sesin Tarifi

Salih Zeki Bey sesin tarifini şöyle yapmaktadır: Fizik bilimi açısından ses, bir cisimde meydana getirilen ve kulağa kadar intikal eden bir titreşim hareketidir (Ek 6: s.5).

Her ses çıkaran cisimde bir titreşim hareketi vardır diyen müellif, bu titreşim hareketinin ses çıkaran cisimlerden kulağa intikal etmesi için ara yerde bir elastik maddenin vasıta bulunması gerektiğini söylemektedir (Ek 6,s.5). Sesin oluşumunu örneklendirirken müellif gök cisimleri ile yeryüzünü ayıran alanı örnek vermiştir , bu alan iletici bir alan olmadığından gök cisimleri bizim açımızdan sessizlik içindedir (Ek 6, s.5).

Titreşim hareketi; bir cismin bir parçasının denge durumu etrafında, pek küçük fakat birbirine eşit aralıklar ile yaptığı harekettir (Ek 6, s.5). Müellif burada sarkaç örneğini vermiştir; sarkaçtaki gibi her titreşim hareketi bir yayılmış hareket ve bir de ters hareketten meydana gelir, bu iki hareketin genel görünüşü ise titreşimi oluşturur (Ek 6, s.5).

Titreşim hareketi, "güç (genişlik)", "süre" ve "muharrik" (hareket getiren) açısından, müzikte üç niteliğe uyar. Bu üç nitelik "şiddet", "yükseklik veya perde" ve "çınlamadır" (Ek 6, s.5).

2.1.2. Sesin Şiddeti , Yüksekliği ve Çınlama

Kulağımızın algıladığı her ses mûsikîde kullanılmaya uygun sesler değildir. Sesler iki çeşittir. Birincisi; ölçülü ve ahenkli sesler (müzikal sesler), ikincisi; ölçüsüz ve ahenksiz sesler (anti- müzikal sesler- gürültü) (Özkan, 1994, s.29).

Müzikte kullandığımız sesleri birbirinden ayıran birtakım özellikler vardır. Bu özelliklerden biri sesin şiddetidir. Sesin şiddetini basit olarak iki ses arasındaki hafiflik kuvvetlilik farkı olarak tanımlayabiliriz. Müellif tarifini; ses çıkaran bir cisme yaklaşıp uzaklaştıkça seste yükseklik ve alçaklık hissedilir, işte bir sesin işitilebileceği mesafeyi sınırlayan niteliğe "sesin şiddeti" denir, şeklinde yapmıştır (Ek 6, s.5).

Sesleri birbirinden ayıran diğer özellik sesin yüksekliğidir. Müellif sesin şiddetinin, kulağa ulaşan titreşimin gücüyle uyumlu olduğunu bununla birlikte iki sesin güçlerinin eşitliği halinde dahi kulağın duyarlılık derecesinin bunların yükselmeleriyle değişeceğini ve sesi belirleyen şeyin sesin niteliği olduğunu söylemiştir. Bir sesi diğer sesten ayıran bu nitelik, ses çıkaran cismin belli bir zamanda ve benzer bir saniye zarfında yaptığı titreşimlerin sayısına bağlıdır ve fizikte ses çıkaran cisimlerin bir sâniyede yaptıkları titreşimlerin sayısını belirlemek için görülen gereklilik bundan dolayıdır (Ek 6, s.6).

Çınlama diğer bir ifadeyle tını, sesleri birbirinden ayıran bir diğer özelliktir. Müellif çınlamayı şöyle tarif etmiştir; aynı şiddet ve aynı perdeden, fakat çeşitli müzik aletlerinden çıkan seslerde kulak bir fark hisseder; bu farkın nedeni "çınlama"dır. Çınlama, birkaç titreşim hareketinin birbiriyle uygunluğundan meydana gelir (Ek 6, s.6).

2. 2. Mûsikî Aralıkları: (Fâsıla-i Mûsikiyye)

2.2.1. Melodi ve Armoni

Kulağa gelen her titreşim mutlaka bir ses hissi vermez çünkü bir sesin kulak vâsıtasıyla işitilmesi için o sesin ne çok pest ne de tiz olmaması gerekir (Ek 6, s.6). Müellif bu seslerin, geçmiş tecrübelere göre, işitilmesi mümkün olan seslerin en pestinin sâniyede 16 tam titreşimden meydana geldiğini ve en tizinin de 38000 tam titreşimden meydana geldiğini söylemiş ve bu sesleri "özel sesler" olarak nitelendirmiştir. Bu oranlar günümüzde 20 ile 20000 olarak bilinmektedir.

Kulak vâsıtasıyla hissedilen seslerin hepsi mûsikîde kullanılmaz. Mûsikîde kullanılan sesler titreşim sayıları saniyede 30 ile 4000 arasında bulunanlardır (Ek 6, s.6) Bundan başka eski ve bugünkü toplumların hepsinin melodilerde kullandıkları seslerin düzenli bir dizi meydana getirmediğini; tam tersine kullanılan seslerin aralarının, belirli birer aralık ile ayrılmış bazı derecelerden ibaret olduğunu söylemiştir. Mûsikî seslerinin, en kalınından en incesine kadar böyle derece derece yükselmesi, mûsikînin asıl şartlarından biri ve belki birincisidir (Ek 6, s.6).

Frekans bir cismin bir saniyedeki titreşim sayısıdır, frekans arttıkça ses incelir , azaldıkça kalınlaşır (Özkan, 1994, s.53). Aralık ise iki ses arasındaki frekans farkıdır. Başka bir tarifle aralık pest tiz iki sesin titreşim sayılarının arasındaki nisbete denilir. Müellif genel olarak bir sesin bir saniyedeki titreşim hareketiyle değerlendirildiğini, o nedenle iki ses arasındaki "aralık"ın da bu titreşim sayıları arasındaki bağ ile ifade edilmesi gerektiğini söylemiştir. Bu iki sesten ince olanının kalın olanına bağlı olması esası kabul edilmiştir (Ek 6, s.7)."Ses aralığı, tiz sesin pest sesinkine oranıyla yani bağıl frekansıyla anlatılır. Bir aralığı oluşturan seslerin mutlak frekansları değişebilir. Ama aralarındaki oran değişmiyorsa hep aynı aralık oluşur ve dolayısıyla aynı müzik duygusu algılanır.Aralığı oluşturan seslerden birinin frekansını ve aralığın bağıl frekansını biliyorsak öbür sesin frekansını kolayca bulabiliriz" (Zeren, 2010, s.295,296).

Mûsıkîde kullanılan ve "mûsikî aralıkları"denilen aralıklar iki görüş üzerinedir (Ek 6: s.7):

1) Melodi: Müellif en eski sanatlardan biri olduğunu söylediği melodiyi, iki sesin birbirini takipteki uyumunun kulağa hoş gelmesi olarak tarif etmiştir ve seslerin birbirini takibi şeklinde oluşan 'nağmelerden' meydana geldiğini söylemiştir.
2) Armoni: İki veya daha çok sesin bir anda ortaya çıkışının kulakta güzel bir tesir oluşturmasıdır şeklinde armonin tarifini yapan müellif armoninin iki veya daha çok sesin uyumu esasına dayandığını söylemiştir.

Doğu mûsikîsinin sadece melodiden ibâret olduğunu söyleyen müellif, batı mûsikîsinin ise melodi ile berâber armoniden meydana geldiğini söylemiştir (Ek 6, s.7).

2.2.2.Uyumlu Aralıklar (Fâsılât-ı Mülâyime) ve Uyumsuz Aralıklar (Gayrı Mülâyime):

Gerek melodi ve gerek armoni için olsun kulak daima titreşim sayıları arasından mümkün mertebe basit olan sesleri seçer (Ek 6, s.7). Sesler arasındaki bu bağlılık derecesi ne kadar basit olur ise bunların birbirini takibi ve birleşmesinin kulağa o derece uyumlu, ve ne kadar karmakarışık bulunur ise kulağa o derece uyumsuz gelir (Ek 6, s.7).

Türk Mûsikîsi'nde makam dizileri mülâyim (uygulu), mütenâfir (uygusuz) diye ayrılmıştır. Bu herhangi bir makam dizisinin başka bir diziye göre kulağa daha hoş veya daha az hoş gelmesi demektir (Özkan, 1994, s.73). Öztuna bu sınıflamayı derli - dersiz olarak yapılmıştır. "İki veya daha ziyade ses birarada işitildiği zaman, bunlar ya iyice kaynaşıp birleşerek tek ses gibi duyulurlar; yahut kaynaşamayıp, az çok birbirlerinden ayrı kalırlar. Kaynaşanlara ‘derli’, kaynaşmayanlara ‘dersiz’ denir” (Öztuna, 1990, s.217).

İyi oranlar (uygun oranlar) olarak adlandırılan niseb-i basîtenin[20] birincisi 1/1’ dir ve bu aralığa tek ses (hâdiye) adı verilmiştir. Bundan sonra 2/1 oranı gelir ve buna da oktav (sâmine) denilmiştir (Ek 6, s.7).

Müellif, gerek melodi gerek armoni açısından, kulağa hoş gelen mûsikî aralıklarını aşağıda olduğu gibi göstermiştir (Ek 6, s.7) :

$\frac{1}{1}$ Tek ses (Hâdiye) (Unisson)

$\frac{5}{4}$ Üçlü majör (Salise-i kübrâ) (Tierce majeure)

$\frac{6}{5}$ Üçlü minör (Sâlise-i sugrâ) (Tierce mineure)

$\frac{4}{3}$ Dörtlü (Râbia) (Quatre)

$\frac{3}{2}$ Beşli (Hâmise) (Quinte)

$\frac{5}{3}$ Altılı majör (Sâdise-i kübrâ) (Sixte majeure)

$\frac{8}{5}$ Altılı minör (Sâdise-i sugrâ) (Sixte mineure)

$\frac{2}{1}$ Sekizli (Sâmine) (Octave)

Bu aralıklar arasında en çok kulağa hoş gelen tek ses (hâdiye) ve bundan sonra sırasıyla sekizli (sâmine/oktav), beşli (hâmise), dörtlü (râbia), üçlü majör (salise-i kübrâ), üçlü minör (sâlise-i sugrâ) ve altılı minör (sâdise-i sugrâ) dür (Ek 6, s.7).

Batı mûsikîsinde tek ses ile sekizli arasındaki uyumlu aralıklardan başka aşağıda olduğu gibi “uyumsuz aralıklar” da kullanılır diyen müellif bu aralıkları aşağıdaki şekilde göstermiştir (Ek 6, s.8):

[20] Bkz. İsmail Hakkı Özkan, age, Ötüken Neşriyat, İstanbul 1994, Pan Yayıncılık, İstanbul , 2003, s. 73; Yılmaz Öztuna, Büyük Türk Mûsikîsi Ansiklopedisi 2, Kültür Baknlığı Yay., Ankara, 1990 s.131

$\frac{9}{8}$ İkili majör (Sâniye-i kübrâ / Seconde majeure)

$\frac{10}{9}$ İkili minör (Sâniye-i sugrâ / (Seconde mineure)

$\frac{16}{15}$ Yarım ikili majör (Nısf-ı sâniye-i kübrâ / Demi-Seconde majör)

$\frac{15}{8}$ Yedili majör (Sâbia-i kübrâ / Septiéme majeure)

$\frac{9}{5}$ Yedili minör (Sâbia-i sugrâ / Septiéme mineure)

Türk mûsikîsi'nde ise niseb-i şerifeden 8 veya daha fazlasına sahip olanlar uyumlu, 5' ten daha azına sahip olanlar ise uyumsuz olarak kabul edilir (Özkan, age, s.74)

Uyumlu aralıklar ile uyumsuz aralıklar veya başka uyumlu aralıkları (gayr-ı mülâyemeyi) oluşturan küsûrat arasında, 7 adedini içeren oranların yokluğu görülür ki bu yokluk, bir sekizlinin içine 7 adedinin dahil edilememesinden meydana gelir (Ek 6, s.8) .

Mûsikîde uyumsuz aralıklara bir lüzum varsa o da uyumlu aralıklar ile zıtlık ve bunların daha tatminkâr işitilmesi için bir zemin oluşturmalarıdır (Ek 6, s.8). Müellif bu nedenle batı mûsıkîsinde bu türlü aralıkların kullanımının günden güne yaygınlaştığını söylemektedir.

Müellif nota ve gam'ı aşağıdaki şekilde tanımlamıştır (Ek 6, s.8):

Nota (Note) : Bir gamı oluşturan yedi sesten her birine nota veya "perde" denilir.

Gam (Gamme) : Bir oktav içinde titreşim sayıları farklı olan ses dizimine gam denir.

2.3. Batı Mûsikîsi

Batı müziği tonalite sistemi içerisinde, yedi temel sesli gamı temel almış, ancak tonal müzikte gam majör ve minör olmak üzere düzenlemiştir (Tarkum, 2017, s.32). Bu seslerin oluşturduğu bir sekizli Batı müziğinde birbirine eşit 12 eşit parçaya bölünür (Darbaz, 1973, s.63).

2.3.1.Gamlar

2.3.1.1. Majör Gam - Batlamyus Gamı:

Batı mûsıkîsi’nde kullanılan ve “gam majör” (Gamme majeure) veya “ Batlamyus gamı” (Gamme de Ptoléméé) ismiyle bilinen gamı oluşturan perdelerin, en pest olanının tam titreşim sayısı bir sayıldığına göre, oranları aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Ek 6, s.8):

Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do_2
$\frac{1}{1}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{2}{1}$

Müellif, bu oranlara dikkat edildiğinde armoni gamının; üçlü majör (sâlise-i kübra - 5/4), dörtlü (râbia - 4/3) ve beşli (hâmise - 3/2) uyumlu aralıklarını içerdiği gibi, ikili majör (sâniye-i kübrâ - 9/8), ikili minör (sâbi‘a-i kübrâ - 10/9) ve başka uyumlu aralıkları da içerdiğini söylemiştir.

Majör gamına genellikle bir dörtlü ile bir beşliden oluşmuş gözüyle bakılabilir, bu gamda “sol” notasın, “asıl ses” (savt-ı aslî) denilen “do” notasına nazaran bir beşli kadar tiz, ikinci “do” notası da “fa” notasından bir beşli kadar tizdir.

Armoni gamını teşkil eden perdelerin aralıklarını en pest olan “do” notasına göre değil de birinin diğerine oranına göre (takip eden) aralıklarını yazacak olursak aşağıdaki oranlar karşımıza çıkar (Ek 7, s.9):

Do		Re		Mi		Fa		Sol		La		Si		Do_2
	$\frac{9}{8}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{16}{15}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{16}{15}$	

Bu şekilde elde edilen üç çeşit “birbirini takip eden aralıklar”dan;

$\frac{9}{8}$ aralığına “ton majör” (Ton majeur)

$\frac{10}{9}$ aralığına “ton minör” (Ton mineur)

$\frac{16}{15}$ aralığına “yarım ton majör” (Demi-Ton majeur) adı verilir (Ek 6, s.9).

İki aralığın toplamının, yani birbirini takibinin, bu aralıkları gösteren oranların çarpımıyla ifâde olunması gerekir.Çünkü aralıkların her biri zaten bir orandır ve iki adet titreşim arasındaki bölümden ibarettir. Birbirini takip eden üç sesten üçüncüsü ile birincisi arasındaki oran, ikincisi ile birincisi ve üçüncüsü ile ikincisi arasındaki oranların çarpımına eşit olur (Ek 6, s.9). Bu halde:

$$\frac{10}{9} = \frac{16}{15} \times \frac{25}{24}$$

şeklinde yazılabileceğine göre bir ton minör, bir yarım ton majör ile diğer 25/24 lük bir aralığın toplamına eşit olması gerekir ve bu son aralığa "yarım ton minör" (Demi-Ton mineur) denilir (Ek 6, s.9). Müellif yaım minör tonun Batı mûsıkîsinde kullanılan aralıkların en küçüğü olduğunu söylemiştir.

Karşılıklı iki aralığın farkının yani birbirine olan uzaklığının da, bu aralıkları gösteren oranlardan oluşan bölümlerle gösterilmesi gerekir (Ek 6, s.9). Bu takdirde bir majör ton ile bir minör ton arasındaki fark:

$$\frac{9}{8} \div \frac{10}{9} = \frac{9}{8} \times \frac{9}{10} = \frac{81}{80}$$

gibi en küçük miktâra eşit bulunur ki bu farkı kulak fark eder etmez bir durumdadır. İşte bu farka "koma" (Comma) adı verilerek terk edilebilen aralıkların son oranı (en küçük aralık) gözüyle bakılır (Ek 6, s.9)

Müellif armoni gamını teşkil eden perdeleri ve izâhını aşağıdaki şekilde yapmıştır (Ek 6, s.10)

Birinci (Sâniye)	**Üçlü Aralık (Sâlise)**
$\frac{do}{do} = \frac{9}{8}$	$\frac{mi}{do} = \frac{5}{4}$
$\frac{mi}{re} = \frac{10}{9} = \frac{9}{8} \times \frac{80}{81}$	$\frac{fa}{re} = \frac{32}{27} = \frac{6}{5} \times \frac{80}{81}$
$\frac{fa}{mi} = \frac{16}{15} = \frac{9}{8} \times \frac{80}{81} \times \frac{24}{25}$	$\frac{sol}{mi} = \frac{6}{5} = \frac{5}{4} \times \frac{24}{25}$
$\frac{sol}{fa} = \frac{9}{8}$	$\frac{la}{fa} = \frac{5}{4}$
$\frac{la}{sol} = \frac{10}{9}$	$\frac{si}{sol} = \frac{5}{4}$

$$\frac{si}{la} = \frac{9}{8}$$

$$\frac{do2}{si} = \frac{16}{15}$$

$$\frac{do2}{la} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{do2}{si} = \frac{6}{5}$$

Armoni gamının birinci aralığı yani perdenin kendinden öncekine oranı, evvelce de görüldüğü üzere 9/8, 10/9, 6/10 gibi üç çeşit kıymete sahiptir , bu gamı diğer gamlardan ayıran başlıca aralıklar da bunlardır.

Üçlü aralığı üç çeşittir: Birincisi 5/4' tür bu <üçlü majör> dür, ikincisi 6/5' tir "üçlü minör" adıyla bilinir. Üçüncüsü "fa" ile "re" arasında olan 32/27 = 6/5 X 80/81 aralığıdır ve üçlü minörden bir koma kadar eksiktir.

Dörtlü (Râbia')

$$\frac{fa}{do} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{sol}{re} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{la}{mi} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{si}{fa} = \frac{45}{32} = \frac{4}{3} \text{ X } \frac{25}{24} \text{ X } \frac{81}{80}$$

$$\frac{do2}{sol} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{do2}{la} = \frac{27}{20} = \frac{4}{3} \text{ X } \frac{81}{80}$$

$$\frac{mi2}{si} = \frac{4}{3}$$

Beşli (Hâmise)

$$\frac{sol}{do} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{la}{re} = \frac{40}{27} = \frac{2}{3} \text{ X } \frac{81}{80}$$

$$\frac{si}{mi} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{do2}{fa} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{re2}{sol} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{mi2}{la} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{fa2}{si} = \frac{3}{2}$$

Dörtlü aralığı da üç çeşittir: Birincisi 4/3 'tür ve asıl "dörtlü" aralıktır; ikincisi 45/32' dir bu da takriben bir dörtlüden 25/24 yani bir yarım ton minör kadar yüksek olduğundan uyumsuz aralık meydana getirir. Bâki kalan 27/20 fâsılası ise dörtlüden yalnız bir koma kadar fazladır.

Beşli aralığı eşit seviyede 3/2 ise de yalnız ‘la’ ile ‘re’ arasında 40/27 yani asıl beşliden bir koma kadar noksandır.

Altılı (Sâdise)	**Yedili (Sâbia)**
$\frac{la}{do} = \frac{5}{3}$	$\frac{si}{do} = \frac{15}{8}$
$\frac{si}{re} = \frac{5}{3}$	$\frac{do2}{re} \times \frac{16}{9} = \frac{9}{5} \times \frac{80}{81}$
$\frac{do2}{mi} = \frac{8}{5} = \frac{5}{3} \times \frac{24}{25}$	$\frac{re2}{mi} = \frac{9}{5} = \frac{10}{8} \times \frac{24}{25}$
$\frac{re2}{fa} = \frac{5}{3}$	$\frac{mi2}{fa} = \frac{10}{8}$
$\frac{mi2}{sol} = \frac{5}{3}$	$\frac{fa2}{sol} = \frac{16}{9}$
$\frac{fa2}{la} = \frac{8}{5}$	$\frac{sol2}{la} = \frac{9}{5}$
$\frac{sol2}{si} = \frac{8}{5}$	$\frac{la2}{si} = \frac{16}{9}$

Altılı aralığı iki çeşittir: Birincisi 5/3’tür ve “altılı majör” den ibaretir; ikincisi bundan yarım ton minör kadar noksan olan 8/5 yani “altılı minör” aralığıdır.

Yedili aralığı üç kıymete sahiptir: Birincisi 15/8’dir ve “yedili majör” ismiyle bilinir; ikincisi bundan bir yarım ton minör kadar eksik olan 9/5 aralığıdır ve “yedili minör”ü teşkil eder. Üçüncüsü 16/9 dur ve bu da yedili minörden bir koma kadar noksandır.

2.3.1.2.Minör Gam:

Batı mûsıkîşinâslarının bir ikinci gam daha kullandıklarını söyleyen müellif, bu gamda büyük üçlü majör, altılı majör ve yedili majör aralıkları, küçükleriyle değiştirilmiş olduğundan, bu gamın “minör gam” (Gamme mineure) adıyla bilindiğini söylemiştir (Ek 6, s.11). Bir minör gamı meydana getiren perdelerin “do” ana sesine göre aralıkları aşağıdaki şekilde vermiştir (Ek 6, s.11):

Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{9}{5}$	2

olduğu gibi perdelerin devam eden aralıkları da:

Do		Re		Mi		Fa		Sol		La		Si		Do_2
	$\frac{9}{8}$		$\frac{16}{15}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{16}{15}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{10}{9}$	

dan ibarettir (Ek 6, s.12).

Müellif bu gamı meydana getiren devam eden aralıkların, majör gamı birleştiren devam eden aralıklardan başka bir şey olmadığını fakat düzenleri itibarıyla birbirinden farklı olduklarını söylemiştir. Şöyle ki: majör ton t (ط), minör ton t' (ط') ve yarım majör ton $t_{1/2}$ (ط½) ile gösterilir ise gam majör ile gam minör arasındaki fark aşağıda olduğu gibi gösterilebilir Ek 6, s.12):

	Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do_2
Majör gam:	t	t'	$t_{1/2}$	t	t'	t	$t_{1/2}$	
Minör gam:	t	$t_{1/2}$	t'	t	$t_{1/2}$	t	t'	

2.3.1.3.Pisagor Gamı

Avrupa'da bazı mûsıkî üstatları arasında kullanılmış bir gam daha vardır diyen müellif bunun "Pisagor gamı" (Gamme de Pythagore) adıyla anıldığını söylemiştir. Bu gamın perdelerini ayırmaya hizmet eden oranlar (Ek 6, s.12).

Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do_2
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{243}{128}$	**2**

veyâhud

Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do_2
1	$\frac{3^2}{2^3}$	$\frac{3^4}{2^6}$	$\frac{2^2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3^3}{2^4}$	$\frac{3^5}{2^7}$	**2**

den ibâret ve tamamı beşli aralık üzerine dizilmiştir. Pisagor gamını meydana getiren her bir notanın kıymeti 3/2 ile çarpılırsa o notaya göre beşinci olan notanın değeri meydana getirilir (Ek 6, s.12). Şöyle ki:

Do X Beşli(Hâmise) = Sol

$$\frac{1}{1} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

Mi X Beşli (Hâmise) = Si

$$\frac{81}{64} \times \frac{3}{2} = \frac{423}{281}$$

Re X Beşli (Hâmise) = La

$$\frac{9}{8} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{16}$$

Fa X Beşli (Hâmise) =Do_2

$$\frac{4}{3} \times \frac{3}{2} = \mathbf{2}$$

olur. Müellif bunun bazı telli sazların akord edilmesini kolaylaştırdığını fakat "armoni" sanatı açısından pek büyük bir mahzura sebep olduğunu ve bu gamın ne kadar basit görünse de o derece karışık aralıklar içerdiğini söylemiştir (Ek 6, s.13).

Kornu (Cornu) ve Merkadiye (Merkadier)[21]' nin icrâ tecrübelerine göre melodiye en uygun olan gam Pisagor gamıdır (Ek 6, s.13). Hatta keman ile bir melodi çalındığı halde bunu çalan kimse haberi olmaksızın, Pisagor gamının perde ve aralıklarını kullandığını, adı geçen tecrübe ile isbatta başarılı olmuşlardır (Ek 6, s13). Müellif bu durumu , bundan dolayı Pisagor gamına "melodi gamı" denilse haklı olarak yeri vardır şeklinde ifade etmiştir.

Pisagor gamının takip eden aralıkları aşağıda olduğu gibidir:

Do		Re		Mi		Fa		Sol		La		Si		Do_2
	$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{256}{243}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{256}{243}$	

Bu gamın tonu, armoni gamının majör tonuna eşit ise de yarım tonu diğerinin yarım tonundan bir koma kadar noksan fakat daha karışıktır; hakikatte:

$$\frac{256}{243} \times \frac{81}{80} = \frac{256}{243} = \frac{16}{15}$$

[21] Marie Alfred Cornu (1841-1902) : Fransız fizikçi
Merkadier (1835-1911) : Fransız mühendis

bulunur. Ancak bunda dikkate değer bir şey var ise o da tonlar ile yarım tonların armoni gamındaki dizi üzere bulunmasıdır; eski tabirle, Pisagor gamının devam eden aralıklarının

Do		Re		Mi		Fa		Sol		La		Si		Do_2
	t		t		$t_{1/2}$		t		t		t		$t_{1/2}$	

dizisini takip etmesidir (Ek 6, s.13).

Pisagor gamının aralıkları incelenirse aşağıdaki gibi oranlara ulaşılır (Ek 6, s.13):

İkili	Üçlü	Dörtlü	Beşli	Altılı	Yedili	Sekizli
$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{243}{128}$	2
$\frac{256}{243}$	$\frac{32}{27}$	$\frac{128}{81}$	$\frac{1024}{729}$	$\frac{759}{512}$	$\frac{16}{9}$	

bu oranlardan anlaşılır ki:

Pisagor gamının ikili aralığı, armoni gamının ikili majörüne eşittir fakat yarım ikili olan 256/ 243 aralığı ile asıl ikili aralık arasındaki fark:

$$\frac{9}{8} \div \frac{256}{243} = \frac{9}{8} \text{ X } \frac{243}{256} = \frac{2187}{2048}$$

den ibaretdir, buna “Apatom” (Apatome) denilir. 256/243 aralığına da “Lima” (Limma) adı verilmiştir (Ek 6, s.14)[22] . Bir <apotom> ile bir <lima>[23] arasındaki farka gelince o da:

$$\frac{2187}{2048} \div \frac{206}{243} = \frac{531441}{524288}$$

miktarına eşittir ve buna bir <Pisagor koması> (Comma de Pythagore) denilir. İşte bu gamda mevcut olan gerekli bir durumda terk olunabilen en küçük aralık budur (Ek 6, s.14).

---

[22] Fârâbi Yunanca olan lima kelimesini (limma) Arapça “geriye kalan” mânasına gelen “Bakiye” olarak tercüme etmiştir. Bkz. Rauf Yekta, Türk Mûsikîsi, Pan Yay., İstanbul 1986, s. 19

[23] Bugün kendisine yarım kromatik ton adı verilen aralığın eski adı “apotom”dur, diyatonik yarım perde ismi verilen aralığın adı “lima” dır. Bkz. Rauf Yekta, age, s. 35, 36

Pisagor gamının üçlü majör yerinde olan 81/64 aralığı armoni gamının üçlü majöründen sıradan bir koma kadar fazla ve aksine üçlü minör makâmında olan 32/27 oranı diğer gamın üçlü minöründen yine bir koma kadar noksandır (Ek 6, s.14).

Pisagor gamında dörtlü aralığın bir kıymeti armoni gamındaki dörtlü aralığın asıl kıymetinin aynı ise de diğer kıymeti bundan da:

$$\frac{759}{512} \div \frac{4}{3} = \frac{2187}{2048}$$

yani bir apotum kadar büyüktür ki burası gerçekten dikkat çekicidir (Ek 6, s.14).

Pisagor gamında beşli aralığın bir kıymeti, her iki gamda bir ise de diğer kıymeti bundan bir apotom kadar noksandır. Pisagor gamında altılı majör yerinde olan 27/16 oranı armoni gamının altılı majöründen sıradan bir koma kadar fazla ise de altılı minörü hükmünde bulunan 128/81 oranı altılı minörden bir koma kadar aşağıdadır (Ek 6, s.14).

Yedili majör (sâbia) yerinde olan 243/128 aralığı yedili majörden hem büyük, hem karışıktır (Ek 6, s.14)

2.3.1.4.Tampere Gam (Mu‘tedil Gam , Gamme Tempérée)

Kullanılan gam hangisi olur ise sâbit perdeli bir müzik aleti mesela piyanoya diyez ve bemollerin hepsini dahil etmek mümkün olamaz (Ek 6, s.18). Müellif gerçekte bir sekizlide yedi esas perde ve beş diyez ile beş bemol bulunacağından her sekizli için 17 tel olması gerektiğini söylemiştir . Bundan dolayı yedi “oktav” yani sekizliyi içine alan sıradan bir piyanoda perdeler adedi 17 x 7 = 119 adedine erişmiş olması lazımdır ki bu nitelik âletin inşasını güçleştirdiği gibi çalmasını da güçleştirir. Bundan dolayı diğerine pek yakın bulunan perdeleri birleştirmek ve takrîbi aralıklar ile yetinmek mecburiyyeti hâsıl olur (Ek 6, s.18).

İşte bu zorunluluktandır ki bir sekizliyi diğer bir tabirle do dan do ya kadar olan aralığı birbirine eşit on iki kısma bölmüşlerdir (Ek 6, s.19) . Bu halde her y (ى) s (س) olan bu aralıklardan on iki tanesinin diğerini takibi:

$$s^{12} - 2$$

denkliğini oluşturacağından

$$s = \sqrt[12]{2} = 1{,}05946$$

bulunur. Bu aralık yarım ton sayılacağından her bir ton böyle iki aralıktan bileşik veya

$$\sqrt[12]{2} \times \sqrt[12]{2} = \sqrt[6]{2} = 1{,}12246$$

miktarına denk farz edilmiştir (Ek 6, s.19).

“Mu‘tedil gam” (Gamme tempérée) adıyla bilinen bu gamda bir perdenin diyezi ile bundan sonra gelen perdenin bemolü birbirine birleştirilmiştir. Aşağıdaki cetvelde armoni gamı ile denk gamda birbirine uymayan, usule uygun olarak diyez ve bemoller sayısal değerleriyle gösterilmiştir (Ek 6, s.19). Cetvelden anlaşılacağı üzere tampere gamda hiçbir aralığın tamamıyla muhafaza olunamadığını söyleyen müellif, en çok değişikliğe uğrayan aralığın üçlü aralık olduğunu söylemiştir. Armoni gamındaki üçlü (mi) aralığına oranla tampere gamın üçlüsü 1/126 oranında yükselmiştir ve bu da hiçbir yöntem ile görülen bir miktar değildir. Bununla birlikte diyezler ile bemolleri birleştirmek lüzumu, bu farkı da mûsikî erbâbına kabul ettirmiştir (Ek 6, s.19).

Batlamyus[24] Gamı

	Aristohsen kâidesine göre	Delzen kâidesine göre
d	1 = 1,00000	1=1,00000
do **d**	25/24 = 1,04167	135/128 = 1,05469
re **b**	27/25 = 1,08000	16/15 = 1,06667
re	9/8 = 1,12500	9/8 = 1,12500
re **d**	75/64 = 1,17178	75/64 = 1,17187
mi **b**	6/5 = 1,20000	6/5 = 1,20000
mi	5/4 = 1,25000	5/4 = 1,25000

[24] İslâm astronomisi üzerinde önemli etkileri olan İskenderiyeli astronom, matematikçi, coğrafyacı ve müzik bilgini. 108 yılı civarında doğduğu tahmin edilmektedir, hayatı hakkında yeterli bilgi yoktur.Bkz. Cengiz AYDIN, Gülseren AYDIN, Batlamyus, Türkiye Diyanet Vakfı İslam Ansiklopedisi, c.5, s.196-199

fa	4/3 = 1,33333	4/3 = 1,33333
fa **d**	25/18 = 1,38889	45/32 = 1,40625
sol **b**	36/25 = 1,44000	64/45 = 1,42222
sol	3/2 = 1,50000	3/2 = 1,50000
sol **d**	25/16 = 1,56250	25/16 = 1,56520
la **b**	8/5 = 1,60000	8/5 = 1,60000
la	5/3 = 1,66667	5/3 = 1,66667
la **d**	125/72 = 1,73611	225/128 = 1,75781
si **b**	9/5 = 1,80000	16/9 = 1,77778
si	15/8 = 1, 87500	15/8 = 87500
do_2	2 = 2,00000	2 = 2,00000

	<u>Mûtedil Gam</u>	**<u>Pisagor Gamı</u>**
		Mösyö (Şöve)ye göre
d	$\frac{0}{12}$ 2 = 1,00000	1=1,00000
do **d**	$\frac{1}{12}$	$\frac{2187}{2048}$ = 1,06787
re **b**	2 = 1,05946	$\frac{256}{243}$ = 1,05350
re	$\frac{2}{12}$ 2 = 1,12246	9/8 = 1,12500
re **d**	$\frac{2}{12}$	$\frac{11683}{13684}$ = 1,17187
mi **b**	2 = 1,18921	$\frac{32}{27}$ = 1,18519

mi	$\frac{4}{12}$ 2 = 1,25992	$\frac{81}{64}$ = 1,26563
fa	$\frac{5}{12}$ 2 = 1,33484	4/3 = 1,33333
fa **d**	6/12	129/512 = 1,42383
sol **b**	2 = 1,41421	1024/121 = 1,40467
sol	$\frac{7}{12}$ 2 = 1,49831	3/2 = 1,50000
sol **d**	8/12	1561/4096 = 1,60181
la **b**	2 = 1,58740	128/81 = 1,58024
la	$\frac{9}{12}$ 2 = 1,68179	27/16 = 1,68750
la **d**	10/12	59049/22.98 = 1,80203
si **b**	2 = 1,78180	16/9 = 1,77778
si	$\frac{11}{12}$ 2 = 1, 80775	243/128 = 89844
do$_2$	2 = 2,00000	2 = 2,00000

2.3.1.5.Tabîî Gam: Bir gamı meydana getiren notaların kıymetlerinin belli olması ve gamlarda titreşim adetleri diğerinin zayıfı olmak üzere meydana getirilmesiyle, bu notaların hakiki kıymetlerinin belli olması için birinin mutlak değerinin titreşimini bilmek yeterlidir (Ek 6: s.23). Âdet olunduğu üzere mûsikî seslerinin titreşim sayılarını belli etmek için asıl kabul olunan ses La$_3$ ile gösterilen notadır. On yedinci asırda bu nota Fransa'da saniyede 405 tam titreşim adedinden bileşik olmak üzere tayin edilmiş ise de yavaş yavaş yükselerek 1857 senesinde opera tiyatrosunda titreşim adedi 448'e çıkmıştır. Bunun üzerine Fransa'da 1859 senesinde La$_3$ notasının 435 tam titreşimden bileşik olmak üzere sabit bir kıymete çıkarılması karar altına alınmıştır (Ek 6, s.23).

İşte bu halde La/3 üzerine düzenlenen gama “tabîî gam” (Gamme naturelle) denilir ki titreşim değerleri aşağıda olduğu gibidir (Ek 6, s. 24).

Do$_3$	Re$_3$	Mi$_3$	Fa$_3$	Sol$_3$	La$_3$	Si$_3$	Do$_4$
261	625 , 293	25, 321	384	5, 391	435	375,489	522

Diğer oktâvların baş perdelerine gelince onlar da:

Do$_2$= 130, 5	Do$_3$= 261	Do$_7$= 4176
Do$_1$= 65, 25	Do$_4$= 522	Do$_8$= 8352
Do$_{1_}$= 32,625	Do$_5$= 1044	Do$_9$= 16704
Do$_{2_}$= 16,3125	Do$_6$= 2088	Do$_{10}$= 33408

den ibârettir.

2.3.2. Diyez ve Bemol

Her gamda “baş perde” olan asıl ses özel bir ehemmiyete sahiptir. Çünkü bir morso’yu[25] elde bulunan saza veya okuyacak olan kimsenin sesine uygun gelecek şekilde indirip çıkarabilmek lazımdır (Ek 6, s.14). Mûsîki aralıkları, seslerin mutlak değerlerine tâbi bulunduğu yönüyle, bir “morso” yu istenilen perdeden okumak mümkün ise de mûsikî aletlerinin çoğunda bu nakil perde niteliği kolaylıkla icrâ olunamaz; sabit perdeli bir sazla sol perdesinden armoni gamını çıkarmak lazım gelse hemen zorluklar baş gösterir (Ek 6, s.15). Aletin doğal perdelerine göre bu gamın:

Sol La Si Do Re Mi Fa Sol$_2$

t' t $t_{1/2}$ t t' $t_{1/2}$ t

veya iki çeşit tonu birleştirme ile:

Sol La Si Do$_2$ Re$_2$ Mi$_2$ Fa$_2$ Sol$_2$

25 Morso (Fr:morceau; Alm.: stück; İng.: piece) müzikal eserleri ifade eden parça anlamına gelmektedir (Aktüze, 2004: 368). Günümüzde çok kullanılmayan bu terim farklı sözlüklerde şu anlamlara gelmektedir; kısa edebi veya müzikal parça. Bkn . Erhan TEKİN, Bando Yarbay Halit Recep Arman, 2020, Rast Müzikoloji dergisi, s. 2445, 2446

$t \quad t \quad t_{1/2} \quad t \quad t \quad t_{1/2} \quad t$

tarzında olması gerekir ki bunda ikinci yarım ton asıl dizisinden bir derece evvel gelmiştir (Ek 6, s.15).

İşte asıl gamda mevcut olan:

$t \quad t \quad t_{1/2} \quad t \quad t \quad t \quad t_{1/2}$

dizisini muhâfaza için "fa" notasını biraz tizleştirmek gerekir. Bu ise "fa" notasını 25/24 oranında yükseltmek ile mümkün olur ki buna da "diyezlemek" (Dieser) denilir. "Diyez" lenmiş bir notanın yanına **d** işareti konulmuştur (Ek 6, s.15).

Hakikatte:

Sol	La	Si	Do_2	Re_2	Mi_2	Fa_2	Sol_2
$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2	$\frac{9}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{8}{3}$	3

$t \quad t \quad t_{1/2} \quad t \quad t \quad t_{1/2} \quad t$

silsilesindeki "fa" notasının olduğu gibi yükselmesi istenilir ki "mi" notasına oranı t ve "sol" notasına oranı da $t_{1/2}$ olsun. İşte bu halde tabîi olarak:

$$\frac{\frac{8}{3} \times s}{\frac{5}{2}} = \frac{10}{9}$$

olacağından

$$s = \frac{5 \times 10 \times 3}{2 \times 9 \times 8} = \frac{150}{144} = \frac{25}{24}$$

bulunur (Ek 6, s.15).

"Fa" perdesinden itibaren yine armoni gamını meydana getirmek gerekirse alette:

Fa Sol La Si Do Re Mi Fa

$t \quad t \quad t \quad t_{1/2} \quad t \quad t \quad t_{1/2}$

dizisini düzeltmek için “si” perdesini biraz pestleştirmek ve bunun için de adı geçen perdeyi 25/24 oranında indirmek icâb eder ki buna da “bemollemek” (Bemoller) denilir. “Bemole” olan notanın yanına **b** işareti konulmuştur (Ek 6, s.16).

Kezâ :

Fa	Sol	La	Si	Do2	Re2	Mi2	Fa2
$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2	$\frac{9}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{8}{3}$

t t t t 1/2 t t t 1/2

silsilesindeki <si> perdesini bir derece indirmek gerekir ki “la” perdesine oranı yarım ton ve do2 perdesinin de buna oranı bir ton olsun. Bu halde:

$$\frac{2}{\frac{10}{8} \text{X} \, 8} = \frac{10}{9}$$

olacağı gibi:

$$s = \frac{9 \times 2 \times 8}{10 \times 15} = \frac{144}{150} = \frac{24}{25}$$

olur (Ek 6, s.16).

Bir notaya diyezlemek ve bemollemek için bildiren bu kâideye <Aristohsen kaidesi> (Réglé d’Aristoxêne) denilir ve altmış yetmiş seneden beri genel olarak kabul edilmiştir. Bununla birlikte ünlü mûsikîşinâlardan Delzen (Delezenne) in te’sîs eylediği bir kâideye göre bir notayı diyezlemek için bundan sonra gelen notanın 15/16 mislini ve bemollemek için de bu notadan evvel gelen notanın 16/15 mislini almak yeterli gelir (Ek 6, s.16). Herhangi bir kâide ile olursa olsun armoni gamında araları bir ton ile ayrılmış olan tam perdeler arasına bu sûretle ikişer perde daha ilâve edilir; bunun biri pest olan perdenin diyezi, diğeri tiz olan perdenin bemolüdür. Bundan dolayı bir armoni gamı aşağıdaki yedi esas perde ile on diyez ve bemolden mürekkeb bulunur (Ek 6, s.16):

Do Do**d** Re**b** Re Re **d** Mi**b** Mi Fa Fa**d** Sol**b** Sol Sol**d** La**b** La La**d** Si**b** Si Do2

Pisagor gamını kullanmayı kabul edenler de[26] bir notayı diyezlemek ve bemollemek ihtiyacından kurtulmuş değillerdir. Ancak Pisagor gamında bir notayı diyezlemek için Mösyö Şöve (Cheve)ye göre, bundan sonra gelen notanın 243/256 misli; bemollemek için de evvel gelen notanın 256/243 misli almak yeterli gelir (Ek 6, s.17). Müellif Pisagor gamında bir notayı diyezlemek için o notayı 2187/2048 nisbetinde tizleştirmek ve aksine bemollemek için de 2048/2187 oranında pestleştirmek gerektiğini söylemiştir. (Ek 6, s. 17).

Müellif Pisagor gamında devam eden aralıkları aşağıdaki şekilde göstermiştir:

Do		Re		Mi		Fa		Sol		La		Si		Do
1		$\frac{9}{8}$		$\frac{81}{64}$		$\frac{4}{3}$		$\frac{3}{2}$		$\frac{27}{16}$		$\frac{243}{128}$		2
	t		t		$t_{1/2}$		t		t		t		$t_{1/2}$	

olduğundan meselâ baş perdesi sol olmak üzere bir gam meydana getirilecek olsa;

Sol	La	Si	Do_2	Re_2	Mi_2	Fa_2	Sol_2
$\frac{3}{2}$	$\frac{17}{16}$	$\frac{243}{128}$	2	$\frac{9}{4}$	$\frac{81}{32}$	$\frac{8}{3}$	3

silsilesine rastlanılır. İşte bu silsilede, ikinci yarım ton bir derece evvel gelmiş olduğundan, $\frac{8}{3}$ (fa_2) notasını olduğu gibi yükseltmek gerekir ki kendinden öncekine oranı 9/8 (ton) ve kendinden sonrakine oranı $\frac{243}{256}$ (yarım tonun aksi) olsun. Bu hâlde:

$$\frac{s \times \frac{8}{3}}{\frac{81}{32}} = \frac{9}{8} \quad \text{veya} \quad \frac{s \times \frac{8}{3}}{3} = \frac{243}{256}$$

olacağından bunlardan:

$$s = \frac{81 \times 9 \times 3}{22 \times 8 \times 8} = \frac{2187}{2048} \qquad \text{veya} \qquad s = \frac{243 \times 3 \times 3}{256 \times 8} = \frac{2187}{2048}$$

bulunur. Keza baş perde “fa” olmak üzere meydana getirilen:

---

[26] Galin – Paris – Chevé ekolü.

Fa	Sol	La	Si	Do_2	Re_2	Mi_2	Fa_2
$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{243}{128}$	2	$\frac{9}{4}$	$\frac{81}{32}$	$\frac{8}{3}$

t t t $t_{1/2}$ t t t

gibi bir gamda yarım ton bir derece sonra gelmiş bulunacağından si notasını biraz indirmek gerekir. İşte si notası eksiltilmelidir ki kendinden evvelkine oranı $t_{1/2}$ ve kendinden sonrakine oranı bu tonun aksine eşit olsun. Bu halde:

$$\frac{\frac{243}{28} \times s}{\frac{27}{16}} = \frac{256}{243} \quad \text{veya} \quad \frac{\frac{243}{28} \times s}{2} = \frac{8}{6}$$

olacağından bu denkliklerden:

$$s = \frac{256 \times 27 \times 128}{242 \times 16 \times 243} = s = \frac{2048}{2187} \quad , \quad s = \frac{8 \times 2 \quad 128}{9 \times 243} = \frac{2048}{2187}$$ bulunur (Ek 6, s. 17)

Bu halde bir perdenin diyezi, üst tarafındaki perdenin bemolünden daha tiz demek olur . Bundan dolayı bir Pisagor gamı diyez ve bemoller ile aşağıda olduğu gibi meydana gelir (Ek 6, s. 18):

Do, re **b**, do **d**, re, mi **b**, re **d**, mi, fa, sol **b**, fa **d**, sol, la **b**, sol **d**, la, si **b**, la **d**, si, do_2

İşte bu diyezler ve bemoller yardımıyladır ki batı mûsikîsinde bir morsoyu “transpoze” etmek eski tabirle yazıldığı perdeden daha tiz veya daha pest perdelerden çalabilmek kolay olmuştur (Ek 6, s.18).

Armoni gamında; bir perdenin diyezi o perdenin arkasından geldiği ve bemolü ise kendisinden evvel bulunduğu, eski tabirle do ile re arasındaki “diyez” ve “bemol”:

do do **d** re **b** re

dizisi üzere olduğu halde Avrupa hânendegânı do diyez perdesine “re bemol” ve aksine “re bemol” perdesine “do diyez” demektedirler (Ek 6, s18). Bu nitelik Pisagor gamından kalma bir şey olsa gerektir, ya da do sesinden doğrudan doğruya asıl do diyez perdesine çıkamadıklarından, fakat re bemol perdesine kolaylıkla çıkabildiklerinden kinâyedir ki bu da re bemol perdesini do perdesine daha ziyade yakınlığı olan bir perde gibi kabul etmelerine sebep olmuştur (Ek 6, s.18).

2.3.3.Ahenk (Accord) – (Te'lîf –Uzlaştırma)

İki ve daha çok sesin birleşmesinden ortaya çıkan bileşik sese "âhenk" (accord) veya daha doğrusu "te'lîf" (uzlaştırma) denilir.(Ek 6, s.20). Burada şunu belirtmek gerekir ki ahenk ; herhangi bir sazın perde veya tellerinin belli bir sese göre düzenlemesi anlamını taşımaktadır (Özkan, age, s.70). Konumuzu oluşturan ahenk ise aslında ahengî aralıktır. Ahengi aralık; iki sesi aynı zamanda işitilen aralık ki, bir uygu teşkil eder ve tek sesli mûsikîdeki lahnî aralık mefhumuna uymaz (Öztuna, 1990, 29). Yine bahsi geçen ahenk için; günümüzde "acor" (uygu) kelimesinin karşılığıdır. Fr. accorder (uyumlamak) fiilinden alınmış olan akort kelimesi, aynı kökten gelen "aynı anda duyulan birden fazla ses" anlamındaki akor (uygu) terimiyle karıştırılmamalıdır (Tanrıkorur, 2005, s.201).

Müellif üç sesten bileşik bir âhengin kulağa hoş gelmesi için, her birinin asıl sese yani baş perdeye olan oranının basit olmasının yeterli olmadığını; belki bu seslerin birbirine nazaran aralıklarının da basit olmaları gerektiğini söylemiştir. Aksi takdirde bunların birleşmesinden oluşan "armoni" kulağa hoş gelmez. Üç sesten bileşik âhenklerin en mülâyimi:

do mi sol

1 $\frac{5}{4}$ $\frac{3}{2}$

$\frac{5}{4}$ $\frac{6}{5}$

$\frac{3}{2}$

notalarından oluşan âhenktir. "Büyük tam ahenk" (Âheng-i tâm kebîr) adıyla anılan bu âhenk üçlü majör ile bir üçlü minörün birleşmesinden oluşmuştur ve her ikisi bir beşliye müntehi (nihâyet bulan, sona eren) bulunmuştur (Ek 6, s.21). Diğer bir âhenk de:

do mi **d** sol

1 $\frac{6}{5}$ $\frac{3}{2}$

$\frac{6}{5}$ $\frac{5}{4}$

$\frac{3}{2}$

notalarından meydana gelen "Küçük tam ahenk" (Âheng-i tâm-ı sagîr)' tir. Bu âhengin diğerinden farkı ancak üçlü majör yerine üçlü minörün geçmesinden ibârettir (Ek 6, s.21).

Bu iki âhenkten birincisin titreşim adetleri:

4	5	6

ve ikincisi de:

10	12	15

sayılarıyla uygun olan seslerden meydana gelir. Bir gamın baş perdesinin titreşim sayısı 24 farz olunursa diğerleri ard arda:

Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do$_2$	Re$_2$	Mi$_2$
24	27	30	32	36	40	45	48	54	60

olacağından bu silsileye göre evvel 4, 5, 6 sayılarıyla uygun bulunan:

Do	Mi	Sol	,	Fa	La	Do$_2$
24	30	36		32	40	48

sol	si	re$_2$
36	45	54

birleşmeleri bulunur; ikinci olarak 10, 12, 15 sayılarıyla uygun olmak üzere:

Mi	Sol	Si	,	La	Do$_2$	Mi$_2$
30	36	45		40	48	60

birleşmelerine erişilmiş olur (Ek 6, s.22).

Bunlardan başka bir sekizli içinde üç notadan meydana gelen mülâyim âhenkler aşağıda olduğu gibidir (Ek 6, s.22):

Do	Fa	La
3	4	5

Do	Mi **b**	La **b**
5	6	8
Do_2	Fa_2	La $\mathbf{b}_2$
15	20	24
Do $_2$	Mi_2	La_2
12	15	20

Bu açıklamalardan anlaşılacağı üzere Batı mûsıkîsinde kullanılan gam "büyük tam ahenk" (âheng-i tâm-ı kebîr)' in tekâmülünden ibarettir; eski tabirle Batlamyus gamının (Ek 6, s.22). Bilhassa "armoni" sanatı açısından tesis edilmiştir. Hakikatte baş perdesi "do" olan bir büyük tam ahenk "mi" ile "sol" notalarından bileşik olduğu gibi; "sol" den başlayan bir büyük tam ahenk "si" ve "re" notalarını, "do" ile son bulan bir "büyük tam ahenk de "fa" ve "la" notalarını içerir (Ek 6, s.22). Müellif, böyle birbiriyle birleşerek ayrı bir ses meydana getiren bileşik seslerin sayesinde Batı mûsıkîsinin sahip olduğu büyüklük ve vüsati kazandığını söylemiştir. Halbûki Doğu mûsikîsinde henüz böyle üç sesten bileşik bir tek sesin ne olduğu bile bilinememektedir (Ek 6, s.22).

Pisagor gamına gelince "büyük tam ahengi" meydana getiren:

Do Mi Sol

$$1 \qquad \frac{81}{64} \qquad \frac{3}{2}$$

$$\frac{81}{64} \qquad \frac{32}{27}$$

$$\frac{3}{2}$$

notaları yukarıda anlatılan şartlara sahip olmadıklarından bu âhenk kulağa asla mülâyim gelmez. Çünkü Pisagor gamında üçlü majör yerine geçen $\frac{81}{64}$ aralığı pek karışıktır (Ek 6, s.23).

Kezâ

Do Mi **b** Sol

1 $\frac{32}{27}$ $\frac{3}{2}$

$\frac{32}{27}$ $\frac{81}{64}$

$\frac{3}{2}$

Küçük tam ahenk (aheng-i tâm-ı sagîr) de yine niseb-i basîteden (iyi oranlar, uygun oranlar) teşekkül etmediğinden bileşik sesleri pek zıttır ki bu da üçlü minör yerine $\frac{32}{27}$ aralığının geçmesinden meydana gelmiştir(Ek 6, s.23).

Özetle Pisagor gamında üçlü majör ve üçlü minör oranlarının basit olmaması bu gama armoni sanatının uygulanmasına mani bulunmuş ve hatta eski Yunanlıların armoni sanatını tesis edememesinin başlıca sebebi de, ihtimâle göre, bu olmuştur (Ek 6, s. 23).

2.3.4. Bileşik Sesler:

Bileşik sesler Batı mûsıkîsinde çok önemlidir. Çünkü bu seslerin, ahenklerin sıhhat ve tamâmiyyeti üzerine pek büyük etkisi vardır (Ek 6, s.84). “Büyük tam ahenk”i teşkîl eden seslere ikinci sekizli de ilave edilecek olur ise:

Do	Mi	Sol	Do
$\frac{1}{1}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{1}$

dizisi meydana gelir ki bunlardan meydana gelen bileşik sesler aşağıdaki gibidir (Ek 6, s.84):

$\frac{5}{3} - \frac{1}{1} = \frac{1}{4}$ (asıl sesin yani birinci do nun pest za‘f (zayıf) sekizlisi)

$\frac{3}{2} - \frac{1}{1} = \frac{1}{2}$ (asıl sesin pest sekizlisi)

$\frac{3}{2} - \frac{5}{4} = \frac{1}{4}$ (asıl sesin pest zayıf sekizlisi)

$\frac{2}{1} - \frac{5}{4} = \frac{2}{4}$ (beşincinin yani sol’ün pest sekizlisi)

$\frac{2}{1} - \frac{1}{1} = 1$ (asıl ses)

Bu bileşik sesler, âhengi teşkîl eden üç sesi ve bilhassa asıl sesi takviye edeceğinden bunlar arasındaki uzlaştırma pek görünür ve pek yardımcı olur (Ek 6, s.85). Şimdi bir de:

Do	Mi	Sol	Do
$\frac{1}{1}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{1}$

küçük tam ahengini inceleyelim: Bu âhengi teşkîl eden seslerden aşağıdaki gibi bileşik sesler meydana gelir (Ek 6, s.85):

$\frac{6}{5} - \frac{1}{1} = \frac{1}{5}$ (pest üçlü majörün pest zayıf sekizlisi)

$\frac{3}{2} - \frac{1}{1} = \frac{1}{2}$ (asıl sesin pest sekizlisi)

$\frac{3}{2} - \frac{6}{5} = \frac{3}{10}$ (pest küçük üçlünün pest zayıf sekizlisi)

$\frac{3}{2} - \frac{1}{1} = \frac{1}{1}$ (asıl ses)

$\frac{2}{1} - \frac{6}{5} = \frac{3}{5}$ (pest üçlü majör)

$\frac{2}{1} - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$ (asıl sesin sekizlisi)

Müellif bunlar arasında üçlü majör ile beşli birbirine uyumsuz bulunduğundan “küçük tam ahenk” in kesin bir âhenk olamayacağını söylemiştir.

2.3.5.Armonik Sesler (Esvât-ı Müellefe)

Titreşim adetleri birincisine göre 1, 2, 3, 4, …. tabîî sayıları üzere giden sesler dizisine “esvât-ı müellefe” (armonik sesler - sons harmoniques) ve titreşim adedi 1 olan “savt-ı aslî” (asıl-temel ses- son fondamental)”nin “müellefeleri” (armonikleri-harmoniques) denilir (Ek 6, s.24). İşte majör gamında bu diziyi takip eden sesler sırasıyla yazılacak olursa:

Do_1 Do_2 Sol_2 Do_3 Mi_3 Sol_3 ! Do_4

1 2 3 4 5 6 7 8

bulunur. Bu dizinin baş taraflarından birbirini takip ederek alınan iki derece, en uygun âhenkleri verir. Meselâ birinci ile ikinci "oktav"ı, ikinci ile üçüncü "beşli"yi, üçüncü ile dördüncü "dörtlü" yü, dördüncü ile beşinci "üçlü"yü oluşturur (Ek 6, s.24).

Tabîi armoniklerin mûsikîdeki önemi büyüktür. Çünkü mûsıkîde kullanılan aralıklar tabîi armoniklerden alınmıştır (Öztuna, age, s.55)

4.DOĞU MÛSİKÎSİ

2.4.1.Lahnî Aralıklar (Eb'âd-ı Lahniyye)

Doğu mûsıkîsinin sırf melodi üzerine kurulu olduğunu söyleyen müellif; bu mûsıkîde kullanılan gamın "mıstar (dizi)" olarak adlandırıldığını belirtmiştir. Birbirini takip eden iki dizi arasını ayıran mûsıkî seslerine veya sekizliye "zülküll" denilir (Ek 6, s.25). Bir diziyi oluşturan perdelerin takip eden aralıklarına ise "eb'âd-ı lahniyye (ses aralıkları)" denir. Bu aralıkların isimleri, oranları ve özel işaretleri aşağıda olduğu gibidir (Ek 6, s.25):

İsimler	Sayısal Değerleri	Özel İşaretleri
Tanini aralığı	$\frac{9}{8}$ = 1,12507	ٮ^2 ﺣ
Büyük mücenneb aralığı	$\frac{65536}{59049}$ = 1,10985	ٮ^2
Küçük mücenneb aralığı	$\frac{2187}{2048}$ = 1,06787	ٮ ﺣ
Tam bakiye aralığı	$\frac{256}{243}$ = 1,05357	ٮ
Eksik bakiye aralığı	$\frac{531441}{524288}$ = 1,01555	ﺣ
Tavîl (uzun) aralığı	$\frac{16777216}{14348907}$ = 1,16930	ٮ^3
Atvel (pek uzun) aralığı	$\frac{32}{27}$ = 1,18588	ٮ ﺣ^3

ٮ: Bir tam bakiye aralığı ٮ^2 : İki tam bakiye

ٮ^2 ﺣ : İki tam bakiye ile bir eksik bakiye ﺣ: Eksik bakiye

Salih Zeki Bey'in "eksik bakiye" olarak gösterdiği sayısal değeri $\frac{531441}{524288}$ = 1,01000 olan aralık günümüz nazariyyesinde "koma" olarak adlandırılmaktadır. "Atvel" aralığı ise artık ikili olarak adlandırılmıştır (Özkan, age, s.62).Üç bakiyeden oluşan tavil aralığı Ezgi'de "artık tanini" olarak geçmektedir (Arel, 1932, s.18)

Yukarıda müellifin verdiği oranlara göre;

-Bir tanini aralığı; iki tam bakiye ile bir eksik bakiyeden

-Bir büyük mücenneb aralığı; iki tam bakiyeden

-Bir küçük mücenneb aralığı; bir tam bakiye ile bir eksik bakiyeden

-Bir tavîl; üç tam bakiyeden

-Bir atvel aralığı; üç tam bakiye ile bir eksik bakiyeden meydana gelmiştir.

Müellif; doğu mûsıkisindeki bu ses aralıklarına dikkatle bakılacak olursa:

-Tanini aralığının Pisagor gamının tonundan olduğu,

-Küçük mücennep aralığının Apotom'dan,

- Tam bakiye aralığının Lima'dan,

-Eksik bakiye aralığının da Pisagor komasından başka bir şey olmadığını söylemiş ve doğu mûsıkîsinde esâs kabul olunan aralığın ise bakiye aralığı olduğunu belirtmiştir (Ek 6, s.25).

Müellif doğu mûsikîsinden bahsederken bir dizinin aralığı olan sekizli (zülküll)' yi; on iki tam bakiye aralığı ile beş eksik bakiye aralığından oluşur şeklinde tarif etmiştir (Ek 6, s.25). Eskilerin ise bir sekizliyi bir dörtlü ile bir beşliden meydana gelir şeklinde tarif ettiklerini söyleyip daha sonradan ise bu kanunun muhâfaza olunamadığını söylemiştir (Ek 6, s.25).

Doğu mûsıkîsinde diziler, bu ses aralıkları ile birbirinden ayrılmış yedi esâs perde ve bunlar arasında bulunan ara (tâlî) perdelerden meydana gelir (Ek 6, s.25). Müellif bir diziyi oluşturan perdelerden her birinin bir özel isimle bilindiğini fakat ara (tâli) perdelerin isimlerinde mûsikîşinâslarca bile anlaşmazlık olduğunu söylemiştir. Bu hususu; her ne kadar şimdileri Osmanlı mûsıkîşinâsları perdeleri do, re…. isimleriyle ansalar da bu notaların doğu mûsikîsi perdelerine tamamı tamamına uymadığını göstermek pek kolaydır şeklinde ifade etmiştir (Ek 6, s.26).

Müellif doğu mûsikîsi iki veya iki buçuk oktav (zülküll) dâhilinde sınırlanmış olduğundan mûsıkî seslerinin sayısını arttırma ve bununla birlikte perdeleri de çoğaltmak için gamları çeşitlendirme mecburiyyeti olduğunu söylemiştir. Doğu mûsikîsinin Batı mûsikîsi gibi gamlarının sayısı ikiye sınırlanmış değildir diyen müellif Osmanlı mûsikîsinde kullanılan gamlardan birkaçını aşağıdaki şekilde vermiştir (Ek 6, s.26):

2.4.2. Dizi (Mıstar)

2.4.2.1.Yegâh Dizisi (1)

Perdelerin İsimleri	Yegâh	Aşîran	Irak	Rast	Dügâh	Segâh	Çargâh	Nevâ
Sayısal Oranları	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{8192}{6561}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{32768}{19683}$	$\frac{16}{9}$	2
Takip eden Aralıkları	ب2 ح	ب2	ب ح	ب2 ح	ب2	ب ح	ب2 ح	

Yegah dizisini Rauf Yekta Bey Osmanlı’nın kullandığı tabîi dizi olarak nitelendirmektedir. Salih Zeki Bey’in yukarıdaki çizelgede verdiği oranlar gibidir Rauf Yekta Bey’in yegâh dizisi için verdiği oranlarla aynıdır. Yekta bu diziyle ilgili olarak şunları söylemiştir:

> “Her türlü i’tirâzâta mahall kalmamak ve mûsikî-i Osmânî’de müsta’mel tabiî sadâlardan ekserîsinin alafranga mûsikîdeki sadâlara tevâfuk etmediğini isbât etmek üzere hikmetşinâs-ı şehîr saâdetli Sâlih Zeki Bey Efendi hazretlerinin muâvenet ve inâyet-i tahrîrâneleri sâyesinde icrâ edilen tecârib netîcesi olarak Osmanlı mûsikîsinin tabiî sadâlarının (yegâh) perdesine nisbetle hâiz oldukları niseb-i adedîyi ber-vech-i zîr aynen yazıyoruz.” (Çergel, 2007, s.62).

Günümüz nazariyesinde ise Yegah makamdaki perdelerin isimleri şu şekildedir: Yegâh’ta Râst dizisi ; Yegâh, Hüseyni Aşiran, Irak, Rast, Dügah, Bûselik, Nim Hicaz veya Çargah, Neva. Yerinde Nevâ dizisi: Dügâh, Segâh, Çârgâh, Nevâ, Hüseynî, Eviç, Gerdâniye, Acem (Özkan, age, s.546).

2.4.2.2.Acemaşîran Dizisi (2)

Perdelerin İsimleri	Acemaşîran	Rast	Dügâh	Kürdi	Çargâh	Nevâ	Hüseyni	Acem
Sayısal Oranları	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{243}{128}$	2
Takip eden Aralıkları	ح ب^{2}	ح ب^{2}	ب	ح ب^{2}	ح ب^{2}	ح ب^{2}	ب	

2.4.2.3.Hicaz Dizisi (3)

Perdelerin İsimleri	Dügâh	Uzzal	Hicaz	Neva	Hüseyni	Acem	Gerdaniye	Muhayyer
Sayısal Oranları	1	$\frac{2187}{2048}$	$\frac{8192}{6561}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{128}{81}$	$\frac{16}{9}$	2
Takip eden Aralıkları	ح ب	ب^{2}	ح ب	ح ب^{2}	ب	ح ب^{2}	ح ب^{2}	

Arel- Ezgi sisteminin getirisi olarak, Hicaz ailesi şeklinde 4 ayrı şekilde incelenen hicaz makamlarının hepsinde günümüz nazariyyesinde, dügâh perdesinden sonraki perde dik kürdî perdesi olarak görünmektedir. Müellif bu perdeyi uzzal olarak göstermiştir. Uzzal perdesi ile ilgili olarak: Harîrî bin Muhammed'in Kırşehrî Edvar çevirisinde*; "*Kırşehri hicaz makamını tarif ederken, çargâh ile ısfahan arasındaki perdeyi uzzal olarak yazmıştır..Demek ki hicaz ve uzzal birbirlerinin yerine kullanılmaktadır"(Doğrusöz, 2007, s.20). Buradaki tariflerden de anlaşılacağı üzere hicaz ve uzzalın birbirinin yerine ve sonraki dönemde de hicaz ve saba'nın birbirinin yerine kullanılmıştır. Fakat müellif uzzal perdesini hicaz yerine kullanmamıştır, buradaki uzzalın günümüz nazariyyesinde karşılığı dik kürdi perdesidir.

2.4.2.4.Uşşak Dizisi (4)

Perdelerin İsimleri	Dügâh	Segâh	Çargâh	Neva	Hüseyni	Acem	Gerdaniye	Muhayyer
Sayısal Oranları	1	$\frac{65536}{59049}$	$\frac{33}{27}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{128}{81}$	$\frac{16}{9}$	2
Takip eden Aralıkları	ٮ^2	ٮ ح	ٮ^2 ح	ٮ^2 ح	ٮ	ٮ^2 ح	ٮ^2 ح	

2.4.2.5.Isfahan Dizisi (5)

Perdelerin İsimleri	Dügâh	Bûselik	Sabâ	Nevâ	Hüseyni	Acem	Gerdaniye	Muhayyer
Sayısal Oranları	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{128}{81}$	$\frac{16}{9}$	2
Takip eden Aralıkları	ٮ^2 ح	ٮ^2 ح	ٮ	ٮ^2 ح	ٮ	ٮ^2 ح	ٮ^2 ح	

Isfahan makamı günümüzde basit ve bileşik olmak üzere iki şekildedir. Basit Isfahan makamı dizisinin; Uşşak ve Beyâti makamı dizisinden başka bir şey olmadığı, Bileşik Isfahan makamında ise Uşşak ve Beyati dizisi, yerinde uşşak dörtlüsüne Nevâ perdesinde bir Bûselik beşlisinin eklenmesinden meydana gelmiştir (Özkan, age, s.301). Müellifin verdiği perde isimlerinde Bûselik perdesinden sonra Sabâ perdesi gelmektedir. Sistemci okulun ilk mensuplarının kullandığı ve Dügâhta Isfahan beşlisinde Re koma bemolü olarak gösterilen Uzzal perdesi de bugün kullanılmamaktadır (Kutluğ, 2000, s.341).

2.4.2.6.Sabâ Dizisi (6)

Perdelerin İsimleri	Dügâh	Segâh	Çargâh	Sabâ	Hüseyni	Acem	Gerdaniye	Muhayyer
Sayısal Oranları	1	$\frac{65536}{59049}$	$\frac{32}{27}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{128}{81}$	$\frac{16}{9}$	2
Takip eden Aralıkları	ٮ^2	ٮ ح	ٮ ح	ٮ^2 ح	ٮ	ٮ^2 ح	ٮ^2 ح	

Günümüz nazariyyesinde Saba makamının perdelerinin isimleri şu şekildedir; Dügâh, Segâh, Çargâh, Hicaz, Dik Hisar, Acem, Gerdâniye, Şehnâz veya Dik Şehnâz , Tîz Çârgâh (Özkan;age:s.344). Bugün kullandığımız sistemde teoride Hicaz olarak gösterilen perdeyi müellifin verdiği dizide Sabâ perdesi olarak görmekteyiz.

2.4.2.7.Karcığar Dizisi (7)

Perdelerin İsimleri	Dügâh	Segâh	Çargâh	Nevâ	Hisar	Evc	Gerdaniye	Muhayyer
Sayısal Oranları	1	$\frac{65536}{59049}$	$\frac{32}{27}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{729}{512}$	$\frac{32768}{19683}$	$\frac{16}{9}$	2
Takip eden Aralıkları	ب^{2}	حب	حب^{2}	حب	ب^{2}	حب	حب^{2}	

2.4.2.8.Segâh Dizisi (8)

Perdelerin İsimleri	Segâh	Çargâh	Nevâ	Hisar	Evc	Gerdaniye	Muhayyer	Tiz Segâh
Sayısal Oranları	1	$\frac{2187}{2028}$	$\frac{19683}{16364}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{6561}{4096}$	$\frac{59049}{32768}$	2
Takip eden Aralıkları	حب	حب^{2}	ب^{2}	حب^{2}	حب	حب^{2}	ب^{2}	

2.4.2.9.Rast Dizisi (9)

Perdelerin İsimleri	Rast	Dügâh	Segâh	Çargâh	Nevâ	Hüseyni	Evc	Gerdaniye
Sayısal Oranları	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{8192}{6561}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{4096}{2187}$	2
Takip eden Aralıkları	حب^{2}	ب^{2}	حب	حب^{2}	حب^{2}	ب^{2}	حب	

2.4.2.10.Nihavend Dizisi (10)

Perdelerin İsimleri	Rast	Dügâh	Kürdi	Çargâh	Nevâ	Beyati	Acem	Gerdaniye
Sayısal Oranları	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{32}{27}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{128}{81}$	$\frac{16}{9}$	2
Takip eden Aralıkları	ب2ح	ب	ب2ح	ب2ح	ب	ب2ح	ب2ح	

Nihavend makamında günümüz nazariyesinde Nevâ perdesinden sonraki perde Nim Hisâr perdesidir. Müellifin verdiği dizide bu perde Beyâti olarak görülmektedir.

Müellif kullanılan dizileri yukarıdaki şekilde gösterdikten sonra, bu isimlerin mûsıkî üstatlarına göre birbirine uymadığını ve o nedenle de oranların doğru kabul edilmesi gerektiğini söylemiştir (Ek 6, s. 27)

Arel- Ezgi sistemi olarak bilinen ve günümüz nazariyesinde kullanılan sistemde makamlar dörtlü ve beşlilerin biraraya gelmesinden oluşmaktadır. Özkan makamı şöyle tarif etmiştir: Bir dizide durak ve güçlünün önemi belirtilmek ve diğer kurallara da bağlı kalmak suretiyle nağmeler meydana getirerek gezinmeye denir (Özkan, age, s.77).

Müellif makamlardan bahsederken, bir gamda bulunan perdelerden veya bunlara eşdeğer diğer perdelerden meydana gelen melodilerin bir "makâm" dan varsayıldığını ve gamların çeşitli şekilde bileşimleri yönüyle makamların çoğaldığını söylemiştir (Ek 6, s.27). Ayrıca müellif makamlarla ilgili olan şu bahsin iyice anlaşılması gerektiğini belirtmiştir: Meselâ hicâz makamından bestelenmiş bir şarkı denince bu şarkının nağmeleri hicâz dizisini aynen takip ettiği fikrine kapılmamalıdır. Böyle olsaydı, her makamdan yalnız bir beste veya bir şarkı olurdu; aksine, bu ifâdeden hicazdan bestelenmiş bir şarkı alınsa ve bu şarkıyı meydana getiren perdeler tizlikleri sırasıyla yazılsa, bunların elbette hicaz dizisini meydana getiren sesler dizisinin derecelerine uyacağı anlaşılmalıdır (Ek 6, s. 27). Özel kurallara uyarak bestelenmiş bir şarkıda, ait olduğu makâmın dizisinde, içinde bulunduğu perdelerden veya bunların benzerlerinden başkasına tesâdüf edilmez (Ek 6, s. 27). Bunun için doğu mûsıkîsinin bir makamından birçok şarkı okunduğu hâlde bu mûsıkîye yabancı olan bir kimsenin dâima aynı şey okunuyor zanneder. Taksimlerde ise bir diziden diğer diziye geçildiğini belirten müellif taksimlerdeki bu geçişin kulağa hoş ve mülâyim gelmesi,saz veya hanendenin mahâretli icrasındandır demiştir. (Ek 6, s.27).

Müellif makamların çoğalmasından bahsederken aynı gama tâbi fakat sıraca birbirinden farklı mûsıkî bileşimlerinin de çeşitli makâmdan sayıldığını söylemiş ve örnek olarak da uşşak ile beyati makamını vermiştir (Ek 6, s.28).

O dönemde "dizi"lerin çok çeşitlendiğini ve birçoğunun isminden başka bir şeyi kalmadığını belirten müellif kullanılan makamların yüzü geçkin olduğunu söylemiştir (Ek 6, s.28) . Ancak bu gamların çeşitlenmesinde eskiler daima bir sekizlinin bileşik olmasını kural saymışlar ise de son zamanlarda yetişenler bu kurala da riâyet etmemişlerdir (Ek 6, s.28). İşte yukarıda örnek olarak verilen dizilerden altıncısı (saba) ile yedincisinden (karcığar) başkasında, dördüncü perde birinci perdeden 4/3 kadar ve sekizinci perde de beşinci perdeden 3/2 kadar yüksektir; ve yine beşinci perde birinci perdeden 3/2 kadar ve sekizinci perde de beşinci perdeden 4/3 kadar daha tizdir (Ek 6, s.28). Bir halde ki dâima:

$$\frac{4}{3} \text{ X } \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \text{ X } \frac{4}{3} = 2$$

olmak üzere bir sekizli meydana gelir. Fakat altınci (saba) ile yedinci (karcığar) dizide bu kânun kısmen geçerli değildir. Hakikatte sabâ dizisinden dördüncü perde birinci perdeye oranla 81/64 kadar ve sekizinci perde ise buna nazaran 128/81 kadar yüksektedir ki bu sayılar ile 3/2 oranlarından pek farklıdırlar (Ek 6, s.28). Eski tabirle bu iki dizi için:

$$\frac{81}{64} \text{ X } \frac{3}{2} = \frac{243}{128}$$

ve

$$\frac{4}{3} \text{ X } \frac{729}{512} = \frac{243}{128}$$

aralıkları, bir sekizliden bir tam bakiye aralığı kadar noksandır (Ek 6, s.28). Müellif düzeni korumak için karcığar makamındaki Evc perdesini Acem perdesine indirmek veya Hisar perdesini Hüseyni perdesine çıkarmanın yeterli olacağı gibi, Saba makâmında da Hüseyni perdesini Şuri perdesine kadar indirmek gerektiğini söylemiştir.

Doğu mûsıkîsinde kullanılan gamların birkaçından başkası üç ve üçten çok mûsıkî aralıkları içerdiğinden, bunların her birini gerçek diyezlemek ve bemollemek için bir basit kural koymak mümkün değildir (Ek 6, s.28). Meğer ki ٮ^{2} ﺣ ile ifâde olunan tanini aralığı, ٮ^{2} ile ifâde olunan büyük mücennep aralığı ve ٮ ﺣ ile gösterilen küçük mücennep aralığı da ٮ tam bakiye aralığına eşit sayılsın.

Müellif yalnız iki çeşit ses aralığına sahip olan dizilerden acemaşiran makamının burada örnek olarak alınmaması gerektiğini söylemiştir ve nihâvend dizisini örnek olarak vermiştir. Çünkü acemaşiran dizisi Pisagor gamı gibi olduğundan diyez ve bemol için onun tâbi bulunduğu kânuna tâbi olmak gerekir (Ek 6, s.28). Müellif örnek olarak nihavend dizisini ele alıp, perdeleri arasındaki ses aralıklarını aşağıdaki şekilde göstermiştir (Ek 6, s.28):

Rast Dügâh Kürdi Çargâh Nevâ Beyati Acem Gerdaniye

ٮ^{2} ﺣ ٮ ٮ^{2} ﺣ ٮ^{2} ﺣ ٮ ٮ^{2} ﺣ ٮ^{2} ﺣ

Bu dizi nevâ perdesinden yürütülecek olsa:

Nevâ Beyati Acem Gerdaniye Muhayyer Sünbüle Tiz Çargâh Tiz Nevâ

ٮ ٮ^{2} ﺣ ٮ^{2} ﺣ ٮ^{2} ﺣ ٮ ٮ^{2} ﺣ ٮ^{2} ﺣ

oluşacağından birinci ses aralığı olan ٮ^{2} ﺣ ile ikinc ses aralığı olan ٮ nin yer değiştirdiği görülür. Düzeni korumak için, zarûrî olarak beyâti perdesini diyezlemek gerekir ki nevâ ile arasındaki aralık ٮ^{2} ﺣ ve acem ile arasındaki aralık da ٮ olsun; bunun için de beyati perdesini de = $\frac{2187}{2048}$ oranına yükseltmek yeterli olur (Ek 6, s.29).

Bu şekilde:

Nevâ Hüseyni Acem Gerdaniye Muhayyer Sünbüle Tiz Çargâh Tiz Nevâ

ٮ^{2} ﺣ ٮ ٮ^{2} ﺣ ٮ^{2} ﺣ ٮ ٮ^{2} ﺣ ٮ^{2} ﺣ

bulunur ki bu da istenilen diziden ibarettir (Ek 6, s.29). Müellif nihâvend gamının birinci perdesine nazaran titreşim sayılarını gösteren rakamlar dizisini aşağıdaki şekilde göstemiştir:

Rast Dügâh Nihavend Çargâh Neva Beyâti Acem Gerdaniye

1 9/8 32/27 4/3 3/2 128/81 16/9 **2**

حب^2 ب حب^2 حب^2 ب حب^2 حب^2

olmakla beyâti perdesi $\frac{2187}{2041}$ ile darb olunur ise oluşan:

$$\frac{121}{81} X \frac{2107}{2048} = \frac{17}{16}$$

hüseynî perdesinin nevâ perdesine oranı:

$$\frac{27}{16} \div \frac{3}{2} = \frac{9}{8} \text{ tanini aralığı}$$

ve acem perdesinin buna oranı ise:

$$\frac{16}{9} \div \frac{27}{16} = \frac{256}{243} \text{ tam bakiye aralığı}$$

‘ndan ibâret bulunur (Ek 6, s.29).

Nihâvend dizisi çargâh perdesinden itibaren yürütülecek olursa;

Çargah Neva Beyati Acem Gerdaniye Muhayyer Sünbüle Tiz Çargâh

حب^2 ب حب^2 حب^2 حب^2 ب حب^2

yazmamak ve aksine mâhur perdesini bemollemek ($\frac{2048}{2187}$ oranında indirmek), eski tabirle mâhuru şehnaza kadar indirmek gerekir (Ek 6, s.30). Bu hâlde

Çargah Neva Beyati Acem Gerdaniye Şehnaz Sünbüle Tiz Çargâh

حب^2 ب حب^2 حب^2 حب^2 ب حب^2

bulunur ki bu da istenilen diziden ibârettir (Ek 6, s.30).

Müellif bir de ikiden çok ses aralığı olan makamların dizilerini incelemek için örnek olarak hicaz dizisini almış ve aşağıdaki şekilde açıklamıştır (Ek 6, s.30):

Dügâh	Uzzâl	Hicâz	Nevâ	Hüseyni	Acem	Gerdaniye	Muhayyer
1	$\frac{2187}{2048}$	$\frac{8192}{6561}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{128}{81}$	$\frac{16}{9}$	**2**

ٮ ﺣ   ٮ2   ٮ ﺣ   ٮ ﺣ2   ٮ   ٮ ﺣ2   ٮ ﺣ2

ve hüseyni perdesinden itibaren bu diziyi yürütelim. Bu hâlde :

Hüseyni Acem Gerdâniye   Muhayyer   Tiz Uzzal   Tiz Hicâz   Tiz Nevâ   Tiz Hüseyni

ٮ   ٮ2 ﺣ   ٮ2 ﺣ   ٮ ﺣ   ٮ2   ٮ ﺣ   ٮ2 ﺣ

bulunur ki bu dizinin nağmeleri ile hicaz dizisinin nağmeleri arasında büyük fark vardır. Çünkü sonuncu ses aralığından başkasının yerleri değiştirilmiştir. Hakikatte ilk olarak ikinci acem perdesini, (eksik bakiye aralığı) kadar yükseltmek, ikinci olarak üçüncü gerdâniye perdesini ٮ (tam bakiye aralığı) oranında tizleştirmek, üçüncü olarak bu sûretle dördüncü muhayyer perdesi yerine gelmiş olacağından dolayı beşinci tiz uzzâl[27] perdesini ٮ kadar yükseltmek dördüncü olarak altıncı tiz hicâz perdesini de ٮ kadar indirmek gerekir (Ek 6, s.30). Böyle gayet karışık yapılan şeyler özel bir cetvele müracaatla mümkün olur ki onun da neticesi şundan ibârettir:

Hüseyni   ?[28]   Şehnaz   Muhayyer   Tiz Segâh   Tiz Çargâh   Tiz Nevâ   Tiz Hüseyni

ٮ ﺣ   ٮ2   ٮ ﺣ   ٮ2 ﺣ   ٮ   ٮ2 ﺣ   ٮ2 ﺣ

Bu açıklamalardan anlaşılacağı üzere bir gam ne kadar az ses aralığını içerirse diyez ve bemol kuralları da o kadar basit olur (Ek 6, s.31). Avrupalılar armoni gamını kolayca diyezlemek ve bemole etmek için majör ton ve minör tonu birbirine denk sayarak bu gamdaki ses aralıklarını ikiye düşürmüşlerdir. Çünkü diyezlemek ve bemole etmek için en çok düzene tâbi olan gamlar “iki sesli” (Diatonique) gamlardır ki Pisagor gamı veya bizdeki acemaşiran dizisi ile ısfahân, nihâvend, mâhur dizisi bunlardandır (Ek 6, s.31). Diğer ikiden çok ses aralığı içerenler için her perdenin kaç tam bakiye aralığı ve eksik bakiye aralığı arttırma veya azaltma lazım geleceğini bilgi edinme yoluyla tayîn eylemek gerekir. İşte bundan dolayı bu bahsin başlangıcında doğu mûsıkîsinde esâs olan aralık, bakiye aralığıdır denilmiştir (Ek 6, s.31).

---

[27]Müellif bu perdenin isminin olmadığı veyâhud mûsıkîşinâslarca birbirine uymayan farklı isimler bulunduğu için burada bu şekilde gösterdiğini belirtmiştir.

[28]? Müellif acem ile evc arasında ve evcden bir eksik bakiye kadar aşağı bir yere tesâdüf eder ise de orada böyle bir perde belli değildir demiştir.

Bununla birlikte bu usûl ile dahî bir şarkıyı her istenilen perdeden başlayarak çalmak mümkün değildir. Meselâ yukarıdaki hicâz makamının dizisini hüseyniden başlamak gerekse eski tabirle dügâh perdesi hüseyni farzedilse, uzzâl perdesinin karşılığı bulunamaz(Ek 6, s.31).Yine her makâm için ayrı bir gam olmasından dolayıdır ki meselâ mandalsız kanunun telleri uşşak makamına göre akord edildiği halde bununla diğer bir makâmdan ve örneğin acem aşirandan bir şey çalınamaz. Özetle gamların çoğalması ve çeşitlenmesi doğu mûsıkîsi için büyük bir sakıncadır diyen müellif bunun düzeltilmesinin ise mûsıkîşinaslara ait bir vazife olduğunu söylemiştir (Ek 6, s.31).

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM: MEBHÂS-I SAVT'IN ÇEVİRİ METNİ

İfâde-i Merâm

Bu kitap, İstanbul Darülfünûn-u Riyâziyyât şu'besinde tedrîs etmekte olduğum Hikmet-i Tabîiyye-i Umûmiyye'den sadece Mebhâs-ı Savt' ın hulâsasıdır. Bu mebhâsda, ecsâm-ı sulbe ve seyyâlenin kavânîn-i hareket ve muvâzeneti hareket-i ihtizâziyye denilen harekât-ı sagîreye tatbîk edilmiş ve tahlîl-i riyâzî de âncak lüzûmu derecesinde isti'mâl olunmuştur. Binaenaleyh bu kitabı, temevvücât-ı nazariyyesini ta'mîk ve buna dâir elsine-i ecnebiyye üzere yazılmış olan ümmehât-ı kütübü tedkîk etmek isteyen gençlerimize, bir medhal olmak üzere, tavsiye ederim.

Muhteviyyâtına gelince o da bir mukaddime ile dört bâba taksîm edilmiştir: Birinci bâbda hareket-i ihtizâziyyenin intişâr ve in'ikâsı , ikinci bâbda harekât-ı ihtizâziyyenin tedâhülü tedkîk olunmuş; üçüncü bâbda enâbib-i mutasavvıta, dördüncü bâbda evtâr ve safihât-ı mühtezze nazariyyâtına girişilmiştir. Burada mevcut olmaması lazım gelen bir bahis var ise o da esvât-ı mûsikiyyenin nazariyye-i hikemiyyesidir. Fakat bu nazariyye henüz bizde lâyıkıyla anlaşılmadığı ve garb, şark mûsikîsi mebâhisi de ara sıra teceddüd eylediği cihetle mukaddemede buna dâir ba'zı mürettebe kat 'i ve sarîh ma'lumât i'tâsına mecbûr oldum.

Salih Zeki

MEBHÂS-I SAVT

İşte (ellerini şiddetlice birbirine çarparak) bir sadâ ! Bu noktada münâkaşa olmaz; bu sadâ mıdır, değil midir? Bunu kimse sormaz. Bu bir sadâdır, eğer işitir iseniz. Eğer işitmez iseniz… Sizin için sadâ değildir.

Lord Kelvin

(3 teşrini evvel sene 1883-Birmingham)

FİHRİST

Sâhife

İfâde-i Merâm 2

Mukaddime -Esvât-ı Mûsikiyye 5

Savt: Şiddet, irtifa‘, tınnet, fâsıla-i mûsikiyye _ melodi_ armoni _ garb mûsikîsi _ fâsılât-ı mülâyime ve gayrı mülâyime _ gam majör veya Batlamyus gamı, fâsılat-ı lahniyyesi _ gam minör, fâsılat-ı lahniyyesi _ Pisagor gamı:diyez, bemol _ usûlü muhtelife, mu‘tedil gam _ âhenk, âheng-i tâm-ı kebîr, âheng-i tâm-ı sagîr _ Pisagor gamının armoni nokta-i nazarından mahzûru, tabîî gam _ esvât-ı müellefe, şark mûsıkîsi: eb‘ad-ı lahniyyesi _ mıstar, mıstarların taaddüd ve tenevvü‘ü _ bu tenevvü‘ün mahzûru _ makâmât.

Bâb-ı Evvel_ Hareket-i İhtizâziyenin İntişâr ve İn‘ikâsı: 32

Hareket-i ihtizâziyenin muâdele-i tefâzuliyesi _ muâdele-i tefâzuliyyenin itmâmı_hareket-i ihtizâziyenin devri, safhası _ tenbih _ hareket-i ihtizâziyenin şiddeti, ihtizâzâtı tûlaniye ve arzâniyye: İhtizazât-ı tûlâniyenin üstüvânî bir vâsıta-i elestikiye derûnunda intişârı _ hâdise-i intişârın muâdele-i tefâzuliyesi _ muâdele-i tefâzuliyenin itmâmı _ hareket-i temevvüciye, mevc-i munkabız, mevc-i münbasit, _ tûl-i mevc, tûl-i mevc ile devr-i ihtizâz beynindeki münâsebet _ ihtizâzâtı tûlaniyenin bir üstüvâne-i gayr-ı mahdûde dâhilinde intişârı, ihtizâzât-ı arzâniye, savtın sür’at-i intişârı _ gazlarda sür‘at-i intişâr-ı savt _ Newton nazariyesi _ mâyiâtda sür‘at-i savt, sulblerde sür‘at-i savt _ tenbih.

Bâb-ı Sâni_Harekât-ı İhtizâziyyenin Tedâhülü 71

‘Aynı devre tâbi iki hareket-i ihtizâziyenin terkîbi _ tahkîkât-ı tecrübiye, harekât-ı ihtizâziyenin terkîbi için Ferenli kâidesi, muhtelifü’d-devr iki hareket-i ihtizâziyenin terkîbi _ Darban hâdisesi ve îzâhı _ esvâtın irtifâ‘-ı mutlaklarının ta‘yîni _ esvât-ı muhassala _ esvât-ı muhassalanın armoniye tatbikî _ iki hareket-i ihtizâziyye-i kâ'imenin terkîbî _ hâlât-ı husûsiyeye tatbikî _ Leysajonun usul tahkikî.

Bâb-ı Sâlis _ Enâbib-i Mutasavvıta 95

Sadâ boruları - Bernolli nazariyyesi: Kapalı sadâ boruları, kavânîni, ukde ve batın noktaları _ açık sadâ boruları, kavânîni; ukde ve batın noktaları _ nazariyye-i mezkûrenin tedâhül-ü esvât-ı nazariyyesiyle îzâhı _ bir tarafı kapalı üstüvâne-i mahdûdede tedâhül-ü esvât _ tahkikât-ı tecrübiye _ tecrübe ile nazariyye meyânındaki tehâlüf _ Postun nazariyyesi _ Hopkins ve (Ket) in ta'dîlâtı _ miktâr-ı sâbitin ta'yîni _ tenbih _ sür'at-i savtın borular vasıtasıyla ta'yîni.

Bâb-ı Râbi' _ Evtâr-ı Mühtezze: 128

Telli alât-ı savtiyye _ Evtâr-ı mühtezze _ Evtârın ihtizâzat-ı arzâniyesi ve muâdele-i tefâzuliyesi _ muâdele-i tefâzuliyenin itmâmı _ Hâlât-ı hususiye _ Forye da'vâsı _ Taylor düstûru _ Evtâr-ı mühtezze kânunları _ Sür ' at-i ibtidâiyesiz tebdîl-i mevzi' _ Bir misale tatbîkî _ Tenbih _ Yong kânunu _ Kad'ib çubukları _ İhtizâzat-ı tûlaniyyesi _ Evtârın İhtizâzat-ı tûlanîyyesi çubukların ihtizâzat-ı arzâniyesi ve muâdele-i tefâzuliyesi _ Bu muâdeleye tevâfuk eden hareket-i raksiye _ Birinci hâl: Çubuğun her iki ucunun serbest bırakılması _ İkinci hâl: Çubuğun uçlarının sâbit kalması _ Üçüncü hâl: Çubuğun bir ucunun serbest ve bir ucunun sâbit olması _ Dördüncü hâl: Bir ucunun serbest ve diğerinin istinâd ettirilmesi _ Beşinci hâl: Bir ucunun sâbit ve diğerinin istinâd ettirilmesi _ Altıncı hâl: İki ucun birden istinâd ettirilmesi _ Zarların ihtizâzı _ Levhaların ihtizâzı.

HATA VE SEVAP CETVELİ

Sahife Numarası	Satır	Hata	Sevap
8	12	ihtizâz	ihtizâzlar
16	4	mezkûreyi	mezkûri
16	Son		bulunur.
17	5	$\frac{2040}{2187}$	$\frac{2048}{2187}$
19	4	2- s^{12}	$2=s^{12}$
31	11	nâkası	nâkas
37	26	$\frac{2\pi m}{\text{ḳ}}$	$\frac{2\pi m}{\text{n}}$
39	3	tem	temâm
39	10-12	$\text{ş} = \frac{\text{bmă bhb}\ \text{ما}\text{ض}}{2\ \text{n}}$	$\text{ş} = \frac{\text{bm}\tilde{\text{ă}}\text{B}^2\ \text{ما}\text{ض}}{2\ \text{n}}$
		$\text{ş} = \frac{1}{2\pi}\ \text{bmă ḳ} \ldots.$	$\text{ş} = \frac{1}{2\pi}\ \text{bmă ḳ}^2 \ldots$
		$\frac{1-\text{bḥb}\ 4\ \text{ḥ}\left(\frac{\text{ض}}{\text{n}}-\text{ḥ}\right)}{2}$	$\frac{1-\text{bḥb}\ 4-\left(\frac{\text{ض}}{\text{n}}-\text{ḥ}\right)}{2}\text{ض}\text{ما}$
42	5	k ḳ′L′ L	k k k′ k′
43	5	$\text{h}\ \frac{\text{ما}^2\ \text{s}}{\text{ما}\ \text{ş}^2}$	$\text{h}\ \frac{\text{ما}^2\ \text{ş}}{\text{ما}\ \text{s}^2}$
43	7	$\text{b}^2\ \frac{\text{ما}^2\ \text{s}}{\text{ما}\ \text{ş}^2}$	$\text{b}^2\ \frac{\text{ما}^2\ \text{ş}}{\text{ما}\ \text{s}^2}$

48	son	24	61
61	10	$\sqrt{\frac{\text{ḳ}r}{}}$	$\sqrt{\frac{\text{ḳ}r}{g}}$
61	12	32	31
66	23	ebet	ibtidâ
68	12	kıymetleri	kıymetler
68	18	mebde ne	mebde’ne
69	1	ḥ	ḥ
makta‘na 69	10	$-\frac{\text{ما}_{\text{ṣ}}}{\text{ما}\,\text{ض}}$	$-\frac{\text{ما}_{\text{ṣ}}}{\text{ما}_{g}}$
71	8	mündericâtı	mündericâtı da
71	11	$\text{ḳ}_1\ \text{ḥ}b\ 2\ \times$	$\text{ḳ}_1\ \text{ḥ}b\ 2\pi$
71	15	$\text{ḳ}_2\ \text{ḥ}b\ 2\ \times$	$\text{ḳ}_2\ \text{ḥ}b\ 2\pi$
71	15	m , ḿ	m , ḿ gibi
75	2	$2\,\text{ḥ} + \frac{L}{2}$	$2\,\text{ḥ} + \frac{L}{3}$
79	22	$\frac{\text{ض}}{}$	$\frac{\text{ض}}{n'}$
80	1	$\frac{\text{ض}}{n}$	$\frac{\text{ض}}{n'}$
82	23	münâsib	münâsebet
83	1	aded	m aded
83	4	d le_1	le_2
84	13	mürekkebler	savt-ı mürekkebleri
84	14	nâmı	nâmını
85	11	muhassalası	muhassala
85	13	43	4
85	22	edilir.	edilir ve
86	10	44	45

91	(şekil 15) de ṭ harfini hâvi hassın diğer ucuna ṭ' vaz ‘ edilecektir		
93	15	yaklaşmasından	yaklaşmasından hâsılolmuştur
94	1	$\frac{1}{n''}$	$\frac{1}{n}$
96	12	sükût	sükûn
98	5	$\frac{\text{جا}\ ṣ}{\text{جا}\ z}$	$-\frac{\text{جا}\ ṣ}{\text{جا}\ z}$
101	10	kalması	kalmasını
102	11	(=	= (
103	4	fâsıla	fâsılası
105	6	$\frac{5\ ṭ}{2\ ḥ+2}$	$\frac{5\ ṭ}{2\ ḥ+1}$
105	13	bunda	bunda da
107	12	$\frac{\text{جا}\ ṣ}{\text{جا}\ z}$	$B = \frac{\text{جا}\ ṣ}{\text{جا}\ z}$
111	6	aded,	aded
113	1	$\frac{k}{ḥ}$ ṭ	$\frac{r}{ḥ}$ ṭ
113	2	ḳ	r
113	21	tûlunda	tûlda
115	12	$(\frac{\text{ه}}{n}\ \ \frac{ṭ}{l})$	$(\frac{\text{ه}}{n} - \frac{ṭ}{l})$
116	12	= 2 ḥ + 1	= (2 ḥ + 1) π
118	12	tecrübeye	tecrübeye?
118	15	mevcinin	mevcin

118	15	kalı	kapalı
118	24	kaba rest	kaba rast
119	5	hevâi	hevâiyye
119	6	olmasıdır ki burada	olmasındandır ki bu da
121	nota	G.	J.
122	13	bḥb 2 ḥ (ḥ″ − ḥ ′)	bḥb 2 π (ḥ″ − ḥ ′)
123	12	müsâvidir	müsâvi bulunur
125	1	mecmu ‘nu	mecmu ‘u
127	3	mûmâileyh	mûmâileyhe
128	20	61	62
134	11	te’lîki	te’lîfi
144	20	decehedü	derecede
144	17	kâbil-i inhâ	kâbil-i inhinâ
145	10	ihtizâzatın	ihtizâzâtın
147	16	asl	ıslah
148	3	çuyuğun	çubuğun
149	8	$\left(\frac{hLb}{d} \right)$	$\frac{hLb}{r}$
194	nota	d	r
160	2	Cleboch	Clebseh
160	14	yelpazesiye	yelpazesine
160	15	lodifon	odifon

MUKADDİME

Esvât-ı Mûsikiyye

Savt: Şiddet, İrtifâ‘ , Tınnet _ Fâsıla-i mûsikiyye _ Melodi, Armoni _ Garb mûsikîsi: Fasılât-ı mülâyime ve gayrı mülâyime _ Gam majör veya Batlamyus gamı _ Fâsılat-ı lahniyyesi _ Gam minör, Fâsılat-ı lahniyyesi _ Pisagor gamı: Diyez, bemol _ usûl-ü muhtelife _ Mu ‘tedil gam _ Âhenk _ Âheng-i tâm-ı kebîr _ Âheng-i tâm-ı sagîr _ Pisagor gamının armoni nokta-i nazarından mahzûru _ Tabîî gam _ Esvât-ı müellefe.. _ Şark mûsıkîsi: Eb‘âd-ı lahniyye _ Mıstar _ Mıstarların taaddüd ve tenevvü‘ ü _ bu tenevvü‘ ün mahzûru _ Makâmat.

1) Savt: _ Hikmet-i tabîiyye nokta-i nazarından savt, bir cisimde vuku‘a getirilen ve kulağa kadar intikâl eden bir hareket-i ihtizâziyyedir. Fi’l-hakîka her cism-i mutasavvıt bir hareket-i ihtizâziyyeye mukarrerdir; ancak bu hareket-i ihtizâziyyenin cism-i mutasavvıttan kulağa intikâli için ara yerde bir vâsıta-i maddiye-i elastikiyyenin vücûdu lâzımdır. Aksi takdirde hâsıl olan savtın istimâ‘ı mümkün değildir. İşte ecrâm-ı semâviyye ile küre-i arz meyânını tefrîk eden saha-i fesîhe bu gibi bir vâsıta-i maddiyeden ârî bulunmasına mebnîdir ki ecrâm-ı semaviyye bizim için dâimâ âlem-i semt ve sükût içindedir.

Hareket-i ihtizâziyye , bir cismin eczâ-yı ferdiyyesinin muvâzenet vazi‘yyetleri etrafında pek cüz’ i fakat yekdîğerine müsâvi, fâsılalar ile icrâ eyledikleri harekât-ı raksiyyeden başka bir şey değildir. Binâberîn rakkasda olduğu gibi her bir hareket-i ihtizâziyye, bir hareket-i mebsûta ve bir de hareket-i ma‘kûseden terekküb eder ; bu iki hareketin hey’et-i mecmuâsı da “ihtizâz-ı tâm” denilen şey’i teşkil eyler.

Hareket-i ihtizâziyye, vüs‘at, müddet, muharrik gibi üç cihetden nâmütenâhi sûretde tenevvü‘ edebilirr. Hareket-i ihtizâziyye’nin bu üç sûret-i tenevvü‘ü savtda üç keyfiyyete tevâfuk eder ki onlar da < şiddet>, <irtifa‘> veya <perde> ve <tınnet> dir: Herkes bilirki bir cism-i mutasavvıtdan tebâüd veya o cism-i mutasavvıta takarrüb edildikçe hissolunan savtda hiffet veya cehâret kesb eder. İşte bir savtın son derecede işitilebileceği mesafeyi tahdîd eden şu keyfiyyete <şiddet-i savt> nâmı verilir.

6. Sayfa

Şiddet-i savt kulağa vâsıl olan hareket-i ihtizaziyyenin kuvve-i zindesi veya ta'biri sahîhi ile <kudret-i harekiyye>si ile mütenâsibdir. Mamâfih iki savtın kudret-i harekiyyelerinin müsâvâtı halinde dahî kulağın derece-i hassasiyeti bunların irtifâ' ları ile tahavvül eder. Bir savtın irtifa' ı, tiz veya pest olmasını intâc eden keyfiyyetidir. Bir savtı diğer savttan tefrîk eden bu keyfiyyet, cism-i mutasavvıtın bir müddet-i muayyene ve mesela bir saniye zarfında icra eylediği ihtizâzâtın 'adedine tâbi'dir. İşte hikmet-i tabî'iyyede ecsâm-ı mutasavvıtanın sâniye-i vâhidede icrâ eyledikleri ihtizâzâtın adedini takdire görülen lüzûm bundan mütevelliddir. Mamâfih 'aynı şiddet ve 'aynı perdeden, fakat muhtelif âlat-ı mûsıkîyyeden çıkan esvatda da kulak bir fark hisseder ki bu farkı tevlîd eden şey <tınnet> denilen keyfiyettir. Tınnet, ihtizâzâtın eşkâl-i muhtelife üzere vuku'a gelmesinden ve daha doğrusu devirleri muhtelif birkaç hareket-i ihtizâziyyenin yekdiğerine inzimâm eylemesinden neş'et eder.[29]

Kulağa vâsıl olan hareket-i ihtizâziyye mutlaka bir hiss-i tasavvut hâsıl etmez. Çünkü bir savtın kulak vasıtasıyla istimâ'ı için o savtın ne fevkal'âde pest ne de tiz olmaması lazımdır. Tecârib-i âhireye nazaran sâniyede 16 ihtizâz-ı tâmdan husûle gelen bir savt kabil-i istimâ' olan esvâtın gâye-i süflâsı olduğu gibi sâniyede 38000 ihtizâzât-ı tâmdan husûle gelen bir savt da <esvât-ı mahsûsanın> gaye-i ulyâsını teşkîl eder.

2) Fâsılâ-i Mûsikiyye: Kulak vasıtasıyla hissolunabilen esvat mahdûd olmakla beraber kâffesi mûsıkîde müsta'mel değildir. Fi'l-hakîka alel'âde mûsıkîde isti'mâl olunan esvat, aded-i ihtizâzları saniyede 30 ile 4000 arasında bulunanlardır. Bundan başka akvâm-ı mâziye ve milel-i hâzıranın kâffesinin terennümât ve taganniyâtında müsta'mel olan esvat, bir silsile-i mütemâdiyye teşkîl etmez. Bilakis esvat-ı müsta'mile bu silsilede vâki, beyinleri birer fâsıla-i muayyene ile tefrîk kılınmış bazı hadlerden ibâretdir. Esvât-ı musıkîyyenin en pestinden en tizine varıncaya kadar böyle derece derece terakki etmesi, mûsıkînin şerâit-i esâsiyesinden biri ve belki birincisidir.

Ale'l-umûm bir savt saniye-i vâhidedeki adet-i ihitzâzıyla takdîr edilir; bu halde iki savt beynindeki <fâsıla>nın da bunların adet-i ihtizâzları beynindeki nisbet ile ifâde edilmesi

[29] Bu bâbda Karine Helmoc'un <Mûsikînin Nazariyye-i Fizyolojiyyesi> nâmındaki eserinin mütalâasını tavsiye ederim.

7.Sayfa

lazım gelir. Ancak bu iki savttan tiz olanı pest olanına nisbet olunması kâide ittihâz edilmiştir. Mûsikîde isti‘mâl edilen ve bundan dolayı <fâsıla-i mûsikiyye>denilen fâsılalar iki nokta-i nazardan intihâb olunur: Bu nokta-i nazarların biri, iki savtın yekdiğerine teakubu keyfiyyetinin kulağa hoş gelmesi diğeri, iki ve daha ziyâde savtın bir anda husûlü halinde hey’et-i mecmûasının yine kulakta hüsn-i te’sir hâsıl eylemesidir. İşte bu iki sûret intihâb-ı musıkîde iki mühim san‘atın zuhûruna sebep olmuştur. Bu san‘atların birincisi ve en eskisi <melodi> dir ki esvâtın yekdiğerine teâkubu sûretiyle hâsıl olan <nagâmat> dan teşekkül eder. İkincisi <armoni> dir ki bu da iki veya daha ziyade savtın te’lîfi esâsına mebnîdir. Şark mûsikîsi münhasıran melodiden ibaret; halbuki garb mûsıkîsi melodi ile beraber armoni san’at-ı nefîsesinden mürekkebdir. Burada evvel-emirde garb mûsıkîsi’nden badehû bahis şark mûsıkîsine intikal ettirilecektir.

3) Fâsıla-i mülâyime, Fâsıla-i gayr-ı mülâyime: Bi’t-tecrübe müsbettir ki gerek melodi gerek armoni için olsun, kulak daima aded-i ihtizâzları beynindeki nisbet mümkün mertebe basit olan esvâtı intihâb eder. İki savt beynindeki nisbet ne derece basit olur ise bunların yekdiğerine teâkubu veya yekdiğeriyle terkîbi kulağa o derece mülâyim ve ne kadar müşevveş bulunur ise o kadar da kulağa münâfer gelir. İşte niseb-i basîtenin birincisi 1/1’dir ki bu fâsılaya “hâdîye” (Unisson) namı verilmiştir. Bundan sonra 2/1 nisbeti gelir ki buna da “sâmine” (Octave) denilmiştir.

Hâdiye ile sâmine meyânında ta‘bîr-i âharla aded-i ihtizâzları yekdiğerine müsâvi olan iki savt ile aded-i ihtizâzları birbirinin za‘fı bulunan iki savt arasında, gerek melodi gerek armoni nokta-i nazarından, kulağa hoş gelen fâsıla-i mûsıkîyyeler bervech-i âtidir:

$\frac{1}{1}$ Hâdiye (Unisson)

$\frac{5}{4}$ Salise-i kübrâ (Tierce majeure)

$\frac{6}{5}$ Sâlise-i sugrâ (Tierce mineure)

$\frac{4}{3}$ Râbia (Quatre)

$\frac{3}{2}$ Hâmise (Quinte)

$\frac{5}{3}$ Sâdise-i kübrâ (Sixte majeure)

$\frac{8}{5}$ Sâdise-i sugrâ (Sixte mineure)

$\frac{2}{1}$ Sâmine (Octave)

Bu fâsılalar meyânında en ziyâde sem'e mülâyim gelen hâdiye ve bundan sonra sırasıyla sâmine, hâmise, râbia, salise-i kübrâ, sadise-i kübrâ. Sâlise-i sugrâ, sâdise-i sugrâdır.

8.sayfa

Garb mûsikîsinde hâdiye ile sâmine meyânında sâli'z-zikr fâsıla-i mülâyimelerden başka bervech-i âti <fâsılat-ı münâfere> de isti'mâl olunur:

$\frac{9}{8}$ Sâniye-i kübrâ (Seconde majeure)

$\frac{10}{9}$ Sâniye-i sugrâ (Seconde mineure)

$\frac{16}{15}$ Nısf-ı sâniye-i kübrâ (Demi-Seconde majör)

$\frac{15}{8}$ Sâbia-i kübrâ (Septiéme majeure)

$\frac{9}{5}$ Sâbia-i sugrâ (Septiéme mineure)

Fâsılat-ı mülâyime ile fâsılat-ı münâfere veya gayr-ı mülâyimeyi teşkil eden küsûrât meyânında 7 adedini hâvi nisbetleri fıkdânı görülür ki bu fıkdân, bir sâminenin muhteviyâtına 7 adedinin idhâl edilememesinden neş'et eder.

Mûsıkîde fâsıla-i münâferelerin vücuduna bir lüzum var ise o da fasılâ-i mülayimeler ile bir zıddiyet teşkîl etmesi ve bunların daha lezzetle istima' ına bir zemîn tehyie eylemesidir. Bunun içindir ki garb mûsikîsinde bu nev'i fâsılaların isti'mâli günden güne taammüm etmektedir.

Bir sâmine dâhilinde, ta‘bîri diğerle aded-i ihtizâz yekdiğerinin za‘fı olan iki savt meyânında, bulunan silsile-i esvat-ı mûsikiyyeye “gam” (Gamme) ta‘bîr olunur. Bir gamı teşkîl eden yedi savtdan her birine de “nota” veya “perde” (Note) nâmı verilir.

4) Gam majör, ve Fâsılat-ı müteâkıbesi : Garb mûsıkîsinde isti‘mâl olunan ve “gam majör” (Gamme majeure) veya “Batlamyus gamı” (Gamme de Ptoléméé) nâmıyla ma‘rûf bulunan gamı teşkîl eden perdeler, en pest olanının aded-i ihtizâz-ı tâmmı vahid i‘tibâr edildiğine göre, bervech-i âti nisbetler ve isimler ile takdîr ve ifâde olunur:

Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do$_2$
$\frac{1}{1}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{2}{1}$

Bu nisbetlere atf-ı nazar-ı dikkat edilecek olur ise görülürki armoni gamı, sâlise-i kübrâ ($\frac{5}{4}$), râbia ($\frac{4}{3}$), hâmise ($\frac{3}{2}$) , fâsıla-i mülayimelerini hâvî olduğu gibi sâniye-i kübra ($\frac{9}{8}$), sabi‘a-i kübrâ ($\frac{10}{9}$) fâsıla-i gayri mülayimelerini de muhtevîdir. Bu gama ale’l-ıtlak bir râbia ile bir hâmiseden mürekkeb nazarıyla bakılabilir. Fi’l- hakîka

9. Sayfa

“sol” notası “savt-ı aslî” denilen “do” notasına nazaran bir hâmise kadar tiz olduğu gibi ikinci “do” notası da “fa” notasından bir hâmise kadar tizdir.

Armoni gamını teşkil eden perdelerin en pest olan “do” notasına nazaran fâsılaları alınacağı yerde yekdiğerine nisbeten fâsıla-i müteâkıbeleri taharri edilecek olur ise bervech-i âti nisbetlere tesadüf olunur:

Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do$_2$
$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$	

İşte bu sûretle istihsâl olunan üç nev‘i “fâsıla-i müteâkıbe”de $\frac{9}{8}$ fâsılasına “ton majör” (Ton majeur), $\frac{10}{9}$ fâsılasına “ton minör” (Ton mineur) ve $\frac{16}{15}$ fâsılasına “nısf ton majör” (Demi-Ton majeur) nâmı verilir.

İki fâsılanın mecmu‘u yani birbirini teâkubu, bu fâsılaları irâe eden nisbetler hâsıl-ı darbıyla ifâde olunmak icâb eder. Çünkü fâsılaların her biri zaten bir nisbet ve daha doğrusu iki aded-i ihtizâz beynindeki hâric-i kısmetten ibâret bulunduğundan birbirini müteâkıb üç savtdan üçüncüsü ile birincisi beynindeki nisbet, ikincisi ile birincisi ve üçüncüsü ile ikincisi beynindeki nisbetlerin hâsıl-ı darbına müsâvi olur. Bu halde

$$\frac{10}{9} = \frac{16}{15} \times \frac{25}{24}$$

sûretinde yazılabileceğine göre bir ton minör, bir nısf ton majör ile diğer $\frac{25}{24}$ lük bir fâsıla mecmu‘una müsâvi olmak lâzım gelir ki bu son fâsılaya “nısf ton minör” (Demi-Ton mineur) denilir. Nısf ton minör garb mûsıkîsi’nde isti‘mâl olunan fâsılaların en küçüğüdür.

Bi’l-mukâbele iki fâsılanın tefâzulu yani birbirine olan bu‘du da, bu fâsılaları irae eden nisbetlerin hâsıl-ı taksîmi ile gösterilmek iktizâ eder. Bu takdirce bir ton majör ile bir ton minör beynindeki fark:

$$\frac{9}{8} \div \frac{10}{9} = \frac{9}{8} \times \frac{9}{10} = \frac{81}{80}$$

gibi asgar bir miktâra müsâvi bulunur ki bu farkı kulak hemen fark eder etmez bir hâldedir. İşte bu farka <koma> (Comma) nâmı verilerek kâbil-i terk olunabilen fâsılaların haddül-gâyesi nazarıyla bakılır.

Sayfa 10

Armoni gamını teşkil eden perdelerin meyânlarındaki nisbet mümkün mertebe taharri edilecek olur ise bervech-i âti cetvele dest-res olunur.

Cetvel

Sâniye (Birinci)	**Sâlise (Üçlü Aralık)**
$\frac{do}{do} = \frac{9}{8}$	$\frac{mi}{do} = \frac{5}{4}$
$\frac{mi}{re} = \frac{10}{9} = \frac{9}{8} \times \frac{80}{81}$	$\frac{fa}{re} = \frac{32}{27} = \frac{6}{5} \times \frac{80}{81}$

$\frac{fa}{mi} = \frac{16}{15} = \frac{9}{8} \text{ X } \frac{80}{81} \text{ X } \frac{24}{25}$

$\frac{sol}{fa} = \frac{9}{8}$

$\frac{la}{sol} = \frac{10}{9}$

$\frac{si}{la} = \frac{9}{8}$

$\frac{do2}{si} = \frac{16}{15}$

$\frac{sol}{mi} = \frac{6}{5} = \frac{5}{4} \text{ X } \frac{24}{25}$

$\frac{la}{fa} = \frac{5}{4}$

$\frac{si}{sol} = \frac{5}{4}$

$\frac{do2}{la} = \frac{6}{5}$

$\frac{do2}{si} = \frac{6}{5}$

Râbia‘ (Dörtlü)

$\frac{fa}{do} = \frac{4}{3}$

$\frac{sol}{re} = \frac{4}{3}$

$\frac{la}{mi} = \frac{4}{3}$

$\frac{si}{fa} = \frac{45}{32} = \frac{4}{3} \text{ X } \frac{25}{24} \text{ X } \frac{81}{80}$

$\frac{do2}{sol} = \frac{4}{3}$

$\frac{do2}{la} = \frac{27}{20} = \frac{4}{3} \text{ X } \frac{81}{80}$

$\frac{mi2}{si} = \frac{4}{3}$

Hâmise (Beşli)

$\frac{sol}{do} = \frac{3}{2}$

$\frac{la}{re} = \frac{40}{27} = \frac{2}{3} \text{ X } \frac{81}{80}$

$\frac{si}{mi} = \frac{3}{2}$

$\frac{do2}{fa} = \frac{3}{2}$

$\frac{re2}{sol} = \frac{3}{2}$

$\frac{mi2}{la} = \frac{3}{2}$

$\frac{fa2}{si} = \frac{3}{2}$

Sâdise (Altılı)

$\frac{la}{do} = \frac{5}{3}$

$\frac{si}{re} = \frac{5}{3}$

$\frac{do2}{mi} = \frac{8}{5} = \frac{5}{3} \text{ X } \frac{24}{25}$

$\frac{re2}{fa} = \frac{5}{3}$

Sâbia (Yedinci)

$\frac{si}{do} = \frac{15}{8}$

$\frac{do2}{re} \text{ X } \frac{16}{9} = \frac{9}{5} \text{ X } \frac{80}{81}$

$\frac{re2}{mi} = \frac{9}{5} = \frac{10}{8} \text{ X } \frac{24}{25}$

$\frac{mi2}{fa} = \frac{10}{8}$

$\frac{mi2}{sol} = \frac{5}{3}$ $\frac{fa2}{sol} = \frac{16}{9}$

$\frac{fa2}{la} = \frac{8}{5}$ $\frac{sol2}{la} = \frac{9}{5}$

$\frac{sol2}{si} = \frac{8}{5}$ $\frac{la2}{si} = \frac{16}{9}$

Şimdi bu cetvelin muhteviyâtını tetkik edelim:

Sayfa 11

Evvela, sâniye fâsılasını yani bir perdenin mâ-kabline nisbeti, evvelce de görüldüğü üzere $\frac{9}{8}$, $\frac{10}{9}$, $\frac{16}{10}$ gibi üç muhtelif kıymeti hâizdir ki bu gamı diğer gamlardan tefrik eden başlıca fâsılalar da bunlardır.

Sâniyen, sâlise fâsılası üç nev‘dir: Birincisi $\frac{5}{4}$ dür ki <salise-i kübrâ>, ikincisi $\frac{6}{5}$ dir ki <sâlise-i sugrâ> nâmıyla ma‘rûftur. Üçüncüsü <fa> ile <re> arasında vakî‘ $\frac{32}{27} = \frac{6}{5}$ X $\frac{80}{81}$ fâsılasıdır ki sâlise-i sugrâdan bir koma kadar noksandır.

Salisen, râbia‘ fâsılası da üç nev‘dir: Birincisi $\frac{5}{4}$ dür ki asıl <râbia‘> fâsılasıdır; ikincisi $\frac{45}{32}$ dir ki bu da takrîben bir râbia‘ dan $\frac{25}{24}$ yani bir nısf-ı ton minör kadar yüksek olduğundan bir fâsıla-i münâfere teşkil eder. Bâki kalan $\frac{27}{20}$ fâsılası ise râbia‘dan yalnız bir koma kadar fazladır.

Rabiân, hâmise fâsılası ale’s-seviyye $\frac{3}{2}$ ise de yalnız <la> ile <re> arasında $\frac{40}{27}$ yani asıl hâmiseden bir koma kadar noksandır.

Hâmisen, sâdise fâsılası iki nev‘dir. Birincisi $\frac{5}{3}$ dür ki <sâdise-i kübrâ> dan ibaretdir; ikincisi bundan nısf ton minör kadar noksan olan $\frac{8}{5}$ yani <sâdise-i sugrâ> fâsılasıdır. Sâdisen, sabi‘a fâsılası üç kıymeti hâizdir: Birincisi $\frac{15}{8}$ dir ki <sâbi‘a-i kübra> nâmıyla ma‘rûfdur; ikincisi bundan bir nısf ton minör kadar noksan olan $\frac{9}{5}$ fâsılasıdır ki <sâbi‘a-i sugrâ> yı teşkil eder. Üçüncüsü $\frac{16}{9}$ dur ki bu da sabi‘a- i sugrâdan bir koma kadar noksandır.

5) Gam Minör , Fâsılat-ı müteâkıbesi:

Garb mûsikiyyunu bir ikinci gam daha isti‘mâl etmektedirler ki bunda sâlise-i kübra, sâdise-i kübrâ , sâbi‘a-i kübrâ fâsılaları sugrâlarıyla tebdîl edilmiş olduğundan <gam minör> (Gamme mineure) nâmıyla meşhûrdur. Bir gam minörü teşkîl eden perdelerin <do> savt-ı aslîsine nazaran fâsılaları:

Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{9}{5}$	2

Sayfa 12

olduğu gibi perdelerin fâsıla-i müteâkıbeleri de:

Do		Re		Mi		Fa		Sol		La		Si		Do_2
	$\frac{9}{8}$		$\frac{16}{15}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{16}{15}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{10}{9}$	

dan ibarettir.

Vâkıâ bu gamı teşkîl eden fâsıla-i müteâkıbeler gam majörü terkib eden fâsıla-i müteâkıbelerden başka bir şey değil ise de tertîbleri itibariyle yekdiğerinden farklıdırlar. Şöyleki: Ton majör t (ط), ton minör t ′ (ط’) ve nısf ton majör t ½ (ط½) ile gösterilir ise gam majör ile gam minör beynindeki fark bervech-i âti irâe edilebilir:

	Do		Re		Mi		Fa		Sol		La		Si		Do_2
Gam majör :		t		t ′		$t_{1/2}$		t		t ′		t		$t_{1/2}$	
Gam minör :		t		$t_{1/2}$		t ′		t		$t_{1/2}$		t		t ′	

6) Pisagor gamı, fâsılât-ı müteâkıbesi:

Avrupa’ da bazı esâtize-i mûsikî meyanında müsta‘mel bir gam daha vardır ki bilhassa <Pisagor gamı> (Gamme de Pythagore) nâmıyla yâd edilir. Bu gamın perdelerini ta‘yine hizmet eden nisbetler:

Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do_2
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{243}{128}$	**2**

veyâhud

Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do2
1	$\frac{3^2}{2^3}$	$\frac{3^4}{2^6}$	$\frac{2^2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3^3}{2^4}$	$\frac{3^5}{2^7}$	**2**

den ibâret ve hey’et-i umûmiyyesi hâmise fâsılası üzerine mürettebdir. Fi’l-hakîka Pisagor gamını teşkil eden herbir notanın kıymeti $\frac{3}{2}$ ile darb olunur ise o notaya nazaran beşinci olan notanın kıymeti istihsâl olunur. Şöyle ki:

Do X Hâmise = Sol

$$\frac{1}{1} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

Mi X Hâmise = Si

$$\frac{81}{64} \times \frac{3}{2} = \frac{423}{281}$$

Re X Hâmise = La

$$\frac{9}{8} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{16}$$

Fa X Hâmise =Do2

$$\frac{4}{3} \times \frac{3}{2} = \mathbf{2}$$

Sayfa 13

olur. Vâkıâ bu hâssa bazı telli sazların kolaylıkla akorde edilmesini intâc eder ise de, ileride görüleceği üzere, <armoni> san’atı nokta-i nazarından pek büyük bir mahzurı dâî‘dir.[30]

Mâmafih Fransa erbâb-ı hikmet-i tabîiyyesinden Kornu (Cornu) ve Merkadiye (Merkadier) nin icrâ eyledikleri tecâribe nazaran melodiye en muvâfık gelen gam Pisagor gamıdır. Hatta keman ile bir melodi çalındığı halde bunu çalan kimse haberi olmaksızın, Pisagor gamının perde ve fâsılalarını isti‘mâl eylediğini mûmâ-ileyhümâ bittecrübe isbata

[30]Bu gam kadîm Yunânilerin musikisinde müsta‘mel olan gamdır. Acaba Yunanlılar, başlıca alet-i mûsîkiyyeleri olan <Lira> (Lyre) yı kolaylıkla akorde etmeğe yardım ettiği için mi bu gamı intihab etmişler! Yoksa Pisagor Mısır kehenesinden kendisine mevrûs olan <Âheng-i erkam> sevdasına mı kapılmıştır! Burası bilinememektedir. Fakat Pisagor gamının menşe’i her ne olur ise olsun, bu gam zâhiren ne kadar basit ise o derece karışık fâsılaları muhtevîdir.

muvaffak olmuşlardır. Binâenaleyh Pisagor gamına <melodi gamı> denilse bi-hakkın yeri vardır.

Pisagor gamının fâsılat-ı müteâkıbesine gelince o da bervech-i âtidir:

Do		Re		Mi		Fa		Sol		La		Si		Do_2
	$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{256}{243}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{256}{243}$	

Bu gamın tonu, armoni gamının ton majörüne müsâvi ise de nısf tonu diğerinin nısf tonundan bir koma kadar noksan ve fakat daha karışıktır; fi’l- hakîka:

$$\frac{256}{243} \text{ X } \frac{81}{80} = \frac{256}{243} = \frac{16}{15}$$

bulunur. Ancak bunda şâyân-ı dikkat bir şey var ise o da tonlar ile nısf tonların armoni gamındaki tertîb üzere bulunmasıdır; ta‘bir-i aharla Pisagor gamının fâsılat-ı müteâkıbesinin

Do		Re		Mi		Fa		Sol		La		Si		Do_2
	t		t		$t_{1/2}$		t		t		t		$t_{1/2}$	

silsilesini ta‘kîb etmesidir. Pisagor gamının fâsılaları mümkün olduğu mertebe taharri edilecek olsa bervech-i âti cetvele dest-res olunur:

Sâniye	Sâlise	Râbia‘	Hâmise	Sâdise	Sâbia‘	Sâmine	
$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{243}{128}$		2
$\frac{256}{243}$	$\frac{32}{27}$	$\frac{128}{81}$	$\frac{1024}{729}$	$\frac{759}{512}$	$\frac{16}{9}$		

bu cetvelden istidlâl olunurki:

Evvela sâniye fâsılası armoni gamının sâniye-i kübrâsına müsâvi, ve fakat nısf sâniyesi olan $\frac{256}{243}$ fâsılası ile asıl sâniye fâsılası meyanındaki fark:

$$\frac{9}{8} \div \frac{256}{243} = \frac{9}{8} \text{ X } \frac{243}{256} = \frac{2187}{2048}$$

den ibaretdir ki buna bilhassa <apatom> (Apatome) ve $\frac{256}{243}$ fâsılasına da <lima> (Limma) nâmı verilmiştir. Bir <apotom> ile bir <lima> beynindeki farka gelince o da:

$$\frac{2187}{2048} \div \frac{206}{243} = \frac{531441}{524288}$$

miktarına müsâvidir ki buna da bir <Pisagor koması> (Comma de Pythagore) denilir. İşte bu gamda mevcut olan icabı halinde terk olunabilen en küçük fâsıla budur.

Sâniyen, sâlise-i kübrâ makâmında bulunan $\frac{81}{64}$ fâsılası armoni gamının sâlise-i kübrâsından âdî bir koma kadar fazla ve bil-akis sâlise-i sugrâ makamında olan $\frac{32}{27}$ nisbeti diğer gamın sâlise-i sugrâsından yine bir koma kadar noksandır.

Sâlisen râbia‘ fâsılasının bir kıymeti armoni gamındaki râbia‘ fâsılasının asıl kıymetinin aynı ise de diğeri bundan da:

$$\frac{759}{512} \div \frac{4}{3} = \frac{2187}{2048}$$

yani bir apotom kadar büyüktür ki burası hakîkaten câlib-i nazar-ı dikkattir .

Râbian, hâmise fâsılasının bir kıymeti her iki gamda bir ise de diğer kıymeti bundan bir apotom kadar noksandır.

Hâmisen, sâdise-i kübrâ makâmında olan $\frac{27}{16}$ nisbeti armoni gamının sâdise-i kübrâsından âdî bir koma kadar fazla ise de sâdise-i sugrâ hükmünde bulunan $\frac{128}{81}$ nisbeti sâdise-i sugrâdan bir koma kadar dûndur.

Sâdisen sâbi‘a -i kübrâ makâmında bulunan $\frac{243}{128}$ fâsılası sâbi‘a-i kübrâdan hem büyük, hem karışıktır.

7) Diyez, bemol :

Her gamda <ser perde> olan savt-ı aslî bir ehemmiyet-i mahsûsayı hâizdir. Çünkü bir “morso” yu elde bulunan saza veya okuyacak olan kimsenin sesine muvâfık gelecek sûretde indirip çıkarabilmek lazımdır. Vâkıâ fâsıla-i mûsıkiyyeler, esvâtın kıymet-i mutlakalarına tâbi‘ bulunduğu cihetle bir “morso” yu istenilen perdeden okumak

Sayfa 15

mümkün ise de alât-ı mûsikiyyenin ekserisinde bu nakl-i perde keyfiyyeti kolaylıkla icrâ olunamaz. Meselâ sabit perdeli bir saz ile sol perdesinden armoni gamını çıkarmak lâzım gelse, derhal müşkilât baş gösterir. Fi'l-hakîka aletin tabî'i perdelerine göre bu gamın:

Sol		La		Si		Do		Re		Mi		Fa		Sol
	t'		t		$t_{1/2}$		t		t'		$t_{1/2}$		t	

veya iki nev' tonu tevhîd ile:

Sol		La		Si		Do_2		Re_2		Mi_2		Fa_2		Sol_2
	t		t		$t_{1/2}$		t		t		$t_{1/2}$		t	

tarzında olması iktizâ eder ki bunda ikinci nısf ton tertîb-i aslîsinden bir mertebe evvel gelmiş bulunur.

İşte asıl gamda mevcut olan:

$t \quad t \quad t_{1/2} \quad t \quad t \quad t \quad t_{1/2}$

tertîbini muhâfaza için <fa> notasını biraz tiz kılmak icâb eder. Bu ise <fa> notasını $\frac{25}{24}$ nisbetinde yükseltmek ile mümkün olur ki buna da <diyezlemek> (Dieser) ta'bîr olunur. <Diyez> lenmiş bir notanın yanına **d** işareti konulmuştur[31].

---

[31] Fi'l- hakîka:

Sol		La		Si		Do_2		Re_2		Mi_2		Fa_2		Sol_2
$\frac{3}{2}$		$\frac{5}{3}$		$\frac{15}{8}$		2		$\frac{9}{4}$		$\frac{5}{2}$		$\frac{8}{3}$		3
	t		t		$t_{1/2}$		t		t		$t_{1/2}$		t	

silsilesindeki <fa> notasının bervech ile yükselmesi matlubdur ki <mi> notasına nisbeti t ve <sol> notasına nisbeti de $t_{1/2}$ olsun. İşte bu halde bi-t-tabi :

$$\frac{\frac{8}{3} \times s}{\frac{5}{2}} = \frac{10}{9}$$

olacağından

$$s = \frac{5 \times 10 \times 3}{2 \times 9 \times 8} = \frac{150}{144} = \frac{25}{24} \qquad \text{bulunur.}$$

Sayfa 16

Bil‘akis <fa> perdesinden itibaren yine armoni gamını teşkîl etmek iktizâ eylese alette:

Fa		Sol		La		Si		Do		Re		Mi		Fa
	t		t		t		$t_{1/2}$		t		t		$t_{1/2}$	

tertîbini tashîh için <si> perdesini biraz pest kılmak ve bunun için de perde-i mezkûreyi 24/25 nisbetinde indirmek icâb ederki buna da <bemollemek> (Bemoller) denilir. “Bemole” olan notanın yanına **b** işareti vaz‘ olunmuştur[32].

Bir notaya diyezlemek ve bemollemek için beyân olunan şu kâideye <Aristohsen kaidesi> (Réglé d’Aristoxêne) denilir ki altmış yetmiş seneden beri umûmen kabul edilmiştir. Mamafih meşâhir-i mûsikîşinâsândan Delzen (Delezenne)in te’sîs edildiği bir kâideye göre bir notayı diyezlemek için bundan sonra gelen notanın 16/15 mislini ve bemollemek için de bu notadan evvel gelen notanın 16/15 mislini almak kifâyet eder.

Herhangi kâide ile olursa olsun armoni gamında meyanları birer ton ile tefrîk kılınmış olan tam perdeler arasına bu sûretle ikişer perde daha ilâve edilir ki bunun biri pest olan perdenin diyezi, diğeri tiz olan perdenin bemolüdür. Binâen-aleyh bir armoni gamı bervech-i âti yedi esas perde ile on diyez ve bemolden mürekkeb bulunur:

Do Do**d** Re**b** Re Re **d** Mi**b** Mi Fa Fa**d** Sol**b** Sol Sol**d** La**b** La La**d** Si**b** Si Do$_2$

---

[32] Kezalik

Fa		Sol		La		Si		Do$_2$		Re$_2$		Mi$_2$		Fa$_2$
$\frac{4}{3}$		$\frac{3}{2}$		$\frac{5}{3}$		$\frac{15}{8}$		2		$\frac{9}{4}$		$\frac{5}{2}$		$\frac{8}{3}$
	t		t		t		t 1/2		t		t		t 1/2	

silsilesindeki <si> perdesini bir derece indirmelidir ki <la> perdesine nisbeti nısf ton ve do/2 perdesinin de buna nisbeti bir ton olsun.

$$\frac{2}{\frac{10}{8} X s} = \frac{10}{9}$$

olacağı cihetle:

$$s = \frac{9 \times 2 \times 8}{10 \times 15} = \frac{144}{150} = \frac{24}{25}$$

Sayfa 17

Pisagor gamını kabul ve isti ‘mâl edenler de [33] bir notayı diyezlemek ve bemollemek ihtiyacından vâreste değillerdir. Ancak Pisagor gamında bir notayı diyezlemek için Mösyö Şeve (Cheve)ye göre, bundan sonra gelen notanın $\frac{243}{256}$ misli; bemollemek için de evvel gelen notanın $\frac{256}{243}$ misli almak kifâyet eder. Bize göre Pisagor gamında bir notayı diyezlemek için o notayı $\frac{2187}{2048}$ nisbetinde tizleştirmek ve bil‘akis bemollemek için de $\frac{2048}{2187}$ nisbetinde pestleştirmek icâb eder[34].

---

[33] < Galin, Paris , Şeve> mektebi (Ecole Galin, Paris, Chevé)

[34] Fi-l-hakîka Pisagor gamında fasıla-i müteâkıbeler:

Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{243}{128}$	2

t t $t_{1/2}$ t t t $t_{1/2}$

olduğundan meselâ ser perdesi sol olmak üzere bir gam teşkîl edilecek olsa nazm-ı tabî‘i ile … (bu kelime silik çıktığından okunamamıştır).

Sol	La	Si	Do_2	Re_2	Mi_2	Fa_2	Sol_2
$\frac{3}{2}$	$\frac{17}{16}$	$\frac{243}{128}$	2	$\frac{9}{4}$	$\frac{81}{32}$	$\frac{8}{3}$	3

silsilesine tesâdüf olunur. İşte bu silsilede ikinci nısf ton bir hadd-i evvel gelmiş olduğundan 8/3(fa_2) notasını ber-vech ile yükseltmek icâb eder ki mâ-kabline nisbeti 9/8 (ton) ve mâ-ba‘dine nisbeti 243/256 (nısf-ı tonun aksi) olsun. Bu hâlde:

$$\frac{3 \times \frac{8}{3}}{\frac{81}{32}} = \frac{9}{8} \quad \text{veyâhud} \quad \frac{3 \times \frac{8}{3}}{3} = \frac{243}{256}$$

olacağından bunlardan:

$$s = \frac{81 \times 9 \times 3}{22 \times 8 \times 8} = \frac{2187}{2048} \qquad \text{veyâhud} \qquad s = \frac{243 \times 3 \times 3}{256 \times 8} = \frac{2187}{2048}$$

bulunur. Kezalik ser perde <fa> olmak üzere teşkîl edilen:

Fa	Sol	La	Si	Do_2	Re_2	Mi_2	Fa_2
$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{243}{128}$	2	$\frac{9}{4}$	$\frac{81}{32}$	$\frac{8}{3}$

t t t $t_{1/2}$ t t t

Sayfa 18

Bu halde bir perdenin diyezi üst tarafındaki perdenin bemolünden daha tiz demek olur. Binâen ‘aleyh bir Pisagor gamı diyez ve bemoller ile bervech-i âti terekküb eder [35]:

Do, re **b**, do **d**, re, mi **b**, re **d**, mi, fa, sol **b**, fa **d**, sol, la **b**, sol **d**, la, si **b**, la **d**, si, do_2

İşte bu diyezler ve bemoller yardımıyladır ki garb mûsikîsi’nde bir morsoyu “transpoze” etmek ta‘bir-i âhirle yazıldığı perdeden daha tiz veya daha pest perdelerden çalabilmek müyesser olmuştur.

8) Mu‘tedil Gam: İsti‘mâl olunan gam hangisi olur ise sâbit perdeli bir âlet-i mûsıkîye ve mesela piyanoya diyez ve bemollerin kâffesini idhâl eylemek mümkün olamaz. Fi’l-hakîka bir sâmineden yedi esâs perde ve beş diyez ile beş bemol bulunacağı cihetle cem‘an her bir sâmine için 17 tel olmak icâb eder. Binâen‘aleyh yedi <oktav> yani sâmineyi hâvî olan âdî bir piyanoda perdeler adedi 17 X 7 = 119 adedine bâliğ olmak lazım gelir ki bu keyfiyyet âletin inşasını tas‘îb ettiği gibi çalmasını da duçâr- eşkâl eyler. Binâberin yekdiğerine pek karîb bulunan perdeleri birleştirmek ve takrîbi fâsılalar ile iktifâ eylemek mecburiyeti hâsıl olur.

Sayfa 19

---

gibi bir gamda nısf ton bir had sonra gelmiş bulunacağından si notasını biraz indirmek iktizâ eder. İşte si notası bervech ile tenkis edilmelidir ki mâ-kabline nisbeti $t_{1/2}$ ve mâ-ba‘dine nisbeti bir tonun aksine müsâvi olsun. Bu halde:

$$\frac{\frac{248}{28} \times 8}{\frac{27}{16}} = \frac{256}{243} \quad \text{veyâ} \quad \frac{\frac{248}{28} \times 8}{2} = \frac{8}{6}$$

olacağından bu muâdelelerden:

$$s = \frac{256 \times 27 \times 128}{242 \times 16 \times 243} = \quad s = \frac{2048}{2187} \quad , \quad s = \frac{8 \times 2 \quad 128}{9 \times 243} = \frac{2048}{2187}$$ bulunur.

[35] Armoni gamında bir perdenin diyezi o perdeyi müte‘âkıb geldiği, bemolü ise kendisinden evvel bulunduğu ta‘bir-i âharla mesela do ile re arasındaki “diyez” ve “bemol” :

do do **d** re **b** re

tertîbi üzere olduğu halde Avrupa hânendegânı do diyez perdesine <re bemol> ve bil‘akis “re bemol” perdesine “do diyez” diyegelmektedirler. Bu keyfiyyet Pisagor gamından kalma bir şey olsa gerektir yâhud do savtından doğrudan doğruya asıl do diyez perdesine çıkamadıklarından ve fakat re bemol perdesine kolaylıkla çıkabildiklerinden kinâyedir ki bu da re bemol perdesini do perdesine daha ziyade karâbeti var bir perde gibi telakki edegelmelerine sebep olmuştur. (Mûsıkî mebâhise-i meşhûresinde anlatmaya muvaffak olamadığımız mes’elenin biri de bu idi.)

İşte bu mecbûriyyet sevkıyledir ki bir sâmineyi ta‘bir-i diğerle bir <do> dan müteâkıb <do> ya kadar olan fâsılayı birbirine müsavi on iki kısma taksim etmişlerdir. Bu halde beher ‘y’ ‘s’ olan bu fâsılalardan on iki adedinin yekdiğerine teâkubu:

$$s^{12} - 2$$

muâdelesini hâsıl edeceğinden bi’t-tabi

$$s = \sqrt[12]{2} = 1{,}05946$$

bulunur. Bu fâsıla nısf ton i‘tibâr edilerek her bir ton böyle iki fâsıladan mürekkeb veya

$$\sqrt[12]{2} \times \sqrt[12]{2} = \sqrt[2]{2} = 1{,}12246$$

miktarına müsâvi farz edilmiştir.

“Mu‘tedil gam” (Gamme tempérée) nâmı tahtında ma‘rûf bulunan bu gamda bir perdenin diyezi ile bundan sonra gelen perdenin bemolü yekdiğerine birleştirilmiştir. Âtideki cetvelde armoni gamı ile mu‘tedil gamda muhtelif usule tevfîkan diyez ve bemollerin kıymet-i adediyyeleri gösterilmiştir.Bu cetvelin mündericâtından anlaşılacağı üzere mu‘tedil gamda hiçbir fâsıla tamamıyla muhafaza olunamamıştır. Hele en ziyade duçar-ı ta‘dîl olan fâsıla sâlise fâsılasıdır: Armoni gamındaki sâlise (mi) fâsılasına nisbetle mu‘tedil gamın sâlisesi 1/126 nisbetinde tereffu‘ etmiştir ki bu da hiçbir vech ile kâbil-i terk veya tecvîz bir miktar değildir. Ma‘mâfih piyanolarda diyezler ile bemolleri birleştirmek lüzumu bu farkı da erbâb-ı mûsıkîye kabul ettirmiştir.

Sayfa 20

Batlamyus Gamı

	Aristohsen kaidesine göre	Delzen kaidesine göre
d	1 = 1,00000	1=1,00000
do **d**	25/24 = 1,04167	135/128 = 1,05469
re **b**	27/25 = 1,08000	16/15 = 1,06667
re	9/8 = 1,12500	9/8 = 1,12500

re **d**	75/64 = 1,17178	75/64 = 1,17187
mi **b**	6/5 = 1,20000	6/5 = 1,20000
mi	5/4 = 1,25000	5/4 = 1,25000
fa	4/3 = 1,33333	4/3 = 1,33333
fa **d**	25/18 = 1,38889	45/32 = 1,40625
sol **b**	36/25 = 1,44000	64/45 = 1,42222
sol	3/2 = 1,50000	3/2 = 1,50000
sol**d**	25/16 = 1,56250	25/16 = 1,56520
la **b**	8/5 = 1,60000	8/5 = 1,60000
la	5/3 = 1,66667	5/3 = 1,66667
la **d**	125/72 = 1,73611	225/128 = 1,75781
si **b**	9/5 = 1,80000	16/9 = 1,77778
si	15/8 = 1, 87500	15/8 = 87500
do$_2$	2 = 2,00000	2 = 2,0000

	<u>Mûtedil Gam</u>	**<u>Pisagor Gamı</u>**
		Mösyö (Şöve) ye göre
d	$\frac{0}{12}$ 2 = 1,00000	1=1,00000

do **d**	$\frac{1}{12}$	$\frac{2187}{2048}$ = 1,06787
re **b**	2 = 1,05946	$\frac{256}{243}$ = 1,05350
re	$\frac{2}{12}$ 2 = 1,12246	9/8 = 1,12500
re **d**	$\frac{2}{12}$	$\frac{11683}{13684}$ = 1,17187
mi **b**	2 = 1,18921	$\frac{32}{27}$ = 1,18519
mi	$\frac{4}{12}$ 2 = 1,25992	$\frac{81}{64}$ = 1,26563
fa	$\frac{5}{12}$ 2 = 1,33484	4/3 = 1,33333
fa **d**	6/12	129/512 = 1,42383
sol **b**	2 = 1,41421	1024/121 = 1,40467
sol	$\frac{7}{12}$ 2 = 1,49831	3/2 = 1,50000
sol **d**	8/12	1561/4096 = 1,60181
la **b**	2 = 1,58740	128/81 = 1,58024
la	$\frac{9}{12}$ 2 = 1,68179	27/16 = 1,68750
la **d**	10/12	59049/22.98 = 1,80203

si **b**	2 = 1,78180	16/9 = 1,77778
si	$\frac{11}{12}$ 2 = 1, 80775	243/128 = 89844
do_2	2 = 2,00000	2 = 2,00000

9) Âhenk: İki savtın ittihâdı hakkında evvelce beyân olunan kâide ikiden ziyade esvâtın terekkübüne de kâbil-i tatbîktir. Alel-umûm iki ve daha ziyade savtın ittihâdından hâsıl olan savt-ı mürekkebe <âhenk> (accord) veya daha doğrusu <te'lîf> ta'bir olunur. Üç savtdan mürekkeb bir âhengin kulağa mülâyim gelmesi için, herbirinin savt-ı aslîye

Sayfa 21

yani ser perdeye olan nisbetinin basit olması kâfi değildir; belki bu savtların yekdiğerine nazaran fâsılalarının da basit olmaları lazımdır. Aksi takdirde bunların terekküb ve ittihâdından hâsıl olan <armoni> kulağa hoş gelmez. Üç savtdan mürekkeb âhenklerin en mülâyimi:

do mi sol

1 5/4 3/2

5/4 6/5

3/2

notalarından teşekkül eden âhenktir. <Âheng-i tâm-ı kebîr> nâmıyla yâd olunan bu âhenk bir sâlise-i kübra ile bir sâlise-i sugrânın iltihâkından hâsıl olmuş ve her ikisi bir hâmiseye müntehî bulunmuştur, diğer bir âhenk de:

do mi d sol

1 6/5 3/2

6/5 5/4

3/2

notalarından terekküb eden <âheng-i tâm-ı sagîr> dir. Bu âhengin diğerinden farkı ancak sâlise-i kübrâ yerine sâlise-i sugrânın kâim olunmasından ibârettir.

Bu iki âhenkten birincisi aded-i ihtizâzları:

4	5	6

ve ikincisi de:

10	12	15

adedleriyle mütenâsib olan esvattan terekküb eder. Bir gamın ser perdesinin aded-i ihtizâzı 24 farz olunursa diğerleri mütevâliyen:

Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do_2	Re_2	Mi_2
24	27	30	32	36	40	45	48	54	60

olacağından bu silsileye göre evvela 4, 5, 6 adedleriyle mütenâsib bulunan:

Sayfa 22

Do	Mi	Sol	,	Fa	La	Do_2
24	30	36		32	40	48

sol	si	re_2
36	45	54

terkibâtı bulunur; sâniyen 10, 12, 15 adedleriyle mütenâsib olmak üzere:

Mi	Sol	Si	,	La	Do_2	Mi_2
30	36	45		40	48	60

terkibâtına dest-res olunur.

Bunlardan başka bir sâmine dâhilinde üç notadan terekküb eden mülâyim âhenkler bervech-i âtidir:

Do	Fa	La
3	4	5

Do	Mi **b**	La **b**
5	6	8
Do$_2$	Fa$_2$	La **b**$_2$
15	20	24
Do $_2$	Mi$_2$	La$_2$
12	15	20

bu izâhatten anlaşılacağı üzere garb mûsıkîsi'nde müsta'mel olan gam "âheng-i tâm-ı kebîr" in tekâmülünden ibarettir; ta'bir-i âharla Batlamyus gamı.. Bilhassa <armoni> san'atı nokta-i nazarından te'sis edilmiştir. Fi'l-hakîka ser perdesi 'do' olan bir âheng-i tâm-ı kebîr 'mi' ile 'sol' notalarından mürekkeb olduğu gibi <sol> den başlayan bir âheng-i tâm-ı kebîr <si> , <re> notalarını ve <do> ile hitâm bulan bir âheng-i tâm-ı kebir de 'fa' ve 'la' notalarını ihtivâ eder. İşte böyle yekdiğeriyle ittihâd ederek adeta münferid bir savt husûle getiren esvât-ı mürekkebe sayesindedir ki garb mûsıkîsi hâiz olduğu azâmet ve vüs'ati kesb eylemiştir. Halbûki şark mûsıkîsi'nde henüz böyle üç savtdan mürekkeb bir savt-ı vâhid'in ne olduğu bile bilinememektedir.

Sayfa 23

Pisagor gamına gelince âheng-i tâm-ı kebiri teşkîl eden:

Do	Mi	Sol
1	81/64	3/2

81/64 32/37

3/2

notaları yukarıda beyân olunan şerâit-i hâiz olmadıklarından bu âhenk kulağa asla mülâyim gelmez. Çünkü Pisagor gamında sâlise-i kübrâ yerine kaîm olan 81/64 fâsılası pek müşevveştir.

Kezalik

Do		Mi **b**		Sol
	1	32/27	3/2	
	32/27		81/64	
		3/3		

aheng-i tâm-ı sagîrî de yine niseb-i basîteden müteşekkil olmadığından esvât-ı mürekkebesi pek mütenâfirdir ki bu da sâlise-i sugrâ yerine 32/27 fâsılâsının kâim olmasından mütevelliddir.

Hülâsa Pisagor gamında sâlise-i kübrâ ve sâlise-i sugrâ nisbetlerinin basit olmaması bu gama armoni san'atının tatbîkine mani bulunmuş ve hatta kadîm Yunanlılarda armoni san'atının te'sis edememesinin başlıca sebebi de _ihtimâle nazaran_ bu olmuştur (1)[36].

10) Tabîî Gam: Bir gamı teşkîl eden notaların kıymet-i nesebiyyeleri malûm olduğu ve gamlarda aded-i ihtizâzı yekdiğerinin za'fı olmak üzere teşkîl olunduğu cihetle bu notaların kıymet-i hakikiyyelerini tayin için birinin kıymet-i mutlaka-i ihtizâziyyesini bilmek kifâyet eder. Alelâde esvât-ı mûsıkîyyenin aded-i ihtizâzâtını tayin için esâs ittihâz olunan savt La/3 ile gösterilen notadır. On yedinci asr-i milâdîde bu nota Fransa'da saniyede 405 aded-i ihtizâz-ı tâmdan mürekkeb olmak üzere taayyün etmiş idiyse de yavaş yavaş tereffü ederek 1857 senesinde opera tiyatrosunda aded-i ihtizâzı 448 adedine kadar çıkmış idi. Bunun üzerine fransada 1859 senesinde La/3 notasının 435 ihtizâz-ı tâmdan mürekkeb olmak üzere bir kıymet-i sâbiteye iktiran hâsıl ettirilmesi taht-ı karâra alınmıştır.

Sayfa 24

İşte bu halde La/3 üzerine tanzîm olunan gama <tabîî gam> (Gamme naturelle) denilir ki kıymet-i ihtizâziyyeleri bervech-i âtidir:

Do_3	Re_3	Mi_3	Fa_3	Sol_3	La_3	Si_3	Do_4
267	625 , 293	25, 321	384	5, 391	435	375,489	522

[36] Bu bâbda esvât-ı muhassala bahsinde başkaca malûmât verilmiştir.

Diğer oktâv (sâmine) lerin ser perdelerine gelince onlar da

Do$_2$= 130, 5	Do$_3$= 261	Do$_7$= 4176
Do$_1$= 65, 25	Do$_4$= 522	Do$_8$= 8352
Do$_{1_}$= 32,625	Do$_5$= 1044	Do$_9$= 16704
Do$_{2_}$= 16,3125	Do$_6$= 2088	Do$_{10}$= 33408

den ibârettir.

11) Esvât-ı Müellefe: Aded-i ihtizâzları birincisine nisbeten 1, 2, 3, 4, …. a‘dâd -ı tabîiyyesi üzere giden silsile-i esvâta <esvât-ı müllefe> (Sons harmoniques) veya aded-i ihtizâzı 1 olan <savt-ı aslî> (Son fondamental) nin <müellefeleri> (harmoniques) denilir. İşte gam-ı majörde bu silsileyi takib eden esvât sırasıyla tahrîr edilecek olur ise:

Do$_1$	Do$_2$	Sol$_2$	Do$_3$	Mi$_3$	Sol$_3$	!	Do$_4$
1	2	3	4	5	6	7	8

bulunur. Bu silsilenin baş taraflarından birbirini müteâkıb alınan iki had, en mütevâfık âhenkleri i‘tâ eder. Meselâ birinci ile ikinci “sâmine” yi, ikinci ile üçüncü “hâmise” yi, üçüncü ile dördüncü “râbia”yı, dördüncü ile beşinci “sâlise” yi hâsıl eyler.

12) Şark Mûsikîsi: Sırf melodi üzerine müesses bulunan bu mûsikîde müsta‘mel gama <mıstar> ve birbirini müteâkıb iki mıstar meyânını tefrîk eden fâsıla-i mûsıkîye

Sayfa 25

veya sâmineye <zülküll> denilir. Bir mıstarı teşkîl eden perdelerin fâsıla-i müteaâkıbelerine ise <eb‘âd-ı lahniyye> tâbir olunur ki eb‘âd-ı mezkûrenin esâmî ve kıyem-i nesebiyyesi bervech-i âtidir.

Esâmi	Kıymet-i Nesebiyyeleri	İşârât-i Mahsûsa
Bu‘d-ı tanini	$\frac{9}{8}$ = 1,12507	حـ ٮ^2
Bu‘d-ı mücenneb-i kebîr	$\frac{65536}{59049}$ = 1,10985	ٮ^2

Bu‘d-ı mücenneb-i sagîr	$\frac{2187}{2048} = 1{,}06787$	حـ ٮ
Bu‘d-ı bakiye-i tâm	$\frac{256}{243} = 1{,}05357$	ٮ
Bud-ı bakiye-i nâkıs	$\frac{531441}{524288} = 1{,}01555$	حـ
Bu‘d-ı tavîl	$\frac{16777216}{14348907} = 1{,}16930$	ٮ^{3}
Bûd-ı atvel	$\frac{32}{27} = 1{,}18588$	حـ^{3} ٮ

Bu eb‘âd-ı lahniyyeye atf-ı nazar-ı dikkat edilecek olur ise görülür ki bu‘d-ı tanini, Pisagor gamının tonundan bu‘d-ı mücenneb-i sagîr, apotomundan ,bu‘d-i bakıyye-i tâm limasından velhâsıl bu‘d-ı bakıyye-i nâkıs da Pisagor komasından başka bir şey değildir.

Fakat şark mûsıkîsinde esâs ittihâz olunan bu‘d, bu‘d-ı bakıyedir. Şöyle ki bir bu‘d-ı tanini iki bu‘d-ı bakiye-i tâm ile bir bu‘d-ı bakıye-i nâkıstan, bir bu‘d-ı mücenneb-i kebir yalnız iki bu‘d-ı bakiye-i tâmdan, bir bu ‘d-ı mücenneb-i sagîr bir bakiye-i tâm ile bir bakiye-i nâkıstan, bir bu‘d-ı tavîl üç bakiye-i tâmdan ve-l-hâsıl bir bu‘d-ı atvel de üç bakiyye-i tâm ile bir bakıye-i nâkıstan mürekkebdir. İşte bir bu‘d-ı bakiye-i tâm ٮ ve bakıye-i nâkıs da حـ ile irâe olunur ise eb‘âd-ı lahniyye-i sâire yukarıdaki cetvelin üçüncü sütununda muharrer işâret-i mahsûsa ile gösterilebilir.

Şark mûsikîsi’nde bir bir mıstarın bu‘du olan bir zülküll on iki bu ‘d-ı bakıyye-i tâm ile beş bu‘d-ı bakıye-i nâkıstan teşekkül eder. Vâkıâ kudemâ bir zülküll‘ (yani sâmine) bir zülerba‘(râbia) ile bir zülhâmis (hâmiseden) terekküb eder demişler ise de bu kânun bilahare muhâfaza olunamamıştır.

Şark mûsıkîsinde mıstarlar, bu eb‘âd-ı lahniye ile yekdiğerinden tefrîk edilmiş yedi esâs perde ile bunlar arasında bulunan tâlî perdelerden terekküb eder. Bir mıstarı teşkîl eden

Sayfa 26

perdelerden her biri bir ism-i mahsus ile yâd edilir ise de tâlî perdelerin isimlerinde mûsikiyyunnca bile ihtilâf vardır. Vâkıâ şimdileri Osmanlı mûsıkîşinâsânı perdeleri do, re.. namlarıyla yâd edegelmekte iseler de bu notaların şark mûsikîsi perdelerine tamamı tamamına tevâfuk etmediğini göstermek pek kolaydır.

Şark mûsıkîsi iki veya iki buçuk zülküll dâhilinde mahsur olduğundan esvât-ı mûsıkîye adedini tezyîd ve binâberin perdeleri de teksîr için gamları tenevvü‘ ettirmeye mecburiyet hâsıl olmuştur. Fi’l-hakîka bu mûsıkîde garb mûsıkîsi’nde olduğu gibi gamların adedi ikiye münhasır değildir. Mûsikî’i Osmânîde müsta‘mel olan gamlardan birkaçını misal olarak bervech-i âti tahrîr edelim:

Yegâh Mıstarı (1)

Perdelerin Esâmîsi	Yegâh	Aşîran	Irak	Rast	Dügâh	Segâh	Çargâh	Nevâ
Nisbet-i Adediyyeleri	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{8192}{6561}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{32768}{19683}$	$\frac{16}{9}$	2
Fâsılâ-i Müteâkıbeleri		حـ ب^2	ب^2	حـ ب	حـ ب^2	ب^2	حـ ب	حـ ب^2

Acemaşîran Mıstarı (2)

Perdelerin Esâmîsi	Acemaşîran	Rast	Dügâh	Kürdi	Çargâh	Nevâ	Hüseyni	Acem
Nisbet-i Adediyyeleri	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{243}{128}$	2
Fâsılâ-i Müteâkıbeleri		حـ ب^2	حـ ب^2	ب	حـ ب^2	حـ ب^2	حـ ب^2	ب

Hicaz Mıstarı (3)

Perdelerin Esâmîsi	Dügâh	Uzzal	Hicaz	Neva	Hüseyni	Acem	Gerdaniye	Muhayyer
Nisbet-i Adediyyeleri	1	$\frac{2187}{2048}$	$\frac{8192}{6561}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{128}{81}$	$\frac{16}{9}$	2
Fâsılâ-i Müteâkıbeleri		حـ ب	ب^2	حـ ب	حـ ب^2	ب	حـ ب^2	حـ ب^2

Uşşak Mıstarı (4)

Perdelerin Esâmîsi	Dügâh	Segâh	Çargâh	Neva	Hüseyni	Acem	Gerdaniye	Muhayyer
Nisbet-i Adediyyele.	1	$\frac{65536}{59049}$	$\frac{33}{27}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{128}{81}$	$\frac{16}{9}$	2
Fâsılâ-i Müteâkıbeleri		ب^2	ب ح	ب^2 ح	ب^2 ح	ب	ب^2 ح	ب^2 ح

Isfahan Mıstarı (5)

Perdelerin Esâmîsi	Dügâh	Bûselik	Sabâ	Nevâ	Hüseyni	Acem	Gerdaniye	Muhayyer
Nisbet-i Adediyyeleri	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{128}{81}$	$\frac{16}{9}$	2
Fâsılâ-i Müteâkıbeleri		ب^2 ح	ب^2 ح	ب	ب^2 ح	ب	ب^2 ح	ب^2 ح

Sayfa 27

Sabâ Mıstarı (6)

Perdelerin Esâmîsi	Dügâh	Segâh	Çargâh	Sabâ	Hüseyni	Acem	Gerdaniye	Muhayyer
Nisbet-i Adediyyele.	1	$\frac{65536}{59049}$	$\frac{32}{27}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{128}{81}$	$\frac{16}{9}$	2
Fâsılâ-i Müteâkıbeleri		ب^2	ب ح	ب ح	ب^2 ح	ب	ب^2 ح	ب^2 ح

Karcığar Mıstarı (7)

Perdelerin Esâmîsi	Dügâh	Segâh	Çargâh	Nevâ	Hisar	Evc	Gerdaniye	Muhayyer
Nisbet-i Adediyyeleri	1	$\frac{65536}{59049}$	$\frac{32}{27}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{729}{512}$	$\frac{32768}{19683}$	$\frac{16}{9}$	2
Fâsılâ-i Müteâkıbeleri		ب^2	حـ ب	حـ ب^2	حـ ب	ب^2	حـ ب	حـ ب^2

Segâh Mıstarı (8)

Perdelerin Esâmîsi	Segâh	Çargâh	Nevâ	Hisar	Evc	Gerdaniye	Muhayyer	Tiz Segâh
Nisbet-i Adediyyeleri	1	$\frac{2187}{2028}$	$\frac{19683}{16364}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{6561}{4096}$	$\frac{59049}{32768}$	2
Fâsılâ-i Müteâkıbeleri		حـ ب	حـ ب^2	ب^2	حـ ب^2	حـ ب	حـ ب^2	ب^2

Rast Mıstarı (9)

Perdelerin Esâmîsi	Rast	Dügâh	Segâh	Çargâh	Nevâ	Hüseyni	Evc	Gerdaniye
Nisbet-i Adediyyeleri	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{8192}{6561}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{4096}{2187}$	2
Fâsılâ-i Müteâkıbeleri		حـ ب^2	ب^2	حـ ب	حـ ب^2	حـ ب^2	ب^2	حـ ب

Nihavend Mıstarı (10)

Perdelerin Esâmîsi	Rast	Dügâh	Kürdi	Çargâh	Nevâ	Beyati	Acem	Gerdaniye
Nisbet-i	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{32}{27}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{128}{81}$	$\frac{16}{9}$	2

Adediyyeleri							
Fâsılâ-i Müteâkıbeleri	حـب2	ب	حـب2	حـب2	ب	حـب2	حـب2 [37]

13) Makâmât: Bir gamda bulunan perdelerden veya bunlara muâdil diğer perdelerden terekküb eden melodiler bir <makam> dan i‘tibâr edilmiş ve gamların sûret-i terkibi tenevvü‘ ettirildiği cihetle makâmat tekessür eylemiştir[38].

Hatta bununla da kanâat edilmeyerek aynı gama tâbi ve fakat sıraca

Sayfa 28

yekdiğerinden mütefâvit terkibât-ı mûsıkîyye de muhtelif makamdan addedilmiştir ki uşşak ile beyati bu zümreye dâhil olan makamatdandır. Gamlar o kadar tenevvü‘ ettirilmiştir ki bugün birçoğunun isminden başka birşeyi kalmayan makâmâtın adedi yüzü mütecavizdir. Ancak bu gamların tenevvüünde mütekaddimîn dâima bir bu‘d-ı zülkülün bir zülhams ile zülerba‘dan mürekkeb olmasını kâide ittihâz eylemişler ise de müteahhirîn bu kâideye de ri‘âyet eylememişlerdir. İşte yukarıda misâl olarak îrâd olunan gamlardan altıncısı ile yedincisinden mâadâsında dördüncü perde birinci perdeden $\frac{4}{3}$ kadar ve sekizinci perde de beşinci perdeden $\frac{3}{2}$ kadar yüksektir; ve yine beşinci perde birinci perdeden 3/2 kadar ve sekizinci perde de beşinci perdeden $\frac{4}{3}$ kadar daha tizdir. Bir halde ki dâima:

[37] İsimler esâtize-i mûsikiyye göre tehallüf ettiğinden nisbetler esâs ittihâz edilmelidir.

[38] Bu cihet iyice anlaşılmalıdır: Meselâ hicâz makamından bestelenmiş bir şarkı denince bu şarkının nagamâtı hicâz mıstarını aynen ta‘kîb ettiğine zâhib olmamalıdır. Böyle olsa idi, her makâmdan yalnız bir beste veya bir şarkı olmak lazım gelirdi; bilakis, bu ifadeden hicazdan bestelenmiş bir şarkı alınsa ve bu şarkıyı teşkîl eden perdeler tizlikleri sırasıyla yazılsa, bunların behemehâl hicaz mıstarını teşkîl eden silsile-i esvâtın hadlerine tevafuk edeceği anlaşılmalıdır. Kavâid-i mahsûsasına tevfikan bestelenmiş bir şarkı da, âid bulunduğu makâmın mıstarında münderic perdelerden veya bunların nazîrlerinden mâadâsına tesâdüf edilmez. Bunun içindir ki şark mûsıkîsinin bir makâmından birçok şarkı okunduğu hâlde bu mûsıkîye yabancı olan bir kimse dâima aynı şey okunuyor zanneder. Taksimlerde ise bir mıstardan diğer mıstara intikâl edilir ki bunda da sazende veya hanendenin bütün mahâreti, bu intikâlin sem‘e mülâyim ve hoş gelecek surette icrâ edilmesindedir.

$$\frac{4}{3} \text{ X } \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \text{ X } \frac{4}{3} = 2$$

olmak üzere bir zülküll teşekkül eder. Fakat altıncı ile yedinci mıstarda bu kânun kısmen câri değildir. Fi’l-hakîka sabâ mıstarında dördüncü perde birinci perdeye nisbeten $\frac{81}{64}$ kadar ve sekizinci perde ise buna nazaran $\frac{128}{81}$ kadar yüksektedir ki bu adedler $\frac{4}{3}$ ile $\frac{3}{2}$ nisbetlerinden pek farklıdırlar. Ta‘bir-i âharla bu iki mıstar için:

$$\frac{81}{64} \text{ X } \frac{3}{2} = \frac{243}{128}$$

ve

$$\frac{4}{3} \text{ X } \frac{729}{512} = \frac{243}{128}$$

fâsılaları bir zülkülden bir bu‘d-ı bakiyye-i tâm kadar noksandır[39].

Şark mûsıkîsinde müsta‘mel gamların, birkaçından mâadâsı üç ve üçten ziyâde fâsıla-i mûsikiyyeyi hâvi olduklarından bunların her birini sûret-i sâhihada diyezlemek ve bemollemek için bir kâide-i basîte vaz‘ etmek mümkün değildir. Meğer ki ٮ^{2}ح ile ifâde olunan bu‘d-ı tanini, ٮ^{2} ile ifâde olunan bu‘d-ı mücenneb-i kebîre , ve ٮح ile gösterilen bu ‘d-ı mücenneb-i sagîre de ٮ bu ‘d-ı bakiye-i tâmına müsâvi itibâr olunsun.
Mesela yalnız iki nev‘ bu‘d-ı lahnîyi hâiz olan gamlardan nihavend mıstarını nazar-ı itibâra alalım[40] ve perdeleri meyânındaki eb ‘âd-ı lahniyeyi yukarıdaki işâratı mahsusa ile gösterelim:

Sayfa 29

Rast Dügâh Kürdi Çargâh Nevâ Beyati Acem Gerdaniye

ٮ^{2}ح ٮ ٮ^{2}ح ٮ^{2}ح ٮ ٮ^{2}ح ٮ^{2}ح

Bi’l-farz nevâ perdesinden itibaren bu mıstar yürütülecek olsa:

---

39 İntizâmı muhâfaza için karcığar makamındaki evc perdesini aceme tenzil etmek veyahut hisarı hüseyniye çıkarmak kifâyet edeceği gibi sabâ makâmında da hüseyniyi şuriye kadar indirmek icâb eder.

40 Burada misal olarak acemaşiran gamı alınmamalıdır. Zîra bu gam Pisagor gamının aynı olduğundan diyez ve bemol için onun tâbi bulunduğu kanuna tâbi olmak lâzım gelir.

Nevâ Beyati Acem Gerdaniye Muhayyer Sünbüle Tiz Çargâh Tiz Nevâ

ٮ ٮ2حـ ٮ2حـ ٮ2حـ ٮ ٮ2حـ ٮ2حـ

hâsıl olacağından birinci bu ‘d-ı lahnî olan ٮ2حـ ile ikinci bu ‘d-ı lahnî olan ٮ nin tebdil-i mevzi‘ ettikleri görülür. Muhâfaza-i intizâm için, bi’z-zarûre beyâti perdesini diyezlemek icâb ederki nevâ ile arasındaki bu‘d ٮ2حـ ve acem ile meyanındaki bu ‘d da ٮ olsun; bunun için de beyati perdesini de = $\frac{2187}{2048}$ nisbetinde yükseltmek kifâyet eder. İşte bu sûretle:

Nevâ Hüseyni Acem Gerdaniye Muhayyer Sünbüle Tiz Çargâh Tiz Nevâ

ٮ2حـ ٮ ٮ2حـ ٮ2حـ ٮ ٮ2حـ ٮ2حـ

bulunur ki bu da matlub olan silsileden ibârettir. Fi’l-hakîka nihâvend gamının birinci perdesine nazaran aded-i ihtizâzâtı gösteren silsile-i erkam:

Rast	Dügâh	Nihavend	Çargâh	Neva	Beyâti	Acem	Gerdaniye
1	9/8	32/27	4/3	3/2	128/81	16/9	**2**

ٮ2حـ ٮ ٮ2حـ ٮ2حـ ٮ ٮ2حـ ٮ2حـ

olmakla beyâti perdesi $\frac{2187}{2041}$ ile darb olunur ise hâsıl olan:

$$\frac{121}{81} \text{ X } \frac{2107}{2048} = \frac{17}{16}$$

hüseynî perdesinin nevâ perdesine nisbeti:

$$\frac{27}{16} \div \frac{3}{2} = \frac{9}{8}$$ (bu ‘d-ı taninî)

ve acem perdesinin buna nisbeti ise:

$$\frac{16}{9} \div \frac{27}{16} = \frac{256}{243}$$(bu ‘d-ı bakıyye-i tâm)

dan ibâret bulunur.

Sayfa 30

Kezalik nihâvend mıstarı çargâh perdesinden itibaren yürütülecek olsa cetvele bilmürâcaa

Çargah	Neva	Beyati	Acem	Gerdaniye	Muhayyer	Sünbüle	Tiz Çargâh

حب^2 ب حب^2 حب^2 حب^2 ب حب^2

yazmamak ve bilakis muhayyer perdesini bemollemek ($\frac{2048}{2187}$ nisbetinde indirmek), tabîr-i âharla muhayyeri şehnaza kadar tenzîl eylemek icâb eder. Bu hâlde

Çargah	Neva	Beyati	Acem	Gerdaniye	Şehnaz	Sünbüle	Tiz Çargâh

حب^2 ب حب^2 حب^2 حب^2 ب حب^2

bulunur ki bu da matlub olan silsileden ibârettir.

Şimdi bir de misal olarak ikiden ziyâde eb'âd-ı lahniyeyi hâiz olan makâmatın mıstarlarını ve meselâ hicâz mıstarını nazar-ı itibâra alalım:

Dügâh	Uzzâl	Hicâz	Nevâ	Hüseyni	Acem	Gerdaniye	Muhayyer
1	$\frac{2187}{2048}$	$\frac{8192}{6561}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{128}{81}$	$\frac{16}{9}$	**2**

حب ب^2 حب حب^2 ب حب^2 حب^2

ve hüseyni perdesinden itibaren bu mıstarı yürütelim. Bu hâlde :

Hüseyni	Acem	Gerdâniye	Muhayyer	Tiz Uzzal	Tiz Hicâz	Tiz Nevâ	Tiz Hüseyni

ب حب^2 حب^2 حب ب^2 حب حب^2

bulunur ki bu silsilenin elhânı ile hicâz mıstarının elhânı beyninde fark-ı azîm vardır. Çünkü sonuncu bu'd-ı lahnîden maadâsının mevkileri tebeddül etmiştir. Fi'l-hakika evvela ikinci acem perdesini, (bu 'd-ı bakıyye-i nâkıs) kadar yükseltmek, sâniyen üçüncü gerdâniye perdesini ب (bu 'd-ı bakıye-i tâm) nisbetinde tizleştirmek, sâlisen bu suretle dördüncü muhayyer perdesi yerine gelmiş olacağından dolayı beşinci tiz uzzal[42] perdesini ب kadar yükseltmek râbian altıncı tiz hicâz

Sayfa 31

perdesini de ب kadar indirmek iktiza eder. Böyle gayet karışık ameliyat ise mahsûs bir cetvele bilmürâcaa mümkün olur ki onun da neticesi şundan ibârettir:

Hüseyni ?[43] Şehnaz Muhayyer Tiz Segâh Tiz Çargâh Tiz Nevâ TizHüseyni

حـ ب   ب^{2} حـ ب   حـ ب^{2} ب   حـ ب^{2} حـ ب^{2}

Bu tafsîlattan anlaşılacağı üzere bir gam ne kadar az bu‘d-ı lahnîyi hâvi olur ise diyez ve bemol kâidesi de o kadar basit olur. Avrupalılar armoni gamını kolayca diyezlemek ve bemole etmek içindir ki ton majör ile ton minörü birbirine müsâvi addederek bu gamdaki eb‘ad-ı lahniyeyi ikiye tenzîl eylemişlerdir. Çünkü diyezlemek ve bemole etmek için en ziyâde inzibâta tâbi olan gamlar <iki lahinli> (Diatonique) gamlardır ki Pisagor gamı veya bizdeki acemaşiran mıstarı ile ısfahân, nihâvend, mahur mıstarı bu cümledendir. Diğer ikiden ziyâde bu‘d-ı lahnîyi hâvi olanları için her perdenin kaç bu ‘d-ı bakiye-i tâm ve bu‘d-ı bakiye-i nâkısı tezyîd veya tenkisi lâzım geleceğini istikrâ tarîkıyle tayin eylemek icab eder. İşte bu dakikaya mebni idi ki bu bahsin ibtidâsında şark mûsıkîsinde esâs olan bu‘d, bu‘d-ı bakıyyedir denilmiş idi.

Mâmafih bu usûl-i ameliyye ile dahi bir şarkıyı her istenilen perdeden başlayarak çalmak mümkün değildir. Mesela yukarıdaki hicaz makamının mıstarını hüseyniden başlamak lâzım gelse tabir-i âharla dügâh perdesi hüseyni itibar edilse, uzzâl perdesinin mukabili bulunamaz. Yine her makam için ayrı bir gam olmasından dolayıdır ki meselâ mandalsız bir kanunun telleri uşşak makamına göre akorde edildiği halde bununla diğer bir makâmdan ve bi’l-farz acem aşirandan bir şey çalınamaz. Hülâsa gamların taaddüd ve tenevvüü şark mûsikîsi için büyük bir mahzurdur. Bunun ıslahı ise mûsıkîşinâsana âit bir vazifedir.

---

[42] Bu perdenin ismi olmadığı veyâhud mûsıkîşinâsanca muhtelefün-fîh bulunduğu için burada bu sûretle yâd edilmiştir.

[43]? Bu perde acem ile evc arasında ve evcden bir bakıye-i nâkıs kadar dûn bir mevki‘e tesâdüf eder ise de orada böyle bir perde malûm değildir.

Sayfa 32

BÂB-I EVVEL

Hareket-i İhtizâziye’nin İntişâr ve İn‘ikâsı

Hareket-i ihtizâziyenin muâdele-i tefâzuliyesi _ muâdele-i tefâzuliyenin itmâmı_hareket-i ihtizâziyenin devri, safhası _ tenbih _ hareket-i ihtizâziyenin şiddeti, ihtizâzâtı tûlâniye ve arzâniye ; ihtizazât-ı tûlâniyenin üstüvânî bir vasıta-i elastikiye derûnunda intişârı _ hâdise-i intişârın muadele-i tefâzuliyesi _ muadele-i tefâzuliyenin itmâmı _ hareket-i temevvüciye , mevc-i munkabız, mevc-i münbasit, _tûl-i mevc, tûl-i mevc ile devr-i ihtizâz beynindeki münâsebet _ ihtizâzâtı tûlâniyenin bir vâsıta-i gayr-ı mahdûde dâhilinde intişârı, ihtizâzât-ı arzâniye, savtın sür’at-i intişârı_gazlarda sür‘i intişâr _ Newton düsturu _ Laplas farziyesi ve düstûru _ Laplas’ın düstûr-u diğeri; Tecârib-i ahîre _ Tahkikât-ı nazariye _ mâyiâtda sür‘at-ı savt, sulblerde sür‘at-i savt_ tenbih

14) Hareket-i İhtizâziye’ nin Muâdele-i Umûmiyesi: Savt denilen hâdise bir cismin eczâ-yı ferdiyesinin ihtizâzından, ta‘bir-i âharla mûvazenet-i vaziyetleri etrafında icrâ-yı raks eylemesinden ileri geldiği evvelce söylenmiş idi. Ancak hâdisât-ı savtiyeyi husûle getiren bu harekât cüz’-i ferdiye, lâ-alettta‘yîn bir hareket-i ihtizâziye değildir. Fi’l-hakîka ihtizâzât-ı savtiyye darb, tazyîk, delk gibi bir te’sîr-i hârici ile cisimde vukua getirilen bir < tebeddül-i şekl> den münbais kuvâ-yı elâstikiyenin netîcesidir. Hâlbuki <mebhâs-ı elâstikiyyet>de görüldüğü üzere bir cisimde vuku‘a getirilen tebeddül-i şekl cüz’î olduğu takdirde eczâ-yı ferdiyeyi muvâzenet vaziyetlerine ircâ-a sa‘y eden kuvâ-yı elâstikiyyenin muhassalası eczâ-yı mezkûrenin muvâzenet-i vaziyetlerinden olan mikdar-ı tebâüdleriyle mütenâsibdir.

Şöyle ki: Kütlesi ‘k’ olan bir cüz’-i ferd veya bir nokta-yı maddiye (Şekil 1) ‘b’ muvâzenet-i vaz‘iyyetinden bir te’sir-i hârici ile gayet karîb bir ‘b_1’ mevzi’ne kadar tebâüd ettirilmiş olsa bu vaziyetten, ‘b’ ‘b_1’ bu‘duyla mütenâsib bir kuvve-i elâstikiyye, cüz-i mezkûru tekrar ‘b’ vaziyetine ircâ‘a sa‘y eder. İşte cüz’-i ferdin ‘b’ muvâzenet-i vaziyetini kesb için icrâ edeceği hareket esnasında bulunduğu bir ‘e’ vaziyeti mutavassıtasını nazar-ı itibâra alalım ve meseleyi sâdeleştirmek için cüz’-i ferdin hatt-ı müstakîm üzere

$\cdot$ — — — — $\cdot$ — — — $\cdot$ — — — — — — — $\cdot$

b_2 b e b_1

Şekil 1

Sayfa 33

hareket eylediğini kabul eyleyelim. Bu ‘e’ noktasının ‘b’ vaziyetine olan bu‘du ‘s’, ‘b’ ‘b_1’ miktar-ı tebâüdü ‘m’ ve ‘b’ noktasından itibaren cüz’-i ferdin ‘e’ mevzi‘ne vusûl için sarf ettiği zaman da ظ olsun. Evvela bu vaziyette bulunan cüz’-i ferd üzerine te’sir eden ‘f’ kuvve-i elâstikiyyesi ‘s’ bu‘dıyla ve cüz’-i ferdin ‘k’ kütlesiyle mütenâsib olacağından, ‘ṭ’ bir emsâl-i tenâsüb olmak üzere:

$$f = ṭ\ k\ s \tag{1}$$

olur. Sâniyen cüz’-i ferdin b_1 noktasına vusûlünde mebde’-i zamandan itibaren kat‘ eylediği mesâfe $b_1\,e = m\ b\ s$ olacağından noktâ-i mezkûredeki sür ‘ati:

$$B = \frac{\text{له}\,(m-s)}{\text{له}\,\text{ظ}} = -\frac{\text{له}\,s}{\text{له}\,\text{ظ}}$$

ve miktar-ı ta‘cîli de:

$$\frac{\text{له}\,B}{\text{له}\,\text{ظ}} = -\frac{\text{له}^2\,s}{\text{له}\,\text{ظ}^2}$$

olmakla

$$f = -k\,\frac{\text{له}^2\,s}{b\,\text{ظ}^2} \tag{2}$$

bulunur. İşte (1), (2) ifâdelerinden:

$$ṭ\,k\,s = -k\,\frac{\text{له}^2\,s}{\text{له}\,\text{ظ}^2}$$

veya

$$\frac{\text{له}^2\,s}{\text{له}\,\text{ظ}^2} = -ṭ s \tag{3}$$

muâdele-i tefâzuliyesi istihsâl edilir ki bu muâdele gayet küçük rakslar icrâ eden bir raks-ı basîtin

$$\frac{d^2\, ne}{dz^2} = -\frac{\text{ḥ}}{l}\, ne$$

düsturunun aynıdır , yalnız bu düsturda $\frac{\text{ḥ}}{l}$ miktâr-ı sâbiti yerine ‘ṭ’ emsâli kâim olmuştur.

15) Muâdele-i Tefâzuliyenin İtmâmı:

Yukarıki muâdele-i tefâzuliyenin tamâmi-i gayr-ı mahdûdu[44] :

---

[44] Fi’l-hakîka ‘s’ miktârı z mütehavvil-i müstakilinin bir tâbii olmak üzere

$$\frac{d^2 s}{dz^2} = -\text{ṭ}\, s$$

muâdele-i tefâzuliyesini itmâm için tarafeyni $2ds$ ile darb edelim. Bu hâlde:

$$2\frac{d^2 s}{dz^2}\, ds = -2\text{ṭ}\, s\, ds$$

olacağından tarafeynin tamâmîsi alınacak olur ise:

$$\left(\frac{ds}{dz}\right)^2 = -\text{ṭ}\, s^2 + \text{sabit}$$

bulunur. Şimdi $t = L^2$ ve miktâr-ı sâbit yerine de L^2 ḳ^2 vaz‘ edilecek olur ise:

$$\left(\frac{ds}{dz}\right)^2 = l^2(\text{ḳ}^2 - s^2)$$

ve binâberin
$$dz = \frac{ds}{\pm\sqrt{\text{ḳ}^2 - s^2}}$$

veyâhud
$$l\, dz = \frac{ds}{\pm\sqrt{\text{ḳ}^2 - s^2}}$$

istihsal olunur. İşte bunun tarafeyni de itmâm edilecek olur ise, “r” bir ikinci miktâr-ı sâbit olmak üzere:

Sayfa 34

$$s = b\ b\text{ḥ}b\ \sqrt{\text{ṭ}} + \text{ḥ}\ \text{ḥ}b\ \sqrt{\text{ṭ}} \qquad (4)$$

dir ki “b”, “h” miktarları şerâit-i ibtidâiyeye göre tayin edilecek iki miktâr-ı sâbitden ibarettir. Şimdi bu miktâr-ı sâbitlerin tayin-i kıymetleri için cüz’-i ferdin ‘e’ noktasındaki

$$B = \frac{s}{\ } = b\sqrt{\text{ṭ}}\ \text{ḥ}b\ \sqrt{\text{ṭ}} - \text{ḥ}\ \sqrt{\text{ṭ}}\ b\text{ḥ}b\ \sqrt{\text{ṭ}} \qquad (5)$$

süratini nazar-ı itibâra alalım:

Mebde-i zamanda cüz’-i ferd ‘b_1’ vaziyetinde bulunduğu ve “B” sür’at-i sıfıra müsâvi olduğu gibi “s” miktar-ı tebâüdü de “m” miktâr-ı tebâüdüne müsâvi bulunur.Tâbir-i âharla:

Sayfa 35

$= 0$ kıymeti için $s = m$, $\frac{s}{\ } = 0$

bulunacağından evvela (4) muâdelesinden:

$$1 \pm r = \mathrm{kos}\ \mathrm{hb}\ \frac{s}{k}$$

ve binâenaleyh $\qquad \text{ḥ}b\ (1 + r) = \frac{s}{\text{ḳ}}$

veya $\qquad s = \text{ḳ}\ \text{ḥ}b\ (1 + r)$

veyâhud $\qquad s = \text{ḳ}\ \text{ḥ}b\ 1\ b\text{ḥ}b\ r + \mathrm{ve}\ b\text{ḥ}b\ 1\ \text{ḥ}b\ r$

bulunur ki bu da

$$\text{ḳ}\ b\text{ḥ}b\ r\ ,\ \text{ḳ}\ \text{ḥ}b\ r, 1$$

miktâr-ı sâbitleri yerine nazîr-i nazîre b, ḥ ve $\sqrt{\text{ṭ}}$ konulduğu halde.

$$s = b\ \text{ḥ}b\ \sqrt{\text{ṭ}} + \text{ḥ}\ b\text{ḥ}b\ \sqrt{\text{ṭ}}$$

şekline münkalib olur.

$$m = b\, b\text{ḥ}b\,(0) + \text{ḥ}\,\text{ḥ}b\,(0)$$

veya $$m = b$$

ve sâniyen (5) muâdelesinden:

$$0 = b\sqrt{\text{ṭ}}\,\text{ḥ}b\,(0) - \text{ḥ}\sqrt{\text{ṭ}}\,b\text{ḥ}b\,(0)$$

ve binâberin $$\text{ḥ} = 0$$

şartları istihsal edilir.

İşte b, ḥ miktâr-ı sâbitlerinin bu kıymetleri mahallerine vaz‘ olunur ise:

$$s = m\, b\text{ḥ}b\, \vartheta\sqrt{\text{ṭ}} \tag{6}$$

ve $$B = -\frac{d\,s}{d\,\vartheta} = +m\sqrt{\text{ṭ}}\ \text{ḥ}b\ \vartheta\sqrt{\text{ṭ}} \tag{7}$$

muâdelelerine dest-res olunur.

İmdi cüz’i ferdin “b” muvâzenet-i vaziyetine vusûlünde:

$$s = 0$$

olacağından (6) muâdelesine tevfîkan

$$0 = m\, b\text{ḥ}b\, \vartheta\sqrt{\text{ṭ}}$$

veya $$b\text{ḥ}b\, \vartheta\sqrt{\text{ṭ}} = 0$$

ve binâberin $$\vartheta\sqrt{\text{ṭ}} = \frac{\pi}{2}$$

ve $$\vartheta = \frac{\pi}{2}\frac{1}{\sqrt{\text{ṭ}}}$$

bulunur ki bu da cüz’i ferdin “b_1” vaziyet-i inhirâfından “b” vaziyeti muvâzenetine avdeti için sarf ettiği zamandan ibârettir. Vâkıa cüz’i ferd

$$\vartheta = \frac{\pi}{2}\frac{1}{\sqrt{\text{ṭ}}}$$

zamanı zarfında “b_1” vaziyyetinden “b” vaziyetine avdet eder ise de bu meyanda sürati kıymet-i mutlakaca sûret-i mütemâdiyede tezâyüd ettiğinden “b” vaziyetinde sükûnete dahil olamaz. Fi’l-hakîka (7) düstûruna tevfîkan

$$\text{ه} = \frac{\pi}{2}\frac{1}{\sqrt{\text{ṭ}}}$$

Sayfa 36

zamanında yani cüz'-i ferdin "b" vaziyet-i muvâzenetine vusûlünde süratin kıymeti taharrî edilecek olur ise:

$$B = -\frac{\text{ط}\, s}{\text{طه}} = m\sqrt{t}\,\text{ḥb}\left(\frac{\pi}{2}\frac{\sqrt{\text{ṭ}}}{\sqrt{\text{ṭ}}}\right)$$

veya $$B = m\sqrt{\text{ṭ}}\,\text{ḥb}\,\frac{\pi}{2}$$

bulunur; binâberin bu sür'at-i müktesebe ile 'b' vaziyetinde kalamayarak, sürat-i mezkûre sıfıra müncer oluncaya kadar 'b' cihetine doğru harekete devam eder. Halbuki süratin sıfır olması, ta'bir-i âharla:

$$-\frac{\text{ط}\, s}{\text{طه}} = m\sqrt{\text{ṭ}}\ \text{ḥb}\,\text{ه}\sqrt{\text{ṭ}} = 0$$

bulunması için $$\text{ه}\sqrt{\text{ṭ}} = \pi$$

veya $$\text{ه} = \pi\frac{1}{\sqrt{t}}$$

olması iktizâ edeceğinden cüz'-i ferd de

$$\text{ه} = \pi\frac{1}{\sqrt{\text{ṭ}}}$$

zamânı nihâyetine kadar 'b_2' cihetinde harekete devam ve (6) muâdelesine tevfîkan 'b' noktasından itibâren

$$s = m\,\text{bḥb}\,\frac{\pi}{\sqrt{\text{ṭ}}} \times \sqrt{\text{ṭ}} = -m$$

mesafesini kat' eyleyerek 'b_1' noktasının mütenâzırı bulunan 'b_2' noktasında ârâm eder.

İşte bu sûretle 'b' muvâzenet-i vaziyetinden 'b_1' noktasına kadar tebâüd ettirilmiş olan cüz'-i ferd bir hareket-i mütezâyide ile 'b' vaziyetine takarrüb eder ise de orada tevakkuf edemeyerek bir hareket-i mütenâkısa ile 'b_1' noktasının mütenâzırı bulunan 'b_2' noktasına kadar tekrar tebâüde sa'y eyler. Kezalik bu 'b_2' noktasında da sürati sıfıra müntehî olur ise de ‘b’ muvâzenet-i vaziyetinden m = b “b_2” kadar tebâüd etmiş bulunacağı cihetle kuvve-i elâstikiyye taht-ı te’sirinde bir hareket-i mütezâyide ile ‘b’ vaziyetine takarrüb eder; ve yine bu vaziyetinde tevakkuf edemeyerek bir hareket-i mütenâkısa ile tekrar ‘b_1’ noktasına kadar tebâüd eyler. Hülâsa bu minval üzere cüz’-i ferd ‘b_1’ , ‘b_2’ vaziyât-ı mütenâzırası meyanında nazarî olarak ilâ gayrin nihâye icra-yı raks eder ki vüs‘ati gayetle asgar olan bu hareket-i raksiyeye <hareket-i ihtizâziye> nâmı verilir.

Hareket-i raksıyede olduğu gibi hareket-i ihtizâziyede de cüz’-i ferdin “b_1”, “b_2” vaziyet-i intihâiyelerinin birinden hareket, diğerine muvâsalat ve badehu tekrar evvelki vaziyet-i intihâiyeye

Sayfa 37

avdet etmesi için icra eylediği hareket <bir ihtizâz-ı tâm> ve yalnız bir vaziyet-i intihâiyye ile mukâbil vaziyet-i intihâiye arasında icrâ ettiği nısf-ı ihtizâz-ı tâm’a da <ihtizâz-ı basit> denilir.

16) Hareket-i İhtizâziyenin Devri :

Rakkasta olduğu gibi burada da ihtizâz-ı tâm’ın vüsati lâ-yenkat‘-ı tenâkus eder ise de müddeti sabit kalır ki bu müddete bilhassa hareket-i ihtizâziyenin <devri> tâbir olunur.

Yukarıda verilen izâhatten anlaşılacağı üzere cüz’-i ferdin her iki vaziyet-i intihâiyeye vusulünde “b” sür‘ati sıfır olduğundan bu vaziyetlerde bulunduğu zamanlar (7) düstûruna tevfikân sırasıyla:

$$\odot = 0 \qquad \odot = \pi \frac{1}{\sqrt{\text{ţ}}} \qquad \odot = 2\pi \frac{1}{\sqrt{\text{ţ}}} \qquad \odot = 3\pi \frac{1}{\sqrt{\text{ţ}}} \; ....$$

kıymetlerine tevâfuk eder.

Bilakis ‘b’ muvâzenet-i vaziyetinden her defa mürûrunda sürati âzami veya asgarî ‘v’ ‘s’ mesâfesi ise sıfır olacağından (6) düstûruna tevfîkan cüz’-i ferdin bu vaziyetinden mürûru ânları da yine sırasıyla:

$$\odot = \frac{\pi}{2\sqrt{\text{ţ}}} \qquad \odot = \frac{3\pi}{2\sqrt{\text{ţ}}} \qquad \odot = \frac{5\pi}{2\sqrt{\text{ţ}}} \qquad \odot = \frac{7\pi}{2\sqrt{\text{ţ}}} \; ....$$

zamanlarına tesâdüf eder. Binâberin bir ihtizâz-ı basît müddeti:

$$\odot = \frac{\pi}{\sqrt{ṭ}}$$

olduğu gibi bir ihtizâz-ı tâm müddeti de:

$$\odot = \frac{2\pi}{\sqrt{ṭ}}$$

olmak lazım gelir. İşte hareket-i ihtizâziyenin <devri> “n” ile gösterilir ise:

$$\mathrm{n} = \frac{2\pi}{\sqrt{ṭ}} \qquad (8)$$

düsturuna dest-res olunur.

Şimdi $\sqrt{ṭ}$ emsalinin bu düstûrdan istihsâl olunan

$$\sqrt{ṭ} = \frac{2\pi}{\mathrm{h}}$$

kıymeti (6), (7) düsturlarından mahallerine konulur ise

$$s = m\, b ḥ b\, 2\pi \frac{\odot}{\mathrm{n}} \qquad (9)$$

$$\mathrm{B} = \frac{2\,\pi\, m}{ḳ}\, ḥ b\, 2\pi \frac{\odot}{\mathrm{n}} \qquad (10)$$

muâdeleleri hâsıl olur.

Sayfa 38

Bu muâdelelerden zâhir olacağı üzere hareket-i ihtizâziye $\odot$ zamanının bir tâbi‘-i devrîsinden ibârettir. Şöyle ki: Bir ihtizâz-ı tâm müddeti “n” olduğuna göre

$\odot + \mathrm{n}$ $\qquad$ $\odot + 2\,\mathrm{n}$ $\qquad$ $\odot + 3\,\mathrm{n}$ ………

zamanlarında sürat yekdiğerine müsâvi ve işâretce mutâbık kıymetler kesb eder.

Bilakis:

$\odot + \frac{\mathrm{n}}{2}$ $\qquad$ $\odot + \frac{3\,\mathrm{n}}{2}$ $\qquad$ $\odot + \frac{5\,\mathrm{n}}{2}$ …….

zamanlarında ise sürat müsâvi ve işâretce muhâlif kıymetler ahz eder.

Binâenaleyh 's' mihveri zamana ve "a" mihveri de sürate tahsîs edilecek olur ise hareket-i ihtizâziye bir münhanî-i ceybi ile irâe edilebilir.

17) Hareket-i İhtizâziyenin Safhası: Mebde'-i zaman cüz'-i ferdin "b_1" vaziyetinden hareketi ânına tevâfuk etmediği ve bilakis bu an mebde-i zamâna nazaran $\wp'$ zamanına tesadüf eylediği sûrette yukarıki düsturlar:

$$s = m\ \text{bḥb}\ 2\pi\ \frac{\wp - \wp'}{n} = m\ \text{bḥb}\ 2\pi \left(\frac{\wp}{n} - \frac{\wp'}{n}\right)$$

$$B = \frac{2\pi m}{n}\ \text{ḥb}\ 2\pi \left(\frac{\wp - \wp'}{n}\right) = \frac{2\pi m}{n}\ \text{ḥb}\ 2\pi \left(\frac{\wp}{n} - \frac{\wp'}{n}\right)$$

şekillerini kesberderler.

Alelâde $\frac{\wp'}{n}$ miktârı "c" ile ve $+\frac{2\pi\, m}{n}$ emsâli de "ḳ" ile gösterilerek bu düsturlar da

$$s = m\ \text{bḥb}\ 2\pi \left(\frac{\wp}{n} - c\right) \qquad (11)$$

$$B = \text{ḳ}\ \text{ḥb}\ 2\pi \left(\frac{\wp}{n} - c\right) \qquad (12)$$

sûretinde irâe edilir, ve bu halde "k" emsâline < hareket-i ihtizâziyenin vüs'ati > ve "c" miktârına da <hareket-i ihtizâziyyenin safha> sı denilir.

Hareket-i ihtizâziyenin safhası, mebde-i zaman ile cüz'-i ferd veya müteharrikin "b_1" noktasından hareketi arasında geçen ihtizâz-ı tâm müddetinin adedlerini irâe eder. Mamafih hesâbatta bunun aded-i sahîh kısmından sarf-ı nazarla yalnız kesir kısmı dahil hesâb edilir. Zirâ düsturdaki tamâm-ı ceybin kıymeti yalnız kesir kısmına tâbi'dir.

Tenbîh: Mebde-i zaman, $2\pi\ \frac{\wp}{n}$ hâsıl-ı darbını $\frac{\pi}{2}$ kadar tezyîd edecek surette intihâb edildiği takdirde yukarıdaki iki düstûrda ceybler tamâm-ı ceybe, ve tamâm-ı ceybler ceybe tebeddül eder.

Sayfa 39

Bundan anlaşılır ki biri müteharrikin muvâzenet vaziyetine olan miktar-ı tebâüdünü, diğeri süratini ifade eden iki şu düstur esâsen yekdiğerinin müşâbihidir. Ancak mu‘tâd olduğu üzere mikdar-ı tebâüd tamâm-ı ceyb ile ve sürat de ceyb ile gösterilegelmiştir.

18) Hareket-i İhtizâziyenin Şiddeti: Hareket-i ihtizâziyede bir devir zarfında müteharrikin sürati her an tahavvül ettiğinden hareket-i mezkûrenin eser-i mihânikîsi, tâbir-i âherle şiddeti, bu müddet zarfındaki kuvve-i zinde-i vâsatiyye ile takdir edilir.

Binâenaleyh hareket-i ihtizâziyenin şiddetini istihsâl için “n” devri zarfında müteharrikin hâiz olduğu kuvve-i zindeler mecmuunu bu “n” zamanına taksîm etmek icâb eder: İmdi bu şiddet “ş” ile gösterilir ve müteharrikin kütlesi vâhid itibar olunur ise:

$$\text{ş} = \frac{\text{bmă bhb } \text{[illegible]}}{2\,\text{n}}$$

veya

$$\text{ş} = \frac{1}{2\pi}\,\text{bmă ķ ḫb}^2\; 2\pi\left(\frac{\text{[illegible]}}{\text{n}} - \text{c}\right) = \text{[illegible]}$$

velhâsıl

$$\text{ş} = \frac{\text{ķ}^2}{2\text{n}}\,\text{bmă}\frac{1-\text{bḫb}\,4-\left(\frac{\text{[illegible]}}{\text{n}}-\text{c}\right)}{2}$$

$$\text{ş} = \frac{\text{ķ}^2}{4} \tag{13}$$

bulunur.

Bundan istidlâl edilir ki bir hareket-i ihtizâziyenin şiddeti, $\frac{1}{4}$ mazrûb-ı sâbitinden sarf-ı nazar olunduğu halde, vüsat-i ihtizâzın murabba‘ıyla takdîr olunabilir.

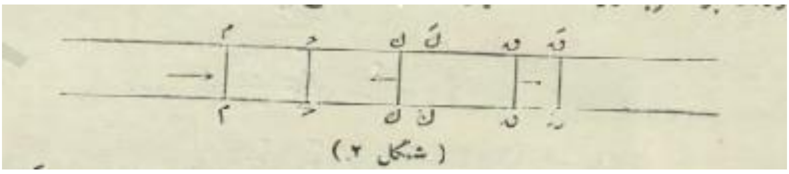
19) Hareket-i İhtizâziyenin İntişârı : İhtizâzat-ı Tûlaniye ve Arzaniye: Bir vâsıta-i elâstikiyyenin bir cihetinde, her ne sûretle olur ise olsun, bir ihtizâz husûle getirildiği halde bu ihtizâz-ı vâsıta-i mezkûrenin en baîd bulunan nikatına kadar intikâl eder. Fakat bu hususta ihtizâzat-ı tûlaniye ile ihtizâzat-ı arzâniyeyi yekdiğerinden tefrîk etmek lazımdır.

İhtizâzat-ı tûlaniye, hareket-i ihtizâziyenin cihet-i intişârına mütevâziyen vuku‘a gelen

Sayfa 40

ihtizâzat-ı arzâniye ise hareket-i ihtizâziyenin cihet-i intişârına amûden husûle getirebilen ihtizâzatdan ibarettir. Gerilmiş bir keman kirişi ortasından çekilerek bırakılacak olur ise bu kirişin ihtizâzatı, ihtizâzat-ı arzâniyeye ve bilakis şâkulen bir ucundan asılmış bir kauçuk borunun diğer ucundan çekilerek bırakıldığı haldeki ihtizâzatı da ihtizâzat-ı tûlaniyeye misâl olabilir. Mamafih ecsâm-ı sulbe derûnunda intişâr eden bazı ihtizâzat-savtiye ile alelumûm mâyi‘ ve gazlardaki ihtizâzat-ı savtiye ihtizâzat-ı tûlaniyeden başka bir şey değildir. Burada evvel emirde ihtizâzat-ı tûlaniyenin sûret-i intişârı tedkîk edilecek muahharan ihtizâzat-ı arzâniyenin intişârı nazar-ı tedkîkten geçirilecektir.

20) İhtizâzat-ı Tûlâniyenin Bir Üstüvâne-i Gayr-ı Mahdûde Derûnunda İntişârı: Sulb, mâyi‘ veya gazdan ibâret, fakat mütecânis, elâstikî ve gayr-ı mahdûd bir sütun-ı üstüvâni tasavvur edelim; ve bu sütunun bir kıt‘asında bir ihtizâz-ı basit hâsıl edilmiş, tabir-i âherle kıt‘a-i mezkûrenin bir darba veya sadme tesiriyle tebdîl-i mevzi‘ ettirilmiş olduğunu tahayyül edelim.



(Şekil 2)

Bir sûretdeki bu kıt‘anın her bir makta‘-ı kaiminde bulunan eczâ-yı ferdiye mütesâviyen ve üstüvanenin mihverine mütevâziyen ileriye doğru bir miktar sevk edilmiş bulunsun. Vâkıâ şu ihtizâz sebebiyle (şekil 2) doğrudan doğruya müteessir olan “m” “ḥ” ve kıta‘-i mahdûdesi dâhilinde her bir makta‘ın kesb edecek sürat ve miktar-ı hareket yekdiğerine müsâvi olmaz ise de herhalde bunların bir kanûna tâbi bulunduklarına şüphe edilemez. İşte bu sûretle doğrudan doğruya tahrîk edilen eczâ-yı ferdiyenin tebdîl-i mevzi‘ etmelerinden dolayı zuhur eden kuva-yı elâstikiyye, ön taraflarında bulunan diğer eczâ-yı ferdiyeyi tahrîk ve bunlardan husûle gelen kuvâ-yı elâstikıyye de daha uzaktakilerini tehzîz eyler; binâenaleyh şu ihtizâz, aynı makta‘da eczâ-yı ferdiyeyi mütesâviyen ve mihver-i üstüvâneye mütevâziyen hareket ettirmek üzere üstüvâne dâhilinde intişâr eder. Adeta üstüvâne-i mütecânisenin dâhilinde vuku‘a getirilen böyle bir darbenin üstüvâne derûnunda intişârı Maryot (Mariotte) un yedi aded fil dişi yuvarlak ile icrâ eylediği tecrübe-i meşhûrede sadmenin yuvarlaklar meyânındaki intişârına müşâbihtir.

Sayfa 41

21) Muadele-i Tefâzuliye: Şimdi üstüvâne dahilinde “m” mebde‘inden “s” bu‘dunda ve “ها s” sihanında mütevâziyyü’l-vecheyn bir k k′ k′ k tabakası tasavvur ve bu tabakanın ⊘ zamanı nihâyetinde k ḳ′ ḳ′ k vaziyyetini kesb eylemiş olduğunu tasavvur edelim. k k makta‘nın bu esnada kat‘ eylediği ḳ′ bu‘du ṣ ile gösterilir ise bu ṣ miktarına ⊘ zamanıyla “s” bu‘dunun

$$\text{ṣ} = \text{ba}(\text{s}, ⊘)$$

gibi bir tâbii nazarıyla bakılabilir. Şu kadar ki üstüvâne derûnunda darbenin intikâli esnâsında aynı makta‘a ait “ k k, ḳ′ ḳ′ “ gibi vaz‘iyyât- ı muhtelife nazar-ı itibâra alındığına göre “s” mesâfesini sabit ve ⊘ zamânını mütehavvil farzetmek ve “ k k, k′ k′ “ gibi muhtelif makta‘ların bir anda bulundukları vaz‘iyât nazar-ı tetkîke alındığına göre de ⊘ zamanını sabit ve “s” mesâfesini mütehavvil addeylemek icâb eder.

İşte mebde’den “s” bu‘dunda kâin” k k “makta‘ı ⊘ zamanı nihâyetinde mebde’den s+ṣ bu‘dunda bulunan ḳ ḳ vaziyetini ahz ettiği halde yine mebde’den s+ ها s bu‘dunda kâin makta‘nın aynı zaman zarfında kesbeyleceği ḳ′ ḳ′ mevki‘ni tayin için yukarıdaki tâbi‘de “s” yerine s+ها s vaz‘ ederek tâbi-ı mezkûru tevsi‘ eylemek kifâyet eder. Bu halde ikinci mertebeden olan asgâr-ı nâmütenâhiler terk edilmek şartıyla:

$$\text{k' ḳ'} = \text{ba‘}(\text{s} + \text{ها s}, ⊘) = \text{ba‘}(\text{s}, ⊘) + \text{ba'}_{\text{s}}(\text{s}, ⊘)\ \text{ها s}$$

veyâhud:

$$\text{k}'\text{ḳ}' = \text{ṣ} + \frac{\text{ها ṣ}}{\text{ها s}}\ \text{ها s}$$

bulunur.

Binaenaleyh bu tebdîl-i mevzi‘den dolayı “k k′ k′ k” kıt‘asının sihanı k k′ = ها s iken şimdi:

$$\text{ḳ ḳ}' = \text{k k!} + \text{k}'\text{ḳ}' - \text{k ḳ}$$

$$= \partial + ş + \frac{\partial ş}{\partial s} \partial s - ş$$

$$= \left(1 + \frac{\partial ş}{\partial s}\right) \partial s = \bar{f} s$$

olur.

Sayfa 42

Bundan anlaşılacağı üzere $\frac{\partial ş}{\partial s}$ miktarı üstüvânenin mihverine muvâzi olarak vâhid-i tûlunun mikdâr-ı tevsiinden ibâret olduğu gibi zaten üstüvânenin makta‘-ı vâhid itibar edildiğinden, vâhid-i hacminin miktâr-ı takabbuzu veya daha umûmi olmak üzere <miktâr-ı tekâsüfü > de $\frac{\partial s}{\partial ş}$ miktarına müsâvi olmak lâzım gelir.

İşte $k \; ķ' \; k' \; l$ kıt‘asının $k \, , k'$ makta‘larının yekdiğerinden tebâüdü hasebiyle kıt ‘ı-ı mezkûrede hâsıl olan şu tebeddül-i şekl ile mütenâsib bir kuvve-i elâstikiyye zuhûr eder ki bunun da vâhid-i satha âit olan kısmı _ <mebhâs-ı elâstikiyyet> de görüldüğü üzere _

$$f' = h \frac{\partial ş}{\partial s}$$

ile ifâde olunur. Halbuki bu kuvve-i elâstikiyye asıl tebeddül-i şekli mûcib olan kuvve-i muharrikeye müsâvi ve maâkîs olacağı cihetle kuvve-i mezkûrenin $ķ \, ķ$ makta‘ının vâhid-i sathına isâbet eden kısmı $$f' = h \frac{\partial ş}{\partial s} \qquad (1)$$

olur; ve hâiz olduğu _ işaretine nazaran cihet-i menfiyede (şekilde sola müteveccih) bulunur. Diğer taraftan $ķ' \; ķ'$ makta‘ının vâhid-i sathı üzerine tesir eden kuvve-i elâstikiyye de:

$$f'' = h \left(\frac{\partial ş}{\partial s} + \frac{\partial^2 ş}{\partial s^2} \bar{f} s\right)$$

olacağından aynı zamanda makta‘-ı mezkûrun vâhid-i sathı üzerine cihet-i müsbete de (şekilde sağa müteveccih) olarak:

$$f'' = h\,(\frac{la\ ṣ}{la\ s} + \frac{la^{2}\ ṣ}{la\ s^{2}}\bar{f}\,s) \qquad (2)$$

gibi bir kuvve-i hârice de tesir eder. Bundan istidlâl olunur ki ḳ ḳ′ ḳ′ ḳ kıt‘asının beher vâhid-i makta‘ı :

$$f = f' + f'' = h\left(\frac{la\ ṣ}{la\ s} + \frac{la^{2}\ ṣ}{la\ s^{2}}\bar{f}\,s\right) - h\,\frac{la\ ṣ}{la\ s} = h\,\frac{la^{2}\ ṣ}{la\ s^{2}}\bar{f}\,s \qquad (3)$$

ile ifâde olunan bir kuvve-i müessire-i hâriciyyenin taht-ı tesirindedir.

Fakat bir cismin hareketini mûcib olan kuvvet, cism-i mezkûr kütlesiyle miktar-ı ta‘cîli

Sayfa 43

hâsıl darbına müsâvi olacağından üstüvâneyi teşkil eden maddenin kesâfeti “g” olduğuna göre bu kuvve-i müessire:

$$f = g\,(\frac{la^{2}\ ṣ}{la\ ⵙ^{2}}\,\bar{f}\,s \qquad (4)$$

olmak lâzım gelir; ve binâenberîn (3) ve (4) ifâdelerinden:

$$h\,(\frac{la^{2}\ ṣ}{la\ ṣ^{2}}\,\bar{f}\,s = g\,\frac{la^{2}\ ṣ}{la\ ⵙ^{2}}\,\bar{f}\,s$$

veyâhud $\frac{h}{g} = b^{2}$ (5)

vaz‘ıyla $(\frac{la^{2}\ ṣ}{la\ ⵙ^{2}} = b^{2}\,\frac{la^{2}\ s}{la\ ṣ^{2}}$ (6)

muâdele-i tefâzuliyesi istihsâl edilir.

22) Muadele-i Tefâzulîye’nin İtmâmı: Bu muâdele-i tefâzulîyenin tamâmi-i umûmîsi ilk defa olarak Dalamber (D’Alambert) tarafından bulunmuş ve ba, a tâbi‘leri keyfi olmak üzere,

$$ṣ = ba\,(s + b\,ⵙ) + la\,(s - b\,ⵙ) \qquad (7)$$

sûretinde ifâde olunmuştur[45] . Bu halde üstüvâne derûnunda ve mebde'den "s" bu'dunda kâin

---

[45] Fi'l-hakîka müştakât-ı kısmiyyeyi hâvi

$$\frac{\partial^2 \text{ṣ}}{\partial \vartheta^2} = b^2 \frac{\partial^2 \text{ṣ}}{\partial s^2}$$

muâdelesini itmâm için yekdiğerine

$$s + b\vartheta = f$$

$$s - b\vartheta = \text{ḳ}$$

Münasebetleriyle merbut f , ḳ gibi iki mütehavvil-i mutavassıtt kabul edelim.Eğer s , ϑ mütehavvillerinin bu muadelelerden f, ḳ mütehavvillerine tâbi' olarak istihraç olunacak kıymetleri ṣ tâbiinde mahallerine konulacak olur ise tabiidir ki f , ḳ mütehavvillerine nazaran bir tâbi-i sarîhi istihsâl olunur. Bundan istintâc olur ki " ṣ " miktârı f , ḳ mütehavvil-i mutavassıtalarının ṣ = ba (f , ḳ) gibi bir tâbiidir. Bu halde:

$$\frac{\partial \text{ṣ}}{\partial s} = \frac{\partial \text{ṣ}}{\partial f} + \frac{\partial \text{ṣ}}{\partial \text{ḳ}}$$

olacağı gibi:

$$\frac{\partial^2 \text{ṣ}}{\partial s^2} = \frac{\partial^2 \text{ṣ}}{\partial^2} + 2\,\frac{\partial^2 \text{ṣ}}{\partial f\,\partial \text{ḳ}} + \frac{\partial^2 \text{ṣ}}{\partial \text{ḳ}^2}$$

bulunur; ve aynıyla:

$$\frac{\partial \text{ṣ}}{\partial \vartheta} = b\,\frac{\partial \text{ṣ}}{\partial f} - b\,\frac{\partial \text{ṣ}}{\partial \text{ḳ}}$$

ve

$$\frac{\partial^2 \text{ṣ}}{\partial \vartheta^2} = b^2 \left(\frac{\partial^2 \text{ṣ}}{\partial f^2} - 2\,\frac{\partial^2 \text{ṣ}}{\partial f\,\partial \text{ḳ}} + \frac{\partial^2 \text{ṣ}}{\partial \text{ḳ}^2}\right)$$

istihsâl olunur. İşte bu ifâdeler yukarıdaki muâdele-i tefâzuliyede mahallerine vaz' edilir ise:

$$\frac{\partial^2 \text{ṣ}}{\partial f\,\partial \text{ḳ}} = 0$$

neticesine dest-res olunur. Bundan anlaşılır ki:

$$\frac{\partial \text{ṣ}}{\partial \text{ḳ}}$$

müştâkk-ı evveli f mütehavvil-i mutavassıtına tâbi' değildir. Tâbir-i âherle müştâkk-ı mezkûr:

Sayfa 44

K k' kıt‘asının $\odot$ zamanındaki p sür‘ati ile “ne” mikdâr-ı takabbuzu veya mikdâr-ı tekâsüfü bervech-i âti olmak lâzım gelir:

$$B = -\frac{d\,ṣ}{d\,\odot} = b\ \ ba'(s + b\,\odot) - b\,a'(s - b\,\odot) \qquad (8)$$

$$ne = -\frac{d\,ṣ}{d\,s} = -ba'(s + b\,\odot) - a'(s - b\,\odot) \qquad (9)$$

Bu muadelelere dâhil olan ba , a tâbi‘leri hâlât-i ibtidâiye ($\odot$= 0 zamânında p , be

Sayfa 45

mikdarlarının kıymetleri) vasıtasıyla tayin olunur. Şöyle ki: İlk darbenin hissolunduğu kıt‘a dâhilinde ve $\odot = 0$ zamânında $\bar{B}$ sür‘ati ile be mikdâr-ı tekâsüfü malum olacağı cihetle bunlar nazîr-i nazîreyi by (s), bv (ṣ) ile gösterilecek olur ise:

$$\bar{B} = b\,ba'(s) - b\,na'(s) = by(s) \qquad \text{(m)}$$

$$be = -ba'(s) - la'(s) = -bv(s) \qquad (\odot)$$

mikarları ‘s’ bu‘dunun tevâbi‘-i muayyenesinden ibâret demek olur. Bu hâlde muâdelât-ı ahîreyi bir kere cem‘ ve bir kere tarh ederek:

$$\frac{d\,ṣ}{d\,ḳ} = la\,(ḳ)$$

gibi ḳ mütehavvilinin bir tâbi‘inden ibârettir. İfâde-i ahîreden ise:

$$d\,ṣ = la\,(ḳ)\,d\,ḳ$$

bulunacağından bu da itmâm edilecek olur ise:

$$ṣ = b\tilde{m}a\ la\,(ḳ)\,d\,ḳ + \text{sabit}$$

veyâ miktâr-ı sâbit yerine $\bar{b}$ (f) vaz‘ olunur ise:

$$ṣ = a\,(ḳ) + ba\,(f)$$

olur.

Burada da f ile ḳ mütehavvillerinin kıymetleri mahallerine konulur ise:

$$ṣ = ba\,(s + b\,\odot) + la\,(s - b\,\odot)$$

istihsâl olunur.

$$ba'(s) = \frac{by(s) + b\,bv(s)}{2b}$$

$$la'(s) = \frac{by(s) + b\,bv(s)}{2b}$$

tâbi‘lerine dest-res olunur. İşte bunlar yukarıda (8) , (9) düsturlarında mahallerine vaz‘ olunur ise:

$$\bar{B} = \frac{1}{2}\{[by(s + b\odot) + b\,bv(s + b\odot] + [by(s - b\odot) - b\,bv(s - b\odot)]\} \qquad (10)$$

$$ne = \frac{1}{2b}\{[by(s + b\odot) + b\,bv(s + b\odot] - [by(s - b\odot) - b\,bv(s - b\odot)]\} \qquad (11)$$

düstûrları istihsâl edilir ki bunlar da < mes’ele-i intişâr> ı tamâmıyle hâlle kâfidirler.

Şimdi ihtizâz-ı basîtin mıntıkasını (şekil 3) s = 0 , s = L bu‘dlarında kâin m m , ḥ ḥ arasında mahsûr farz edelim. Bu halde by , bv tâbi‘leri s mütehavvilinin sıfırdan asgar ve L = $\overline{m ḥ}$ ’den a‘zam herbir kıymeti için sıfıra müsâvi bulunurlar. Üstüvâneyi üç mıntıkaya taksim ile evvela cihet-i müsbetede s = L = $\overline{m ḥ}$ ile s = + ∞ arasında bir k k makta‘nı nazar-ı itibâra alalım. Böyle bir makta‘ için şüphesiz by $(s + b\odot)$, bv $(s + b\odot)$ tâbi‘leri sıfır olur ise de diğeri by $(s - b\odot)$, $bv(s - b\odot)$ tâbi‘leri :

$$s - b\odot > 0 \qquad\qquad s - b\odot < L$$

olmak şartıyla bir kıymet-i mahdûdeyi hâiz olabilirler.Bu takdirce yukarıki sürat ve tekâsüf düsturları:

$$B_1 = \frac{1}{2}[by(s - b\odot) - b\,bv(s - b\odot)]$$

$$ne_1 = \frac{1}{2b}[by(s - b\odot) - b\,bv(s - b\odot)]$$

Sayfa 46

şekillerine müncer olacağından bunlardan

$$B = b\,ne$$

münâsebeti istihrâc olunur. Ancak bu münâsebetin vücudu, evvelce de söylendiği vecih üzere,

$$s - b\theta < L$$

ve $$s - b\theta > 0$$

veyâhud $$\frac{s-L}{b} < \theta$$

ve $$\frac{s}{b} > \theta$$

olmasına mütevakkıftır.

Bundan istidlâl edilir ki makta‘-ı mefrûz $\theta = \frac{s-L}{b}$ zamanına kadar sükûn üzere bulunarak bu zamandan itibâren ihitizâza dâhil ve $\theta = \frac{s}{b}$ anında ihtizâzdan fârig olur. Mamâfih ihtizâz-ı basît aynı minval üzere üstüvâne derununda ileriye doğru intişâra devam eyler; çünkü $s - b\theta$ mikdâr-ı mütehavvili her makta‘da L ile sıfır meyanında vâki‘ aynı silsile-i kıymetten mürûr eder. Hülâsa lâ-aletta‘yîn bir θ zamânında üstüvâne dahilinde hareket üzere bulunan (yani ilk ihtizâz-ı basitin tesiriyle müteessir olan) noktalar

$$s - b\theta = L \quad \text{ile} \quad s - b\theta = 0$$

bu‘dlarına tevâfuk eden makta‘lar arasında mahsur olan noktalardır.

Bundan anlaşılacağı üzere ihtizâz-ı basît, üstüvâne derûnunda ve cihet-i müsbetede L tûlundan yegâne bir <mevc> şeklinde olarak hareket-i mütesâvile ile intikal eder ki bu hareket-i intikaliyenin sürati de şüphesiz b’dir [46]. Binaenaleyh üstüvâne dâhilinde hareket-i ihtizâziyenin sürat-i intişârı (5) düstûruna tevfîkân

$$b = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

[46] θ zamânını itâ eden $\frac{s}{b}$ ifâdesinde s mesâfeden ibâret bulunduğuna ve harekette bir hareket-i mütesâviye olduğuna göre behemehâl b mikdârı sürate müsâvi olur.

ile ifâde olunur. Fakat bu hareket-i intikaliye bir hareket-i zâhiriyeden ibârettir. Mevci teşkîl eden eczâ-yı ferdiye her an makta‘dan makta‘a tebeddül eder. Binâenaleyh b sürat-i sâbitesiyle intikâl eden şey mevci teşkîl eden eczâ-yı ferdiye değil, bilakis bu eczâ-yı ferdiyenin işgal eylediği kıt‘anın şekl-i hendesîsîdir. Şurası da şayân-ı dikkattir ki hareket-i ihtizâziyenin bu sürat-i intişârı ne mevcin şekline, ne de darbenin kanun-ı tesirine tâbi‘ değildir.

Sayfa 47

Sâniyen s tûlunun cihet-i menfiyesinde s = 0 ile s = - ∞ arasında kâin bir k k makta‘nı nazar-ı itibâre alalım. Bu makta‘ için by (- s – b t), bv (- s - b t) tâbi‘leri sıfır olur ise de by (- s + b t), bv (- s + b t) tâbi ‘leri

$$-s + bt > 0 \qquad\qquad -s + bt < L$$

olmak şartıyla bir kıymet-i mahdûdeyi hâiz olabilirler.Bu halde sürat ve tekâsüf düstûrları

$$B_2 = \frac{1}{2}\left[by\left(-s + bt\right) + \ b\, bv\left(-s + bt\right)\right)$$

$$ne_2 = \frac{1}{2b}\left[by\left(-s + bt\right) + \ b\, bv\left(-s + bt\right)\right)$$

şekillerini kesb edeceğinden bunlardan da:

$$B = b\, ne$$

münâsebeti istihrâc olunur. Bundan anlaşılır ki her iki halde üstüvâne-i gayr-ı mahdûde dâhilinde bir makta‘ üzerinde p sür‘ati ve ne mikdâr-ı tekâsüfü, işaretten sarf-ı nazarla, yekdiğerine aynı münâsebetle merbûtdur. Fakat bu münâsebetin vücûdu mutlaka

$$-s + bt > 0 \qquad \text{ve} \qquad -s + bt < L$$

veyâhud

$$t > \frac{s}{b}, \quad t < \frac{s+L}{b}$$

olmasına mütevakkıftır. Binâenaleyh makta‘-ı mefrûz $\frac{s}{l}$ zamânında ihtizâza dâhil ve $\frac{s+L}{b}$ zamanında ise ihtizazdan fârig olacağından $\frac{l}{b}$ müddetince ihtizâz eder.

Hülâsa ihtizâz-ı basît cihet-i menfiyede dahi b sür‘at-i sabitesiyle L tûlunda bir mevc sûretinde intişâr eyler. Buraya kadar görülen mevâddan anlaşılacağına göre böyle bir üstüvâne-i gayr-ı mahdûde dâhilinde cihet-i müsbetede bir tûl-u muayyende vuku‘a getirilen bir ihtizâz-ı basît iki mevcin zuhûruna sebep olur ki bu mevcler b sür’at-i sabitesiyle biri bir tarafa diğeri diğer tarafa doğru intişâr eder. Ancak cihet-i müsbetede bulunan mevc, takabbuzât ile diğeri tevsîât ile intişâr eylediğinden birincisi <mevc-i munkabız> ikincisi < mevc-i münbasit > nâmıyla yâd edilir.

Sâlisen s = 0 ile s = L = $\overline{mt}$ arasında ve ihtizâz-ı basîtin mıntıkası dâhilinde bulunan t t makta‘ını nazar-ı itibâra alalım:

Sayfa 48

Böyle bir makta‘ için $s - b\vartheta > 0$, $s + b\vartheta < L$

olamaz ise de $s - b\vartheta < 0$, $s + b\vartheta > l$

olmak şartıyla da by ($s - b\vartheta$), by ($s + b\vartheta$), bv($s - b\vartheta$), bv ($s + b\vartheta$)

tâbileri de birer kıymet-i mahdûde kesb edebilirler.

İşte bu şartlar mevcut olduğu, tâbir-i âharl

$$s - b\vartheta > 0 > s - b\vartheta \qquad s - b\vartheta > l > s + b\vartheta$$

veyâhud $s - b\vartheta = 0$ $s + b\vartheta = L$

Bulunduğu surette (10) , (11) düstûrlarını teşkil eden b_1, b_2 kısımlarından her ikisi birer kıymet-i mahdûdeyi hâiz bulunur. Binenaleyh makta‘-ı mefrûzda her an b sürati o anda mevc-i munkabız da:

$$s = b\vartheta = \overline{mt}$$

bu‘dunda bulunan bir makta ‘ın b_1 süratiyle, mevc-i münbasitde de :

$$L - s = b\vartheta = \overline{ḥt}$$

bu‘dunda bulunan makta‘ın b_2 sürati , mecmu‘na müsâvi olacağı gibi her an ‘ne’ miktâr-ı tekâsüfü de mevc-i munkabız ve mevc-i münbasit de nazîri olan noktaların ne_1 ne_2 tekâsüfleri mecmu‘na müsâvi bulunur.

Eğer üstüvâne derûnunda ‘L’ tûlundaki kıt‘a-i mahdûde, bir ihtizâz-ı basît yerine bir ihtizâz-ı tâma yani birbirine mukâbil iki ihtizâz-ı basîte tâbi bulunsa, herbir ihtizâz-ı basît üstüvâne derûnunda müteveccih bulunduğu cihetde bir mevc-i munkabız ile mukâbil cihetde, aynı tûlda bir mevc-i münbasit tevlîd edeceğinden üstüvânenin her iki cihetinde b sür’at-i sabitesiyle intikal eden bir mevc-i munkabız ile bir mevc-i münbasitden mürekkeb birer mevc-i tâm hâsıl olur.

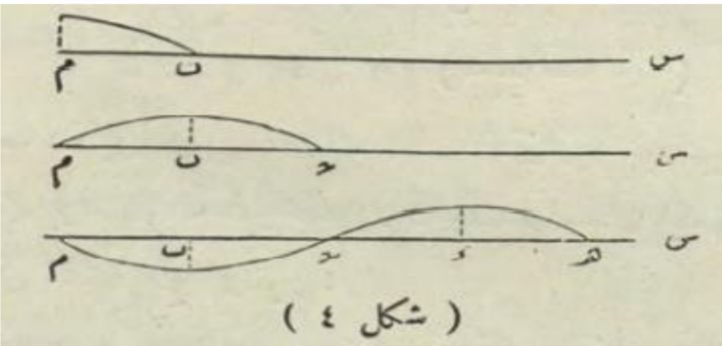
İşte her ne sûretle olur ise olsun, bu ihtizâz-ı tâm idâme edilecek olur ise üstüvânenin her iki cihetine doğru b sür’at-i sâbitesiyle intikâl eden birer hareket-i temevvüciyye-i mütemâdiye istihsâl olunur. Bir sûretde ki : Üstüvâne dâhilinde bir makta‘ veya bir noktanın zamânen yekdiğerinden müsâvi fâsılalar ile tefrîk kılınmış olan hâlat-ı ihtizâziyesi aynı zamanda üstüvâne derûnunda yekdiğerinden mesâfeten müsâvi fâsılalar ile ayrılmış bulunur.

24) Münhanî-i Musavver : Her makta‘ın hâlet-i ihtizâziyesini tasavvur için bu

Sayfa 49

makta‘ın mebde’ noktasına olan bu’dunu s mihveri intihâb ve her an bu makta‘da sür’at-i ihtizâziyeyi hareket-i temevvüciyenin cihet-i intişârına müteveccih olduğuna göre müsbet ve aksi takdirde menfi itibâr ile, a mihveri üzerinde ahz ve kat‘ eyleyelim.

Bu halde n ile gösterilen bir ihtizâz-ı tâm müddetinin rub‘una , nısfına, tâmına müsâvi bir zamanda (şekil 4) bervech-i âti münhanîyata dest-res olunur.



Şekil 4

Bunların birincisi bir rub‘-ı mevci , ikincisi bir nısf-ı mevci, üçüncüsü de bir mevc-i tâmı müş‘irdir.

Bu münhanîler süratler ile beraber miktar-ı tekâsüfü yani takabbuzât ve tevessü‘âtı da irâe ederler. Fi’l-hakîka bir mevc-i tâmı irâe eden münhanî nazar-ı itibâra alınacak olur ise miktar-ı tekâsüf sürat-i ihtizâz gibi m noktasından rub‘ tûl-ı mevce müsâvi bir m b bu‘duna kadar tezâyüd ve bu‘da tenâkus ederek, nısf-ı tûl-ı mevc de sıfıra müncer olur; müteâkıben süratler bu nısf-ı devr-i ihtizâzdaki süratlerin nazîrleri, fakat işâretçe muhâlifleri olan kıymetlerden mürûr ederek evvelce vukua gelen takabbuzâta bedel bir silsile-i tevessüât hâsıl olur.

Fakat mebde’den hareket-i ihtizâziyeye devâm edildiği cihetle bu birinci mevc, üstüvânenin her iki tarafına doğru b sürat-i sâbitesiyle intişâr ettiği esnada yeniden birtakım mevcler hâsıl olarak mevc-i evveli takip ederler. Ber-vech ile ki bir zaman-ı muayyende üstüvânenin hâlet-i ihtizâziyesi, mütesâvi ve fakat mütenâviben müsbet ve menfî kavislerden mürekkeb bir münhanî ile irâe olunabilir. Bu münhanînin mebde’deki tertîbi doğrudan doğruya tehzîz edilen kıt‘anın makta‘-ı ibtidâîsinin o andaki hâl-i ihtizâzını tasvîr eder.

Bu münhanîlerin mâhiyetini tayîn için hareket-i ihtizâziye muadele-i umûmiyesini üstüvâne-i gayr-ı mahdûdeye tatbik edelim; ve bunun için de üstüvanenin doğrudan doğruya tehzîz edilen ‘m’ mebde’ndeki kıt’asının sür‘atini:

$$B = \underset{.}{k}\,h\,b'2\,\pi\,\frac{\text{ظ}}{n}$$

düstûruyla ifâde eyleyelim. Hareket-i ihtizâziyenin üstüvâne derûnundaki sür‘at-i intikâli b olduğuna

Sayfa 50

göre bu kıt‘a-ı ibtidâiyenin bir andaki sürati mebde’den s bu‘dunda kâin diğer bir kıt‘aya ancak $\frac{s}{b}$ zamânında intikal eder. Binâberin bu ikinci kıt‘anın hâlet-i ihtizâziyesini tedkik için yukarıdaki düstûrda ظ yerine (ظ - $\frac{s}{b}$) koymak icâb eyler. İşte bu suretle istihsâl olunan

$$B = \underset{.}{k}\,h\,b\,2\pi\left(\frac{\text{ظ}}{n} - \frac{s}{bn}\right)$$

veyâhud $$b\,n = L$$

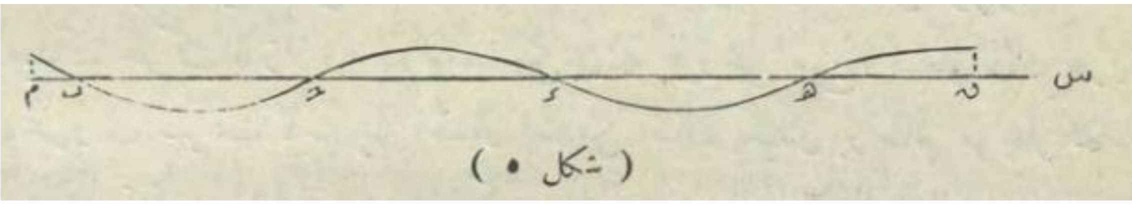
vaz‘iyle $$B = \text{ḳ}\,h\,b\,2\pi\left(\frac{\odot}{n} - \frac{s}{L}\right)$$

düsturu mebde’den s bu‘dunda bulunan bir makta‘ın hâlet-i ihtizâziyesini tayine kâfidir. Fi’l-hakîka düstur-u âhirin münâkaşasıyla bir üstüvâne-i gayr-ı mahdûde dâhilinde intikal eden hareket-i ihtizâziyenin kâffe-i şerâiti bervech-i âti istihrâc olunur:

Evvela $\odot$ zamânı sabit ve s mesâfesi suret-i mütemâdiye mütezâyid farz olunur ise b sürati bir münhanî-i ceybinin tertîbleriyle irâe olunabilir. Bu halde yekdiğerinden

$$b\,n = L$$

kadar baîd olan makta‘ların kâffesinde b sür‘ati aynı kıymeti hâizdir. İşte yukarıdaki düstura dâhil olan L mikdarı _ ki hareket-i ihtizâziyenin , n devrine müsâvi bir zaman zarfında üstüvâne derûnunda kat‘ eylediği mesafeden ibârettir_ <tûl- ı mevc> nâmıyla ma‘rûftur. (şekil 5) de bir mevc-i munkabız ile müteâkıb gelen mevc-i münbasitin imtidâdını irâe eden



Şekil 5

b e, e ḳ , ḥ e bu‘dları tûl-ı mevcden ibârettir. Kıt‘a-i mühtezzenin saniye-i vahidede icrâ eylediği ihtizâzât-ı tâmmenin ‘adı m ile gösterilecek olur ise:

$$m = \frac{L}{n}$$

olacağından

$$L = \frac{b}{m}$$

ifâdesi istihsâl olunur.[47]

Sayfa 51

İşte bir savtın ‘n’ devr-i ihtizâzı ile sâniye-i vâhidedeki aded-i ihtizâzi o savt için birer rükn-i aslî hükmündedir. Çünkü savtın ‘b’ sür‘at-i intişârı, bu intişâra vâsıta olan cismin cinse tâbi olduğu gibi ‘L’ tûl-ı mevci de savtın perdesine ve sür‘at-i intişârına göre tahavvül eder.

Sâniyen zamânını mütehavvil ve ‘s’ mesâfesini sâbit farz edelim: Bu halde zamânı ‘n’ kadar tezâyüd ettiği halde mebde’ noktasına mesâfesi ‘s’ olan makta‘ın sürati gûya bu mesâfe ‘L’ kadar tenâkus etmiş gibi tahavvül eder.

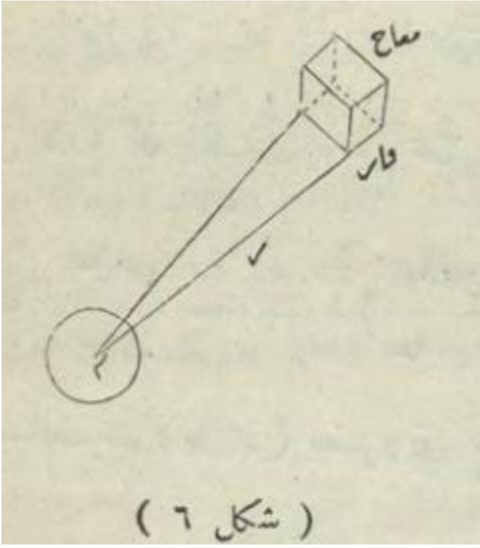
Binâberin münhanî-i ceybînin ‘b’ sürati sâbitesiyle ileriye doğru hareket ettiği ve makta ‘ların kâffesi de ‘n’ devri zarfında bir ihtizâz-ı tâm icrâ eylediği zâhir olur. Bundan istintâc olunur ki miktarı yukarıda ihtizâz-ı düstûr- umûmîsine dâhil olan ‘c’ safhasından başka bir şey değildir.

24) İhtizâzât-ı Tûlâniyenin Bir Vâsıta-i Gayr-ı Mahdûde Derûnunda İntişârı:

Mütâlaât-ı mesrûde, bir vâsıta-i gayr-ı mahdûdeye de tatbîk olunabilir.Şöyle ki: Bir vâsıta-i mütecânise gayr-ı mahdûde dâhilinde (şekil 6) müteâkıben takabbuz ve tevessü‘ ile ihtizâz eden, gayet asgar bir nısf-ı kutrda, bir ‘m’ küresi farz edelim ve vasıta dâhilinde merkez-i ihtizâzdan ‘r’ bu‘dunda ve ‘fa r’ sihanında bir de tabaka-i küreviye farz eyleyelim. Bu tabaka-i küreviyenin sathı üzerinde alınan asgâr-ı nâmütenâhi ḥ cüz’-i sathı ile ‘m’

---

[47] Bu hareket-i temevvüciyeye âid olan nazariye doğrudan doğruya ṣ tâbi‘inin tevâbi‘ devriye cinsinden olan tamamîî gayr-ı mahdûdu vasıtasıyla da istihrâc olunabilir.



Şekil 6

merkez-i ihtizâzından geçen sath-ı ehrâmiyenin tabaka-i mezkûreden ifrâz eylediği asgar-ı nâmütenâhi cüz’-i hacmi nazar-ı itibâra alalım: Bu cüz’-i hacmin $\text{لھ}\,\text{ḥ}$, $\text{لھ}\,\text{ḥ}'$ kâideleri üzerine tesir eden tazyîkler (madde: 3) de görüldüğü üzere nazîr-i nazîre :

$$f' = -h\,\frac{\text{لھ}\,\text{ş}}{\text{لھ}\,r}\,\text{لھ}\,\text{ḥ} \qquad f'' = h\left(\frac{\text{لھ}\,\text{ş}}{\text{لھ}\,r} + \frac{\text{لھ}^2\,\text{ş}}{\text{لھ}^2\,r}\,\bar{f}\,r\right)\text{لھ}\,\text{ḥ}'$$

olacağından cüz’-i mezkûre ait olan kuvve-i müessire:

Sayfa 52 :

$$f = f' + f'' = h\left(\frac{\text{لھ}\,\text{ş}}{\text{لھ}\,r} + \frac{\text{لھ}^2\,\text{ş}}{\text{لھ}\,r^2}\,\text{fa}\,r\right)\text{لھ}\,\text{ḥ}' - h\left(\frac{\text{لھ}\,\text{ş}}{\text{لھ}\,r}\right)\text{لھ}\,\text{ḥ}$$

den ibâret bulunur. Fakat ehrâmın hassa-i meşhûresine binâen:

$$\frac{\text{لھ}\,\text{ḥ}'}{\text{لھ}\,\text{ḥ}} = \frac{(r + \text{fa}\ r)^2}{r^2}$$

ve binâberin

$$\text{لھ}\,\text{ḥ}' = \text{لھ}\,\text{ḥ}\left(\frac{r + \text{fa}\,r}{r}\right)^2 = \text{لھ}\,\text{ḥ}\left(1 + \frac{\text{fa}\,r}{r}\right)^2$$

veya ba‘de’t-tevsî‘

$$d\,\text{\d{h}}' = d\,\text{\d{h}}\left(1 + \frac{2\,\text{fa r}}{\text{r}}\right)$$

olacağı gibi diğer taraftan, vâsıtanın kesâfeti g olduğuna göre,

$$f = d\,\text{\d{h}}\,\text{fa r} \times g\,\frac{d^2\,\text{\d{s}}}{d\,\vartheta^2}$$

olmak lâzım geleceğinden bunlar mahallerine bilvaz‘ :

$$d\,\text{\d{h}}\,\text{fa r}\,\frac{d^2\,\text{\d{s}}}{d\,\vartheta^2}\,g = h\left(\frac{d\,\text{\d{s}}}{d\,\text{r}} + \frac{d^2\,\text{\d{s}}}{d^2\,\text{r}}\,\text{fa r}\right)\left(1 + 2\,\frac{\text{fa r}}{\text{r}}\right) d\,\text{\d{h}} - h\left(\frac{d\,\text{\d{s}}}{d\,\text{r}}\right) d\,\text{\d{h}}$$

veya ba‘de-d-darb (fa r) mazrûbunu hâvi olan hadler terk edilecek olur ise:

$$\frac{d\,\text{\d{s}}}{d\,\vartheta^2} = \frac{h}{g}\left[\frac{d^2\,\text{\d{s}}}{d\,\text{r}^2} + \frac{2}{\text{r}}\,\frac{d\,\text{\d{s}}}{d\,\text{r}}\right]$$

istihsâl olunur.

Yukarıdaki (5) muâdelesi mûcibince

$$b^2 = \frac{h}{g}$$

olmakla muâdele-i âhire

Sayfa 53

$$\frac{d\,\text{\d{s}}^2}{d\,\vartheta^2} = \frac{b^2}{\text{r}}\left[2\,\frac{d\,\text{\d{s}}}{d\,\text{r}} + \text{r}\,\frac{d\,\text{\d{s}}^2}{d\,\text{r}^2}\right]$$

ve $\text{\d{s}} = \frac{a}{r}$

vaz‘ ve kabul olunur ise:

$$\frac{d^2\,a}{d\,\vartheta^2} = b^2\,\frac{d^2\,a}{d\,r^2} \qquad (6’)$$

şekline irca‘ edilir ki bu da evvelce Dalamber tarafından itmâm olunan (6) muâdelesinin aynıdır. Binâenaleyh (7) muâdelesine tevfîkan:

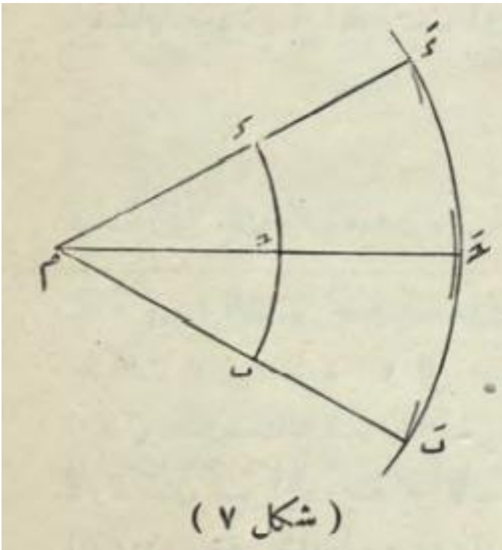
$$a = ba\left(s + b\,\odot\right) - la\left(s - b\,\odot\right) \qquad (7')$$

olacağı gibi

$$\c{s} = \frac{1}{r}\left[ba\left(s + b\,\odot\right) + a\left(s - b\,\odot\right)\right] \qquad (7'')$$

bulunur.

İşte bu muâdelelerden evvel bir vâsıta-i gayr-ı mahdûde dâhilinde hareket-i ihtizâziyenin her cihete doğru, bir üstüvâne-i gayr-ı mahdûde derûnunda olduğu gibi,b sür‘at-i sâbitesiyle intişâr ettiği; sâniyen her bir cüz-i ferdin sürati merkez-i ihtizâza olan bu‘duyla ma‘kûsen tahavvül eylediği sâbit olur. Bu halde bir vâsıta-i mütecânise-i gayr-ı mahdûde dâhilinde bir noktada hareket-i ihtizâziyenin kudret-i harekiyesi (nısf-ı zinde kuvveti) bu noktanın merkez-i ihtizâza olan mesâfesi murabba‘ıyla ma‘kûsen mütenâsib olmak lâzım gelir. Halbuki bu kudret-i harekiye savtın o noktadaki şiddetini hâsıl ettiğinden bundan bir vâsıta-i gayr-ı mahdûde dâhilinde şiddet-i savtın<mesafenin murabba‘ıyla ma‘kûsen mütenâsibdir> kânunu istihrâc olunur.



Şekil 7

Hülâsa bir vâsıta-i gayr-ı mahdûde dâhilinde ihtizâzât, bir üstüvânede olduğu gibi sür‘at-i mütesâviye ile intişâr eder ise de artık mütevâzî ol vechin kıt‘adan kıt‘aya intikal etmez; belki müttehidel merkez tabaka-i küreviyyeden tabaka-i küreviyyeye intikal eyler ki bu da bir takım <emvâc-ı kürevî> tevlîd eyler. Bu emvâc-ı küreviyenin sûret-i intişârını îzah etmek ise pek kolaydır. Fi’l-hakîka m noktasından (şekil 7) sudûr eden savt b́ ḱ é mevc

Sayfa 54

küreviyesine vâsıl olmadan bir ‘b ḥ e’ mevc-i mutavassıtı üzerinde bulunur. Bu ‘b ḥ e’ mevc kürreviyyesinin her bir noktası âdeta bir merkez tasavvut veya ihtizâz gibi her cihete doğru neşr-i emvâc eder ki şu emvâc-ı tâliyenin bir zaman-ı muayyen sonraki tarafı b́ ḥ́ é mevc-i küreviyyesinden ibârettir. Tâbir-i âharla b́ ḥ́ é mevci b ḥ e mevc-i dâhiliyyesinin her noktasından sudûr eden emvâcın aynı zamânda vâsıl oldukları mahâl-i hendesîden başka bir şey değildir. Fakat b ḥ e mevcinin nikat-ı muhtelifesinden sudûr ve en evvel diğer bir noktaya, mesela ḥ́ noktasına, vürûd eden mevc nokta-i mezkûreyi en karîb bulunan ḥ noktasından sudûr eden mevcdir. İşte alelâde <savt her cihete doğru hatt-ı müstakîm üzere intişâr eder> denilmesi bundan kinâyedir.

25) İhtizâzât-ı Arzâniye : Buraya kadar ihtizâzât-ı tûlâniyye hakkından beyân olunan mevâd, ihtizâzât-ı arzâniyeye dahi tatbîk olunabilir. Fi’l-hakîka m kürre-i mutasavvıtası bir hareket-i ihtizâziyye-i mümâsiye ile müteharrik bulunsa, tâbir-i diğerle merkezi üzerinde ihtizâz edecek olsa yine birtakım müttehidel merkez emvâc-ı kürüye hâsıl olur ise de bu emvâcın sür‘at-i intişârı b́ gibi diğer bir kıymeti hâiz bulunur. Mamâfih bu nev‘ hareket-i ihtizâziye mâyiât ile gazlar derûnunda intikal edemez. Çünkü emvâc-ı küreviyenin hareket-i raksiyye-i mümâsiyyesi, civarlarında bulunan mayi‘ ve gaz eczâ-yı ferdiyesine _seyyâliyetleri hasebiyle_ hiçbir hareket ‘ita edilemez. Fakat ecsâm-ı sulbede bir anda bu iki nevi ihtizâzın intikali bile mümkündür. Bazı tezelzülât-ı arziyede müşâhede olunan <halât-ı istisnâiye> ve <halâtı garbiye>[48] buna başlıca bir delîldir.

26) Savtın Sür‘at-i İntişârı : Yukarıda üstüvâne-i mahdûde dâhilinde sür‘at-i intişâr-ı savtı irâe etmek üzere istihsâl olunan

$$b = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

48 Bizzat mahaline giderek icrâ-yı tedkikât ettiğim 1320 sene-i hicriyyesi Aydın havâlisi harekâtı arziyyesinde bu gibi bazı garâibe tesâdüf olunmuştur. Ez Cümle Denizli’ de bir cami‘in yıkılmış olan minâresinin kısm-ı tahtânîsi kaidesinden ayrılmış ve otuz beş derece kadar şarkdan garba doğru döndükten sonra yine bu kaide üzerine oturmuştur. İşte bu keyfiyyet harekât-ı arzda tezelzülât-ı afakıyyeden başka şâkuli ve devrâni harekâtın da mevcûd ve belki müterâfık bulunduğunu îma etmektedir.

düsturu pek umûmîdir. Ancak düstûr-ı mezkûrede vaki‘ ‘h’ mikdârı _ harâret bahsinde
Sayfa 55

görüleceği üzere _ bir cismin harâreti tezâyüd ve tenakûs etmemek şartıyla tazyikinin له ḳ mikdâr-ı tezâyüdü ile ḥ hacminin vâhid-i tûlde, vâhid-i makta ‘da olan bir kısmı kendi veznine müsâvi bir kuvvetle cer veya tazyîk edildiği halde husûle gelen mikdâr itâle veya mikdâr-ı iktisârdan ibâret bulunan <emsâl-i elâstikiyyet> değildir.

27) Gazların Derûnunda Sür‘at-i Savt ; Newton Düstûru : El-emirde bu düstûru bir gaz kütlesine tatbîk edelim: Nokta-i temeyyü‘nden kâfi derecede baîd farz olunan bir gaz kütlesinde savtın intişârı esnasında vukûa gelen takabbuzât ve tevsîâtda gazın tazyikinin tahavvülâtı, Mariyot kânununa tâbi bulunduğu kabul edilir. Ve vâhid-i hacme âid tazyik ḳ ve vâhid-i hacmin vezni ve vâhid-i vezne âit hacim de ḥ ile gösterilir ise:

$$\text{ḳ}\ \text{ḥ} = \text{sabit}$$

olacağından

$$\text{ḥ}\frac{\text{له}\ \text{ḳ}}{\text{له}\ \text{ḥ}} + \text{ḳ} = 0$$

veyâ

$$\frac{\text{له}\ \text{ḳ}}{\left(\frac{\text{له}\ \text{ḥ}}{\text{ḥ}}\right)} = \text{ḳ}$$

bulunur.

İşte yukarıdaki h mikdârı, tazyikın له ḳ mikdâr-ı tezâyüdü ile, bundan dolayı hacme ârız olan $\left(\frac{\text{له}\ \text{ḥ}}{\text{ḥ}}\right)$ mikdâr-ı takabbuz izâfîsine nisbetine müsâvi olduğundan muâdele-i âhirenin tarf-ı evveline müsâvi demek olur.

Bu hâlde düstûr-u sâbıkada h yerine ḳ vaz‘ edilecek olur ise:

$$b = \sqrt{\frac{\text{ḳ}}{g}} \qquad (16)$$

düstûru istihsâl edilir ki gazlar derûnundaki sür‘at-i savt hakkında en evvel Newton’un bulmuş olduğu düstûr da bundan ibârettir.

Newton düsturunda vaki‘ ‘ḳ , g’ mikdarları gazın ahad-ı mihânikiyeye göre takdîr olunan tazyik ve kesâfetidir ki bervech-i âti ta‘yîn olunur :

Sayfa 56

Şiddet câzibe ḥ cantimetre hesâbiyle gaz dâhilinde barometre irtifa‘ı ‘a’ cıvanın vezn-i mahsusu ‘k’ , gazın 76,0 metre tazyik-i tahtında ve sıfır derece-i harâretteki kesâfeti de ‘ǵ’ ve emsâli inbisâtı da ‘lā’ velhâsıl derece-i sühûneti n olduğuna göre:

$ḳ = ḥ\, k\, a$

ve $$\frac{c}{0{,}79} = \frac{g}{g'}(1 + l\bar{a}\, n$$

veyâhud $$g = g' \frac{a}{0{,}79}\left(\frac{1}{1 + l\bar{a}\, n}\right)$$

olacağından bunlar mahallerine konulur ise:

$$b = \sqrt{\frac{a\, k}{g'}(1 + l\bar{a}\, n) \times 0{,}76}$$

metre bulunur.

İşte havâ-yı nesîmi için:

$$g' = 0{,}001292$$

olduğu gibi zaten $$ḥ = 9{,}808$$

$$k = 13{,}593$$

bulunmakla $$b = 280\sqrt{1 + l\bar{a}\, n}$$

düstûru istihsâl olunur.

28) Laplas Düstûru; Tecârib-i İcrâsı : Fakat hava dâhilinde Borelli tarafından doğrudan doğruya icrâ edilen tecrübelerden istihsâl olunan sür‘at-i savtın, Newton’un salefüzzikr düstûrundan istihrâc olunan mikdâra tevâfuk etmediği[49] görülmüş

[49] Kudemâ-i yunâniye havâ derûnunda savtın batâetle intişâr ettiğine dikkat etmişler ise de sür‘at- i savtı adeden takdîr edememişlerdi. Hevâ derûnunda savtın kıymetini en evvel ta‘yin eden on yedinci asr-ı milâdi evâsıtına doğru ber-hayât bulunan rahip Mersen (P. Mersenne) dir. Mûmaileyh uzak bir mahalde atılan bir silahın ziyâsının rü’yeti ile sadâsının istimâı arasında geçen müddeti ta’yin ve bu mahal ile bulunduğu nokta arasındaki mesâfeyi bu müddete taksîm ederek sür‘at-i savtı 1380 kadim (yani 448 metre) bulunmuş

Sayfa 57

ve bunun üzerine hemân aynı zamanda birçok taraftan yeniden tecrübe icrâsına teşebbüs olunmuştur ki bunlardan en mühimleri bervech-i âti cetvele derc edilmiştir.

Tecrübekârın esâmi	Târihi tecrübe	Sür‘at-i savtın bulunan kıymeti	Kıymeti hâzırası
Boyle (Boyle)	1600 ?	1126 kadem	366 metre
Dominik Kasini			
(D. Cassini)			
Hugin (Huyghens)	1667	1098 kadem	356 metre
Pikar (Picard)			
Romer (Roemer)			
Flamsted (Flamstead)			
Halley (Halley)	1708	1071 kadem	348 metre
Derhem (Derhem)	1708	1071 kadem	348 metre

Ma‘atteessüf bu tecâribin hiçbiri mütekabilen icra edildiği cihetle kâfi derecede kanâat-bahş görülememiştir. Binâenaleyh 1738 sene-i milâdiyyesinde Paris encümen-i dânişi yeniden icrâ-yı tecrübe etmek üzere Kassini Dö Turi (Cassini De Thury), Lakay (Lacaille), Maraldi (Maraldi) den mürekkeb bir komisyon teşkîl eylemiştir. Bu zevât Paris’te yekdiğerinden görülebilen tepecikler ile bunlara küçük çapta toplar vaz‘ eyleyerek ve topları mütekabilen ve mütenâviben endâht ederek 6 derece cantigratta sür‘at-i savtı sâniyede 173 tuas(?) (yani 337) metre bulmuşlardır.

---

idi. Biraz sonra yani 1656 senesinde Floranseli Borelli (Borelli) ile Viviyani (Viviyani) aynı usûl ve fakat daha ziyâde bir ihtimam ile icrâ-yı tecrübe ederek sür‘at-i savtı 1037 kadim (yani 350) metre bulmuşlar idi. İşte Newton, sür ‘at-i savt hakkındaki düstûrini neşr ve i‘lân edildiği esnâda sür‘at-i savtın kıymet-i tecrübiyyesi bundan ibâret idi.

Fakat bu netîcede[50] Newton düstûruna tevâfuk etmemiş ve adetâ nazariyye ile tecrübe meyânındaki ihtilâfı te'yîd eylemişlerdir. Nihâyet nazariye ile tecrübe meyânında bu sûretle vücudu kat'iyyen tahakkuk eden bu ihtilâfın îzah ve izâlesi Laplas'a müyesser olmuştur. Şöyle ki: Mûmaîleyh gazların pek cüz'i nakkal-ı harâret olmasından dolayı bir kıt'â-i havâiyede takabbuz ile hâsıl olan harâretin der-akab diğer kat'âları intikâl edemediğini ve savtın nisbeten sür'atle intişâr eylediği kütle-i hava derûnunda her noktada sühûnetin bir olmadığını beyân etmiştir. Bunun üzerine

Sayfa 58

sâbit bir sühûnet tahtında bulunan kütle-i gazlar hakkında cârî olan Maryot kânununun bu hâle kâbil-i tatbik olunamayacağını, fakat kat'ı havâ dahilinde hâsıl olan harâret diğer kat'alara derhâl sirâyet edemediği takdirde bu havâ tabakasına Poison (Poisson) ın:

$$ḳ = ḥ^{r} = sabit$$

kânununu tatbîk eylemek lâzım geleceğini ilâve etmiştir ki bu kânun da 'r' mikdâr-ı gazın sâbit tazyik-i tahtındaki se$_{ḳ}$ sea-i harûriyesi ile sâbit hacim tahtındaki se$_{ḥ}$ sea-i harûriyyesi beynendeki nisbetten ibârettir. İşte bu halde ifâde-i âhireden

$$\text{له}\, ḳ = \frac{ḳ\ \text{له}\ ḥ}{ḥ}\, r$$

veya

$$\frac{\text{له}\, ḳ}{\left(\frac{\text{له}\, ḥ}{ḥ}\right)} = ḳ\, r$$

bulunacağından (13) düstûrunda h yerine konulur ise:

$$b = \sqrt{\frac{ḳ\, r}{g}}$$

düstûru hâsıl olur ki Laplas'un düstûru da bundan ibarettir.

Bu düsturdan da anlaşılacağı üzere Newton düstûruyla bulunan miktarı tashîh için $\sqrt{r}$ ile darb etmek iktizâ eder.

---

[50] Zîra Newton düstûru 6 derecede sür'at-i savt için 280 $\sqrt{1+\frac{6}{273}}$ = 285 metre gibi bir kıymet i'tâ ediyor idi.

Havâ-yı nesîmi için r = 1, 41 ve binâberin $\sqrt{r}$ = 1,1874 bulunmakla sür‘at-i savtın sıfır derece-i harâretteki kıymeti:

280 X 1,1874 = 332,4 metre

olur ki bu da nazariyye ile tecrübe meyânında kâfi bir i’tilâfın vücûdunu hıtâr eder.

29) Laplas’un Düstûr-ı Diğeri, Tecârib-i Âhire : Laplos’un sür‘at-i savtı hakkındaki salefüzzikre düstûru bervech-i âti diğer bir surete dahî ifrâğ olunabilir. Şöyle ki nazariyeye esâs olan üstüvâneyi teşkîl eden gazın vâhid-i hacminin vezni k ile gösterilir ise:

$k = ḥ\, g$

veyâ $$g = \frac{k}{ḥ}$$

olacağı gibi bu cismin (gazın) vâhid-i tûlu ve vâhid-i makta‘da bulunan bir kıt‘asının kendi

Sayfa 59

veznine (yani k miktarına) müsâvi bir tazyîk-i tahtında kısaldığı miktar, tâbir-i âharla ‘h’ emsâli elâstikî

$$h = \frac{\text{tazyikin miktâr}-\text{tezâyüdü}}{\text{hacmin miktâr}-\text{ı takabbuz}-\text{ı izâfiyyesi}} = \frac{k}{\frac{ne}{1}} = \frac{k}{ne}$$

olacağından (13) düstûrunda mahallerine konulur ise:

$$b = \sqrt{\frac{h}{g}} = \sqrt{\frac{k}{ne} \times \frac{h}{k}}$$

veya $$b = \sqrt{\frac{h}{ne}} \qquad (19)$$

düstûr-ı meşhuru istihsâl olunur.

İşte Laplas salefülarz ihtilâfı bertarâf eder etmez havâ dâhilinde sür ‘at-i savtın

$$b = -333\sqrt{1 + l\bar{a}\, n} \qquad (19')$$

düsturuyla hisâb olunması lâzım geleceğini irâe etmiştir. .Hattı yeniden icrâ-yı tecrübe etmek ve 1738 senesi tecrübelerinde ehemmiyet verilmeyen bir ciheti ki havâ-yı nesiminin sühûneti maddesinden ibârettir, dahil-i hisâb eylemek üzere bir komisyon teşkîlini encümen-i dânişten tâb eylemiştir.

İşte bunun üzerine Fransa <Tûl dâiresi> azâsından Arago (Arago) , Buvar (Bouvard), Mâtyu (Mathieu), Proni (Prony) ile Keylusâk (Cay-Lussac) ve Humbold (Humboldt) dan mürekkeb bir komisyon teşekkül ederek bu komisyon 1822 sene-i milâdiyesinde Paric civârında <Vil Jövif> ile <Moneteri> tepelerini tecrübegâh ittihâz etmiş ve mütekâbilen icrâ olunan tecârib-i adîdeden 9, 10 santigratta sür ʻat-i savtı 331 metreye müsâvi bulmuştur. Bir sene sona Mol (Moll) ve, Van-Bek (Van-Beck), Uterhat civârında tekrar icrâ-yı tecrübe ile sıfır derece-i harârette sürʻat-i savtı 8, 332 buldukları gibi 1822-1844 senelerinde Kapudan Pâri (Parry) ve 1825 senesinde Kapudan Kendal (Kendall) nevâhî-i katʻiyyede _ 40 derecede sürʻati savtın yine Laplas düstûrunun irâe ettiği miktara tevâfuk ettiğini görmüşlerdir[51].

Sayfa 60

30) Tahkikât-ı Nazariye: Tecrübe ile nazariye meyânındaki bu tevâfukun vücuduyla berâber erbâb-ı hikmet Laplas'un mütâlaası sahih olup olmadığını tedkîkden geri durmamışlardır. Acaba takabbuz ile hâsıl olan harâretin bir kısmı intikâl veyâ inşiâʻ suretiyle, husûle geldiği mahalden intişâr etmiyor mu? Ve bu halde havâ dâhilinde savtın sür ʻat-i hakîkıyesi sürʻat-i nazariyesinden daha dûn değil midir? Buralarını taharri ve tahkîk etmişlerdir. İşte İngiliz erbâb-ı hikmetinde Istok (Stokes) bu tetkîkât meyânında Newton' un, Laplos tarafından muâdele-i nazariyesinin bir gaz kütlesi dâhilinde tevsiât ile takabbuzunun yekdiğerine, hiçbir amel-i mihâniki sarf edilmeksizin, tevâli edebilmesine yegâane müsâit bir farziyye olduğunu isbât da etmiştir. Bir surette ki bu farziyyenin hâricinde bir kütle-i gaz dâhilinde vukûa gelen takabbuzâtın tevsiâta ve tevsiâtın takabbuzâta tevâli etmesi, taʻbir-i âharla kütle-i mezkûrenin tevsiât ve takabbuzâttan mürekkeb bir devre-i harûriyeyi takîb eylemesi için mutlaka bir mikdar kudret-i harûriye sarfına lüzum görülmektedir. Çünkü bu halde savtı husûle getiren hareket-i ihtizâziyyenin şiddeti, ki hareket-i mezkûriyyeye âit olan kudret-i harekiyye ile mütenâsibdir, o derece tenâkusa dûçar olması iktizâ ediyor ki tabîatde böyle bir hâdiseye

[51] Muahharen (187) Renyol (Regnault) vesâire taraflarından icrâ olunan tecârib-i dikkate dakika netâyicine göre sıfır derece-i harârette ve y….. havâ dâhilinde sür ʻat-i savtın 6, 330 metre olduğu tahakkuk etmiştir.

yani savtın fevkâl‘âde bir sür‘atiyle muntafî olmasına asl-ı tesâdüf olunmamıştır. Binâberin (Newton-Laplas) farziyesi, hâdisât-ı meşhûdeye göre yegâne şâyân-ı kabûl bir farziye olmak lâzım gelir. Bundan başka Laplos düstûru Newton düstûru gibi savtın sür‘atini, perdesine ve mahal-ı husûlünde tazyîk-i nesîminin kıymetine tâbi olmayarak îtâ eylemektedir.

Ma‘mâfih Renyul (Regnault) un tecâribinden sonra bu düstûrların kâffesi, vüs‘atlari gâyet asgar olan ihtizâzât hakkında sahîh olabileceği tezâhür eylemiştir. Fi’l-hakîka bir kütle-i gazda tazyîkin miktâr-ı tahavvülü ile miktâr-ı takabbuz gayet asgar olmadığı sûrette hacmin $ḥ - \acute{h}$ miktâr-ı tahavvülünden dolayı tazyîka ârız olan $ḳ' - ḳ$ miktâr-ı tahavvülü:

$$ḳ' - ḳ = ḳ \frac{ḥ^r - ḥ'^r}{ḥ'^r}$$

düsturuyla hisâb edilmek îcâb eder. Bu ifâdede

$$ḳ' - ḳ = ḳ \frac{[ḥ^r - ḥ^r (1 - ne)^r]}{ḥ^r (1 - ne)^r}$$

Sayfa 61

$$\text{veyâ} \quad ḳ' - ḳ = ḳ \, [(1 - ne)^{-r} - 1]$$

$$\text{veyâhud} \quad ḳ' - ḳ = ḳ \left[r\, ne + \frac{r(r+1)}{1 \times 2} ne^2 + \ldots\right]$$

olacağından

$$h = ḳ\, r\, ne + ḳ \frac{r\,(r+1)}{1 \times 2} ne^2 + \ldots$$

bulunur ki bu da emsâl-i elâstikiyenin, bu zamâna kadar farz edildiği gibi sâbit olmadığını irâe eder. İşte bir kütle-i gazın elâstikiyyeyi “ne” emsâl-i takabbuzu ile tezâyüd ettiği hâlde sür ‘at-i savtın da bu sûretle tezâyüd eylemesi tabiidir.

Hülâsa bir savtın sür‘at-i şerâit-i mütesâviye tahtında şiddetle tezâyüd eder; fakat vüs‘ati gayet asgar farz olunabilen ihtizâzattan mütehassıl bir savtın sür‘âti sâbit ve Laplos’un:

$$b = \sqrt{\frac{ḳ\, r}{}}$$

düstûru netîcesine mutâbıktır.

32) Mâyiâtda Sür‘at-i Savt: Evvelce istihrâc olunan:

$$b = \sqrt{\frac{h}{\ }}$$

düstûru doğrudan doğruya mâyiâta tatbîk olunabilir. Fi’l-hakîka L tûlunda ve ṭ makta‘ında bir sütûn mâyi‘ tasavvur edelim ve bu mâyi‘in emsâl-i …… ‘ ḍ’ ile gösterelim. Eğer mâyi‘ üzerine icrâ olunan tazyîki bir havâ-yı nesîmi tazyîki kadar tezâyüd edilecek olur ise sütûn-u mâyi‘in L tûlu L' tûluna tebeddül ve hacmi de L ṭ den L ṭ́ miktârına tenezzül eder. Ta‘bir-i diğerle:

$$l' = l\,t\,(1 - \underset{.}{d})$$

bulunur. Sütûn-u mâyi‘in vâhid-i tûlu nazar-ı îtibâra alınır ise L = 1 olacağından müsâvât-ı âhirede

$$l' = 1 - \underset{.}{d}$$

şekline müncerr olur. Bundan istintâc olunur ki tazyîk-i nesîmi-i tabîiyyesi tahtında sütûn-u mâyi‘in vâhid-i hacminin miktâr-ı takabbuzu ḍ emsâline müsâvidir. Halbûki ḳ tazyîk-i tabîiyesinin kıymet-i mihanikiyyesinin istihsâl için barometrede civanın irtifâı a ve vezn-i mahsûsu k , şiddet-i câzibe ḥ ile gösterilecek olur ise:

Sayfa 62

$$\underset{.}{k} = \underset{.}{h}\,k\,a$$

bulunacağından

$$h = \frac{\text{tazyikin miktâr} - \text{ı tezâyüdü}}{\text{miktâr} - \text{ı takabbuz izâfî}} = \frac{\underset{.}{k}}{h} = \frac{\underset{.}{h}\,k\,a}{\underset{.}{d}}$$

ve mahaline bilvaz‘

$$b = \sqrt{\frac{\underset{.}{h}\,k\,a}{-\underset{.}{d}}} \qquad (19)$$

düstûru hâsıl olur.

Düstûr-u mezkûr bir sütûn-u mâyi‘ için istihrâc edilmiş ise de mâyi‘ olan vâsıtâ-i gayr-ı mahdûdeye dahi kabil-i tatbîktir. Bir de bir mâyi‘ tazyîk olunduğu halde ekseriyâ derece-i harâreti tezâyüd edeceği cihetle h emsâlinin hisâbında bir tezâyüd derece-i harâret dahi nazar-ı i‘tibâra alınmak îcab eder. Fakat bundan dolayı h emsâli pek cüz’i tahavvül edeceğinden his olunacak derecede bir hatâ vukua getirilmeksizin bundan sarf-ı nazâr olunabilir.

İşte + 4 derece-i sühunetinde bulunan su için Grasi (Grassi) ye tevfikan

$$\underset{\cdot}{d} = 0{,}0000499$$

olduğundan

$$b = \sqrt{\frac{9{,}81+13{,}59 \times 0{,}72}{130{,}000499}} = 1420 \text{ metre}$$

bulunur. Filvâki‘ Kolladan (Kolladan) ile Şıturm (Sturm) Cenevre Gölü’ nde 1827 senesinde icrâ-yı tecrübe ederek 1, 8 santigratta su içinde sür‘ati savtı 1435 metreye müsâvi bulmuşlardır.

32) Sulblerde Sür‘ati Savt: Sulb bir çubuktan ihtizâzât-ı tûlaniyenin sür‘at-i intişârı yine

$$b = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

düsturuyla ta‘yîn olunabilir.Mebhâs-ı elâstikiyede görüldüğü üzere L tûlunda, $\underset{\cdot}{h} = \underset{\cdot}{t}$ makta‘ında bulunan menşûri veya üstüvâni bir sulb çubuk bir f = $\underset{\cdot}{k}$ tazyîk-i tahtında te’sirinde:

$$b' = \frac{\underset{\cdot}{k}\, l}{he\, \underset{\cdot}{h}}$$

kadar bir miktar iktisâr eder ki buradaki “he” emsâli cismin alel-âde emsâl-i elâstikiyeden

Sayfa 63 :

ibârettir[52]. Şimdi çubuğun tûlu vâhid-i i‘tibârdan tazyîki de çubuğun veznine müsâvi farz edilir, ve çubuğun vezn-i mahsûsu da ‘v’ ile gösterilir ise de:

$$\underset{\cdot}{k} = \underset{\cdot}{t}\, v = \underset{\cdot}{h}\, g$$

[52]Burada alelâde istimâl olunan ‘he’ emsâli elâstikiyyetini yukarıdaki ‘h’ emsâli elâstikiyyeti ile karıştırmamalıdır.

ve binâberin $b' = \frac{ṭ\, v}{he\, ṭ} = \frac{v}{he}$

olacağından

$$h = \frac{\text{tazyîkin miktâr} - \text{ı tezâyüdü}}{\text{miktâr} - \text{ı takabbuz îzâfi}} = \frac{ḳ}{b'} = \frac{ḥ\, g\, he}{v}$$

bulunur düstûr da mahaline konulur ise:

$$b = \sqrt{\frac{ḥ\, he}{v}} \qquad (20)$$

düstûru istihsâl olunur.

İşte bu düstur bir demir çubuğa tatbîk edilecek olur ise:

beher milimetre murabba'ı için $he = 20{,}000$ kilogram

beher cantimetre mükâ'abı $v = 7{,}7$ gram

ve zâten $ḥ = 9{,}81$ metre

olduğuna göre

$$b = \sqrt{\frac{9{,}81 \times 20000000000}{7700}} = 5100 \text{ metre}$$ bulunur.

Bâzı ecsâm-ı sulbe hakkında aynı hisâbat icra edildiği surette bervech-i netâyice dest-res olunur:

Esâmî-i ecsâm	**Sür 'at-i savt**	**Esâmî-i ecsâm**	**Sür'at-i savt**
Çam ağacı	6000 metre	Bakır	2750 metre
Cam	5200 metre	Platin	2650 metre
Çelik	5200 metre	Gümüş	2600 metre
Demir	5100 metre	Altın	1780 metre
Font	4300 metre	Kurşun	1200 metre

Sayfa 64

Mamafih bu sür‘atleri bittecrübe ta‘yîn etmek müşkilât-ı azîmeyi dâîdir. Meşâhir hükümetşinâsından Biyo (Biot) 25, 951 metre tûlunda fonttan ma‘mûl "lükün" ve kurşun halkalar ile yekdiğerine merbut 379 borudan mürekkeb kühene bir su mecrâsında icrâ-yı tecrübe ederek sür‘at-i savtı 3189 metreye muâdil bulmuştur. Vâkıâ muahharen 1851 senesinde Verteym (Wertheim) ile Berhke (Bréguet) Fransa'da Versay (Versaiile) hatt-ı telgrafîsi üzerinde icrâ-yı tecrübe etmişler ise de bir netice-i sahîh istihsâline muvâfık olamamışlardır.

33) Tenbih : Ecsâm-ı sulbe üzerine icrâ olunan tazyîk yalnız bir cihetten veyâhud her cihetten olduğuna göre vukûa gelecek olan takabbuz kânun-ı muhtelifeye tevfîkan tahavvül edeceğinden sür ‘at-i savtın da bir çubuk dâhilinde veyâ bir cism-i sulb gayr-ı mahdûde derûnunda kıymeti bir olmayacağı şüphesizdir. İşte Mösyö Verteym (Wertheim) in tetkikâtına nazaran bir cism-i sulb gayr-ı mahdûde vukûa getirilen ihtizâz, tûlâni ise bir mevc-i müstevînin sür‘ati:

$$b_1 = \sqrt{\frac{h\,he}{v}} \times \sqrt{\frac{1-me}{(1+me)1+2\,me)}} = b\sqrt{\frac{1-me}{(1+me)(1-2\,me)}}$$

ile, bil‘akis ihtizâz-ı arzâni ise mevc-i müstevînin sür‘ati de

$$b_2 = \sqrt{\frac{h\,he}{v}} \times \sqrt{\frac{1}{2\,(1+me)}} = b_h\sqrt{\frac{1}{2\,(1+me)}}$$

düstûru ile ifâde olunmak îcab eder ki buradaki "me" emsâli mebhâs-ı elâstikiyyeden beyân olunan Poisson emsalinden ibârettir. Bu emsâlin Verteym'e göre kıymeti $\frac{1}{3}$ olmakla:

$$b_1 = b\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$b_2 = b\sqrt{\frac{3}{8}}$$

ve binâberin

$$\frac{b_2}{b_1} = \frac{1}{2}$$

bulunur. Fakat mebhâs-ı elâstikiyeden görüldüğü üzere Poisson' a göre $\frac{1}{4}$ olduğundan bu halde de

Sayfa 65 :

$$b_1 = b\sqrt{\frac{5}{6}}$$

$$b_2 = b\sqrt{\frac{5}{5}}$$

$$\frac{b_2}{b_1} = \frac{1}{1{,}732}$$

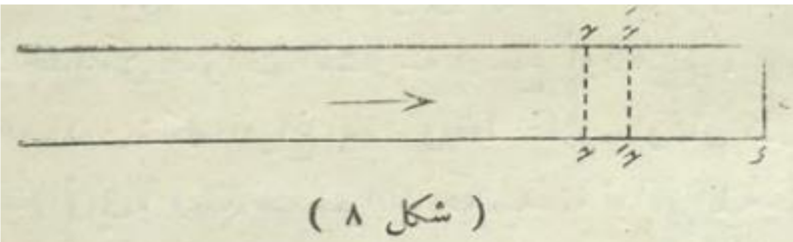
ve

olur. Ma'ttessüf bu netâyicin hiçbiri henüz biltecrübe tahakkuk edememiştir.

34) Bir Cihetten Mahdûd Olan Bir Üstüvâne Derûnunda İhtizâzât-ı Tûlâniyenin İntişârı: Bir üstüvâne-i gayr-ı mahdûde dâhilinde bir kıt'ada vukûa getirilen bir hareket-i ihtizâziyenin üstüvane-i mezkûrun her iki cihetine doğru intişârı yukarıda görülmüş idi. Şimdi bir cihetten mahdûd olan bir üstüvâne dâhilinde hareket-i ihtizâziyyenin intişârınca vukûa gelecek ta'dilât ve tagyîrâtı nazar-ı îtibâra alalım. Bu sûrette bervech-i âti iki halden birinin zuhurî tabîidir:

Ya üstüvânenin makta '-ı intihâiyyesi üzerine, vârid olan mevce üstüvâneyi teşkîl eden vâsıtadan daha ziyâde bir mukâvemet gösterilebilir ki bu hâl-i üstüvâne gayet muhkem bir müstevî-i sâbit ile nihâyet bulduğu zaman vaki' olur;

Veyâhud üstüvâne'nin nihâyeti mevc-i vâride daha az bir mukâvemet ibrâz eden diğer bir vâsıtâ-i gayr-ı mahdûde dâhilinde açılmış bulunur.

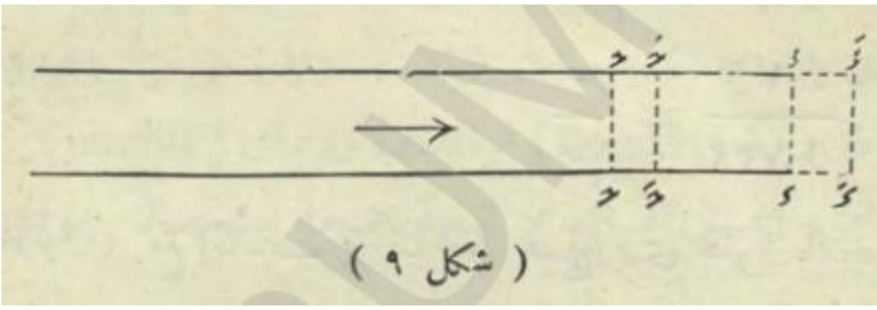


Şekil 8

Birinci hâlde (şekil 8) ḫ makta‘ intihâ-i müstevîsi sûret-i mutlakâda sükûn üzere ise de mevc-i munkabîzin buraya vürûdunda bu makta‘ ile hitâm bulan ḫe eḫ kat‘a-i intihâiyyesi ḫ ḫ́ kadar takabbuz etmiş bulunacağından behemehâl kesb-i tevsi‘ etmedikçe tekrar sükûnete dâhil olamaz. Binâberin kıt‘a-i mezkûrenin her makta‘ı hâiz olduğu sür‘ate müsâvi ve maâks bir sür ‘atle bir hareket-i râci‘ye icrâ eder; ve bu hareket-i râci‘ye üstüvâne derûnunda aksi cihete doğru intikâl eden bir mevc-i munkabız -ı tevlîd eyler ki <hareket-i ihtizâziye-i mün‘akis> denilen hareket de bundan ibârettir. Bu nev‘ in‘ikâsda makta‘-ı intihâiyyede sür ‘at-i ihtizâz tebdîl-i işâret eylediği cihetle buna <tebdîl-i işâretli in‘ikâs> tesmiye olunur. Ma‘mâfih

Sayfa 66

sür‘at-i ihtizâzın bu tebdîl-i işâretle berâber hareket-i ihtizâziyye-i mün‘akise üstüvâne derûnunda aksi cihete doğru yine takabbuzât ile münteşir olur. İkinci halde (şekil 9) mevc



Şekil 9

e e makta‘ intihâiyyesine vürudunda, ḫ e e ḫ kat‘a-i intihâiyyesi nisbeten daha az bir mukâvemete tesâdüf edeceğinden ikinci vâsıta derûnunda é é vaz‘ına kadar ilerleyerek ḫ é é ḫ şeklinde tevsi‘ eder. İşte kat‘a-i mezkûre bu sûretle ikinci vâsıta derûnunda, ön tarafında, bulunan tabaka-yi tazyîk ederek bu vâsıta dâhilinde bir mevc-i munkabiz tevlîd eyleyeceği gibi kesb tevsi‘ eylediğinden dolayı da üstüvâne dâhilinde bir de mevc-i münbasit hâsıl eder. Bu iki mevcin birincisi ikinci vâsıtanın derûnunda cihet-i mebsûtede ve ikincisi ise üstüvâne dâhilinde cihet-i ma‘kûsede intişâr eder ki bu hâlde <hareket-i ihtizâziyye-i mün ‘akise> denilen hareket de bundan ibârettir.

Bu nev‘ in‘ikâsta makta‘-ı intihâiyyede her cüz‘-i ferdin sür‘at-i ihtizâziyesi tebdîl-i işâret etmediğinden buna <tebdîl işaretsiz in‘ikâs> ta‘bir olunur; fakat hareket-i mün‘akise üstüvâne derûnunda takabbuzâta bedel-i tevsiât ile münteşir olur.

Hülâsa birinci halde makta‘-ı intihâiyyede sür‘at-i ihtizâz tebdîl-i işâret eder ise de hareket-i mün‘akise yine takabbuzât ile intişâr ettiğinden mikdâr-ı tekâsüf işâretini muhâfaza eder; ikinci halde makta‘ -ı intihâiyyede sür‘at tebdîl-i işâret etmez ise de hareket-i mün‘akisenin intişârında takabbuzât yerine tevsiât-ı kaim olduğundan miktârı tekâsüf tebdîl-i işâret eder.

Bu iki hâlin her ikisi bervech-i âti hareket-i ihtizâziyyenin bir üstüvâne-i gayr-ı mahdûde dâhilindeki sûret-i intişârına ircâ‘ olunabilir. Bunun için yukarıdaki üstüvâneyi gayr-ı mahdûd bir şekle ifrağ eylemek ve fakat ilâve olunan kısım üstüvâne için kabul edilecek hâl-i ibtidâiyyeyi, mes’elenin şerâit-i hükmiyyesine tevâfuk eyleyecek sûrette intihâb etmek kifâyet eder.

35) Bir Tarafı Mesdûd Olan Bir Üstüvâne-i Mahdûde: Bir cihetten (şekil 10) bir ḫ müstevîsiyle suret-i kat‘iyyede mesdûd bir üstüvâne-i mütecânise tasavvur edelim; ve bu üstüvânenin ḫ kâidesini mebde’ ittihâz ile hareket-i ihtizâziyyenin vârid olduğu b e cihetini s mihverinin kısm-ı müsbeti itibâr eyleyelim. ḫ kâidesi dâima sûret-i mutlakada sükûn üzere bulunacağından s = 0 kıymeti için her an:

Sayfa 67

$$B = \frac{\text{ط}_{ṣ}}{{}_{ṣ}\text{ض}} = 0$$

(1)

olmak lâzım gelir. Bu halde:

$$B = ba'\left(s + b\,\text{ض}\right) - b\,la'(s - b\,\text{ض}) \qquad (8)$$

muâdelesi:

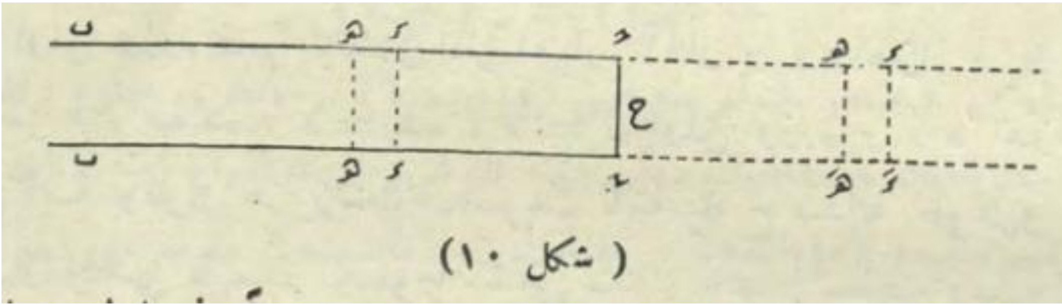
$$ba'\left(b\,\text{ض}\right) - la'\left(-b\,\text{ض}\right) = 0 \qquad (2)$$

şekline müncerr olacağından ve ⊙ zamânı her ne kıymeti hâiz olur ise olsun mevcûd bulunacağından a = b ⊙ vaz‘iyle sûret-i umûmiyyede olarak:

$$ba'(a) - la'(-a) = 0$$

veya $$ba'(a) - la'(-a) \qquad (3)$$

muâdele-i şartiyyesine dest-res olunur. Binâenaleyh a mütehavvilinin kıyem-i müsbetesi için ma‘lûmolan ba' , la' tâbileri kıyem-i menfiyyesi içinde ma‘lûm demek olmakla üstüvâne-i gayr-ı mahdûd farz edildiği ta‘bir-i âhirle ḥ cihetine doğru ilâ gayrin-nihâye temdîde tasavvur olunduğu halde dahi mes’ele hal olunabilir.



Şekil 10

Şimdi üstüvâne-i gayr-ı mahdûde farz edilerek ḥ kâidesi zihnen ref‘ olunur ve üstüvânenin ḥ , é kısm-ı menfiyyesinde bulunan sütuna yukarıdaki (1), (2) şartlarını hâiz bir hareket-i ihtizâziyye verilecek olur ise üstüvanenin kısm-ı müsbetinde hareket-i ihtizâziyye asl-ı tegayyür edilmemiş olur. Bu (1) ve (2) şartları ise aynı netîceyi müstelzimdir. Fi’l-hakîka üstüvânenin kısm-ı menfiyyesinin laetta‘yin bir makta ‘ında b sür ‘ati ile ne' mikdâr-ı tekâsüfünü hisâb edelim. Evvelce istihrâc olunan (8), (9) düstûrlarında s yerine - s vaz‘iyle:

$$B' = b\,ba'\left(-s + b⊙\right) - b\,la'\left(-s - b⊙\right)$$

veyâ (3) münâsebetine binâen:

$$B' = b\,ba'\left(s - b⊙\right) - b\,la'\left(s + b⊙\right)$$

Sayfa 68

ve binâberin $B' = -B$

olacağı gibi diğer taraftan da:

$$ne' = -ba'(-s + b\,\omega) - la'(-s - b\,\omega)$$

veyâ $$ne' = -la'(s - b\,\omega) - ba'(s + b\,\omega)$$

velhâsıl $ne'ne$

bulunur. İşte mebde' ittihâz olunan ḥ makta'ının iki cihetinde aynı ṭ mesâfesinde keenne h , h́ makta' veya kat 'alarına müsâvi ve maâks sür'atler ve fakat aynı mikdâr-ı tekâsüfleri i'tâ edilecek olur ise h́ h́ mebde'-i makta'ı da ilâ gayrın-nihâye sükûn üzere ibka edilmiş olur.

Şimdi hareket-i ihtizâziyye-i ibtidâiyenin a = ṭ ile a = ṭ + L meyânında mahsûr bulunduğunu tasavvur edelim. Bu halde ba', la' tâbileri:

$$a = ṭ \qquad a = ṭ + L$$

kıymetleri arasında mahsur olmayan müsbet kıymetleri için sıfır olacağı gibi (3) muâdelesine tevfîkan:

$$a = ṭ \qquad a = -ṭ - L$$

arasında mahsur olmayan menfî kıymetler için de sıfır olur. İşte ḥ e = ṭ , e h = L olmak üzere kısm-ı müsbetedeki nazar-ı îtibâra alınan bir e h ihtizâz-ı basît mahduduna mukâbil ve mütenâzır kısm-ı menfiyyede ḥ é = ṭ , é h́ = L olmak üzere bir é h́ ihtizâzı basîti tahayyül olunur ise bunların her birinin b sür'at sabitesiyle -i ḥ mebde'e doğru bir mevc-i munkabız îsal etmesi tabîidir. Mevc-i munkabız-ı müsbetin ḥ mebde' sathına vusûlünde mevc-i munkabiz menfî vâsıl olacağından bunlar yekdiğerinden bil-mürûr her biri istikâmetince intişâra devam eder. Bundan anlaşılır ki h mevc-i hakikiyyesinin e mebde'i ḥ makta'ına vâsıl olunca güya nikat-ı muhtelifesi aynı tekâsüfü ve aksi işâretle aynı sür 'ati muhâfaza etmek üzere receât ediyormuş ve henüz bu makta'a takarrüb eylemekte bulunan nikatına iltihâk eyliyormuş gibi görünür. Ve tamamen e h mevc-i müsbetenin h nihâyeti ḥ makta'ına vürûdunda mevc-i mezkûr kâmilen receât eylemiş ve aksi cihete doğru üstüvâne derûnunda intişâra hazırlanmış bulunur. İşte takabbuzât ile intişâr eden hareket-i ihtizâziyye-i mün‘akise bundan ibârettir.

36) Bir Tarafı Meftûh Bir Üstüvâne-i Mahdûde: Şimdi (şekil 10)

Sayfa 69

ḥ innihâiyyesini, takabbuzu her noktada bir olan bir vâsıta-i gayr-ı mahdûde ve meselâ hevâ-yı nesîmiyyeye açılmış farz edelim ve üstüvânenin meftûh olan bu makta‘ını mebde’ ittihâz ile hareket-i ihtizâziyyenin vürûd ettiği ciheti s fâsılaları için cihet-i müsbete olarak kabul eyleyelim. Bu halde üstüvânenin açık olan makta ‘ında ne “ ṣ “ tâbi‘i, ne de:

$$B = \frac{\text{لھ}\ ṣ}{\text{لھ}\ \odot}$$

sür‘ati hiçbir şarta tâbi‘ bulunmaz ise de makta‘-ı mezkûrede tazyîk, tazyîk-i hâricîden pek de farklı olamaz. Binâenaleyh mebde’ makta‘ında ne mikdâr-ı tekâsüfü (yani buradaki noktaların tazyîki ile tazyîk harici beynendeki mikdâr-ı tahavvül) gayet asgar olacağından s = 0 kıymeti için her an:

$$ne = -\frac{\text{لھ}\ ṣ}{\text{لھ}\ \odot} = 0 \qquad (1)$$

farz olunabilir. Bu şarta nazaran:

$$ne = -ba'(s + b\odot) = la'(s - b\odot) = 0 \qquad (9)$$

muâdelesi

$$-ba'(+b\odot) = la'(-b\odot) = 0 \qquad (2)$$

şekline müncerr olacağından $\odot$ zamânı her ne olur ise olsun b $\odot$ = a vaz‘iyle

$$-ba'(a) = la'(-a) \qquad (3)$$

bulunur ve binâberin a mütehavvilinin kıyem-i menfiyyesi içinde ba' , la' tâbileri malûm demek olur.

İşte üstüvânenin ḥ makta‘ının diğer cihete doğru ilâ gayrınnihâye imtidâd eylediği farz olunur ve kısm-ı menfîde la-ale-tta‘yin bir makta‘ın $\odot$ zamânındaki b' sür‘ati ile ne' mikdâr-ı tekâsüfü aranılacak olur ise:

$$B' = b\, ba'(-s + b\odot) - b\, la'(-s - b\odot)$$

veyâ (3) münâsebetine binâen

$$B' = -b\, la'(s + b\odot) + b\, ba'(s + b\odot)$$

velhâsıl $$B' = B$$

bulunacağı gibi

$$ne' = -la'(-s + b\odot) - la'(-s - b\odot)$$

ve yine (3’) mûcibince:

Sayfa 70

$$ne' = -la'(s - b\odot) + ba'(s + b\odot)$$

ve nihâyet $$ne' = -n$$

bulunur.

Bu takdirce ḥ makta‘ından müsâvi bu‘dda bulunan iki makta‘ veya iki kat‘a müsâvi sür‘atler ve fakat ‘aksi işâretli mikdâr-ı tekâsüfler olmak şartıyla ittihâz ettirilecek olur ise ḥ makta‘ının mikdâr-ı tekâsüfü sûret-i dâimede sıfıra müsâvi tutulmuş olur.

Şimdi üstüvânenin kısm-ı müsbetesindeki hareket-i itizâziyye-i ibtidâiyyeyi a = ṭ ile a = ṭ + .L meyânında mahsûru tasavvur edelim:

Bu halde ba' ve la' tâbileri a = ṭ, a = ṭ + L kıymetleri arasında mahsûr olmayan kıyem-i müsbete için sıfır olacağı gibi a = - ṭ , a = - ṭ - L kıymetleri meyânında mahsûr olmayan kıyem-i menfiyye için de yine sıfır olur. Kısm-ı müsbete de ḥ h = ṭ , h e = L olmak üzere tasavvur olunan bir ihtizâz-ı basîte mukabil ḥ́ é = ṭ é h́ = L olmak üzere mütenâzır bir ihtizâz-ı basît daha tahayyül olunur ise bunlardan birincisinin ḥ makta‘ına doğru bir mevc-i munkabız ve diğerinin de bir mevc-i münbasit îsâl etmesi zarûridir. Bu iki mevc aynı zamanda ḥ makta‘ına vâsıl olarak yekdiğerinden ba‘del-mürûr her biri istikâmatince intişâra devam eder. Binâenaleyh mevc-i munkabız ikinci vâsıta derûnunda intişâr edeceği gibi mevc-i münbasit de aynı sür‘atle ve fakat tevsiât ile üstüvâne derûnunda intişâra başlar. İşte tevsiâtle intişâr eden hareket-i ihtizâziyye-i mün‘akis de bundan ibârettir.

Sayfa 71

BÂB-I SÂNİ

Hareket-i İhtizâziyenin Tedâhülü

Aynı devre tâbi iki hareket-i ihtizâziyenin terkîbi _tahkikât-ı tecrübiye_ harekât-ı ihtizâziyenin terkîbi için Ferenli kâidesi _muhtelif- ed-devr iki hareket-i ihtizâziyenin terkîbi_ Darbân hâdisesinin îzahı _ üstüvânın irtifâ‘ mutlaklarının ta‘yîni _ esvât-ı muhassala _ esvât-ı muhassalanın armoniye tatbîki _ iki hareket-i ihtizâziyye-i kaimenin terkîbi _ ve halât-ı husûsiyyeye tatbîki _ Leysajon’un usûl tahkiki.

Hareket-i ihtizâziyenin husûl ve intişârı kavânîni görüldükten sonra bahs-i bittab‘ harekât-ı ihtizâziyenin tererekkübüne intikal eder ki bu bâbın mündericâtı bundan ibârettir.

37) Aynı Devre Tâbi İki Hareket-i İhtizâziyyenin Terkîbi: Aynı devre tâbi ve yekdiğerine müvâzi iki hareket-i ihtizâziyenin bir andaki sür‘atlerini nazîr-i nazîre:

$$B_1 = \text{ḳ}_1\,\text{ḥb}\,2 \times \left(\frac{\odot}{n} - \text{ḥ}_1\right)$$

$$B_2 = \text{ḳ}_1\,\text{ḥb}\,2 \times \left(\frac{\odot}{n} - \text{ḥ}_2\right)$$

düstûrlarıyla gösterelim.

Bu iki hareket-i ihtizâziyenin bir istikâmette bulunduğu veyâhud birbirine pek karîb (şekil 11) m , ḿ iki noktadan sudûr ile bir e noktasında yekdiğerine iltihâk eylediği farz olunur ise husûle gelen hareket-i muhassalanın sür‘ati bittab‘ :

$$B = B_1 + B_2$$

veyâ
$$B = \text{ḳ}_1 + \text{ḥb}\,2\pi\left(\frac{\odot}{n} - \text{ḥ}_1\right) + \text{ḳ}_2\,\text{ḥb}\,2\pi\left(\frac{\odot}{n} - \text{ḥ}_2\right)$$

veyâhud
$$B = (\text{ḳ}_1\,\text{bḥb}\,2\pi\,\text{ḥ}_1 + \text{ḳ}_2\,\text{bḥb}\,2\pi\,\text{ḥ}_2)\,\text{ḥb}\,2\pi\,\frac{\odot}{n}$$

$$-(\text{ḳ}_1\,\text{ḥb}\,2\pi\,\text{ḥ}_1 + \text{ḳ}_2\,\text{ḥb}\,2\pi\,\text{ḥ}_2)\,\text{bḥb}\,2\pi\,\frac{\odot}{n}$$

olur. Halbûki dâima:

$$\text{ḳ}_1\,\text{ḥb}\,2\pi\,\text{ḥ}_1 + \text{ḳ}_2\,\text{bḥb}\,2\pi\,\text{ḥ}_2 = \text{ḳ}\,\text{bḥb}\,2\pi\,c \qquad (1')$$

$$\text{ḳ}_1\,\text{ḥb}\,2\pi\,\text{ḥ}_1 + \text{ḳ}_2\,\text{ḥb}\,2\pi\,\text{ḥ}_2 = \text{ḳ}\,\text{ḥb}\,2\pi\,c \qquad (2')$$

Sayfa 72

farz olunabilir. Çünkü bu ifâdeleri tarafeyni terbi‘ olunur ise:

$$\text{ḳ}_1^{\,2}\ \text{bḥb}^2\, 2\pi\, \text{ḥ}_1 + 2\, \text{ḳ}_1\, \text{ḳ}_2\ \text{bḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ}_1\ \text{bḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ}_2 + \text{ḳ}_2^{\,2}\ \text{bḥb}^2\, 2\pi\, \text{ḥ}_2 = \text{ḳ}^2\ \text{bḥb}^2\, 2\pi\, c$$

$$\text{ḳ}_1^{\,2}\ \text{ḥb}^2\, 2\pi\, \text{ḥ}_1 + 2\, \text{ḳ}_1\, \text{ḳ}_2\ \text{ḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ}_1\ \text{ḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ}_2 + \text{ḳ}_2^{\,2}\ \text{ḥb}^2\, 2\pi\, \text{ḥ}_2 = \text{ḳ}^2\ \text{ḥb}^2\, 2\pi\, c$$

ve bunlar da taraf bîtaraf cem‘ edilir ise:

$$\text{ḳ}_1^{\,2}\,(\text{ḥb}^2\, 2\pi\, \text{ḥ}_1 + \text{bḥb}^2\, 2\pi\, \text{ḥ}_1) + \text{ḳ}_2^{\,2}\ \text{ḥb}^2\, 2\pi\, \text{ḥ}_2 + \text{bḥb}^2\, 2\pi\, \text{ḥ}_2)$$

$$+\, 2\, \text{ḳ}_1\, \text{ḳ}_2\,(\text{ḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ}_1\ \text{ḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ}_2 + \text{bḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ}_1\ \text{bḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ}_2) = \text{ḳ}^2\,(\text{ḥb}^2\, 2\pi\, c + \text{bḥb}^2\, 2\pi\, c)$$

velhâsıl

$$\text{ḳ}_1^{\,2} + \text{ḳ}_2^{\,2} + 2\, \text{ḳ}_1\, \text{ḳ}_2\ \text{bḥb}\, 2\pi\,(\text{ḥ}_1 - \text{ḥ}_2) = \text{ḳ}^2 \qquad (15)$$

bulunur ki bu da ḳ için dâimi sûretde bir kıymet-i hakîkiyye te’minine kâfidir.

Kezâlik (2’), (1’) ifâdeleri taraf tarafa taksim olunur ise:

mümâss $$2\pi\, c = \frac{\text{ḳ}_1\ \text{ḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ}_1 + \text{ḳ}_2\ \text{ḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ}_2}{\text{ḳ}_1\ \text{bḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ}_1 + \text{ḳ}_2\ \text{bḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ}_2} \qquad (16)$$

bulunur ki bu muâdeleye tevâfuk edecek sûrette ḥ mikdârına bir kıymet tahsîsi de mümkündür.

İşte (1’), (2’) ifâdelerinin imkânı bu sûretle isbât olunduktan sonra b düstûrunda müsâviler mahallarine vaz‘ olunur ise:

$$B = \text{ḳ}\ \text{ḥb}\, 2\pi\left(\frac{\odot}{n} - c\right) \qquad (17)$$

düstûru hâsıl olur.

Bu düstûrdan istidlâl edilir ki yekdiğerine muvâzî ve aynı devre tâbi iki hareket-i ihtizâziyyenin muhassalası yine bir hareket-i ihtizâziyedir. Bu hareket-i ihtizâziyye-i muhassalanın vüs‘ati ḳ ve safhası ise c dan ibârettir.

Bu halde ḳ vüs‘at-i ihtizâziyenin murabba‘ı da hareket-i muhassalanın şiddetiyle mütenâsib olmak lâzım gelir. Halbûki

$$\underset{.}{k}^2 = \underset{.}{k}_1^{\,2} + \underset{.}{k}_2^{\,2} + 2\,\underset{.}{k}_1\,\underset{.}{k}_2\,\mathrm{b\underset{.}{h}b}\,(\underset{.}{h}_1 - \underset{.}{h}_2)$$

düsturundan da görüleceği üzere ḳ vüs‘at-i ihtizâzı her iki hareket-i ihtizâziyenin

Sayfa 73

nokta-i mefrûzada h_1 , h_2 safhaları meyânında mevcûd tefâzula tâbidir. Şöyleki: ḥ lā-ale-tta‘yîn bir aded-i tâm olmak üzere:

$$\mathrm{b\underset{.}{h}b}\;2\,\pi\,(\underset{.}{h}_1 - \underset{.}{h}_2) = +1$$

veyâ $$\underset{.}{h}_1 - \underset{.}{h}_2 = \frac{2\,\underset{.}{h}}{2}$$

olduğu sûretde ḳ ve binâberin e nokta-i telâkkiyesindeki hareket-i muhassalanın şiddeti de azamî olur.

Bil‘akis

$$\mathrm{b\underset{.}{h}b}\;2\,\pi\,(\underset{.}{h}_1 - \underset{.}{h}_2) = -1$$

veyâ $$\underset{.}{h}_1 - \underset{.}{h}_2 = \frac{2\,\underset{.}{h}+1}{2}$$

olduğu takdirde şiddet-i muhassala da asgarî bulunur.

Ta‘bîr-i âharla iki hareket-i ihtizâziyenin safhaları meyânındaki $\underset{.}{h}_1 - \underset{.}{h}_2$ tefâzulî, nısf-ı devrin zevc veyâ ferd misli olduğuna göre e noktasındaki şiddet de azamî veya asgarî bir kıymet kesb eder[53].

İşte e noktasında yekdiğerine inzimâm eden şu iki hareket-i ihtizâziyye nazîr-i nâzire ⊙ – h_1 n, ⊙– h_2 n zamanlarında m, ḿ noktalarında bulunacağına binâen (h_1, h_2) n miktârı her iki hareket-i ihtizâziyyenin m, ḿ noktalarından e noktasına intikal için sarf ettikleri zamanlar beynendeki fazla müsâvi demek olur.

Şimdi harekât-ı mürekkebenin m, ḿ noktalarından e nokta-i telakkıyyesine intikalleri için sarf eyledikleri zamanlar yerine bunların kat‘ ettikleri m e, ḿ e mesâfelerini nazar-ı itibâra alalım. Bunun için $h_{1,}h_2$ safhalarının kıymetlerini:

$$\underset{.}{h}_1 = \frac{\odot_1}{n} \qquad\qquad \underset{.}{h}_2 = \frac{\odot_2}{n}$$

İle ifâde ve ‘n’ devri yerine de (14) den müstahric:

[53] ḥ safhasının yukarıdaki ifâdesinde ‘n’ devri bulunduğuna der-hâtır etmelidir.

$$n = \frac{L}{b}$$

kıymetini vaz‘ eyleyelim. Bu halde:

$$\text{ḥ}_1 = \frac{b\,\vartheta_1}{l}$$

Sayfa 74

olacağı gibi

$$\text{ḥ}_2 = \frac{b\,\vartheta_2}{L}$$

bulunur.

Alelâde <mikdâr-ı te’hir> denilen ve ϑ_1 zamânı zarfında birinci hareket-i ihtizâziye tarafından kat‘ edilen m e mesâfesi r' ile ϑ_2 zamânında ikinci hareket-i ihtizâziyenin kat‘ ettiği ḿ e bu‘du ve mikdâr-ı te’hiri de r' ifâde olunur ise:

$$\text{ḥ}_1 = \frac{r'}{L} \qquad\qquad \text{ḥ}_2 = \frac{r''}{L}$$

olur. İşte bu kıymetler yukarıda mahallerine vaz‘ olunur ise:

$$b_1 = \text{ḳ}_1\,\text{ḥ}b\;2\pi\left(\frac{\vartheta}{n} - \frac{r'}{L}\right)$$

$$b_2 = \text{ḳ}_2\,\text{ḥ}b\;2\pi\left(\frac{\vartheta}{n} - \frac{r''}{L}\right)$$

bulunur. Bunların muhassalası olan hareket-i ihtizâziyenin sür‘atine gelince o da

$$b = \text{ḳ}\,\text{ḥ}b\;2\pi\left(\frac{\vartheta}{n} - \frac{r}{L}\right)$$

şekline kesb edeceği gibi (15) muâdelesi:

$$\text{ḳ}_2 = \text{ḳ}_1^{\,2} + \text{ḳ}_2^{\,2} + 2\,\text{ḳ}_1\,\text{ḳ}_2\;b\text{ḥ}b\;2\pi\,\frac{r' - r''}{L} \tag{18}$$

ve (16) muâdelesi de

$$\text{mümâss}\quad 2\pi\,\frac{r}{L} = \frac{\text{ḳ}_1\,\text{ḥ}b\;2\pi\frac{r'}{L} + \text{ḳ}_2\,\text{ḥ}b\;2\pi\frac{r''}{L}}{\text{ḳ}_1\,b\text{ḥ}b\;2\pi\frac{r'}{L} + \text{ḳ}_2\,b\text{ḥ}b\;2\pi\frac{r''}{L}} \tag{19}$$

sûretini ahz eder.

Bu halde $r' - r''$ fazlına iki hareket-i ihtizâziyyenin <tefâzul-u seyri> ta‘bîr olunur; ve tefâzul-u mezkûr ile gösterilir ise:

$$\text{ḳ}^2 = \text{ḳ}_1{}^2 + \text{ḳ}_2{}^2 + 2\,\text{ḳ}_1\,\text{ḳ}_2\,\text{bḥb}\,2\pi\,\frac{f}{L}$$

olacağından hareket-i muhassalanın şiddeti:

Sayfa 75

$$\text{bḥb}\,2\pi\,\frac{f}{l} = +1$$

veyâ: $$f = 2\,\text{ḥ} + \frac{l}{2}$$

olduğuna göre a‘zâmi ve bil‘akis

$$\text{bḥb}\,2\pi\,\frac{f}{l} = -1$$

veyâ $$f = (2\,\text{ḥ} + 1)\,\frac{L}{2}$$

bulunduğuna göre de asgari olmak lâzım gelir.

Hülâsa $r' - r''$ tefâzul seyri sıfır veya nısf tûl-ı mevcin misli zevc olduğu nikâtda şiddet-i azâmı, bil‘akis ferd misli bulunduğu noktada şiddeti asgarî olur.

38) Tedâhül-ü Esvât: Şimdi iki hareket-i ihtizâziyye-i mürekkebenin şiddetlerini yekdiğerine müsâvi farz edelim: Bu halde:

$$\text{ḳ}^2 = \text{ḳ}_1{}^2 + \text{ḳ}_2{}^2 + 2\,\text{ḳ}_1{}^2\,\text{bḥb}\,2\pi\,\frac{f}{L}$$

olacağı cihetle

$$\text{bḥb}\,2\pi\,\frac{f}{l} = +1$$

olduğuna veyâ

$$f = 2\,\text{ḥ}\,\frac{l}{2}$$

bulunduğuna göre:

$$\text{ḳ}^2 = \text{ḳ}_1^{\ 2} + \text{ḳ}_1^{\ 2} + 2\,\text{ḳ}_1^{\ 2} = 4\,\text{ḳ}_1^{\ 2}$$

olur ve binâenaleyh hareket-i muhassalanın şiddeti hareket-i mürekkebelerden birinin şiddetinin dört misline müsâvi bulunur.

bil'akis $\quad \text{bḥb}\ 2\pi\frac{f}{l} = -1$

veyâ $\quad f = (2\,\text{ḥ} + 1)\frac{L}{2}$

olduğu sûrette:

$$\text{ḳ}^2 = \text{ḳ}_1^{\ 2} + \text{ḳ}_2^{\ 2} - 2\,\text{ḳ}_1^{\ 2} = 0$$

bulunur ve hareket-i muhassalanın şiddeti de sıfıra müncerr olur.

Bundan istintâc edilir ki aynı devre tâbi bulunan ve yekdiğeri üzerine inzimâm eden

Sayfa 76

İki hareket-i ihtizâziyyenin şiddetleri birbirine müsâvi olduğu takdirde hareket-i muhassalanın şiddet-i a'zâmiyyesi hareket-i mürekkebeden birinin şiddetinin dört misline ve şiddeti asgariyyesi sıfıra müsâvidir. Binâberin $r' - r''$ tefâzul seyri nısf-ı tûl-ı mevcin zevc misli olan noktalarda savtın şiddeti dört def'a tezâyüd ettiği gibi ferd misli bulunduğu noktalarda da savtın savta inzimâm-ı sükûnu intâc eder.

Eğer hareket-i ihtizâziyenin şiddetleri yekdiğerine müsâvi ve maâkis olur ise, ta 'bîr-i âhirle:

$$\text{ḳ}_1 = -\text{ḳ}_2$$

bulunur ise:

$$\text{ḳ}^2 = \text{ḳ}_1^{\ 2} + \text{ḳ}_2^{\ 2} - 2\,\text{ḳ}_1^{\ 2}\ \text{bḥb}\ 2\pi\frac{f}{l}$$

olacağı cihetle

$$\text{bḥb}\ 2\pi\frac{f}{L} = = 1$$

olduğuna göre:

$$\text{ḳ}_1^{\ 2} + \text{ḳ}_1^{\ 2} - 2\,\text{ḳ}_1^{\ 2} = 0$$

ve bil'akis

$$b ḥ b\ 2\pi \frac{f}{L} = -1$$

olduğuna göre de:

$$ḳ^2 = ḳ_1^{\,2} + ḳ_1^{\,2}\ 2ḳ_1^{\,2} = 4ḳ_1^{\,2}$$

bulunur. Binâenaleyh evvelce istihrâc olunan netâyic burada bir akis olarak zuhûr eder.

İşte <emvâc-ı savtiyenin tedâhül-ü nazariyesi> bundan ibârettir:

Yekdiğerinin aynı iki merkez-i tasavvuttan çıkan iki savt, intişâr eyledikleri sahanın bazı nikatında birbirine inzimâm ve bazı nikatında ise yekdiğerini imhâ eder. Şöyle ki, (şekil 11) m, ḿ gibi yekdiğerinin aynı iki menba‘-ı savtdan sudûr eden iki hareket-i ihtizâziyye bir .. noktasında birbirine tesâdüf eylediği halde ḳ ḿ - ḳ m = $r' - r''$ tefâzul seyri $2ḥ\frac{L}{2}$ ye müsâvi olduğuna göre bu iki hareket-i ihtizâziyyenin sür‘atleri yekdiğerine bilhendese munzam olur, bil‘akis ḳ m - ḳ ḿ = $r' - r''$ tefâzulî (2 ḥ + 1) $\frac{L}{2}$ ye müsâvi ise bu iki sür‘at de yekdiğerinden bilhendese tarh edilmiş bulunur. Bu halde m ḿ ḳ müstevîsi üzerinde ḳ, t, e gibi şiddet-i a‘zamiyyeyi hâiz olan noktalar muâdelesi:

$$r' - r'' = 2ḥ\frac{L}{2}$$

Sayfa 77

ve mihrâkları m , ḿ dan ibâret bulunan ḥ ḳ gibi kat‘-ı zâid münhanileri üzerine tesâdüf eder. Bilakis ḳ , t́ gibi şiddet-i asgariyyeyi hâiz bulunan noktalar ise mihrâkları yine m, ḿ ve muâdelesi:

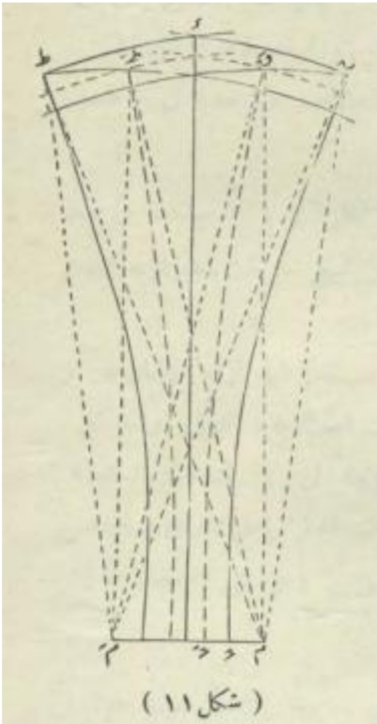
$$r' - r'' = (2ḥ + 1)\frac{L}{2}$$

olan ḣ ḱ gibi kat‘-ı zâid münhanîleri üzerine tesâdüf eyler.

39) Tahkikât-ı Tecrübiye:

Nazariyât sabıkâ-i netâyici biltecrübe tahkîk olunabilir. Bunun için Dezen (Desains)in âlet-i mahsûsası veyâhud Huyken (Huyghens)in veyâhud Lissajo (Lissajous) nun <levha-i mühtezzesi> veyâ Konig (Koenig) in usulü üzere eşi‘a manometrikıyyeli iki aded sadâ borusu velhâsıl Helmoc (Helmholz) un <çifte meleke-i savtı> isti‘mâl edilebilir[54]. Burada ise sâdece diyapazonun irâe ettiği âsar-ı tedâhülün zikriyle iktifâ edilecektir.

Hikmet-i tabîiyyede görüldüğü üzere bir diyapozonun iki kolu yekdiğerine takarrub ve yekdiğerinden tabâüd etmek üzere ihtizâz ettirilecek olur ise her kolundan bir savt hâsıl olur ki bunların muhassalası kulağın bulunduğu mevkı‘a göre tahavvül eder. Bu keyfiyyet diyapozonun kollarını kulak hizâsında devr etmekle veyâ diyâpozon sâbit ise etrâfında bir sandukçe-i tınnet gezdirmekle meydana çıkarılabilir; şöyle ki: İşitilen savtın şiddeti (şekil 12) evvel a ṣ á müstevi-i tenâzurî üzerinde a‘zâmıdır ki bu müstevi kolların makta‘larının büyük dıl‘larını muvâzîdir.



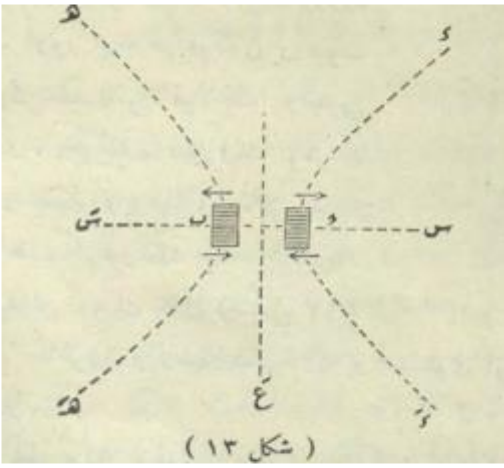
Şekil 11

Sâniyen bu müstevîye nâzım bulunan ve kolların makta‘larının küçük dıl‘larını müvâzi olan s ś müstevîsi üzerinde de şiddeti a‘zâmidır. Bil‘akis iştilen savtın şiddeti s m a, s m ṣ müstevîlerini s, a ve s, ṣ mihverlerine nazaran katr-ı akta‘ eden bir müstevî üzerinde asgarîdir. Meseleyi îzâh için diyapozon uçlarının bulunduğu müstevî-i afâkıyi (şekil 13)

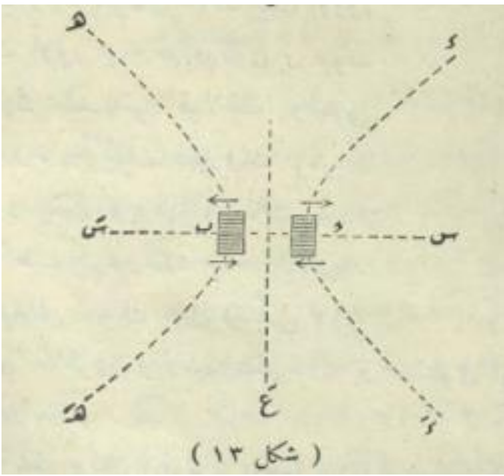
[54] Bu aletler için Dârülfünûn-u Osmaniyyenin birinci sene derslerine mürâcaat edilmeli.

Sayfa 78

tasavvur edelim. Bu müstevî üzerinde a á istikametinde şiddet-i savtı azamî olduğu gibi s ś istikâmetinde yine azamîdir. Fakat e ḫ é, h b h́ kat‘-ı zâid kolları üzerinde savt kâmilen sükûna mübeddeldir. Kulak bu münhanî kolları üzerinde bulunduğu sırada diyapozonun diğer kolu bir boru derûnüne idhâl edilerek bu kolun hareket-i ihtizâziyyesinin intişârı men‘ edilecek olur ise açıkta kalan kolun ihtizâzından hâsıl olan savt derhâl iştilir. Veber (Veber) birâderler tarafından meydana çıkarılan bu hâdise bir diyapazonun kollarının ihtizâzıyla havada hâsıl olan emvâc kürreviyye-i mütevâfıkanın yekdiğerine müsâvi ve ma‘âkis şiddetleri hâiz olduğunu da isbât eder.


(شکل ۱۳)

Şekil 12


(شکل ۱۳)

Şekil 13

40) Ferenli Kâidesi : Mihânik-i umûmiyede görüldüğü üzere bir müstevî üzerinde keenne $f'^2 + f''^2$ yekdiğerini bir noktada kat‘ eden ve bir hatt-ı müstakîm ma‘lûm ile $l\bar{a}' - l\bar{a}''$ zâviyelerini teşkîl eyleyen iki kuvvetin muhassalası f ve bu muhassalanın yine bu hatt-ı müstakîm-i sâbit ile teşkîl ettiği zâviyede le gösterilir ise:

Sayfa 79

$$f^2 = f'^2 + f''^2 + 2 f' f'' \text{bḥb} (l\bar{a}' - l\bar{a}'')$$

ve mümâs $$\text{le} = \frac{f' \text{ḥb } l\bar{a}' + f'' \text{ ḥb } l\bar{a}''}{f' \text{bḥb } l\bar{a}' + f'' \text{ bḥb } l\bar{a}''}$$

olur. Halbûki bu düstûrlar da

$$f' = \text{ḳ}_1 \qquad f'' = \text{ḳ}_2 \qquad f = \text{ḳ} \qquad l\bar{a}' = 2\pi \frac{r'}{l}$$

$$l\bar{a}'' = 2\pi \frac{r''}{L} \qquad l\bar{a} = 2\pi \frac{r' - r''}{L}$$

farz olunur ise yukarıdaki (18), (19) numaralı düstûrlara dest-res olunur :

İşte meşâhir-i hükümetşinâsından Ferenli bu müşâbehetten bilistifâde bervech-i âti bir kâide vücûda getirmiştir:

<Her bir hareket-i ihtizâziyye ḳ_1 tûlunda ve bir mihver-i sâbite nazaran $2\pi \frac{r'}{l}$ meylinde bir hatt-ı müstakîm ile gösterilir ise vüs‘at-i ihtizâzları ma‘lûm olan iki hareket-i ihtizâziye şiddet ve istikâmetleri ma‘lûm iki kuvvet gibi terkîb edilebilir.>

Bu kâideden istinbât olunacağı üzere böyle bir hatt-ı müstakîm ile irâe olunan her bir hareket-i ihtizâziyede keyfe mâ yeşâ safhaları hâiz iki hareket-i ihtizâziyeye tahlîl olunabilir. Ancak adedi nâ-mahdûd olan bu sureti tahlîl meyânında bercevch-i âti biri pek ziyâde isti‘mâl olunur ki bu da vüs‘ati ḳ ve safhası $2\pi \frac{r}{l}$ olan hareket-i ihtizâziyyeyi, biri safhası sıfır, vüs‘at-i ihtizâzi diğeri $\text{ḳ bḥb } 2\pi \frac{r}{L}$, diğeri safhası $\frac{1}{4}$ ve vüs‘ati $\text{ḳ ḥb } 2\pi \frac{r}{L}$ olan iki hareket-i ihtizâziyye-i kaimeye tahlîldir.

41) Muhtelifü'd-devr İki Hareket-i İhtizâziyenin Terkîbi: Yekdiğerine muvâzî ve devirleri birbirinden cüz'i farkla iki hareket-i ihtizâziye tasavvur ve bu hareket-i ihtizâziyelerin bir noktada yekdiğerine iltihâk ettiğini farz edelim.

Bu nokta-i iltihâkta lâaletta'yîn bir ظ zamânında her iki hareket-i ihtizâziyyenin sür'atleri:

$$B_1 = \text{ḳ}_1\, \text{ḥ}b\, 2\pi\left(\frac{\text{ظ}}{r''} - \frac{r'}{L'}\right)$$

Sayfa 80

$$B_2 = \text{ḳ}_2\, \text{ḥ}b\, 2\pi\left(\frac{\text{ظ}}{r} - \frac{r''}{L''}\right)$$

ile ifâde olunmak îcâb eder.

İmdi bu düstûrlardan ikincisi:

$$B_2 = \text{ḳ}_2\, \text{ḥ}b\, 2\pi\left\{\frac{\text{ظ}}{n'} - \frac{r'}{l'} + \frac{\text{ظ}}{n''} - \frac{r''}{l''} - \frac{\text{ظ}}{n'} + \frac{r'}{l'}\right\}$$

veya

$$B_2 = \text{ḳ}_2\, \text{ḥ}b\, 2\pi\left\{\frac{\text{ظ}}{n'} - \frac{r'}{L'} - \frac{r''}{L''} - \frac{r'}{L'} - \frac{n' - n''}{n'\, n''}\,\text{ظ}\right\}$$

tarzında yazılacak olur ise hareket-i muhassalaya, aynı devre tâbi bulunan ve yalnız safhaları beynendeki fazl:

$$\frac{r}{L} = \frac{r''}{L''} - \frac{r'}{L'} - \frac{n' - n''}{n'\, n''}\,\text{ظ}$$

miktarına müsâvi olan iki hareket-i ihtizâziyenin terkîbinden hâsıl olmuş nazarıyla bakılabilir.

Vâkıa bu surette ikinci hareketin safhası ظ zamanıyla mütehavvil bulunur ise de zaten n', n'' devirleri yekdiğerine karîb farz olunduğu cihetle $n' - n''$ fazlı pek asgâr olacağından bu tahavvül keyfiyyeti de pek beta'etle vukûa gelir. Binâberin bir ihtizâz-ı tâm müddetinde $\frac{r}{L}$ safha-i muhassalası hassen sâbit bir kıymeti hâiz bulunur ve mes'ele de yalnız safhaları muhtelif iki hareket-i ihtizâziyye-i mütevâziyyenin terkîbi mes'elesine irca‘ edilmiş olur. Fakat müteâkıb ihtizâz-ı tâmda $\frac{r}{L}$ safhası tamâmen aynı kıymeti muhâfaza edemeyeceğinden tedâhülü şerâiti biraz tahavvül etmiş bulunur.

İşte bu tahavvül devâm ettiği cihetle nokta-i mefrûzedeki tedâhül hâdisesi evvelce mesâfe dâhilinde intişâr ettiği gibi şimdi de aynı noktada ve zaman dâhilinde imtidâd eder. Tabir-i diğerle evvelce tedâhül, hareket-i muhassalanın imtidâdınca mesâfe bi-mesâfe vukûa geldiği halde şimdi bir noktada zaman bezmân husûle gelir.

Hareket-i muhassalanın şiddeti, safhalar beynendeki tefâzul, bir aded tâm ve yâhud $\frac{1}{2}$ kesirinin zevc misli olduğu zamanlarda azamî ve ferd misli bulunduğu zamanlarda asgarî olur.

Sayfa 81

Şiddet-i azamîler yekdiğerinden:

$$\odot' = \frac{n'\,n''}{n' - n''}$$

fâsılalarıyla munfasıl zamanlarda husûle geldiği gibi şiddet-i asgariyeler de aynı fâsılalar ile tevâli eder. Tabir-i âhirle bu $\odot'$ zamânı birbirini veli eden iki şiddet-i azamî veya iki şiddeti asgarî beynendeki fâsıla-i zamâneye ve $\frac{\odot'}{2}$ de şiddet-i a‘zamî ile bunu veli eden şiddet-i asgarî meyânında güzerân olan müddete müsâvidir.

Binâenaleyh yekdiğerinden zamânen eb‘âd-ı mütesâviyede birtakım <darbe> ler vukuâ gelir ki bu darbeler meyânını yine zamânen yekdiğerine müsâvi iki kısma tefrîk edecek sûretde sükûnları hâsıl olur.

İşte Sauvur (Sauveur) un <Darban hâdisesi> bundan ibâretdir. Yukarıdaki $\odot$ zamânı:

$$\odot' = \frac{1}{\frac{1}{n''} - \frac{1}{n'}}$$

tarafında dahi yazılacağı cihetle bundan iki savt hakkında bervech-i âti bir netîce istihsâl olunur. Şöyle ki $\frac{1}{n'}$ miktarı birinci hareket-i ihtizâziyyenin husûle getirdiği savtın sâniye-i vâhidedeki ḿ aded-i ihtizâzîni, $\frac{1}{n''}$ de ikinci savtın yine sâniye-i vâhide tarafındaki aded-i ihtizâzîni ifâde ettiğinden:

$$\wp'' = \frac{1}{m'' - m'}$$

olur. Şimdi sâniye-i vâhidede husûle gelen darbâtın adedi ile gösterilir ise aded-i mezkûr fâsıla-i zamânın aksine müsâvi olacağından:

$$ḥ = m'' - m'$$

bulunur. Bundan anlaşılır ki böyle iki savtın yekdiğerine inzimâmından hâsıl olan darbânın adedi, sâniye-i vâhidedeki aded-i ihtizâzları beynendeki fazla müsâvîdir. İşte

Sayfa 82

iki savtın şiddetleri yekdiğerine ne kadar karîb bulunur ise darbân hâdisesi de o kadar vâzıh olur Bir haldeki savtların şiddeti birbirine müsâvi olduğu farz edilir ise darbân da şiddetçe muzâaf ve sükûnlar da mutlak olur. Bilakis iki savtın perdeleri yekdiğerine ne kadar karîb bulunur ise darbân hâdisesi o kadar sür‘at ile ve ne mikdar birbirinden baîd olur ise o derece batâetle vukuâ gelir.

Hülâsa yekdiğerine muvâzi iki hareket-i ihtizâziyye bir istikamette olarak bir noktada birbirine iltihâk ettiği halde bu iki hareket müttehid’üd-devr olduklarına göre <tedâhül> ve muhtelifü’d-devr bulunduklarına göre de <Darbân> hâdisesi hâsıl olur.

Darbân hâdisesi esvât-ı basîte çıkaran âlet-i mûsıkîyyenin üzerinde bis-suhûle müşâhede olunabilir. Birbirinin aynı iki diyapazon alınarak birisinin kollarından birinin kısm-ı fevkanîsine küçük bir cism yapıştırılacak olur ise bu iki diyapazonun savtları beynendeki i’tilâf ihlal edilmiş olacağından derhâl tedâhül hâdisesi yerine darbân hâdisesi kâim olur. Darbân hâdisesi vasıtasıyladır ki organistler, bir orgun borularını akorde etmeğe muvâfık olmaktadırlar. Çünkü iki borunun sadâları beynendeki nisbet ne derce nisbet-i hâddiyyeye takarrub eder ise hâsıl olan darbân da o kadar yekdiğerinden tebâüd eder.

42) Savtın İrtifâ‘-ı Mutlaklarının Ta‘yîni: Darbân hâdisesini evvel-emirde tedkik eden Sauver, hâdise-i mezkûreden bilistifâde esvât-ı mûsıkîyyenin perdelerinin kıymet-i mutlakalarını ta‘yin için bir tarîk bulmuştur. Şöyle ki aded-i ihtizâzları olan iki savt meyânında madde-i sâlife görüldüğü üzere:

$$m' - m = \text{ḥ}$$

aded, darbân hâsıl olacağından şu savtların beynendeki f fâsıla-i mûsıkîyyesi veyâ

$$\frac{m'}{m} = f$$

nisbeti bilinecek olur ise bu iki münâsib vâsıtasıyla m, m' aded-i ihtizâzları bis-suhûle ta‘yîn olunur. Fi’l-hakîka yukarıdaki münasebetlerden:

$$m = \frac{\text{ḥ}}{f-1}, \; m' = \frac{\text{ḥ} f}{f-1}$$

bulunur. Fakat bu usûl hemân, hemân kabil-i icrâ değildir. Çünkü iki savtın ta‘dâdı kolay

Sayfa 83

olacak sûrette darbân hâsıl edebilmesi için m' aded-i ihtizâzının aded-i ihtizâzına pek karîb bulunması iktizâ eder. Bu halde ise $\frac{m'}{m}$ fâsıla veya nisbetini takdîr etmek müşkil olur.

Mamâfiye erbâb-ı hikmet-i tabîiyyeden Şibler (Scheibeler) bu mahzûre bir çâre bulmuştur: Mumâileyh aded-i ihtizâzı 220 den ibâret olan d le$_2$ den aded-i ihtizâzı 440 olan le$_3$ notasına kadar aded-i ihtizâzı dörder , dörder tezâyüd etmek üzere elli altı aded diyapazondan mürekkeb bir âlet vücûda getirmiştir.

Lâ-ale-tta‘yîn bir savt bu gâyeler (lâ$_1$, lâ$_2$) meyânında bulunacak olur ise bu savtın kıymet-i mutlakasını ta‘yîn için buna en karîb olan diyapazonun sadâsıyla hâsıl edildiği darbânın adedini ta‘dâd etmek kifâyet eder (1). Kıymeti ta‘yîn eyleyecek olan savtın aded-i ihtizâzı 220 ile 440 arasında bulunmayacak olur ise 1,2,3, def’a tezyîd veya tenkis edilerek bu meyâna idhâl edildikten sonra sâbıkı gibi icrâ-yı tecâribe olunur. İşte <tonometre> veya <mikyâsül-elhân> (Tonometre) nâmıyla ma‘rûf olan âletin esâsı bundan ibârettir.

43)Esvât-ı Muhassala: Sâniye-i vahidedeki aded-i ihtizâzları m', m'' olan ve yekdiğerinden farklı bulunan iki savt birden husûle getirilecek olur ise bunların ittihadından sâniye-i vâhidedeki aded-i ihtizâzı:

$$m = m'' - m'$$

olan bir savt hâsıl olur. İşte Hamburglu Sorc (Sorge) ve Monpelyeli Romeyo (Romieu) nun hemen aynı zamanda <esvât-ı muhassala> nâmıyla husûlünü haber verdikleri savt budur. Fi'l-hakika ayrı ayrı çalındığı vakit do_4 , fa_4 savtlarını hâsıl eden iki aded ince boru birden çalınacak olur ise hâsıl olan savt fa_2 den başka bir şey değildir. Ancak iki savtın böyle bir muhassala hâsıl etmesi için şiddetlerinin kâfi derecede bir kıymeti hâiz bulunması lâzımdır.Erbâb-ı hikmet-i tabîiyyeden Helmoc (Helmholtz) bu ciheti nazar-ı itibâra alarak hâdise-i mezkûreyi hareket-i ihtizâziyyeye ârız olan bir nev‘ te'sirât-ı muhilleye atf eylemiştir. Şöyle ki:

Sayfa 84

İhtizâzât-ı cüz'i ferdiye kâfi derecede asgar bulunduğu halde bu ihtizâzâtı hâsıl eden kuvây-ı elâstikıyye, eczâ-yı ferdiyenin muvâzanet-i vaziyetlerinden mikdâr-ı tebâüdleriyle mütenâsibdir; ve böyle harekât-i ihtizâziye-i sagîrenin yekdiğerine inzimâmı evvelce beyân olunan kavânîn-i riyaziyeye tevfikan vuku‘ bulur ise de ihtizâzâtın vüs‘ati büyük olduğu takdirde kavânin-i mezkûre tamâmıyla, tatbîk olunamaz. Fi'l-hakika vüs‘at-i ihtizâz büyük olur ise bittabi eczâ-yı ferdiyenin mikdâr-ı tebâüdlerinin murabba‘ları kuvây-ı elâstikiyye hesâbında bir tesir-i mühim icrâ edeceğinden daha basit bir takım harekât-i ihtizâziye hâsıl olur. Meselâ bir diyapazon şiddetle ihtizâz ettirildiği sûrette dördüncü hadde kadar esvât-ı müellefeyi tevlîd eder. Fakat diyapazon daha cüz'i bir kuvvetle ihtizâz ettirildiği takdirde daha yüksek ve fakat gayr-ı müellef esvât hasıl olur.

İşte vüs‘at-i ihtizâza mâlik olan iki hareket-i ihtizâziye veya iki savt bir noktada yekdiğerine mülâki olur ise bundan iki nev‘ muhassala husûle gelir: Biri aded-i ihtizâzi mürekkeblerin aded-i ihtizâzları beynindeki fazla müsâvi olan savtdır ki Helmoc buna <savt-ı tefâzulî> nâmı vermiş, diğeri aded-i ihtizâzi savt-ı mürekkeblerin aded-i ihtizâzları mecmu‘na müsâvi bulunan savtdır ki buna da <savt mecmu‘u> demiştir.

Esvât-ı muhassala garb mûsıkîsinde pek ziyâde hâiz-i ehemmiyettir.Çünkü esvât-ı mezkûrenin, ahenklerin sıhhat ve tamâmiyeti üzerine pek büyük te'sîr te'sîri vardır. Şöyle ki: âheng-i tâm-ı kebîri teşkîl eden esvâta ikinci sâmine de ilave edilecek olur ise:

Do Mi Sol Do

$\frac{1}{1}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{2}{1}$

Silsilesi hâsıl olur ki bunlardan tevellüd eden esvât-ı muhassala bervech-i âtidir:

$\frac{5}{3} - \frac{1}{1} = \frac{1}{4}$ (savt-ı aslînin yani birinci do' nun pest za'f-ı sâminesi)

$\frac{3}{2} - \frac{1}{1} = \frac{1}{2}$ (savt-ı aslînin pest sâminesi)

$\frac{3}{2} - \frac{5}{3} = \frac{1}{4}$ (savt-ı aslînin pest za'f-ı sâminesi)

$\frac{2}{1} - \frac{5}{3} = \frac{2}{3}$ (hâmisenin yani sol'ün pest sâminesi)

$\frac{2}{1} - \frac{1}{1} = 1$ (savt-ı aslî)

halbuki bu esvât-ı muhassala, âhengi teşkîl eden üç savtı ve bilhassa savt-ı aslîyi

Sayfa 85

takviye edeceğinden bunlar meyânındaki te'lîf pek zâhir ve pek muayyen olur. Şimdi bir de:

Do Mi 6 Sol Do

$\frac{1}{1}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{2}{1}$

âheng-i tâm-ı sagîrini tetkîk edelim: Bu âhengi teşkîl eden esvâttan bervech-i âti:

$\frac{6}{5} - \frac{1}{1} = \frac{1}{5}$ (pest sâlise-i kübrânın pest za'f-ı sâminesi)

$\frac{3}{2} - \frac{1}{1} = \frac{1}{2}$ (savt-ı aslînin pest sâminesi)

$\frac{3}{2} - \frac{6}{5} = \frac{3}{10}$ (pest sâlise-i sugrânın pest za‘f-ı sâminesi)

$\frac{3}{2} - \frac{1}{1} = \frac{1}{1}$ (savt-ı aslî)

$\frac{2}{1} - \frac{6}{5} = \frac{3}{5}$ (pest sâlise-i kübrâ)

$\frac{2}{1} - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$ (savt-ı aslînin pest sâminesi)

esvât-ı muhassalası zuhûr eder. Fakat bunlar meyânında pest sâlise-i kübrâ ile hâmise yekdiğerine mütenâfir bulunduğundan ahengi tâm-ı sagîr kat‘i bir âhenk olamaz.

43) İki Hareket-i İhtizâziyenin Terkîbi: Bir m noktasını m s gibi yekdiğerine nazaran kâim iki istikâmette iki hareket-i ihtizâziye ile müteharrik farz edelim; ve bu hareket-i ihtizâziyelerin vüs‘at, safha ve devirlerini lâaletta‘yîn birer surette tasavvur eyleyelim. Bu halde şu iki hareket-i ihtizâziyenin safhaları beynindeki fazl $\underset{.}{h}$ olduğuna göre birinin $\odot$ zamanındaki sür‘ati:

$$B_1 = \frac{\text{له}\; a}{\text{له}\; \odot} = \underset{.}{k}_1 \underset{.}{h} b\, 2\pi \frac{\odot}{n''}$$

ve diğerinin sürati de:

$$B_2 = \frac{\text{له}\; s}{\text{له}\; \odot} = \underset{.}{k}_2 \underset{.}{h} b\, 2\pi \left(\frac{\odot}{n''} + \underset{.}{h}\right)$$

ile ifâde olunabilir.

Bu muadelât-ı tefâzuliye itmâm edilir. $\underset{.}{k}_1$, $\underset{.}{k}_2$ vüs‘ati ihtizâzları için münâsib bir vâhid-i kıyâsi ve mebde’-i zamân için de münâsib bir zaman intihâb olunur ise, m' , m'' sâniye-i vâhidedeki aded-i ihtizâzâtı irâe etmek üzere,

Sayfa 86

$$a = \text{ḳ}_1 \ \text{bḥb}\ 2\pi \frac{\odot}{n'} = \text{bḥb}\ 2\pi \odot m'$$

$$s = \text{ḳ}_2 \ \text{bḥb}\ 2\pi \left(\frac{\odot}{n''} + \text{ḥ}\right) = \text{ḳ}_2 \ \text{bḥb}\ 2\pi (\odot m'' - \text{ḥ})$$

bulunur ki bu düsturlarda m nokta-i mühtezzesinin $\odot$ zamanındaki kemmiyât-ı vaz‘iyyesinin ifâdelerinden başka bir şey değildir.

İşte bu iki muâdele meyânından $\odot$ zamânı ifnâ edilecek olur ise m noktasının her iki hareket-i ihtizâziyeye iştirâkı halinde resm edeceği muharrikin muâdelesi istihsâl edlir. Ancak sûret-i umûmiyyede olarak bu ifnâ maddesi pek müşkildir. Halât-ı husûsiyyede ise bil‘akis pek kolaydır. Binâberin bervech-i âti hâlat-ı husûsiyeyi yegân yegân mütâlaadan geçirmek iktizâ eder.

44) Evvela n', n'' ihtizâz-ı tâm müddetlerini yekdiğerine m' , m'' adedlerini de yine birbirine müsâvi farz edelim. Bu halde:

$$s = \text{ḳ}_2 \ \text{bḥb}\ 2\pi \left(\frac{\odot}{n'} + \text{ḥ}\right)$$

veya

$$s = \text{ḳ}_2 \ \text{bḥb}\ 2\pi \frac{\odot}{n'} \ \text{bḥb}\ 2\pi\, \text{ḥ} - \text{ḳ}_2 \ \text{ḥb}\ 2\pi \frac{\odot}{n''} \ \text{ḥb}\ 2\pi\, \text{ḥ}$$

veyâhud

$$s = \frac{\text{ḳ}_2}{\text{ḳ}_1} a \ \text{bḥb}\ 2\pi\, \text{ḥ} - \text{ḳ}_2 \sqrt{1 - \text{bḥb}^2\ 2\pi \frac{\odot}{n'}} \times \text{ḥb}\ 2\pi\, \text{ḥ}$$

$$s = \frac{\text{ḳ}_2}{\text{ḳ}_1} a \ \text{bḥb}\ 2\pi\, \text{ḥ} - \text{ḳ}_2 \sqrt{1 - \left(\frac{a}{\text{ḳ}_1}\right)^2} \times \text{ḥb}\ 2\pi\, \text{ḥ}$$

$$s = \frac{\text{ḳ}_2}{\text{ḳ}_1} a \ \text{bḥb}\ 2\pi\, \text{ḥ} - \frac{\text{ḳ}_2}{\text{ḳ}_1} \sqrt{\text{ḳ}_1^{\,2} - a^2} \times \text{ḥb}\ 2\pi\, \text{ḥ}$$

$$s-\left(\frac{ḳ_2}{ḳ_1}\,\text{bḥb}\,2\,\pi\,ḥ\right)a\;=\;-\,\frac{ḳ_2}{ḳ_1}\,\sqrt{ḳ_1^{\,2}-a^2}\times\,\text{ḥb}\,2\,\pi\,ḥ$$

o tarafeyn terbî‘ olunur ise:

$$s^2-2\,\frac{ḳ_2}{ḳ_1}\,a\,s\,\text{bḥb}\,2\,\pi\,ḥ+\frac{ḳ_2^{\,2}}{ḳ_1^{\,2}}\,a^2\,\text{bḥb}^2\,2\,\pi\,ḥ=\frac{ḳ_2^{\,2}}{ḳ_1^{\,2}}\,\left(ḳ_1^{\,2}-a^2\right)\text{ḥb}^2\,2\,\pi\,ḥ$$

Sayfa 87

$$s^2-2\,\frac{ḳ_2}{ḳ_1}\,a\,s\,\text{bḥb}\,2\,\pi\,ḥ+\frac{ḳ_2^{\,2}}{ḳ_1^{\,2}}\,a^2\,\text{bḥb}^2\,2\,\pi\,ḥ-\,ḳ_2^{\,2}\,\text{ḥb}^2\,2\,\pi\,ḥ+\frac{ḳ_2^{\,2}}{ḳ_1^{\,2}}\,\text{ḥb}^2 2\,\pi\,ḥ=0$$

$$s^2-2\,\frac{ḳ_2}{ḳ_1}\,a\,s\,\text{bḥb}\,2\,\pi\,ḥ+\frac{ḳ_2^{\,2}}{ḳ_1^{\,2}}\,a^2\left(\text{bḥb}^2\,2\,\pi\,ḥ+\,\text{ḥb}^2\,2\,\pi\,ḥ\right)-\,ḳ_2^{\,2}\,\text{ḥb}^2\,2\,\pi\,ḥ=0$$

$$s^2-2\,\frac{ḳ_2}{ḳ_1}\,a\,s\,\text{bḥb}\,2\,\pi\,ḥ+\frac{ḳ_2^{\,2}}{ḳ_2^{\,2}}\,a^2-\,ḳ_2^{\,2}\,\text{ḥb}^2\,2\,\pi\,ḥ=0$$

velhâsıl

$$\frac{s^2}{ḳ_2^{\,2}}+\frac{a^2}{ḳ_1^{\,2}}-\frac{2\,\text{bḥb}\,2\,\pi\,ḥ}{ḳ_1\,ḳ_2}\,s\,a=\,\text{ḥb}^2\,2\,\pi\,ḥ$$

bulunur ki bu da merkezinden geçen iki mihver-i kâime nisbet edilmiş ve $2\,\pi\,ḥ$ zâviyesine göre bir vaz‘iyyet alarak dıl‘ları $2\,ḳ_1$, $2ḳ_2$ olan bir mustatil dâhiline resm olunmuş bir kat‘-ı nâkıs (şekil 14) muâdelesinden ibârettir.

Fi’l-hakîka evvel emirde $s=ḳ_2$ farz edilecek olur ise muâdele-i mezkûreden:

$$1+\frac{a^2}{ḳ_1^{\,2}}-\,2\,\frac{\text{bḥb}\,2\,\pi\,ḥ}{ḳ_1}\,a=\,\text{ḥb}^2\,2\,\pi\,ḥ$$

veyâ

$$a^2-2\,ḳ_1\,\text{bḥb}\,2\,\pi\,ḥ\times a+\,ḳ_1^{\,2}\left(1-\,\text{ḥb}^2\,2\,\pi\,ḥ\right)=\,0$$

$$a^2 - 2\,\underset{.}{k}_1\, b\underset{.}{h}b\, 2\,\pi\, \underset{.}{h} \times a + \underset{.}{k}_1{}^2\, b\underset{.}{h}b^2\, 2\,\pi\, \underset{.}{h} = 0$$

$$a = \frac{2\,\underset{.}{k}_1\, b\underset{.}{h}b\, 2\,\pi\, \underset{.}{h} \pm \sqrt{4\,\underset{.}{k}_1{}^2\, b\underset{.}{h}b^2\, 2\,\pi\, \underset{.}{h} - 4\,\underset{.}{k}_1{}^2\, b\underset{.}{h}b^2\, 2\,\pi\, \underset{.}{h}}}{2}$$

el-hâsıl

$$a = \underset{.}{k}_1\, b\underset{.}{h}b\, 2\,\pi\, \underset{.}{h} = \overline{b\,h}$$

istihrâc olunur.

Sayfa 88

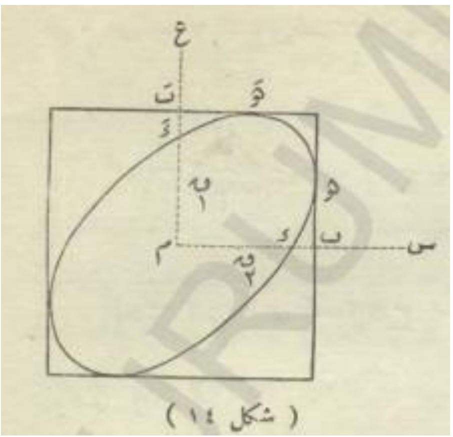
Bir kürede $a = \underset{.}{k}_1$ farz olunur ise:

$$s = \underset{.}{k}_1\, b\underset{.}{h}b\, 2\,\pi\, \underset{.}{h} = \overline{b'h'}$$

bulunur. İmdi bu iki neticeden:

$$b\underset{.}{h}b\, 2\,\pi\, \underset{.}{h} = \frac{\overline{b\,h}}{\underset{.}{k}_1} = \frac{\overline{b\,h}}{\overline{\overline{m\,b}}}$$

$$b\underset{.}{h}b\, 2\,\pi\, \underset{.}{h} = \frac{\overline{b'\,h'}}{\underset{.}{k}_1} = \frac{\overline{b'\,h'}}{\overline{\overline{m\,b'}}}$$



Şekil 14

münâsbetleri bulunacağı gibi yine sırasıyla bir küre s = 0 ve bir küre de a = 0 farz edilerek:

$$ḥb\, 2\, \pi\, ḥ = \frac{m\ e}{m\ b'}$$

$$ḥb\, 2\, \pi\, ḥ = \frac{m\ e'}{m\ b'}$$

münâsebetleri istihsâl olunur. Bundan anlaşılır ki kat'-ı nâkısın $2k_2$, $2k_1$ mustatîli dâhilindeki vaz'iyyeti $2\ \pi\ ḥ$ zaviyesine tâbidir.

İşte iki hareket-i ihtizâziyyenin safhaları beynendeki fazl yani ḥ miktarı sıfır olduğuna göre (şekil 15) muâdele:

$$\frac{s}{k_1} - \frac{a}{k_1} = 0$$

şekline müncerr ve kat'-ı nâkıs da hatt-ı müstakîmine mübeddel olur. Fakat bu hattın emsâli zâviyesi $\frac{k_1}{k_2}$ olduğu gibi ibtidâi emirde $s = k_2$, $a = k_1$ bulunduğu ve sıfırdan geçerek muahhiren $s = -\ k_2$, $a = -\ k_1$ olduğu cihetle hatt-ı müstakîm-i mezkûrda evvel t dan t́ ve bu'da t́ dan t doğru resm edilmiş bulunur.

Sayfa 89

Eğer ḥ tefâzul safhiyetini $\frac{1}{8}$ kesrine müsâvi bulunur ise muâdele:

$$\frac{s^2}{k_2{}^2} + \frac{a^2}{k_1{}^2} - \frac{\sqrt{2}}{k_1 k_2}\, s\, a = \frac{1}{2}$$

şeklini kesb eder ki bu da s, a mihverlerine nazaran 45 derece mâil (şekil 16) bir kat'-ı nâkısı irâe eder.

Eğer $ḥ = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ olur ise muâdele:

$$\frac{s^2}{k_2{}^2} + \frac{a^2}{k_1{}^2} = 1$$

sûretini kesb eder ki bu da kendi mihverlerine nisbet edilmiş bir kat'-ı nâkıs muâdelesinden ibârettir. Harekât-ı mürekkeb bu halde:

$$s = \text{ḳ}_2\, \text{bḥb}\, 2\pi \left(\frac{\odot}{n'} + \frac{1}{4}\right) = -\text{ḳ}_2\, \text{ḥb}\, 2\pi \frac{\odot}{n'}$$

$$a = \text{ḳ}_1\, \text{bḥb}\, 2\pi \frac{\odot}{n'}$$

muâdeleleriyle ifâde olunacağı cihetle kat‘-ı nâkıs sehmin irâe ettiği (şekil 17) cihette tersîm edilmiş bulunur.

Eğer $\text{ḥ} = \frac{3}{8}$ ise muâdele-i umûmiyye:

$$\frac{s^2}{\text{ḳ}_2{}^2} + \frac{a^2}{\text{ḳ}_1{}^2} - \frac{\sqrt{2}}{\text{ḳ}_1\, \text{ḳ}_2}\, s\, a = \frac{1}{2}$$

olur ki bu da ‘s’ mihverine nazaran 135 derece mâil (şekil 18) bir kat‘-ı nâkıs irâe eder.

Eğer $\text{ḥ} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ bulunur ise muâdele-i umûmiyye (şekil 19)

$$\frac{s}{\text{ḳ}_2} + \frac{a}{\text{ḳ}_1} = 0$$

sûretini ahz eder ki bu da emsâl-i zâviyesi $\frac{\text{ḳ}_1}{\text{ḳ}_2}$ olan bir hatt-ı müstakîmi irâe eyler.

Sayfa 90

İşte bu hat yukarıda $\text{ḥ} = 0$ halinde istihsâl olunan hatt-ı müstakîmin mütenâzırı ise de ‘aksi cihete doğru resm edilmiştir:

Eğer $\text{ḥ} = \frac{5}{8}$ olur ise muâdele-i umûmiyye:

$$\frac{s^2}{\text{ḳ}_2{}^2} + \frac{a^2}{\text{ḳ}_2{}^2} - \frac{\sqrt{2}}{\text{ḳ}_1\, \text{ḳ}_2}\, s\, a = \frac{1}{2}$$

olacağından $\text{ḥ} = \frac{1}{8}$ hâlinde istihsâl olunan kat‘-ı nâkısın aynı bir kat‘-ı nâkıs istihsâl edilir ise de burada da (şekil 20) yine kat‘-ı nâkıs diğerinin aksi cihetine doğru resm edilmiş olur.

Eğer $\text{ḥ} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ bulunur ise muâdele-i umûmiyye yine:

$$\frac{s^2}{\text{ḳ}_2{}^2} + \frac{a^2}{\text{ḳ}_1{}^2} = 1$$

sûretini kesb eder ve bu da mihveri tenâzurîlerine nisbet edilmiş bir kat‘-ı nâkısı ifâde eyler ise de hâlinde istihsâl olunan kat‘-ı nâkısın (şekil 21) ‘aksi cihetine resm edilmiş bulunur.

Eğer $ḥ = \frac{7}{8}$ olur ise muâdele-i umûmiyye:

$$\frac{s^2}{k_2{}^2} + \frac{a^2}{k_1{}^2} - \frac{\sqrt{2}}{k_1 k_2} s\, a = \frac{1}{2}$$

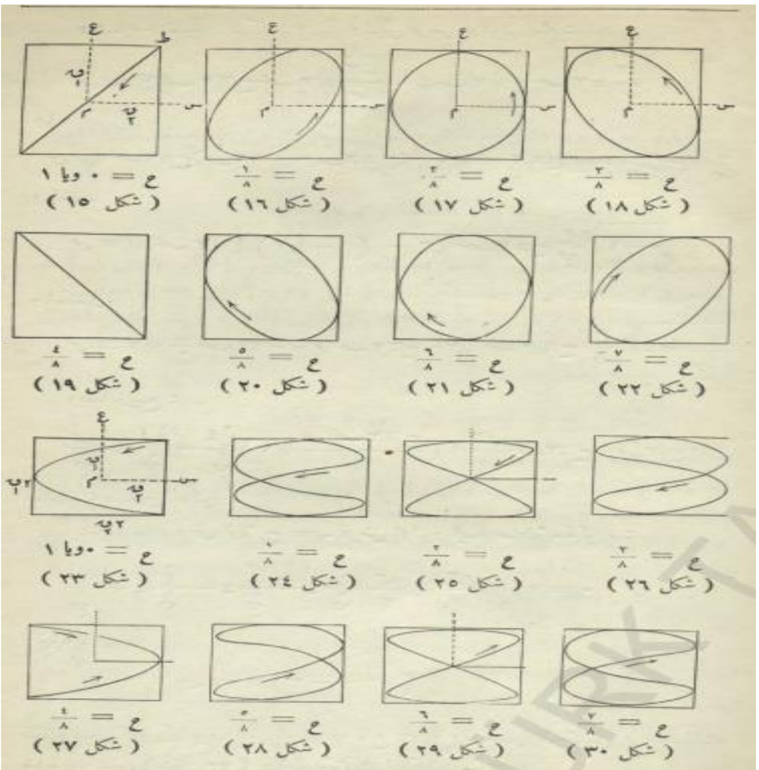
olur ki $ḥ = \frac{3}{8}$ hâlinde zuhûr eden kat‘-ı nâkısın aynıdır. Ancak (şekil 22) bunun cihet-i tersîmi diğerinin ‘aksidir.

El-hâsıl $ḥ = \frac{8}{8} = 1$ olduğu surette muâdele-i umûmiyye yine:

$$\frac{s}{k_2} - \frac{a}{k_1} = 0$$

şekline müncerr ve kat‘-ı nâkıs da tekrar hatt-ı müstakîme mübeddel olur ki bu hatt-ı müstakîm hem vaz‘an hem ciheten c = 0 hâlinde istihsâl olunan hatt-ı müstakîmin aynıdır.

Sayfa 91



Şekil 15 : c = 0 veya 1 Şekil16 : $c = \frac{1}{8}$ Şekil 17 : $c = \frac{2}{8}$ Şekil 18 : $c = \frac{3}{8}$

Şekil 19: $c = \frac{4}{8}$ Şekil 20 : $c = \frac{5}{8}$ Şekil 21 : $c = \frac{6}{8}$ Şekil 22 : $c = \frac{7}{8}$

Şekil 23 : $c = 0$ veya 1 Şekil 24 : $c = \frac{1}{8}$ Şekil 25: $c = \frac{2}{8}$ Şekil 26: $c = \frac{3}{8}$

Şekil 27 : $c = \frac{4}{8}$ Şekil 28 : $c = \frac{5}{8}$ Şekil 29: $c = \frac{6}{8}$ Şekil 27: $c = \frac{7}{8}$

Sayfa 92

45) Sâniyen $n' = 2\,n''$ olduğu farz olunur ise:

$$s = \text{ḳ}_2\, \text{bḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ}\; \text{bḥb}\, 2\pi\, \frac{2\,\wp}{n'} - \text{ḳ}_2\, \text{ḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ}\; \text{ḥb}\, 2\pi\, \frac{2\,\wp}{n'}$$

veya

$$s = \text{ḳ}_2\, \text{bḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ} \left(\text{bḥb}^2\, 2\pi\, \frac{\wp}{n'} - \text{ḥb}^2\, 2\pi\, \wp_{n'} \right) - 2\,\text{ḳ}_2\, \text{ḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ}\; \text{ḥb}\, 2\pi\, \frac{\wp}{n'}\, \text{bḥb}\, 2\pi\, \frac{\wp}{n'}$$

veyâhud

$$s = \text{ḳ}_2\, \text{bḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ} \left(2\,\frac{a^2}{\text{ḳ}_1{}^2} - 1 \right) - 2\,\text{ḳ}_2\, \text{ḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ}\, \frac{a}{\text{ḳ}_1} \sqrt{1 - \frac{a^2}{\text{ḳ}_1{}^2}}$$

velhâsıl

$$s = 2\,\text{ḳ}_2\, \frac{a^2}{\text{ḳ}_1{}^2}\, \text{bḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ} - \text{ḳ}_2\, \text{bḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ} - 2\,\text{ḳ}_2\, \text{ḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ}\, \frac{a}{\text{ḳ}_1} \sqrt{1 - \frac{a^2}{\text{ḳ}_1{}^2}}$$

ve ba‘del-terbi‘

$$\frac{s^2}{\text{ḳ}_2{}^2} + \frac{4\,a^4}{\text{ḳ}_1{}^4} - \frac{4\,a^2}{\text{ḳ}_1{}^2} \left(1 + \frac{s\, \text{bḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ}}{\text{ḳ}_2} \right) + \frac{2\,s}{\text{ḳ}_2}\, \text{bḥb}\, 2\pi\, \text{ḥ} + \text{bḥb}^2\, 2\pi\, \text{ḥ} = 0$$

muâdelesine dest-res olunur.

İşte bu halde dahi evvel $\text{ḥ} = 0$ farz olunur ise muâdele-i mezkûre:

$$\frac{s^2}{k_2^2} + 4\frac{a^4}{k_1^4} - 4\frac{a^2}{k_1^2} - 4\frac{a^2}{k_1^2}\frac{s}{k_1} + \frac{2s}{k_2} + 1 = 0$$

ve nihâyet-ül-emr

$$s = k_2\left(2\frac{a^2}{k_1^2} - 1\right)$$

şekline müncerr olur ki bu da $s = 2k_2$, $a = 2k_1$ hatlarından müteşekkil bir mustatîlin dıl'larına mümâss (şekil 23) kat'-ı mükâfi irâe eder.

Sayfa 93

Eğer $h = \frac{4}{8} = \frac{1}{3}$ veya farz edilir ise muâdele:

$$s = -k_2\left(2\frac{a^2}{k_1^2} - 1\right)$$

sûretini ahz eyler ki bu da evvelki kat'-ı mükâfîye mütenâzır bir diğer (şekil 27) kat'-ı mükâfiyi irâe eder.

Eğer $h = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ veya $h = \frac{6}{8}$ olur ise:

$$s = \pm k_2\left(2\frac{a}{k_1}\right)\sqrt{1 - \frac{a^2}{k_1^2}}$$

muâdelesine dest-res olunur. Muâdele-i mezkûre Fransızca 8 (sekiz) rakamı şeklinde bir münhanîyi irâe eder ki bu münhanînin merkezi (şekil 25) ve (şekil 26), mebde'de keenne bir nokta-i muzâafadan ibârettir. Münhanînin cem'an altı re'si vardır ki bunun ikisi şâkuli

ve $s = 0$, $a = \pm k_1$

kemmiyât-ı vaz 'iyyesine ve diğer dördü afâki ve

$$a = \pm\frac{k_2}{\sqrt{2}} \qquad s = \pm k_1$$

kemmiyât-ı vaz 'iyyesine tevâfuk eder.

Eğer h tefâzul safhiyyetini $\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}$ gibi bir kıymeti hâiz bulunur ise yine daima dıl'ları

$2k_1$, $2k_2$ olan mustatîl dâhiline mersûm birtakım münhanîler istihsâl olunur. Bu münhanîler (8) münhanîsinin merkezi üzerine kıvrılmasından ve kollarının birbirine yaklaşmasından harekek-i muhassalayı irâe eden münhanînin kat‘ı- mükâfiden ta (8) münhanîsine ve bu münhanîden tekrar ma‘kûs bir kat‘ı- mükâfiye ne sûretle tahavvül ve avdet ettiğini izâh için şekillerin altına sıra numarası vaz‘ edilmiştir.

Alel-umûm m m , m' mütebâyin iki aded tâm olmak üzere $\frac{n'}{n''} = \frac{m}{m'}$ bulunur ise hareket-i muhassala münhanîsi mustatilin s = ± 2 k_2 dıl‘ına m kadar ve a = ± 2 k_1 dıl‘ına da m' kadar noktada temâs eder. Çünkü s, a kemiyyât- vaz ‘iyyesinin kıyem-i azamiyyesi, bir taraftan + k_2 ile – k_2 ve diğer taraftan - k_1 ile – k_1 arasında mahsûrdur. Münhanî a = + k_1 a = - k_1 s = + k_2, s = - k_2 hatlarından müteşekkil mustatîle mümâss bulunur.Bundan başka a bir sâniye zarfında iki evvelki hatta $\frac{1}{n'}$ def‘a ve ise diğer iki hatta $\frac{1}{n}$

Sayfa 94

def‘a temâs eder. Halbuki $\frac{1}{n'}$ ile $\frac{1}{n''}$ arasındaki nisbet, sâniye-i vâhidedeki aded-i ihtizâzlar beynendeki nisbete müsâvidir; binâberin bir zaman muayyen zarfında afâki dıl ‘ları ile m aded temâs vukua‘ gelir ise şâkuli dıl‘ları ile de m' adedi defa temâs vukua‘ gelmiş olur.

46) Lisajo (Lissajous)’ nun Tahkîki: İki hareket-i ihtizâziyye-i kaimenin terekkübünden hâsıl olan bu eşkâl en evvel Vayston (Wheatstone) tarafından nazar-ı itibâra alınmış ve mumâileyh bu bâbda <Kaleydofun> tesmiye ettiği altı isti‘mâl eylemiştir. Fakat eşkâl-i mezkûreyi en vâzıh bir sûrette irâe etmeye muvâfık olan Leysajo’nun ihtira‘ ettiği bu usûl, bir şua‘-ı ziyâîyyeyi beynleri bir fâsıla-i mûsıkiyyeyi ma‘lûme ile tefrîk edilmiş iki diyapazonun müteâkıben te’sirine tâbi‘ kalmaktan ibârettir. Bunun için diyapazonlardan her birinin bir kolunun nihâyetine bir küçük âyîne veya adese rabt edilmiş ve diğer koluna husûl-ü muvâzenet zımnında bir küçük cism ilâve olunmuştur.

İşte karanlık bir oda dâhiline bir adese vâsıtasıyla bir şua‘-i şems idhâl ve bu şua’-i şâkuli bir diyapazonun bir kolundaki âyînede mün‘akis olduktan sonra bir haîl üzerine tevcih edilir.

Her iki diyapazon birbirine amûd iki müstevî üzerinde ihtizâz ettiği ve şua‘-ı ziyâîde bu iki ihtizâz-ı kaime iştirâk eddildiği cihetle, bunların safhaları beynendeki fazla göre hâil üzerinde bir münhanî teressüm eder. Vakıâ bu münhanîyi şua‘ sür‘atle resm eder ise de tabaka-i şebekîye üzerinde vaz‘iyyât-ı mütevâliyesinin te’sîri o kadar sür‘atle zâil olmadığından bir göz münhanî mersûmu bit-tamâm rü’yet eder[55].

[55] Bu ve diğer alet için birincisine hikmeti tabîiyye derslerine müracaat oluna.

Sayfa 95

BÂB-I SÂLİS

Enâbib-i Mutasavvıta

Sadâ boruları _ Bernolli nazariyesi : Kapalı sada boruları, kuvvânini; ukde ve batın noktaları _ açık sadâ boruları _ kuvvânîni; ukde ve batınları _ nazariyye-i mezkûrenin tedâhülü esvât nazariyesiyle îzâhı _ bir tarafı kapalı üstüvâne-i mahdûdede tedâhül-ü esvât _ tahkikât-ı tecrübiye _ tecrübe ile nazariyye meyânındaki tehâlüf, Postun nazariyyesi _ Hopkins ve (ket) ta'dilâtı; mikdâr-ı sâbitin ta'yîni _ tenbih _ boruların cidârlarının te'sîri _ sür'at-i savtın borular vasıtasıyla ta'yîni

47) Sadâ Boruları: Sadâ borularının isti'mâli pek kadîddir : Adetâ kaval , düdük gibi âlet-i savtiyyenin zamân icâdı târihin edvâr-ı muzlımesi arasında gaib olmaktadır. Zamanımızda ise bu nev' alâtın isti'mâli pek ziyâde ta'mîm etmektedir. Fi'l-hakîka büyük kilîsalardaki cisim orgları binlerce muhtelif-elcins borudan mürekkebdir.

Bir sadâ borusundan çıkan savtın perdesi, borunun kenarları kâfi derecede kalın olduğu halde, ma'mûl bulunduğu maddenin cinsiyle pek tahavvül etmez; bil'akis derûnuna nefh olunan gazın cins ve kesâfeti ile tebeddül eder.

Mamafih bu nev' alâtın kâffesinde ihtizâz eden cisim, hevâdır. Üstüvâni veya menşûrî bir boru alınarak bir tarafından üflenecek olur ise derûnundaki hevâ ileriye doğru bir hareket-i mütemâdiye ile sevk edilmiş olur ise de borudan hiçbir ses istihsâl edilemez. Çünkü bir borudan ses çıkarabilmek için o boru derûnundaki hevâyı bir hareket-i mütemâdiye haline değil, bil'akis bir hareket-i ihtizâziyye haline koymak lâzımdır.

Sadâ borularındaki hevâ sur-ı muhtelife üzere ihtizâz ettirilebilir. Bunun için borunun baş tarafına ya bir <ağız> veya bir <dil> ilâve edilir veyâhud hevâ boruya mâilen nefh olunarak kenarına çarpmak suretiyle bu ihtizâz hâsıl ettirilir. Fakat nefh olunan hevânın gerek borunun ağzındaki dudağa, gerek dile, veyâhud kenarına çarpmasından hâsıl olan

Sayfa 96

şey âdi bir ıslık sadâsıdır[56] . Bu ıslık yekdiğeriyle hem âhenk olmayan bir takım savtdan mürekkebdir ki boru bu esvât meyânında yalnız biri veya birkaçını bilintihâb takviye eder.

Sadâ borularının nazariyye-i riyâziyyesini en evvel vaz‘ ve te’sîs eden on sekizinci asır mîlâdi riyâziyyunundan Danil _ Bernolli (D. Bernoulli) dir. Mûmaileyh kapalı veya açık bir borunun, medhalinde husûle gelen esvât-ı muhtelifeden hangilerini intihâb ederek bittakviye i‘tâ edildiğini ta‘yîn edildiği gibi esvât-ı mezkûrenin boru dâhilinde sûret-i intişârını da irâe etmiştir.

48) Bir Tarafı Kapalı Sadâ Borusu: Kutrî tûluna nisbetle asgâr ve kendileri gayet mukâvemetle üstüvâni bir boru tasavvur ve şu borunun medhalinde husûle getirilen bir hareket-i ihtizâziyyenin dahilen sûret-i intişârını tetkîk edelim. Bunun için Bernolli tevfikan: Evvel borunun kapalı olan nihâyetiyle temâsta bulunan eczâyı ferdiyye-i hevânın sûret-i katiyyede sükût üzere bulunduğu, sâniyen açık olan tarafta (medhalinde) mikdâr-ı tekâsüfün sıfıra vey ta‘biri diğerle borudaki hevâ tabakasının kesafetinin hevâyı muhitînin kesafetine müsâvi olduğunu kabul edelim.

Bu halde borunun tûlu t ile gösterildiğine ve açık olan ucu yani medhali mebde’ ittihâz olunduğuna göre

$s = \underset{.}{t}$ kıymeti için $b = \frac{\partial \underset{.}{s}}{\partial \odot} = 0$ (1)

$s = 0$ kıymeti için $ne = \frac{\partial \underset{.}{s}}{\partial s} = 0$ (2)

olacağından hareket-i ihtizâziyyenin bir üstüvâne-i gayr-ı mahdûde dâhilindeki intişâr-ı muâdelesi olan

$$\frac{\partial^2 \underset{.}{s}}{\partial \odot^2} = b^2 \frac{\partial^2 \underset{.}{s}}{\partial s^2} \qquad (3)$$

muâdele-i tefâzuliyesinin

$$\underset{.}{s} = ba\left(s + b\odot\right) + la\left(s - b\odot\right) \qquad (4)$$

[56] Lokomotiflerin düdükleri böyle bir ıslık hâsıl eder bir ağızdan ibârettir.

tamâm-ı umûmiyyesinin tevâfuk etmesi icâb eder.

Sayfa 97

Bundan başka ba, la tâbi ‘leri hâl-i ibtidâiyye (mes’elenin şerâit-i ibtidâiyyesine) ta‘bîr-i âhirle $t = 0$ zamânında $\bar{B}$ = be sür‘at ve miktar-ı tekâsüfleriyle ma‘lûm olması lâzım gelen (madde: 22)

$$\bar{B} = \frac{d ṣ}{d t} = b\, ba\,(s) - b\, la'(s) = by\,(s) \qquad (5)$$

$$be = \frac{d ṣ}{d s} = -\, ba\,(s) - la'(s) = bv\,(s) \qquad (6)$$

tâbi‘lerine göre ta‘yîn edilmelidir.

Diğer taraftan k, k' . h , h', emsâl-i sâbitesi keyfî birer miktardan ibâret olmak üzere:

$$ṣ = \left(ḳ\, ḥb\, b\, e\, t + ḳ'\, bḥb\, b\, e\, t\right)\left(h\, ḥb\, e\, s + h'\, bḥb\, e\, s\right) \qquad (7)$$

tâbi‘i (3) muâdele-i tefâzuliyyesine tevâfuk ettiğinden muâdele-i mezkûrede (4) tamâm-ı umûmiyyesinin bir şekl-i diğeri gibi kabûl olunabilir[57].

---

[57] Bu tâbiin ‘s’ mütehavviline göre müştakkı alınacak olur ise:

$$\frac{d ṣ}{d s} = {}'\left(ḳ\, ḥb\, b\, e\, t + ḳ'\, bḥb\, b\, e\, t\right)\left(h\, e\, bḥb\, e\, s - h'\, e\, ḥb\, e\, s\right)$$

ve bir dah müştak alınır ise:

$$\frac{d^2 ṣ}{d s^2} = \left(ḳ\, ḥb\, b\, e\, t + ḳ'\, bḥb\, b\, e\, t\right)\left(-\, h\, e^2\, ḥb\, e\, s - h'\, e^2\, bḥb\, e\, s\right)$$

$$= e^2 \left(ḳ\, ḥb\, b\, e\, t + ḳ'\, bḥb\, b\, e\, t\right)\left(h\, ḥb\, e\, s + h'\, bḥb\, e\, s\right) = -\, e^2\, ṣ$$

bulunacağı gibi t zamanına göre müştakkı alındığı halde de:

Sayfa 98

Ancak ṣ tâbi'nin bu şeklini evvel mes'elenin (1), (2) şartına ta'dîl tevfîkan ta'dîl etmek ve sâniyen hâl-i ibtidâiyye irâe eden (5) , (6) muâdele-i şartiyyelerine tevâfuk edip etmediğini tetkîk ve muâdelât-ı mezkûreye mutâbakatını te'mîn eylemek icâb eder.

Evvel birinci şarta nazaran ϑ zamanının kıymeti her ne olur ise olsun s = 0 için

$$\text{ne}\ \frac{\text{ط}\,\text{ṣ}}{\text{ط}\,s} = -\left(\text{ḳ ḥb b e}\,\vartheta + \text{ḳ}'\ \text{bḥb b e}\,\vartheta\right)\left(\text{h e bḥb e s} - \text{h}'\ \text{e ḥb e s}\right)$$

ifâdesinin sıfır olması mutlaka:

$$\left(\text{h e bḥb e s} - \text{h}'\text{e ḥb e s}\right)$$

mazrubunun – s = 0 kıymeti için sıfır bulunması menûttur ki bu da:

h= 0

olmasını intâc eder.

$$\frac{\text{ط}\,\text{ṣ}}{\text{ط}\,\vartheta} = \left(\text{ḳ b e bḥb e}\,\vartheta - \text{ḳ}'\ \text{b e ḥb b e}\,\vartheta\right)\left(\text{h ḥb e s} + \text{h}'\ \text{bḥb e s}\right)$$

ve binâberin

$$\frac{\text{ط}^2\,\text{ṣ}}{\text{ط}\,\vartheta^2} = \left(-\,\text{ḳ}\ \text{b}^{22}\ \text{e ḥb b e}\,\vartheta - \text{ḳ}'\ \text{b}^{22}\ \text{e bḥb b e}\,\vartheta\right)\left(\text{h ḥb e s} + \text{h}'\ \text{bḥb e s}\right)$$

veyâ

$$\frac{\text{ط}^2\,\text{ṣ}}{\text{ط}\,\vartheta^2} = -\,\text{b}^{22}\ \text{e}\left(\text{ḳ ḥb b e}\,\vartheta + \text{ḳ}'\ \text{bḥb b e}\,\vartheta\right)\left(\text{h ḥb e s} + \text{h}'\ \text{bḥb e s}\right)$$
$$= -\,\text{b}^{22}\ \text{e ṣ}$$

hâsıl oacağından bunlar (3) muâdele-i-i tefâzuliyyesinde mahallerine konulacak olur ise muâdele-i mezkûre:

$$-\,\text{b}^{2\,2}\text{e ṣ} = -\,\text{b}^{22}\text{e ṣ}$$

şeklinde tahakkuk eder.

Sayfa 98

Ancak ṣ tâbi‘nin bu şeklini evvel mes’elenin (1), (2) şartına ta‘dîl tevfîkan ta‘dîl etmek ve sâniyen hâl-i ibtidâiyye irâe eden (5) , (6) muâdele-i şartiyyelerine tevâfuk edip etmediğini tetkîk ve muâdelât-ı mezkûreye mutâbakatını te’mîn eylemek icâb eder.

Evvel birinci şarta nazaran $\odot$ zamanının kıymeti her ne olur ise olsun s = 0 için

$$\text{ne}\ \frac{\text{لم}\ ṣ}{\text{لم}\ s} = -\left(\text{ḳ ḥb b e}\ \odot + \text{ḳ}'\ \text{bḥb b e}\ \odot\right)\left(\text{h e bḥb e s} - \text{h}'\ \text{e ḥb e s}\right)$$

ifâdesinin sıfır olması mutlaka:

$$\left(\text{h e bḥb e s} - \text{h}'\text{e ḥb e s}\right)$$

mazrubunun – s = 0 kıymeti için sıfır bulunması menûttur ki bu da:

h= 0

olmasını intâc eder.

Bu halde ṣ tâbi‘i:

$$\text{ṣ} = \left(\text{ḳ ḥb b e}\ \odot + \text{ḳ}'\ \text{bḥb b e}\ \odot\right) \text{h}'\ \text{bḥb e s} \qquad (8)$$

şeklini kesb eyler.

Sâniyen (8) şeklini kesb eden ṣ tâbi‘nin ikinci şarta tevâfuk etmesi, ta‘bir-i âharle:

$$\frac{\text{لم}\ ṣ}{\text{لم}\ \odot} = \text{h}'\ \text{bḥb e s}\left(\text{ḳ b e bḥb b e}\ \odot - \text{ḳ}'\ \text{b e ḥb b e}\ \odot\right)$$

ifâdesinin s = t kıymeti için sıfıra müsâvi bulunması, mutlaka:

$$\text{h}'\ \text{bḥb e ṭ} = 0$$

veyâhud ḥ müsbet veya menfî bir aded-i sahîh olmak üzere:

Sayfa 99

$$\text{ṭ}\,e = \frac{2\text{ḥ}-1}{2}\,\pi \quad \text{veya} \quad e = (2\,\text{ḥ}-1)\frac{\pi}{2\,\text{ṭ}}$$

olmasına mütevakkıftır. Bu hâlde:

$$e = (2\,\text{ḥ}-1)\frac{\pi}{2\,\text{ṭ}}$$

olacağından ṣ tâbi‘nin (8) ifâdesinde mahaline vaz‘ olunur ise tâbi‘ mezkûr:

$$\text{ṣ} = \text{h}'\,\text{bḥb}\,(2\,\text{ḥ}-1)\,\frac{\pi\,s}{2\,\text{ṭ}}\left\{\text{ḳ}\,\text{ḥb}\,(2\,\text{ḥ}-1)\,\frac{b\,\pi\,\odot}{2\,\text{ṭ}}\;\text{ḳ}'\,\text{bḥb}\,(2\,\text{ḥ}-1)\,\frac{b\,\pi\,\odot}{2\,\text{ṭ}}\right\}$$

şeklini kesb eder.

Tâb’ mezkûre dâhil olan ḥ aded-i sahîhi müsbet ve menfî kıymetleri ahz edebilir ise de bunun yalnız kıyem-i müsbetesi ile de iktâfa olunur. Çünkü ḳ, ḳ′ emsallerinin gayr-ı muayyen olmasından dolayı ṣ tâbinin ‘ḥ’ adedinin kıyem-i müsbetesine âid kıymetleri ile kıyem-i menfiyesine âid kıymetleri meyânında bir fark tesîs olunamaz. İşte ‘ḥ’ adedinin her bir kıymet-i müsbetesi için bu tâb‘ hem borunun iki ucunda mevzu‘ olan şerâit-i hükmiyyeye hem muâdele-i tefâzuliyeye tevâfuk edeceği gibi bunların mecmu‘u da tevâfuk eder.

Binâenaleyh mes’elenin en umûmi sûret-i hâli olmak üzere ‘ṣ’ tâbi ‘ni ‘ḥ’ adedinin mecmu‘ kıymetine göre:

$$\text{ṣ} = \text{mḥ}\,\text{h}'\,\text{bḥb}\,(2\,\text{ḥ}-1)\left\{\text{ḳ}\,\text{ḥb}\,(2\,\text{ḥ}-1)\,\frac{b\,\pi\,\odot}{2\,\text{ṭ}}\;\text{ḳ}'\,\text{bḥb}\,(2\,\text{ḥ}-1)\,\frac{b\,\pi\,\text{ḳ}}{2\,\text{ṭ}}\right\}$$

şeklinde almak, ve h′ emsâlini hızf ederek ḳ, ḳ′ emsallerine de ḥ aded-i tâmının kıyem-i müsbetesi ile keyfî olarak tahavvül eden iki mikdârı nazariyle bakmak iktizâ eder ise de mes’eleyi sadeleştirmek için burada ‘ḥ’ adedinin la-ale-etta‘yin bir kıymetine âid olmak üzere tâbi‘ mezkûr:

$$\text{ṣ} = \text{bḥb}\,(2\,\text{ḥ}+1)\,\frac{\pi\,s}{2\,\text{ṭ}}\left\{\text{ḳ}\,\text{ḥb}\,(2\,\text{ḥ}-1)\,\frac{b\,\pi\,\odot}{2\,\text{ṭ}}\;\text{ḳ}'\,\text{bḥb}\,(2\,\text{ḥ}-1)\,\frac{b\,\pi\,\odot}{2\,\text{ṭ}}\right\} \qquad (9)$$

sûretinde alınmıştır.

Sayfa 100

Ancak tâbi‘ mezkûr her ne şeklinde alınır ise alınsın $\text{ه} = 0$ için yukarıda (5), (6) muâdeleleriyle ifâde olunan hâl-i ibtidâiye tevâfuk etmesi îcâb eder. Şimdi ne tâbi‘nin ه mütehavvillerine nazaran müştakları alınacak olur ise:

$$\text{B} = \frac{\text{لم}\,\text{ṣ}}{\text{لم}\,\text{ه}} = \text{bḥb}\,(2\,\text{ḥ}+1)\,\frac{\pi\,\text{s}}{2\,\text{ṭ}}\left\{\frac{(2\,\text{ḥ}+1)\,\text{b}\,\pi}{2\,\text{ṭ}}\,\text{ḳ}\,\text{bḥb}\,(2\,\text{ḥ}-1)\times\frac{\text{b}\,\pi\,\text{ه}}{2\,\text{ṭ}} - \frac{(2\,\text{ḥ}-1)\,\text{b}\,\pi}{2\,\text{ṭ}}\,\text{ḳ}\,\text{ḥb}\,\frac{(2\,\text{ḥ}+1)\,\text{b}\,\pi\,\text{ه}}{2\,\text{ṭ}}\right\}$$

$$\text{ne} = \frac{\text{لم}\,\text{ṣ}}{\text{لم}\,\text{s}} = -\frac{(2\,\text{ḥ}-1)\,\pi}{2\,\text{ṭ}}\,\text{ḥb}\,(2\,\text{ḥ}+1)\,\frac{\pi\,\text{s}}{2\,\text{ṭ}}\left\{\text{ḳ}\,\text{ḥb}\,(2\,\text{ḥ}+1)\times\frac{\text{b}\,\pi\,\text{ه}}{2\,\text{ṭ}} + \text{ḳ}'\text{bḥb}\,(2\,\text{ḥ}+1)\,\frac{\text{b}\,\pi\,\text{ه}}{2\,\text{ṭ}}\right\}$$

ve bu ifâdelerde $\text{ه} = 0$ vaz‘ olunur ise nazîr nazîre:

$$\bar{\text{B}} = \text{ḳ}\,0\,\frac{(2\,\text{ḥ}+1)\,\text{b}\pi}{2\,\text{ṭ}}\,\text{bḥb}\,(2\,\text{ḥ}+1)\,\frac{\pi\,\text{s}}{2\,\text{ṭ}}$$

$$\text{be} = \text{ḳ}'\,0\,\frac{(2\,\text{ḥ}+1)\,\text{b}\pi}{2\,\text{ṭ}}\,\text{bḥb}\,(2\,\text{ḥ}+1)\,\frac{\pi\,\text{s}}{2\,\text{ṭ}}$$

bulunacağından

$$\text{ḳ}\,0\,\frac{(2\,\text{ḥ}+1)\,\pi}{2\,\text{ṭ}} = \text{ḳ}_1$$

$$\text{ḳ}'\,0\,\frac{(2\,\text{ḥ}+1)\,\pi}{2\,\text{ṭ}} = \text{ḳ}_2$$

farzıyle:

$$\bar{\text{B}} = \text{b}\,\text{ḳ}_1\text{ḥb}\,(2\,\text{ḥ}+1)\,\frac{\pi\,\text{s}}{2\,\text{ṭ}} \qquad (10)$$

$$\text{be} = \text{ḳ}_2\,\text{bḥb}\,(2\,\text{ḥ}+1)\,\frac{\pi\,\text{s}}{2\,\text{ṭ}} \qquad (11)$$

Sayfa 101

istihsâl edilir. İşte $\bar{\text{B}}$, be miktarlarının bu kıymetleri yukarıda (5), (6) muâdelelerindeki ifâdelerine müsâvi kalınacak olur ise:

$$b\,k_1\,\underset{.}{h}b\,(2\,\underset{.}{h}+1)\,\frac{\pi s}{2\,\underset{.}{t}} = -ba'(s) - b\,la'(s) = by(s) \qquad (12)$$

$$k_2\,b\underset{.}{h}b\,(2\,\underset{.}{h}+1)\,\frac{\pi s}{2\,\underset{.}{t}} = -ba'(s) - la'(s) = bv(s) \qquad (13)$$

muâdele-i şartiyyelerine dest-res olunur.

Bu muadelât-ı şartiyyeden birincisinin tarafı evveli bir tâb-ı ceybî olması tarf-ı saniyedeki by (s) tâb'ında s yerine - s vaz ' olunduğu halde tâb-ı mezkûrun kıymetce sâbit kalmasını ve işaretçe tahavvül etmesini istilzâm eder. İkincisinin tarf-ı evveli bir tâb'-ı temâmı ceybî olması ise tarf-ı sâniyede bulunan bv (s) tâb'ında s yerine –s vaz' edildiği surette tâb'-ı mezkûrun işâret ve kıymetçe sâbit kalması intac eyler: Ta'bîr-i âharla tarf-ı evvellerin tarf-ı sâniyeler yerine kabûl edilebilmesi için by (s), bv (s) tâb'larının:

$$by(-s) = -by(s) \qquad (14)$$

$$bv(-s) = bv(s) \qquad (15)$$

şartlarını hâiz bulunmaları lazım ve bundan başka bu tâb'ların birer tâb'-ı devri olmaları lâ-bûddur.

İşte:

$$by(s) = -b\,ba'(s) - b\,la'(s)$$
$$bv(s) = -\,ba'(s) - la\;\;(s)$$

tâb'larında bu şartlar mevcûd olduğu her iki cihetten gayr-ı mahdûd farz olunan bir sütûn hevânın, s = 0 ile s = t arasında mahsûr bir kısm-ı mahdûdu, t tûlunda kapalı bir sadâ ile borusunda husûle gelecek bilcümle hâdisâtı ibrâz eder. Ta'bir-i diğerle gayr-ı mahdûd bir sütûn hevâ bu hâl-i ibtidâîyyeyi hâiz bulunduğu takdirde mevzu-i bahs olan sadâ borusundaki mes'ele-i intişâr, her iki taraftan nâ-mahdûd olan bu sütûn-u hevâdaki mes'ele-i intişârı tahvil edilmiş olur.

Sayfa 102

Halbuki 'by', 'bv' tâbi'lerinde (14), (15) şartlarının vücûdu farz olunabilir. Çünkü bu tâb'leri mes'elede yalnız s = 0 ile s = t arasında birer kıymet-i muayyeneyi hâiz ve bu gâyelerin haricinde sûret-i mutlakada keyfî birer tâbi'dirler. Binâenaleyh tevâbi'-i mezkûreyi s = 0 ile s = t arasında (14), (15) hassalarıyla muttasıf olarak intihâb etmek mümkündür.

İşte bu sûretle kapalı borunun dâhilinde savtın intişârı mes’elesini gayr-ı mahdûd bir sütûn üstüvânî-i hevânın derûnundaki intişârı mes’elesine tahvil eden mes’ele bervech-i âti hal olunur.

Boru dâhilinde fasılası olan bir noktada ز zamanındaki B sür‘at ve ne miktârı tekâsüfü yukarıdaki ifâdelerine tevfîkan:

$$\mathrm{B} = \frac{\text{ط}\,\text{ṣ}}{\text{ط}\,\text{ز}} = \left\{\mathrm{b}\,\text{ḳ}_1\,\mathrm{b}\text{ḥ}\mathrm{b}\,(2\,\text{ḥ}+1)\ \frac{\mathrm{b}\,\pi\,\text{ز}}{2\,\text{ṭ}} - \text{ḳ}_1\,\text{ḥ}\mathrm{b}\,(2\,\text{ḥ}+1)\ \frac{\mathrm{b}\,\pi\,\text{ز}}{2\,\text{ṭ}}\right\} \times \mathrm{b}\text{ḥ}\mathrm{b}\,(2\,\text{ḥ}+1)\ \frac{\pi\,\mathrm{s}}{2\,\text{ṭ}}$$

$$\mathrm{ne} = \frac{\text{ط}\,\text{ṣ}}{\text{ط}\,\mathrm{s}} = -\left\{\text{ḳ}_1\,\mathrm{b}\text{ḥ}\mathrm{b}\,(2\,\text{ḥ}+1)\ \frac{\mathrm{b}\,\pi\,\text{ز}}{2\,\text{ṭ}} + \text{ḳ}_1\,\mathrm{b}\text{ḥ}\mathrm{b}\,(2\,\text{ḥ}+1)\ \frac{\mathrm{b}\,\pi\,\text{ز}}{2\,\text{ṭ}}\right\} \times \text{ḥ}\mathrm{b}\,(2\,\text{ḥ}+1)\ \frac{\pi\,\mathrm{s}}{2\,\text{ṭ}}$$

olur ki bunların her ikisi de hem s mütehavvilinin hem ز zamânının birer tâbi‘-i devrîlerinden ibârettir. Şimdi evvel emirde, ḥ aded-i tâmmının lâ-ale-tta‘yîn bir kıymetine göre gerek B gerek ne miktarlarının ز zamanına nazaran devirlerine imtidâdı:

$$(2\,\text{ḥ}+1)\ \frac{\mathrm{b}\,\pi\,\text{ز}}{2\,\text{ṭ}} = 2\,\pi$$

müsâvatında istihsâl olunan:

Sayfa 103

$$\text{ز} = \frac{4\,\text{ṭ}}{(2\,\text{ḥ}+1)\,\mathrm{b}}$$

müddetine müsâvidir. Bir sûretteki boru dâhilinde fâsılası ‘s’ olan nokta-i muayyenede

$$\text{ز} = \frac{4\,\text{ṭ}}{(2\,\text{ḥ}+1)\,\mathrm{b}}$$

fâsıla ile ayrılmış zamanlarda sür‘at-i ihtizâz ve miktâr-ı tekâsüfü aynı kıymetleri kesb eder. Halbuki, bu suretle ta‘rîf olunan ز müddeti boru dâhilinde keenne lâ-ale-tta‘yîn bir noktadan bir mevc-i tâmmın mürûru için geçen müddetten ve daha doğrusu borunun medhalindeki savtı hâsıl eden hareket-i ihtizâziyyenin n derûnundan başka bir şey değildir.

Binâberin yerine n vaz‘iyle:

$$n = \frac{4ṭ}{(2ḥ+1)b} \tag{16}$$

bulunacağı gibi borunun medhalinde hâsıl olan savtın sâniye-i vâhidedeki aded-i ihtizâzı da m ile gösterildiğine göre:

$$m = \frac{1}{n} = \frac{(2ḥ+1)b}{4ṭ} \tag{17}$$

olmak lâzım gelir.

Bundan istintâc olunur ki t tûlunda kapalı bir boruda husûle gelebilen en pest (aded-i ihtizâzı en az olan) savt ḥ = 0 kıymetine tavâfuk eden:

$$m = \frac{1}{n}\frac{b}{4ṭ}$$

savtıdır ki buna borunun <savt-ı aslîsi> nâmı verilir. Fakat ḥ aded-i tâm müsbeti mütevâliyen 1, 2, 3 ….. adedlerine müsâvi farz olunabildiğine göre borudan aded-i ihtizâzı savt-ı aslînin aded-i ihtizâzının 3, 5, 7 ….. misli olan esvât-ı müellife istihsâl edilmesi de icâb eder.

Sâniyen ‘B’ miktarlarının s bu‘duna nazaran devirlerinin imtidâdı:

Sayfa 104

$$(2ḥ + 1)\frac{\pi s}{2ṭ} = 2\pi$$

münasebetinden istihrâc olunan:

$$s = \frac{4ṭ}{(2ḥ + 1)}$$

dan ibârettir. Bir halde ki ‘ḥ’ aded-i tâmının aynı bir kıymeti yani borunun çıkarabildiği esvât-ı müellefeden lâetta‘yîn biri için boru dâhilinde yekdiğerinden:

$$\frac{4ṭ}{2ḥ + 1}$$

kadar bir bu‘dla tefrîk edilmiş olan noktalarda ‘B’ sür‘ati ihtizâzı ve ne miktar-ı tekâsüfü aynı kıymeti hâizdir. Bundan anlaşılır ki:

$$\frac{4\,ṭ}{2\,ḥ + 1}$$

fâsıla-i bu‘diyyesi borunun dâhilinde intişâr eden savtın tûl-u mevcinden başka bir şey değildir. Bu hâlde tûl-u mezkûr L ile ifâde edilecek olur ise:

$$L = \frac{4\,ṭ}{2\,ḥ + 1}$$

bulunur. Savt-ı aslî için $ḥ = 0$ olduğundan savt-ı mezkûrun tûl-u mevcî

$$L = 4\,ṭ$$

olmak ve ta‘bir-i âhirle borunun tûlunun dört misline müsâvi bulunmak lâzım gelir.

Şimdi boru dâhilinde bir anda, bir savt-ı muayyen için, sür‘ati ihtizâzları sıfır olabilen nikâtı taharrî edelim: Bunun için ‘B’ ifâdesinin ‘s’ fâsılasına tâbi‘ bulunan:

$$bḥb\,(2\,ḥ + 1)\,\frac{\pi\,s}{2\,ṭ}$$

mazrûbunu sıfıra müsâvi kılmak kifâyet eder. Fi-l-hakika:

Sayfa 105

$$bḥb\,(2\,ḥ + 1)\,\frac{\pi\,s}{2\,ṭ} = 0$$

muâdelesinden, ‘r’ bir aded-i sahîh olmak üzere,

$$s = \frac{(2\,r + 1)\,ṭ}{(2\,ḥ + 1)}$$

bulunur. Bu halde $ḥ$ aded-i sahîhin bir kıymet-i muayyenesi (yani herbir savt-ı müellefe) için r aded-i tâmına sırasıyla 0, 1, 2, … kıymetleri verildiği halde bulunacak olan:

$$\frac{ṭ}{2\,ḥ+1}\;\frac{3\,ṭ}{2\,ḥ+1}\;\frac{5\,ṭ}{2\,ḥ+2}\cdots\frac{(2\,ḥ+1)}{(2\,ḥ+1)}\,ṭ \qquad (18)$$

bu‘dlarına tesâdüf eden noktalarda sür‘at-i ihtizâz sıfıra müsâvi bulunur ki bu noktalara <ukde noktaları> denilir.

Birbirini müteâkib iki ukde noktası beynendeki fâsıla ales-seviye:

$$s_{r+1} - s_r = \frac{2\,ṭ}{2\,ḥ + 1} = \frac{L}{2}$$

Nısf-ı tûl mevcine müsâvidir.

Diğer taraftan yine boru dâhilinde bir savt-ı müellefe (yani ḥ adedinin bir kıymeti) için ne miktâr-ı tekâsüfü sıfır olan noktalar aranılacak olsa bunda ne ifâdesinin s mütehavvilini hâvi mazrubunu sıfıra müsâvi kılmak kifâyet eder. Bu hâlde:

$$ḥb\,(2\,r + 1)\,\frac{\pi\,s}{2\,ṭ} = 0$$

ve binâberin r aded-i sahîh olmak üzere:

$$s = \frac{2\,r\,ṭ}{2\,ḥ + 1}$$

istihsâl olunur. Binâenaleyh aynı savt-ı müellefe için r aded-i tâmına 1,2 … kıymetleri verildiği halde bulunacak olan:

Sayfa 106

$$\frac{2\,ṭ}{2\,ḥ{+}1}\;\frac{4\,ṭ}{2\,ḥ{+}1}\;\frac{6\,ṭ}{2\,ḥ{+}2}\cdots\frac{2\,r\,ṭ}{2\,ḥ{+}1} \qquad (19)$$

mesâfelerine tesâdüf eden noktalarda miktâr-ı tekâsüfü sıfır olur; ta'bir-i âhirle tazyîk, tazyîk-i hâricîye müsâvi bulunur ki bu noktalarda da bilhassa <batın noktaları, nâmı verilir.

Birbirini müteâkıb iki batn arasındaki fâsıla ales-seviye:

$$s_{r+1} - s_r = \frac{2\,ṭ}{2\,ḥ + 1} = \frac{L}{2}$$

dir.

Ukde ve batın noktalarının medhâle olan bu'dlarını ifâde eden bu iki silsile nazar-ı dikakte alınacak olur ise görülür ki kapalı bir boruda borunun ağzı dâima bir batn ve kâidesi bir ukde olmak üzere batn ve ukde noktaları mütenâviben mevzû' ve yekdiğerinden $\frac{L}{2} = \frac{ṭ}{2\,ḥ-1}$ kadar bir fâsıla ile müteferrikdir.

Bu îzâhatdan anlaşılacağı üzere kapalı bir boruda ukde ve batın noktalarının aded ve mevki' borudan çıkarılan savta (yani ḥ adedinin kıymetine) göre tahavvül eder.

49) Bernolli Kavânîni: Boruya kadar istihrâc olunan netâyic hülâsa edilecek olur ise kapalı borular hakkında Bernolli' nin kuvânînine dest-res olunur:

Evvelâ kapalı bir boru savt-ı aslî ile ferd-i mürettebeden olan esvât-ı müellefeye îtâ edebilir.

Sâniyen bu esvâttan her birinin perdesi -şerâiti mütesâviye tahtında- borunun tûluyla ma'kûsen mütenâsibdir.

Sâlisen kapalı bir borunun îtâ edildiği savt-ı aslînin tûl-u mevci borunun tûluyla dört misline müsâvidir.

Râbian borunun mebde'-i batın ve müntehâsı ukde olmak üzere ukde batın noktaları mütenâviben mevzû' beynleri rabi' tûl-u mevc kadar bir bu'd ile mefsûldur.

Sayfa 107

50) Açık Sadâ Borusu: İki tarafı açık, katrî tûluna nisbetle gayet asgar, cidârları gâyet metîn bir üstüvâni sadâ borusu tasavvur edelim ve bunun medhalinde husûle getirilen bir savtın boru derûnunda sûret-i intişârını tetkîk eyleyelim.

Bernolliye tevfîkan borunun serbest olan iki ucunda tazyîk-i hevâ, tazyîk-i nesîmîye müsâvi bulunacağından "ne" miktâr-ı tekâsüfü sıfır olur. Bu hâlde borunun tûlu "ṭ" ile gösterildiğine ve medhali mebde'-i ittihâz edildiğine göre:

$$\frac{\text{له}^{2}\,ṣ}{\text{له}\,\odot^{2}} = b2\,\frac{\text{له}^{2}\,ṣ}{\text{له}\,s^{2}} \qquad (1)$$

muadele-i tefâzîlesinin

$$ṣ = \left(ḳ\,ḥb\,b\,e\,\odot + ḳ'\,bḥb\,b\,e\,\odot\right)\left(h\,ḥb\;e\,s + h'\,bḥb\;e\,s\right)$$

tamâmiyesi:

$s = 0$ kıymeti için $ne = -\frac{\text{له}\,ṣ}{\text{له}\,s} = 0$ (2)

ve s = ṭ kıymeti için $\frac{d\,ṣ}{d\,s} = 0$ (3)

şartlarına tevâfuk etmesi îcâb eder.

İşte madde-i sâbıkada görüldüğü üzere:

$$ne = \frac{d\,ṣ}{d\,s} - (ḳ\,ḥb\,b\,e + ḳ'\,bḥb\,b\,e)(h\,e\,bḥb\,e\,s + h'e\,ḥb\,e\,s)$$

olduğundan bu ifâdenin, zamânı her ne olur ise olsun, (2) şartına tevâfuk etmesi mutlaka

$$(h\,e\,bḥb\,e\,s - h'e\,ḥb\,ḥ\,s)$$

mazrubunun, s = 0 kıymeti için, sıfıra müsâvi bulunmasına mütevâkıftır ki bu da:

h = 0

neticesini îta eder ve bu halde ṣ tâb‘ı da

Sayfa 108

$$ṣ = (ḳ\,ḥb\,b\,e + ḳ'\,bḥb\,b\,ḥ)\,h'\,bḥb\,e\,s$$

şeklini kesb eyler.

Sâniyen bu şekli kesb eden ṣ tâb’ ının da (3) şartına tevâfuk eylemesi için de:

$$ne = \frac{d\,ṣ}{d\,s} = -(ḳ\,ḥb\,b\,e\,ḳ'\,bḥb\,b\,e)\,h'\,e\,ḥb\,e\,s$$

ifâdesinde vâkî $h'\,e\,ḥb\,e\,s$ mazrubunun s = ṭ kıymeti için sıfır olması yani:

$$h'\,e\,ḥb\,e\,ṭ = 0$$

ve binâberin ḥ bir aded-i tâm olmak üzere:

$e\,ṭ = ḥ\,\pi$ veya $e = \frac{ḥ\,\pi}{ṭ}$

bulunması lâzımdır. İşte bu iki şart-ı hükmîye tevâfuk eden ṣ tâb‘ı:

$$ṣ = h'\,bḥb\,ḥ\,\frac{\pi\,s}{ṭ}\left(ḳ\,ḥb\,ḥ\,\frac{b\,\pi}{ṭ} + ḳ'\,bḥb\,ḥ\,\frac{b\,\pi}{ṭ}\right)$$

olur ki tâbi‘ mezkûr da $ḥ'$ emsâlinden sarf-ı nazâr olunduğu ve $ḥ$ adedinin yalnız kıymet-i müsbetesi ile kifâyet kılındığı halde:

$$ṣ = \text{bḥb}\,ḥ\,\frac{\pi s}{ṭ}\left(ḳ\,\text{ḥb}\,ḥ\,\frac{b\pi\odot}{ṭ} + ḳ'\,\text{bḥb}\,ḥ\,\frac{b\pi\odot}{ṭ}\right) \qquad (6)$$

sûretinde yazılabilir.

Şimdi şerâit-i hükmiyeye tevâfuk eden tâb‘ın $\odot$, s mütehavvillerine nazaran müştaklarını alarak B , ne miktarlarının ifâdelerini istihsâl edelim. Bu hâlde:

$$B = \frac{\partial ṣ}{\partial \odot} = \left(ḳ\,ḥ\,\frac{b\pi}{ṭ}\,\text{bḥb}\,ḥ\,\frac{b\pi\odot}{ṭ} - ḳ'\,ḥ\,\frac{b\pi}{ṭ}\,\text{ḥb}\,ḥ\,\frac{b\pi\odot}{ṭ}\right)\text{bḥb}\,ḥ\,\frac{\pi s}{ṭ}$$

$$ne = -\frac{\partial ṣ}{\partial s} = -\left(ḳ\,\text{ḥb}\,ḥ\,\frac{b\pi\odot}{ṭ}\,ḳ'\,\text{bḥb}\,ḥ\,\frac{b\pi\odot}{ṭ}\right)\text{ḥb}\,\frac{ḥ\pi}{ṭ}\,\text{ḥb}\,ḥ\,\frac{\pi s}{ṭ}$$

Sayfa 109

veyâhud: $\quad ḳ\,ḥ\,\frac{b\pi}{ṭ} = ḳ_1$ ve $ḳ'\,ḥ\,\frac{\pi}{ṭ} = ḳ_2$

vaz ‘iyle:

$$B = \left(ḳ_1\,b\,\text{bḥb}\,ḥ\,\frac{b\pi\odot}{ṭ} - ḳ_2\,b\,\text{ḥb}\,ḥ\,\frac{b\pi\odot}{ṭ}\right)\text{bḥb}\,ḥ\,\frac{\pi s}{ṭ} \qquad (7)$$

$$ne = -\left(ḳ_1\,\text{ḥb}\,ḥ\,\frac{b\pi\odot}{ṭ} - ḳ_2\,\text{bḥb}\,ḥ\,\frac{b\pi\odot}{ṭ}\right)\text{ḥb}\,ḥ\,\frac{\pi s}{ṭ} \qquad (8)$$

bulunur.

Mevzû‘ bahs olan boru mes’elesini iki cihetten gayr-ı mahdûd bir sütûn hevâ mes’elesini tahvîl için, B ve ne miktarlarının bu kıymetlerinin hâl-i ibtidâiyye tevâfuk etmeleri ve bunun için de $\odot = 0$ zamânında bulunacak olan:

$$\overline{B} = ḳ_1\,b\,\text{bḥb}\,ḥ\,\frac{\pi s}{ṭ} \qquad (9)$$

$$\text{be} = \text{ḳ}_2\, \text{ḥb ḥ}\, \frac{\pi s}{\text{ṭ}} \tag{10}$$

kıymetlerinin nazîr-i nâzire:

$$\overline{\text{B}} = \text{b ba}'(s) - \text{b la}(s) = \text{by}(s)$$

$$\text{be} = -\text{ba}'(s) - \text{la}'(s) = \text{bv}(s)$$

tâbi‘ lerine muâdil bulunması lâzımdır. Halbuki s = 0 ile s = ṭ arasında

$$\text{by}(s) = \text{ḳ}_1\, \text{b bḥb ḥ}\, \frac{\pi s}{\text{ṭ}}$$

$$\text{bv}(s) = \text{ḳ}_2\, \text{ḥb ḥ}\, \frac{\pi s}{\text{ṭ}}$$

olduğunu farz eylemek by, bv tâbi‘ lerini:

$$\text{by}(-s) = \text{by}(s) \tag{11}$$

Sayfa 110

$$\text{bv}(-s) = -\text{bv}(s) \tag{12}$$

şartlarına tevâfuk edecek sûrette devri olduklarını kabul etmek demektir. “bv” ise mümkündür. Zîra by, bv tâbi‘leri s = 0 ile s = ṭ gâyeleri hâricinde keyfî birer tâb‘ bulunduğundan bunları s = 0 ile s = ṭ arasında (11) ve (12) şartlarına tevâfuk edecek sûretinde intihâb etmek güç değildir.

İşte bu farziyât dâiresinde, mevzû‘-i bahs olan boru mes’elesi bir üstüvâne-i gayr-ı mahdûde mes’elesine tahvîl edilmiş bulunacağından mes’ele-i mezkûre (7), (8) düstûrlarına tevfîkan bervech-i âti hal olunur. Şöyleki: Bu düstûrlara nazaran: böyle bir boru 0 B ve ne miktarları hem s mesâfesinin hem $\odot$ zamanının birer tâb‘-ı devrîsinden ibâret oldukları sâbit olur.

Şimdi evvelâ ḥ aded-i tâmını lâ-ale-tta‘yîn bir kıymet-i müsbetesine göre B ve ‘ne’ mikdarlarının $\odot$ zamanına nazaran devirleri:

$$\text{ḥ}\, \frac{\text{b}\,\pi\,\odot}{\text{ṭ}} = 2\pi$$

müsâvatından istihsâl olunan:

$$\vartheta = \frac{2\text{ṭ}}{\text{ḥ}b}$$

müddetine müsâvidir. Bir sûretde ki boru dâhilinde fâsılası s olan bir nokta-i sâbitede

$$\vartheta = \frac{2\text{ṭ}}{\text{ḥ}b}$$

fâsılası ile ayrılmış zamanlarda sür‘at-i ihtizâz ve mikdâr-ı tekâsüfü aynı kıymetleri kesb ederler. Bu sûretle ta‘rîf olunan ϑ müddeti ise boru dâhilinde keenne lâaletta‘yîn bir noktadan bir mevc-i tâmmın mürûru için geçen zamandan ve daha doğrusu borunun medhalinde vukûa‘ getirilen savtı hâsıl eden hareket-i ihtizâziyyenin n devrinden başka bir şey değildir. Binâberin:

$$n = \frac{2\text{ṭ}}{\text{ḥ}b} \tag{13}$$

olacağı gibi hâsıl olan savtın sâniye-i vâhidedeki m aded-i ihtizâzî de:

Sayfa 111

$$m = \frac{1}{n} = \frac{\text{ḥ}b}{2\text{ṭ}} \tag{14}$$

olmak lâzım gelir. Bundan istintâc olunur ki ṭ tûlunda bir açık sadâ borusundan istihsâl olunabilen en pest (aded-i ihtizâzî en az) savt ḥ = 1 kıymetine tevâfuk eden:

$$m = \frac{1}{n} = \frac{b}{2\text{ṭ}}$$

savtıdır ki bu da borunun <savt-ı aslî> sinden ibârettir. Fakat ḥ aded-i tâmı mütevâliyen 1, 2, 3, ….. farz edebileceğine göre borudan aded, ihtizâzları savt-ı aslînin 2,3,4,5, …. misli olan esvât istihsâl edilmese de icâb eder.

Sâniyen B, ne miktarlarının medhale olan s bu ‘duna nazaran devirlerinin imtidâdı:

$$\text{ḥ} = \frac{\pi s}{\text{ṭ}} = 2\pi$$

ifâdesinden istihsâl olunan:

$$s = \frac{2\text{ṭ}}{\text{ḥ}}$$

dan ibârettir. Bir cihetledir ki ḥ aded-i tâmının aynı kıymeti için (yani borunun çıkardığı esvât-ı müellefeden her biri için) boru dâhilinde yekdiğerinden:

$$s = \frac{2\text{ṭ}}{\text{ḥ}}$$

kadar birer bu‘dla tefrîk edilmiş olan noktalarda B sür‘at-i ihtizâzi ve ne miktar-ı tekâsüfü aynı kıymetleri hâizdirler.

Bundan anlaşılır ki:

$$\frac{2\text{ṭ}}{\text{ḥ}}$$

fâsıla-i bu‘diyesi boru dâhilinde intişâr eden savtın tûl-ı mevcinden başka bir şey değildir: Tûl-ı mezkûr L ile ifâde edilecek olur ise:

$$L = \frac{2\text{ṭ}}{\text{ḥ}}$$

Sayfa 112

bulunur. Savt-ı aslî için ḥ = 1 olduğundan savt-ı mezkûrun tûl-ı mevci de:

$$L = 2\text{ṭ}$$

ve ta‘bir-i diğerle borunun tûlunun za‘fına müsâvi olur.

Şimdi böyle bir boru dâhilinde bir anda bir savt-ı muayyen için sür‘at-i ihtizâzları sıfır olan nikâtı taharri edelim: Bunun için B ifâdesinde s fâsılasına tâbi bulunan:

$$\text{bḥbḥ}\,\frac{\pi s}{\text{ṭ}}$$

mazrûbunu sıfıra müsâvi kalmak kifâyet eder. Fi-l-hakika:

$$\text{bḥbḥ}\,\frac{\pi s}{\text{ṭ}} = 0$$

muâdelesinden, r bir aded-i sahîh olmak üzere:

$$s = \frac{(2r+1)}{2\text{ḥ}}$$

bulunur. İşte aded-i sahîhin bir kıymet-i muayyenesi için r aded-i tâmmına sırasıyla 0,1,2,2 …. kıymetleri verilecek olur ise methalden mütevâliyen:

$$\frac{\text{ṭ}}{2\text{ḥ}}\ \frac{3\text{ṭ}}{2\text{ḥ}}\ \frac{5\text{ṭ}}{2\text{ḥ}}, \ldots\ \frac{(2r+1)}{2\text{ḥ}} \tag{13}$$

bu‘dlarına dest-res olunur ki bu bu‘dlara tesâdüf eden noktalar <ukde> noktalarından ibârettir.

Birbirini müteâkıb iki ukde noktası arasındaki bu‘d:

$$s_{r+1} - s_r = \frac{\text{ṭ}}{\text{ḥ}} = \frac{L}{2}$$

nısf-ı tûl-ı mevcine müsâvidir.

Diğer taraftan yine boru dâhilinde bir savt-ı müellefe için ne miktar-ı takabbuzunun sıfır olduğu noktalar aranılacak olur ise bunun için de:

$$\text{ḥbḥ}\ \frac{\pi s}{\text{ṭ}} = 0$$

vaz‘ eylemek kifâyet eder. Fi-l-hakika r yine bir aded-i tâmm olmak üzere:

Sayfa 113

$$s = \frac{\text{ḳ}}{\text{ḥ}}\,\text{ṭ}$$

istihsâl edilir ki bunda da mütevâliyen ḳ aded-i tâmına 0, 1,2, …. kıymetleri verildiği halde batın noktalarının medhale olan:

$$. \, , \quad \frac{\text{ṭ}}{\text{ḥ}} \;\; \frac{2\,\text{ṭ}}{\text{ḥ}} \; , \; \frac{3\,\text{ṭ}}{\text{ḥ}} \dots . \frac{\text{ḳ}\text{ṭ}}{\text{ḥ}} \qquad (18)$$

bu‘dları bulunur.

Birbirini müteâkıb iki batn arasındaki mesâfe ale-seviye:

$$s_{r+1} - s_r = \frac{\text{ṭ}}{\text{ḥ}} = \frac{L}{2}$$

Nısf-ı tûlu mevcine müsâvidir.

Ukde ve batn noktalalarının medhale olan bu‘dlarını ifâde eden bu iki silsileden zâhir olacağı vech üzere açık bir sadâ borusunda ağız ile kaide bir batın olmak üzere batın ve ukde noktaları mütenâviben tekrar eder; ve yekdiğerinden $\frac{L}{4} = \frac{\d{t}}{\d{h}\,2}$ bir fâsıla ile mevzu‘ a bulunur.

İşte boruya kadar istihrâc oluna netâyic hülâsa edilecek olur ise açık sadâ boruları hakkında Bernolli’ nin bervech-i âti kânunlarına dest-res olunur:

51) Bernolli Kavânîni: Evvela açık bir boru savt-ı aslî ile beraber kâffe-i esvâtı müellefeyi i‘tâ edebilir.

Sâniyen bu esvâttan her birinin perdesi -şerâit-i mütesâviye tahtında- borunun tûluyla ma‘kûsen mütenâsibdir.

Sâlisen açık bir borunun i‘tâ edildiği savt-ı aslînin tûl-ı mevci borunun za‘f tûluna müsâvidir.

Râbian bir açık boru vasıtasıyla istihsâl olunan savt-ı aslî za‘f tûlunda kapalı bir boru vasıtasıyla istihsâl edilen savt-ı aslîye müsâvidir.

Hâmisen bir açık borunun mebde’ ve müntehâsı batn olmak üzere ukde ve batn noktaları mütenâviben mevzû‘ ve beynleri rabi tûl-ı mevc kadar bir fâsıla ile müteferrikdir.

Sayfa 114

54) Netâyic-i Sâbıkanın Tedâhül-ü Nazariyesi ile Îzâhı: Bernolli nazariyesinde sadâ borularında vücûdu tahakkuk eden ukde ve batın noktalarının zuhûru <tedâhül> hâdisesinin bir netîcesidir. Şöyle ki: Bir borunun ağzında husûle getirilen hareket-i ihtizâziye hevâ vâsıtasıyla nihâyetine kadar intişâr edilerek boruda in‘ikâs eyleyeceği ve hâsıl olan hareket-i mün‘akise, hareket-i mebsûta-i asliyeye inzimâm ve iltihâk edeceği cihetle ukde ve batn noktalarının zuhûruna sebep olur. Fakat bu hareket-i mün‘akise borunun ağzına vürûdunda bir ikinci def‘a daha in‘ikâs edeceğinden âdetâ hareket-i mebsûta şeklini iktisâb ile borunun tûlunca intişâr eder. Eğer böyle iki def‘a in‘ikâs etmiş olan bir hareket-i ihtizâziye hareket-i ihtizâziyye-i asliyeye tevâfuk edecek olur ise borunun nihâyetinde üçüncü def‘a in‘ikâs ederek aynı batın ve ukdeleri tevlîd ve borunun ağzında dördüncü def‘a in‘ikâsla hareket-i mebsûta şeklini kesb ile hareket-i asliyeyi teşdîd eder.

İşte bu minval üzere zuhûr eden harekât-ı mün‘akisenin kâffesi nâzir-i nâzire yekdiğerine inzimâm edeceğinden boruda hâsıl olan savtta kesb-i kuvvet eyler. Bu izahattan anlaşılır ki bir borunun bir savtı ne gibi şerâit tahtında takviye ettiğini ta‘yîn için bu savtı husûle getiren hareket-i ihtizâziye ile iki defa in‘ikâs eden hareket-i ihtizâziye arasında bir tevâfuk tâmmın husûlü şerâitini ta‘yîn eylemek kifâyet eder. Bu şerâitin tayîni için de kapalı veya açık bir üstüvâne-i gayr-ı mahdûde dâhilinde intişâr eden emvâcın tedâhülünü nazar-ı i‘tibâra almak lâzım gelir.

53) Bir Üstüvâne-i Mahdûde Dâhilindeki Emvâcın Tedâhülü: Bir nihâyeti bir müstevi ile mesdûd bir üstüvâni borunun medhalinde husûle getirilen bir hareket-i ihtizâziyenin intişârını tahattur edelim.

Bu hareket-i ihtizâziyye üstüvânenin nihâyetine kadar bir hareke-ti mütesâviye ile intişâr ederek orada evvelce görüldüğü üzere bilin’ikâs üstüvânenin medhalinden lâ-yenkati‘ vürûd eden ihtizâzâta iltihâk eder.

Üstüvânenin kapalı olan nihâyetinden itibaren s bu‘dunda bulunan bir k k' makta‘ı üzerinde keenne bir noktada hareket-i ihtizâziyyenin sür‘ati, üstüvanenin tûlu ṭ olduğuna göre, (17) numaralı düstûra tevfîkan:

Sayfa 115

$$B_1 = ḳ ḥ b \, 2\pi \left(\frac{\odot}{n} - \frac{ṭ - s}{l} \right)$$

olur.

Üstüvânenin medhalinde sudûr ile kapalı olan nihâyetinde ba‘del in‘ikâs bu esnâda makta‘-ı mezkûre avdet eden hareket-i ihtizâziyye-i mün‘akisenin nokta-i mefrûza i‘tâ edeceği sür‘at de:

$$B_2 == - ḳ ḥ b \, 2\pi \left(\frac{\odot}{n} - \frac{ṭ + s}{L} \right)$$

olmak lâzım gelir.

İmdi bu noktada hareket-i muhassalanın sür‘ati bu sür‘at-i mürekkebeler mecmu‘na müsâvi olacağından:

$$B = B_1 + B_2 = \text{ḳ ḥb}\, 2\pi \left[\left(\frac{\text{ز}}{n} - \frac{\text{ṭ}}{l}\right) + \frac{s}{l}\right] - \text{ḳ ḥb}\, 2\pi \left[\left(\frac{\text{ز}}{n} - \frac{\text{ṭ}}{L}\right) - \frac{s}{L}\right]$$

veyâhud:

$$B = 2\,\text{ḳ ḥb}\, 2\pi \frac{s}{l}\ \text{bḥb}\, 2\pi \left(\frac{\text{ز}}{n} - \frac{\text{ṭ}}{l}\right)$$

bulunur.

Şimdi bu düstûru münâkaşa edelim:

Evvel lâetta‘yîn bir zamanda $\text{ḥb}\, 2\pi \frac{s}{L}$ veyâhud $s = 2\pi \frac{L}{4}$ olan makta‘larda B sür‘at-i muhassalası sıfır olur.

İşte bu şarta tevâfuk eden ya‘ni üstüvânenin nihâyetine olan bu‘du nısf-ı tûlu mevcin emseli veya rabi‘ tûl-ı mevcin misli olan 0, $\frac{2L}{4}$, $4\frac{L}{4}$, gibi makta‘lar ukde noktalarını hâvi olan makta‘lardan ibâret olur.

Sâniyen lâ-etta‘yîn bir zamanda bir noktada:

$\text{ḥb}\, 2\pi \frac{s}{L} \pm 1$ veyahut $s = (2\,\text{ḥ} + 1)\frac{L}{4}$

bulunur ise B sür‘at-i muhassalası da kıymet-i mutlakaca a‘zamî olur.

İşte bu şarta tevâfuk eden ta‘bîr-i âhirle üstüvânenin nihâyetine olan bu‘du $\frac{L}{4}$, $\frac{3L}{4}$, $\frac{5L}{4}$ .. gibi rabi‘ tûl-ı mevcin ferd misli olan makta‘lar da sür‘at-i azamî olacağından

Sayfa 116

bu makta‘lar batın noktalarını hâvi bulunur; ve birbirini müteâkıb iki batında aynı zamandaki sür‘atler yekdiğerine ma‘kûs olur.

Sâlisen böyle bir üstüvânenin bir ses çıkarabilmesi için ağızdan $S = 2\,\text{ṭ}$ bu‘dunda B_1, B_2 sür ‘at-i mebsûta ve sür ‘at-i mün‘akislerinin yekdiğerine tevâfuk etmesi iktizâ eder ki bunun için de:

$$\text{ḳ ḥb}\, 2\pi \frac{\text{ز}}{n} = -\text{ḳ ḥb}\, 2\pi \left(\frac{\text{ز}}{n} - \frac{2\,\text{ṭ}}{L}\right)$$

ve binâberin

$$2\pi \frac{2\text{ṭ}}{l} = (2\text{ḥ} + 1)\pi$$

veyâhud sâniye-i vâhide zarfındaki aded-i ihtizâzât m ile gösterildiğine göre,

$$L = \frac{b}{m}$$

olmakla

$$\frac{4\pi\text{ṭ}\,m}{b} = 2\text{ḥ} + 1$$

velhâsıl

$$m = \frac{(2\text{ḥ} + 1)b}{4\text{ṭ}}$$

bulunması lâzım ve kâfidir.

İşte kapalı bir borudan savtın çıkması için vücûdu iktizâ eden şart bundan ibârettir.

Râbian, herbir kıt‘ada hevânın kesâfeti B_1, B_2 sür‘atleri beynindeki tefâzul ile mütenâsibdir. Bu tefâzulu i‘tâ eden:

$$B_1 + B_2 = 2\text{ḳ}\,\text{bḥb}\,2\pi\frac{s}{L}\,\text{ḥb}\,2\pi\left(\frac{\odot}{n} - \frac{\text{ṭ}}{L}\right)$$

düsturûyla yukarıdaki

$$B_1 + B_2 = 2\text{ḳ}\,\text{ḥb}\,2\pi\frac{s}{L}\,\text{bḥb}\,2\pi\left(\frac{\odot}{n} - \frac{\text{ṭ}}{L}\right)$$

düstûru mukâyese edilecek olur ise evvel n, L mikdâr-ı sâbitleri her ikisinde bir

Sayfa 117

olduğu cihetle takabbuzât-ı hevâiyyenin sür‘at-i muhassala gibi aynı tahavvülâta tâbi‘ bulunduğu görülür; sâniyen bu düstûrların ikincisinde $\text{ḥb}\,2\pi\frac{s}{L}$ ve halbuki birincisinde $\text{bḥb}\,2\pi\frac{s}{L}$ olduğu müşâhede olunur ki bu da inbisâtat ve takabbuzâtın ukde noktalarında a‘zamî ve batın noktalarında asgarî olduğunu ve sür 'at-i muhassalanın ise bil ‘akis ukde noktalarında sıfır ve batınlarda azamî bulunduğunu imâ eder.

54) Aynı usûle tevfîkan açık bir üstüvânedeki ihtizâzât-ı hevâiyye kavânînide istihrâc olunabilir. Bunun için yukarıki hesâbâtı, b_2 sür‘atine $-$ işâretini vererek tekrâr etmek kifâyet eder. Çünkü açık boruların nihâyetlerinde vukûa‘ gelen in‘ikâs-ı tebdîl işâretsiz in‘ikâstır. Binâenaleyh sür‘a-ti muhassala düstûru:

$$B = B_1 + B_2 = 2\,\text{ḳ}\,\text{bḥb}\,2\pi\,\frac{s}{L}\,\text{ḥb}\,2\pi\left(\frac{\odot}{n} - \frac{\text{ṭ}}{L}\right)$$

ve B_1, B_2 sür‘atlerinin yekdiğerine tefâzulunu i‘tâ eden düstûr da

$$B_1 + B_2 = 2\,\text{ḳ}\,\text{ḥb}\,2\pi\,\frac{s}{L}\,\text{bḥb}\,2\pi\left(\frac{\odot}{n} - \frac{\text{ṭ}}{L}\right)$$

olur ki evvelki haldeki batınların ukde ve ukdelerin batın olmalarını intâc eder.

Böyle açık bir üstüvânenin ses çıkarabilmesi için $s = 2\,\text{ṭ}$ bu‘dunda ve aynı zamanda B_1, B_2 sür ‘atlerinin yekdiğerine tevâfuk eylemesi iktizâ eder ki bunun için de:

$$\text{ḳ}\,\text{ḥb}\,2\pi\,\frac{\odot}{n} = \text{ḥb}\,2\pi\left(\frac{\odot}{n} - \frac{2\text{ṭ}}{L}\right)$$

ve binâberin

$$2\pi\,\frac{2\text{ṭ}}{L}\,2\text{ḥ}\,\pi$$

olması kâfidir.

Fakat borudan çıkan savtın sâniye-i vâhidedeki aded-i ihtizâzı m olduğuna göre:

$$L = \frac{b}{m}$$

Bulunacağından

Sayfa 118

$$2\pi\,\frac{2\text{ṭ}\,m}{b} = 2\text{ḥ}\,\pi$$

velhâsıl

$$m = \text{ḥ}\,\frac{2\text{ṭ}}{b}$$

istihsâl edilir ki açık borulardan savtın çıkması için iktizâ eden şerâit de bundan ibârettir.

Batın noktalarında tekâsüf sıfır olduğu ta‘bîr-i âharla burada hevânın tazyîk ve kesâfeti hevâyı hâricinin tazyîk ve kesâfetine müsâvi bulunduğu cihetle bu noktalarda birer delîl açılacak olur ise borudan çıkan savtın perdesi tegayyür etmez.

Ukde noktalarında ise sür‘at-i ihtizâz sıfır olmasına mebnî hevâ hâl-i sükûnda ise de tazyîk-i hadd-i a‘zamîde bulunduğundan bu noktaların birinde bir delîl açılacak olsa derhâl savtın perdesi tereffu‘ eder.

55) Tahkikât-ı Tecrübiye: Nazariyât-ı sabıkâdan istihrâc olunan kavânînin üçüncülerinden mâ‘dâsı biltecrübe tahakkuk etmiştir[58]. Ancak açık ve kapalı borularda savt-ı aslîyeye âid tûl-ı mevc ile borunun tûlu beynendeki münâsebet muhtâc-ı tashîh görülmüştür. Şöyle ki: Açık bir borunun ṭ tûlu savt-ı aslîye mahsûs tûl-ı mevcinin nısfından ve kapalı bir borunun tûlu da yine savtı aslînin tûl-ı mevcinin rabi‘nden dûn bulunmuştur.

Bundan başka ukde ve batn noktaları yekdiğerinden ales-seviye $\frac{L}{4}$ kadar bir fâsıla ile tefrîk edilmiş ise de ağza karîb olan ukde ile açık borularda en son ukde ve kapalı borularda da en son batn borunun uclarından $\frac{L}{4}$ mikdârından daha dûn bir mesâfede vaki‘ oldukları

Sayfa 119

tahakkuk etmiştir. İşte alal-âde Koning (Koeunig) tarafından tarafından <sadâ borularının uçlarındaki tagayyürât> nâmı tahtında keşf olunan intizâmsızlık bundan ibârettir.

56) Boruların Uclarında Vuku‘a Gelen Teşvîşât: Sadâ borularının uclarında husûle gelen teşvîşâtın en mühimi ağızlarında meşhûd olan intizâmsızlıktır. Bu intizâmsızlık, en evvel hâl-i ihtizâze getirilen kat‘ı hevâinin her noktasında, nazariyyede farz olunduğu

[58] Bir sadâ borusunun husûle getirdiği savt-ı aslînin yalnız müellefelerini çıkarabildiğini en evvel rahib Mersen (P. Mersenne) haber vermiş ve Suvur (Sauveur) un da buna mümâsil hâdisâtı 1701 de neşr olunan <Encümen-i Daniş Muhtırât>ında zikreylediği görülmüş ise de bu keyfiyyet şarkta pek kadimden beri ma‘lûm bulunmuştur. Fi-l-hakika şarka mahsûs olan bir mansur <nây> ın da tekmîl delikleri kapamak ve mütevâliyen şiddetli ve daha şiddetli üfürülmek suretiyle kaba rast, rast, nevâ, gerdaniye perdeleri istihsâl edilmektedir. Bunların son üçü savt-ı aslî olan kaba rastın esvât-ı müellifesinden başka bir şey değildir. Mamâfih gerek açık gerek kapalı borulardan savt-ı aslîden başka böyle esvât-ı âliyyenin südûr-u kânununu en evvel Bernolli vaz‘ ve te’sîs eylemiştir.

gibi, miktar-ı takabbuzun sıfır olmasıdır ki burada tarz-ı tehezzüzden mütevellid bir keyfiyyettir.

Açık bir boru derûnunda ihtizâz eden sütûn-u hevâ borunun hâricinde bir mesafeye kadar imtidâd ettiğinden, hareket-i ihtizâziyyenin hevâ-yi hârici üzerindeki in'ikâs borunun son makta'ı üzerinde vukûa gelmemekte ve bittâb' biraz ötesinde husûle gelmektedir. Halbûki in'ikâs vuku' bulduğu noktalarda kat'iyyen sıfıra müsâvi bir miktar-ı tekâsüfün vücûdu kabul edilemez. Çünkü boru dâhilindeki hevânın kesâfeti her an hâl-i sükûnda bulunan hevâyı hâricînin kesâfeti sâbitesine değil, bil'akis hâl-i ihtizâzda bulunan bir hevânın kesâfeti mütehavvilesine müsâvidir.

Kapalı borulara gelince: Bunlar da gayr-ı kâbil tehezzüz 'add edilerek boru derûnundaki son kat'ı hevânın sür'at-i ihtizâzı sıfıra müsâvi farz olunmuş ise de bu şart sûret-i kat 'iyyede îfâ edilemez. Mamâfih bundan dolayı hâsıl olacak tagayyürât, pek cüz'i olacak sûrette borunun kâidesine metîn ve muhkem yapmak da güç değildir.

57) Poesson Nazariyesi: Poesson ilk defa olarak boruların serbest olan uçlarında miktâr-ı takabbuzun sıfır olması kaziyyesini reddederek ve fakat boruda sür'at-i ihtizâzları ile mütenâsib gâyet asgar birer miktâr-ı takabbuz mevcûd olduğunu kabul eyleyerek sadâ boruları için bir nazariye te'sîs eylemiştir. Vâkıâ bu nazariye hâdisâtı meşhûdeyi îzah eyler ve kavânînini hatâdan tahlîs ile boruların uçlarında vukua' gelen teşvişâtı tesrîh eder ise de bu teşvişâtı adeden takdîre müsâit değildir [59].

Muahhiren nazariyye-i mezkûre Hopkins (Hopkins) ve daha sonra Ket (Quet) taraflarından

Sayfa 120

tashîh[60] ve ikmâl edilmiştir ki boruların uçlarında vuku' a gelen in'ikâsât-ı mütevâliyeyi îzâh eden bu nazariyenin hülâsası bervech-i âti zikr olunur:

---

[59] Fransız Encümen-i Danişinin 1817 senesi muhtıralarının ikinci cildinde bu nazariyye mevcuttur.

[60] Hopkins, boruların açık uçlarında miktar-ı takabbuzun sür'at-i ihtizâzları ile mütenâsıb olması farziyyesini hem lüzumsuz hem yanlış bulmuştur. Mûmâileyhin nazariyyesi Kamberih'de neşr olunan (Philos Transaction) nâmındaki mecmuânın 1838 senesi nüshâsında münderictir. Ket (Quet) in makâlesi de Paris' de neşr olunan (Journal de Liouville) nâmındaki mecmua'i riyâziyyenin 1855 senesine mahsûs yiğirminci cildinde mukayyeddir.

Borunun mebde’inde ط zamanındaki sür‘ati:

$$\text{B} = \text{ḳ}_1 \, \text{bḥb} \, 2\pi \frac{\text{ط}}{n}$$

olan bir hareket-i ihtizâziyye tasavvur edelim. Bu hareket-i ihtizâziye borunun nihâyetine vüsûlünde in‘ikâs ile ric‘at eder. Hopkins ile müttefikan her in‘ikâsın hareket-i ihtizâziyenin vüs‘at ve safhasında birer tebeddül husûle getirdiğini de kabûl eyleyelim: Hareket-i mün‘akisenin vüs‘ati ‘e’ mazrub-u vâhidden asgar olmak üzere e ḳ_1 olsun. Şu hareket-i mün‘akise hareket-i aslîyye-i mebsûtaya inzimâm edeceğinden vücûda gelecek hareket-i muhassalanın, borunun nihâyetinden s bu‘dunda kâin bir noktadaki ḳ vüs‘ati ile ḥ safhası -Ferenlin kâidesine tevfîkan

$$\text{ḳ}^2 = \text{ḳ}_1{}^2 \; [1 + e^2 + 2\, e \, \text{bḥb} \, 2\pi \, (\text{ḥ}' - \text{ḥ}'')]$$

ve

$$\text{mümâss} \quad 2\pi \, \text{ḥ} = \frac{\text{ḥb}\, 2\pi \text{ḥ}' + e \, \text{ḥb}\, 2\pi \text{ḥ}''}{\text{bḥb}\, 2\pi \text{ḥ}' + e \, \text{bḥb}\, 2\pi \text{ḥ}''}$$

muâdeleleriyle tahdîd ve ta‘yîn olunur ki bu muâdelelere dâhil olan $\text{ḥ}'$, $\text{ḥ}''$ miktarları nazîr-i nazîre hareket-i mebsûta ve hareket-i mün‘akisenin nokta-i mefrûzadaki safhalarından ibârettir.

Bu hareket-i mün‘akise ise mebde’ yani medhale vusulünde tekrâr in‘ikâs eder: İki defa in‘ikâs etmiş olan bu hareketin vüs‘ati e e‘ ḳ_1 = h ḳ_1 ve mebde’deki safhası da f olsun.

Şu hareketde borunun nihâyetinde in‘ikâs edeceğinden ve bu üç def‘a in‘ikâs etmiş olan bu hareketde iki def‘a in‘ikâs eylemiş bulunan harekete inzimâm eyleceğinden vüs‘ati h ḳ ve safhası c + f olan bir ikinci hareket-i muhassala daha tevlîd eder. Çünkü ilk iki hareket-i ihtizâziyenin tedâhülündeki şerâit bunlarda dahi mevcuttur; yalnız harekât-ı mürekkebenin vüs‘atleri h ile darb edilmiş ve her birinin safhası f kadar tezyîd olunmuştur.

Sayfa 121

Aynı vech üzere dört def‘a in‘ikâs etmiş olan harekette beş def‘a in‘ikâs eden hareket ile bilittihâd vüs‘ati h^2 ḳ safhası c + 2 f olan bir <hareket-i muhassala> vücûda getireceği gibi ilâ âhire bu minvâl üzere bir çok harekât-ı muhassala teşekkül eder. İşte adedi pek cüz'i bir zaman zarfında pek çok olan bu harekât-ı muhassala yekdiğeri üzerine inzimâm ve iltihâk ederek boru dâhilindeki <hareket-i kat'iyyeyi> teşkîl eder. Bu halde hareket-i kat'iyyenin şiddeti:

$$\underset{.}{k}^2 \quad [b\underset{.}{h}b\, 2\pi \underset{.}{h} + h\, b\underset{.}{h}b\, 2\pi\, (\underset{.}{h} + f) + h^2\, b\underset{.}{h}b\, 2\pi\, (\underset{.}{h} + 2f) + h^3\, b\underset{.}{h}b\, 2\pi\, (\underset{.}{h} + 3f) + \cdots]^2$$

$$+ [\underset{.}{h}b\, 2\pi \underset{.}{h} + h\, \underset{.}{h}b\, 2\pi\, (\underset{.}{h} + f) + h^2\, \underset{.}{h}b\, 2\pi\, (\underset{.}{h} + 2f) + h^3\, \underset{.}{h}b\, 3\pi\, (\underset{.}{h} + 3f) + \cdots]^2$$

veyâ bi-l-ihtisâr

$$\underset{.}{k}^2 \quad [1 + h\, b\underset{.}{h}b\, 2\pi f + h^2\, b\underset{.}{h}b\, 2\, (2\pi f) + h^2\, b\underset{.}{h}b\, 3\, (2\pi f) + \ldots]^2$$

$$+ [h\, \underset{.}{h}b\, 2\pi f + h^2\, \underset{.}{h}b\, 2\, (2\pi f) + h^2\, \underset{.}{h}b\, 3\, (2\pi f) + \ldots]^2$$

ile ifâde olunur halbuki [ ] dâhilinde bulunan ifâdelerden birincisi:

$$\frac{1 - h\, b\underset{.}{h}b\, 2\pi f}{1 - 2h\, b\underset{.}{h}b\, 2\pi f + h^2}$$

ikincisi de

$$\frac{h\, \underset{.}{h}b\, 2\pi f}{1 - 2h\, b\underset{.}{h}b\, 2\pi f + h^2}$$

ifâdesine müsâvi olduğundan[61] hareket-i kat'iyyenin şiddeti:

$$\underset{.}{k}^2 \frac{1}{1 - 2h\, b\underset{.}{h}b\, 2\pi f + h^2}$$

veyâhud

$$\underset{.}{k}_1{}^2 \frac{1 + e^2 + 2e\, b\underset{.}{h}b\, 2\pi\, (\underset{.}{h}'' - \underset{.}{h}')}{1 - 2h\, b\underset{.}{h}b\, 2\pi f + h^2}$$

Sayfa 122

[61] Jozef – Bertran (G. Bertrand) ın 1864 senesinde basılan Hisâb tefâzulî ve temâmîsinin cild olunan 389 sahîfesine mürâcaat oluna.

olur. Bu ifâdenin mahreci s bu‘duna tâbi olmasına mebnî şiddetin azamî ve asgar kıymetlerine tevâfuk eden batın ve ukde noktalarına mevki‘leri de sâdece suretine tâbi olmak lâzım gelir. Şöyle ki: Sûretin kıymet-i azamiyelerine, ta‘bîr-i âhirle $\text{bḥb}\ 2\pi(\text{ḥ}'' - \text{ḥ}'$ miktarının +1 olduğu noktalara batınlar tevâfuk eder. Halbûki borunun tûlu ṭ ve borunun nihâyetinde vukua‘ gelen in‘ikâsla hâsıl olan miktâr-ı te’hir de r ile ifâde olunur ise:

$$\text{ḥ}'' - \text{ḥ}' = \frac{\text{ṭ}+s}{L} - \frac{\text{ṭ}-s}{L} + \frac{r}{L} = \frac{2s}{L} + \frac{r}{L}$$

bulunur. Binâenaleyh batın noktaları, ḥ lâetta‘yîn bir aded-i sahîh olmak üzere:

$$\frac{2s}{L} + \frac{r}{L} = \text{ḥ} \qquad \text{veya} \qquad s = \frac{L}{2}\left(\text{ḥ} - \frac{r}{L}\right)$$

münasebetiyle ta‘yîn edileceği gibi birbirini müteâkıb iki batn arasındaki bu‘d da tamâmen:

$$s_{\text{ḥ}+1} - s_{\text{ḥ}} = \frac{L}{2}\left[\text{ḥ} + 1 - \frac{r}{l}\right] - \frac{L}{2}\left[\text{ḥ} - \frac{r}{l}\right] \frac{L}{2}$$

ye müsâvidir.

Ukde noktalarına gelince bunların yukarıki ifâdenin suretinin kıyem-i azamiyesine, ta‘bîr-i diğerle $\text{bḥb}\ 2\text{ḥ}(\text{ḥ}'' - \text{ḥ}')$ miktârının sıfıra müsâvi bulunduğu noktalara tevâfuk eder. Binâenaleyh ukde noktaları:

$$\frac{2s}{L} + \frac{r}{L} = \frac{2\text{ḥ}+1}{2}$$

veyâhud:

$$s = \frac{L}{2}\left[\frac{2\text{ḥ}+1}{2} - \frac{r}{l}\right]$$

münâsebetiyle tayîn edileceği gibi birbirini müteâkıb iki ukde noktası arasındaki fâsıla da yine

$$s_{\text{ḥ}+1} - s_{\text{ḥ}} = \frac{L}{2}\left[\frac{2\text{ḥ}+3}{2} - \frac{r}{l}\right] - \frac{L}{2}\left[\frac{2\text{ḥ}+1}{2} - \frac{r}{L}\right] = \frac{L}{2}$$

Sayfa 123

olur. Fakat borunun nihâyetine en karîb olan batın bu nihâyete olan mesâfesi s' ile gösterilecek olur ise[62] düstûrunda batın-ı mezkûr için $ḥ = 1$ vaz' olunacağından

$$\frac{2s'}{L} + \frac{r}{L} = 1$$

bulunur; bundan bervech-i âti netâyic istihrâc olunur:

1) Açık bir borunun nihâyetine en karîb bulunan batının bu nihâyete olan bu'du:

$$s' = \frac{L}{2}\left[1 - \frac{r}{L}\right] = \frac{L}{2} - \frac{r}{2}$$

dan ibârettir.

2) Kapalı bir boruda r mikdâr-ı te'hîri $\frac{L}{2}$ bu'duna karîb bulunduğundan

$$r = \frac{L}{2} + r'$$

vaz'iyle borunun nihâyetine en karîb olna batın s'' bu'du:

$$s'' = \frac{l}{2} - \frac{r}{2} = \frac{l}{2} - \frac{\frac{l}{2} + r'}{2} = \frac{l}{4} - \frac{r'}{2}$$

miktarına müsâvîdir.

Bu îzâhatden anlaşılacağı üzere bir sadâ borusundan çıkan bir savta âit ukde ve batın noktalarının mevâzı'ı borunun tûluna tâbi değildir; fakat savtın şiddeti bu tûla tâbidir. Fi'l-hakika boru dâhilinde bir nokta-i muayyene için s bu'du ve binâberin şiddetin ifâde-i riyâziyesinin sûreti sâbit olacağı cihetle mahrecin kıymet-i asgariyesi ya'ni:

$$bḥb = 2\pi f = +1$$

kıymeti için nokta-i mezkûrede şiddet-i a'zamî olur. Bu halde mebde' de vukua' gelen in'ikâstan dolayı hâsıl olan mikdâr-ı te'hîr r'' ile gösterilecek olur ise:

Sayfa 124

---

[62] Hattı bu tûl ilk in'ikâsın vuku'a geldiği noktadan dahi ta'dâd edilmiş olsa yine ukde ve batın noktalarının mevki'leri bu tûla nazaran ifâde edilemez.

$$f = \frac{2\,ṭ}{L} + \frac{r + r'}{L}$$

olur. İşte borunun tûlu:

$$ṭ = \frac{r}{2} + \frac{r''}{2} = ḥ\,\frac{L}{2}$$

şartına tevâfuk ettiği halde hareket-i mün‘akise, hareket-i mebsûtaya tamâmı tamâmına tevâfuk edeceğinden savt-ı mahrecin takviyesi keyfiyyeti hadd-ı azamîde bulunur. Bu bâbda akla en basît gelen farziyye bu r, r'' miktâr-ı te’hirlerini L tûl-ı mevcine gayr-ı tâbi add etmekten ibârettir. Bu farza göre bunların mecmû‘u:

$$r + r' = 2\,ṭ'$$

gibi sâbit bir miktara müsâvi olacağından savtın takviyesi için iktizâ eden şart da

$$ṭ + ṭ' = (2\,ḥ - 1)\,\frac{L}{4}$$

şekline müncerr olur.

İşte açık borularda bu nazariyeye göre tûllar kânunu yine aynı olur ise de borudan çıkan savtın teşeddüd etmesi için borunun tûlu değil bu tûl ile $ṭ'$ miktâr-ı sâbiti mecmû‘unun $\frac{L}{2}$ nısf-ı tûl-ı mevcinin bir misli tâmı olması lâzımdır.

Kapalı borulara gelince bunlar da:

$$r = r'' + \frac{L}{2}$$

olduğundan

$$r + r' = 2\,ṭ' + \frac{L}{2}$$

farz olunarak:

$$ṭ + ṭ' = (2\,ḥ - 1)\,\frac{L}{4}$$

bulunur.

Bundan istintâc olunur ki kapalı borularda en ziyâde şiddetle takviye edilen esvât

Sayfa 125

borunun tûluyla bir $ṭ'$ miktâr-ı sâbiti mecmû‘unu, rabi‘-i tûl-ı mevcin ferd misli olan esvâtdan ibârettir.

58) $ṭ'$ Miktâr-ı Sâbitinin Ta‘yîni: Bu miktâr-ı sâbiti ta‘yîn için $ṭ_1, ṭ_2, ṭ_3$ tûlunda ve aynı katrede nazîr-i nazîre m_1, m_2, m_3 savt-ı aslîlerini hâsıl eder. Birkaç kapalı boru tasavvur edelim. Bunların derûnundaki sür‘at-i savt ‘b’ ile gösterilecek olur ise:

$$m_1 = \frac{b}{L} = \frac{b}{4\,(ṭ_1 + ṭ')}$$

$$m_2 = \frac{b}{L} = \frac{b}{4\,(ṭ_2 + ṭ')}$$

$$m_3 = \frac{b}{L} = \frac{b}{4\,(ṭ_3 + ṭ')}$$

olacağından bunlardan:

$$4\,m_1 = (ṭ + ṭ') = 4\,m_2\,(ṭ_2 + ṭ') = 4\,m_3\,(ṭ_3 + ṭ') \ldots.$$

veyâhud:

$$ṭ' = \frac{m_2\,ṭ_2 - m_1\,ṭ_1}{m_1 - m_2} = \frac{m_3\,ṭ_3 - m_2\,ṭ_2}{m_2 - m_3} = \cdots$$

istihsâl edilir. İşte erbâb-ı hikmet-i tabî‘iyyeden Vertaym (Wertheim) bu sûretle icrâ-yı tecrübe ederek $\frac{1}{20}$ kadar bir fark ile $ṭ'$ tûluna bir miktâr-ı sâbite müsâvi bulmuştur. Mamâfih boruların kutrları yekdiğerine müsâvi farz olunduğundan Vertaym kutrları tahavvül ettirildiği halde miktâr-ı sâbitenin de tahavvül eylediğini irâe etmiştir[63].

59) Tenbih: Alel-umûm sadâ borularının nazariyyesinde cidârları gâyet metîn olduğu ve kâbil-i tehzîz olmadığı farz ve kabul olunmuş idi. Halbûki alelâde bir borudan bir ses çıkarıldığı halde borunun cidârları da bir takım ihtizâzât-ı arzâniye icrâ eder. Fakat borunun

[63] Vertaym $ṭ'$ miktâr-ı sâbitini borunun nısf-ı kutrının 0,862 misli ile 0,638 misli arasında tahavvül eder bulmuştur.

Sayfa 126

takviye edeceği esvât-ı basîte meyânında devirleri, cidârlarının ihtizâzâtı-ı arzâniyesinden hâsıl olan esvâtın devirlerine müsâvi bulunanlarından mâ‘dâsı imâ edilmiş olur. İşte aynı kat‘ada ve fakat muhtelif maddeden ma‘mûl borular ile hâsıl edilen esvâtın tınneti meyânında meşhûd olan ihtilâf bu sûretle îzâh olunduğu gibi muhtelif hâl Yapost Vardopet’te bulunan bir borunun hâsıl edildiği savtın tonunca vuku‘a gelen tahavvülde yine cidârlarının te’sîri vâsıtasıyla tefsîr edilebilir.

60) Sür‘at-i Savtın Borular Vâsıtasıyla Ta‘yîni: Sadâ boruları gazlar derûnunda sür‘at-i savtın bilvâsıta ve fakat pek sahîh olarak ta‘yînine müsâiddirler.

Fi’l-hakîka:

$$b\,n = L\,\frac{b}{m}$$

düstûrundan anlaşılacağı üzere perdesi ma‘lûm bir savtın ‘L’ tûl-ı mevci ta‘yîn edilecek olursa bundan derhâl ‘b’ sür‘ati intişârı istihsâl olunur. Halbûki borular vâsıtasıyla L tûl-ı mevcini ta‘yîn etmek kolaydır. İşte bu hususta en evvel icrâ-yı taharriyât eden Dulong (Dulong) dur. Mûmâileyh olan 1829 senesinde ṭ tûlunda birinci kapalı boru alarak bu borunun savt-ı aslîsinin tûl-ı mevcini Bernolli kânununa tevfîkan borunun za‘f-ı tûluna müsâvi farz ederek sür‘at-i savtı:

$$2\,ṭ = \frac{b}{m}$$

düstûruyla hisâb eylemiştir. Fakat bu sûretle istihsâl edildiği sür‘at doğrudan doğruya hevâ derûnunda biltecrübe istihsâl olunan miktâr-ı nisbetle pek dûn bulunmuştur. Bunun üzerine borudan ikinci savt-ı müellefi ihrâc etmek ve birbirini müteâkıb iki ukde arasındaki bu‘du yani $\frac{L}{2}$ nısf-ı tûl mevcini hisâb eylemek suretiyle icrâ-yı tecrübe eylemiştir. Vâkıâ bu usûl ile istihsâl eylediği erkam alelâde gazlar için kabul olunan sür‘atlere pek ziyâde takarrub etmiş ise de boruların uclarında vuku‘a gelen teşvişât dâhil hisâb edildiği cihetle erkam-ı mezkûreye

Sayfa 127

kat‘i nazarıyla bakılamamıştır. Ahîren Vertaym bu teşvişâtı da nazar-ı itibâra alarak borularun tûllarına ṭ' miktâr-ı sâbitlerini zımmetmiş ve bu sûretle icrâ eylediği tecârib vâsıtasıyla hevâ ile diğer gazlar derûnunda sür'at-i savtın kıymet-i mutlakasını ta 'yîne muvâfık olmuştur. Mûmaileyhe göre sıfır derece-i harâretde hevâ dâhilinde sür'at-i savt 330,9 metredir[64].

[64] Bu usûl mâyiâta dahî tatbîk edilmiş ise de henüz doğru bir neticeye dest-res olunamamıştır.

Sayfa 128

BAB-I RÂBİ‘

Evtâr-ı Mühtezze

Telli alât-ı savtiye _ Evtâr-ı mühtezze _ Evtârın ihtizâzat-ı arzâniyyesi ve muâdele-i tefâzuliyyesi _ Muâdele-i tefâzuliyenin itmâmı _ Halât-ı hususiye _ Forye da‘vâsı _ Taylor düsturu _ Evtâr-ı mühtezze kânunları _ Sür‘at-i ibtidâiyesiz tebdîl mevzu‘ _ Bir misâle tatbîkî _ Tenbih _ Yong kânunu _ Çubuklar _ Çubukların İhtizâzat-ı tûllaniyesi _ Evtârın ihtizâzat-ı tûlaniyeleri _ Çubukların ihtizâzat-ı arzâniyesi; ve muâ‘dele-i tefâzuliyesi _ Bu muâdeleye tevâfuk eden hareket-i raksiyye _ Birinci hâl: Çubuğun her iki ucunun serbest bırakılması _ İkinci hâl: Çubuğun uçlarının sâbit kalması _ Üçüncü hâl: Çubuğun bir ucunun serbest ve bir ucunun sâbit olması _ Dördüncü hâl: Bir ucunun sâbit ve diğerinin istinâd ettirilmesi _ Beşinci hâl: İki ucun birden istinâd ettirilmesi _ Zarların ihtizâzı _ Levhaların ihtizâzı _ Bir mütâla‘a.

61) Telli Âlât-ı Savtiye: Akvâm-ı kadime-i muhtelifenin her biri <Lura> (Lyre) denilen telli sazın ihtirâ‘ını kendi meşâhirinden birine isnâd edegelmiştir. Ez-cümle yunanlılar bu âletin Apollon (Apollon) ve beni isrâil Yubal (Jubal) kadim mısırlılar Terismecits (Trismegiste) nâmına verdikleri ma‘bûd ve çinliler Konfüçyus (Confucius) tarafından ihtirâ‘ edilmiş olduğunu rivâyet etmişlerdir. Esâtirî olan bu rivâyet bertaraf edildiği halde dahi telli sazların îcâdı pek kadîm olduğuna şüphe edilemez. Fi’l-hakîka üçüncü Ramses zamânında (kabl-el-milâd 1250) kadim mısırîlerin gâyet mükemmel denilecek telli sazları olduğu bu gün kat‘iyyen sübût bulmuştur.

Alelumûm tel şeklinde ma‘den veya kursaktan ma‘mûl, son derece de kâbil-i inhinâ, fakat gerilme sûretiyle bir elâstikıyyet-i mahsûsa kesb eden cisimlere mebhas-ı savtda <veter> veya <tel> nâmı verilir. Evtâr-ı mühtezze nazariyyesi mebhâs-ı savtın en mühim kısmını teşkîl eder.

61) Evtâr-ı Mühtezzenin Muâdele-i Tefâzuliyyesi: Evtâr-ı mühtezzenin kavânîni on yedinci asırda Mersen (Mersenne) tarafından bit-tecrübe bulunmuş; fakat nazariyye-i riyâziyyesine en evvel 1793 senesinde Taylor (Taylor) başlamış ve muahhiren Danyal-Bernolli (D. Bernoulli),

Sayfa 129

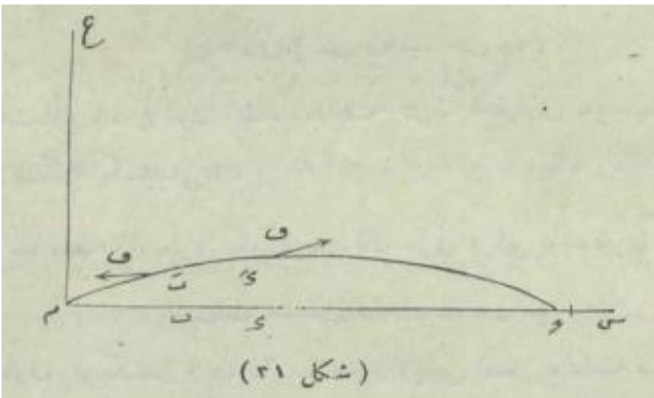
Dalamber (d’ Alembert), Öler (Euler), Lagranj (Lagrange) taraflarından da devâm olunmuştur.

Evtâr-ı mühtezzenin nazariyesini te’sîs için telin sûret-i mükemmelede kâbil-i inhinâ olduğu elâstikıyyetten külliyen mahrum bulunduğu farz olunur. Bu halde:

Evvel telin eb‘ad-ı arzâniyesi gâyet asgar olmak iktizâ eder ki kâbil-i inhinâ bir iplik gibi kabul olunabilsin.

Sâniyen tel kâfi derecede gerilmiş olmalı ve gâyet cüz’i bir tebeddül şekline ma‘rûz bulunmalıdır ki bundan dolayı husûle gelen kuvve-i mütehavvile-i elâstikıyye kuvve-i carreye nisbetle kâbil-i terk addedilsin.

İşte bu şerâiti hâiz olan ve böyle tebeddülât-ı şekliyye-i cüz’iyyeye tâbi‘ bulunan bir telin bir cüz’ü asgâr nâmütenâhîsi her vaz‘iyette vaz‘iyyet-i asliyenin istikâmetiyle asgâr-ı nâmütenâhi bir zâviye teşkîl edeceğinden bu zaviyenin kuvva-yı âliyyesi terk olunabilir.



Şekil 13

Şimdi (şekil 13) m, ḫ noktaları arasında bir f kuvvetiyle gerilmiş bir tel tasavvur edelim.

Ve bu tel üzerinde lâ-ale-tta‘yîn bir b e hûz-u asgarenin bir zaman-ı muayyenedeki mevzi‘ni de b' e' ile gösterelim. Bu cüz’i b' e' nihâyetlerinden ‘f’ kuvve-i cârresine müsâvi birer kuvvet ile gerilmiş bulunur ise de şu iki kuvvet istikametce müttehid olmadıklarından muvâzenetde bulunamazlar.

Cüz’ü mutasavverin b' noktasına mümâss istikâmetinde te’sîs eden f kuvve-i carresinin telin vaz‘iyyet-i evveliyyesi olan b ḥ istikâmetiyle teşkîl edildiği zâviyeyi he ve e′ noktasına te’sîs eden fkuvve-i cârresinin yine bu istikâmetle teşkîl etttiği zâviyeyi de ṭe ile ifâde edelim. Bundan başka telin vaz‘iyyeti asliyyesi istikâmetine ya‘ni m ḥ hattını ‘s’ mihveri ve buna ‘m’ noktasında amûd bulunan m a hattını da a mihveri olmak üzere kabûl eyleyelim. Bu kuvve-i cârrelerden her biri

Sayfa 130

ve meselâ b′ noktasına te‘sîs eden f kuvveti biri s ve diğeri a mihveri istikâmetinde olmak üzere birbirine amûd:

$$-\text{f bḥb he} \qquad -\text{f ḥb he}$$

gibi iki mürekkebe tahlîl olunabilir. Kezalik e′ noktasına te’sîs eden f kuvveti de yine s, a mihverleri istikâmetlerince:

$$\text{f bḥb ṭe} \qquad \text{f ḥb ṭe}$$

mürekkebelerine tefrîk olunur.

Binâenaleyh b′ e′ cüz’i s mihveri istikâmetince:

$$\text{f}_1 = \text{f (bḥb ṭe} - \text{bḥb he)}$$

ve a mihveri istikâmetince de:

$$\text{f}_2 = \text{f (ḥb ṭe} - \text{ḥb he}$$

kuvvetleri taht-ı te’sîrinde bulunur ise de telin arzan ihtizâzı mûcib olan kuvvet bu mürekkeplerden yalnız ikincisidir.

Fakat ṭe , he zâviyeleri yekdiğerinden pek cüz’i farklı bulundukları cihetle

$$\text{ḥb ṭe} - \text{ḥb he} = \text{ما ḥb he}$$

gibi kabul olunabileceğinden vâhid-i zâtında he zâviyesi asgar bulunmasına mebni-i ceybî yerine de mümâss alınabileceğinden:

$$\text{f}_2 = \text{f ما ḥb he} = \text{f ما mümass he}$$

olur. Halbuki

$$\text{mümass he} = \frac{\partial a}{\partial s}$$

ve

$$\partial\, \text{mümass he} = \frac{\partial^2 a}{\partial s} \partial s$$

Sayfa 131

olmakla

$$f_2 = f \frac{\partial^2 a}{\partial s^2} \partial s \qquad (1)$$

hâsıl olur.

Diğer taraftan telin vâhid-i tûlunun kütlesi k ve $b' e'$ tûlu da $\partial ṭ$ ile gösterilir ise $b' e'$ cüz'ünün a istikâmetince icrâ eylediği şu hareketi husûle getiren kuvvet-i cüz-ü mezkûrun k $\partial ṭ$ kütlesinin $\frac{\partial^2 a}{\partial \odot^2}$ miktâr-ı ta'cîline hâsıl darbına müsâvi bulunmakla:

$$f_2 = k \partial ṭ \frac{\partial^2 a}{\partial \odot^2} \qquad (2)$$

olur. İşte (1), (2) muâdelelerinden:

$$k \partial ṭ \frac{\partial^2 a}{\partial \odot^2} = f \frac{\partial^2 a}{\partial s^2} \partial s$$

muâdelesine dest-res olunur ki bu da $b' e'$ cüz'ünün a cihetinde icrâ eylediği harekâtın muâdelesinden ibârettir.

Ancak $\partial ṭ = b' e'$ tûl-ı asgarî, s mihveri üzerindeki mürtesmi olan ∂s bu'duna akreb-i nâmütenâhî olmakla $\partial ṭ$ yerine ∂s vaz' olunabilir. Bu suretde muâdele-i hareket:

$$k\,\frac{\partial^2 a}{\partial \odot^2}\,\partial s = f\,\frac{\partial^2 a}{\partial s^2}\,\partial s$$

veyâ

$$\frac{\partial^2 a}{\partial \odot^2} = \frac{f}{k}\cdot\frac{\partial^2 a}{\partial s^2}$$

veyâhud $\frac{f}{k} = b^2$ (2)

vaz'iyle:

$$\frac{\partial^2 a}{\partial \odot^2} = b^2\,\frac{\partial^2 a}{\partial s^2} \qquad (3)$$

Sayfa 132

muâdele-i tefâzuliyesine müncer olur ki bu da elâstikî bir üstüvâne-i gayr-ı mahdûde dahîlindeki ihtizâzâtı tûllaniyyesinin intişârı sadedinde istihsâl olunan:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial \odot^2} = b^2\,\frac{\partial^2 s}{\partial s^2}$$

muâdele-i tefâzuliyyesinin aynıdır.

63) Muâdele-i Tefâzuliyenin İtmâmı: Muâdele-i tefâzuliyenin tamâm-ı umûmîsi evvelce de görüldüğü üzere:

$$a = ba\left(s + b\,\odot\right) + la\left(s - b\,\odot\right)$$

gibi iki tâbi' keyfî mecmu'na müsâvidir ki bu da aynı b sür'ati ile mukâbil iki cihete doğru intişâr eden iki hareketin yekdiğeri üzerine inzimâmı ifâde eder.

İşte azamî riyâziyyundan Lagronj bu sûret-i itmâmı kabûl ederek mes'eleyi mihânik nokta-i nazarından tamamıyla hâl etmiş ise de şu sûret-i hâl harekât-ı ihtizâziyye-i arzâniyenin hâsıl ettiği esvâtı ta'yîne kâfi gelmemiştir. Binâenaleyh muâdele-i mezkûreyi silsile-i müsellesâtiyyeleri vasıtasıyla bervech-i âti itmâm etmek iktizâ eder ki bu sûret-i itmâmda en evvel Danyal-Borenli tarafından irâe edilmiştir.

Şöyle ki: Evvel a tâbi‘nin

$$a = \text{ḳ}\, b\text{ḥ}b\, 2\pi \left(\frac{\text{ز}}{n} - \text{ḥ}\right)$$

gibi bir tâbi‘ dâierevî olabileceğini, ta‘bîr-i âharle hareket-i vâkıanın hakîki bir hareket-i riyâziyye-i sagîre ile te’lîf mümkün olup olmayacağını taharrî edelim. Fakat cüz’ü mutasavveri mebde’e nazaran tebdîl-i mevki‘ ettikçe ḳ vüs‘at-i ihtizâzenin de tahavvül eyleyeceğini ya‘ni ḳ vüs‘atinin b e cüz’ünün s mihveri üzerindeki mevki‘ne tâbi bulunduğunu da unutmayalım. Şimdi bu:

$$a = \text{ḳ}\, b\text{ḥ}b\, 2\pi \left(\frac{\text{ز}}{n} - \text{ḥ}\right)$$

tâbi‘nin (3) muâdele-i tefâzuliyyesine tevâfuk ettiği muvakkaten farz ve kabul olunur ise, tâbi‘-i mezkûrun ز zamanına göre birinci müştakkı:

Sayfa 133

$$\frac{\text{ط}\, a}{\text{ط}\, \text{ز}} = -\text{ḳ}\, \text{ḥ}b\, 2\pi \left(\frac{\text{ز}}{n} - \text{ḥ}\right) \times \frac{2\pi}{n}$$

ve ikinci müştakkı:

$$\frac{\text{ط}^2 a}{\text{ط}\, \text{ز}^2} = -\text{ḳ}\, b\text{ḥ}b\, 2\pi \left(\frac{\text{ز}}{n} - \text{ḥ}\right) \times \left(\frac{2\pi}{n}\right)^2$$

ve kezalik s mütehavviline nazaran birinci müştakkı:

$$\frac{\text{ط}\, a}{\text{ط}\, s} = \frac{\text{ط}\, \text{ḳ}}{\text{ط}\, s} + \text{ḥ}b\, 2\pi \left(\frac{\text{ز}}{n} - \text{ḥ}\right)$$

ve ikinci müştakkı da:

$$\frac{\text{ط}^2 a}{\text{ط}\, s^2} = \frac{\text{ط}^2 \text{ḳ}}{\text{ط}\, s^2} \times b\text{ḥ}b\, 2\pi \left(\frac{\text{ز}}{n} - \text{ḥ}\right)$$

olacağından bunlar yukarıdaki muâdele-i tafâzuliyyede mahallerine konulur ise:

$$-\text{ḳ}\, b\text{ḥ}b\, 2\pi \left(\frac{\text{ز}}{n} - \text{ḥ}\right) \left(\frac{2\pi}{n}\right)^2 = b^2 \frac{\text{ط}^2 \text{ḳ}}{\text{ط}\, s^2} \times b\text{ḥ}b\, 2\pi \left(\frac{\text{ز}}{n} - \text{ḥ}\right)$$

veya

$$-\underset{.}{k}\left(\frac{2\,\pi}{n}\right)^2 = b^2\,\frac{\partial^2 \underset{.}{k}}{\partial\, s^2}$$

veyâhud

$$\frac{\partial^2 \underset{.}{k}}{\partial\, s^2} = -\left(\frac{2\,\pi}{n}\right)^2 \frac{\underset{.}{k}}{b^2} \qquad (5)$$

bulunur. Fakat hareket-i raksiye veya ihtizâziyede:

$$b\,n = l \qquad (6)$$

bulunmakla:

Sayfa 134

$$\frac{\partial^2 \underset{.}{k}}{\partial\, s^2} = -\left(\frac{2\,\pi}{n}\right)^2 \times \frac{n^2\,\underset{.}{k}}{L^2}$$

veya

$$\frac{\partial^2 \underset{.}{k}}{\partial\, s^2} = -\left(\frac{2\,\pi}{L}\right)^2 \underset{.}{k} \qquad (7)$$

olur.

İşte bu muâdele-i tefâzuliye de itmâm edilecek olur ise:

$$\underset{.}{k} = h\,\text{ḥb}\,2\,\pi\,\frac{s}{L} + h'\,\text{bḥb}\,2\,\pi\,\frac{s}{L} \qquad (8)$$

düstûru istihsâl olunur ki düstûr-u mezkûrede vaki‘ h , h' miktâr-ı sâbitlerinin kıymetleri şerâit-i evveliyyeye göre ta ‘yîn edilmek îcâb eder.

Bundan istintâc edilir edilir ki $\underset{.}{k}$ vüs‘ati her an bu muâdeleye tevâfuk ettiği halde a tâbi‘i de (3) muâdele-i tefâzuliyyesine tevâfuk eyleyeceğinden hareket-i vâkıanın bir hareket-i raksiyye veyâ ihtizâziye ile te’lîfi mümkün olur. Muâdele-i ahîreye dâhil h , h' emsallerinin kıymetlerine gelince onlar da bervech-i âti ta‘yîn olunur:

Telin m, ḥ nihâyetleri sâbit olduğu cihetle bu noktalar da ‘a’ tertîbi ve binâberin ḳ vüs‘ati sıfır olur. Ta‘bîr-i âharla telin tûlu ṭ olduğuna göre:

$$s = 0 \qquad \text{ve} \qquad s = ṭ$$

kıymetleri için:

$$a = 0 \qquad \text{ve} \qquad ḳ = 0$$

bulunur. Halbûki $s = 0$, $ḳ = 0$ kıymeti için (8) muâdelesi:

$$0 = h\, ḥb\,(0) + h'\, bḥb\,(0)$$

veyâ

$$h'\, bḥb\,(0) = 0 \qquad \text{ve} \qquad h' = 0$$

istihsâl edileceği gibi $s = ṭ$ ve binâberin $ḳ = 0$ kıymeti için de yine (9) muâdelesi:

Sayfa 135

$$0 = h\, ḥb\, 2\pi \frac{ṭ}{l} + h' bḥb\, 2\pi \frac{ṭ}{l}$$

ve $h' = 0$ olmasına mebnî:

$$0 = h\, ḥb\, 2\pi \frac{ṭ}{L}$$

ve binâenaleyh h = 0 olamayacağından [65](*)

$$ḥb\, 2\pi \frac{ṭ}{L} = 0$$

ve e bir aded-i tâm olmak üzere:

$$2\pi \frac{ṭ}{L} = e\pi$$

veyâhud

$$L = \frac{2ṭ}{e} \tag{9}$$

[65] (*) h = 0 bulunduğu takdirde (8) muâdelesi mefkuddur.

olur. Fakat (6) muâdelesinde bu kıymet mahaline konulur ise:

$$b\,n = \frac{2\,\text{ṭ}}{e}$$

ve

$$n = \frac{1}{e} \cdot \frac{2\,\text{ṭ}}{b} \tag{10}$$

bulunur.

Hülâsa tel vüs‘ati $\frac{2\,\text{ṭ}}{b}$ nin aksâm-ı asliyyesine veyâ kendisine müsâvi olan her bir hareket-i raksiyyeyi icrâ eder ise de bundan mâ‘dâ harekât-ı raksiyeyi icrâ edemez.

Şimdi (8) muâdelesinde L tûl-ı mevcinin (9) kıymeti konulacak olur ise:

$$\text{ḳ} = h\,\text{ḥ}b\,2\pi\frac{s}{l} = h\,\text{ḥ}b\,2\pi\frac{e}{2}\frac{s}{\text{ṭ}}$$

veyâ

$$\text{ḳ} = h\,\text{ḥ}b\,\frac{e\pi s}{\text{ṭ}} \tag{11}$$

Hâsıl olur ve (8) muâdelesinde ḳ ile n nin kıymetleri mahallerine vaz‘ edilince:

Sayfa 136

$$a = h\,\text{ḥ}b\,\frac{e\pi s}{\text{ṭ}}\,b\text{ḥ}b\left(\frac{2\pi\odot e\,b}{2\,\text{ṭ}} - 2\pi\,\text{ḥ}\right)$$

veya $2\pi\,\text{ḥ}$ miktârı ṣ ile gösterilerek:

$$a = h\,\text{ḥ}b\,\frac{e\pi s}{\text{ṭ}}\,b\text{ḥ}b\left(\frac{e\pi b\odot}{\text{ṭ}} - \text{ṣ}\right) \tag{12}$$

bulunur.

İşte iki ucundan gerilmiş bir telin ihtizâzât-ı arzâniyyesinin muâdele-i umûmiyyesi bundan ibârettir.

Muâdele-i mezkûrede vâki‘ e aded-i tâmının (9) muâdelesine tevâfuk eden birinci kıymeti:

$$e = 1$$

dir ki bu halde savt-ı aslînin sâniye-i vâhidedeki m aded-i ihtizâzı (10) düstûru mûcibince:

$$m = \frac{1}{n} = \frac{b}{2\,\text{ṭ}}$$

olmak lâzım gelir; bu aded-i ihtizâz telin şerâit-i mesrûde tahtında husûle getireceği savt-ı aslîye âiddir. Şu kadar ki e adedinin diğer kıyem-i tâmmesi için istihsâl edilecek olan esvâtın kâffesi de bu savt-i aslînin müellefesi olur.

Bu esvât-ı müellefe için:

$$s = 0 \qquad s = \frac{\text{ṭ}}{e} \qquad s = \frac{2\,\text{ṭ}}{e} \qquad s = \frac{3\,\text{ṭ}}{e} \qquad \ldots \qquad s = \frac{(e-1)\text{ṭ}}{e}$$

$$s = \text{ṭ}$$

noktalarında a = 0 bulunur. Binâberin bu noktalar birtakım ukde noktalarından ibâret olur.

Telin tûlunca böyle birtakım ukde noktalarının bulunması ihtizâzâtın bir takım ihtizâzât-ı sagîreden terekküb ettiğini irâe eder. Zîra ukde noktaları tedâhül hâdisesine tevfîkan iki hareket-i ihtizâziyyenin yekdiğerini imhâ eylemesinden neş’et eyler.

Riyâziye nokta-i nazarından evtâr-ı mühtezze muâdelesi bir muâdele-i hattıyyeden ibâret olduğundan muâdele-i mezkûreye tevâfuk eden kıyem-i husûsiye ile berâber bunların mecmu‘unun da tevâfuk eylemesi îcâb eder. Binâberin e adedinin bir kıymeti için:

Sayfa 137

Nâmütenâhî $$a_e = h_e\,\text{ḥb}\,\frac{e\pi s}{\text{ṭ}}\,\text{bḥb}\left(\frac{e\pi b\odot}{\text{ṭ}} - \text{ṣ}_e\right)$$

gibi kıyem-i husûsiyyenin mecmu‘u alınacak olur ise hâsıl olan:

$$a = \text{mbḥ}^{\infty} = h_e\,\text{ḥb}\,\frac{e\pi s}{\text{ṭ}}\,\text{bḥb}\left(\frac{e\pi b\odot}{\text{ṭ}} - \text{ṣ}_e\right) \qquad (13)$$

muâdelesi de (12) muâdilesine tevâfuk eden bir kıymetten ibâret olur. mbḥ işâreti e miktâr-ı sâbitine sıfırdan + ∞ ye kadar bilcümle kıyem-i tâmma verildiği halde hâsıl olan a_e kıymetlerinin mecmu‘na şâmildir.

Hikmet-i tabîiyye nokta-i nazarından bunun ma‘nâsı şu olur ki böyle gerilmiş bir telin hareket-i ihtizâziyyesi müddet-i raksî $\frac{2\,\text{ṭ}}{b}$ miktarının mazrûbat-ı asliyesinden birine müsâvi olan ve münâsib vüs ‘at ve safhada bulunan[66] bir sıra harekât-ı ihtizâziyyenin yekdiğeri üzerine inzimamından mütehassıldır. Hatta böyle bir tel arzan ihtizâz ettirildiği halde savt-ı aslîden başka bunun sâmine ve za‘f-ı sâminesi ve bazen âşiresi olan esvât dahi işitilir.

Bu keyfiyyet yalnız tellere mahsûs değil, belki lâetta‘yîn bir cism-i mühtezz hakkında dahi cârîdir. İşte <Forye da‘vâsı> (Fourrier) nâmı tahtında ma ‘rûf bulunan da‘vâ-yı âti bunu müeyyiddir.

Her bir hareket-i ihtizâziye, dâima ve fakat yalnız bir tarzdan, bir takım hareket-i ihtizâziyye-i sagîrenin terekkübünden hâsıl olmuş gibi kabûl olunabilir.>

Forye’ nin bu da‘vâsı tahlîl-i riyâzîde:

<Alel-umûm bir tâbi‘ devri dâima ve yalnız bir siyâk üzere n, $\frac{n}{2}$, $\frac{n}{3}$ …. devirlerinde bulunan bir takım:

$$\text{ḳ}\; b\text{ḥ}b\; 2\pi\left(\frac{\wp}{r} - \text{ḥ}\right) \qquad \text{ḳ}'\; b\text{ḥ}b\; 2\pi\left(\frac{\wp}{\frac{r}{2}} - \text{ḥ}'\right) \qquad \text{ḳ}''\; b\text{ḥ}b\; 2\pi\left(\frac{\wp}{\frac{n}{3}} - \text{ḥ}''\right) \ldots$$

tevâbi‘-i dâireviyyesi mecmu‘na müsâvîdir>

Sayfa 138

da‘vâsının mebhâs-ı savta tatbîk edilmiş suretinden başka bir şey değildir.

59) Taylor Düstûru: Yukarıda istihsâl olunan:

$$m = \frac{b}{2\text{ṭ}}$$

düstûrunda, f kuvve-i cârresinin (2ʹ)

$$f = b^2 k$$

ifâdesinden istihrâc olunan:

[66] Bunların her ikisi de telin nazar-ı mütâla‘ya alınan noktasına göre tahavvül eder.

$$b = \sqrt{\frac{f}{k}}$$

kıymeti ikame edilecek olur ise:

$$m = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{f}{\underset{\cdot}{t}^2\, k}}$$

bulunur. Fakat şiddet-i câzibe $\underset{\cdot}{h}$ ve telin mecmu‘ vezni de v ile gösterilir ise:

$$v = \underset{\cdot}{t}\, k\, \underset{\cdot}{h}$$

veyâ

$$k = \frac{v}{\underset{\cdot}{t}\,\underset{\cdot}{h}}$$

olacağından o da mahâline konulunca:

$$m = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{f\,\underset{\cdot}{h}}{v\,\underset{\cdot}{t}}}$$

düstûru istihsâl edilir ki tellerin ihtizâzât-ı arzâniyyesi hakkında Taylor’un bulmuş olduğu düstûr bundan ibârettir.

Tel üstüvâni olduğu ve nısf-ı kutrı ‘r’ ve vezn-i mahsûsu da g ile ifâde olunduğu takdirde düstûr-u sâbıkada:

$$m = \frac{1}{2\,\underset{\cdot}{t}\, r}\sqrt{\frac{f\,\underset{\cdot}{h}}{\pi\, g}}$$

şeklini kesb eder.

Bu düsturdan bervech-i âti kavânîn istihrâc olunur:

Sayfa 139

Bir telin husûle getirdiği savt-ı aslînin perdesi:

Evvelâ telin tûluyla ma‘kûsen mütenâsibdir.

Sâniyen <kutrıyla < <

Sâlisen < kesafetinin cezr-i murabba‘ıyla ma‘kûsen mütenâsibdir.

Râbian <teli cerr eden kuvvetin cezr-i murabba‘ıyla mebsûten mütenâsibdir.

İşte hikmet-i tabî‘iyyede rahip Mersen (P. Mersenne) tarafından keşf edildiği beyân olunan kavânîn-i tecrübiyye bunlardan ibârettir. Kavânîn-i mezkûre <sonometre> denilen âlet vâsıtasıyla isbât olunur.

64) Sür‘at-i İbtidâiyyesiz Olarak Telin Tebdîl-i Mevzi‘ Etmesi: Şimdi iki nihâyetinden sâbit kılınmış böyle bir telin, muvâzenet vaz‘iyyetinden inhirâf ettirildikten sonra, bilâ sür‘at-i ibtidâiyye âlî hâle terk edilmiş olduğunu farz edelim. Bu halde $\text{ز} = 0$ zamânında
B sür‘ati:

$$\frac{\text{لھ}\, a}{\text{لھ}\, \text{ز}} = 0$$

olacağından (13) düsturundaki ṣ miktârları kâmilen sıfır olmak lâzım gelir. Bu hâlde (12) düstûru:

$$a = \text{mbḥ}^{\infty}\, h_e\, \text{ḥb}\, \frac{e\, \pi\, s}{\text{ṭ}}\, \text{bḥb}\, \frac{e\, \pi\, b\, \text{ز}}{\text{ṭ}} \qquad (14)$$

şeklini kesb eder. Şimdi $\text{ز} = 0$ zamanındaki tebeddül-ü şekl etmiş olan telin irâe ettiği münhaniyyenin muâdelesi:

$$a' = \text{ba}(s)$$

olsun.

İşte (14) muâdelesinin bu münhanîyi irâe edebilmesi için:

$$a = a' = \text{ba}(s) = \text{mbḥ}^{\infty}\, h_e\, \text{ḥb}\, \frac{e\, \pi\, s}{\text{ṭ}}$$

veyâ

Sayfa 140

$$\text{ba}(s) = h_1\, \text{ḥb}\, \frac{\pi\, s}{\text{ṭ}} + h_2\, \frac{\text{ḥb}\, 2\, \pi\, s}{\text{ṭ}} + \ldots\, h_{e'}\, \text{ḥb}\, \frac{e'\pi\, s}{\text{ṭ}} + \ldots$$

bulunması îcâb eder.

Bu münâsebette vâki‘ h_1, h_2 … h_3 … emsallerinin birini ta‘yîn için muâdelenin tarafeynini o emsâlin haddiyle darb etmek ve hâsıl darb-ı bütün telin tûluna göre itmâm eylemek kifâyet eder.

Muselâ : (e‘) k bhby $\d{h}_{e'}$ haddın emsâlini ta‘yîn için tarafeyn $\d{h}b\,\frac{e'\pi s}{\d{t}}$ ile darb olunur ise:

$$ba(s)\,\d{h}b\,\frac{e'\pi s}{\d{t}}\,\text{ط}\,s = \Big[h_1\,\d{h}b\,\frac{\pi s}{\d{t}}\,\d{h}b\,\frac{e'\pi s}{\d{t}} + h_2\,\d{h}b\,\frac{2\pi s}{\d{t}}\,\d{h}b\,\frac{e'\pi s}{\d{t}} +$$

$$\ldots\ldots + h_e\,\d{h}b\,\frac{e\pi s}{\d{t}}\,\d{h}b\,\frac{e'\pi s}{\d{t}} + \ldots\ldots\Big]\,\text{ط}\,s$$

ve $s = 0$, $s = \d{t}$ gayeleri arasında itmam edilir ise:

$$bma^{\d{t}}\,ba(s)\,\d{h}b\,\frac{e'\pi s}{\d{t}}\,\text{ط}\,s = mb\d{h}\,mba^{\d{t}}\,h_e\,\d{h}b\,\frac{e\pi s}{\d{t}}\,\d{h}b\,\frac{e'\pi s}{\d{t}}\,\text{ط}\,s$$

olur. Fakat:

$$bma^{\d{t}}\,h_e\,\d{h}b\,\frac{e\pi s}{\d{t}}\,\d{h}b\,\frac{e'\pi s}{\d{t}}\,\text{ط}\,s = h_e\,\frac{1}{2}\,bma^{\d{t}}\left|b\d{h}b\,\frac{(s-s')-s}{\d{t}} - b\d{h}b\,\frac{(s+s')\pi s}{\d{t}}\right|\,\text{ط}\,s$$

$$= \frac{1}{2}\,h_e\left[\frac{\d{t}}{(s-s')\pi}\,\d{h}b\,\frac{(s-s')\pi s}{\d{t}} - \frac{\d{t}}{(s+s')\pi}\,\d{h}b\,\frac{(s+s')\pi s}{\d{t}}\right]^{\d{t}}$$

$$= \frac{1}{2}\,h_e\,\frac{\d{t}}{\pi}\left[\frac{1}{s-s'}\,\d{h}b\,\frac{(s-s')\pi s}{\d{t}} - \frac{1}{s+s'}\,\d{h}b\,\frac{(s+s')\pi s}{\d{t}}\right]^{\d{t}}$$

$$= \frac{1}{2}\,h_e\,\frac{\d{t}}{\pi}\left\{\frac{1}{s-s'} - \d{h}b\,(s-s')\,\pi - \frac{1}{s+s'}\,\d{h}b\,(s+s')\,\pi\right\}$$

olduğundan ve halbuki bu ifâde e aded-i tâmı e' den farklı bulundukça sıfıra müsâvi ve yalnız e = e' olduğu halde bir kıymeti hâiz bulunduğundan taraf-ı sânîyi teşkîl eden haddlerin bundan mâ‘dâsı sıfır olmak iktizâ eder.

Sayfa 141

Binâenaleyh e' = e için:

$$bma^{\d{t}}\,ba(s)\,\d{h}b\,\frac{e'\pi s}{\d{t}}\,\text{ط}\,s = bma^{\d{t}}\,h_e\,\d{h}b\,\frac{e\pi s}{\d{t}}\,\d{h}b\,\frac{e\pi s}{\d{t}}\,\text{ط}\,s$$

veyâ

$$\mathrm{mba}^{t}\,\mathrm{ba}\,(s)\,\mathrm{ḥb}\,\frac{e\,\pi\,s}{ṭ}\ \text{لا}\,s \;=\; \frac{1}{2}\,\mathrm{bma}^{t}\ h_{e}\left[\mathrm{bḥb}'(0)-\ \mathrm{bḥb}\,\frac{2\,e\,\pi\,s}{ṭ}\right]\text{لا}\,s$$

$$=\frac{1}{2}\,h_{e}\,\mathrm{bma}^{t}\ \left[1-\ \mathrm{bḥb}\,\frac{2\,e\,\pi\,s}{ṭ}\right]\text{لا}\,s$$

$$=\left[h_{e}\,\mathrm{bma}^{t}\,\text{لا}\,s\ -\ h_{e}\,\mathrm{mba}^{t}\,\mathrm{bḥb}\,\frac{2\,e\,\pi\,s}{ṭ}\ \text{لا}\,s\right]\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{1}{2}\,[s]^{t}-\frac{1}{2}\,h_{e}\left[\frac{ṭ}{2\,\pi\,s}\,\mathrm{ḥb}\,\frac{2\ \pi\,e\,s}{ṭ}\right]^{t}$$

$$=\frac{1}{2}\,h_{e}\,ṭ\ -\ \frac{1}{2}\,h_{e}\ \left[\frac{ṭ}{2\,\pi\,e}\,\mathrm{ḥb}\,2\ \ \pi\ e\right]$$

$$=\frac{1}{2}\,h_{e}\,ṭ$$

ve bittâb‘

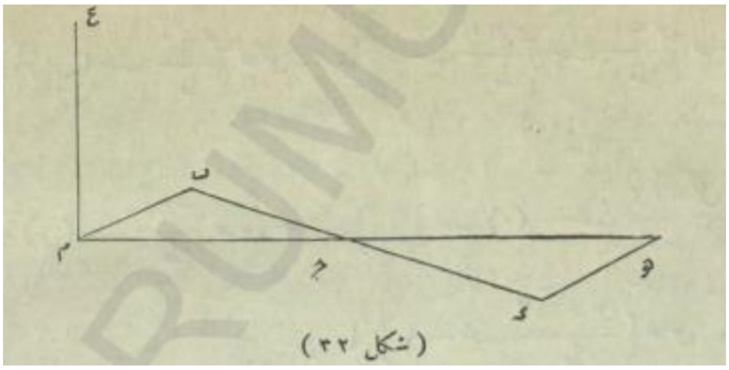
$$h_{e}\,\frac{2}{ṭ}\,\mathrm{bma}^{t}\,\mathrm{ba}\,(s)\,\mathrm{ḥb}\,\frac{e\,\pi\,s}{ṭ}\ \text{لا}\,s \tag{10}$$

istihrâc olunur ki bu düstûr vâsıtasıyla h_1, h_2, … emsâllerinin kâffesinin kıymetleri bulunabilir.

İşte muvâzenet vaz‘iyyetinden inhirâf ettirilmiş olan telin = 0 zamânında resm ettiği münhanî veyâhud hatt-ı münkesir ‘m b ḥ’ (Şekil 32) olsun. ḥ noktasına nazaran bu m b ḥ münhanîsinin mütenâzırı olan ‘ḥ e h’ ve ‘h’noktasına nisbeten de bunun mütenâzırı bulunan ilâ ahire münhanîsini resm edelim. Bu halde m ḥ telinin hareket-i âdetâ gayr-ı mahdûd olan bir telin m ḥ kısmının hareketi gibi kabul olunabilir ki bunda da tebeddül-ü şekl her iki cihete doğru ‘b’ sür‘ât-i sâbitesi ile intişâr eder.

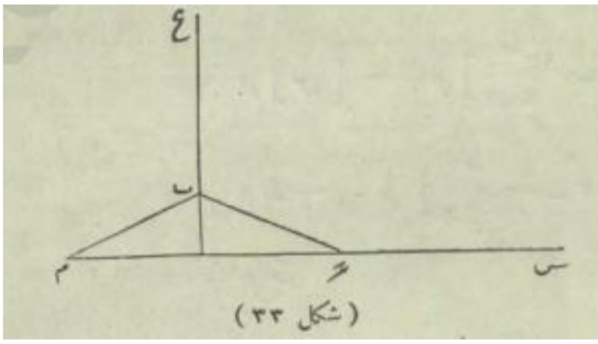
Sayfa 142

Misâl olarak telin vasatından gâyet ucu ince bir mazreb ile çekildikten sonra âlî hâle



Şekil 32

terk edildiğini (Şekil 33) tasavvur edelim. Bu hâl-i husûsiyyede telin ẓ = 0 zamânında irâe ettiği münhanî bir 0 m b ḥ müselles-i mütesâvi-s-sakaynından ibâret olur ki bunun kâidesi telin ṭ tûluna



Şekil 33

müsâvi olduğu gibi irtifa'ı da ḥ olsun. Ve suhûlet olmak üzere a mihveri de telin vasat noktasına nakl edilmiş bulunsun. Bittab' (15) düstûru 0 ile $\frac{ṭ}{2}$ ve $0 - \frac{ṭ}{2}$ gâyeleri arasında itmâm edileceğinden:

$$h_e = \frac{4}{ṭ}\, bma^{\frac{ṭ}{2}}\, ba\,(s)\, ḥb\, \frac{e\pi s}{ṭ}\, \text{ها}\, s \qquad (16)$$

olur.

Eğer 'e' zevc ise, ḥb $\frac{e\pi s}{ṭ}$ ceyb-i münhanîsi zevc adedi fostuni hâvi olacağından 0 ile $-\frac{ṭ}{2}$ arasında mahsûr olan:

$$\mathrm{bma}^{\frac{\text{ṭ}}{2}}\ \text{ḥb}\ \frac{e\ \pi\ s}{\text{ṭ}}\ \text{ها}\ s$$

sâhası 0 ile $\frac{\text{ṭ}}{2}$ arasında mahsûr bulunan:

Sayfa 143

$$\mathrm{bma}^{-\frac{\text{ṭ}}{2}}\ \text{ḥb}\ \frac{2\ \pi\ s}{\text{ṭ}}\ \text{ها}\ s$$

sahasına müsâvi ve yalnız işâretce muhâlif bulunacağından mecmu‘u sıfır olur. Binâenaleyh zevc-i mürettebeden olan h_e emsâlleri de birer birer sıfıra müsâvi olmak lâzım gelir.

Fakat e ferd ise, yukarıki iki saha yekdiğeriyle inzimâm edeceğinden ferd-i mürettebeden olan emsâllerin kıymetleri: (16)

$$h_e = \frac{4}{\text{ṭ}}\ \mathrm{bma}^{\frac{\text{ṭ}}{2}}\ \mathrm{ba}\,(s)\ \text{ḥb}\ \frac{2\ \pi\ s}{\text{ṭ}}\ \text{ها}\ s$$

düsturuyla ta‘yîn olunabilir. Fi’l-hakîka düstûr-u mezkûrede vâki‘ ba (s) ifâdesi, sıfır ile $\frac{\text{ṭ}}{2}$ arasında:

$$a' = \mathrm{ba}\,(s) = \frac{2\,\text{ḥ}}{\text{ṭ}}\ s$$

olmakla[67](·)

$$h_e = \frac{4}{\text{ṭ}}\ \mathrm{bma}^{\overline{2}}\ \frac{2\,\text{ḥ}}{\text{ṭ}}\,s\ \text{ḥb}\ \frac{e\ \pi\ s}{\text{ṭ}}\ \text{ها}\ s$$

veyâ

$$h_e = \frac{8\,\text{ḥ}}{\text{ṭ}^2}\ \mathrm{bma}^{\frac{\text{ṭ}}{2}}\ s\ \text{ḥb}\ \frac{e\ \pi\ s}{\text{ṭ}}\ \text{ها}\ s$$

bulunur.

---

67 (·) b ḥ hattının muâdelesi, emsâl-i zâviyesi $\frac{2\,\text{ḥ}}{\text{ṭ}}$ olmasına binâen:

$$a' = \frac{2\,\text{ḥ}}{\text{ṭ}}\ s$$

dir.

Ve temâmî itmâm-ı bittefrîk usûlüyle itmâm olunur ise:

$$\text{h}_e = \frac{8\,\text{ḥ}}{\text{ṭ}^2}\left[-\frac{\text{ṭ}}{e\,\pi}\,s\,\text{bḥb}\,\frac{e\,\pi\,s}{\text{ṭ}} + \left(\frac{\text{ṭ}}{e\,\pi}\right)^2 \text{ḥb}\,\frac{e\,\pi\,s}{\text{ṭ}}\right]^{\frac{\text{ṭ}}{2}}$$

Sayfa 144

veyâ

$$\text{h}_e = \frac{8\,\text{ḥ}}{\text{ṭ}^2}\left\{-\frac{\text{ṭ}^2}{e\,\pi}\text{bḥb}\,\frac{e\,\pi}{2} + \left(\frac{\text{ṭ}}{e\,\pi}\right)^2 \text{ḥb}\,\frac{e\,\pi}{2}\right\}$$

ve fakat e ferd olduğundan:

$$\text{bḥb}\,\frac{e\,\pi}{2} = 0$$

ve binâberin:

$$\text{h}_e = \frac{8\,\text{ḥ}}{\text{ṭ}^2}\left\{\frac{\text{ṭ}^2}{e^2\,\pi^2}\,\text{ḥb}\,\frac{e\,\pi}{2}\right\} = \frac{8\,\text{ḥ}}{e^2\,\pi^2}\,\text{ḥb}\,\frac{e\,\pi}{2}$$

istihsâl olunur.

Bu halde telin hareketi (14) muâdelesine tevfîkan:

$$a = \frac{8\,\text{ḥ}}{\pi'^2}\left\{\text{ḥb}\,\frac{\pi\,s}{\text{ṭ}}\,\text{bḥb}\,\frac{\pi\,b\,\odot}{\text{ṭ}} - \frac{1}{3^2}\,\text{ḥb}\,\frac{3\,\pi\,s}{\text{ṭ}}\,\text{bḥb}\,\frac{3\,\pi\,b\,s}{\text{ṭ}} + \right.$$

$$\left.\frac{1}{5^2}\,\text{ḥb}\,\frac{6\,\pi\,s}{\text{ṭ}}\,\text{bḥb}\,\frac{5\,\pi\,b\,\odot}{\text{ṭ}}\ldots\right\}\ldots\,..$$

olur ki bu da serî-ül mütekarribe bir silsiledir.

Bu hâl-i husûsda telin ihtizâzından hâsıl olan savt-ı aslî ile müterâfık bulunan esvât-ı müellefenin zevc -i mürettebeden olanları külliyen mefkud ve ferd-i mürettebeden bulunanları da sür‘atle mütenezzil olacağından savt-ı aslî kâffesine galebe eder. İşte Yong (Young) un biltecrübe bulmuş olduğu kânun da bunu îcâb eder.

65) Tenbih: Evtâr-ı mühtezze hakkında bervech-i bâla istihrâc olunan kavânîn-i nazariyye uzun ve kâbil-i inhinâ ve, gâyet kuvvetle gerilmiş, olan teller hakkında câridir. Fakat kısa ve kalın ve az gerilmiş tellerin hakîkat-i halde icrâ eyledikleri ihtizâzâtın adedi, nazarî olarak icrâ edecekeleri ihitizâzâtın adedinden fazladır; bu fazla telin salâbeti (Rigidité) ne kadar ziyâde olur ise o derece de ziyâdedir.

Sayfa 145

66) Kadîb: Gâyet sert olan ve binâberin kâbil-i inhinâ olmayan çubuklara mebhâs-ı savtda bilhassa "kadîyyet" (Verge) nâmı verilir. Sûret-i mutlakada kâbil-i inhinâ teller olmadığı gibi sûret-i kat'iyyede hâiz salâbet çubuklar da mefkuddur. Fakat bu iki cism tasavvurunun tedkîki, nazariyyât noktasından ehemmiyetine ve ameliyyât cihetinden de menfaatine binâen elzemdir.

67) Kadîblerin İhtizâzât-ı Tûlaniyyesi: Bir kadîbin mihverine muvâzî olarak vukua' getirilen hareket-i ihtizâziyye-i tûlaniyenin evvelâ elâstıkî bir sütûn dâhilinde ve bu sütunu teşkîl eden maddeye gayr-ı tâbi' bir surette intişâr ettiği; sâniyen enâbîb-i mutasavvıtanın tâbi' bulunduğu kavânîne tâbi' olduğu ilk def'a erbâb-ı hikmetden Kaladni (Chladni) tarafından isbât edilmiştir [68]. Bir sûretdeki iki ucu serbest bırakılmış veyâhud sâbit kılınmış bir çubuğun tûl-ı ihtizâzı iki tarafı açık bir borudaki ihtizâzatın aynıdir; kezalik bir ucundan sâbit kılınmış, diğer ucu serbest bırakılmış bir çubuğun tûlen ihtizâzı da bir tarafı kapalı bir borudaki ihtizâzâta müşabihtir.

Bu müşâbehetlerden bilistifâ Kaladni 1796 senesinde ecsâm-ı sulbede savtın sür'ati intişârını ta'yîn için diğer bir tarik bulmuştur. Fi'l-hakika aynı ṭ tûlunda bir hevâ borusu

---

[68] Bir kadîbi tûllen ihtizâz ettirmek için, eğer kadîb ma'denî ise, üzerine reçine sürülmüş bir çûha parçasıyla tûllani olarak delik kifâyet eder. Böyle bir çubuk ortasından tutularak delik edildiği halde tüllen ihtizâz edeceğinden serbest olan iki nihâyeti birer batn teşkîl eder ki borularda eczâ-yı ferdiyyenin mihveri kadîbe mütevâziyen olan hareketleri a'zamîdir. Erbâb-ı hikmet-i tabî'iyyeden Savar (Savard) bu hareket-i ihtizâziyyenin vüs'atini ta'yîn etmiş ve bir çubuğun tûllen ihtizâzı esnâsında uzandığı miktârın binlerce kilogramlık bir cerr tahtında uzanacağı miktar râddesinde olduğunu mulastagrab görmüştür. Fi'l-hakîka tûllanî ihtizazdan dolayı çubuktan hâsıl olan uzanma keyfiyyeti ba'zı def'a çubuğun gerilmesini intâc edecek derecede mühimdir: Şâkulen ortasından tutulan ve tûllani olarak delik olunan bir billur çubuğun âlet ucunun mütemâdiyen kurs şeklinde koparak yere düşmesi bu hakîkati isbât eder.

İşte ba'zı def'a pek cüz'i olan ve fakat sûret-i mütemâdiye ve mütenazzımede tekrar eden bir tesîr fevkal'âde 'azîm bir kuvvetin bir def'ada husûle getireceği eseri hâsıl edebilir. Aje (Ager) asma köprüsünü tutan kalın demir hatların, köprü üzerinden geçmekte olan bir küçük müfreze-i askeriyenin muntazaman atdıkları hatvelerin te'siriyle kırıldığı pek meşhûrdur.

ile bir sulb çubuk nazar-ı mütala‘aya alınacak olur ve bunlarda hâsıl olan savt-ı

Sayfa 146

aslîlerin aded-i ihtizâzları nazîr nazîre m, m' ve her birinden savtın sür‘at-i intişârı b, b' ile irâe olunur ise:

$$m = \frac{b}{2ṭ} \qquad m' = \frac{b'}{2ṭ'}$$

olacağından:

$$\frac{m'}{m} = \frac{b'}{b}$$

bulunur. Bundan anlaşılır ki bu iki savtın hâsıl eylediği savtların perdeleri beynendeki nisbet her birinden savtın sür‘ât-i intişârı beynendeki nisbete müsâvîdir. İşte Kaladni bu sûretle sür‘at-i savtın hevâdaki kıymetini ta‘yîne muvaffak olmuştur.

68) Evtârın İhtizâzât-ı Tûlaniyyesi: Teller de, çubuklar gibi tûlen ihtizâz ettirilebilir. Bu halde dâhil-i hisâb edilmesi lâzım gelen kuvvet telin kuvve-i cârresi değil bil‘akis kuvve-i elâstikıyyesidir. Kaladni’nin kânununa tevfîkan tûlen ihtizâz eden bir telden çıkan savt-ı aslînin aded-i ihtizâzı:

$$m = \frac{b}{2ṭ}$$

düstûruyla veyâhud (madde: 32) de

$$b = \sqrt{\frac{ḥ\,he}{v}}$$

kıymeti mahâline konularak:

$$m = \frac{1}{2ṭ}\sqrt{\frac{ḥ\,he}{v}}$$

düstûruyla ta‘yîn olunur. Şimdi bu tel ‘arzan ihtizâz ettirildiği halde hâsıl olan savt-ı aslînin aded-i ihtizâzını ifâde eden (madde:63)

$$m' = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{f\d{h}}{\d{t}\d{k}_1}}$$ [69] (*)

düstûruyla mukâyese olunur ise:

Sayfa 147

$$\frac{m}{m'} = \frac{1\sqrt{\frac{\d{h}\,he}{v}}}{\d{t}\sqrt{\frac{\d{h}\,f}{\d{t}\,\d{k}_1}}}$$

veyâ

$$v = \frac{\d{k}_1}{\d{t}\,\d{h}}$$

olmasına mebnî

$$\frac{m}{m'} = \sqrt{\frac{\d{h}}{f}\,he}$$

bulunur. Fakat $\d{t}$ tûlunda olan bir telin f kuvve-i cârresine taht-ı te’sîrindeki miktâr-ı itâlesi $l\bar{a}$ ile gösterilecek olur ise:

$$l\bar{a} = \frac{f\,\d{t}}{he\,\d{h}}$$

ve binâberin

$$\frac{m}{m'} = \sqrt{\frac{\d{t}}{l\bar{a}}}$$

hâsıl olur ki bu da bir telin ihtizâzât-ı tûlaniyyesinden hâsıl olan savt-ı aslînin ihtizâzât-ı arzâniyyesinden husûle gelen savt-ı aslîden pek çok tiz olduğunu irâe eder.

69)Kadîblerin İhtizâzât-ı Arzâniyesi: Çubukların ihtizâzât-ı arzâniyesi nazariyesini te’sîs Danyal_Bernolli (D. Bernoulli) başlamış ise de nazariyye-i mezkûrenin ikmâli Uler

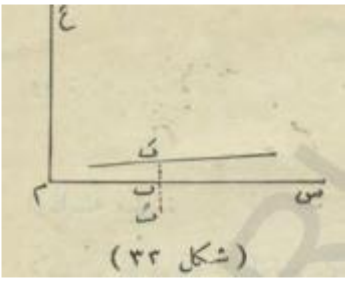
[69] (*) Bu düsturda v yerine $\d{k}_1$ vaz‘ edilmiştir.

(Euler) e müyessir olmuştur. Ma‘mâfih muahharen bu nazariyye Rikati (Ricati), Koşi (Cauchy), Poisson (Poisson) taraflarından asl ve tevsi‘ edilmiştir.

Elâstıkî bir çubuk, tûluna amûden bir kuvvetle eylediği halde bu çubuğun her bir makta‘ kâiminde hâsıl olan kuvvâ-yı elâstikıyye-i tûlaniye hâl-i muvâzenetinde te’sîrât-ı arzâniye ile tevâzün eder ise de hâl-i fa‘âliyyette çubuğun hareketini mûcib olur.

70) Muâdele-i Tefâzuliye: Hâl-i sükûnette bulunan menşûrî bir çubuğun lîf vasatîsinin istikâmeti s mihveri ve bu mihverin bir noktasından, inhinâ-i müstevîsi üzerinde

Sayfa 148



Şekil 33

olmak üzere, ikame olunan amûdîde a mihveri intihâb edelim; ve çubuğun tûluna nazaran diğer iki bu‘dunu küçük farz ile berâber inhinanın da pek cüz’i olduğunu kabul eyleyelim. Bu halde çubuğun her bir makta‘-ı kâime üzerinde bulunan nikatın hareketi bir addolunabileceği gibi çubuğun ihtizâzâtını tetkîk için de lîf vasatîsinin tetkîki kifâyet eder. Bu lîf vasatî üzerinde fâsılası m b olan (şekil 33) noktası lîf-i mezkûrun hâl-i tabîiyyedeki m s istikâmetine amûden gâyet asgâr bir $b' \, b''$ hatt-ı müstakîmi üzerinde raks eder. Bu nokta-i mühtezzenin bir ز zamanındaki tertîbini yani b vaz‘iyyet-i tabî‘iyyesinden miktâr-ı tebâüdünü a ile irâe edelim; ve s ile s + ها s fâsılalarına tevâfuk eden makta‘-ı kaimeler ile tahdîd edilmiş olan menşûr asgâr-ı nâmütenâhiyi tasavvur eyleyelim. Bu asgar-ı nâmütenâhi menşûrun s fâsılasına tevâfuk eden makta‘daki kuvve-i elâstikıyye-i mümâssiye ‘f’ (kayma kuvveti) ve çubuğun makta‘-ı kaimenin sathı ḥ ve çubuğu teşkîl eden maddenin kesâfeti ‘g’ olduğuna göre hareket-i arzâniyenin muâdelesi, mebhâs-ı elâstikıyyette görüldüğü üzere:

$$f-\left(f+\frac{\partial f}{\partial s}\,\partial s\right)=ḥ\,g\,\partial s\,\frac{\partial^2 a}{\partial t^2} \qquad (*)[70]$$

Sayfa 149

veyâhud:

$$\frac{\partial^2 a}{\partial t^2}=-\frac{1}{ḥ\,g}\cdot\frac{\partial f}{\partial s} \qquad (1)$$

dan ibârettir.

Şimdi bu f kuvvetini ta‘yîn için inhinâ-i müstevîsine amûd olmak üzere menşûr-ı asgar-ı nâmütenâhinin merkez sıkletinde mürûr eden bir mihvere nazaran vezniyyetlerini (mumanlarını) nazar-ı itibâra alalım. Evvel f kuvâyı elâstikıyye-i mümâssiyyenin vezniyyetleri mecmu‘u-f ∂ s olduğu gibi s makta‘na âid olan kuvâyı elâstikıyye-i mümâsiyyenin vezniyyeti:

$$\frac{h\,Lb}{d}$$

Veyâ

$$h\,Lb\,\frac{\partial^2 a}{\partial s^2} \qquad (*)[71]$$

ve diğer s + ∂ s makta‘ına âid kuvve-i elâstikıyye-i mümâssiyyenin vezniyyeti de:

[70] (*)Muâdele- i mezkûrenin tarf olunan birinci hadd-i asgâr nâmütenâhi menşûrun ‘s’ makta‘ndaki kuvve-i elâstikıyye-i mümâssiyyeyi ve mu‘terize derûnunda bulunan ikinci haddi s + ∂ s makta‘ındaki kuvve-i elâstikıyye-i mümâssiyeyyi irâe eder ki menşûrun istikâmetine hemân amûden icrâ eylediği hareket-i raksiyyede bu iki kuvvetin beynendeki tefâzulun taht-ı te’sîrinde vukua‘ gelir. Tarf-ı sâni ise bu kuvve-i muharrikenin diğer ifâdesinden ibârettir; ta‘bîr-i âhirle ‘a’ istikâmetinde menşûrun kesb eylediği $\frac{\partial^2 a}{\partial t^2}$ miktâr-ı ta‘cîlinin ḥ g ∂ s miktâr-ı kütlesine hâsıl darbına müsâvidir.

[71] Bu ifâdedeki h miktârı çubuğun emsâli elâstikıyyeti, Lb miktârı da ḥ makta‘ının vezniyyet-i ‘atâleti (moment d’inertie) dir. ‘d’ miktarına gelince bu da lif vasatının s noktasındaki nısfı kutr-i inhinâsıdır ki bunun ‘aksi $\frac{\partial^2 a}{\partial s^2}$ tefâzuliyyesinin müsâvi gibi kabûl olunabilir.

$$h L b \left(\frac{\partial^2 a}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial s^2} \partial s\right)$$

olduğundan her ikisine âid olan vezniyyetler mecmu‘u:

$$h L b \frac{\partial^2 a}{\partial s^2} - h l b \left(\frac{\partial^2 a}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial s^2} \partial s\right) = -h L b \frac{\partial^2 a}{\partial s^2} \partial s$$

olacağından vezniyyetler da‘vâsı mûcibince:

Sayfa 150

$$- f \partial s = -h L b \frac{\partial^2 a}{\partial s^2} \partial s$$

veyâhud

$$f = h L b \frac{\partial^2 a}{\partial s^2} \qquad (2)$$

bulunur ki bu da <mukavemet-i ecsâm>nazariyyesindeki da‘vâyı esâsiyye muâdelesinden başka bir şey değildir.

İşte bu kıymet (1) muâdelesinden mahâline vaz‘ olunur ise:

$$\frac{\partial^2 a}{\partial \odot^2} = -\frac{h L b}{\text{ḥ} g} \frac{\partial^4 a}{\partial s^4}$$

veyâhud ihtizâzâtı-ı tûlaniyyenin sür‘at-i intişârı:

$$b = \sqrt{\frac{he}{g}}$$

olduğu gibi ḥ makta‘nın, merkez sıkletinde inhinâ-i müstevîsine amûden resm olunan bir mihver etrafındaki nısf-ı kutr-ı cevelâni de r ile gösterildiğine göre:

$$r = \sqrt{\frac{Lb}{\text{ḥ}}}$$

bulunduğundan bunlar da mahallerine konulduğu halde muâdele-i ahîre:

$$\frac{d^2 a}{d \odot^2} = b^2 r^2 \frac{d^4 a}{d s^4}$$

veyâ

$$\frac{d^2 a}{d \odot^2} + b^2 r^2 \frac{d^4 a}{d s^4} = 0 \qquad (3)$$

Sayfa 151

şeklini kesb eder. İşte müsta‘razen ihtizâz eden bir çubuğun muâdele-i hareketi bundan ibârettir.

71) Muâdeleye Tevâfuk Eden Hareket-i Raksiye: Şimdi vüs‘ati ṣ gibi mütehavvil olan bir hareket-i raksiyyenin bu muâdileye tevâfuk edip etmeyeceğini taharrî edelim. Bunun için de çubuğun tûlu ṭ v ḥ ta‘yîni matlube bir aded olmak üzere:

$$a = \text{ṣ}\ \text{bḥb}\left(\frac{b r}{\text{ṭ}^2}\ \text{ḥ}^2 \odot + ne\right) \qquad (4)$$

vaz‘ edelim. Bu kıymet (3) muâdelesinde mahâline konulur ise:

$$\frac{d\ \text{ṣ}^4}{d\ s^4} = \left(\frac{\text{ḥ}}{h}\right)^4 \text{ṣ} \qquad (5)$$

bulunur.

Eğer e + 1 adedinin dördüncü kuvvetten cezrlerini teşkîl eden + 1, -1, + $\sqrt{-1}$, - $\sqrt{-1}$ adedlerinden birini göstermek üzere:

$$\text{ṣ} = y^{e \frac{\text{ḥ} s}{\text{ṭ}}}$$

ifâdesi (5) muadelesinin bir sûret-i hâlini ‘itâ eder ise bütün sûret-i haller:

$$\text{ṣ} = k_3\ \text{bḥb}\ \text{ḥ}\frac{s}{\text{ṭ}} + k_2\ \text{ḥb}\ \text{ḥ}\frac{s}{\text{ṭ}} + k_1 y^{\frac{\text{ḥ} s}{\text{ṭ}}} + k_4\ y^{\frac{\text{ḥ} \text{ṣ}}{\text{ṭ}}} \qquad (6)$$

veyâhud ceyb ve tamâm-ı ceyb kat‘-ı zâidî idhâl olunduğuna ve $\frac{\text{ḥ z}}{\text{ṭ}} = \text{s}$ ile gösterildiğine göre:

$$\text{ṣ} = \text{b}_1\,(\text{bḥb s}' + \text{bḥbe s}') + \text{b}_2\,(\text{bḥb s}' - \text{bḥbe s}') + \text{b}_3\,(\text{ḥb s}' + \text{ḥbe s}')$$
$$+\,\text{b}_n\,(\text{ḥb s}' - \text{ḥbe s}') \quad {}^{72}(*) \qquad (7)$$

muâdelesinden istihrâc olunabilir.

Sayfa 152

İşte ṣ mütehavvilinin bu ifâdesinde dört miktâr-ı sâbit vardır ki bunlar çubuğun her ucuna âid iki şart-ı ibtidâi ile ta‘yîn olunur.

76) Birinci Hâl: Çubuğun her iki Ucunun Serbest Bırakılması: Bu halde çubuğun serbest olan makta‘ında $\frac{\text{hLb}}{\text{v}}$ vezniyyeti elâstikıyyeti dâima sıfıra müsâvi bulunacağı gibi f kâime kuvveti de sıfır olur. Binâberin her an:

$$\frac{\text{لم}^{z}\,a}{\text{لم}\,z^{z}} = 0 \qquad\qquad \frac{\text{لم}^{8}\,a}{\text{لم}\,z^{8}} = 0$$

bulunur. İşte evvelâ s = 0 kıymeti için:

$$\frac{\text{لم}^{z}\,\text{ṣ}}{\text{لم}\,z^{z}} = 0 \qquad\qquad \frac{\text{لم}^{8}\,\text{ṣ}}{\text{لم}\,z^{8}} = 0$$

---

[72] (*) Kat’-ı zâidî denilen ceybler ile tamâm-ı ceybleri âdi ceybler ile tamâm-ı ceyblerden tefrîk için evvelkiler hbe , bhbe İşâretleriyle gösterilmiştir ki bunlar âdetâ:

$$\text{bḥbe s} = \frac{1}{2}\,(\text{y}^{\text{s}} + \text{y}^{-\text{s}})$$

$$\text{ḥye s} = \frac{1}{2}\,(\text{y}^{\text{s}} - \text{y}^{-\text{s}})$$

münasebetleriyle ta‘rîf olunan tevâbi‘-i âsiyeden başka bir şey değildir. Şu iki münâsebeti ahîreden ise:

$$\text{bḥbe}^2\,\text{s} - \text{ḥbe}^2\,\text{s} = 1$$

istihrâc olunur.

olacağından ve bu da $b_2 = 0$, $b_4 = 0$ olmasını intâc eyleyeceğinden (3) muâdelesi bu hâl-i husûsiyyede:

$$ṣ = b_1 \,(\text{bḥb } s' + \text{bḥbe } s') + b_2 \,(\text{ḥb } s' + \text{ḥbe } s') \qquad (8)$$

şekline müncerr olur.

Sâniyen: $s = ṭ$ veyâ $s' = ḥ$ kıymeti için:

$$\frac{\text{له}^2 ṣ}{\text{له}\, s^2} = 0 \qquad\qquad \frac{\text{له}^3 ṣ}{\text{له}\, s^3} = 0$$

olması îcâb ettiğinden (8) muâdelesinin s' mütehavviline nazaran ikinci ve üçüncü müştâkları alınacak olur ise:

$$\frac{\text{له}^2 ṣ}{\text{له}\, s^2} = b_1 \,(-\,\text{bḥb } s' + \text{bḥbe } s') + b_3 \,(-\,\text{ḥb } s' + \text{ḥbe } s')$$

$$\frac{\text{له}^3 ṣ}{\text{له}\, s^3} = b_1 \,(\text{ḥb } s' + \text{ḥbe } s') + b_3 \,(-\,\text{bḥb } s' + \text{bḥbe } s')$$

ve s' yerine ḥ vaz‘ edilir ise:

Sayfa 153

$$\begin{bmatrix} b_1 \,(-\,\text{bḥb ḥ} + \text{bḥbe ḥ}) + b_3 \,(-\,\text{ḥb ḥ} + \text{ḥbe ḥ}) = 0 \\ b_1 \,(\text{ḥb ḥ} + \text{ḥbe ḥ}) + b_3 \,(-\,\text{bḥb ḥ} + \text{bḥbe ḥ}) = 0 \end{bmatrix} \qquad (9)$$

istihsâl olunur.

Halbuki bu iki muâdelenin yekdiğeri ile kâbil-i te’lîf olması için mutlaka:

$$(\text{bḥbe ḥ} - \text{bḥb ḥ})^2 = \text{ḥbe}^2\,\text{ḥ} - \text{ḥb}^2\,\text{ḥ}$$

veyâhud

$$\text{bḥbe ḥ bḥbe ḥ} = 1 \qquad (10)$$

bulunması lâzımdır. İşte bu hâl-i husûsiyede mes’eleye tevâfuk eden ḥ miktâr-ı sâbitini Poeston (10) münâsebeti vâsıtasıyla tayîn etmiştir. Yukarıdaki (10) mâadele-i şartiyesi tahakkuk ettiği halde (9) muâdelelerinden her biri $\frac{\text{b}_2}{\text{b}_1}$ nisbeti için aynı kıymeti ‘itâ edeceğinden bu kıymet ṣ mütehavvilinin (8) ifâdesinde mahâline konulacak olur ise, ḫ gibi bir miktâr-ı sâbit kadar fark ile:

$$\text{ṣ} = (\text{bḥb ḥ} - \text{bḥbe ḥ})\left(\text{bḥb}\,\frac{\text{ḥ s}}{\text{ṭ}} + \text{bḥbe}\,\frac{\text{ḥ s}}{\text{ṭ}}\right) + (\text{ḥb ḥ} + \text{ḥbe ḥ})$$

$$\times\,(\text{ḥb}\,\frac{\text{ḥ s}}{\text{ṭ}} + \text{ḥbe}\,\frac{\text{ḥ s}}{\text{ṭ}})$$

kıymeti istihsâl olunur.

ṣ mütehavvilinin bu kıymeti için:

$$\text{a} = \text{ḥ ṣ bḥb}\,(\frac{\text{b r}}{\text{ṭ}^2}\,\text{ḥ}^2\,\odot + \text{ne}) \qquad (11)$$

olacağı cihetle böyle bir hareket-i raksiyyenin sâniye-i vâhidedeki aded-i ihtizâzı da bittab‘ [73]

Sayfa 154

$$\text{m} = \frac{\text{b r}}{2\,\pi\,\text{ṭ}^2}\,\text{ḥ}^2$$

dan ibâret bulunur; ve bundan da bervech-i âti kavânîn istihrâc olunur:

---

[73] Bu ifâde

$$\text{a} = \text{ḳ bḥb}\; 2\,\pi\,\frac{\odot}{\text{n}}$$

ile gösterilen bir hareket-i ihtizâziyye muâdelesiyle mukâbele edilince:

$$2\,\pi\,\frac{\odot}{\text{n}} = \frac{\text{b r}}{\text{ṭ}^2}\,\text{ḥ}^2\,\odot$$

veyâ $$\text{m} = \frac{1}{\text{n}} = \frac{\text{b r ḥ}^2}{2\,\pi\,\text{ṭ}^2}$$

bulunur.

Evvelâ her iki ucu serbest olan bir çubuk müsta‘razan ihtizâz ettirildiği halde bir sıra esvât-ı husûle getirir ki bu esvâtın aded-i ihtizâzları beynindeki nisbet (10) muâdelesiyle ta‘yîn olunan ḫ adedinin ahz edeceği kıymetlerin murabba‘ları beynendeki nisbete müsâvîdir.

Muâdele-i ahîreye tevâfuk edecek surette ḫ miktarına verilecek olan kıymetler:

$$\frac{\pi}{2}(3{,}011), \qquad \frac{\pi}{2}5, \qquad \frac{\pi}{2}7 \quad \ldots \quad \frac{\pi}{2}(2k+1)$$

dan ibârettir.

Binâberin böyle bir çubuktan hâsıl olan esvâtın adedi ferd-i mürettebeden ‘âdâd -ı mütevâliyyenin murabba‘larına pek karîbdir. Ta‘bîr-i âharla savt tizlendikçe aded-i ihtizâzı da:

$$m = \frac{\pi}{2}\,\frac{b\,r}{ṭ^2}\cdot\frac{(2k+1)^2}{4} \qquad (13)$$

ifâdesine takarrüb eder.

Sâniyen bu esvâtdan biri, çubuğun tûlunun murabba‘ıyla ma‘kûsen ve nısf-ı kutr cevelâni (ve binâenaleyh çubuğun kalınlığını veya kutrı) ve ihtizâzât- tûllaniyenin sür‘ati-i intişârı ile mebsûten mütenâsibdir [74] (*).

Sâlisen ukde noktaları $s = 0$ kıymetine tevâfuk eder; ve çubuktan çıkan savt kâfi derecede tiz olduğu halde birbirini müteâkib iki ukde beyneni takrîb eden mesâfe:

$$\Delta = \frac{2\,ṭ}{2\,k+1} \qquad (14)$$

ifâdesine takarrüb eder.

73) İkinci Hâl: Çubuğun İki Ucunun Sabit Kılınmış Olması: Çubuğun uclarından her birinin sâbit olması:

[74] (*) Çubuğun arzına gayr-ı tâbi‘dir.

$$a = 0 \qquad \frac{\text{له}\, a}{\text{له}\, s} = 0$$

Sayfa 155

gibi iki şart ile tahdîd olunur. Halbuki çubuğun iki ucu serbest bulunduğu takdirde

$$\frac{\text{له}^{2} a}{\text{له}\, s^{2}} = 0 \qquad \frac{\text{له}^{3} a}{\text{له}\, s^{3}} = 0$$

olacağından bu hâl bundan evvelki hâle ircâ‘ edilmiş demek olur. Binâenaleyh:

$$\text{bḥbe ḥ bḥbe ḥ} = 1$$

muâdelesi ḫ adedinin kıymetlerini tanzÎm edeceği gibi bu kıymetlerin murabba‘ları da çubuğun şu ikinci halde ‘itâ eyleceği esvâtın aded-i ihtizâzatını ta‘yîne hidmet eder. Tâbir-i âharla savt-ı aslîden sarf-ı nazarla diğerleri:

$$m = \frac{\pi}{2} \frac{b\, r}{ṭ^{2}} \frac{(2\,k + 1)^{2}}{4}$$

düstûruna tevâfuk edeceği gibi çubuğun ortasına doğru iki müteâkıb ukde arasındaki mesâfe de:

$$\Delta = \frac{2\, ṭ^{2}}{2\, k+1} \qquad (15)$$

ifâdesine takarrüb eyler.

74) Üçüncü Hâl: Çubuğun bir ucunun serbest diğer ucunun sâbit olması: Bu halde b_1, b_2 emsâlleri sıfır olacağı cihetle ṣ mütehavvili de:

$$ṣ = (\text{bḥb ḥ} + \text{bḥbe ḥ})\left(\text{bḥb}\, \frac{ḥ\, s}{ṭ} - \text{bḥbe}\, \frac{ḥ\, s}{ṭ}\right) + (\text{ḥb ḥ} - \text{ḥbe ḥ})(\text{ḥb}\, \frac{ḥ\, s}{ṭ} - \text{ḥbe}\, \frac{ḥ\, s}{ṭ}$$

şeklini kesb eder; ve a da yine:

$$a = \text{ḥ ṣ bḥb}\, (\frac{b\, r}{ṭ^{2}}\, ḥ^{2}\, \text{☉} + \text{ne})$$

gibi bir hareket-i raksiyye-i müellefeyi irâe eyler. Ancak bu halde de:

bḥb ḥ bḥbe ḥ $= -1$

olacağından ve buna tevâfuk eden cezrler de:

$$\frac{\pi}{2}(1{,}194), \qquad \frac{\pi}{2}(2{,}989), \qquad \frac{\pi}{2}\,5, \qquad \frac{\pi}{2}\,7\ldots \qquad \frac{\pi}{2}(2\,k+1)$$

Sayfa 156

dan ibâret bulunduğundan çubuktan hâsıl olan esvâtın, iki evvelkisinden mâ'dâsının, aded-i ihtizâzları:

$$m = \frac{\pi}{2}\frac{b\,r}{\underset{.}{t}^2}\cdot\frac{(2\,k+1)^2}{4}$$

ifâdesine tevâfuk eder.

Ukdelere gelince bunlar da çubuğun ortasına doğru:

$$\Delta = \frac{2\,\underset{.}{t}}{2\,k+1}$$

kânununa muvâfıktır.

75) Dördüncü Hâl: Bir ucu serbest bırakılmış diğer ucu istinâd ettirilmiş olması: Bu hâl-i husûsîde çubuğun iki ucu serbest, fakat nısf-ı tûlda, bir çubuk gibi ihtizâz eder ki bunu da vasatına tamâmen bir ukde tesâdüf eyler.

76) Beşinci Hâl: Bir ucu sâbit kılınmış diğer ucu istinâd ettirilmiş olması: Bu halde dahi çubuk iki ucu sâbit kılınmış, nısf-ı tûlda, bir çubuk gibi ihtizâz eyler v vasatına ise bir ukde tesâdüf eder.

77) Altıncı Hâl: İki ucunun istinâd ettirilmiş olması: Çubuğun her iki ucunun istinâd etmiş olmasının şerâit-i riyâziyyesi:

$$a = 0 \qquad \frac{d^2 a}{d s^2} = 0$$

olması ve son makta'da vezniyyet-i elâstikiyyetinin sıfıra müsâvi bulunmasıdır. İşte o halde:

olacağı gibi $b_1 = 0$ $b_2 = 0$ $b_3 - b_4 = 0$ $ḥb\ ḥ = 0$

bulunacağından mes’eleye tevâfuk eden yegâne sûret-i hâl (Elur)un bulmuş olduğu:

$$a = ḥ\ ḥb \frac{k \pi s}{ṭ}\ bḥb \left(\frac{k^2 \pi^2 b r}{ṭ^2} \ \circledcirc\ - ne\right)$$

ifâdesinden ibârettir.

Sayfa 157

Binâenaleyh bu hâl-i husûsiyede çubuk adetâ bir tel gibi k aded-i kıt‘aya tefrîk edilmiş olur ki her bir kıt‘a bir nisbet-i hâdîye üzerinde yani bil-ittihâd ihtizâz eder. Bu kısımlarda her birinin tûlu Δ gösterilir ise:

$$\Delta = \frac{ṭ}{k}$$

olur; fakat husûle gelen esvâtın sûret-i tevâlisi artık evvelki kânunlara tevâfuk etmez. Şöyle ki: esvât-ı mezkûrenin aded-i ihtizâzları ‘adâd sahîh-i mütevâliye üzere tezâyüdü:

$$m = \frac{\pi}{2} \frac{b r}{ṭ^2} k^2$$

düstûruna tevâfuk eder. Bu ifâdede k^2 yerine:

$$k^2 = \frac{ṭ^2}{\Delta^2}$$

kıymet-i konulur ise:

$$m = \frac{\pi}{2} \frac{b r}{\Delta^2}$$

istihsâl edilir ki bu da, Lisajo (Lissajou) nun bulmuş olduğu bervech-i âti kanûn-ı tecrübîden ibârettir.

<Her iki ukde arasında bulunan çubuk kat‘ası iki ucu istinâd ettirilmiş olan asl çubuk gibi ihtizâz eder ve sâniye-i vâhidedeki aded-i ihtizâzı, şerâit-i mütesâviye tahtında, Δ bu‘dunun murabba‘ıyla ma‘kûsen mütenâsib olarak tahavvül eyler.>

İşte hâlât-ı sitte-i muhtelifeye göre istihsâl olunan bu netâyic-i nazireye Poesson ile Savar, Kaladi, Leysajo ve Merkâdi (Mercadier) kâfi derecede bittecrübe tahkik eylemişlerdir. Mühtezze çubukların mûsıkîde başlıca mahal-i tatbîki ise diyapazondur.

78) Diyapazon: Latin hurûfundan U harfi şeklinde çelikten mamûl ve bir sandukce-i tınnetine üzerine sâbit kılınmış bir alettir; ta‘bîr-i diğerle diyapazon birer ucları sâbit kılınmış, diğerleri serbest bırakılmış iki demir çubuktan mürekkebdir. Bunların ihtizâzât-ı

Sayfa 158

arzâniyyesinden hâsıl olan esvât (madde: 76) mûcibince çubukların ihtizâzât-ı müstevîsine amûd bulunan arzlarına tâb‘ değil, yalnız ‘e’ sihanıyla mebsûten ve ṭ tûlunun murabba‘ıyla ma‘kûsen mütenâsibdir. Binâberin esvât-ı mezkûrenin aded-i ihtizâzı, k bir aded-i sahîh olmak üzere:

$$m = k\,\frac{e}{ṭ^2}$$

ile ifâde olunabilir.

Mebhâs-ı savta hâtme çekmeden evvel zarlar ile ince levhaların ihtizâzına dâir de birkaç söz söylemek îcâb eder.

79) Zârların ihtizâzı: Mebhâs-ı savt nokta-i nazarından sulb ve son derecede ince sûret-i mükemmelede kâbil-i inhinâ ve her cihetten gerilmiş safihalara <zâr> ta‘bîr olunur. Birçok erbâb-ı hikmet tarafından muhîti üzerine sâbit kılınmış zârların ihtizâzât-ı arzâniyyesine gerek nazarî gerek amelî olarak tedkik edilmiştir. Fi’l-hakika ilk def a 1787 senesinde meşâhir-i riyaziyyundan Elur (Euler) tamburalara dâir yazmış olduğu bir muhtırada [75] böyle bir levha-i mühtezzeyi fevkalâde elâstkî ve yekdiğerini kâimen kat‘ eden elyâfdan mürekkeb gibi farz ve kabûl ederek hareket-i ihtizâziyyenin muâdelesini istihsâl eylemiştir. Muahhiren 1869 târihinde Poesson (Poisson) sûret-i kat‘iyyede olarak:

$$\frac{\partial^2 te}{\partial \theta^2} = \frac{f}{g}\left[\frac{\partial^2 te}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 te}{\partial a^2}\right]$$

[75] Evvelce evtâr-ı mühtezze hakkında icrâ olunan muhâkemât-ı müşâbih bir muhakeme-i fikriyye iânesiyle ve <tütür(?).> ün mürekkeb şâkulesinin ma‘lûm olması delâletiyle muâdile-i mezkûre doğrudan doğruya dahi istihsâl olunabilir. (Tafsilâtı için Fransa encümen-i daniş muhtıralarının 1829 senesinde neşr olunan sekizinci cildine mürâcaat oluna.

düstûrunu bilisbât ‘itâ etmiştir. Bu düstûrda vaki‘ ṭe evvel-emirde müstevî farz olunan zarın sathı üzerinde, üç mihveri kaime nazaran kemiyyât-ı vaz‘iyyesi (s, a, 0) olan bir noktanın müstevîye kâimen asgâr-ı nâmütenâhi tebdîl mevzu‘ miktârını ve f vâhid-i tûla âid <tütüy(?)> velhâsıl k de zarın vâhid-i sathına âid olan kütlesini irâe eder.

Sayfa 159

Vakıa‘ Poessun mustatîl şeklinde olan zarlara dâir bilcümle mesâil etmiş ise de müdevvir zarlarda yalnız nısf-ı kutr istikâmetince olan ihtizâzâtı nazar-ı mütâlaaya almakla iktifâ eylemiştir. Bunun üzerine Kirkof (Kirchhoff) 1850 senesinde safyehât-ı müdevvire mes’elesinin yeniden tedkik etmiş ve Kelbiş (Clebche) ecsâm-ı sulbenin elâstikiyeti nazariyesine dâir yazmış olduğu eserde bu meseleyi kâmilen hâl ve fasıl eylemiştir..Muahhiren Fransa erbâb-ı hikmet-i riyâziyyesinden Matyu (Mathieu) 1868’de beyzî veya kat‘-ı nâkıs şeklinde bulunan zarların muâdele-i harekâtını bulmuştur.

80) Levhaların İhtizâzı: Camdan veya madenden ma‘mûl levhalara gelince bunların kenarlarına bir keman yayı sürüldüğü ve bir noktalarına parmak ile basıldığı halde nâ-mahdûd surette esvât-ı mürekkebe istihsâl olunabilir. Şu keyfiyyet bu nev‘ ecsâmın ihtizâzâtı ne derecede müşevveş olduğunu îmâ eder. İşte evvel-emirde erbâb-ı hikmet-i tabîiyyeden Kaladni (Chladni) böyle bir levha üzerine gâyet ince bir tabaka kum dökerek bervech-i meşrûh levhâyı ihtizâz ettirdiği halde hâsıl olan esvât-ı muhtelifeye göre kum tabakasının levha üzerinde bir takım eşkâl-i muntazama ve mütenevvi‘a kesb ettiğini görmüştür.

Bizzat bu tecrübede hâzır bulunarak <eşkâl-i savtiyye> denilen bu eşkâlin bir sûret-i mütemâdiyede teressüm ve tenevvü‘nü gören büyük Napolyon bu hâdise-i garîbenin nazariyesini encümen-i dâniş ma‘rifetiyle mevki‘-i müsâbakaya koymuştur. Vâkıâ 1810 senesinde Sofi- Jermen (Sophie Germain) mes’eleyi hâle kıyâm eylemiş ise de ikmâle muvâfık olamamış ve fakat bulmuş olduğu usûl-ü vâsıta ile Lagranj (Lagrange) bervechi âti:

$$\frac{\partial^4 te}{\partial s^4} + 2\frac{\partial^4 te}{\partial ş^2 \, \partial a^2} + \frac{\partial^4 te}{\partial a^4} = ba\,(s, a)$$

muâdelesine dest-res olmuştur. Bu muâdele ṭe levhanın mürekkeb farz olunduğu varakalardan varaka-i vâsatiyyenin şâkulen olan tebeddül mevzu‘nu irâe eder. Ancak Lagranj bu muâdeleyi neşr etmemiş ve 1813 senesinde evrâk-ı metrûkesi meyânında bilâ-isbât bulunmuş olduğundan muâdele-i mezkûrenin isbâtı bil-âhire birçok riyâziyyûnu meşgûl etmiştir. Ma‘etteessüf bu bâbda evvel

Sayfa 160

emirde Poesun (1813), ba‘de Poesun ile Koşi (Cauchy) (1829), ve daha sonra Kirkof (Kirchkoff) ve Gehring (Gehring) (1852) ve Kalbiş (Cleboch) (1862) ve ahîren Bosinin (Boussinesq) (1779-1870) taraflarından sarf olunan mesâi semeresiz kalmıştır.

Vâkıâ‘ bu riyâziyyunun hiçbiri muâdelenin sıhhatinden şübhe etmemiş ise de levhânın kenarlarına âid olan şerâit-i riyâziyye hakkında Poessun, Kirkof, Matyu meyânında münâkaşât-ı şedîde vuku‘a gelmiş, ve nihâyet Kirkof kâffesine galebe çalmıştır.

Levhâ-i ma‘denîlerin bu sûretle pek mütenevvi‘ sûrette ihtizâz edebilmeleri telefonlarda bir büyük mahzuru dâidir. Gerçi bu keyfiyyet telefonlarda bazı esvâtı teşdîd ve takviye eder ise de sadânın perdesini de tagayyür eder.

Telefonlardaki levhâ-i hadîdiyyenin her nev‘ savtı nakl eylemesi zannolunduğu gibi bu hâssasına mebnî değildir; bil’akis sirâyet ihtizâz sebebiyle <tınnet-i umûmî> ye müsâid bulunmasından mütevelliddir. İşte Şikagolu Doktor Rodes (Rodes) in a‘sâb-ı sem‘iyyesi pek ma‘lûl olmayan sağırlar için îcad etmiş olduğu, Japonya yelpazesine müşâbih, sertleştirilmiş kauçuktan ma‘mûl “lodifon” denilen aletin kâffe-i esvâtı demir vâsıtasıyla kulağa îsâl etmesi de yine sirâyet-i umûmiye hassasına mebnîdir.

SONUÇ

Salih Zeki Bey matematikçi ve fizikçi olmasının yanı sıra farklı bilim dallarına yaptığı katkılarla Türk bilim tarihinin öncü isimlerinden biri sayılmaktadır. Döneminde Rauf Yekta Bey'in mûsikî nazariyesi alanında yaptığı çalışmalara katkılar sağlamıştır. Ayrıca müzik teorisi hakkında oluşan fikir ayrılıklarında, Rauf Yekta Bey'in fikirlerine başvurduğu bir isim olarak da karşımıza çıkmaktadır.

Müziğimizin fizik alanına katkıları olan Salih Zeki Bey'in, Darülfünûnda hocalığı döneminde derslerde okutulması için kaleme aldığı Mebhâs-ı Savt, modern akustik anlamında döneminde yazılmış ilk eser olma özelliği taşımaktadır. Ayrıca Salih Zeki'nin, bilhassa uzman bir fizikçi ve matematikçi sıfatıyla, konuyu ele alması bakımından ayrı bir öneme sahiptir.

Salih Zeki Bey son derece önemli bir isim olmasına rağmen üzerinde hakettiği miktarda çalışma yapılmamıştır, bu eseriyle onun bilinmeyen bir tarafı daha ortaya çıkarılmıştır. Ayrıca bu çalışma günümüz sistemiyle 19. yüzyıl arasında mukayese farkı da sunmaktadır.

Eser içinde yabancı literatürden de istifade edilerek bu alandaki öncü isimlerin, Newton, Laplos, Dalamber, Delezenne, Cornu, Mercadieri, Helmholtz, Regnault, Poisson, Maraldi, D.Cassini, Huyghens, Picard, Roomer, Flamstead, Halley, Roomer, Derhem Lakay gibi, teorilerine de yer verilmiştir. Eser içinde ilgili alanın önemli simaları isimleriyle yer almış, eser ismi örneğine ise çok az yer verilmiştir.

Eserde Doğu ve Batı mûsikîsi adına verilen bilgiler o dönemde kullanılan mûsikî aralıklarının anlaşılması açısından önemlidir. Doğu ve Batı mûsikîsi ele alınırken aynı zamanda bu mûsikîlerin temeldeki farklılıkları da ortaya konulmuştur.

Eserde daha çok Batı mûsikîsi üzerinde durulmuş ve Batı musikisinin temeldeki farklılıkları ifade edilerek pek çok yönde Doğu mûsikîsinden ileri düzeyde olduğu vurgulanmıştır. Batının kullandığı ahenklerin bizde bilinmediğini ve Batı mûsikîsinin bu nedenle sahip olduğu büyüklüğü kazandığını belirtmiştir. Burada Osmanlıda Batılaşmanın hem mûsikî alanında hem de o dönemin aydın simalarından olan Salih Zeki üzerindeki tezahürü görülmektedir.

Müellif Doğu mûsikîsi için ise birtakım problemlere dikkat çekmiştir. Özellikle o dönemde kullanılan dizilerin çok çeşitlendiğini ve makamların yüzü geçkin olduğunu belirten müellif, makamların çoğalmasının Doğu mûsikîsi için bir sakınca olduğunu söylemiştir. Bu hususun düzeltilmesinin ise mûsikîşinâslara ait bir vazife olduğunu dile getirmiştir.

Eserde müellifin üzerinde durduğu bazı konularda günümüz nazariyesinden farklılıklar olduğu görülmüştür. Salih Zeki Bey'in Osmanlı'da kullanılan makam dizileri olarak verdiği diziler, döneminin anlayışına uygun olarak sekizli olarak düşünülüp ele alınmıştır. Günümüzde ise, Arel- Ezgi sisteminde kullanılan şekliyle, dörtlü ve beşliler vardır. Müellif bu konuyla ilgili olarak daha önce bunların dörtlü ve beşli olarak ele alındığını fakat o gün için artık bunun unutulduğunu ve kullanılmadığını belirtmiştir.

Müellifin verdiği dizilerdeki perde isimleri günümüzdekilerle farklılıklar göstermektedir. Perdelerden bazılarının, Hicaz- Uzzal veya Hicaz-Saba gibi, birbirinin yerine kullanıldığı görülmüştür. Müellif bazı perdelerin isimleri belli olamadığını, bazılarının da ismi hususunda mûsikîşinâslarca fikir ayrılıkları olduğunu belirtmiştir.

Bu çalışma Salih Zeki Bey'in mûsiki nazariyesi alanına katkılarının anlaşılması ve ayrıca Osmanlıcadan günümüz Türkçe'sine aktarılmamış olması sebebiyle istifâde edilemeyen eserlerin, tanıtılması ve üzerinde çalışılması açısından bir örnek teşkil etmektedir.

Doğu ve Batı mûsikîsine bakış ve bu konuda yapılan açıklamalar, dönemin mûsikî anlayaşının anlaşılabilmesi açısından önemlidir. Bu eser özelinde benzer eserlerin incelenmesi bir mûsikî terminolojisi oluşturulması açısından da kayda değer bir bilgi birikimi kazandıracaktır.

SÖZLÜK

A

Amûden: Dik olarak, boyuna

Asgâr: (Daha , pek, çok en) küçük

Arzâni: Enine olarak

B

Baîd: Uzak, ırak

Batâet: Yavaşlık, ağırlık, ağır davranma

C

Cem‘: Toplama, yığma gr. çoğul

Ceyb: 1)geo.Sinüs 2) Cep

Cüz' : Kısım, parça, bölük Cüz'-i ferd: Atom

D

Düstûr: Kanun ,kaide , kural

E

Ecsam: Gövdeler, bedenler ecsâm-ı semâviyye: coğr. Gök cisimleri

Eczâ' : Parçalar, kısımlar

Ehram: Tepeleri ortak bir noktada bulunan, tabanları da herhangi bir poligonun birrer kenarından ibâret olan bir takım *üçgenlerden meydana gelmiş şekil

Endâht: Atma, atış; atılma

Esâmi: Namlar, adlar

Evtar: Yaya gerilmiş ipler, kirişler , teller

F

Fâsılâ: Aralık, ara

G

Gayrı mahdûd: Hudutsuz, uçsuz, sınırsız

H

Hâiz: Mâlik, sâhip; taşıyan

Harûrî: Harârete mensup, harâretle ilgili

Hâvi: İhtivâ eden, içine alan, şâmil, kaplayan, toplayan

Hendesi: Geometrik , geometri ile ilgili

İ

İbtidâî : İlk ile ilgili, ilke mensup, ilk derecede

İcrâ: Akıtma , akıtılma 2) Yapma , yerine getirme

İfrâğ: 1)Kalıba dökme 2)Şekillendirme 3) biy. *boşaltım

İfrâz: Bir bütünden bir parça ayırma; ayırma; ayrılma

İhtizâz : Titreme , deprenme

İnhiraf: Dönme, fiz. Sapma

İnikas: fiz. Aksetme, bir yere çarpıp geri dönme, yansıma

İntişar: Neşrolunma, yayılma , dağılma, fiz. Ayrılma , kim. Dağılım

İrca: Eski haline çevirme, çevrilme

İstidlâl: Bir delile dayanarak bir netîce çıkarma, ayartmaya çalışma

İstihsal: Hâsıl etme, meydana getirme, üretme

İntihâb: 1)Seçme, seçilme 2) Seçim

İrâe: Gösterme, tayin etme

İstihrâc: Çıkarma, çıkarılma

İstihsâl: Hâsıl etme, meydana getirme, üretme

K

Kadîm: Eski

Kâffe: Hep, bütün, cümle

Karîb: Yakın, yakın olan, uzak olmayan; soyca yakın

Katı nakıs: geo. Elips

Kavânîn: Kanunlar

Kemmiyet: 1)Sayı 2)Nicelik

Kesâfet: 1)Sıklık, tokluk 2) fiz. Kalabalık, koyuluk, kalınlık, yoğunluk

Kezâlik: Kezâ, bu; bu da öyle

Kıymet-i mutlaka: mat. Mutlak değer

Kutr: Yan, taraf, bölük mat. *köşegen, çap

Kuvve: Kuvvet, güç Kuvve-i elâstikıyye: fiz. Esnek kuvvet

L

Lâ-aletta'yin: Ayırdetmeksizin, rastgele, gelişigüzel

Lîf : Tel

M

Maâkîs: Ters şeyler

Mahdûd: 1) Tahdîd edilmiş, sınırlanmış 2) Sınırlı 3) Belirli

Mahrec: Hurûcedeceki, dışarı çıkacak, çıkılacak kapı mat. *Payda, âdî kesirde çizginin altındaki sayı

Makta ': Kat'edilen, kesilen yer, bir şeyin kesildiği yer mat. Kesit

Mayi: Su gibi akan, su haline bulunan şey, *sıvı

Mazrûb: Zarbolunmuş, dövülmüş, vurulmuş, çarpılmış mat. çarpılan

Mebde: Evvel, başlangıç

Mebnî: Binâ olunmuş, yapılmış, kurulmuş

Meftûh: Fethedilmiş, açılmış, açık

Menfî: Olumsuz, Fiz. Mat. Negatif

Mevâdd: 1)Fezâda, boşlukta yer dolduran varlıklar, cisimler 2) İşler, hususlar 3)Maddeler

Mevc: Dalga

Mezkûr: Zikrolunmuş, adı geçmiş, anılmış

Mihver: *Eksen mat. Üzerinde bir pozitif cihet varsayılan sonsuz hat

Muâdele: Müsâvilik, muvâzîlik, beraberlik , ma. Denklem

Mucîb: 1) Îcâbeden, lâzım gelen, gereken, gerektiren 2)Sebep, vesîle

Muhassala: Elde edilen netice, fiz. Bileşke

Munkabız: Toplanmış, çekilmiş, büzülmüş

Munkalib: İnkılâbeden, dönen, dönmüş, değişen, başka bir şekle, kılığa girmiş, giren

Murabba: Terbi' olunmuş, dörde çıkarılmış 2) Dörtlü 3) Kare

Mutâbık: Uyan, uygun (birbirine)

Mutavassıt: 1) Tavassut eden, vâsıta olan, aracılık eden, aracı 2) Orta, ortalama

Muvâzenet: Denkleşme, denk gelme , fiz.denge

Müellef: HarmonikMühtezz: İhtizâz eden, titreyen

Müessir: Te'sir yapan, iz bırakan

Mühtezz: İhtizâz eden, titreyen

Mükâ'ab:geo. Mikâp, küb

Mümass: Temâs eden, dokunan ilişen geo. *teğet trig. *tangent

Münbasit: İnbisât eden, yayılan, açılan, genişleyen

Müncerr: 1) Bir tarafa çekilip sürüklenen, sürülen, kayıp bir tarafa giden 2) Varıp sona eren 3) Netîcelenen

Münhanî: İnhinâ eden, eğilen geo. Eğri, eğrili

Müntehâ: Nihâyet bulmuş; bir şeyin varabildiği en uzak yer, son derece, son kerte

Müsâvi: 1) *eşit, denk 2) mat. *eşit (=) işareti

Müstahric: İstihrâç eden, çıkaran

Müsta'raz: geo. Enine

Müstevî: 1) Düz, her tarafı bir 2) geo. *Düzlem

Müştakk: İştiyak etmiş, başka bir kelimeden çıkmış, türemiş, türeme *mat. Türev

Mütehavvil: Tahavvül eden, değişen, değişmiş mat. Değişken

Mütemâdiyen: Temâdi ederek, arkası kesilmeyerek, devamlı, sürekli olarak

Mütenâvib: 1) Nöbetleşe 2) man. Alternative mütenâvib cereyân: fiz. Dalgalı *akım

Mütenâzır: 1) Tenâzur eden, birbirinin karşısında bulunan, birbirine bakan 2)mat. *bakışık, simetrik 3) kim. Bakışık

Mütesâvi: Birbirine müsâvi (*eşit), eş olan

Mütevali: Tevâlî eden, birbiri ardınca giden; art arda gelen, üstüste, bir düziye olan

Mütevâziyen: Muvâzî, paralel olarak, birbiriyle birleşmeden

Müteveccih: Teveccüh eden, bir cihete, bir tarafa dönen, yönelen

Mütezâyid: Tezâyüdeden, ziyâdeleşen, çoğalan, artan

Müttehid: İttihâd etmiş, birleşmiş, birlik olmuş , birleşik

N

Nâ-mütenâhi: Sonsuz, uçsuz bucaksız

Nazîr: Benzer, eş

Nazîre: Örnek, karşılık

Nısf: Yarım, yarı

Nikat: Noktalar

R

Rakkas: fiz. Sarkaç

S

Sarfı nazar: Vazgeçme

Sâniyen: İkinci derecede, ikinci olarak

Sa'y: Çalış, çabalama, gayret, emek

Silsile: 1) Zincir, zincirleme olan şey 2) Art arda gelen şeylerin meydana getirdiği sıra mat. Seri ,dizi

Sulb: fz. Katı

Sühûnet: Katılık, peklik

Ş

Şâkulî: mat. Şâkule mensup, şâkul ile ilgili geo.* düşey

Şerâit: Şartlar

T

Tâcil: Acele ettirme, çabuklaştırma

Tagyirât: Başkalaştırılmalar; değiştirmeler; bozmalar

Tahavvül: Değişme, dönme, bir halden bir şekilden, başka bir hâle, şekle girme

Takabbuz: Büzülme, kısılma; toplanıp çekilme

Tamamî: Noksan tamamlamaya mahsûs, onunla ilgili; tamamlayan, bölünmeyen

Tarafeyn:1) İki taraf 2) mat. Yanlar

Tarh: Atma, koma, bırakma mat. Çıkarma

Tebdîl: Değiştirme, değiştirilme, başka bir hâle getirme

Tebâüd: Uzaklaşma, birbirinden uzak düşme

Tebeddül: Değişme, başka hale girme

Tedâhül: Birbirinin içine girme, karışma

Tefâzûl: Fark , miktar fazlalığı *Diferansiyal

Tehzîz: Hareket ettirme, hafif titreme, titretilme

Tekâsüf: Sıklaşma, koyulaşma; yoğunlaşma

Temevvüc: Dalgalanma, dalgalı olma, dalga dalga olma

Temeyyü ‘: Mâyi (sıvı) haline gelme, cıvıklaşma

Tenâkus: Azalma, eksilme

Tevâfuk: Uyma, uygun gelme

Tevfîkan: Uyarak, uygun olarak, (e) göre

Tevsîât: Genişletmeler, genişletilmeler

Tınnet:Çınlama

Tûl: Uzunluk, boy

Tûlâni: Boyuna, uzunluğuna

U

Ukde: Düğüm

Ü

Üstüvânî: Üstüvâne, silindir biçiminde

V

Vahid: Tek, bir

Vasati: Orta; ortalama, ikisi ortası, orta halde

Vech: 1) Yüz, surat, çehre 2) Üst, satıh, düz, yüz

Vezniyyet: fiz. Moment

Va'z: Koyma, konulma

Vusûl: Ulaşma, gelme, varma

Vüsat: Genişlik, bolluk, mat.genlik

Y

Yekdiğer: Birbirini, bir tarafa öbür tarafı

Z

Zâviye: Köşe   mat.*Açı

Zıll:Gölge

KAYNAKÇA

Aydın, C., Aydın, G.Gülseren, (1992), *Batlamyus*, Türkiye Diyanet Vakfı İslam Ansiklopedisi, c.5, s.196-199

Baştürk, S. (2013) Sicill-i Ahval Defterlerine Göre Ali Emîrî Efendi'nin Sicil Kaydı, *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, c.12, sy. 45, s.1-17

Büyüköztürk, Ş. ve Akgün, Ö. (2019), *Bilimsel Araştırma Yöntemleri (26. Baskı)*, Ankara: Pegem Akademi.

Çergel, M. (2007), *Rauf Yekta Bey'in İkdam Gazetesi'nde Neşredilen Türk Mûsikîsi Konulu Makaleleri*, (Yüksek Lisans Tezi), Marmara Üniversitesi Sosyal , İstanbul Bilimler Enstitüsü İlahiyat Ana Bilim Dalı İslam Tarihi Ve Sanatları Bilim Dalı, İstanbul.

Çetin, A. (t.y), Sicilli Ahval Defterleri ve Dosyaları Hakkında Bir Araştırma, s.89

Darbaz, F. (1973), *Türk ve Batı Müziği*, İstanbul: Hüsnitabiat Matbaası

Devellioğlu, F.(2006). *Osmanlıca- Türkçe Ansiklopedik Lûgat (23. Baskı),* Ankara: Aydın Kitabevi Yayınları

Doğan, E. (2007), , *İstanbul (Erkek) Lisesi'nin Kurucusu Mehmed Nadir Bey'in Öğretmenlik Mesleği Ve Öğretim Yöntemleri İle İlgili Görüş Ve Öneriler,* SAÜ Eğitim Fakültesi Dergisi, c.14, s.142-160.

Doğrusöz, N., Şehvar, B. ,Uslu, R. (2007) , Harîrî bin Muhammed'in Kırşehrî Edvar çevirisinde Perdeler, *İtü Dergisi,* c. 4, sy.1

Dölen, E. (2005), Salih Zeki ve Darülfünun, Osmanlı Bilimi Araştırmaları c. 7, sy. 1, s.123-135

Enfel,D. (2007), İstanbul (Erkek) Lisesi'nin Kurucusu Mehmed Nadir Bey'in Öğretmenlik Mesleği Ve Öğretim Yöntemleri İle İlgili Görüş Ve Öneriler, *SAÜ Eğitim Fakültesi Dergisi*, c.14, s.142-160.

Erten, S. (2020) *Hamid Hüsnü Sayman'ın Muallimler Mecmuası'ndaki Yazıları*, Osmanlı Bilimi Araştırmaları, c. 21, sy. 2, s.321-345.

Ezgi, S. (1935), Nazarî ve Amelî Türk Mûsikîsi, c.2, İstanbul Konservatuar Neşriyatından

Gündüz , A. (2016), "Sicill-i Ahval Deftelerine Göre Kayserili Müslim ve Gayrimüslim Memurların Aldıkları Madalya, Rütbe ve Nişanlar, *History Studies*, Internatıonal Journal Of History, s. 133

Günergün, F. (2011), Darüşşafakalı Salih Zeki Bey: Matematik Eğitimini ve Bilim Tarihinin Ülkemizdeki Öncüsü (Darüşşafaka Eğitim Kurumları'nda yapılan konuşmanın taslağıdır).

İsmail Fazıl Ayanoğlu, *Mezar Taşları Defterleri*, Müellifler 7-2, s.124, Milli Kütüphane

Kaçar, G. (2008), Türk Mûsikî'nde Makam, *İstem*, yıl: 6, sy.11, s.145-158

Köprülü, G.((2018), 13-15. Yüzyıl Ortaçağ İslam Medeniyeti'nde Sistemci Okul ve Türk Mûsıkîsi İlmine Katkıları, *Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi*, sy. 2, s.263-276.

Köten, H. (2009), *Salih Zeki'de Modern Matematik Kavramları Analizi*, (Yüksek lisans tezi), Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı, Ankara

Kubbealtı Lugatı, Kubbealtı Akademesi Kültür ve Sanat Vakfı, Kubbealti Lugati (lugatim.com), Erişim Tarihi: 23 Mayıs 2021

Kutluğ, Y. (2000). *Türk Musikisi'nde Makamlar (1. Baskı)*. İstanbul: Yapı Kredi Yayınları

Lexiqamus.com.tr, Erişim tarihi: 25 Haziran 2021

Öncel, M.(2014), *Türkiye'nin Birikimleri-3*, Müzisyenler, İstanbul:İlke Yayıncılık

Özalp, M.N. (t.y), *Türk Mûsikîsi Tarihi* -Derleme -, Müzik Dairesi Başkanlığı Yayın No:34 , c. 2

Özkan, İ.(1994). *Türk Mûsikîsi Nazariyatı Ve Usulleri, Kudüm Velveleleri* . İstanbul: Ötüken Neşriyat

Öztuna, Y. (1990), *Büyük Türk Mûsikîsi Ansiklopedisi 1-2*, Ankara: Kültür Bakanlığı Yayınları.

Öztürk, O.(2020), Türk Müziğinde Yekta, Ezgi ve Arel Teorilerinin Pozitivist İnşası: Kısa Fakat Eleştirel Bir Tarihçe, *Eurasian Journal of Music and Dance, sy. 16.* s. 171-215

Öztuna, Y. (1990) *Devletler ve Hânedanlar II, Türkiye (1074-1990),* Ankara, s. 905-909, 910-911, 913.

Sami, Ş. (1899), Kâmûs-ı Türkî, İstanbul: Çağrı Yayınları

Saraç, C.(2001), *Salih Zeki Bey Hayatı ve Eserleri*, Yay. Haz. Y. Işıl Ülman, İstanbul, Kızılelma Yay., s.18-19-20

Tanrıkorur, C. (2005), *Osmanlı Dönemi Türk Mûsikîsi*, İstanbul: Dergâh Yayınları

Tarkum, E. (2017), Türk Müziği ve Batı Müziğinin Yapısal Özellikleri ve Çokseslilik Açısından İncelenmesi, *Trakya Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, c.20 , sy 1, s.31- 43

TC Cumhurbaşkanlığı Devlet Arşivleri Başkanlığı, DH_SAİDd_00022_00148,

TC Cumhurbaşkanlığı Devlet Arşivleri Başkanlığı, İ.MF.3/40

TC Cumhurbaşkanlığı Devlet Arşivleri Başkanlığı, İ.DUİT.17/89

TC Cumhurbaşkanlığı Devlet Arşivleri Başkanlığı, MF.MKT.01066.00024.001

Tekin, E.(2020), Bando Yarbay Halit Recep Arman' ın Afganistan' da Askeri Müzik Alanında Bando Çalışmaları ve Besteleri, *Rast Müzikoloji Dergisi*, c.8 , sy. 2, s.2444- 2470

Unat, Y. (2009) , *Sâlih Zeki*, Türkiye Diyanet Vakfı İslam Ansiklopedisi, c.36, s.43-45, İstanbul

Yekta, R. (1986). *Türk Musikisi,* Fransızcadan çeviren: Orhan Nassuhioğlu, İstanbul:Pan Yayıncılık

www.sanatmuziginotalari.com/nota_inderme.asp?notaid=4716&mode=2&sessionid=165681309, Salih Zeki, Erişim Tarihi: 23 Mart 2021

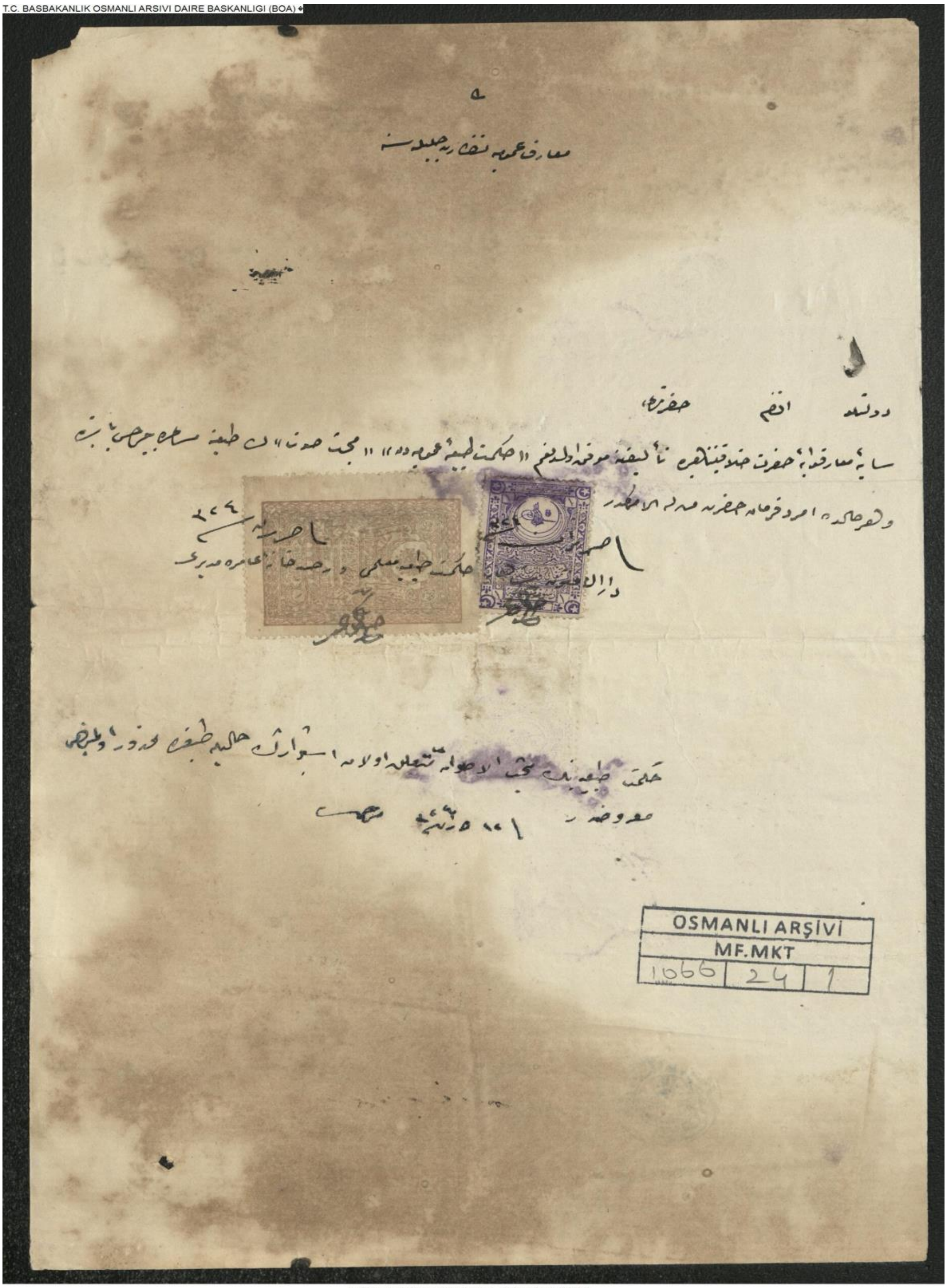
www.sanatmuziginotalari.com/nota_inderme.asp?notaid=39661&mode=1&sessionid=1865681309, Refik Fersan, Erişim Tarihi: 23 Mart 2021

Zeki, S .(1326-1910) *Mebhâs-ı Savt,* TTK Kütüphanesi (1.8.0.2026) (ttk.gov.tr). Matbaâyı Âmire, İstanbul

Zeren, A. (2010). *Müzik Fiziği (5. Baskı).* İstanbul: Pan Yayıncılık

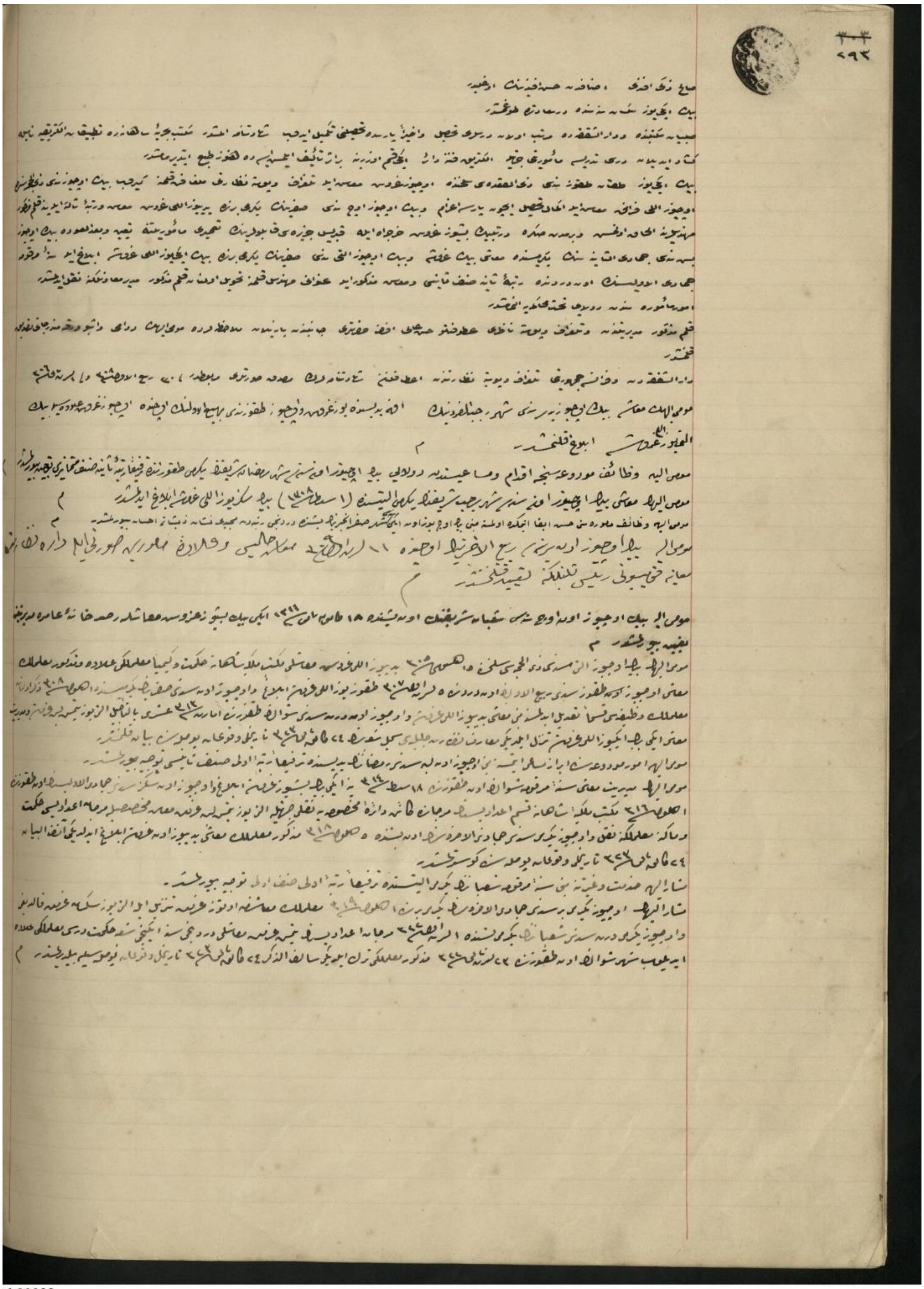
EK

Ek - 1 Mebhâs-ı Savt'ın Basım İznine Dair Belge



MF.MKT.01066.00024.001

Ek – 2.1 Salih Zeki Bey'in Sicilli Umûmi Belgesi



d.00022

Ek- 2.2

Salih Zeki Bey'in Sicilli Umûmi Belgesinin Çeviri Metni

Salih Zeki Efendi

Salih Zeki Efendi esnaftan Hasan Efendi' nin oğludur. 1280 senesinde Dersaadet' te doğmuştur. Sıbyan mektebinde Darüşşafaka'da müretteb olan dersleri tahsil ve ahîren Paris'te tahsilini tekmîl edip şahâdetnâme almıştır. Mektebi Bahriyye-i Hümâyunda tatbikât-ı elektirikiyye nâmıyla küşâd edilen dersi tedrîse me'mûriyyeti cihetiyle elektrik fennine dâir iki kısım üzerine bir eser te'lîf etmiş ise de henüz tab ettirmemiştir. Bin iki yüz doksan dokuz senesi zi-l-ka'desi selhinde üç yüz kuruş maaşla Telgraf ve Posta Nezareti mülga fen kalemine girip bin üç yüz senesi zilhiccesinde üç yüz elli kuruş maaş ile ikmâl-i tahsil için Paris'e i'zâm ve bin üç yüz üç senesi saferinin yirmi birinde yedi yüz elli kuruş maaş ve rütbe-i sâlise ile yine kalem-i mezkur mühendisîne ilhâk olunmuş ve bir müddet sonra dörtbin beş yüz kuruş harcırah ile Kıbrıs cezîresi kablolarının ta'mîri me'mûriyyetine tayin ve ba'de-l- avde bin üç yüz beş senesi cemadissaniyesinin yirmisinde maaşı bin kuruş ve bin üç yüz altı senesi saferinin yirmi birinde bin iki yüz elli kuruşa iblâğ ile seneyi merkume cemadiyelulasının on dördünde rütbe-i sâniye sınıfı sânisi ve maaşı mezkur ile ünvân-ı mühendis kalemine tahvîl olunan kalem-i mezkûr müdür muavinliğine nakl edilmiştir. Umûr-ı me'mûresinden dolayı taht-ı muhâkemeye alınmamıştır.

Kalem-i mezkûr müdiriyyetinden ve telgraf ve posta nâzırı atûfetlü Hasan Ali Efendi Hazretleri cânibinden yazılan mülâhazalarda mûmâi-leyhin devamı ve işbu varaka mündericâtı tasdîk kılınmıştır.

Darüşşafakadan ve Fransa cumhuriyeti telgraf ve posta nezaretinden i'ta kılınan şahâdet-nâmelerin musaddak sûretleri merbuttur, 30 rebiülevvel 308 ve fil 1 teşrinisani 306.

Mûmâ-ileyhin maaşı bin üç yüz yedi senesi şehri recebül ferdinin on yedisinde yüz kuruş ve üç yüz dokuz senesi rebiülevvelinin üçünde üç yüz kuruş ilavesiyle bin altı yüz elli kuruşa iblağ kılınmıştır.

Mûmâ-ileyhin vezâifi mevdûasınca ikdam ve mesâîsinden dolayı bin üç yüz on senesi şehr-i ramazânı şerîfinin yirmi dokuzunda terfian bir kıtâ rütbe-i sâniye sınıfı mütemâyizi tevcîh buyrulmuştur.

Mumâ-ileyhin maaşı bin üç yüz on senesi şehr-i Recebi şerîfinin yirmi altısında 1 şubat 1308 bin sekiz yüz elli kuruşa iblâğ edilmiştir.

Mumâ-ileyhin vezâifi me'mûresini hüsn-i îfâ etmekte olmasına mebnî bin üç yüz on iki senesi şehr-i saferül hayrının beşinde dördüncü rütbeden mecîdi nişânı zî-şânı ihsan buyrulmuştur.

Mumâ-ileyhin bin üç yüz on bir senesi rebiül âhirinin üçünde 11 fil teşrinievvel 309 maaş-ı hâlîsi bir ilâve-i me'mûriyyet sûretiyle idâre nezâretinde muâyene komisyonu reisi sâniliğine tayin kılınmıştır.

Mumâ-ileyhin bin üç yüz on üç senesi şa'bân-ı şerîfinin on beşinde 18 kanûn-ı sânî 1311 iki bin beş yüz kuruş maaşla rasâd-hâne-i âmire müdüriyyetine ta'yîn buyurulmuştur.

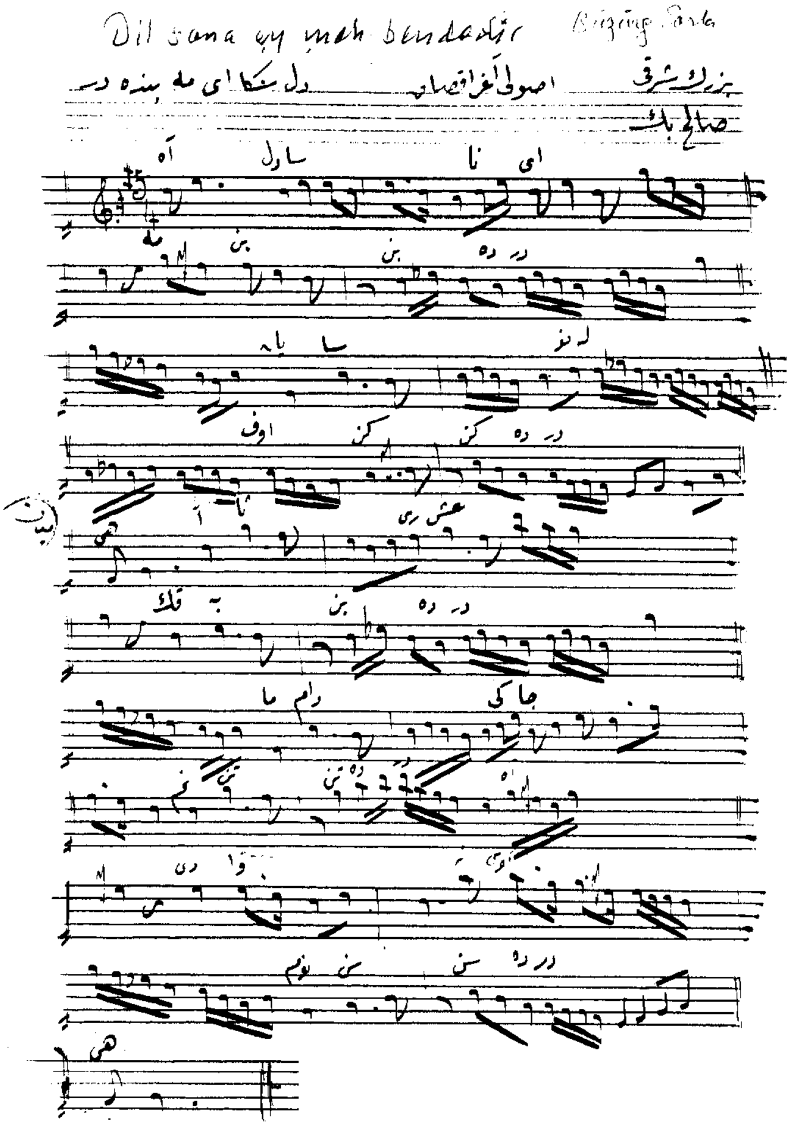
Mumâ-ileyhin 1306 senesi zilhiccesinin selhinde 15 ağustos sene 305 yedi yüz elli kuruş maaşla Mekteb-i Mülkiyye-i Şâhâne hikmet ve kimya muallimliği ilâve ve mezkur muallimlik maaşı 309 senesi rebiülevvelinin on dördünde 5 teşrîn-i evvel sene 307 dokuz yüz elli kuruşa iblâğ ve 310 senesi saferinin yirmisinde 1 eylül sene 308 zikrolunan muallimlik vazifesi kısmen ta'dîl edilmesine mebnî maâşı yedi yüz elli kuruşa ve 314 senesi şevvalinin dokuzunda 1 mart 313 uşru bit-tecil altı yüz yetmiş beş kuruşa ve müdiriyyet maaşı iki bin iki yüz elli kuruşa tenezzül eylediği Maârif Nezâreti Celîlesi sicil şu'besinin 24 kanûn-ı sani 323 tarihli vukuatı yevmiyesinde 312 tarihli vukuât pusulasında beyân kılınmıştır.

Mumâ-ileyhin umûr-i mevdûasında ibrâz-ı mesai etmesine mebnî 315 senesi Ramazanın yedisinde terfîan rütbe-i ûlâ sınıfı sânisi tevcîh buyurulmuştur.

Mumâ-ileyhin müdîriyyet maâşı sene-i merkume şevvalinin on dokuzunda 18 şubat 314 yine iki bin beş yüz kuruşa iblâğ ve 318 senesinde cemaziyelulasının on dokuzunda 1 eylül 316 Mekteb-i Mülkiyye-i Şâhâne kısm-ı i'dâdîsinin Mercan'da kâin dâire-i mahsusaya nakli cihetiyle 675 kuruş maaş- muhassasıyla Mercan i'dâdîsi hikmet ve makine muallimliğine mektebi makine muallimliğine nakil ve 320 senesi cemaziyel ahiresinin on beşinde 5 eylül 318 mezkûr muallimlik maaşı 710 kuruşa iblâğ edildiği anifülbeyan 24 kanuni sani 323 tarihli vukuât pusulasında gösterilmiştir.

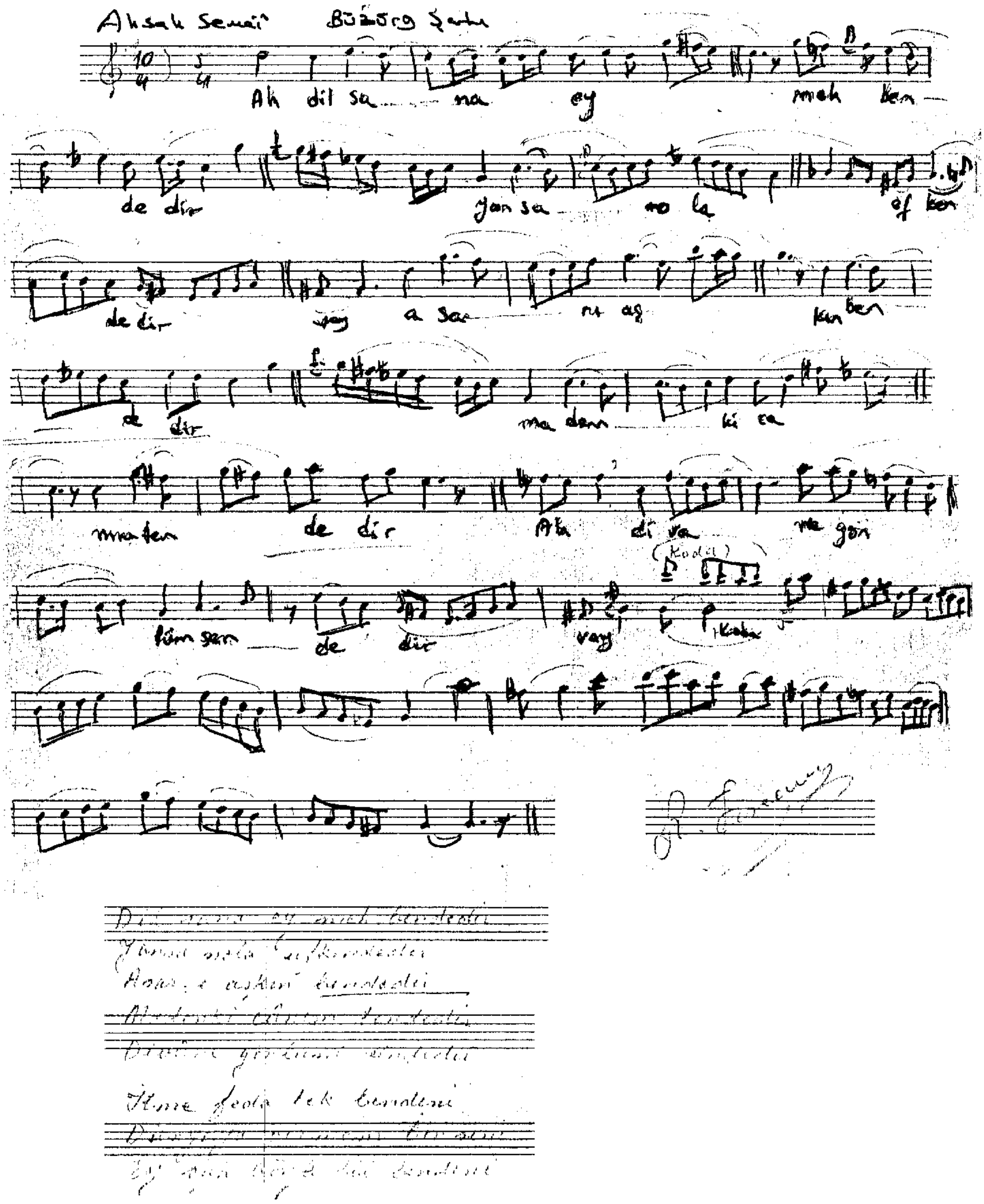
Müşârün-ileyhin hizmet ve gayretine mebnî sene-i merkume şabanının yirmi altısında terfian rütbe-i ûlâ sınıfı evveli tevcîh buyrulmuştur.

Müşârün-ileyhin 321 senesi cemaziyel âhiresinin yirmi birinde 1 eylül sene 319 muallimlik maaşının otuz kuruşa tenzîl ile altı yüz seksen kuruş kaldığı ve üç yüz yirmi dört senesi şabanının yirmi beşinde 1 teşrinievvel 322 Mercan i'dâdîsinin yetmiş kuruş maaşla dördüncü sene ikinci şu'be hikmet dersi muallimliği ilâve edilip şehr-i şevvalin 19 unda 23 teşrini sani 322 mezkûr muallimliği terk eylediği salifüzzikr 24 kânûn-i sânî 323 tarihli vukuât pusulasıyla vukuat-ı yevmiyesiyle bildirilmiştir.

Ek - 3.1 Salih Zeki Bey'in Büzürg Makamındaki Şarkısı

Dil sana ey mah bendedir
Yansa n'ola efgendedir
Āsār-ı aşkım tendedir
Mādem ki canım tendedir
Dīvāne gönlüm sendedir

Etme bedā tek bendeni
Dünyaya vermem ben seni
Ey şah böyle bil bendeni
Mādem ki ...

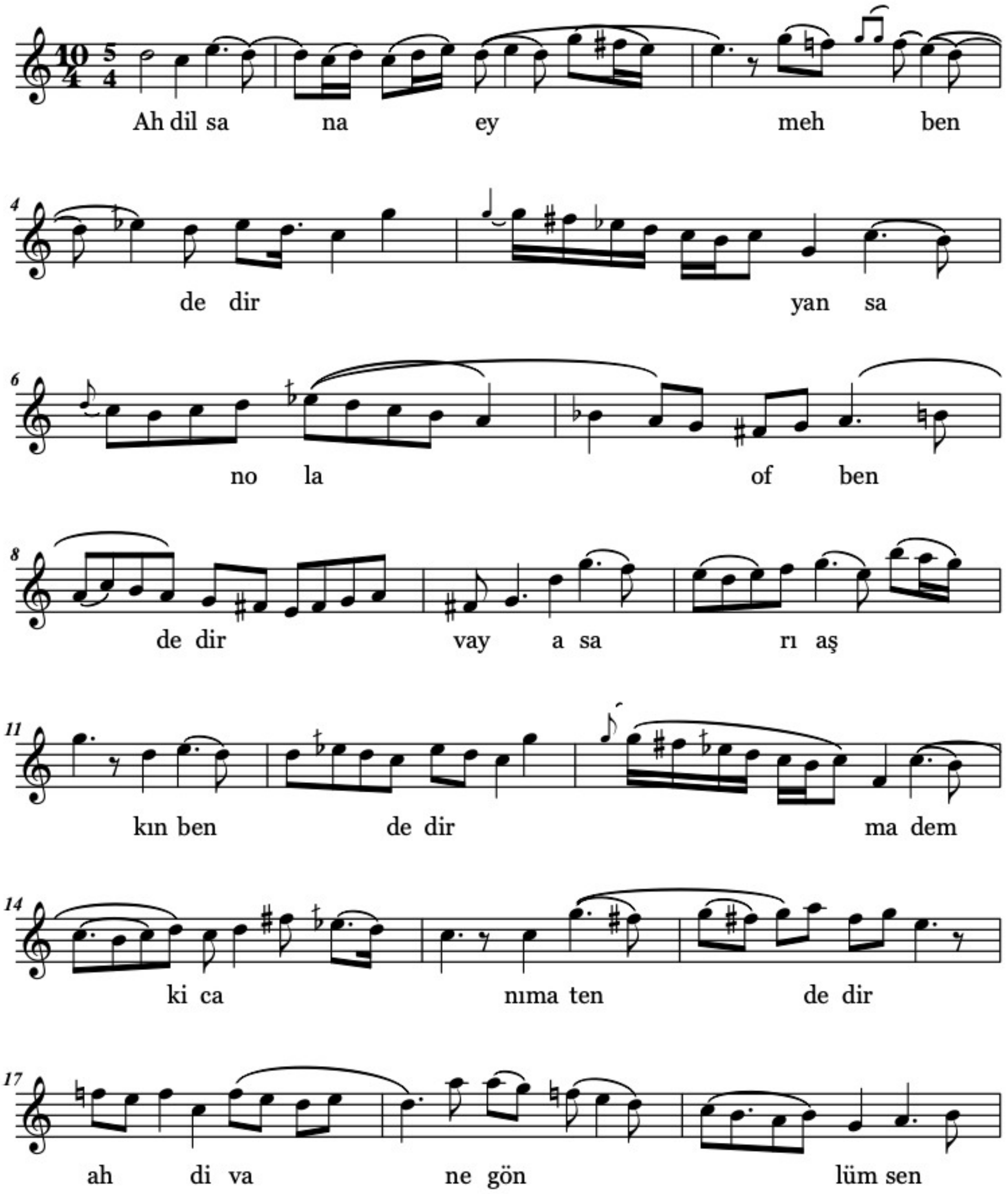
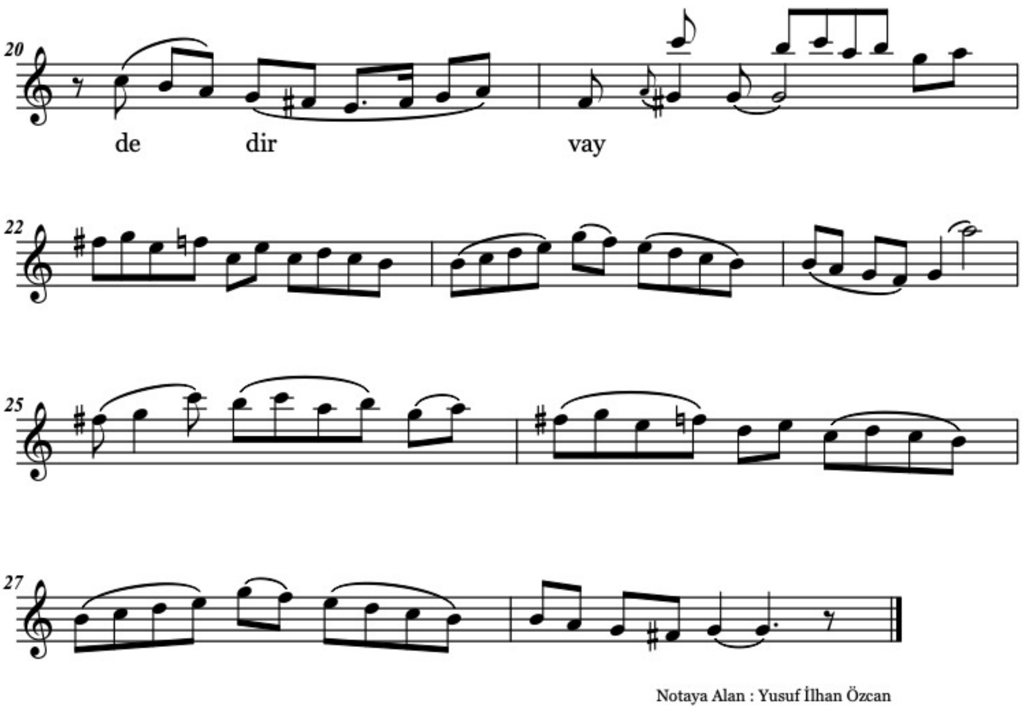
Ek - 3.2


Aksak Semai Büzürg Şarkı
Ah dil sa na ey meh ken
de dir can sa na la of ken
de dir vay a sa rı aş kın ben
de dir ma dem ki sa
meh ken de dir Ah di va ne gön
lüm şen de dir vay
(Koda)

Ek- 3.3

BÜZÜRG ŞARKI

AĞIR AKSAK

Bestekâr : Sâlih Zeki Bey



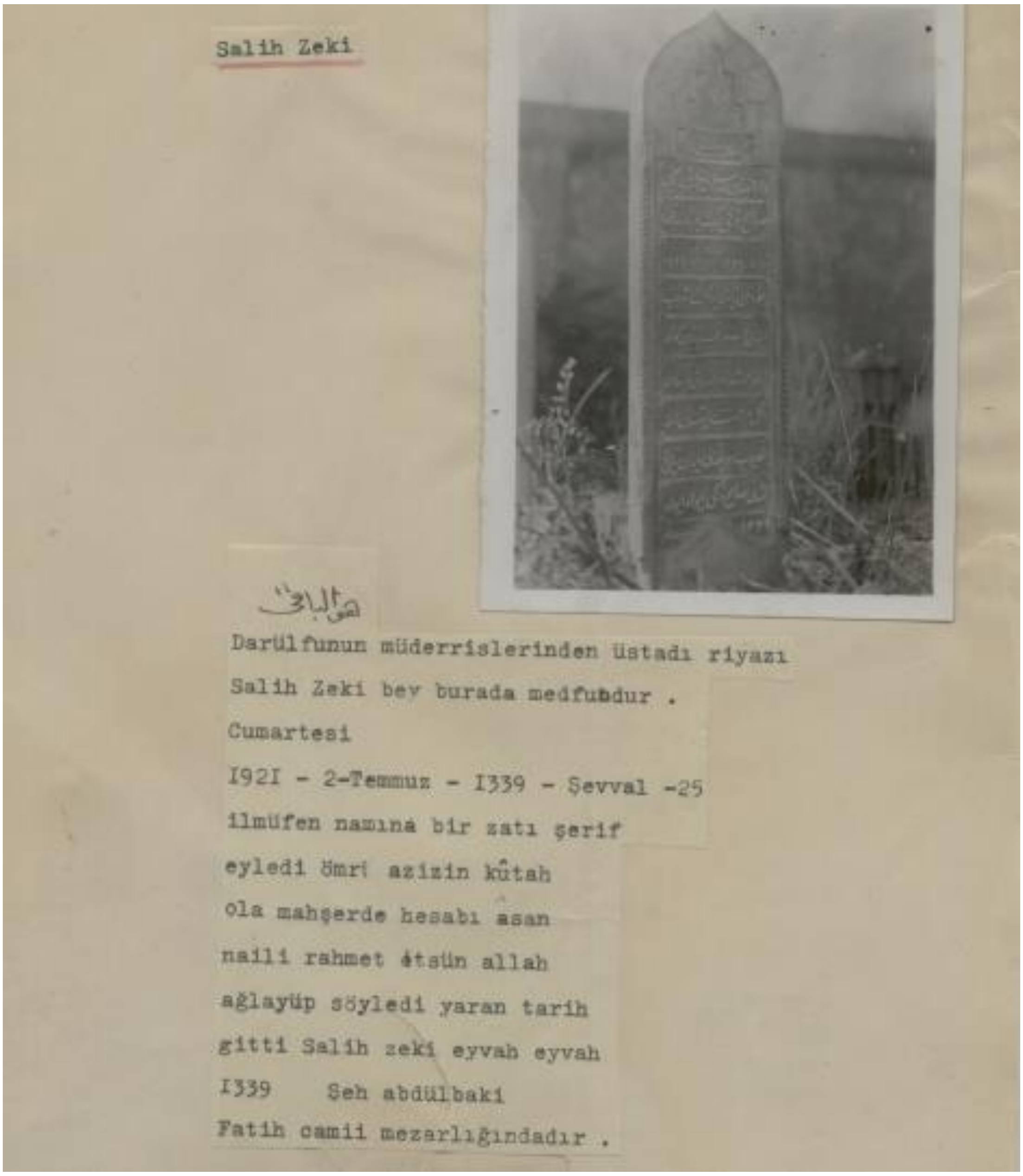
2

Ek – 4.1

4.2

Foto için bkz. Dölen E. agm

Ek-5 Salih Zeki Bey'in Mezar Taşı


Salih Zeki

هو الباقی

Darülfunun müderrislerinden üstadı riyazı

Salih Zeki bey burada medfundur .

Cumartesi

1921 - 2-Temmuz - 1339 - Şevval -25

ilmüfen namına bir zatı şerif

eyledi ömri azizin kûtah

ola mahşerde hesabı asan

naili rahmet etsün allah

ağlayüp söyledi yaran tarih

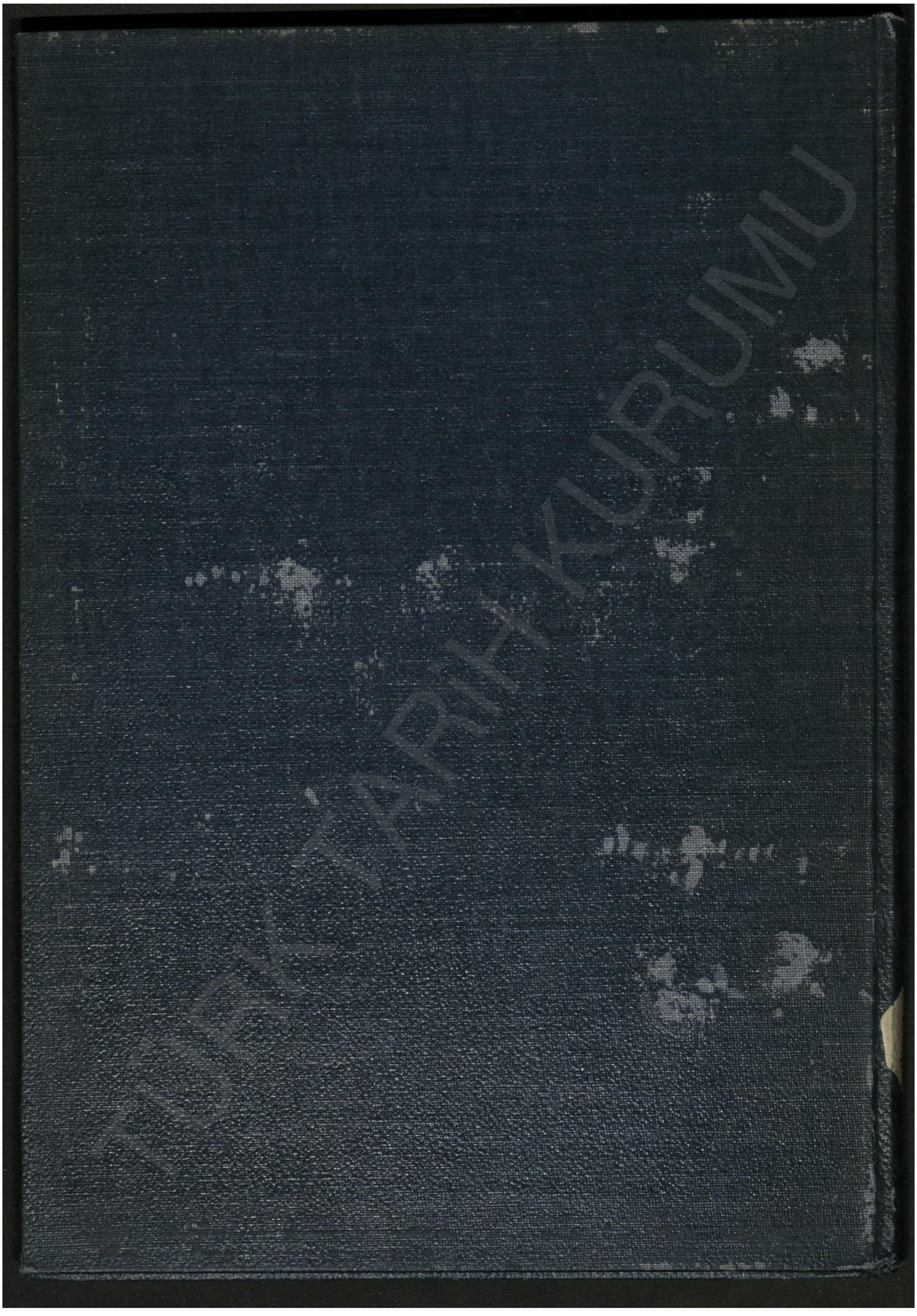
gitti Salih zeki eyvah eyvah

1339 Seh abdülbaki

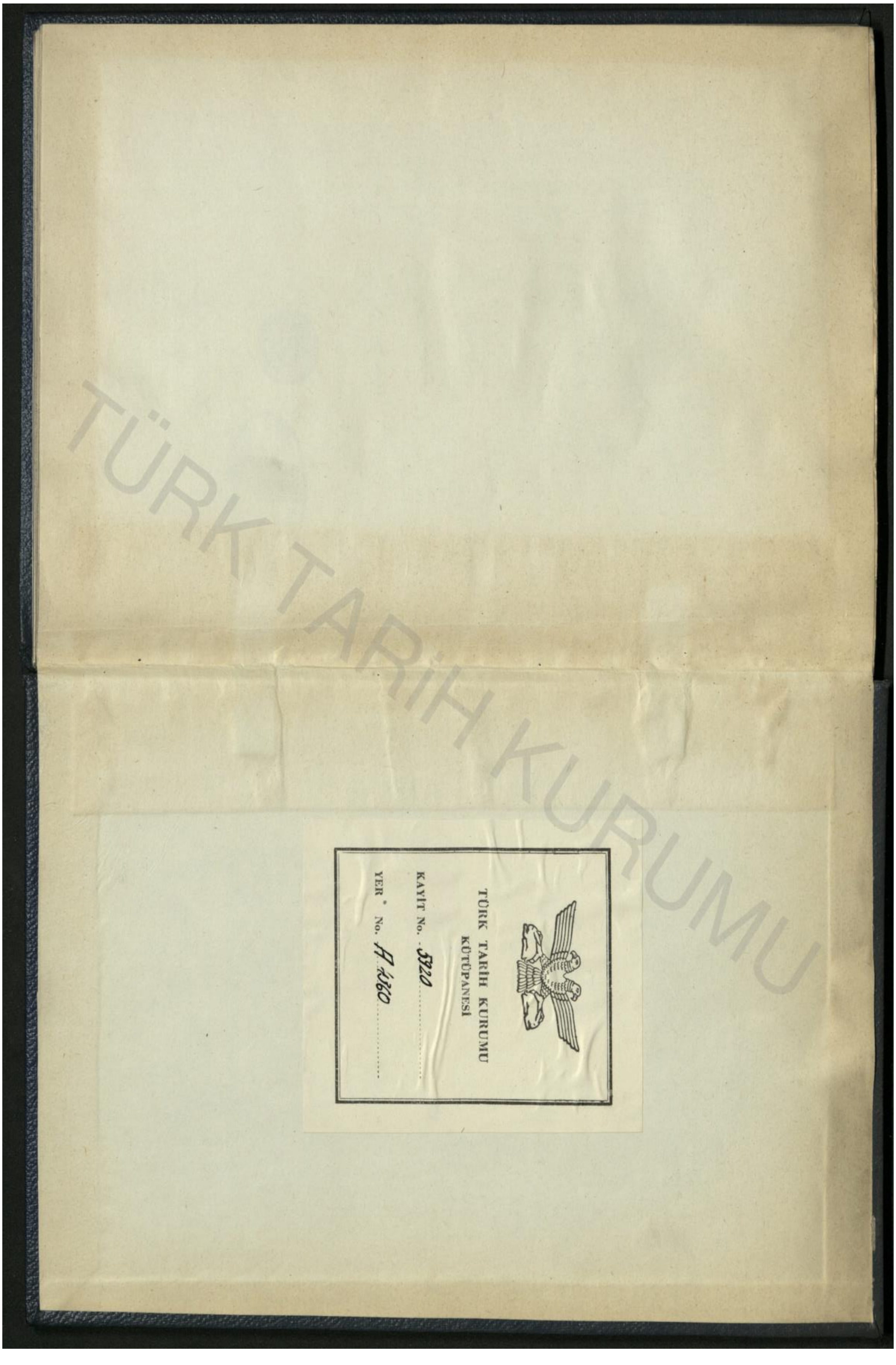
Fatih camii mezarlığındadır .

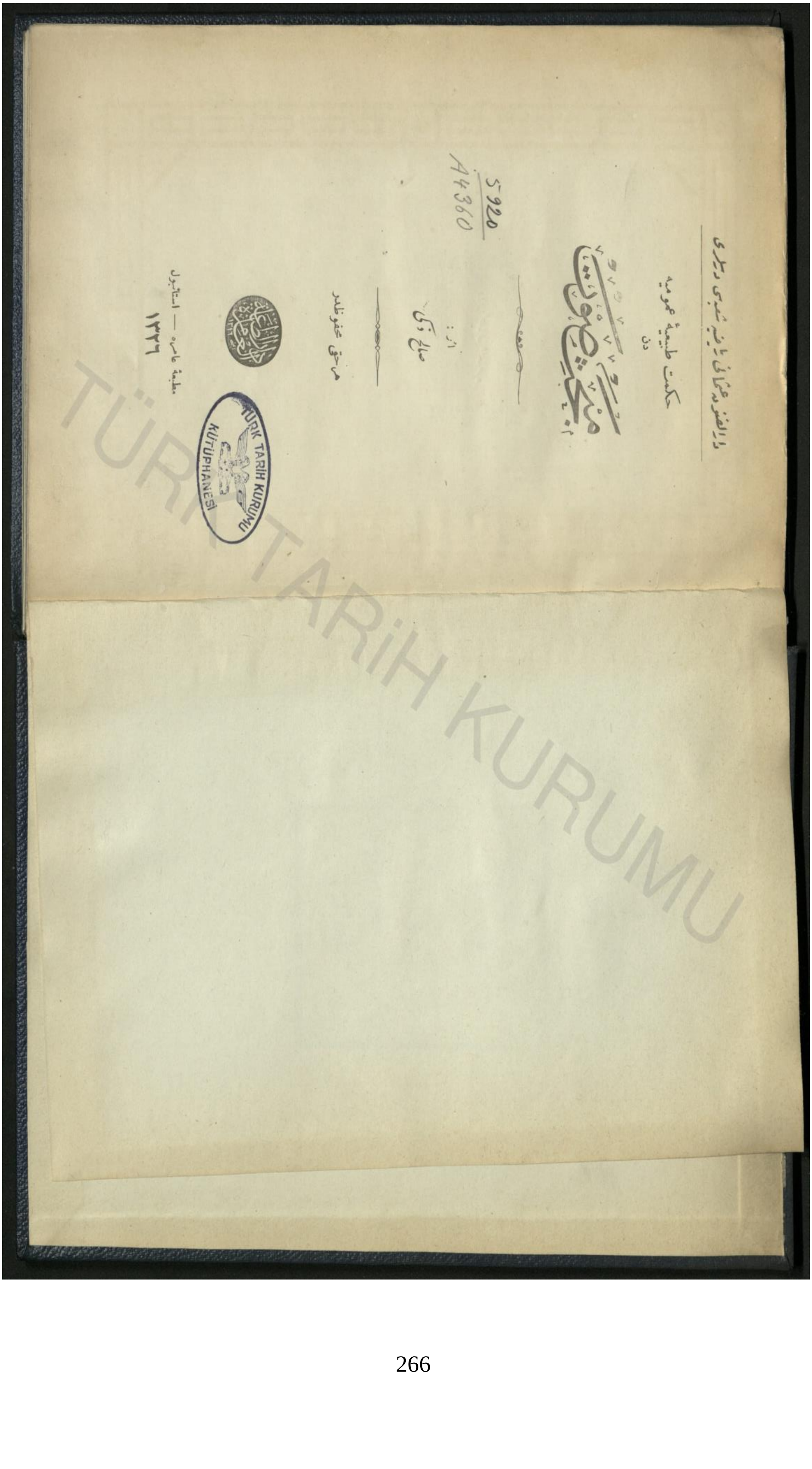
Fazıl Ayanoğlu Defterleri'nden , Müellifler 7-1, s.124

Ek - 6 Orjinal Metin



Kitabın kapak sayfası


TÜRK TARİH KURUMU
KÜTÜPANESİ
KAYIT No. 5920
YER No. A 1060



دارالفنون عثمانی ریاضیه شعبه‌سی درسلری

حکمت طبیعیهٔ عمومیه

دن

مبحث صوت

اثر :

صالح ذکی

هر حقی محفوظدر

مطبعهٔ عامره — استانبول

١٣٢٦

دار الطباعة العامره

١٣٤٧

افادهٔ مرام

بو کتاب، استانبول دار الفنونی ریاضیات شعبه‌سنده تدریس ایتمکده اولدیغم حکمت طبیعیهٔ عمومیه‌دن ساده‌جه مبحث صوتك خلاصه‌سیدر. بو مبحثده، اجسام صلبه و سیاله‌نك قوانین حرکت و موازنتی حرکت اهتزازیه دنیلن حرکات صغیره‌یه تطبیق ایدلمش؛ و تحلیل ریاضی‌ده آنجق لزومی درجه‌سنده استعمال اولنمشدر. بناءً علیه بو کتابی، تموجات نظریه‌سنی تعمیق و بوکا دائر السنهٔ اجنبیه اوزره یازلمش اولان امهات کتبی تدقیق ایتمك ایسته‌ین کنجلرمزه، بر مدخل اولمق اوزره، توصیه ایدرم.

محتویاتنه کلنجه اوده بر مقدمه ایله درت بابه تقسیم ایدلمشدر: برنجی بابده حرکت اهتزازیه‌نك انتشار و انعکاسی، ایکنجی بابده حرکات اهتزازیه‌نك تداخلی تدقیق اولنمش؛ اوچنجی بابده انابیب متصوته، دردنجی بابده اوتار و صفیحات مهتزه نظریاتنه کیریشلمشدر. بوراده موجود اولماسی لازم کلن بر بحث وار ایسه اوده اصوات موسیقیه‌نك نظریهٔ حکمیه‌سیدر.. فقط بو نظریه هنوز بزده لایقیله آکلاشلمادیغی و غرب، شرق موسیقیسی مباحثی ده آره صره تجدد ایلدیکی جهتله مقدمه‌ده بوکا دائر بعض مرتبه قطعی و صریح معلومات اعطاسنه مجبور اولدم.

صالح زکی

مبحث صوت

ایشته [الارنی شدتلیجه بربرینه چارپەرق]
بر صدا ! بو نقطه‌ده مناقشه اولماز ؛ بو صدامیدر،
دکلیدر ؟ بونی کیمسه صورماز . بو بر صدادر،
اکر ایشیدیر ایسه‌کز. اکر ایشتمز ایسه‌کز ...
سزك ایچون صدا دکلدر .

لورد – کلوین

[۳ تشرین اول سنه ۱۸۸۳ – بیرمنغام]

فهرست

صحيفه

افادهٔ مرام ٢

مقدمه — اصوات موسيقيه : ٥

صوت : شدت ، ارتفاع ، طنت - فاصلهٔ موسيقيه - ملودی - آرمونی - غرب موسيقيسی - فاصلات ملايمه وغير ملايمه - غام ماژور ويا بطلميوس غامی ، فاصلات لحنيه‌سی - غام مينور ، فاصلات لحنيه‌سی - فيثاغور غامی : ديه‌ز ، به‌مول - اصول مختلفه - معتدل غام - آهنك - آهنك تام كبير - آهنك تام صغير - فيثاغور غامنك آرمونی نقطهٔ نظرندن محذوری طبيعی غام - اصوات مؤلفه - شرق موسيقيسی : ابعاد لحنيه‌سی - مسطر ، مسطرلرك تعدد وتنوعی - بو تنوعك محذوری - مقامات .

باب اول — حركت اهتزازيه‌نك انتشار وانعكاسی : ٣٢

حركت اهتزازيه‌نك معادلهٔ تفاضليه‌سی - معادلهٔ تفاضليه‌نك اتمامی - حركت اهتزازيه‌نك دوری ، صفحه‌سی - تنبيه - حركت اهتزازيه‌نك شدتی ، اهتزازات طولانيه وعرضانيه ؛ اهتزازات طولانيه‌نك اسطوانی بر واسطهٔ الاستيقيه درونده انتشاری - حادثهٔ انتشارك معادلهٔ تفاضليه‌سی - معادلهٔ تفاضليه‌نك اتمامی - حركت تموجيه - موج منقبض ، موج منبسط - طول موج ، طول موج ايله دور اهتزاز بيننده‌كی مناسبت - اهتزازات طولانيه‌نك بر اسطوانهٔ غير محدوده داخلنده انتشاری - اهتزازات عرضانيه - صوتك سرعت انتشاری - غازلرده سرعت انتشار صوت - نيوتون نظريه‌سی - مايعاتده سرعت صوت - صلبلرده سرعت صوت - تنبيه .

باب ثانی — حركات اهتزازيه‌نك تداخلی : ٧١

عينی دوره تابع ايكی حركت اهتزازيه‌نك تركيبی - تحقيقات تجربيه - حركات اهتزازيه‌نك تركيبی ايچون فره‌نل قاعده‌سی - مختلف الدور ايكی حركت اهتزازيه‌نك تركيبی - ضربان حادثه‌سی وايضاحی - اصواتك ارتفاع مطلقلرينك تعيينی - اصوات محصله - اصوات محصله‌نك آرمونی‌يه تطبيقی - ايكی حركت اهتزازيهٔ قائمه‌نك تركيبی - حالات خصوصيه‌يه تطبيق - ليساژونك اصول تحقيقی .

صحیفه

باب ثالث — انابیب متصوته : ٩٥

صدا بورولری - برنوالی نظریه‌سی : قاپالی صدا بورولری، قوانینی، عقده و بطن نقطه‌لری - آچیق صدا بورولری، قوانینی؛ عقده وبطن نقطه‌لری - نظریهٔ مذکوره‌نك تداخل اصوات نظریه‌سیله ایضاحی - بر طرفی قاپالی اسطوانهٔ محدوده‌ده تداخل اصوات - تحقیقات تجربیه - تجربه ایله نظریه میانده‌کی تخالف - پواسون نظریه‌سی - هویکنس و(کت)ك تعدیلاتی - مقدار ثابتك تعیینی - تنبیه - سرعت صوتك بورولر واسطه‌سیله تعیینی.

باب رابع — اوتار مهتزه : ١٢٨

تللی آلات صوتیه - اوتار مهتزه - اوتارك اهتزازات عرضانیه‌سی ومعادلهٔ تفاضلیه‌سی - معادلهٔ تفاضلیه‌نك انتاجی - حالات خصوصیه - فوریه دعواسی - تایلور دستوری - اوتار مهتزه قانونلری - سرعت ابتدائیه‌سز تبدیل موضع - بر مثاله تطبیق - تنبیه - یوغ قانونی - قضیب چبوقلری - اهتزازات طولانیه‌سی - اوتارك اهتزازات طولانیه‌سی چبوقلرك اهتزازات عرضانیه‌سی و معادلهٔ تفاضلیه‌سی - بو معادله‌یه توافق ایدن حرکت رقصیه - برنجی حال : چبوغك هرایکی اوجنك سربست براقلماسی - ایکنجی حال: چبوغك اوجلرینك ثابت قلنماسی - اوچنجی حال: بوغك براوجنك سربست و بر اوجنك ثابت اولماسی - دردنجی حال: بر اوجنك سربست و دیکرینك استناد ایتدیرلمه‌سی - بشنجی حال : بر اوجنك ثابت ودیکرینك استناد ایتدیرلمه‌سی - آلتنجی حال : ایکی اوجك بردن استناد ایتدیرلمه‌سی - زارلرك اهتزازی - لوحه‌لرك اهتزازی.

خطا و صواب جدولی

صحیفه نومروسی	سطر	خطا	صواب
٨	١٢	اهتزاز	اهتزازلری
١٦	٤	مذکوره‌یی	مذکوری
١٦	صوك		بولنور.
١٧	٥	$\frac{٣٠٤٠}{٢١٨٧}$	$\frac{٣٠٤٨}{٢١٨٧}$
١٩	٤	$\text{س}^{١٢} - ٢$	$\text{س}^{١٢} = ٢$
٣١	١١	ناقصی	ناقص
٣٧	٢٦	$\frac{٢\pi \text{م}}{\text{و}}$	$\frac{٢\pi \text{م}}{\text{ں}}$
٣٩	٣	تم	تمام
٣٩	١٠ — ١٢	$\text{ں} = \frac{\text{ع}\text{ا}^{\text{ں}}\text{ حب ها} \text{ڪ}}{٢ \text{ں}}$ $\text{ں} = \frac{١}{٢\pi} \text{ع}\text{ا}^{\text{ں}} \text{ں} \cdots$ $\frac{١ - \text{حب} ٤ (\frac{\text{ڪ}}{\text{ں}} - \text{ح})}{٢}$	$\text{ں} = \frac{\text{ع}\text{ا}^{\text{ں}}\text{ س}^{٢}\text{ ها} \text{ڪ}}{٢ \text{ں}}$ $\text{ں} = \frac{١}{٢\pi} \text{ع}\text{ا}^{\text{ں}} \text{ق}^{٢} \cdots$ $\frac{١ - \text{حب} ٤ (\frac{\text{ڪ}}{\text{ں}} - \text{ح})}{٢} \text{ ها} \text{ڪ}$
٤٢	٥	ك ﻫ ل′ ل	ك ك′ ك′′ ك′′′
٤٣	٥	$\text{ه} \frac{\text{ها س}^{٢}}{\text{ها ص}^{٢}}$	$\text{ه} \frac{\text{ها ص}^{٢}}{\text{ها س}^{٢}}$
٤٣	٧	$\text{ں}^{٢} \frac{\text{ها س}^{٢}}{\text{ها ص}^{٢}}$	$\text{ں}^{٢} \frac{\text{ها ص}^{٢}}{\text{ها س}^{٢}}$
٤٨	صوك	٢٤	٢٣
٦١	١٠	$\sqrt{\text{وں}}$	$\sqrt{\frac{\text{وں}}{\text{ك}}}$
٦١	١٢	٣٢	٣١

صحیفه نومروسی	سطر	خطا	صواب
٦٦	٢٣	ابتا	ابتدا
٦٨	١٢	قیمتلری	قیمتلر
٦٨	١٨	مبدأ به	مبدأنه
٦٩	١	ح	ح مقطع
٦٩	١٠	هاص / هاص̇ —	هاص / هاس —
٧١	٨	مندرجاتی	مندرجاتی ده
٧١	١١	پ₁ حـ ٢ ×	پ₁ حـ ٢ π
٧١	١٥	پ₂ حـ ٢ ×	پ₂ حـ ٢ π
٧١	١٥	م ، مَ	م ، مَ کبی
٧٥	٢	٢ح + ل/٢	٢ح ل/٢
١٩	٢٢	ص̇	ص̇ / مر
٨٠	١	ص̇/مر	ص̇/مر
٨٢	٢٣	مناسب	مناسبت
٨٣	١	عدد	م عدد
٨٣	٤	د لا	لا٢
٨٤	١٣	مرکبلرك	صوت مرکبلرك
٨٤	١٤	نامی	نامنی
٨٥	١١	محصله‌سی	محصله
٨٥	١٣	٤٣	٤٤
٨٥	٢٢	ایدیلیر .	ایدیلیر و
٨٦	١٠	٤٤	٤٥
٩١	(شکل ١٥)ده ط حرفنی حاوی خطك دیکر اوجنه طَ وضع ایدیله‌جکدر		
٩٣	١٥	یاقلاشماسندن	یاقلاشماسندن حاصل اولمشدر
٩٤	١	١/مر	١/م
٩٦	١٢	سکوت	سکون

صحیفه نومروسی	سطر	خطا	صواب
٩٨	٥	هاص / هاس	— هاص / هاس
١٠١	١٠	قالماسی	قالماسنی
١٠٢	١١	= }	= }
١٠٣	٤	فاصله	فاصله‌سی
١٠٥	٦	٥ط / ٢ح٢+٢	٥ط / ٢ح٢+١
١٠٥	١٣	بونده	بونده‌ده
١٠٧	١٢	هاص / هاس	هاص / هاس = ـ
١١١	٦	عدد ،	عدد
١١٣	١	ط ن/ح	ط ر/ح
١١٣	٢	ن	ر
١١٣	٢١	طولنده	طولده
١١٥	١٢	(ص̇/مر ط/ل)	(ص̇/مر − ط/ل)
١١٦	١٢	=٢ح٢+١	=(٢ح٢+١)π
١١٨	١٢	تجربیه	تجربیه
١١٨	١٥	موجنك	موجك
١١٨	١٥	قالی	قاپالی
١١٨	٢٤	قبارست	قباراست
١١٩	٥	هوائه	هوائیه
١١٩	٦	اولماسیدرکه بوراده	اولماسندرکه بوده
١٢١	نوته	G .	J .
١٢٢	١٣	محـ ٢ ح (حً − حُ)	محـ ٢π (حً − حُ)
١٢٣	١٢	مساویدر	مساوی بولنور
١٢٥	١	مجموعنی	مجموعی

صحیفه نومروسی	سطر	خطا	صواب
١٢٧	٣	موماالیه	موماالیهـ
١٢٨	٢٠	٦١	٦٢
١٣٤	١١	تألیق	تألیفی
١٤٤	٢٠	دجه‌دو	درجه‌ده
١٤٤	١٧	قابل انحا	قابل انحنا
١٤٥	١٠	اهتزازتك	اهتزازاتك
١٤٧	١٦	اصلا	اصلاح
١٤٨	٣	چبوغك	چبوغك
١٤٩	٨	(هـ ب / د)	هـ ب / ر
١٩٤	نوته	د	ر
١٦٠	٢	Cleboch	Clebsch
١٦٠	١٤	یلپازه‌سیه	یلپازه‌سنه
١٦٠	١٥	لودیفون	اودیفون

مقدمه

اصوات موسیقیه

صوت : شدت ، ارتفاع ، طنت - فاصلهٔ موسیقیه - ملودی ، آرمونی - غرب موسیقیسی : فاصلات ملایمه وغیرملایمه - غام‌ماژور ویا بطلمیوس‌غامی - فاصلات لحنیه‌سی - غام‌مینور ، فاصلات لحنیه‌سی - فیثاغور غامی : دیه‌ز ، به‌مول - اصول مختلفه - معتدل غام - آهنك - آهنك تام کبیر - آهنك تام صغیر - فیثاغور غامنك آرمونی نقطهٔ نظرندن محذوری - طبیعی غام - اصوات مؤلفه - شرق موسیقیسی : ابعاد لحنیه - مسطر - مسطرلرك تعدد وتنوعی - بوتنوعك محذوری - مقامات .

١ صوت . — حکمت طبیعیه نقطهٔ نظرندن صوت ، برجسمده وقوعه کتیریلن وقولاغه قدر انتقال ایدن بر حرکت اهتزازیه‌در . فی‌الحقیقه هرجسم متصوت بر حرکت اهتزازیه‌یه مقردر ؛ آنجق بوحرکت اهتزازیه‌نك جسم متصوندن قولاغه انتقالی ایچون آره‌یرده بر واسطهٔ مادیهٔ الاستیقیه‌نك وجودی لازمدر . عکس تقدیرده حاصل اولان صوتك استماعی ممکن دکلدر . ایشته اجرام سماویه ایله کرهٔ ارض میانتی تفریق ایدن ساحهٔ فسیحه بوکبی بر واسطهٔ مادیه‌دن عاری بولنماسنه مبنی‌درکه اجرام سماویه بزم ایچون دائما بر عالم صمت وسکوت ایچنده‌در .

حرکت اهتزازیه ، بر جسمك اجزای فردیه‌سنك موازنت وضعیتلری اطرافنده پك جزئی ، فقط یکدیکرینه مساوی ، فاصله‌لر ایله اجرا ایلدکلری حرکات رقصیه‌دن باشقه برشی دکلدر . بنابرین رقاصده اولدیغی کبی هربر حرکت اهتزازیه ، برحرکت مبسوطه وبرده حرکت معکوسه‌دن ترکب ایدر ؛ بوایکی حرکتك هیئت مجموعه‌سی‌ده « اهتزاز تام » دنیلن شیئی تشکیل ایلر .

حرکت اهتزازیه ، وسعت ، مدت ، محرك کبی اوچ جهتدن نامتناهی صورتده تنوع ایده‌بیلیر . حرکت اهتزازیه‌نك بو اوچ صورت تنوعی صوتده اوچ کیفیته توافق ایدرکه اونلرده « شدت » ، « ارتفاع » ویا « پرده » و « طنت » در : هرکس بیلیرکه برجسم متصوتدن تباعد ویا اوجسم متصوته تقرب ایدلدکجه حس اولنان صوتده خفت ویا جهارت کسب ایدر . ایشته برصوتك صوك درجه‌ده ایشیدیله‌بیله‌جکی مسافه‌یی تحدید ایدن شو کیفیته « شدت صوت » نامی ویریلیر .

شدت صوت ، قولاغه واصل اولان حرکت اهتزازیه‌نك قوهٔ زنده‌سی ویا تعبیر صحیحی ایله « قدرت حرکیه » سی ایله متناسبدر. مع مافیه ایکی صوتك قدرت حرکیه‌لرینك مساواتی حالنده دخی قولاغك درجهٔ حساسیتی بونلرك ارتفاعلری ایله تحول ایدر . بر صوتك ارتفاعی ، تیز ویا پست اولماسنی انتاج ایدن کیفیتدر. برصوتی دیکر صوتدن تفریق ایدن بو کیفیت ، جسم متصوتك برمدت معینه و مثلا برثانیه ظرفنده اجرا ایلدیکی اهتزازاتك عددینه تابعدر. ایشته حکمت طبیعیه‌ده اجسام متصوته‌نك ثانیهٔ واحده‌ده اجرا ایلدکاری اهتزازاتك عددینی تقدیره کورولن لزوم بوندن متولددر . مع مافیه عینی شدت وعینی پرده‌دن ، فقط مختلف آلات موسیقیه‌دن چیقان اصواتده‌ده قولاق بر فرق حس ایدرکه بوفرقی تولید ایدن شی « طنت » دنیلن کیفیتدر. طنت ، اهتزازاتك اشکال مختلفه اوزره وقوعه کلمه‌سندن ودها طوغروسی دورلری مختلف برقاچ حرکت اهتزازیه‌نك یکدیکرینه انضمام ایلمه‌سندن نشأت ایدر. [١]

قولاغه واصل اولان هرحرکت اهتزازیه مطلقا برحس تصوت حاصل ایتمز . چونکه برصوتك قولاق واسطه‌سیله استماعی ایچون اوصوتك نه‌فوق العاده پست ونه‌ده تیز اولمامسی لازمدر . تجارب اخیره‌یه نظراً ثانیه‌ده ١٦ اهتزاز تامدن حصوله کلن برصوت قابل استماع اولان اصواتك غایهٔ سفلاسی اولدیغی کبی ثانیه‌ده ٣٨٠٠٠ اهتزاز تامدن حصوله کلن برصوت‌ده « اصوات محسوسه » نك غایهٔ علیاسنی تشکیل ایدر .

٢ فاصلهٔ موسیقیه . — قولاق واسطه‌سیله حس اولنه‌بیلن اصوات محدود اولمقله برابر کافه‌سی موسیقیده مستعمل دکلدر . فی الحقیقه علی العاده موسیقیده استعمال اولنان اصوات ، عدد اهتزازلری ثانیه‌ده ٣٠ ایله ٤٠٠٠ آره‌سنده بولنانلردر. بوندن باشقه اقوام ماضیه وملل حاضره‌نك کافه‌سنك ترنمات وتغنیاتنده مستعمل اولان اصوات ، برسلسلهٔ متمادیه تشکیل ایتمز ؛ بالعکس اصوات مستعمله ، بوسلسله‌ده واقع ، بینلری برفاصلهٔ معینه ایله تفریق قلنمش بعضی حدلردن عبارتدر . اصوات موسیقیه‌نك اك پستندن اك تیزینه وارنجه‌یه قدر بویله درجه درجه ترقی ایتمه‌سی ، موسیقینك شرائط اساسیه‌سندن بری وبلکه برنجیسیدر .

علی العموم بر صوت ثانیهٔ واحده‌ده‌کی عدد اهتزازیله تقدیر ایدیلیر ؛ بوحالده ایکی صوت بیننده‌کی «فاصله» نك‌ده بونلرك عدد اهتزازلری بیننده‌کی نسبت ایله افاده ایدلمه‌سی

[١] بو بابده قارئینه هلموجك « موسیقینك نظریهٔ فیزلوژیه‌سی » نامنده‌کی اثرینك مطالعه‌سنی توصیه ایدرم .

لازم کلیر . آنجق بو ایکی صوتدن تیز اولانی پست اولانه نسبت اولنماسی قاعده اتخاذ ایدلمشدر. موسیقیده استعمال ایدیلن وبوندن طولایی « فاصلهٔ موسیقیه » دینیلن فاصله‌لر ایکی نقطهٔ نظردن انتخاب اولنور : بو نقطهٔ نظرلرك بری ، ایکی صوتك یکدیکرینه تعاقبی کیفیتنك قولاغه خوش کلمه‌سی دیکری ، ایکی ودها زیاده صوتك برآنده حصولی حالنده هیئت مجموعه‌سنك ینه قولاقده برحسن تأثیر حاصل ایلمه‌سیدر . ایشته بوایکی صورت انتخاب موسیقیده ایکی مهم صنعتك ظهورینه سبب اولمشدر . بو صنعتلرك برنجیسی واك اسکیسی « ملودی » [Mélodie] درکه اصواتك یکدیکرینه تعاقبی صورتیله حاصل اولان « نغمات » دن تشکل ایدر . ایکنجیسی « آرمونی » [Harmonie] درکه بوده ایکی ویا دها زیاده صوتك تألیفی اساسنه مبنیدر . شرق موسیقیسی منحصراً ملودیدن عبارت ؛ حال بوکه غرب موسیقیسی ملودی ایله برابر آرمونی صنعت نفیسه‌سندن مرکبدر . بوراده اول امرده غرب موسیقیسندن بحث ایدیله‌جك ، بعده بحث شرق موسیقیسنه انتقال ایتدیریله‌جکدر .

٣ فاصلهٔ ملایمه، فاصلهٔ غیرملایمه . — بالتجربه مثبتدرکه کرك ملودی کرك آرمونی ایچون اولسون ، قولاق دائما عدد اهتزازلری بیننده‌کی نسبت ممکن مرتبه بسیط اولان اصواتی انتخاب ایدر . ایکی صوت بیننده‌کی نسبت نه‌درجه بسیط اولور ایسه بونلرك یکدیکرینه تعاقبی ویا یکدیکریله ترکیبی قولاغه او درجه ملایم ونه قدر مشوش بولنور ایسه اوقدرده قولاغه منافر کلیر. ایشته نسب بسیطه‌نك برنجیسی $\frac{1}{1}$ درکه بوفاصله‌یه «حادیه» [Unisson] نامی ویرلمشدر. بوندن صوکره $\frac{2}{1}$ نسبتی کلیرکه بوکاده « ثامنه » [Octave] دینلمشدر .

حادیه ایله ثامنه میاننده ، تعبیر آخرله عدد اهتزازلری یکدیکرینه مساوی اولان ایکی صوت ایله عدد اهتزازلری بربرینك ضعفی بولنان ایکی صوت آره‌سنده ، کرك ملودی کرك آرمونی نقطهٔ نظرندن ، قولاغه خوش کلن فاصلهٔ موسیقیه‌لر بروجه آتیدر :

$\frac{1}{1}$	حادیه	[Uunisson]	$\frac{3}{2}$	خامسه	[Quinte]
$\frac{5}{4}$	ثالثهٔ کبری	[Tierce majeure]	$\frac{5}{3}$	سادسهٔ کبری	[Sixte majeure]
$\frac{6}{5}$	ثالثهٔ صغری	[» mineure]	$\frac{8}{5}$	سادسهٔ صغری	[» mineure]
$\frac{4}{3}$	رابعه	[Quatre]	$\frac{2}{1}$	ثامنه	[Octave]

بوفاصله‌لر میاننده الك زیاده سمعه ملایم کلن حادیه وبوندن صوکره صره‌سیله ثامنه ، خامسه ، رابعه ، ثالثهٔ کبری ، سادسهٔ کبری . ثالثهٔ صغری ، سادسهٔ صغری‌در .

غرب موسیقیسنده حادیه ایله ثامنه میانـنده سالف‌الذکر فاصلهٔ ملایمه‌لردن باشقه بروجه آتی « فاصلات منافره » ده استعمال اولنور :

$\frac{9}{8}$ ثانیهٔ کبری	[Seconde majeure]	$\frac{15}{8}$ سابعهٔ کبری	[Septième majeure]
$\frac{10}{9}$ ثانیهٔ صغری	[» mineure]	$\frac{9}{5}$ سابعهٔ صغری	[» mineure]
$\frac{16}{15}$ نصف ثانیهٔ کبری	[Demi-Seconde maj.]		

فاصلات ملایمه‌ایله فاصلات منافره ویا غیر ملایمه‌یی تشکیل ایدن کسورات میانده ۷ عددینی حاوی نسبتلرك فقدانی کورولورکه بوفقدان ، برثامنه‌نك محتویاتنه ۷ عددینك ادخال ایدیله‌مه‌مسندن نشأت ایدر .

موسیقیده فاصلهٔ منافره‌لرك وجودینه برلزوم وارایسه اوده فاصلهٔ ملایمه‌لرایله برضدیت تشکیل ایتمه‌سی و بونلرك دها لذتله استماعنه بر زمین تهیئه ایلمه‌سیدر . بونك ایچوندرکه غرب موسیقیسنده بونوع فاصله‌لرك استعمالی کوندن کونه تعمم ایتمکده‌در .

بر ثامنه داخلنده، تعبیر دیکرله عدد اهتزاز یکدیکرینـك ضعفی اولان ایکی صـوت میانده، بولنان سلسلهٔ اصوات موسیقیه‌یه «غام» [Gamme] تعبیراولنور. برغامی‌تشکیل ایدن یدی صوتدن هربرینه‌ده « نوطه » ویا « پرده » [Note] نامی ویریلیر .

٤ غام ماژور ، وفاصلات متعاقبه‌سی . — غرب موسیقیسنده استعمال اولنان و «غام‌ماژور» [Gamme majeure] ویا «بطلمیوس‌غامی» [Gamme de Ptolémée] نامیله معروف بولنان غامی تشکیل ایدن پرده‌لر، الك پست اولاننك عدد اهتزازتامی‌واحد اعتبار ایدلدیکنه کوره ، بروجه آتی نسبتلر واسملر ایله تقدیر وافاده اولنور :

دو	ره	می	فا	صول	لا	سی	دو ۲
$\frac{1}{1}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	$\frac{2}{1}$

بو نسبتلره عطف نظر دقت ایدیله‌جك اولور ایسه کورولورکه آرمونی غامی، ثالثهٔ کبری ($\frac{5}{4}$) ، رابعه ($\frac{4}{3}$) ، خامسه ($\frac{3}{2}$) ، فاصـلهٔ ملایمه‌لرینی حاوی اولدیغی کبی ثانیهٔ کبری ($\frac{9}{8}$) ، سابعهٔ کبری ($\frac{15}{8}$) فاصلهٔ غیر ملایمه‌لرینی‌ده محتویدر .

بو غامه علی‌الاطلاق بر رابعه ایله بر خامسـه‌دن مرکب نظریله باقیله‌بیلیر : فی‌الحقیقه

« صول » نوطه‌سی، « صوت اصـلی » دنیلن « دو » نوطه‌سنه نظراً بر خامسه قدر تیز اولدیغی کبی ایکنجی « دو » نوطه‌سی‌ده « فا » نوطه‌سندن بر خامسه قدر تیزدر .

آرمونی غامنی تشکیل ایدن پرده‌لرك الك پست اولان « دو » نوطه‌سنه نظراً فاصله‌لری آلنه‌جغی یرده یکدیکرینه نسبةً فاصلهٔ متعاقبه‌لری تحری ایدیله‌جك اولورایسه بروجه آتی نسبتلره تصادف اولنور :

دو		ره		می		فا		صول		لا		سی		دو ۲
	$\frac{9}{8}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{16}{15}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{16}{15}$	

ایشته‌بوصورتله استحصال‌اولنان‌اوچ‌نوع «فاصلهٔ متعاقبه»ده $\frac{9}{8}$ فاصله‌سنه «طون‌ماژور» [Ton majeur] ، $\frac{10}{9}$ فاصله‌سنه « طون مینور » [Ton mineur] و $\frac{16}{15}$ فاصله‌سـنه « نصف طون ماژور » [Demi-Ton majeur] نامی ویریلیر .

ایکی فاصله‌نك مجموعی یعنی بربرینه تعاقبی ، بو فاصـله‌لری ارائه ایدن نسبتلر حاصل ضربیله افاده اولنمق‌ایجاب‌ایدر . چونکه فاصله‌لرك هربری ذاتاً برنسبت ودها طوغروسی ایکی عدد اهتزاز بیننده‌کی خارج قسمتدن عبارت بولندیغندن بربرینی متعاقب‌اوچ‌صوتدن اوچنجیسی ایله برنجیسی بیننده‌کی نسبت ، ایکنجیسی ایله برنجیسی و اوچنجیسی ایله ایکنجیسی بیننده‌کی نسبتلرك حاصل ضربنه مساوی اولور . بوحالده

$$\frac{25}{24} \times \frac{16}{15} = \frac{10}{9}$$

صورتنـده یازیله‌بیله‌جکنه کوره بر طون مینور، برنصف طون ماژور ایله دیکر $\frac{25}{24}$ لك بر فاصله مجموعنه مساوی اولمق لازم کلیرکه بو صوك فاصله‌یه « نصف طون مینور » [Demi-Ton mineur] دنیلیر . نصف طون مینور غرب موسیقیسنده استعمال اولنـان فاصله‌لرك الك کوچوکیدر .

بالمقابله‌ایکی فاصله‌نك تفاضلی، یعنی بربرینه اولان بعدی‌ده ، بو فاضله‌لری ارائه ایدن نسبتلرك حاصل تقسیمی ایله کوسـترلمك اقتضـا ایدر . بو تقدیرجه بر طون ماژور ایله بر طون مینور بیننده‌کی فرق :

$$\frac{81}{80} = \frac{9}{10} \times \frac{9}{8} = \frac{10}{9} \div \frac{9}{8}$$

کبی اصغر بر مقداره مسـاوی بولنورکه بو فرقی قولاق همان فرق‌ایدر ایتمز برحالده‌در . ایشته بوفرقه « قوما » [Comma] نامی‌ویریله‌رك قابل‌ترك اوله‌بیلن‌فاصله‌لرك‌حدالغایه‌سی نظریله باقیلیر .

آرمونی غامنی تشکیل ایدن پرده‌لرك میانلرنده‌کی نسبت ممکن مرتبه تحری ایدیله‌جك اولور ایسه بروجه آتی جدوله دسترس اولنور .

جدول

ثانیه	ثالثه	رابعه
$\frac{9}{8}=\frac{\text{ره}}{\text{دو}}$	$\frac{5}{4}=\frac{\text{می}}{\text{دو}}$	$\frac{4}{3}=\frac{\text{فا}}{\text{دو}}$
$\frac{80}{81}\times\frac{9}{8}=\frac{10}{9}=\frac{\text{می}}{\text{ره}}$	$\frac{80}{81}\times\frac{6}{5}=\frac{32}{27}=\frac{\text{فا}}{\text{ره}}$	$\frac{4}{3}=\frac{\text{صول}}{\text{ره}}$
$\frac{24}{25}\times\frac{80}{81}\times\frac{9}{8}=\frac{16}{15}=\frac{\text{فا}}{\text{می}}$	$\frac{24}{25}\times\frac{5}{4}=\frac{6}{5}=\frac{\text{صول}}{\text{می}}$	$\frac{4}{3}=\frac{\text{لا}}{\text{می}}$
$\frac{9}{8}=\frac{\text{صول}}{\text{فا}}$	$\frac{5}{4}=\frac{\text{لا}}{\text{فا}}$	$\frac{81}{80}\times\frac{25}{24}\times\frac{4}{3}-\frac{45}{32}=\frac{\text{سی}}{\text{فا}}$
$\frac{10}{9}=\frac{\text{لا}}{\text{صول}}$	$\frac{5}{4}=\frac{\text{سی}}{\text{صول}}$	$\frac{4}{3}=\frac{\overset{\text{دو}}{2}}{\text{صول}}$
$\frac{9}{8}=\frac{\text{سی}}{\text{لا}}$	$\frac{6}{5}=\frac{\overset{\text{دو}}{2}}{\text{لا}}$	$\frac{81}{80}\times\frac{4}{3}-\frac{27}{20}=\frac{\overset{\text{ره}}{2}}{\text{لا}}$
$\frac{16}{15}=\frac{\overset{\text{دو}}{2}}{\text{سی}}$	$\frac{6}{5}=\frac{\overset{\text{ره}}{2}}{\text{سی}}$	$\frac{4}{3}=\frac{\overset{\text{می}}{2}}{\text{سی}}$
خامسه	**سادسه**	**سابعه**
$\frac{3}{2}=\frac{\text{صول}}{\text{دو}}$	$\frac{5}{3}=\frac{\text{لا}}{\text{دو}}$	$\frac{15}{8}=\frac{\text{سی}}{\text{دو}}$
$\frac{80}{81}\times\frac{3}{2}=\frac{40}{27}=\frac{\text{لا}}{\text{ره}}$	$\frac{5}{3}=\frac{\text{سی}}{\text{ره}}$	$\frac{80}{81}\times\frac{9}{5}=\frac{16}{9}\times\frac{\overset{\text{دو}}{2}}{\text{ره}}$
$\frac{3}{2}=\frac{\text{سی}}{\text{می}}$	$\frac{24}{25}\times\frac{5}{3}=\frac{8}{5}=\frac{\overset{\text{دو}}{2}}{\text{می}}$	$\frac{24}{25}\times\frac{15}{8}=\frac{9}{5}=\frac{\overset{\text{ره}}{2}}{\text{می}}$
$\frac{3}{2}=\frac{\overset{\text{دو}}{2}}{\text{فا}}$	$\frac{5}{3}=\frac{\overset{\text{ره}}{2}}{\text{فا}}$	$\frac{15}{8}=\frac{\overset{\text{می}}{2}}{\text{فا}}$
$\frac{3}{2}=\frac{\overset{\text{ره}}{2}}{\text{صول}}$	$\frac{5}{3}=\frac{\overset{\text{می}}{2}}{\text{صول}}$	$\frac{16}{9}=\frac{\overset{\text{فا}}{2}}{\text{صول}}$
$\frac{3}{2}=\frac{\overset{\text{می}}{2}}{\text{لا}}$	$\frac{8}{5}=\frac{\overset{\text{فا}}{2}}{\text{لا}}$	$\frac{9}{5}=\frac{\overset{\text{صول}}{2}}{\text{لا}}$
$\frac{3}{2}=\frac{\overset{\text{فا}}{2}}{\text{سی}}$	$\frac{8}{5}=\frac{\overset{\text{صول}}{2}}{\text{سی}}$	$\frac{16}{9}=\frac{\overset{\text{لا}}{2}}{\text{سی}}$

شمدی بوجدولك محتویاتنی تدقیق ایده‌لم :

اولا ، ثانیه فاصله‌سی یعنی بر پرده‌نك ماقبلنه نسبتی ، اولجه‌ده کورولدیکی اوزره ، $\frac{9}{8}$ ، $\frac{10}{9}$ ، $\frac{16}{15}$ کبی اوچ مختلف قیمتی حائزدرکه بوغامی دیکر غاملردن تفریق‌ایدن باشلیجه فاصله‌لرده بونلردر .

ثانیاً ، ثالثه فاصله‌سی اوچ نوعدر : برنجیسی $\frac{5}{4}$ درکه « ثالثهٔ کبری » ، ایکنجیسی $\frac{6}{5}$ درکه « ثالثهٔ صغری » نامیله معروفدر . اوچنجیسی « فا » ایله « ره » آره‌سنده واقع $\frac{32}{27}=\frac{6}{5}\times\frac{80}{81}$ فاصله‌سیدرکه ثالثهٔ صغرادن برقوما قدر نقصاندر .

ثالثاً ، رابعه فاصله‌سی‌ده اوچ نوعدر : برنجیسی $\frac{4}{3}$ درکه اصل « رابعه » فاصله‌سیدر ؛ ایکنجیسی $\frac{45}{32}$ درکه بوده تقریبـاً بررابعه‌دن $\frac{25}{24}$ یعنی برنصف طون مینورقدر یوکسـك اولدیغندن برفاصلهٔ منافره تشـکیل ایدر . باقی قالان $\frac{27}{20}$ فاصله‌سی ایسـه رابعه‌دن یالکز برقوما قدر فضله‌در .

رابعاً ، خامسه فاصله‌سی علی السویه $\frac{3}{2}$ ایسه‌ده یالکز « لا » ایله « ره » آره‌سنده $\frac{40}{27}$ یعنی اصل خامسه‌دن برقوما قدر نقصاندر .

خامساً ، سادسه فاصله‌سی ایکی نوعدر : برنجیسی $\frac{5}{3}$ درکه « سـادسهٔ کبری » دن عبارتدر ؛ ایکنجیسی بوندن نصف‌طون‌مینور قدر نقصان اولان $\frac{8}{5}$ یعنی « سادسهٔ صغری » فاصله‌سیدر .

سادساً ، سابعه فاصله‌سی اوچ قیمتی حائزدر : برنجیسی $\frac{15}{8}$ درکه « سـابعهٔ کبری » نامیله معروفدر ؛ ایکنجیسی بوندن برنصف طون مینور قدر نقصان اولان $\frac{9}{5}$ فاصله‌سیدرکه « سابعهٔ صغری » یی تشکیل ایدر. اوچنجیسی $\frac{16}{9}$ درکه بوده سابعهٔ صغرادن برقوما قدر نقصاندر .

٥ غام‌مینور، فاصلات‌متعاقبه‌سی — غرب موسیقیونی برایکنجی‌غام‌دها استعمال ایتمکده‌درلرکه بونده ثالثهٔ کبری، سادسهٔ کبری، سابعهٔ کبری، فاصله‌لری صغرالریله‌تبدیل ایدلمش اولدیغندن « غام مینور » [Gamme mineure] نامیله مشهوردر . برغام مینوری تشکیل ایدن پرده‌لرك « دو » صوت اصلیسنه نظراً فاصله‌لری :

دو	ره	می	فا	صول	لا	سی	دو
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{9}{5}$	2

اولدیغی کبی بو پرده‌لرك فاصلهٔ متعاقبه‌لری‌ده :

دو		ره		می		فا		صول		لا		سی		دو٢
	$\frac{٩}{٨}$		$\frac{١٦}{١٥}$		$\frac{١٠}{٩}$		$\frac{٩}{٨}$		$\frac{١٦}{١٥}$		$\frac{٩}{٨}$		$\frac{١٠}{٩}$	

دن عبارتدر .

واقعا بوغامی تشکیل ایدن فاصلهٔ متعاقبه‌لر غام ماژوری ترکیب ایدن فاصلهٔ متعاقبه‌لردن باشقه بر شی دکل ایسه‌ده ترتیبلری اعتباریله یکدیکرندن فرقلیدرلر. شویله‌که: طون ماژور ط ، طون مینور طَ ، و نصف طون ماژور ½ ط ایله کوستریلیر ایسه غام ماژور ایله غام مینور بیننده‌کی فرق بروجه آتی ارائه ایدیله‌بیلیر :

	دو		ره		می		فا		صول		لا		سی		دو٢
غام ماژور :		ط		طَ		½ط		ط		طَ		ط		½ط	
غام مینور :		ط		½ط		طَ		ط		½ط		ط		طَ	

٦ **فیثاغور غامی ، فاصلات متعاقبه‌سی .** — اوروپاده بعضی اساتذهٔ موسیقی میانده مستعمل برغام دها واردرکه بالخاصه «فیثاغورغامی» [Gamme de Pythagore] نامیله یاد ایدیلیر . بوغامك پرده‌لرینی تعیینه خدمت ایدن نسبتلر :

	دو	ره	می	فا	صول	لا	سی	دو٢
	١	$\frac{٩}{٨}$	$\frac{٨١}{٦٤}$	$\frac{٤}{٣}$	$\frac{٣}{٢}$	$\frac{٢٧}{١٦}$	$\frac{٢٤٣}{١٢٨}$	٢
ویاخود	١	$\frac{٣^{٢}}{٢^{٣}}$	$\frac{٣^{٤}}{٢^{٦}}$	$\frac{٢^{٢}}{٣}$	$\frac{٣}{٢}$	$\frac{٣^{٣}}{٢^{٤}}$	$\frac{٣^{٥}}{٢^{٧}}$	٢

دن عبارت وهیئت عمومیه‌سی خامسه فاصله‌سی اوزرینه مرتبدر. فی‌الحقیقه فیثاغور غامنی تشکیل ایدن هربر نوطه‌نك قیمتی $\frac{٣}{٢}$ ایله ضرب اولنورایسه اونوطه‌یه نظراً بشنجی اولان نوطه‌نك قیمتی استحصال اولنور . شویله‌که :

دو × خامسه = صول ، $\frac{١}{١} \times \frac{٣}{٢} = \frac{٣}{٢}$

می × خامسه = سی ، $\frac{٨١}{٦٤} \times \frac{٣}{٢} = \frac{٤٢٣}{٢٨١}$

ره × خامسه = لا ، $\frac{٩}{٨} \times \frac{٣}{٢} = \frac{٢٧}{١٦}$

فا × خامسه = دو٢ ، $\frac{٤}{٣} \times \frac{٣}{٢} = ٢$

اولور . واقعا بوخاصه بعضی تللی سازلرك قولایلقله آقورده ایدلمه‌سنی انتاج ایدر ایسه‌ده ، ایلریده کوروله‌جکی اوزره، «آرمونی» صنعتی نقطهٔ نظرندن پك بیوك بر محذوری داعیدر[١]

مع مافیه فرانسه ارباب حکمت طبیعیه‌سندن قورنو[Cornu] ومرقادیه[Mercadier] نك اجرا ایلدکلری تجاربه نظراً ملودی‌یه اك موافق کلن غام فیثاغورغامیدر . حتی کمان ایله بر ملودی چالندیغی حالده بونی چالان کیمسه خبری اولمقسزین ، فیثاغورغامنك پرده وفاصله‌لرینی استعمال ایلدیکنی مومی الیهما بالتجربه اثباته موفق اولمشلردر . بناءً علیه فیثاغور غامنه «ملودی غامی» دینلسه بحق بری واردر .

فیثاغورغامنك فاصلات متعاقبه‌سنه کلنجه اوده بروجه آتی‌در :

دو		ره		می		فا		صول		لا		سی		دو٢
	$\frac{٩}{٨}$		$\frac{٩}{٨}$		$\frac{٢٥٦}{٢٤٣}$		$\frac{٩}{٨}$		$\frac{٩}{٨}$		$\frac{٩}{٨}$		$\frac{٢٥٦}{٢٤٣}$	

بوغامك طونی، آرمونی غامنك طون ماژورینه مساوی ایسه‌ده نصف طونی دیکرینك نصف طونندن برقوما قدر نقصان وفقط دها قاریشقدر ؛ فی‌الحقیقه :

$$\frac{٢٥٦}{٢٤٣} \times \frac{٨١}{٨٠} = \frac{٢٥٦}{٢٤٣} = \frac{١٦}{١٥}$$

بولنور . آنجق بونده شایان دقت بر شی وار ایسه اوده طونلر ایله نصف طونلرك آرمونی غامنده‌کی ترتیب اوزره بولنماسیدر ؛ تعبیر آخرله فیثاغور غامنك فاصلات متعاقبه‌سنك :

دو		ره		می		فا		صول		لا		سی		دو٢
	ط		ط		½ط		ط		ط		ط		½ط	

سلسله‌سنی تعقیب ایتمه‌سیدر .

فیثاغور غامنك فاصله‌لری ممکن اولدیغی مرتبه تحری ایدیله‌جك اولسه بروجه آتی جدوله دسترس اولنور :

ثانیه	ثالثه	رابعه	خامسه	سادسه	سابعه	ثامنه
$\frac{٩}{٨}$	$\frac{٨١}{٦٤}$	$\frac{٤}{٣}$	$\frac{٣}{٢}$	$\frac{٢٧}{١٦}$	$\frac{٢٤٣}{١٢٨}$	٢
$\frac{٢٥٦}{٢٤٣}$	$\frac{٣٢}{٢٧}$	$\frac{٧٥٩}{٥١٢}$	$\frac{١٠٢٤}{٧٢٩}$	$\frac{١٢٨}{٨١}$	$\frac{١٦}{٩}$	

[١] بوغام قدیم یونانیلرك موسیقیسنده مستعمل اولان غامدر . عجبا یونانیلر، باشلیجه آلت موسیقیه‌لری اولان «لیرا» [Lyre] یی قولایلقله آقورده ایتمکه یاردم ایتدیکی ایچونمی بوغامی انتخاب ایتمشلر ! یوقسه فیثاغورمصر کهنه‌سندن کندیسنه موروث اولان «آهنك ارقام» سوداسنه‌می قاپلمشدر! بوراسی بیلنه‌مه‌مکده‌در. فقط فیثاغور غامنك منشأی هرنه اولور ایسه اولسون، بو غام ظاهراً نه قدر بسیط ایسه اودرجه قاریشیق فاصله‌لری محتویدر .

بوجدولدن استدلال اولنورکه :

اولا ثانیه‌فاصله‌سی آرمونی‌غامنك‌ثانیهٔ کبراسنه‌مساوی، وفقط نصف ثانیه‌سی اولان $\frac{٢٥٦}{٢٤٣}$ فاصله‌سی ایله اصل ثانیه فاصله‌سی میانده‌کی فرق :

$$\frac{٢١٨٧}{٢٠٤٨} = \frac{٢٤٣}{٢٥٦} \times \frac{٩}{٨} = \frac{٢٥٦}{٢٤٣} \div \frac{٩}{٨}$$

دن عبارتدرکه‌بوکابالخاصه « آپوتوم»[Apotome] و $\frac{٢٥٦}{٢٤٣}$ فاصله‌سنه‌ده« لیما »[Limma] نامی ویرلمشدر . بر « آپوتوم » ایله بر « لیما » بیننده‌کی فرقه کلنجه اوده :

$$\frac{٥٣١٤٤١}{٥٢٤٢٨٨} = \frac{٢٥٦}{٢٤٣} \div \frac{٢١٨٧}{٢٠٤٨}$$

مقدارینه مساویدرکه بوکاده بر « فیثاغورقوماسی» [Comma de Pythagore] دنیلیر . ایشته بوغامده موجود اولان وایجابی حالنده ترك اولنه‌بیلن اك کوچوك فاصله بودر.

ثانیاً ، ثالثهٔ کبری مقامنده بولنان $\frac{٨١}{٦٤}$ فاصله‌سی آرمونی غامنك ثالثهٔ کبراسندن عادی برقوما قدر فضله وبالعکس ثالثهٔ صغری مقامنده اولان $\frac{٣٢}{٢٧}$ نسبتی‌دیکرغامك ثالثهٔ صغراسندن ینه بر قوما قدر نقصاندر .

ثالثاً ، رابعه فاصله‌سنك برقیمتی آرمونی غامنده‌کی رابعه فاصله‌سنك اصل‌قیمتنك عینی ایسه‌ده دیکری بونده‌ده :

$$\frac{٢١٠٧}{٢٠٤٨} = \frac{٤}{٣} \div \frac{٧٥٩}{٥١٢}$$

یعنی برآپوتوم قدر بویوکدرکه بوراسی حقیقة جالب نظردقتدر .

رابعاً ، خامسه فاصله‌سنك برقیمتی هرایکی غامده بر ایسه‌ده دیکر قیمتی بوندن برآپوتوم قدر نقصاندر .

خامساً ، سادسهٔ کبری مقامنده اولان $\frac{٢٧}{١٦}$ نسبتی آرمونی غامنك سادسهٔ کبراسندن عادی برقوما قدر فضله ایسه‌ده سادسهٔ صغری حکمنده بولنان $\frac{١٢٨}{٨١}$ نسبتی سادسهٔ صغرادن بر قوما قدر دوندر .

سادساً ، سابعهٔ کبری مقامنده بولنان $\frac{٢٤٣}{١٢٨}$ فاصله‌سی سابعهٔ کبرادن هم بویوك، هم قاریشقدر .

٧ دیه‌ز ، بمه‌ول .— هرغامده « سر پرده » اولان‌صوت‌اصلی براهمیت‌مخصوصه‌یی حائزدر. چونکه بر « مورسو» یی الده بولنان سازه ویا اوقویه‌جق‌اولان کیمسه‌نك سسنه موافق کله‌جك صورتده ایندیروب چیقاره‌بیلمك لازمدر . واقعا فاصلهٔ موسیقیه‌لر ، اصواتك قیمت مطلقه‌لرینه تابع بولندیغی‌جهتله بر «مورسو» یی ایستیلن پرده‌دن‌اوقومق

ممکن ایسه‌ده آلات موسیقیه‌نك اکثریسنده بونقل پرده کیفیتی‌قولایلقله اجرا اولنه‌ماز. مثلا ثابت پرده‌لی برساز ایله صول پرده‌سندن آرمونی غامنی چیقارمق لازم کلسه، درحال مشکلات باش‌کوسترر . فی‌الحقیقه آلتك طبیعی پرده‌لرینه کوره بوغامك :

صول ┬ لا ┬ سی ┬ دو٢ ┬ ره٢ ┬ می٢ ┬ فا٢ ┬ صول٢

طَ ط ط½ ط طَ ط½ ط

ویا ایکی نوع طونی توحید ایله :

صول ┬ لا ┬ سی ┬ دو٢ ┬ ره٢ ┬ می٢ ┬ فا٢ ┬ صول٢

ط ط ½ط ط ط ½ط ط

طرزنده اولماسی اقتضا ایدرکه بونده ایکنجی نصف طون ترتیب اصلیسندن برمرتبه اول کلمش بولنور .

ایشته اصل غامده موجود اولان :

ط ط ½ط ط ط ط ½ط

ترتیبی‌محافظه ایچون « فا» نوطه‌سنی براز تیز قیلمق‌ایجاب ایدر . بوایسه « فا » نوطه‌سنی $\frac{٢٥}{٢٤}$ نسبتنده یوکسلتمك ایله ممکن اولورکه بوکاده « دیه‌زلمك » [Diéser] تعبیر اولنور . « دیه‌ز » لنمش برنوطه‌نك یاننه d اشارتی قونلمشدر . [١]

---

[١] فی‌الحقیقه :

صول | لا | سی | دو٢ | ره٢ | می٢ | فا٢ | صول٢

$\frac{٣}{٢}$ | $\frac{٥}{٣}$ | $\frac{١٥}{٨}$ | ٢ | $\frac{٩}{٤}$ | $\frac{٥}{٢}$ | $\frac{٨}{٣}$ | ٣

ط ط ½ط ط ط ½ط ط

سلسله‌سنده‌کی «فا» نوطه‌سنك بروجه ایله یوکسلمه‌سی مطلوبدرکه «می» نوطه‌سنه نسبتی ط و «صول» نوطه‌سنه نسبتی‌ده ½ ط اولسون . ایشته بوحالده بالطبع :

$$\frac{١٠}{٩} = \frac{س \times \frac{٨}{٣}}{\frac{٥}{٢}}$$

اوله‌جغندن :

$$\frac{٢٥}{٢٤} = \frac{١٥٠}{١٤٤} = \frac{٣ \times ١٠ \times ٥}{٨ \times ٩ \times ٢} = س$$

بولنور .

بالعكس « فا » پردەسندن اعتباراً ینه آرمونی غامنی تشکیل ایتمك اقتضا ایلسه آلتده :

فا | صول | لا | سی | دو$_٢$ | ره$_٢$ | می$_٢$ | فا$_٢$

ط ط ط $\frac{١}{٢}$ط ط ط $\frac{١}{٢}$ط

ترتیبی تصحیح ایچون «سی» پردەسنی براز پست قلمق وبونك ایچونده پردۀ مذکورەیی $\frac{٢٤}{٢٥}$ نسبتده ایندیرمك ایجاب ایدرکه بوکاده « بەموللەمك » [Bémoler] دینلیر . «بەموله» اولان نوطەنك یانته b اشارتی وضع اولنمشدر . [٢]

برنوطەیی دیەزلمك و بەموللەمك ایچون بیان اولنان شو قاعدەیه « آریستوخسن قاعدەسی » [Règle d'Aristoxêne] دینلیرکه ، آلتمش، یتمش سنه دن بری عموماً قبول ایدلمشدر. مع مافیه مشاهیر موسیقی شناساندن دلزن [Delezenne] ك تأسیس ایلدیکی برقاعدەیه کوره برنوطەیی دیەزلمك ایچون بوندن صوکره کلن نوطەنك $\frac{١٥}{١٦}$ مثلی و بەموللەمك ایچونده بونوطەدن اول کلن نوطەنك $\frac{١٦}{١٥}$ مثلی آلمق کفایت ایدر .

هرهانکی قاعده ایله اولورسه اولسون آرمونی غامنده میانلری برطون ایله تفریق قلنمش اولان تام پردەلر آراسنه بوصورتله ایکیشر پرده دها علاوه ایدیلیرکه بونك بری پست اولان پردەنك دیەزی ، دیکری تیز اولان پردەنك بەمولیدر . بناءً علیه برآرمونی غامی بروجه آتی یدی اساس پرده ایله اون دیەز وبەمولدن مرکب بولنور :

دو دو d ره b ره ره d می b می فا فا d صول b

صول صول d لا b لا لا d سی b سی دو$_٢$

[٢] کذلك

فا صول لا سی دو$_٢$ ره$_٢$ می$_٢$ فا$_٢$

$\frac{٤}{٣}$ | $\frac{٣}{٢}$ | $\frac{٥}{٣}$ | $\frac{١٥}{٨}$ | ٢ | $\frac{٩}{٤}$ | $\frac{٥}{٢}$ | $\frac{٨}{٣}$

(ط) (ط) (ط) (ط$\frac{١}{٢}$) (ط) (ط) (ط$\frac{١}{٢}$)

سلسلەسندەکی « سی » پردەسنی بردرجه ایندیرملیدرکه « لا » پردەسنه نسبتی نصف طون و دو$_٢$ پردەسنکده بوکا نسبتی برطون اولسون . بوحالده

$$\frac{١٠}{٩} = \frac{٢}{س \times \frac{١٥}{٨}}$$

اولەجغی جهتله :

$$س = \frac{٨ \times ٢ \times ٩}{١٥ \times ١٠} = \frac{١٤٤}{١٥٠} = \frac{٢٤}{٢٥}$$

فیثاغور غامنی قبول و استعمال ایدنلرده [١] برنوطەیی دیەزلمك وبەموللەمك احتیاجندن وارسته دکللردر . آنجق فیثاغور غامنده برنوطەیی دیەزلمك ایچون موسیو شووه [Chevé] یه کوره ، بوندن صوکره کلن نوطەنك $\frac{٢٤٣}{٢٥٦}$ مثلی ، بەموللەمك ایچونده اول کلن نوطەنك $\frac{٢٥٦}{٢٤٣}$ مثلی آلمق کفایت ایدر . بزه کوره فیثاغور غامنده برنوطەیی دیەزلمك ایچون او نوطەیی $\frac{٢١٨٧}{٢٠٤٨}$ نسبتده تیزلشدیرمك وبالعکس بەموللەمك ایچونده $\frac{٢٠٤٨}{٢١٨٧}$ نسبتنده پستلشدیرمك ایجاب ایدر [٢] .

[١] « غالن - پاری - شووه » مکتبی [Ecole Galin-Paris-Chevé]

[٢] فی الحقیقه فیثاغور غامنده فاصلۀ متعاقبەلر :

دو ره می فا صول لا سی دو

١ | $\frac{٩}{٨}$ | $\frac{٨١}{٦٤}$ | $\frac{٤}{٣}$ | $\frac{٣}{٢}$ | $\frac{٢٧}{١٦}$ | $\frac{٢٤٣}{١٢٨}$ | ٢

ط ط $\frac{١}{٢}$ط ط ط ط $\frac{١}{٢}$ط

اولدیغندن ، مثلا سر پردەسی صول اولمق اوزره برغام تشکیل ایدیلەجك اولسه نظم طبیعی ایله سازد

صول لا سی دو$_٢$ ره$_٢$ می$_٢$ فا$_٢$ صول$_٢$

$\frac{٣}{٢}$ $\frac{٢٧}{١٦}$ $\frac{٢٤٣}{١٢٨}$ ٢ $\frac{٩}{٤}$ $\frac{٨١}{٣٢}$ $\frac{٨}{٣}$ ٣

سلسلەسنه تصادف اولنور . ایشته بوسلسلەده ایکنجی نصف طون برحد اول کلش اولدیغندن $\frac{٨}{٣}$ (فا$_٢$) نوطەسنی بروجه ایله یوکسلتمك ایجاب ایدرکه ماقبله نسبتی $\frac{٩}{٨}$ (طون) ومابعدینه نسبتی $\frac{٢٤٣}{٢٥٦}$ (نصف طونك عکسی) اولسون . بوحالده :

$$\frac{س \times \frac{٨}{٣}}{\frac{٨١}{٣٢}} = \frac{٩}{٨} \quad \text{ویاخود} \quad \frac{س \times \frac{٨}{٣}}{٣} = \frac{٢٤٣}{٢٥٦}$$

اولەجغندن بونلردن :

$$س = \frac{٣ \times ٩ \times ٨١}{٨ \times ٨ \times ٣٢} = \frac{٢١٨٧}{٢٠٤٨} \quad \text{ویاخود} \quad س = \frac{٣ \times ٣ \times ٢٤٣}{٨ \times ٢٥٦} = \frac{٢١٨٧}{٢٠٤٨}$$

بولنور . کذلك سر پرده « فا » اولمق اوزره تشکیل ایدیلن :

فا صول لا سی دو$_٢$ ره$_٢$ می$_٢$ فا$_٢$

$\frac{٤}{٣}$ | $\frac{٣}{٢}$ | $\frac{٢٧}{١٦}$ | $\frac{٢٤٣}{١٢٨}$ | ٢ | $\frac{٩}{٤}$ | $\frac{٨١}{٣٢}$ | $\frac{٨}{٣}$

ط ط ط $\frac{١}{٢}$ط ط ط ط

کی برغامده نصف طون برحد صوکره کلش بولەجغندن سی نوطەسنی براز ایندیرمك اقتضا ایدر . ایشته سی نوطەسی بروجه ایله تنقیص ایدلمیدرکه ماقبلنه نسبتی $\frac{١}{٢}$ ط ومابعدینه نسبتی بر طونك عکسنه مساوی اولسون . بوحالده :

$$\frac{س \times \frac{٢٤٣}{١٢٨}}{\frac{٢٧}{١٦}} = \frac{٢٥٦}{٢٤٣} \quad \text{ویا} \quad \frac{س \times \frac{٢٤٣}{١٢٨}}{٢} = \frac{٨}{٩}$$

اولەجغندن بو معادلەلردن :

$$س = \frac{١٢٨ \times ٢٧ \times ٢٥٦}{٢٤٣ \times ١٦ \times ٢٤٣} = \frac{٢٠٤٨}{٢١٨٧} \text{ ، } س = \frac{٢ \times ٨ \times ١٢٨}{٢٤٣ \times ٩} = \frac{٢٠٤٨}{٢١٨٧} \quad \text{بولنور.}$$

بو حالده بر پرده‌نك دیه‌زی اوست طرفنده‌كی پرده‌نك بمه‌مولندن دها تیز دیمك اولور .
بناءً علیه بوفیثاغور غامی دیه‌ز وبه‌موللرایله بروجه آتی ترکب ایدر [١] :

دو ، ره b ، دو d ، ره ، می b ، ره d ، می ، فا ، صول b ،
فا d ، صول ، لا b ، صول d ، لا ، سی b ، لا d ، سی ، دو

ایشته بودیه‌زلر وبه‌موللر یاردیمیله‌درکه غرب موسیقیسنده بر موروی « ترانسپوزه » ایتمك تعبیر آخرله یازلدیغی پرده‌دن دها تیز ویادها پست پرده‌لردن چاله‌بیلمك میسر اولمشدر .

٨ معتدل غام . — استعمال اولنان غام هانکیسی اولور ایسه ثابت پرده‌لی بر آلت موسیقیه ومثلا پیانویه دیه‌ز وبه‌موللرك كافه‌سنی ادخال ایلمك ممکن اوله‌ماز . فی الحقیقه برثامنه‌ده یدی اساس پرده‌وبش دیه‌زایله بش به‌مول بولنه‌جغی جهتله جمعاً هر برثامنه ایچون ١٧ تل اولمق ایجاب ایدر . بناءً علیه یدی « اوقتـاو » یعنی ثامنه‌یی حاوی اولان عادی بر پیانوده پرده‌لر عددی ١٧×٧=١١٩ عددینه بالغ اولمق لازم کلیرکه بوکیفیت آلتك انشاسنی تصعیب ایتدیکی کبی چالماسنی‌ده‌دوچار اشکال ایلر . بنابرین یکدیکرینه پك قریب بولنان پرده‌لری برلشدیرمك وتقریبی فاصله‌لرایله اکتفا ایلمك مجبوریتی حاصل اولور .

---

[١] آرمونی غامنده برپرده‌نك یه‌زی‌اوپرده‌یی متعاقب کلدیکی به‌مولی ایسه کندیسندن اول بولندیغی تعبیر آخرله مثلا دو ایله ره آره‌سنده‌کی « دیاز » و « به‌مول » :

دو   دو d   ره b   ره   .

ترتیبی اوزره اولدیغی حالده . اوروپا خواننده‌کانی دو دیه‌ز پرده‌سنه « ره بمول » وبالعکس « ره‌بمول » پرده‌سنه « دو دیه‌ز » دیه کلمکده‌درلر . بوکیفیت فیثاغور غامندن قاله‌برشی اولسه کرکدر؛ یاخود دو صوتندن طوغریدن طوغری‌یه اصل دودیه‌ز پرده‌سنه چیقه‌مادقلرندن وفقط ره‌به‌مول پرده‌سنه قولایلقله چیقه‌بیلدکلرندن کنایه‌درکه بوده ره‌به‌مول پرده‌سنی دو پرده‌سنه دهازیاده قرابتی وار بر پرده کبی تلقی ایده‌کلملرینه سبب اولمشدر . [موسیقی مباحثهٔ مشهوره‌سنده آکلاتمغه موفق اوله‌مدیغمز مسئله‌نك بری‌ده بوایدی .]

ایشته بومجبوریت سوقیله‌درکه برثامنه‌یی تعبیر دیکرله بر « دو » دن متعاقب « دو » یه‌قدر اولان فاصله‌یی بر برینه مساوی اون ایکی قسمه تقسیم ایتمشلردر . بوحالده هری س اولان بوفاصله‌لردن اون ایکی عددینك یکدیکرینه تعاقبی:

$$س^{١٢} = ٢$$

معادله‌سنی حاصل ایده‌جکندن بالطبع

$$١٫٠٥٩٤٦ = \sqrt[١٢]{٢} = س$$

بولنور . بوفاصله نصف طون اعتبارایدیله‌رك هر برطون بویله ایکی فاصله‌دن مرکب ویا

$$١٫١٢٢٤٦ = \sqrt[٦]{٢} = \sqrt[١٢]{٢} \times \sqrt[١٢]{٢}$$

مقدارینه مساوی فرض ایدلمشدر .

« معتدل غام » [Gamme tempérée] نامی تحتنده معروف بولنان بوغامده برپرده‌نك دیه‌زی ایله بوندن صوکره کلن پرده‌نك بمه‌مولی یکدیکریله برلشدیرلمشدر . آتیده‌کی جدولده آرمونی غامی ایله معتدل غامده مختلف اصوله توفیقاً دیه‌زوبه‌موللرك قیمت عددیه‌لری کوسترلمشدر . بوجدولك مندرجاتندن آکلاشیله‌جغی اوزره معتدل غامده هیچ بر فاصله تمامیله محافظه اولنه‌مامشدر . هله الك زیاده دوچار تعدیل اولان فاصله ثالثه فاصله‌سیدر : آرمونی غامنده‌کی ثالثه [می] فاصله سنه نسبتله معتدل غامك ثالثه‌سی $\frac{١}{١٢٦}$ نسبتنده ترفع ایتمشدرکه بوده هیچ بروجه ایله قابل ترك ویا تجویز بر مقدار دکلدر . مع مافیه پیانولرده دیه‌زلر ایله به‌موللری برلشدیرمك لزومی بو فرقی‌ده ارباب موسیقی‌یه قبول ایتدیرمشدر .

	بطلميوس غامى — آریستوخسن قاعده‌سنه کوره	بطلميوس غامى — دلزن قاعده‌سنه توفيقاً	معتدل غام	فيثاغور غامى — موسيو (شووه) يه کوره
دو	١,٠٠٠٠٠ = ١	١,٠٠٠٠٠ = ١	١,٠٠٠٠٠ = $٢^{٠/١٢}$	١,٠٠٠٠ = ١
دو d	١,٠٤١٦٧ = ٢٥/٢٤	١,٠٥٤٦٩ = ١٣٥/١٢٨	١,٠٥٩٤٦ = $٢^{١/١٢}$	١,٠٦٧٨٧ = ٢١٨٧/٢٠٤٨
ره b	١,٠٨٠٠٠ = ٢٧/٢٥	١,٠٦٦٦٧ = ١٦/١٥		١,٠٥٣٥٠ = ٢٥٦/٢٤٣
ره	١,١٢٥٠٠ = ٩/٨	١,١٢٥٠٠ = ٩/٨	١,١٢٢٤٦ = $٢^{٢/١٢}$	١,١٢٥٠٠ = ٩/٨
ره d	١,١٧١٧٨ = ٧٥/٦٤	١,١٧١٨٧ = ٧٥/٦٤	١,١٨٩٢١ = $٢^{٣/١٢}$	١,٢٠١٣٦ = ١٩٦٨٣/١٦٣٨٤
می b	١,٢٠٠٠٠ = ٦/٥	١,٢٠٠٠٠ = ٦/٥		١,١٨٥١٩ = ٣٢/٢٧
می	١,٢٥٠٠٠ = ٥/٤	١,٢٥٠٠٠ = ٥/٤	١,٢٥٩٩٢ = $٢^{٤/١٢}$	١,٢٦٥٦٣ = ٨١/٦٤
فا	١,٣٣٣٣٣ = ٤/٣	١,٣٣٣٣٣ = ٤/٣	١.٣٣٤٨٤ = $٢^{٥/١٢}$	١,٣٣٣٣٣ = ٤/٣
فا d	١,٣٨٨٨٩ = ٢٥/١٨	١,٤٠٦٢٥ = ٤٥/٣٢	١,٤١٤٢١ = $٢^{٦/١٢}$	١,٤٢٣٨٣ = ٧٢٩/٥١٢
صول b	١,٤٤٠٠٠ = ٣٦/٢٥	١,٤٢٢٢٢ = ٦٤/٤٥		١,٤٠٤٦٧ = ١٠٢٤/٧٢٩
صول	١,٥٠٠٠٠ = ٣/٢	١,٥٠٠٠٠ = ٣/٢	١,٤٩٨٣١ = $٢^{٧/١٢}$	١,٥٠٠٠٠ = ٣/٢
صول d	١,٥٦٢٥٠ = ٢٥/١٦	١,٥٦٥٢٠ = ٢٥/١٦	١,٥٨٧٤٠ = $٢^{٨/١٢}$	١,٦٠١٨١ = ٦٥٦١/٤٠٩٦
لا b	١,٦٠٠٠٠ = ٨/٥	١,٦٠٠٠٠ = ٨/٥		١,٥٨٠٢٤ = ١٢٨/٨١
لا	١,٦٦٦٦٧ = ٥/٣	١,٦٦٦٦٧ = ٥/٣	١,٦٨١٧٩ = $٢^{٩/١٢}$	١,٦٨٧٥٠ = ٢٧/١٦
لا d	١,٧٣٦١١ = ١٢٥/٧٢	١,٧٥٧٨١ = ٢٢٥/١٢٨	١,٧٨١٨٠ = $٢^{١٠/١٢}$	١,٨٠٢٠٣ = ٥٩٠٤٩/٣٢٧٦٨
سی b	١,٨٠٠٠٠ = ٩/٥	١,٧٧٧٧٨ = ١٦/٩		١,٧٧٧٧٨ = ١٦/٩
سی	١,٨٧٥٠٠ = ١٥/٨	١,٨٧٥٠٠ = ١٥/٨	١,٨٠٧٧٥ = $٢^{١١/١٢}$	١,٨٩٨٤٤ = ٢٤٣/١٢٨
دو ٢	٢,٠٠٠٠٠ = ٢	٢,٠٠٠٠٠ = ٢	٢,٠٠٠٠٠ = $٢^{١٢/١٢}$	٢,٠٠٠٠٠ = ٢

٩ آهنك — ایکی صوتك اتحادی حقنده اولجه بیان اولنان قاعده ایکیدن زیاده اصواتك ترکبنه‌ده قابل تطبیقدر . علی العموم ایکی ودها زیاده صوتك اتحادندن حاصل اولان صوت مرکبه « آهنك » [accord] ویا دها طوغریسی « تألیف » تعبیر اولنور . اوچ صوتدن مرکب بر آهنكك قولاغه ملایم کلمه‌سی ایچون، هربرینك صوت اصلی‌یه

یعنی سر پرده‌یه اولان نسبتنك بسیط اولماسی کافی دکلدر ؛ بلکه بو صوتلرك یکدیکرینه نظراً فاصله‌لرینك‌ده بسیط اولملری لازمدر . عکسی تقدیرده بونلرك ترکب و اتحادندن حاصل اولان « آرمونی » قولاغه خوش کلمز . اوچ صوتدن مرکب آهنکلرك الڭ ملایمی :

دو می صول
١ ٥/٤ ٣/٢
٥/٤ ٦/٥
٣/٢

نوطه‌لرندن تشکل ایدن آهنکدر . « آهنك تام کبیر » نامیله یاد اولنان بو آهنك بر ثالثهٔ کبری ایله بر ثالثهٔ صغرانك التحاقندن حاصل اولمش وهرایکیسی برخامسه‌یه منتهی بولنمشدر .

دیکر بر آهنك‌ده :

دو می b صول
١ ٦/٥ ٣/٢
٦/٥ ٥/٤
٣/٢

نوطه‌لرندن ترکب ایدن « آهنك تام صغیر » در . بو آهنكك دیکرندن فرقی آنجق ثالثهٔ کبری یرینه ثالثهٔ صغرانك قائم اولماسندن عبارتدر .

بو ایکی آهنکدن برنجیسی عدد اهتزازلری :

٤ ٥ ٦

وایکنجیسی‌ده :

١٠ ١٢ ١٥

عددلریله متناسب اولان اصواتدن ترکب ایدر . بر غامك سر پرده‌سنك عدد اهتزازی ٢٤ فرض اولنورسه دیکرلری متوالیاً :

دو	ره	می	فا	صول	لا	سی	دو٢	ره٢	می٢
٢٤	٢٧	٣٠	٣٢	٣٦	٤٠	٤٥	٤٨	٥٤	٦٠

اوله‌جغندن بو سلسله‌یه کوره اولا ٤،٥،٦ عددلریله متناسب بولنان :

دو	می	صول	،	فا	لا	دو٢
٢٤	٣٠	٣٦		٣٢	٤٠	٤٨
		صول		سی	ره٢	
		٣٦		٤٥	٥٤	

ترکیباتی بولنور ؛ ثانیاً ١٠، ١٢، ١٥ عددلریله متناسب اولمق اوزره :

می	صول	سی	، لا	دو٢	می٢
٣٠	٣٦	٤٥	٤٠	٤٨	٦٠

ترکیباتنه دسترس اولنور .

بونلردن باشقه برنامه‌داخلنده اوچ نوطه‌دن ترکب‌ایدن ملایم آهنکلر بروجه آتیدر :

دو	فا	لا
٣	٤	٥
دو	میb	لاb
٥	٦	٨
دو٢	فا٢	لاb٢
١٥	٢٠	٢٤
دو٣	می٣	لا٣
١٢	١٥	٢٠

بو ایضاحاتدن آکلاشیله‌جغی اوزره غرب موسیقیسنده مستعمل اولان غام « آهنك تام کبیر » ك تکاملندن عبارتدر ؛ تعبیر آخرله بطلمیوس غامی .. بالخاصه « آرمونی » صنعتی نقطهٔ نظرندن تأسیس ایدلمشدر . فی الحقیقه سر پرده‌سی « دو » اولان بر آهنك تام کبیر « می » ایله « صول » نوطه‌لرندن مرکب اولدیغی کبی « صول » دن باشلایان بر آهنك تام کبیر « سی » ، « ره » نوطه‌لرنی و « دو » ایله ختام بولان بر آهنك تام کبیرده «فا» و« لا » نوطه‌لرنی احتوا ایدر. ایشته‌بویله یکدیکریله اتحادایدره‌ك عادتا منفرد برصوت حصوله کتیرن اصوات مرکبه سایه‌سنده‌در که غرب موسیقیسی حائز اولدیغی عظمت ووسعتی کسب ایلمشدر . حال‌بوکه شرق موسیقیسنده هنوز بویله اوچ صوتدن مرکب برصوت واحدك نه اولدیغی بیله بیلنه‌مه‌مکده‌در .

فیثاغور غامنه کلنجه آهنك تام کبیری تشکیل ایدن :

دو می صول

$$\underbrace{\underbrace{1 \quad \tfrac{81}{64}}_{\frac{81}{64}} \quad \underbrace{\tfrac{81}{64} \quad \tfrac{3}{2}}_{\frac{32}{27}}}_{\frac{3}{2}}$$

نوطه‌لری یوقاروده بیان اولنان شرائطی حائز اولمادقلرندن بو آهنك قولاغه اصلا ملایم کلمز . چونکه فیثاغور غامنده ثالثهٔ کبری یرینه قائم اولان $\frac{81}{64}$ فاصله‌سی پك مشوشدر. کذلك

دو میb صول

$$\underbrace{\underbrace{1 \quad \tfrac{32}{27}}_{\frac{32}{27}} \quad \underbrace{\tfrac{32}{27} \quad \tfrac{3}{2}}_{\frac{81}{64}}}_{\frac{3}{2}}$$

آهنك تام‌صغیری‌ده ینه‌نسب بسیطه‌دن متشکل اولمادیغندن‌اصوات‌مرکبه‌سی‌پك متنافردرکه بوده ثالثهٔ صغری یرینه $\frac{32}{27}$ فاصله‌سنك قائم اولماسندن متولددر .

خلاصه فیثاغور غامنده ثالثهٔ کبری وثالثهٔ صغری نسبتلرینك بسیط اولمامسی بو غامه آرمونی صنعتنك تطبیقنه مانع بولنمش وحتی قدیم یونانلیلرده آرمونی صنعتنك تأسس ایده‌مه‌مسنك باشلیجه سببی‌ده ـ احتماله نظراً ـ بو اولمشدر [١]

١٠ طبیعی غام . ــ برغامی تشکیل ایدن نوطه‌لرك قیمت‌نسبیه‌لری معلوم اولدیغی وغاملرده عدد اهتزازی یکدیکرینك ضعفی اولمق‌اوزره تشکیل اولندیغی‌جهتله بونوطه‌لرك قیمت حقیقیه‌لرینی تعیین ایچون برینك قیمت مطلقهٔ اهتزازیه‌سنی بیلمك کفایت ایدر . علی‌العاده اصوات موسیقیه‌نك عدد اهتزازاتنی تعیین ایچون اساس اتخاذ اولنان صوت لا٣ ایله کوستریلن نوطه‌در . اون یدنجی عصر میلادیده بو نوطه فرانسه‌ده ثانیه‌ده ٤٠٥ عدد اهتزاز تامدن مرکب اولمق اوزره تعیین ایتمش ایدیسه‌ده یاواش یاواش ترفع ایده‌رك ١٨٥٧ سنه‌سنده‌اوپرا تیاتروسنده عدداهتزازی٤٤٨عددینه‌قدرچیقمش‌ایدی.بونك‌اوزرینه فرانسه‌ده ١٨٥٩ سنه‌سنده لا٣ نوطه‌سنك ٤٣٥ اهتزاز تامدن مرکب اولمق اوزره بر قیمت ثابته‌یه اقتران حاصل ایتدیرلمه‌سی تحت قراره آلنمشدر .

[١] بو بابده اصوات محصله بحثنده باشقه‌جه معلومات ویرلشدر .

ایشته بو حالده لا ٣ اوزرینه تنظیم اولنان غامه « طبیعی غام » [Gamme naturelle] دنیلیرکه قیمت اهتزازیه‌لری بر وجه آتیدر :

دو ٣	ره ٣	می ٣	فا ٣	صول ٣	لا ٣	سی ٣	دو ٤
٢٦١	٢٩٣,٦٢٥	٣٢٦,٢٥	٣٤٨	٣٩١,٥	٤٣٥	٤٨٩,٣٧٥	٥٢٢

دیکر اوقتاو [ثامنه] لرك سرپرده‌لرینه کلنجه اونلرده :

دو ٢ = ١٣٠,٥	دو ٣ = ٢٦١	دو ٧ = ٤١٧٦
دو ١ = ٦٥,٢٥	دو ٤ = ٥٢٢	دو ٨ = ٨٣٥٢
دو ١- = ٣٢,٦٢٥	دو ٥ = ١٠٤٤	دو ٩ = ١٦٧٠٤
دو ٢- = ١٦,٣١٢٥	دو ٦ = ٢٠٨٨	دو ١٠ = ٣٣٤٠٨

دن عبارتدر .

١١ اصوات مؤلفه . — عدد اهتزازلری برنجیسنه نسبةً ١، ٢، ٣، ٤، .... اعداد طبیعیه‌سی اوزره کیدن سلسلهٔ اصواته « اصوات مؤلفه » [Sons harmoniques] ویا عدد اهتزازی ١ اولان « صوت اصلی » [Son fondamental] ك « مؤلفه‌لری » [harmoniques] دنیلیر . ایشته غام مازورده بوسلسله‌یی تعقیب ایدن اصوات صره‌سیله تحریر ایدیله‌جك اولور ایسه :

دو ١	دو ٢	صول ٢	دو ٣	می ٣	صول ٣	!	دو ٤
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨

بولنور . بو سلسله‌نك باش طرفلرنده بربرینی متعاقب آلنان ایکی حد ، الڭ متوافق آهنکلری اعطا ایدر . مثلا برنجی ایله ایکنجی « ثامنه » یی ، ایکنجی ایله اوچنجی « خامسه » یی ، اوچنجی ایله دردنجی « رابعه » یی ، دردنجی ایله بشنجی « ثالثه » یی حاصل ایلر .

١٢ شرق موسیقیسی . — صرف ملودی اوزرینه مؤسس بولنان بو موسیقیده مستعمل غامه « مسطر » وبربرینی متعاقب ایکی مسطر میانی تفریق ایدن فاصلهٔ موسیقیه

ویا ثامنه‌یه « ذوالکل » دنیلیر . برمسطری تشکیل ایدن پرده‌لرك فاصلهٔ متعاقبه‌لرینه ایسه « ابعاد لحنیه » تعبیر اولنورکه ابعاد مذکوره‌نك اسامی وقیم نسبیه‌سی بر وجه آتیدر :

اسامی	قیمت نسبیه‌لری	اشارات مخصوصه
بعد طنینی	٩/٨ = ١,١٢٥٠٠	ب ٢ ح
بعد مجنب کبیر	٦٥٥٣٦/٥٩٠٤٩ = ١,١٠٩٨٥	ب ٢
بعد مجنب صغیر	٢١٨٧/٢٠٤٨ = ١,٠٦٧٨٧	ب ح
بعد بقیهٔ تام	٢٥٦/٢٤٣ = ١,٠٥٣٥٠	ب
بعد بقیهٔ ناقص	٥٣١٤٤١/٥٢٤٢٨٨ = ١,٠١٣٦٣	ح
بعد طویل	١٦٧٧٧٢١٦/١٤٣٤٨٩٠٧ = ١,١٦٩٣٠	ب ٣
بعد اطول	٣٢/٢٧ = ١,١٨٥٨٨	ب ٣ ح

بو ابعاد لحنیه‌یه عطف نظر دقت ایدیله‌جك اولور ایسه کورولور که بعد طنینی ، فیثاغور غامنك طوننندن ، بعد مجنب صغیر ، آپوتومندن ، بعد بقیهٔ تام لیماسندن والحاصل بعد بقیهٔ ناقص‌ده فیثاغور قوماسندن باشقه برشی دکلدر .

فقط شرق موسیقیسنده اساس اتخاذ اولنان بعد ، بعد بقیه‌در . شویله‌که : بربعد طنینی ایکی بعد بقیهٔ تام ایله بربعدبقیهٔ ناقصدن ، بربعد مجنب کبیر یالکز ایکی بعد بقیهٔ تامدن ، بر بعد مجنب صغیر بر بقیهٔ تام ایله بربقیهٔ ناقصدن بر بعد طویل اوچ بقیهٔ تامدن والحاصل بر بعد اطولده اوچ بقیهٔ تام ایله بر بقیهٔ ناقصدن مرکبدر . ایشته بر بعد بقیهٔ تام ب وبقیهٔ ناقص‌ده ح ایله ارائه اولنور ایسه ابعاد لحنیهٔ سائره یوقاروده‌کی جدولك اوچنجی ستوننده محرر اشارات مخصوصه ایله کوستریله‌بیلیر .

شرق موسیقیسنده بر مسطرك بعدی اولان بر ذوالکل اون ایکی بعد بقیهٔ تام ایله بش بعد بقیهٔ ناقصدن تشکل ایدر . واقعا قدما بر ذوالکل ، [یعنی ثامنه] بر ذوالاربع [رابعه] ایله بر ذو الخمس [خامسه] دن ترکب ایدر دیمشلر ایسه‌ده بو قانون بالآخره محافظه اولنه‌مامشدر .

شرق موسیقیسنده مسطرلر ، بوابعاد لحنیه ایله یکدیکرندن تفریق ایدلمش یدی اساس پرده ایله بونلر آره‌سنده بولنان تالی پرده‌لردن ترکب ایدر . بر مسطری تشکیل ایدن

پرده‌لردن هر بری براسم مخصوص ایله یاد ایدیلیرایسه‌ده تالی پرده‌لرك اسملرنده موسیقیونجه بیله اختلاف واردر . واقعا شمدیلری عثمانلی موسیقی شناسانی پرده‌لری، دو، ره . . . ناملریله یاد ایده‌کلکده ایسه‌لرده بو نوطه‌لرك شرق موسیقیسی پرده‌لرینه تمامی تمامنه توافق ایتمدیکنی کوسترمك پك قولایدر .

شرق موسیقیسی ایکی ویا ایکی بوچق ذوالکل داخلنده محصور اولدیغندن اصوات موسیقیه عددینی تزیید و بنابرین پرده‌لری‌ده تکثیر ایچون غاملری تنوع ایتدیرمکه مجبوریت حاصل اولمشدر . فی الحقیقه بو موسیقیده غرب موسیقیسنده اولدیغی کبی غاملرك عددی ایکی‌یه منحصر دکلدر .

موسیقیٔ عثمانیده مستعمل اولان غاملردن برقاچنی مثال اوله‌رق بروجه آتی تحریر ایده‌لم :

یکاه مسطری (١)	پرده‌لرك اسامیسی:	یکاه	عشیران	عراق	راست	دوکاه	سکاه	چارکاه	نوا
	نسبت عددیه‌لری:	١	٩/٨	٨١٩٢/٦٥٦١	٤/٣	٣/٢	٣٢٧٦٨/١٩٦٨٣	١٦/٩	٢
	فاصلهٔ متعاقبه‌لری:	٢بج	٢ب	بج	٢بج	٢ب	بج	٢بج	

عجم عشیران مسطری (٢)	» :	عجم عشیران	راست	دوکاه	کردی	چارکاه	نوا	حسینی	عجم
	» :	١	٩/٨	٨١/٦٤	٤/٣	٣/٢	٢٧/١٦	٢٤٣/١٢٨	٢
	» :	٢بج	٢بج	ب	٢بج	٢بج	٢بج	ب	

حجاز مسطری (٣)	» :	دوکاه	عزال	حجاز	نوا	حسینی	عجم	کردانیه	مخیر
	» :	١	٢١٨٧/٢٠٤٨	٨١٩٢/٦٥٦١	٤/٣	٣/٢	١٢٨/٨١	١٦/٩	٢
	» :	بج	٣ب	بج	٢بج	ب	٢بج	٢بج	

عشاق مسطری (٤)	» :	دوکاه	سکاه	چارکاه	نوا	حسینی	عجم	کردانیه	مخیر
	» :	١	٦٥٥٣٦/٥٩٠٤٩	٣٢/٢٧	٤/٣	٣/٢	١٢٨/٨١	١٦/٩	٢
	» :	٢ب	بج	٢بج	٢بج	ب	٢بج	٢بج	

اصفهان مسطری (٥)	» :	دوکاه	بوسه‌لك	صبا	نوا	حسینی	عجم	کردانیه	مخیر
	» :	١	٩/٨	٨١/٦٤	٤/٣	٣/٢	١٢٨/٨١	١٦/٩	٢
	» :	٢بج	٢بج	ب	٢بج	ب	٢بج	٢بج	

صبا مسطری (٦)	» :	دوکاه	سکاه	چارکاه	صبا	حسینی	عجم	کردانیه	مخیر
	» :	١	٦٥٥٣٦/٥٩٠٤٩	٣٢/٢٧	٨١/٦٤	٣/٢	١٢٨/٨١	١٦/٩	٢
	» :	٢ب	بج	بج	٣بج	ب	٢بج	٢بج	

قارجغار مسطری (٧)	» :	دوکاه	سکاه	چارکاه	نوا	حصار	اوج	کردانیه	مخیر
	» :	١	٦٥٥٣٦/٥٩٠٤٩	٣٢/٢٧	٤/٣	٧٢٩/٥١٢	٣٢٧٦٨/١٩٦٨٣	١٦/٩	٢
	» :	٢ب	بج	٢بج	بج	٣ب	بج	٢بج	

سکاه مسطری (٨)	» :	سکاه	چارکاه	نوا	حصار	اوج	کردانیه	مخیر	تیزسکاه
	» :	١	٢١٨٧/٢٠٤٨	١٩٦٨٣/١٦٣٨٤	٤/٣	٣/٢	٦٥٦١/٤٠٩٦	٥٩٠٤٩/٣٢٧٦٨	٢
	» :	بج	٢بج	٢ب	٢بج	بج	٢بج	٢ب	

راست مسطری (٩)	» :	راست	دوکاه	سکاه	چارکاه	نوا	حسینی	اوج	کردانیه
	» :	١	٩/٨	٨١٩٢/٦٥٦١	٤/٣	٣/٢	٢٧/١٦	٤٠٩٦/٢١٨٧	٢
	» :	٢بج	٢ب	بج	٢بج	٢بج	٢ب	بج	

نهاوند مسطری (١٠)	» :	راست	دوکاه	کردی	چارکاه	نوا	بیاتی	عجم	کردانیه
	» :	١	٩/٨	٣٢/٢٧	٤/٣	٣/٢	١٢٨/٨١	١٦/٩	٢
	» :	٢بج	ب	٢بج	٢بج	ب	٢بج	٢بج [١]	

١٣ مقامات . — برغامده بولنان پرده‌لردن ویابونلره معادل دیکر پرده‌لردن ترکب ایدن ملودیلر بر «مقام» دن اعتبار ایدلمش وغاملرك صورت ترکیبی تنوع ایتدیرلدیکی جهتله مقامات تکثر ایلمشدر [٢] . حتی بونکله‌ده قناعت ایدلیه‌رك عینی غامه تابع وفقط سیرجه

[١] اسملر اساتذهٔ موسیقی‌یه کوره تخالف ایتدیکندن نسبتلر اساس اتخاذ ایدلمه‌لیدر.

[٢] بوجهت أیجه آکلاشلمالیدر : مثلا حجاز مقامندن بسته‌لنمش برشرقی دینجه بوشرقینك نغماتی حجاز مسطرینی عیناً تعقب ایتدیکنه ذاهب اولمالیدر. بویله اولسه ایدی ، هرمقامدن یالکز بربسته ویابر شرقی اولمق لازم کلیرایدی؛ بالعکس، بوافاده‌دن حجازدن بسته‌لنمش برشرقی آلنسه وبوشرقی‌یی تشکیل ایدن پرده‌لر تیزلکاری صره‌سیله یازلسه ، بونلرك بهمه‌حال حجاز مسطرینی تشکیل ایدن سلسلهٔ اصواتك حدلرینه توافق ایده‌جکی آکلاشلمالیدر. قواعد مخصوصه‌سنه توفیقاً بسته‌لنمش برشرقیده، عائد اولدیغی مقامك، مسطرنده مندرج پرده‌لردن ویابونلرك نظیرلرندن ماعداسنه تصادف ایدلمز. بونك ایچوندرکه شرق موسیقیسنك برمقامندن برچوق شرقی اوقوندیغی حالده بوموسیقی‌یه یابانجی اولان برکیمسه دائما عینی شی‌ اوقونیور ظن ایدر. تقسیملرده ایسه برمسطردن دیکر مسطره انتقال ایدیلیرکه بونده‌ده سازنده ویاخواننده‌نك بتون مهارتی، بوانتقالك سمعه ملایم وخوش کله‌جك صورتده اجرا ایدلمه‌سنده‌در .

یکدیکرندن متفاوت ترکیبات موسیقیه‌ده مختلف مقامدن عد ایدلمشدرکه عشاق ایله بیاتی بوزمره‌یه داخل اولان مقاماتدندر . غاملراوقدر تنوع ایتدیرلمشدرکه بوکون برچوغنك اسمندن باشقه برشیئی قالمایان مقاماتك عددی یوزی متجاوزدر . آنجق بوغاملرك تنوعنده متقدمین دائما بر بعد ذوالکلك بر ذوالخمس ایله ذوالاربع‌دن مرکبا لمانی قاعده اتخاذ ایلمشلر ایسه‌ده متأخرین بوقاعده‌یه‌ده رعایت ایلمه‌مشلردر. ایشته‌بوقاریده‌مثال اوله‌رق ایراد اولنان غاملردن آلتنجیسی ایله یدنجیسندن ماعداسنده‌دردنجی پرده ، برنجی پرده‌دن $\frac{٤}{٣}$ قدروسکزنجی پرده‌ده بشنجی پرده‌دن $\frac{٣}{٢}$ قدر یوکسکدر ؛ وینه بشنجی پرده برنجی پرده‌دن $\frac{٣}{٢}$ قدر وسکزنجی پرده‌ده بشنجی پرده‌دن $\frac{٤}{٣}$ قدر دهاتیزدر . بوحالده‌که دائما :

$$٢ = \frac{٤}{٣} \times \frac{٣}{٢} = \frac{٣}{٢} \times \frac{٤}{٣}$$

اولمق اوزره بر ذوالکل تشکل ایدر . فقط آلتنجی ایله یدنجی مسطرده بو قانون قسماً جاری دکلدر . فی‌الحقیقه صبا مسطرنده‌دردنجی پرده برنجی پرده‌یه نسبةً $\frac{٨١}{٦٤}$ قدر وسکزنجی پرده‌ایسه بوکا نظراً $\frac{١٢٨}{٨١}$ قدر یوکسکدرکه بوعددلر $\frac{٤}{٣}$ ایله $\frac{٣}{٢}$ نسبتلرندن پك فرقلیدرلر . تعبیر آخرله بو ایکی مسطر ایچون :

$$\frac{٢٤٣}{١٢٨} = \frac{٣}{٢} \times \frac{٨١}{٦٤}$$

و

$$\frac{٢٤٣}{١٢٨} = \frac{٧٢٩}{٥١٢} \times \frac{٤}{٣}$$

فاصله‌لری بر ذوالکل‌دن بربعد بقیهٔ تام قدر نقصاندر [١]

شرق موسیقیسنده مستعمل غاملرك، برقاچندن ماعداسی اوچ واوچدن زیاده فاصلهٔ موسیقیه‌یی حاوی اولدقلرندن بونلرك هربرینی صورت صحیحه‌ده دیه‌زلمك وبمولله‌مك ایچون برقاعدهٔ بسیطه وضع ایتمك ممکن دکلدر. مکرکه ب٢ح ایله افاده اولنان بعدطنینی، ب٢ ایله افاده اولنان بعد مجنب کبیره، و ب ح ایله کوستریلن بعدمجنب صغیره‌ده ب بعدبقیهٔ تامنه مساوی اعتبار اولونسون .

مثلا یالکز ایکی نوع بعد لحنی‌یی حائز اولان غاملردن نهاوند مسطرینی نظر اعتباره آلهلم [٢] وپرده‌لری میانده‌کی ابعادلحنیه‌یی یوقارود‌ه‌کی اشارات مخصوصه ایله کوستره‌لم :

[١] انتظامی محافظه ایچون قارجغار مقامنده‌کی اوج پرده‌سنی عجمه تنزیل ایتمك وباخود حصاری حسینی‌یه چیقارمق کفایت ایده‌حکی کبی صبامقامنده‌ده حسینی‌یی شوری‌یه قدر ایندیرمك ایجاب ایدر .

[٢] بوراده مثال اوله‌رق عجم‌عشیران غامی آلنمامالیدر. زیرا بوغام فیثاغورغامنك عینی اولدیغندن دیه‌ز وبه‌مول ایچون اونك تابع بولندیغی قانونه تابع اولمق لازم کلیر.

راست	دوکاه	کردی	چارکاه	نوا	بیاتی	عجم	کردانیه
ب٢ح	ب	ب٢ح	ب٢ح	ب	ب٢ح	ب٢ح	

بالفرض نوا پرده‌سندن اعتباراً بومسطر یوریدوله‌جك اولسه :

نوا	بیاتی	عجم	کردانیه	مخیر	سنبله	تیزچارکاه	تیز نوا
ب	ب٢ح	ب٢ح	ب٢ح	ب	ب٢ح	ب٢ح	

حاصل اوله‌جغندن برنجی بعد لحنی اولان ب٢ح ایله ایکنجی بعدلحنی اولان ب نك تبدیل موضع ایتدکلری کورولور. محافظهٔ انتظام ایچون، بالضروره بیاتی پرده‌نی دیه‌زلمك ایجاب ایدرکه نوا ایله آره‌سنده‌کی بعد ب٢ح وعجم ایله میانده‌کی بعدده ب اولسون؛ بونك ایچونده بیاتی پرده‌سنی‌ده $\frac{٢١٨٧}{٢٠٤٨}$ نسبتنده یوکسلتمك کفایت ایدر. ایشه بوصورتله :

نوا	حسینی	عجم	کردانیه	مخیر	سنبله	تیزچارکاه	تیزنوا
ب٢ح	ب	ب٢ح	ب٢ح	ب	ب٢ح	ب٢ح	

بولنورکه بوده مطلوب اولان سلسله‌دن عبارتدر. فی‌الحقیقه نهاوند غامنك برنجی پرده‌سنه نظراً عدد اهتزازاتی کوسترن سلسلهٔ ارقام :

راست	دوکاه	نهاوند	چارکاه	نوا	بیاتی	عجم	کردانیه
١	$\frac{٩}{٨}$	$\frac{٣٢}{٢٧}$	$\frac{٤}{٣}$	$\frac{٣}{٢}$	$\frac{١٢٨}{٨١}$	$\frac{١٦}{٩}$	٢
ب٢ح	ب	ب٢ح	ب٢ح	ب	ب٢ح	ب٢ح	

اولمقله بیاتی پرده‌سی $\frac{٢١٨٧}{٢٠٤٨}$ ایله ضرب اولنور ایسه حاصل اولان:

$$\frac{١٢٨}{٨١} \times \frac{٢١٨٧}{٢٠٤٨} = \frac{٢٧}{١٦}$$

حسینی پرده‌سنك نوا پرده‌سنه نسبتی :

$$\frac{٢٧}{١٦} \div \frac{٣}{٢} = \frac{٩}{٨}$$ [بعد طنینی]

وعجم پرده‌سنك بوکا نسبتی ایسه :

$$\frac{١٦}{٩} \div \frac{٢٧}{١٦} = \frac{٢٥٦}{٢٤٣}$$ [بعد بقیهٔ تام]

دن عبارت بولنور .

كذلك نهاوند مسطرى چارگاه پردەسندن اعتباراً يورودوله‌جك اولسه جدوله بالمراجعه

چارگاه | نوا | بياتى | عجم | كردانيه | مخير | سنبله | تيزچارگاه
بٓ ج | ب | بٓ ج | بٓ ج | بٓ ج | ب | بٓ ج

يازمامق وبالعكس مخير پردەسنى بەموللەمك [$\frac{٢٠٤٨}{٢١٨٧}$ نسبتنده ايندبرمك] ، تعبير آخرله مخيرى شهنازه قدر تنزيل ايتمك ايجاب ايدر . بوحالده

چارگاه | نوا | بياتى | عجم | كردانيه | شهناز | سنبله | تيزچارگاه
بٓ ج | ب | بٓ ج | بٓ ج | بٓ ج | ب | بٓ ج

بولنوركه بوده مطلوب اولان سلسلەدن عبارتدر .

شمدى برده مثال اولەرق ايكيدن زياده ابعاد لحنيەيى حائز اولان مقاماتك مسطرلرينى ومثلا حجاز مسطرينى نظر اعتباره آلەلم :

دوكاه	عزال	حجاز	نوا	حسينى	عجم	كردانيه	مخير
١	$\frac{٢١٨٧}{٢٠٤٨}$	$\frac{٨١٩٢}{٦٥٦١}$	$\frac{٤}{٣}$	$\frac{٣}{٢}$	$\frac{١٢٨}{٨١}$	$\frac{١٦}{٩}$	٢
ب ج	بٓ	ب ج	بٓ ج	ب	بٓ ج	بٓ ج	

وحسينى پردەسندن اعتباراً بومسطرى يورودەلم . بوحالده :

حسينى | عجم | كردانيه | مخير | تيزعزال | تيزحجاز | تيزنوا | تيزحسينى
ب | بٓ ج | بٓ ج | ب ج | بٓ | ب ج | بٓ ج

بولنوركه بو سلسلەنك الحانى ايله حجاز مسطرينك الحانى بيننده فرق عظيم واردر . چونكه صوكنجى بعدلحنيدن ماعداسنك موقعلرى تبدل ايتمشدر . فى الحقيقه اولا ايكنجى عجم پردەسنى ، [بعدبقيهٔ ناقص] قدريوكسلتمك ، ثانياً اوچنجى كردانيه پردەسنى ب [بعد بقيهٔ تام] نسبتنده تيزلشديرمك ، ثالثاً بوصورتله دردنجى مخير پردەسى يرينه كلمش اولەجغندن طولايى بشنجى تيزعزال [١] پردەسنى ب قدريوكسلتمك رابعاً آلتنجى تيزحجاز

[١] بو پردەنك اسمى اولماديغى وياخود موسيقى شناسانجه مختلف فيه بولنديغى ايچون بوراده بوصورتله ياد ايدلمشدر .

پردەسنى‌ده ب قدر ايندبرمك اقتضا ايدر . بويله غايت قاريشيق عمليات ايسه مخصوص برجدوله بالمراجعه ممكن اولوركه اونك‌ده نتيجەسى شوندن عبارتدر :

حسينى | [٢] | شهناز | مخير | تيزسكاه | تيزچارگاه | تيزنوا | تيزحسينى
ب ج | بٓ | ب ج | بٓ ج | ب | بٓ ج | بٓ ج

بوتفصيلاتدن آكلاشيله‌جغى اوزره برغامەقدر آزبعدلحنيى حاوى اولور ايسه ديەزوبەمول قاعدەسى‌ده اوقدر بسيط اولور . اوروپاليلر آرمونى غامى قولايجه ديەزلك وبەموله ايتمك ايچوندركه طون‌مازورايله طون‌مينورى بربرينه مساوى عدايدەرك بوغامده‌كى ابعاد لحنيه‌يى ايكى‌يه تنزيل ايلمشلردر . چونكه ديەزلك وبموله ايتمك ايچون الك زياده انضباطه تابع اولان غاملر « ايكى لحنلى » [Diatonique] غاملردركه فيثاغور غامى ويا بزده‌كى عجم عشيران مسطرى ايله اصفهان ، نهاوند ، ماهور مسطرى بو جملەدندر . ديكر ايكيدن زياده بعدلحنيى حاوى اولانلرى ايچون هرپردەنك قاچ بعدبقيهٔ تام وبعد بقيهٔ ناقصى تزييد ويا تنقيصى لازم كلەجكنى استقرا طريقيله تعيين ايلمك ايجاب ايدر . ايشته بودقيقەيه مبنى ايدى‌كه بو بحثك ابتداسنده شرق موسيقيسنده اساس اولان بعد ، بعد بقيەدر دينلمش ايدى .

مع‌مافيه بواصول عمليه‌ايله دخى برشرقى‌يى هرايستيلن پردەدن باشلايەرق چالمق ممكن دكلدر . مثلا يوقاروده‌كى حجاز مقامنك مسطرينى حسينى‌دن باشلامق لازم كلسه تعبير آخرله دوكاه پردەسى حسينى اعتبار ايدلسه ، عزال پردەسنك مقابلى بولنه‌ماز . ينه هرمقام ايچون آيرى بر غام اولماسندن طولاييدركه مثلا مندالسز بر قانونك تللرى عشاق مقامنه كوره آقورده ايدلديكى حالده بونكله ديكر بر مقامدن وبالفرض عجم عشيراندن برشى چالنه‌ماز . خلاصه غاملرك تعدد وتنوعى شرق موسيقيسى ايچون بويوك برمحذوردر . بونك اصلاحى ايسه موسيقى شناسانه عائد بر وظيفه‌در .

[٢] بوپردە عجم ايله اوچ آرەسنده واوجدن بربقيهٔ ناقص قدردون برموقعه تصادف ايدرايسه‌ده اوراده بويله برپردە معلوم دكلدر .

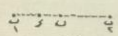
باب اول

حركت اهتزازيه نك انتشار وانعكاسى

حركت اهتزازيه نك معادلهٔ تفاضليه‌سى — معادلهٔ تفاضليه نك اتمامى — حركت اهتزازيه نك دورى ، صفحه‌سى ، — تنبيه — حركت اهتزازيه نك شدتى ، اهتزازات طولانيه و عرضانيه ؛ اهتزازات طولانيه نك اسطوانى برواسطهٔ الاستيقيه درونده انتشارى : حادثهٔ انتشارك معادلهٔ تفاضليه‌سى — معادلهٔ تفاضليه نك اتمامى — حركت تموجيه — موج متقبض ، موج منبسط طول موج ، طول موج ايله دور اهتزاز بينده‌كى مناسبت — اهتزازات طولانيه نك برواسطهٔ غير محدودده داخلنده انتشارى — اهتزازات عرضانيه — صونك سرعت انتشارى — غازلرده سرعت انتشار — نيوتون دستورى — لاپلاس فرضيه‌سى ودستورى — لاپلاسك دستورديكرى ؛ تجارب اخيره — تحقيقات نظريه — مايعاتده سرعت صوت — صلبلرده سرعت صوت — تنبيه .

۱٤ حركت اهتزازيه نك معادلهٔ عموميه‌سى . — صوت دينيلن حادثه ، بر جسمك اجزاى فرديه‌سنك اهتزازندن ، تعبير آخرله موازنت وضعيتلرى اطرافنده اجراى رقص ايلمه‌سندن ايلرى كلديكى اولجه سويلنمش ايدى . آنجق حادثات صوتيه‌يى حصوله كتيرن بو حركات جزء فرديه ، لاعلى التعيين بر حركت اهتزازيه دكلدر . فى الحقيقه اهتزازات صوتيه ضرب ، تضييق ، دلك كبى برتأثير خارجى ايله جسمده وقوعه كتيريلان بر « تبدل شكل » دن منبعث قواى الاستيقيه‌نك نتيجه‌سيدر . حال بوكه « مبحث الاستيقيت » ده كورلديكى اوزره برجسمده وقوعه كتيريلن تبدل شكل جزئى اولديغى تقديرده اجزاى فرديه‌يى موازنت وضعيتلرينه ارجاعه سعى ايدن قواى الاستيقيه‌نك محصله‌سى اجزاى مذكوره‌نك موازنت وضعيتلرندن اولان مقدار تباعدلريله متناسبدر .

شويله كه : كتله‌سى ك اولان برجزء فرد ويا برنقطهٔ ماديه (شكل ۱) ب موازنت وضعيتندن برتأثير خارجى ايله غايت قريب بر ب موضعنه قدر تباعد ايتديرلمش اولسه بو وضعيتدن ، ب ب بعديله متناسب برقوة الاستيقه ، جزء مذكورى تكرار ب وضعيتنه ارجاعه سعى ايدر . ايشته جزء فردك ب موازنت وضعيتى كسب ايچون اجرا ايده‌جكى حركت اثناسنده بولنديغى بر د وضعيت متوسطه‌سنى نظر اعتباره آله‌لم ومسئله‌يى ساده‌لشديرمك ايچون جزء فردك خط مستقيم اوزره



(شكل ۱)

حركت ايلديكنى قبول ايليه‌لم . بو د نقطه‌سنك ب وضعيتنه اولان بعدى س ، ب ب₁ مقدار تباعدى م ، و ب نقطه‌سندن اعتباراً جزء فردك د موضعنه وصول ايچون صرف ايتديكى زمانده $\odot$ اولسون . اولا بووضعيتده بولنان جزء فرداوزرينه تأثير ايدن ف قوهٔ الاستيقيه‌سى س بعديله وجزء فردك ك كتله‌سيله متناسب اوله‌جقندن ، ط برامثال تناسب اولمق اوزره :

$$\text{ف} = \text{ط}\ \text{ك}\ \text{س} \qquad (1)$$

اولور . ثانياً جزء فردك د نقطه‌سنه وصولنده مبدأ زماندن اعتباراً قطع ايلديكى مسافه ب₁ د = م − س اوله‌جقندن نقطهٔ مذكوره‌ده‌كى سرعتى :

$$\text{ب} = \frac{\text{ما}\,(\text{م} - \text{س})}{\text{ما}\,\odot} = -\frac{\text{ما}\,\text{س}}{\text{ما}\,\odot}$$

ومقدار تعجيلى‌ده :

$$\frac{\text{ما}\,\text{ب}}{\text{ما}\,\odot} = -\frac{\text{ما}^2\,\text{س}}{\text{ما}\,\odot^2}$$

اولمقله

$$\text{ف} = -\text{ك}\,\frac{\text{ما}^2\,\text{س}}{\text{ما}\,\odot^2} \qquad (2)$$

بولور . ايشته (۱) ، (۲) افاده‌لرندن :

$$\text{ط}\ \text{ك}\ \text{س} = -\text{ك}\,\frac{\text{ما}^2\,\text{س}}{\text{ما}\,\odot^2}$$

ويا

$$\frac{\text{ما}^2\,\text{س}}{\text{ما}\,\odot^2} = -\text{ط}\ \text{س} \qquad (3)$$

معادلهٔ تفاضليه‌سى استحصال ايديليركه بو معادله غايت كوچوك رقصلر اجرا ايدن بر رقاص بسيطك

$$\frac{\text{ما}^2\,\text{ه}}{\text{ما}\,\odot^2} = -\frac{\text{ج}}{\text{ل}}\,\text{ه}$$

دستورينك عينيدر ؛ يالكز بودستورده $\frac{\text{ج}}{\text{ل}}$ مقدار ثابتى يرينه ط امثالى قائم اولمشدر .

۱۵ معادلهٔ تفاضليه نك اتمامى . — يوقاريكى معادلهٔ تفاضليه نك تمامئ غير محدودى[۱] :

---

[۱] فى الحقيقه س مقدارى $\odot$ متحول مستقلك برتابعى اولمق اوزره

$$\frac{\text{ما}^2\,\text{س}}{\text{ما}\,\odot^2} = -\text{ط}\ \text{س}$$

س = ب جب ﻫ √ط + ح جت ﻫ √ط (٤)

درکه ب ، ح مقدارلری شرائط ابتدائیه‌یه کوره تعیین ایدیله‌جك ایکی مقدار ثابتدن عبارتدر . شمدی بو مقدار ثابتلرك تعیین قیمتلری ایچون جزء فردك ؛ نقطه‌سنده‌کی

ـ = — ما س / ما ﻫ = ب √ط جت ﻫ √ط — ح √ط جب ﻫ √ط (٥)

سرعتی نظر اعتباره آله‌لم :

مبدأ زمانده جزء فرد ب١ وضعیتنده بولندیغی و ـ سرعتی صفره مساوی اولدیغی کبی س مقدار تباعدی‌ده م مقدار تباعدینه مساوی بولنور. تعبیر آخرله :

معادلهٔ تفاضلیه‌سنی اتمام ایچون طرفینی ٢ ما س ایله ضرب ایده‌لم . بوحالده :

٢ ما٢ س / ما ﻫ٢ ماس = — ٢ ط س ما س

اوله‌جقندن طرفینك تمامیسی آلنه‌جق اولور ایسه :

(ما س / ما ﻫ)٢ = — ط س٢ + ثابت

بولنور . شمدی ط = ل٢ و مقدار ثابت برینه‌ده ل٢ و٢ وضع ایدیله‌جك اولور ایسه :

(ما س / ما ﻫ)٢ = ل٢ (و٢ — س٢)

وبنابرین ما س / ما ﻫ = ± ل √و٢ — س٢

ویاخود ل ما ﻫ = ما س / ± √و٢ — س٢

استحصال اولنور . ایشته بونك طرفینی‌ده اتمام ایدیله‌جك اولور ایسه ، ى بر ایکنجی مقدار ثابت اولمق اوزره :

ل ﻫ ± ى = قوس جت س/و

وبناءً علیه جت (ل ﻫ + ى) = س/و

ویا س = و جت (ل ﻫ + ى)

ویاخود س = و جت ل ﻫ جت ى + و جب ل ﻫ جب ى

بولنورکه بوده

و جب ى ، و جت ى ، ل

مقدار ثابتلری برینه نظیر نظیره ب ، ح و √ط قونلدیغی حالده :

س = ب جت ﻫ √ط + ح جب ﻫ √ط

شکله منقلب اولور .

ﻫ = ٠ قیمتی ایچون س = م ، ما س / ما ﻫ = ٠

بوله‌جقندن اولا (٤) معادله‌سندن :

م = ب جب (٠) + ح جت (٠)

ویا م = ب

وثانیاً (٥) معادله‌سندن:

٠ = ب √ط جت (٠) — ح √ط جب (٠)

وبنابرین ح = ٠

شرطلری استحصال ایدیلیر .

ایشته ب، ح مقدار ثابتلرینك بوقیمتلری محلرینه وضع اولنور ایسه :

س = م جب ﻫ √ط (٦)

و ـ = — ما س / ما ﻫ = + م √ط جت ﻫ √ط (٧)

معادله‌لرینه دسترس اولنور .

ایمدی جزء فردك ب موازنت وضعیتنه وصولنده :

س = ٠

اوله‌جقندن (٦) معادله‌سنه توفیقاً

م جب ﻫ √ط = ٠

ویا جب ﻫ √ط = ٠

وبنابرین ﻫ √ط = π/٢

و ﻫ = π/٢ ١/√ط

بولنورکه بوده جزء فردك ب١ وضعیت انحرافندن ب وضعیت موازنته عودتی ایچون صرف ایتدیکی زماندن عبارتدر . واقعا جزء فرد

ﻫ = π/٢ ١/√ط

زمانی ظرفنده ب١ وضعیتندن ب وضعیتنه عودت ایدر ایسه‌ده بومیانده سرعتی قیمت مطلقه‌جه صورت متمادیه‌ده تزاید ایتدیکندن ب وضعیتنده سکونته داخل اوله‌ماز . فی‌الحقیقه (٧) دستورینه توفیقاً

ﻫ = π/٢ ١/√ط

زماننده یعنی جزء فردك ب وضعیت موازنته وصولنده سرعتك قیمتی تحری ایدیله‌جك اولور ایسه :

$$\text{ب} = -\frac{\text{نها س}}{\text{نها ض}} = \text{م}\sqrt{\text{ط}}\ \text{حب}\left(\frac{\pi}{2}\,\frac{\sqrt{\text{ط}}}{\sqrt{\text{ط}}}\right)$$

ویا

$$\text{ب} = \text{م}\sqrt{\text{ط}}\ \text{حب}\ \frac{\pi}{2}$$

بولنور ؛ بنابرین بو سرعت مکتسبه ایله ب وضعیتنده قالامیه‌رق ، سرعت مذکوره صفره منجر اولنجه‌یه قدر ب٢ جهتنه طوغری حرکته دوام ایدر . حال بوکه سرعتك صفر اولماسی ، تعبیر آخرله :

$$-\frac{\text{نها س}}{\text{نها ض}} = \text{م}\sqrt{\text{ط}}\ \text{حب}\ \text{ض}\sqrt{\text{ط}} = 0$$

بولنماسی ایچون $\text{ض}\sqrt{\text{ط}} = \pi$

ویا $\text{ض} = \pi\,\frac{1}{\sqrt{\text{ط}}}$

اولماسی اقتضا ایده‌جکندن جزء فردده

$$\text{ض} = \pi\,\frac{1}{\sqrt{\text{ط}}}$$

زمانی نهایته‌قدر ب٢ جهتنده حرکته دوام و (٦) معادله‌سنه توفیقاً ب نقطه‌سندن اعتباراً

$$\text{س} = \text{م}\ \text{جب}\ \frac{\pi}{\sqrt{\text{ط}}} \times \sqrt{\text{ط}} = -\text{م}$$

مسافه‌سنی قطع ایله‌رك ب١ نقطه‌سنك متناظری بولنان ب٢ نقطه‌سنده آرام ایدر .

ایشته بوصورتله ب موازنت وضعیتندن ب١ نقطه‌سنه قدر تباعد ایتدیرلمش اولان جزء فرد برحرکت متزایده ایله ب وضعیتنه تقرب ایدر ایسه‌ده اوراده توقف ایده‌میه‌رك برحرکت متناقصه ایله ب١ نقطه‌سنك متناظری بولنان ب٢ نقطه‌سنه قدر تکرار تباعده سعی ایلر . کذلك بو ب٢ نقطه‌سنده‌ده سرعتی صفره منتهی اولورایسه‌ده ب موازنت وضعیتندن م = ب ب٢ قدر تباعد ایتمش بولنه‌جغی جهتله قوهٔ الاستیقیه تحت تأثیرنده برحرکت متزایده ایله ب وضعیتنه تقرب ایدر؛ وینه بووضعیتده توقف ایده‌میه‌رك برحرکت متناقصه ایله تکراو ب١ نقطه‌سنه قدر تباعد ایلر . خلاصه بومنوال اوزره جزء فرد ب١ ، ب٢ وضعیات متناظره‌سی میاننده نظری اوله‌رق الی غیرالنهایه اجرای رقص ایدرکه وسعتی غایته اصغر اولان بوحرکت رقصیه‌یه « حرکت اهتزازیه » نامی ویریلیر .

حرکت رقصیه‌ده اولدیغی کبی حرکت اهتزازیه‌ده‌ده جزء فردك ب١ ، ب٢ وضعیت انتهائیه‌لرینك برندن حرکت ، دیکرینه مواصلت وبعده تکرار اولکی وضعیت انتهائیه‌یه

عودت ایتمه‌سی ایچون اجرا ایلدیکی حرکت « براهتزاز تام » ویالکز بروضعیت انتهائیه ایله مقابل وضعیت انتهائیه آره‌سنده اجرا ایتدیکی نصف اهتزازتامه‌ده «اهتزاز بسیط» دینیلیر .

١٦ **حرکت اهتزازیه‌نك دوری .**— رقاصده اولدیغی کبی بورادده اهتزازنامك وسعتی لاینقطع تناقص ایدر ایسه‌ده مدتی ثابت قالیرکه بومدته بالخاصه حرکت اهتزازیه‌نك « دوری » تعبیر اولنور .

یوقاریده ویریلان ایضاحاتدن آکلاشیلاجغی اوزره جزء فردك هرایکی وضعیت انتهائیه‌یه وصولنده ب سرعتی صفر اولدیغندن بو وضعیتلرده بولندیغی زمانلر (٧) دستورینه توفیقاً صره‌سیله :

$$\text{ض} = 0 \qquad \text{ض} = \pi\,\frac{1}{\sqrt{\text{ط}}} \qquad \text{ض} = 2\pi\,\frac{1}{\sqrt{\text{ط}}} \qquad \text{ض} = 3\pi\,\frac{1}{\sqrt{\text{ط}}}\ \ldots\ldots$$

قیمتلرینه توافق ایدر .

بالعکس ب موازنت وضعیتندن هردفعه مرورنده سرعتی اعظمی ویا اصغری و س مسافه‌سی ایسه صفر اوله‌جغندن (٦) دستورینه توفیقاً جزء فردك بو وضعیتدن مروری آنلری‌ده ینه صره‌سیله :

$$\text{ض} = \frac{\pi}{2\sqrt{\text{ط}}} \qquad \text{ض} = \frac{3\pi}{2\sqrt{\text{ط}}} \qquad \text{ض} = \frac{5\pi}{2\sqrt{\text{ط}}} \qquad \text{ض} = \frac{7\pi}{2\sqrt{\text{ط}}}\ \ldots\ldots$$

زمانلرینه تصادف ایدر . بنابرین بر اهتزاز بسیط مدتی :

$$\text{ض} = \frac{\pi}{\sqrt{\text{ط}}}$$

اولدیغی کبی بر اهتزاز تام مدتی‌ده :

$$\text{ض} = \frac{2\pi}{\sqrt{\text{ط}}}$$

اولماق لازم کلیر . ایشته حرکت اهتزازیه‌نك « دوری » د ایله کوستریلیر ایسه :

$$\text{د} = \frac{2\pi}{\sqrt{\text{ط}}} \qquad (٨)$$

دستورینه دسترس اولنور .

شمدی $\sqrt{\text{ط}}$ امثالنك بودستوردن استحصال اولنان

$$\sqrt{\text{ط}} = \frac{2\pi}{\text{د}}$$

قیمتی (٦) ، (٧) دستورلرنده محللرینه قونیلور ایسه :

$$\text{س} = \text{م}\ \text{جب}\ 2\pi\,\frac{\text{ض}}{\text{د}} \qquad (٩)$$

$$\text{ب} = \frac{2\pi\text{م}}{\text{د}}\ \text{حب}\ 2\pi\,\frac{\text{ض}}{\text{د}} \qquad (١٠)$$

معادله‌لری حاصل اولور .

بومعادله‌لردن ظاهر اوله‌جغی اوزره حرکت اهتزازیه $\odot$ زمانڭ برتابع دوریسندن عبارتدر . شویله‌که : بر اهتزاز تام مدتی ت اولدیغنه کوره

$$\odot+\text{ت} \quad \odot+۲\text{ت} \quad \odot+۳\text{ت} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.$$

زمانلرنده سرعت یکدیکرینه مساوی واشارتجه مطابق قیمتلر کسب ایدر .

بالعکس :

$$\odot+\frac{\text{ت}}{۲} \quad \odot+\frac{۳\text{ت}}{۲} \quad \odot+\frac{۵\text{ت}}{۲} \;.\;.\;.\;.\;.$$

زمانلرنده ایسه سرعت مساوی واشارتجه مخالف قیمتلر اخذ ایدر .

بناءً علیه س محوری زمانه و ع محوری‌ده سرعته تخصیص ایدیله‌جك اولور ایسه حرکت اهتزازیه بر منحنیٔ جیبی ایله ارائه ایدیله‌بیلیر .

١٧ حرکت اهتزازیه‌نڭ صفحه‌سی . — مبدأ زمان جزءفردك ب وضعیتندن حرکتی آننه توافق ایتمدیکی وبالعکس بو آن مبدأ زمانه نظراً $\odot'$ زمانه تصادف ایلدیکی صورتده یوقاریکی دستورلر :

$$\text{س} = \text{م جب } ۲\pi\,\frac{\odot-\odot'}{\text{ت}} = \text{م جب } ۲\pi\left(\frac{\odot}{\text{ت}}-\frac{\odot'}{\text{ت}}\right)$$

$$\text{ب} = \frac{۲\pi\text{م}}{\text{ت}}\text{ حب } ۲\pi\left(\frac{\odot-\odot'}{\text{ت}}\right) = \frac{۲\pi\text{م}}{\text{ت}}\text{ حب } ۲\pi\left(\frac{\odot}{\text{ت}}-\frac{\odot'}{\text{ت}}\right)$$

شکللرینی کسب ایدرلر .

علی‌العاده $\frac{\odot'}{\text{ت}}$ مقداری ع ایله و $+\frac{۲\pi\text{م}}{\text{ت}}$ امثالی‌ده ن ایله کوستریله‌رك بودستورلرده

$$\text{س} = \text{م جب } ۲\pi\left(\frac{\odot}{\text{ت}}-\text{ع}\right) \qquad (١١)$$

$$\text{ب} = \text{ن حب } ۲\pi\left(\frac{\odot}{\text{ت}}-\text{ع}\right) \qquad (١٢)$$

صورتنده ارائه ایدیلیر ، و بوحالده ن امثالنه « حرکت اهتزازیه‌نڭ وسعتی » و ع مقدارینه‌ده « حرکت اهتزازیه‌نڭ صفحه » سی دینلیر .

حرکت اهتزازیه‌نڭ صفحه‌سی ، مبدأ زمان‌ایله جزء فرد ویا متحرکك ب نقطه‌سندن حرکتی آره‌سنده کچن اهتزاز تام مدتنڭ عددلرینی ارائه ایدر . مع‌مافیه حساباتده بونڭ عددصحیح‌قسمندن صرف‌نظرله یالکز کسر قسمی داخل‌حساب ایدیلیر . زیرا دستورده‌کی تمام جیبك قیمتی یالکز کسر قسمنه تابعدر .

تنبیه . — مبدأ زمان ، $۲\pi\frac{\odot}{\text{ت}}$ حاصل‌ضربنی $\frac{\pi}{۲}$ قدر تزیید ایده‌جك صورتده انتخاب ایدلدیکی تقدیرده یوقاریده‌کی ایکی دستورده جیبلر تمام جیبه ، وتمام جیبلر جیبه تبدل ایدر .

بوندن آکلاشیلیرکه بری متحرکك موازنت وضعیتنه اولان مقدار تباعدینی ، دیکری سرعتی افاده ایدن ایکی شو دستور اساساً یکدیکرینڭ مشابهیدر . آنجق معتاد اولدیغی اوزره مقدار تباعد تمم جیب ایله و سرعت‌ده جیب ایله کوستریله کلمشدر .

١٨ حرکت اهتزازیه‌نڭ شدتی . — حرکت اهتزازیه‌ده بردورظرفنده متحرکك سرعتی هرآن تحول ایتدیکندن حرکت مذکوره‌نڭ اثر میخانیکیسی ، تعبیرآخرله شدتی ، بومدت ظرفنده‌کی قوهٔ زندهٔ وسطیه ایله تقدیر ایدیلیر .

بناءً علیه حرکت اهتزازیه‌نڭ شدتی استحصال ایچون ت دوری ظرفنده متحرکك حائزاولدیغی قوهٔ زنده‌لر مجموعنی بو ت زمانه تقسیم ایتمك ایجاب ایدر : ایمدی بو شدت ش ایله کوستریلیر و متحرکك کتله‌سی واحد اعتبار اولنور ایسه :

$$\text{ش} = \frac{\int_{0}^{\text{ت}} \text{ب}^{۲}\,\text{ها}\odot}{۲\text{ت}}$$

ویا

$$\text{ش} = \frac{۱}{۲\text{ت}}\int_{0}^{\text{ت}} \text{ن}^{۲}\,\text{حب}^{۲}\, ۲\pi\left(\frac{\odot}{\text{ت}}-\text{ع}\right)\text{ها}\odot$$

والحاصل

$$\text{ش} = \frac{\text{ن}^{۲}}{۲\text{ت}}\int_{0}^{\text{ت}} \frac{۱-\text{جب } ٤\pi\left(\frac{\odot}{\text{ت}}-\text{ع}\right)}{۲}$$

$$\text{ش} = \frac{\text{ن}^{۲}}{٤} \qquad (١٣)$$

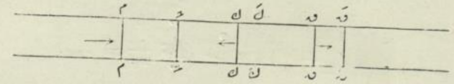
بولنور .

بوندن استدلال ایدیلیرکه بر حرکت اهتزازیه‌نڭ شدتی ، $\frac{۱}{٤}$ مضروب ثابتندن صرف نظر اولندیغی حالده ، وسعت اهتزازك مربعیله تقدیر اوله‌بیلیر .

١٩ حرکت اهتزازیه‌نڭ انتشاری : اهتزازات طولانیه وعرضانیه . — بر واسطهٔ الاستقیه‌نڭ بر جهتنده ، هرنه صورتله اولور ایسه اولسون ، بر اهتزاز حصوله کتیرلدیکی حالده بو اهتزاز واسطهٔ مذکوره‌نڭ الک‌بعید بولنان نقاطنه قدر انتقال ایدر . فقط بوخصوصده اهتزازات طولانیه ایله اهتزازات عرضانیه‌یی یکدیکرندن تفریق ایتمك لازمدر . اهتزازات طولانیه ، حرکت اهتزازیه‌نڭ جهت انتشارینه متوازیاً وقوعه کلن ،

اهتزازات عرضانیه ایسه حرکت اهتزازیه‌نك جهت انتشارینه عموداً حصوله کتیریلان اهتزازاتدن عبارتدر . کرلمش بر کان کریشی اورته‌سندن چکیله‌رك براقله‌جق اولور ایسه بو کریشك اهتزازاتی، اهتزازات عرضانیه‌یه وبالعکس شاقولاً بر اوجندن آصلمش برقاو چوق بورونك دیکر اوجندن چکیله‌رك براقلدیغی حالده‌کی اهتزازاتی‌ده اهتزازات طولانیه‌یه مثال اوله‌بیلیر . مع‌مافیه اجسام صلبه درونده انتشار ایدن بعضی اهتزازات صوتیه‌ایله علی‌العموم مایع وغازلرده‌کی اهتزازات‌صوتیه اهتزازات طولانیه‌دن‌باشقه برشی دکلدر . بوراده اول امرده اهتزازات طولانیه‌نك صورت انتشاری تدقیق ایدیله‌جك و مؤخراً اهتزازات عرضانیه‌نك انتشاری نظر تدقیقدن کچیریله‌جکدر .

۲۰ اهتزازات طولانیه‌نك براسطوانهٔ‌غیرمحدوده درونده انتشاری . — صلب، مایع ویاغازدن‌عبارت، ففط متجانس، الاستیق وغیرمحدود برستون‌اسطوانی‌تصور ایده‌لم؛ وبو ستونك بر قطعه‌سنده بر اهتزاز بسیط حاصل ایدلمش ، تعبیر آخرله قطعهٔ مذکوره‌نك بر ضربه ویا صدمه تأثیریله تبدیل موضع ایتدیرلمش اولدیغی تخیل ایلیه‌لم .



(شکل ۲)

بر صورتده‌که بو قطعه‌نك هر بر مقطع قائمنده بولنان اجزای فردیه متساویاً واسطوانه‌نك محورینه متوازیاً ایلری‌یه طوغرو بر مقدار سوق ایدلمش بولنسون . واقعا شو اهتزاز سببیله (شکل ۲) طوغرودن‌طوغرویه متأثر اولان م ح قطعهٔ محدوده‌سی داخلنده هر بر مقطعك کسب ایده‌جك سرعت و مقدار حرکت یکدیکرینه مساوی اولماز ایسه‌ده هرحالده بونلرك بر قانونه تابع بولندقلرینه شبهه ایدیله‌مز . ایشته بو صورتله طوغرودن طوغرویه‌تحریك ایدیلان اجزای‌فردیه‌نك تبدیل‌موضع ایتمه‌لرندن‌دولایی ظهورایدن قوای الاستیقیه، اوك‌طرفلرنده بولنان دیکر اجزای‌فردیه‌یی‌تحریك وبونلردن حصوله‌کان قوای الاستیقیه‌ده دها اوزاقده‌کیلری تهزیز ایلر؛ بناءً علیه شو اهتزاز ، عینی مقطعده اجزای فردیه‌یی‌متساویاً ومحوراسطوانه‌یه متوازیاً‌حرکت ایتدیرمك‌اوزره اسطوانه‌داخلنده انتشار ایدر . عادتا اسطوانهٔ متجانسه‌نك داخلنده وقوعه کتیریلان بویله بر ضربه‌نك اسطوانه درونده انتشاری ، ماریوط [Mariotte] ك یدی عدد فیل دیشی یووارلاق ایله اجرا ایلدیکی تجربهٔ مشهورده صدمه‌نك یووارلاقلر میانده‌کی انتشارینه مشابهدر .

۲۱ معادلهٔ تفاضلیه . — شمدی اسطوانه داخلنده م مبدأدن س بعدنده ، و هاس ثخننده متوازی الوجهین بر ك ذ ك′ ك طبقه‌سی تصور و بو طبقه‌نك ه زمانی نهایتنده ق ق′ ق′ ق وضعیتی کسب ایلمش اولدیغی تصور ایده‌لم . ك ك مقطعنك بو اثناده قطع ایلدیکی ك ق بعدی ص ایله کوستریلیر ایسه بو ص مقدارینه ه زمانیله س بعدینك

$$\text{ص} = \text{تا}(\text{س} ، \text{ه})$$

کبی برتابعی نظریله باقیله‌بیلیر . شوقدرکه اسطوانه درونده ضربه‌نك انتقالی اثناسنده عینی مقطعه عائد ك ك ، ق ق کبی وضعیات مختلفه نظر اعتباره آلندیغنه کوره س مسافه‌سنی ثابت و ه زمانی متحول فرض ایتمك و ك ك، ك′ ك′ کبی مختلف‌مقطعلرك بر آنده بولندقلری وضعیات نظر تدقیقه آلندیغنه کوره‌ده ه زمانی ثابت و س مسافه‌سنی متحول عد ایتمك ایجاب ایدر .

ایشته مبدأدن س بعدنده کائن ك ك مقطعی ه زمانی نهایتنده مبدأدن س + ص بعدنده بولنان ق ق وضعیتی اخذ ایتدیکی حالده ینه مبدأدن س + هاس بعدنده کائن ك′ ك′ مقطعنك عینی زمان ظرفنده کسب ایلیه‌جکی ق′ ق′ موقعنی تعیین ایچون یوقارودکی تابعده س یرینه س + هاس وضع ایدرك تابع مذکوری توسیع ایتمك کفایت ایدر . بو حالده ایکنجی مرتبه‌دن اولان اصغر نامتناهیلر ترك ایدلمك شرطیله :

$$\text{ك′ ق′} = \text{تا}(\text{س} + \text{هاس} ، \text{ه}) = \text{تا}(\text{س} ، \text{ه}) + \text{تا}'_{\text{س}}(\text{س} ، \text{ه})\ \text{هاس}$$

ویاخود :

$$\text{ك′ ق′} = \text{ص} + \frac{\text{هاص}}{\text{هاس}}\ \text{هاس}$$

بولنور .

بناءً علیه بو تبدیل موضعدن دولایی ك ك′ ك′ ك قطعه‌سنك ثخنی ك ك′ = هاس ایکن شمدی :

$$\text{ق ق′} = \text{ك ك′} + \text{ك′ ق′} - \text{ك ق}$$

$$= \text{هاس} + \text{ص} + \frac{\text{هاص}}{\text{هاس}}\ \text{هاس} - \text{ص}$$

$$= \left(1 + \frac{\text{هاص}}{\text{هاس}}\right) \text{هاس} = \text{قاس}$$

اولور .

بوندن آكلاشيلاجغى اوزره (هاص/هاس) مقدارى ، اسطوانه‌نك محورينه موازى اوله‌رق ، واحد طولانك مقدار توسعندن عبارت اولديغى كبى ذاتاً اسطوانه‌نك مقطعى واحد اعتبار ايدلديكندن، واحد حجمنك مقدار تقبضى ويا دها عمومى اولاق اوزره «مقدار تكاثفى» نه — (هاص/هاس) مقدارينه مساوى اولمق لازم كلير .

ايشته ك ن ك' ل قطعه‌سنك ك،ك' مقطعلرينك يكديكرندن تباعدى حسبيله قطعهٔ مذكوره‌ده حاصل اولان شو تبدل شكل ايله متناسب برقوهٔ الاستيقيه ظهور ايدركه بونك ده واحد سطحه عائد اولان قسمى — «مبحث الاستيقيت» ده كوروله‌يكى اوزره — :

ف = ه (هاص/هاس)

ايله افاده اولنور. حالبوكه بوقوهٔ الاستيقيه، اصل تبدل شكلى موجب اولان قوهٔ محركه‌يه مساوى ومعاكس اوله‌جغى جهتله قوهٔ مذكوره‌نك ن ن مقطعنك واحد سطحنه اصابت ايدن قسمى :

ف' = — ه (هاص/هاس) (١)

اولور؛ وحائز اولديغى — اشارتنه نظراً جهت منفيه‌ده [شكلده صوله متوجه] بولنور.

ديكر طرفدن ن' ن' مقطعنك واحد سطحى اوزرينه تأثير ايدن قوهٔ الاستيقيه‌ده :

ف' = — ه (هاص/هاس + (ها^٢ص/ها^٢س) هاس)

اوله‌جغندن عينى زمانده مقطع مذكورك واحد سطحى اوزرينه جهت مثبته‌ده [شكلده صاغه متوجه] اوله‌رق :

ف'' = ه (هاص/هاس + (ها^٢ص/ها^٢س) هاس) (٢)

كبى برقوهٔ خارجه‌ده تأثير ايدر . بوندن استدلال اولنوركه ن ن' ن' ن قطعه‌سنك بر واحد مقطعى :

ف = ف' + ف'' = ه (هاص/هاس + (ها^٢ص/ها^٢س) هاس) — ه (هاص/هاس) = ه (ها^٢ص/ها^٢س) هاس (٣)

ايله افاده اولنان بر قوهٔ مؤثرهٔ خارجيه‌نك تحت تأثيرنده‌در .

فقط برجسمك حركتنى موجب اولان قوت ، جسم مذكورك كتله‌سيله مقدار تعجيلى

حاصل ضربنه مساوى اوله‌جغندن اسطوانه‌يى تشكيل ايدن ماده‌نك كثافتى ك اولديغنه كوره بو قوهٔ مؤثره :

ف = ك (ها^٢ص/ها^٢ت) هاس (٤)

اولمق لازم كلير ؛ و بناءً برين (٣) و (٤) افاده‌لرندن :

ه (ها^٢ص/ها^٢س) هاس = ك (ها^٢ص/ها^٢ت) هاس

و ياخود

ه/ك = ث^٢ (٥)

وضعيله

ها^٢ص/ها^٢ت = ث^٢ (ها^٢ص/ها^٢س) (٦)

معادلهٔ تفاضليه‌سى استحصال ايديلير .

٢٢ • معادلهٔ تفاضليه‌نك اتمامى . — بو معادلهٔ تفاضليه‌نك تمامئ عموميسى ايلك دفعه اوله‌رق دالامبر [D'Alambert] طرفندن بولنمش و تا ، تع تابعلرى كيفى اولمق اوزره ،

ص = تا (س + ث ت) + تع (س — ث ت) (٧)

صورتنده افاده اولنمشدر [١]. بو حالده اسطوانه درونده و مبدأدن س بعدنده كائن

[١] فى الحقيقه مشتقات قسميه‌يى حاوى

ها^٢ص/ها^٢ت = ث^٢ (ها^٢ص/ها^٢س)

معادله‌سنى اتمام ايچون يكديكرينه

س + ث ت = ى
س — ث ت = ن

مناسبتلريله مربوط ى ، ن كبى ايكى متحول متوسط قبول ايده‌لم . اكر س ، ت متحوللرينك بو معادله‌لردن ، ى ، ن متحوللرينه تابع اوله‌رق ، استخراج اولنه‌جق قيمتلرى ص تابعنده محللرينه قونيله‌جق اولور ايسه طبيعيدركه ى ، ن متحوللرينه نظراً بر تابع صريحى استحصال اولنور . بوندن استنتاج اولوركه ص مقدارى ى ، ن متحول متوسطلرينك ص = تا (ى ، ن) كبى بر تابعيدر. بو حالده :

ك كُ قطعه‌سنك ه زماننده‌كى ب سرعتى ايله نه مقدار تقبضى ويا مقدار تكاثفى بروجه آتى اولمق لازم كلير:

ب = تا ص / تا ه = ب نا (س + ب ه) − ب نعَ (س − ب ه) (٨)

ه = − تا ص / تا س = − نا (س + ب ه) − نعَ (س − ب ه) (٩)

بو معادله‌لره داخل اولان نا ، نع تابعلرى حالات ابتدائيه [ه = ٠ زماننده ب ، ه

تا ص / تا س = تا ص / تا ى + تا ص / تا ڤ

اوله‌جنى كبى :

تا² ص / تا س² = تا² ص / تا ى² + ٢ تا² ص / تا ى تا ڤ + تا² ص / تا ڤ²

بولور ؛ وعينيله :

تا ص / تا ه = ب تا ص / تا ى − ب تا ص / تا ڤ

و

تا² ص / تا ه² = ب² (تا² ص / تا ى² − ٢ تا² ص / تا ى تا ڤ + تا² ص / تا ڤ²)

استحصال اولنور . ايشته بو افاده‌لر يوقاريده‌كى معادلهٔ تفاضليه‌ده محللرينه وضع ايديلير ايسه :

تا² ص / تا ى تا ڤ = ٠

نتيجه‌سنه دسترس اولنور . بوندن آكلاشيليركه :

تا ص / تا ڤ

مشتق اولى ى متحول متوسطنه تابع دكلدر. تعبير آخرله مشتق مذكور :

تا ص / تا ڤ = نع (ڤ)

كبى ڤ متحولنك بر تابعندن عبارتدر. افادهٔ اخيره‌دن ايسه :

تا ص = نع (ڤ) تا ڤ

بولنه‌جغندن بوده اتمام ايديله‌جك اولور ايسه :

ص = ∫ نع (ڤ) تا ڤ + ثابت

ويا مقدار ثابت يرينه نا (ى) وضع اولنور ايسه :

ص = نع (ڤ) + نا (ى)

اولور .

بورادده ى ايله ڤ متحوللرينك قيمتلرى محللرينه قونيلور ايسه :

ص = نا (س + ب ه) + نع (س − ب ه)

استحصال اولنور .

مقدارلرينك قيمتلرى] واسطه‌سيله تعيين اولنور. شويله‌كه : ايلك ضربه‌نك حس اولنديغى قطعه داخلنده و ه = ٠ زماننده ب سرعتى ايله نه مقدار تكاثفى معلوم اوله‌جغى جهتله بونلر نظير نظيره ى (س) ، و (س) ايله كوستريله‌جك اولور ايسه :

ب = ب نا (س) − ب نعَ (س) = ى (س) (م)

ه = − نا (س) − نعَ (س) = − و (س) (ه)

مقدارلرى س بعدينك توابع معينه‌سندن عبارت ديمك اولور. بو حالده معادلات اخيره‌يى بر كره جمع وبر كره طرح ايدرك :

نا (س) = [ى (س) + ب و (س)] / ٢ ب

نعَ (س) = [− ى (س) + ب و (س)] / ٢ ب

تابعلرينه دسترس اولنور. ايشته بونلر يوقاريده (٨) ، (٩) دستورلرنده محللرينه وضع اولنور ايسه :

ب = ½ { [ى (س + ب ه) + ب و (س + ب ه)] + [ى (س − ب ه) − ب و (س − ب ه)] } (١٠)

ه = − ١/٢ب { [ى (س + ب ه) + ب و (س + ب ه)] − [ى (س − ب ه) − ب و (س − ب ه)] } (١١)

دستورلرى استحصال ايديليركه بونلرده «مسئلهٔ انتشار» ى تماميله حله كافيدرلر .

شمدى اهتزاز بسيطك منطقه‌سنى (شكل ٣) س = ٠ ، س = ل بعدلرنده كائن م م ، ح ح آراسنده محصور فرض ايدهلم. بو حالده ى ، و تابعلرى س متحولنك صفردن اصغر و ل = م ح دن اعظم هر برقيمتى ايچون صفره مساوى بولنورلر. اسطوانه‌يى اوچ منطقه‌يه تقسيم ايله اولا جهت مثبته‌ده س = ل = م ح ايله س = + ∞ آره‌سنده بر ى ى مقطعنى نظر اعتباره آلهلم : بويله بر مقطع ايچون شبهه‌سز ى (س + ب ه) ، و (س + ب ه) تابعلرى صفر اولور ايسه‌ده ديكرى (س − ب ه) ، و(س − ب ه) تابعلرى :

س − ب ه > ٠ . س − ب ه < ل

اولمق شرطيله برقيمت محدوده‌يى حائز اوله‌بيليرلر. بوتقديرجه يوقاريكى سرعت وتكاثف دستورلري ؛

ب₁ = ½ [ى (س − ب ه) − ب و (س − ب ه)]

ه₁ = ١/٢ب [ى (س − ب ه) − ب و (س − ب ه)]

شكللرينه منجر اوله‌جقندن بونلردن

ٮ = ب ه (١٢)

مناسبتی استخراج اولنور. آنجق بومناسبتك وجودی، اولجه‌ده سویلندیكی وجهله اوزره،

س — ٮ ه < ل

و س — ٮ ه > ٠

ویاخود (س — ل)/ٮ < ه

و س/ٮ > ه

اولماسنه متوقفدر.

بوندن استدلال ایدیلیركه مقطع مفروض ه = (س — ل)/ٮ زمانه‌قدر سكون اوزره بولنه‌رق بو زماندن اعتباراً اهتزازه داخل و ه = س/ٮ آننده اهتزازدن فارغ اولور. معمافیه اهتزاز بسیط عینی منوال اوزره اسطوانه درونده ایلری‌یه طوغری انتشاره دوام ایدر؛ چونكه س — ٮ ه مقدار متحولی هر مقطعده ل ایله صفر میاننده واقع عینی سلسلهٔ قیمتدن مرور ایدر. خلاصه لاعلی‌التعیین بر ه زماننده اسطوانه داخلنده حركت اوزره بولنان [یعنی ابلاك اهتزاز بسیطك تأثیریله متأثر اولان] نقطه‌لر

س — ٮ ه = ل ایله س — ٮ ه = ٠

بعدلرینه توافق ایدن مقطعلر آره‌سنده محصور اولان نقطه‌لردر.

بوندن آكلاشیلاجغی اوزره اهتزاز بسیط، اسطوانه‌درونده وجهت مثبته‌ده ل طولنده یكانه بر «موج» شكلنده اوله‌رق حركت متساویه ایله انتقال ایدركه بوحركت انتقالیه‌نك سرعتی‌ده شبهه‌سز ٮ در [١]. بناءً علیه اسطوانه داخلنده حركت اهتزازیه‌نك سرعت انتشاری (٥) دستورینه توفیقاً

ٮ = √(ه/ك) (١٣)

ایله افاده اولنور. فقط بوحركت انتقالیه بر حركت ظاهریه‌دن عبارتدر. موجی تشكیل ایدن اجزاء فردیه هر آن مقطعدن مقطعه تبدیل ایدر. بناءً علیه ٮ سرعت ثابته‌سیله انتقال ایدن شی موجی تشكیل ایدن اجزاء فردیه دكل، بالعكس بو اجزای فردیه‌نك اشغال ایلدیكی قطعه‌نك شكل هندسیسیدر. شوراسی‌ده شایان دقتدركه حركت اهتزازیه‌نك بو سرعت انتشاری نه موجك شكلنه، نه‌ده ضربه‌نك قانون تأثیرینه تابع دكلدر.

[١] ه زمانی اعطا ایدن س/ٮ نك افاده‌سنده س مسافه‌دن عبارت بولندیغنه و حركتده بر حركت متساویه اولدیغنه كوره بهرحال ٮ مقداری سرعته مساوی اولور.

ثانیاً س طولنك جهت منفیه‌سنده س = ٠ ایله س = — ∞ آره‌سنده كائن بر ك ك مقطعنی نظر اعتباره آله‌لم: بومقطع ایچون ی (— س — ٮ ه)، بو (— س — ٮ ه) تابعلری صفر اولور ایسه‌ده ی (— س + ٮ ه)، بو (— س + ٮ ه) تابعلری

— س + ٮ ه > ٠ — س + ٮ ه < ل

اولمق شرطیله برقیمت محدوده‌یی حائز اوله‌بیلیرلر. بوحالده سرعت وتكاثف دستورلری

ب٢ = ½ [ی (— س + ٮ ه) + ٮ بو (— س + ٮ ه)]

ه٢ = — 1/(٢ٮ) [ی (— س + ٮ ه) + ٮ بو (— س + ٮ ه)]

شكللرینی كسب ایده‌جكندن بونلردن‌ده:

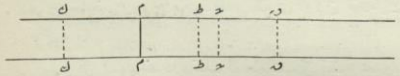
ٮ = — ب ه (١٢)

مناسبتی استخراج اولنور. بوندن آكلاشیلیركه هرایكی حالده اسطوانهٔ غیرمحدوده داخلنده برمقطع اوزرنده ب سرعتی و ه مقدار تكاثفی، اشارتدن صرف نظرله، یكدیكرینه عینی مناسبتله مربوطدر. فقط بومناسبتك وجودی مطلقا

— س + ٮ ه > ٠ و — س + ٮ ه < ل

ویاخود ه > س/ٮ ، ه < (س + ل)/ٮ

اولماسنه متوقفدر. بناءً علیه مقطع مفروض س/ٮ زماننده اهتزازه داخل و (س + ل)/ٮ زماننده ایسه اهتزازدن فارغ اوله‌جغندن ل/ٮ مدتجه اهتزاز ایدر.



(شكل ٣)

خلاصه اهتزاز بسیط جهت منفیه‌ده دخی ٮ سرعت ثابته‌سیله ل طولنده بر موج صورتنده انتشار ایلر. بورایه قدر كوروان موادن آكلاشیلدیغنه كوره بویله بر اسطوانهٔ غیرمحدوده داخلنده جهت مثبته‌ده برطول معینده وقوعه كتیریلن بر اهتزاز بسیط ایكی موجك ظهورینه سبب اولوركه بوموجلر ٮ سرعت ثابته‌سیله بری برطرفه دیكری دیكر طرفه طوغری انتشار ایدر. آنجق جهت مثبته‌ده بولنان موج، تقبضات ایله دیكری توسعات ایله انتشار ایلدیكندن برنجیسی «موج منقبض» ایكنجیسی «موج منبسط» نامیله یاد ایدیلیر.

ثالثاً س = ٠ ایله س = ل = م ط آره‌سنده واهتزاز بسیطك منطقه‌سی داخلنده بولنان ط ط مقطعنی نظر اعتباره آله‌لم:

بویله برمقطع ایچون   س — ب ۀ > ۰ ،   س + ب ۀ < ل
اولهماز ایسهده   س — ب ۀ < ۰ ،   س + ب ۀ > ل
اولمق شرطیلهده ی (س — ب ۀ)، ی (س + ب ۀ)، بو (س — ب ۀ)، بو (س + ب ۀ) تابعلری‌ده برر قیمت محدوده کسب ایده‌بیلیرلر.

ایشته بو شرطلر موجود اولدیغی، تعبیر آخرله:

س — ب ۀ < ۰ < س — ب ۀ، س — ب ۀ < ل < س + ب ۀ

ویاخود   س — ب ۀ = ۰،   س + ب ۀ = ل

بولندیغی صورتده (۱۰)، (۱۱) دستورلرینی تشکیل ایدن ب۱، ب۲ قسملرندن هر ایکیسی برر قیمت محدوده‌یی حائز بولنور. بناءً علیه مقطع مفروضده هر آن ب سرعتی اوآنده موج منقضده:

س = ب ۀ = م ط

بعدنده بولنان بر مقطعك ب۱ سرعتیله، موج منبسطده‌ده:

ل — س = ب ۀ = ح ط

بعدنده بولنان مقطعك ب۲ سرعتی، مجموعنه مساوی اوله‌جغی کبی هر آن نه مقدار تکاثفی‌ده موج منقبض و موج منبسطده نظیری اولان نقطه‌لرك ه۱، ه۲ تکاثفلری مجموعنه مساوی بولنور.

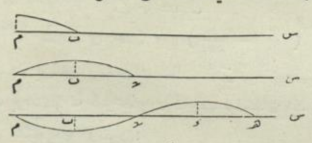
اکر اسطوانه درونده ل طولنده‌کی قطعهٔ محدوده، براهتزاز بسیط یرینه براهتزاز تامه یعنی بربرینه مقابل ایکی اهتزاز بسیطه تابع بولنسه، هربر اهتزاز بسیط اسطوانه درونده متوجه بولندیغی جهتده بر موج منقبض ایله مقابل جهتده، عینی طولده بر موج منبسط تولید ایده‌جکندن اسطوانه‌نك هر ایکی جهتنده ب سرعت ثابته‌سیله انتقال ایدن بر موج منقبض ایله بر موج منبسطدن مرکب برر موج تام حاصل اولور.

ایشته، هرنه صورتله اولور ایسه اولسون، بو اهتزاز تام ادامه ایدیله‌جك اولور ایسه اسطوانه‌نك هرایکی جهتنه طوغری ب سرعت ثابته‌سیله انتقال ایدن برر حرکت تموجیهٔ متمادیه استحصال اولنور. بر صورتده‌كه: اسطوانه داخلنده بر مقطع ویا بر نقطه‌نك زماناً یکدیکرندن مساوی فاصله‌لرایله تفریق قلنمش اولان حالات اهتزازیه‌سینی زمانده اسطوانه درونده یکدیکرندن مسافةً مساوی فاصله‌لر ایله آیرلمش بولنور.

٢٤ منحنیٔ مصور. — هر مقطعك حالت اهتزازیه‌سنی تصور ایچون بو

مقطعك مبدأ نقطه‌سنه اولان بعدینی س محوری انتخاب و هر آن بو مقطعده سرعت اهتزازیه‌یی، حرکت تموجیه‌نك جهت انتشارینه متوجه اولدیغنه کوره مثبت وعکسی تقدیرده منفی اعتبار ایله، ع محوری اوزرنده اخذ و قطع ایلیه‌لم.

بوحالده ه ایله کوستریلن بر اهتزاز تام مدتنك ربعنه، نصفنه، تامنه مساوی بر زمانده (شکل ٤) بروجه آتی منحنیاته دسترس اولنور:



(شکل ٤)

بونلرك برنجیسی بر ربع موجی، ایکنجیسی بر نصف موجی، اوچنجیسی‌ده برموج تامی مشعردر.

بومنحنیلر سرعتلر ایله برابر مقدار تکاثفی یعنی تقبضات و توسعاتی‌ده ارائه ایدرلر. فی‌الحقیقه بر موج تامی ارائه ایدن منحنی نظر اعتباره آلنه‌جق اولور ایسه مقدار تکاثف سرعت اهتزاز کبی م نقطه‌سندن ربع طول موجه مساوی بر م ب بعدینه قدر تزاید و بعده تناقص ایده‌رك، نصف طول موجده صفره منجر اولور؛ متعاقباً سرعتلر بو نصف دور اهتزازده‌کی سرعتلرك نظیرلری، فقط اشارتجه مخالفلری، اولان قیمتلردن مرور ایده‌رك اولجه وقوعه کلن تقبضاته بدل بر سلسلهٔ توسعات حاصل اولور.

فقط مبدأده حرکت اهتزازیه‌یه دوام ایدلدیکی جهتله بوبرنجی موج، اسطوانه‌نك هرایکی طرفنه طوغرو ب سرعت ثابته‌سیله انتشار ایتدیکی اثناده یکیدن بر طاقم موجلر حاصل اوله‌رق موج اولی تعقیب ایدرلر. بروجه‌ایله‌كه برزمان معینده اسطوانه‌نك حالت اهتزازیه‌سی، متساوی و فقط متناوباً مثبت ومنفی قوسلردن مرکب بر منحنی ایله ارائه اولنه‌بیلیر. بو منحنینك مبدأده‌کی ترتیبی طوغرودن طوغرویه تمییز ایدیلن قطعه‌نك مقطع ابتدائیسنك اوآنده‌کی حال اهتزازیسنی تصویر ایدر.

بو منحنیلرك ماهیتنی تعیین ایچون حرکت اهتزازیه معادلهٔ عمومیه‌سنی اسطوانهٔ غیر محدوده‌یه تطبیق ایده‌لم؛ وبونك ایچونده اسطوانه‌نك طوغرودن طوغرویه تمییز ایدیلن م مبدأنده‌کی قطعه‌سنك سرعتی:

ب = و حث ٢ π ۀ/ه

دستوریله افاده ایلیه‌لم. حرکت اهتزازیه‌نك اسطوانه درونده‌کی سرعت انتقالی ب اولدیغنه

كوره بوقطعهٔ ابتدائیه‌نك برآنده‌كی سرعتی مبدأدن س بعدنده كائن دیكر برقطعه‌یه آنجق $\frac{\text{س}}{\text{ب}}$ زماننده انتقال ایدر. بنابرین بو ایكنجی قطعه‌نك حالت اهتزازیه‌سنی تدقیق ایچون یوقاریده‌كی دستورده ﻫ یرینه ($\text{ﻫ} - \frac{\text{س}}{\text{ب}}$) قویمق ایجاب ایلر. ایشته بوصورتله استحصال اولنان

$$\text{ب} = \text{و} \; \text{حـ} \; ٢ \pi \left(\frac{\text{ﻫ}}{\nu} - \frac{\text{س}}{\nu \, \text{ب}} \right)$$

ویاخود

$$\text{ب} \; \nu = \text{ل} \qquad (١٤)$$

وضعیله

$$\text{ب} = \text{و} \; \text{حـ} \; ٢ \pi \left(\frac{\text{ﻫ}}{\nu} - \frac{\text{س}}{\text{ل}} \right)$$

دستوری مبدأدن س بعدنده بولنان برمقطعك حالت اهتزازیه‌سنی تعیینه كافیدر. فی‌الحقیقه دستور اخیرك مناقشه‌سیله براسطوانهٔ غیرمحدوده داخلنده انتقال ایدن حركت اهتزازیه‌نك كافهٔ شرائطی بروجه‌آتی استخراج اولنور :

اولا ﻫ زمانی ثابت و س مسافه‌سی صورت متمادیه متزاید فرض اولنورایسه ب سرعتی بر منحنیٔ جیبینك ترتیبلریله ارائه اولنه‌بیلیر. بو حالده یكدیكرندن

$$\text{ب} \; \nu = \text{ل}$$

قدر بعید اولان مقطعلرك كافه‌سنده ب سرعتی عینی قیمتی حائزدر. ایشته یوقارووده‌كی دستوره داخل اولان ل مقداری ــ كه حركت اهتزازیه‌نك ، ν دورینه مساوی بر زمان ظرفنده اسطوانه درونده قطع ایلدیكی مسافه‌دن عبارتدر ــ «طول‌موج» نامیله معروفدر. (شكل ٥) ده بر موج منقبض ایله متعاقب كلن موج منبسطك امتدادینی ارائه ایدن

(شكل ٥)

ب د ، د و ، ح ﻫ بعدلری طول موجدن عبارتدر . قطعهٔ مهتزه‌نك ثانیهٔ واحده‌ده اجرا ایلدیكی اهتزازات تامه‌نك عدی م ایله كوستریله‌جك اولور ایسه :

$$\text{م} = \frac{١}{\nu}$$

اوله‌جغندن

$$\text{ل} = \frac{\text{ب}}{\text{م}} \qquad (١٥)$$

افاده‌سی استحصال اولنور .

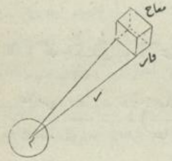
[١] بوحركت تموجیه‌یه عائد اولان‌نظریه طوغریدن طوغری‌یه‌ص تابعنك توابع دوریه‌جه‌سندن اولان تمامیٔ غیر محدودی واسطه‌سیله‌ده استخراج اولنه‌بیلیر .

ایشته بر صوتك ν دور اهتزازی ایله ثانیهٔ واحده‌ده‌كی عدد اهتزازی اوصوت ایچون برر ركن اصلی حكمنده‌در . چونكه صوتك ب سرعت انتشاری ، بو انتشاره واسطه اولان جسمك جنسه تابع اولدیغی كبی ل طول موجیده صوتك پرده‌سنه وسرعت انتشارینه كوره تحول ایدر .

ثانیاً ﻫ زمانی متحول و س مسافه‌سنی ثابت فرض ایده‌لم : بو حالده ﻫ زمانی ν قدر تزاید ایتدیكی حالده مبدأ نقطه‌سنه مسافه‌سی س اولان مقطعك سرعتی كویا بومسافه ل قدر تناقص ایتمش كبی تحول ایدر .

بنابرین منحنیٔ جیبینك ب سرعت ثابته‌سیله‌ایلری‌یه طوغری حركت‌ایتدیكی ومقطعلرك كافه‌سی‌ده ν دوری ظرفنده بر اهتزاز تام اجرا ایلدیكی ظاهر اولور . بوندن استنتاج اولنوركه $\frac{\text{س}}{\text{ل}}$ مقداری یوقارووده اهتزاز دستور عمومیسنه داخل اولان ع صفحه‌سندن باشقه برشی دكلدر .

۲٤ اهتزازات طولانیه‌نك بر واسطهٔ غیرمحدوده درونده انتشاری . — مطالعات مسروده، برواسطهٔ غیرمحدوده‌یه‌ده تطبیق‌اولنه‌بیلیر. شویله‌كه: برواسطهٔ‌متجانسهٔ غیر محدوده داخلنده (شكل ٦) متعاقباً تقبض و توسع ایله اهتزاز ایدن، غایت اصغر بر نصف قطرده، بر م كره‌سی فرض‌ایده‌لم وواسطه داخلنده مركز اهتزازدن ر بعدنده و ها ر ثخننده برده طبقهٔ كرویه فرض ایلیه‌لم. بوطبقهٔ كرویه‌نك سطحی اوزرنده آلنان اصغر نامتناهی ها ح جزؤ سطحی ایله م مركز اهتزازندن كچن سطح اهرامینك طبقهٔ مذكوره‌دن افراز ایلدیكی اصغر نامتناهی. جزؤ حجمی نظراعتباره آله‌لم: بو جزؤ حجمك ها ح ، ها حَ قاعده‌لری اوزرینه تأثیر ایدن تضییقلر (ماده : ٣) ده كورولدیكی اوزره نظیر نظیره :



(شكل ٦)

$$\text{فَ} = - \text{ﻫ} \frac{\text{ها ص}}{\text{ها ر}} \text{ها ح} \qquad \text{فً} = \text{ﻫ} \left(\frac{\text{ها ص}}{\text{ها ر}} + \frac{\text{ها}^{٢} \text{ص}}{\text{ها ر}^{٢}} \; \text{ها ر} \right) \text{ها حَ}$$

اوله‌جغندن جزؤ م- كوره عائد اولان قوهٔ مؤثره :

$$\text{ف} = \text{ف}' + \text{ف}'' = \text{ه}\left(\frac{\text{هاص}}{\text{هار}} + \frac{\text{هاص}^{2}}{\text{هار}^{2}}\,\text{فار}\right)\text{هاح}' - \text{ه}\left(\frac{\text{هاص}}{\text{هار}}\right)\text{هاح}$$

دن عبارت بولنور . فقط اهرامك خاصهٔ مشهورهسنه بناءً :

$$\frac{\text{هاح}'}{\text{هاح}} = \frac{(\text{ر} + \text{فار})^{2}}{\text{ر}^{2}}$$

و بنابرین

$$\text{هاح}' = \text{هاح}\left(\frac{\text{ر} + \text{فار}}{\text{ر}}\right)^{2} = \text{هاح}\left(1 + \frac{\text{فار}}{\text{ر}}\right)^{2}$$

ویا بعدالتوسیع

$$\text{هاح}' = \text{هاح}\left(1 + \frac{2\,\text{فار}}{\text{ر}}\right)$$

اولهجغی کبی دیکر طرفدن ، واسطهنك کثافتی ك اولدیغنه کوره ،

$$\text{ف} = \text{هاح}\;\text{فار} \times \text{ك}\,\frac{\text{هاص}^{2}}{\text{هان}^{2}}$$

اولمق لازم کلهجکندن بونلر محللرینه بالوضع :

$$\text{هاح}\;\text{فار}\,\text{ك}\,\frac{\text{هاص}^{2}}{\text{هان}^{2}} = \text{ه}\left(\frac{\text{هاص}}{\text{هار}} + \frac{\text{هاص}^{2}}{\text{هار}^{2}}\,\text{فار}\right)\left(1 + 2\,\frac{\text{فار}}{\text{ر}}\right)\text{هاح} - \text{ه}\left(\frac{\text{هاص}}{\text{هار}}\right)\text{هاح}$$

ویا بعدالضرب (فار) مضروبنی حاوی اولان حدلر ترك ایدیلهجك اولور ایسه:

$$\frac{\text{هاص}}{\text{هان}^{2}} = \frac{\text{ه}}{\text{ك}}\left[\frac{\text{هاص}^{2}}{\text{هار}^{2}} + \frac{2}{\text{ر}}\,\frac{\text{هاص}}{\text{هار}}\right]$$

استحصال اولنور .

یوقاریدهکی (٥) معادلهسی موجبنجه :

$$\text{ب}^{2} = \frac{\text{ه}}{\text{ك}}$$

اولمقله معادلهٔ اخیره

$$\frac{\text{هاص}}{\text{هان}^{2}} = \frac{\text{ب}^{2}}{\text{ر}}\left[2\,\frac{\text{هاص}}{\text{هار}} + \text{ر}\,\frac{\text{هاص}}{\text{هار}^{2}}\right]$$

و

$$\text{ص} = \frac{\text{ع}}{\text{ر}}$$

وضع و قبول اولنور ایسه :

$$\frac{\text{هاع}^{2}}{\text{هان}^{2}} = \text{ب}^{2}\,\frac{\text{هاع}^{2}}{\text{هار}^{2}} \qquad (٦')$$

شکلنه ارجاع ایدیلیر که بوده اولجه دالامبر طرفندن اتمام اولنان (٦) معادلهسنك عینیدر. بناءً علیه (٧) معادلهسنه توفیقاً :

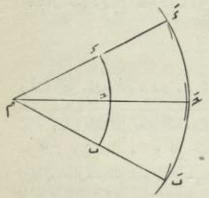
$$\text{ع} = \text{تا}\,(\text{س} + \text{ب}\,\text{ن}) - \text{تع}\,(\text{س} - \text{ب}\,\text{ن}) \qquad (٧)$$

اولهجغی کبی

$$\text{ص} = \frac{1}{\text{ر}}\left[\text{تا}\,(\text{س} + \text{ب}\,\text{ن}) + \text{تع}\,(\text{س} - \text{ب}\,\text{ن})\right] \qquad (٧')$$

بولنور .

ایشته بو معادلهلردن اولا بر واسطهٔ غیرمحدوده داخلنده حرکت اهتزازیهنك هر جهته طوغرو، بر اسطوانهٔ غیرمحدوده درونده اولدیغی کبی، ب سرعت ثابتهسیله انتشار ایتدیکی؛ ثانیاً هربر جزؤ فردك سرعتی مرکز اهتزازه اولان بعدیله معکوساً تحول ایلدیکی ثابت اولور. بو حالده بر واسطهٔ متجانسهٔ غیر محدوده داخلنده بر نقطهده حرکت اهتزازیهنك قدرت حرکیهسی (نصف زنده قوتی) بو نقطهنك مرکز اهتزازه اولان مسافهسی مربعیله معکوساً متناسب اولمق لازم کلیر. حالبوکه بوقدرت حرکیه صونك او نقطهدهکی شدتنی حاصل ایتدیکندن بوندن بر واسطهٔ غیرمحدوده داخلنده شدت صونك «مسافهنك مربعیله معکوساً متناسبدر» قانونی استخراج اولنور .



(شکل ٧)

خلاصه بر واسطهٔ غیر محدوده داخلنده اهتزازات، بر اسطوانهده اولدیغی کبی سرعت متساویهایله انتشار ایدرایسهده آرتق متوازی الوجهین قطعهدن قطعهیه انتقال ایتمز ؛ بلکه متحدالمرکز طبقهٔ کرویهدن طبقهٔ کرویهیه انتقال ایلرکه بوده بر طاقم «امواج کرویه» تولید ایلر . بو امواج کرویهنك صورت انتشارینی ایضاح ایتمك ایسه پك قولایدر. فیالحقیقه م نقطهسندن (شکل ٧) صدور ایدن صوت ب′ح′ء′ موج

كرويسنه واصل اولمادن بر ب ح ى موج متوسطی اوزرنده بولنور . بو ب ح ى موج كرويسنك هر بر نقطه‌سی عادتا بر مركز تصوت ويا اهتزازكبی هر جهته طوغرو نشر امواج ايدركه شوامواج تاليه‌نك بر زمان معين صوكره‌كی ظرفی ب′ ح′ ى′ موج كرويسندن عبارتدر . تعبير آخرله ب′ ′ ى′ موجی ، ب ح ى موج داخليسنك هر نقطه‌سندن صدور ايدن امواجك عينی زمانده واصل اولدقلری محل هندسيدن باشقه بر شی دكلدر . فقط ب ح ى موجنك نقاط مختلفه‌سندن صدور و اك اول ديكر بر نقطه‌يه ، مثلا ح′ نقطه‌سنه ، ورود ايدن موج ، نقطهٔ مذكوره‌يه اك قريب بولنان ح نقطه‌سندن صدور ايدن موجدر . ايشته علی‌العاده « صوت هرجهته طوغری خط مستقيم اوزره انتشار ايدر » دينلمه‌سی بوندن كنايه‌در .

٢٥ اهتزازات عرضانيه . — بورايه قدر اهتزازات طولانيه حقنده بيان اولنان مواد ، اهتزازات عرضانيه‌يه‌دخی تطبيق اولنه‌بيلير . فی‌الحقيقه م كرهٔ متصوته‌سی برحركت اهتزازيهٔ مماسيه ايله متحرك بولنسه ، تعبير ديكرله مركزی اوزرنده اهتزاز ايده‌جك اولسه ينه بر طاقم متحدالمركز امواج كرويه حاصل اولور ايسه‌ده بو امواجك سرعت انتشاری ب′ كبی ديكر برقيمتی حائز بولنور . مع‌مافيه بونوع حركت اهتزازيه مايعات‌ايله غازلر درونده انتقال ايده‌مز . چونكه امواج كرويه‌نك حركات رقصيهٔ مماسيه‌سی ، جوارلرنده بولنان مايع وغاز اجزای فرديه‌سنه ـ سياليتلری حسبيله ـ هيچ برحركت اعطا ايليه‌مز . فقط اجسام صلبه‌ده برآنده بوايكی نوع اهتزازك انتقالی بيله ممكندر . بعضی تزلزلات ارضيه‌ده مشاهده اولنان « حالات استثنائيه » و « حالات غريبه » [١] بوكا باشيجه بر دليلدر .

٢٦ صوتك سرعت انتشاری . — يوقاريده اسطوانهٔ محدبه داخلنده سرعت انتشار صوتی ارائه ايتمك اوزره استحصال اولنان :

$$\text{ب} = \sqrt{\frac{\text{ه}}{\text{ى}}}$$

دستوری پك عموميدر . آنجق دستور مذكورده واقع ه مقداری ـ حرارت بخشنده

[١] بالذات محلنه كيده‌رك اجرای تدقيقات ايتديكم ١٣٢٠ سنهٔ هجريه‌سی آيدين حواليسی حركات ارضيه‌سنده بوكبی بعض غرائبه تصادف اولنمشدر . ازجمله دكزليده بر جامعك ييقلمش اولان مناره‌سنك قسم تحتانيسی قاعده‌سندن آيرلمش و اوتوز بش درجه قدر شرقدن غربه طوغری دوندكدن صوكره ينه بو قاعده اوزرينه اوطورمشدر . ايشته بوكيفيت حركات ارضده تزلزلات افقيه‌دن باشقه شاقولی و دورانی حركاتك ده موجود و بلكه مترافق بولنديغنی ايما ايتمكده‌در .

كوروله‌جكی اوزره ـ برجسمك حرارتی تزايد وتناقص ايتمه‌مك شرطيله تضييقنك ها ه مقدار تزايدی ايله ح حجمنك مقدار تقبض اضافيسنه نسبتنه مساويدر . يوقسه علی‌العاده بر جسمك واحد طولده ، واحد مقطعده اولان برقسمی كندی وزننه مساوی بر قوتله جر ويا تضييق ايدلديكی حالده حصوله كلن مقدار اطاله ويا مقدار اقتصاردن عبارت بولنان « امثال الاستيقيت » دكلدر .

٢٧ غازلرك درونده سرعت صوت ؛ نيوتون دستوری . — ا ل امرده بو دستوری برغاز كتله‌سنه تطبيق ايدهلم : نقطهٔ تمعندن كافی درجه‌ده بعيد فرض اولنان برغاز كتله‌سنده صوتك انتشاری اثناسنده وقوعه كلن تقضات و توسعاتده غازك تضييقنك تحولاتی ، ماريوط قانونه‌تابع بولنديغی قبول ايديلير ؛ و واحد حجمه عائدتضييق ى و واحد حجمك وزنی ك و واحد وزنه عائد حجمده ح ايله كوستريلير ايسه :

$$\text{ى}\ \text{ح} = \text{ثابت}$$

وله‌جغندن

$$\text{ح}\,\frac{\text{ها ى}}{\text{ها ح}} + \text{ى} = \text{٠}$$

و يا

$$\frac{\text{ها ى}}{\left(\frac{\text{ها ح}}{\text{ح}}\right)} = \text{ى}$$

بولنور .

ايشته يوقاريده‌كی ه مقداری ، تضييقك ها ى مقدار تزايدی ايله ، بوندن طولايی حجمه عارض اولان ($\frac{\text{ها ح}}{\text{ح}}$) مقدار تقبض اضافيسنه نسبتنه مساوی اولديغندن معادلهٔ اخيره‌نك طرف اوانه مساوی ديمك اولور . بو حالده دستور سابقده ه يرينه ى وضع ايدلمه‌جك اولور ايسه :

$$\text{ب} = \sqrt{\frac{\text{ى}}{\text{ك}}} \qquad (١٦)$$

دستوری استحصال ايديليركه غازلر درونده‌كی سرعت صوت حقنده اك اول نيوتونك بولمش اولديغی دستورده بوندن عبارتدر .

نيوتون دستورنده واقع ى ، ك مقدارلری غازك آحاد ميخانيكيه‌يه كوره تقديراولنان تضييق و كثافتيدركه بروجه آتی تعيين اولنور :

شدت جاذبه ح وسانتيمتره حسابيله غاز داخلنده بارومتره ارتفاعى ع، جيوه‌نك‌وزن مخصوصى ك، غازك ٠٫٧٦ متره تضييق تحتنده و صفر درجهٔ حرارتنده‌كى كثافتى‌ده ك̄ . و امثال انبساطى‌ده γ و الحاصل درجهٔ سخونتى ر اولديغنه كوره :

$$\text{ف} = \text{ح ك ع}$$

و

$$\frac{\text{ع}}{٠٫٧٦} = \frac{\bar{\text{ك}}}{\text{ك}}(١ + \gamma\,\text{ر})$$

وياخود

$$\text{ك} = \bar{\text{ك}}\,\frac{\text{ع}}{٠٫٧٦}\left(\frac{١}{١+\gamma\,\text{ر}}\right)$$

اوله‌جغندن بونلر محللرينه قونيلور ايسه :

$$\text{س} = \sqrt{\frac{\text{ع ك}}{\bar{\text{ك}}}(١+\gamma\,\text{ر}) \times ٠٫٧٦}$$

متره بولنور .

ايشته هواى نسيمى ايچون :

$$\bar{\text{ك}} = ٠٫٠٠١٢٩٢$$

اولديغى كبى ذاتاً

$$\text{ح} = ٩٫٨٠٨$$

$$\text{ك} = ١٣٫٥٩٣$$

بولنمغله

$$\text{س} = ٢٨٠\sqrt{١ + \gamma\,\text{ر}} \qquad (١٧)$$

دستورى استحصال اولنور .

٢٨ لاپلاس دستورى؛ تجارب اجراسى . — فقط هوا داخلنده بورللى طرفندن طوغرودن طوغرويه اجرا ايديلن تجربه‌لردن استحصال اولنان سرعت‌صوتك، نيوتونك سالف‌الذكر دستوردن استخراج اولنان مقداره توافق ايتمديكى [١] كورولمش

[١] قدماى يونانيه هوا درونده صوتك بطائتله انتشار ايتديكنه دقت ايتمشلر ايسه‌ده سرعت صوتى عدداً تقدير ايده‌مه‌مشلر ايدى . هوا درونده صوتك قيمتى الك اول تعيين ايدن اون يدنجى عصرميلادى اواسطنه طوغرو برحيات بولنان راهب مرسن [P. Mersenne] در. موماليه اوزاق بر محلده آتيلان بر سلاحك ضياسنك رؤيتى ايله صداسنك استماعى آره‌سنده كچن مدتى تعيين و بو محل ايله بولنديغى نقطه آره‌سنده‌كى مسافه‌يى بو مدته تقسيم ايده‌رك سرعت صوتى ١٣٨٠ قدم [يعنى ٤٤٨ متره] بولمش ايدى. براز صوكره يعنى ١٦٥٦ سنه‌سنده فلورانسه‌لى بورللى [Borelli] ايله ويويانى [Viviani] عينى اصول و فقط دها زياده براهتمام ايله اجراى تجربه ايده‌رك سرعت صوتى ١٠٣٧ قدم [يعنى ٣٥٠] متره بولمشلر ايدى. ايشته نيوتون، سرعت صوت حقنده‌كى دستورينى نشر واعلان ايلديكى اثناده سرعت صوتك قيمت تجربيه‌سى بوندن عبارت ايدى.

وبونك اوزرينه همان عينى زمانده برچوق طرفدن يكيدن تجربه اجراسنه تشبث اولنمشدركه بونلردن الك مهملرى بروجه آتى جدوله درج ايدلمشدر .

تجربه‌كارك اسمى		تاريخ تجربه	سرعت صوتك بولنان قيمتى	قيمت حاضره‌سى
بويل	[Boyle]	١٦٠٠ ؟	١١٢٦ قدم	٣٦٦ متره
دومينيك قاسينى	[D.Cassini]			
هويكن	[Huyghens]	١٦٦٧	« ١٠٩٧	« ٣٥٦
پيقار	[Picard]			
رومر	[Rœmer]			
فلامستد	[Flamstead]	١٧٠٨	« ١٠٧١	« ٣٤٨
هالەى	[Halley]			
درهم	[Derhem]	١٧٠٨	« ١٠٧١	« ٣٤٨

مع التأسف بو تجاربك هيچ برى متقابلاً اجرا ايدلمديكى جهتله كافى درجه‌ده قناعت بخش كوروله‌مه‌مشدر. بناءً عليه ١٧٣٨ سنهٔ ميلاديه‌سنده پارس انجمن دانشى يكيدن اجراى تجربه ايتمك اوزره قاسينى دو تورى [Cassini de Thury] ، لاقاى [Lacaille] ، مارالدى [Maraldi] دن مركب بر قوميسيون تشكيل ايله‌مشدر . بو ذوات پارسده يكديكرندن كوروله‌بيلن تپه‌جكلر ايله بنالره كچوك چابده طوپلر وضع ايليه‌رك وطوپلرى متقابلاً ومتناوباً انداخت ايده‌رك ٦ درجه سانتغرادده سرعت صوتى ثانيه‌ده ١٧٣ تواس [يعنى ٣٣٧] متره بولمشلردر .

فقط بو نتيجه‌ده [١] نيوتون دستورينه توافق ايتمه‌مش و عادتا نظريه ايله تجربه ميانده‌كى اختلافى تأييد ايلمش‌در . نهايت نظريه ايله تجربه ميانده بو صورتله وجودى قطعياً تحقق ايدن بواختلافك ايضاح وازاله‌سى لاپلاسه ميسر اولمشدر. شويله‌كه: موماليه غازلرك پك جزئى ناقل حرارت اولماسندن دولايى بر قطعهٔ هوائيه‌ده تقبض ايله حاصل اولان حرارتك درعقب ديكر قطعه‌لره انتقال ايده‌مديكنى وصوتك نسبةً سرعتله انتشار ايلديكى كتلهٔ هوا درونده هرنقطه‌ده سخونتك بر اولماديغنى بيان ايتمشدر. بونك اوزرينه

[١] زيرا نيوتون دستورى ٦ درجه‌ده سرعت صوت ايچون $٢٨٠\sqrt{١+\frac{٦}{٢٧٣}} = ٢٨٥$ متره كبى بر قيمت اعطا ايديور ايدى .

ثابت بر سخونت تحتنده بولنان كتلهٔ غازلر حقنده جاری اولان ماربوط قانوننك بو حاله قابل تطبيق اولنه‌مايه‌جغنی، فقط برقطعهٔ هوا داخلنده حاصل اولان حرارت دیكر قطعه‌لره درحال سرايت ايده‌مديكی تقديرده بو هوا طبقه‌سنه پواسو [Poisson] ك :

$$\text{ﻩ}\ \text{ح}^{\text{ن}} = \text{ثابت}$$

قانونی تطبيق ايلك لازم كله‌جكنی علاوه ايتمشـدركه بو قانونده ن مقداری غازك ثابت تضييق تحتنده‌كی سه سعهٔ حروريه‌سی ايله ثابت حجم تحتنده‌كی سه سعهٔ حروريه‌سی بيننده‌كی نسبتدن عبارتدر. ايشته بو حالده افادهٔ آخيره‌دن :

$$\text{هاوه} = \frac{\text{ﻩ هاح}}{\text{ح}}\ \text{ن}$$

ويا

$$\frac{\text{ها وه}}{\left(\frac{\text{هاح}}{\text{ح}}\right)} = \text{ﻩ}\ \text{ن}$$

بولنه‌جغندن (۱۳) دستورنده ه يرينه قونيلور ايسه :

$$\text{ب} = \sqrt{\frac{\text{ﻩ ن}}{\text{ك}}} \qquad (۱۸)$$

دستوری حاصل اولور كه لاپلاسك دستوری‌ده بوندن عبارتدر .

بو دستوردن‌ده آكلاشيلاجغی اوزره نيوتون دستوريله بولنان مقداری تصحيح ايچون $\sqrt{\text{ن}}$ ايله ضرب ايتمك اقتضا ايدر.

هوای نسيمی ايچون ن = ۱٫۰٤۱ وبنابرين $\sqrt{\text{ن}}$ = ۱٫۱۸۷٤ بولنمقله سرعت صوتك صفر درجهٔ حرارتده‌كی قيمتی :

$$۲۸۰ \times ۱٫۱۸۷٤ = ۳۳۲٫٤ \ \text{متره}$$

اولوركه بوده نظريه ايله تجربه ميانده كافی بر ائتلافك وجودينی خطار ايدر .

۲۹ لاپلاسك دستور ديكری ، تجارب اخيره . — لاپلاسك سرعت صوت

حقنده‌كی سالف الذكر دستوری بروجه آتی ديكر بر صورته دخی افراغ اولنه‌بيلير . شويله كه، نظريه‌يه اساس اولان اسطوانه‌يی تشكيل ايدن غازك واحد حجمنك وزنی ك ايله كوستريلير ايسه :

$$\text{ك} = \text{ح}\ \text{ك}$$

ويا

$$\text{ك} = \frac{\text{ك}}{\text{ح}}$$

اوله‌جغی كبی بوجسمك [غازك] واحد طول و واحد مقطعده بولنان بر قطعه‌سنك كندی

وزننه [يعنی ك مقدارينه] مساوی بر تضييق تحتنده قيصالديغی مقدار، تعبير آخرله ه امثال الاستنيق :

$$\text{ه} = \frac{\text{تضييفك مقدار تزايدی}}{\text{حجمك مقدار تقبض اضافيسی}} = \frac{\text{ك}}{\frac{\text{ه}}{۱}} = \frac{\text{ك}}{\text{ه}}$$

اوله‌جغندن [۱۳] دستورنده محللرينه قونيلور ايسه :

$$\text{ب} = \sqrt{\frac{\text{ح}}{\text{ك}}} = \sqrt{\frac{\text{ك}}{\text{ه}} \times \frac{\text{ح}}{\text{ك}}}$$

ويا

$$\text{ب} = \sqrt{\frac{\text{ح}}{\text{ه}}} \qquad (۱۹)$$

دستور مشهوری استحصال اولنور .

ايشته لاپلاس سالف العرض اختلافی برطرف ايدر ايمز هوا داخلنده سرعت صوتك

$$\text{ب} = ۳۳۳ \sqrt{۱ + \text{لا}\ \text{د}} \qquad (\bar{۱۹})$$

دستوريله حساب آولنماسی لازم كله‌جكنی ارائه ايتمشدر . حتی يكيدن اجرای تجربه ايتمك و ۱۷۳۸ سنه‌سی تجربه‌لرنده اهميت ويرلمين برجهتی كه هوای نسيمينك سخونتی ماده‌سندن عبارتدر ، داخل حساب ايلك اوزره بر قوميسيون تشكيلنی انجمن دانشدن طاب ايلمشدر.

ايشته بونك اوزرينه فرانسه «طول دائره‌سی» اعضاسندن آراغو [Arago] ، بووار [Bouvard] ، ماتيو [Mathieu] ، پرونی [Prony] ايله كيلوساق [Cay-Lussac] و هومبولد [Humboldt] دن مركب بر قوميسيون تشكل ايده‌رك بو قوميسيون ۱۸۲۲ سنهٔ ميلاديه‌سنده پارس جوارنده « ويل ژوويف » ايله « مونته‌ری » تپه‌لرينی تجربه‌گاه اتخاذ ايتمش و متقابلاً اجرا اولنان تجارب عديده‌دن ۱۵°٫۹ سانتيغرادده سرعت صوتی ۳۳۱ متره‌يه مساوی بولمشدر . بر سنه صوكره مول [Moll] و، وان ـ بق [Van-Beck] ، اوترخت جوارنده تكرار اجرای تجربه ايله صفر درجهٔ حرارتده سرعت صوتی ۳۳۲٫۸ بولدقلری كبی ۱۸۲۲ـ۱۸٤٤ سنه‌لرنده قپودان پاری [Parry] و ۱۸۲۵ سنه‌سنده قپودان كندال [Kendall] نواحیٔ قطبيه‌ده — ٤۰ درجه‌ده سرعت صوتك ينه لاپلاس دستورينك ارائه ايتديكی مقداره توافق ايتديكنی كورمشلردر [۱]

[۱] مؤخراً [۱۸۷] رنيول [Regnault] وسائره طرفلرندن اجرا اولنان تجارب دقيقه نتائجنه كوره صفر درجهٔ حرارتده و يابس هوا داخلنده سرعت صوتك ۳۳۰٫٦ متره اولديغی تحقق ايتمشدر .

۳۰ تحقیقات نظریه. — تجربه ایله نظریه میاننده‌کی بو توافقك وجودیله برابر ارباب حکمت لاپلاسك مطالعه‌سی صحیح اولوب اولمادیغنی تدقیقدن کیری طورمامشلردر. عجبا تقبض ایله حاصل اولان حرارتك بر قسمی انتقال ویا انشعاع صورتیله، حصوله کلدیکی محلدن انتشار ایتمیورمی؟ وبو حالده هوا داخلنده صوتك سرعت حقیقیه‌سی سرعت نظریه‌سندن دها دون دکلیدر؟ بورالرینی تحری وتحقیق ایتمشلردر. ایشته انکلیز ارباب حکمتندن استوق [Stokes] بو تدقیقات میاننده نیوتونك، لاپلاس طرفندن، معدل نظریه‌سنك بر غاز کتله‌سی داخلنده توسعات ایله تقبضاتك یکدیکرینه، هیچ بر عمل میخانیکی صرف ایدلمکسزین، توالی ایده‌بیلمه‌سنه یکانه مساعد بر فرضیه اولدیغنی اثبات‌ده ایتمشدر. بر صورتده‌که بو فرضیه‌نك خارجنده بر کتله‌ٔ غاز داخلنده وقوعه کلن تقبضاتك توسعاته و توسعاتك تقبضاته توالی ایتمه‌سی، تعبیر آخرله کتله‌ٔ مذکورنك توسعات و تقبضاتدن مرکب بر دوره‌ٔ حروریه‌یی تعقیب ایلمه‌سی ایچون مطلقا بر مقدار قدرت حروریه صرفنه لزوم کورلمکده‌در. چونکه بو حالده صوتی حصوله کتیرن حرکت اهتزازیه‌نك شدتی، که حرکت مذکوره‌یه عائد قدرت حرکیه ایله متناسبدر، او درجه تناقصه دوچار اولماسی اقتضا ایدیورکه طبیعتده بویله بر حادثه‌یه یعنی صوتك فوق‌العاده بر سرعتله منطفی اولماسنه اصلا تصادف اولنمامشدر. بناءً علیه (نیوتون-لاپلاس) فرضیه‌سی، حادثات مشهوده‌یه کوره یکانه شایان قبول بر فرضیه اولمق لازم‌کلیر. بوندن باشقه لاپلاس دستوری، نیوتون دستوری کبی صوتك سرعتنی، بر دستنه وبحل حصولنده تضیق نسیمنك قیمتنه تابع اولمایه‌رق اعطا ایلمکده‌در.

مع مافیه رنیول (Regnault) ك تجاربندن صوکره بو دستورلرك کافه‌سی، وسعتلری غایت اصغر اولان اهتزازات حقنده صحیح اوله‌بیله‌جکی تظاهر ایلمشدر. فی‌الحقیقه بر کتله‌ٔ غازده تضییقك مقدار تحولی ایله مقدار تقبض غایت اصغر اولمادیغی صورتده حجمك ح — حَ مقدار تحولندن طولایی تضیقه عارض اولان نُ — ن مقداری تحولی:

$$نُ - ن = ن \frac{حَ - حً}{حً}$$

دستوریله حساب ایدلمك ایجاب ایدر. بو افاده‌ده:

$$نُ - ن = ن \frac{[حَ - حَ (۱ - ه)^۲]}{حَ (۱ - ه)^۲}$$

و یا $نُ - ن = ن [(۱ - ه)^{-\check{ }} - ۱]$

و یاخود $نُ - ن = ن [س ه + \frac{س (س + ۱)}{۲ \times ۱} ه^۲ + \ldots]$

اوله‌جغندن

$$ه = ن س ه + ن \frac{س (س + ۱)}{۲ \times ۱} ه^۲ + \ldots$$

بولنورکه بوده امثال الاستیقینك، بوزمانه قدر فرض ایدلدیکی کبی، ثابت اولمادیغنی ارائه ایدر. ایشته بر کتله‌ٔ غازك الاستیقیتی ه امثال تقبضی ایله تزاید ایتدیکی حالده سرعت صوتك‌ده بو صورتله تزاید ایلمه‌سی طبیعیدر.

خلاصه بر صوتك سرعتی شرائط متساویه تحتنده شدتله تزاید ایدر؛ فقط وسعتی غایت اصغر فرض اولنه‌بیلن اهتزازاتدن متحصل بر صوتك سرعتی ثابت ولاپلاسك:

$$ب = \sqrt{\frac{ك ن}{ط}}$$

دستوری نتیجه‌سنه مطابقدر.

۳۲ مایعاتده سرعت صوت. — اولجه استخراج اولنان:

$$ب = \sqrt{\frac{ه}{ط}}$$

دستوری طوغرودن طوغرویه مایعاته تطبیق اولنه‌بیلیر. فی‌الحقیقه ل طولنده و ط مقطعنده بر ستون مایع تصور ایدلم و بو مایعك امثال انضغاطی ص ایله کوستریلم. اکر مایع اوزرینه اجرا اولنان تضیق بر هوای نسیمی تضیقی قدر تزیید ایدیله‌جك اولور ایسه ستون مایعك ل طولی لَ طوله تبدل و حجمی‌ده ل ط دن لَ ط مقدارینه تنزل ایدر. تعبیر دیکرله:

$$لَ = ل ط (۱ - ص)$$

بولنور. ستون مایعك واحد طولی نظر اعتباره آلنیر ایسه ل = ۱ اوله‌جغندن مساوات اخیره:

$$لَ = ۱ - ص$$

شکلنه منجر اولور. بوندن استنتاج اولنورکه ن تضیق نسیمیٔ طبیعیسی تحتنده ستون مایعك واحد حجمنك مقدار تقبضی ص امثالنه مساویدر. حالبوکه ن تضیق طبیعیسنك قیمت میخانیکیه‌سنی استحصال ایچون باروترده جیوه‌نك ارتفاعی ع و وزن مخصوصی ك، شدت جاذبه ح ایله کوستریله‌جك اولور ایسه:

$$\text{ن} = \text{ح ك ع}$$

بولنه‌جغندن
$$\text{ه} = \frac{\text{تضيقك مقدار تزايدى}}{\text{مقدار تقبض اضافى}} = \frac{\text{ن}}{\text{ه}} = \frac{\text{ح ك ع}}{\text{ص}}$$

و محانه بالوضع
$$\text{ب} = \sqrt{\frac{\text{ح ك ع}}{\text{ص}}} \qquad (١٩)$$

دستورى حاصل اولور .

دستور مذكور برستون مايع ايچون استخراج ايدلمش ايسه‌ده مايع اولان هر بر واسطهٔ غيرمحدوده‌يه‌دخى قابل تطبيقدر. برده بر مايع تضييق اولنديغى حالده اكثريا درجهٔ حرارتى تزايد ايده‌جكى جهتله ه امثالنك حسابنده بر تزايد درجهٔ حرارت دخى نظر اعتباره آلنمق ايجاب ايدر . فقط بوندن طولايى ه امثالى يك جزئى تحول ايده‌جكندن حس اولنه‌جق درجه‌ده بر خطا وقوعه كتيرلمكسزين بوندن صرف نظر اولنه‌بيلير .

ايشته + ٤ درجهٔ سخونتده بولنان صو ايچون غراسى [Grassi] يه توفيقاً :

$$\text{ص} = ٠,٠٠٠٠٠٤٩٩$$

اولديغندن :

$$\text{ب} = \sqrt{\frac{٩,٨١ + ١٣,٥٩ \times ٠,٠٧٦}{١٣٠,٠٠٠٤٩٩}} = ١٤٢٥ \text{ متره}$$

بولنور . فى‌الواقع قوللادون [Colladon] ايله شتورم [Sturm] جنوره كولنده ١٨٢٧ سنه‌سنده اجراى تجربه ايده‌رك ٨°,١ سانتغرادده صو ايچنده سرعت صوتى ١٤٣٥ متره‌يه مساوى بولمشلردر .

٣٢ صلبلرده سرعت صوت . — صلب بر چبوقده اهتزازات طولانيه‌نك سرعت انتشارى ينه

$$\text{ب} = \sqrt{\frac{\text{ه}}{\text{ك}}}$$

دستوريله تعيين اولنه‌بيلير. مبحث الاستيقيتده كورولديكى اوزره ل طولنده، ح = ط مقطعنده بولنان منشورى ويا اسطوانى بر صلب چبوق بر ف = ن تضييق تحتنده تأثيرنده :

$$\text{ن}' = \frac{\text{ن ل}}{\text{ه ح}}$$

قدر بر مقدار اقتصار ايدركه بورادهكى ه امثالى جسمك على‌العاده امثال الاستيقيتندن

عبارتدر . [١] شمدى چبوغك طولى واحد اعتباردن تضييقده چبوغك وزننه مساوى فرض ايديلير ، وچبوغك وزن مخصوصى‌ده و ايله كوستريلير ايسه‌ده :

$$\text{ن} = \text{ط و} = \text{ح ك}$$

و بنابرين
$$\text{ن}' = \frac{\text{ط و}}{\text{ه ط}} = \frac{\text{و}}{\text{ه}}$$

اوله‌جغندن
$$\text{ه} = \frac{\text{تضيقك مقدار تزايدى}}{\text{مقدار تقبض اضافى}} = \frac{\text{ن}}{\text{ن}'} = \frac{\text{ح ك ه}}{\text{و}}$$

بولنور و دستورده محلنه قونيلور ايسه :

$$\text{ب} = \sqrt{\frac{\text{ح ه}}{\text{و}}} \qquad (٢٠)$$

دستورى استحصال اولنور .

ايشته بو دستور بر دمير چبوغه تطبيق ايديله‌جك اولور ايسه :

هر ميليمتره مربعى ايچون $\text{ه} = ٢٠,٠٠٠$ كيلوغرام

هر سانتيمتره مكعبى $\text{و} = ٧,٧$ غرام

و ذاتاً $\text{ح} = ٩,٨١$ متره

اولديغنه كوره

$$\text{ب} = \sqrt{\frac{٩,٨١ \times ٢٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠}{٧٧٠٠}} = ٥١٠٠ \text{ متره}$$ بولنور .

بعضى اجسام صلبه حقنده عينى حسابات اجرا ايدلديكى صورتده بروجه آتى نتايجه دسترس اولنور :

اسامئ اجسام	سرعت صوت	اسامئ اجسام	سرعت صوت
جام آغاجى	٦٠٠٠ متره	باقر	٢٧٥٠ متره
جام	» ٥٣٠٠	پلاتين	» ٢٦٥٠
چليك	» ٥٢٠٠	كوموش	» ٢٦٠٠
دمير	» ٥١٠٠	آلتون	» ١٧٥٠
فونت	» ٤٣٠٠	قورشون	» ١٢٠٠

[١] بورده على‌العاده استعمال اولنان هه امثال الاستيقيتى بوقاريده‌كى ه امثال الاستيقيتى ايله قاريشديرمامليدر .

معمافیه بو سرعتلری بالتجربه تعیین ایتمك مشكلات عظیمه‌یی داعیدر . مشاهیر حكمتشناسادن بیو [Biot] ٩٥١،٢٥ متره طولنده فونتدن معمول ، « لوكون » وقورشون حلقه‌لر ایله یكدیكرینه مربوط ٣٧٩ بورودن مركب كهنه بر صو مجراسنده اجرای تجربه ایده‌رك سرعت صوتی ٣١٨٩ متره‌یه معادل بولمشدر . واقعا مؤخراً ١٨٥١ سنه‌سنده ورتهیم [Wertheim] ایله برهكه [Bréguet] فرانسه‌ده ورسای [Versaille] خط تلغرافیسی اوزرنده اجرای تجربه ایتمشلر ایسه‌ده بر نتیجهٔ صحیحه استحصاله موفق اولامامشلردر .

٣٣ تنبیه . — اجسام صلبه اوزرینه اجرا اولنان تضییق یالكز برجهتدن ویاخود هرجهتدن اولدیغنه كوره وقوعه كله‌جك اولان تقبض قوانین مختلفه‌یه توفیقاً تحول ایده‌جكندن سرعت صوتك‌ده بر چبوق داخلنده ویا بر جسم صلب غیرمحدوده درونده قیمتی براولمایه‌جغی شبهه‌سزدر . ایشته موسیو ورتهیم [Wertheim] ك تدقیقاتنه‌نظراً برجسم صلب غیر محدودده وقوعه كتیریلن اهتزاز ، طولانی ایسه بر موج مستوینك سرعتی :

$$\text{ب}_{\text{١}} = \sqrt{\frac{\text{ح مه}}{\text{و}}} \times \sqrt{\frac{\text{١} - \text{مه}}{(\text{١} + \text{مه})\,\text{١} + \text{٢ مه})}} = \text{ب} \sqrt{\frac{\text{١} - \text{مه}}{(\text{١} + \text{مه})(\text{١} - \text{٢ مه})}}$$

ایله ، بالعكس اهتزاز عرضانی ایسه موج مستوینك سرعتی‌ده

$$\text{ب}_{\text{٢}} = \sqrt{\frac{\text{ح مه}}{\text{و}}} \times \sqrt{\frac{\text{١}}{\text{٢}(\text{١} + \text{مه})}} = \frac{\text{ب}}{\text{ح}} \sqrt{\frac{\text{١}}{\text{٢}(\text{١} + \text{مه})}}$$

دستوری ایله افاده اولنمق ایجاب ایدركه بورادەكی مه امثالی مبحث الاستیقیده بیان اولنان پواسون امثالندن عبارتدر . بو امثالك ورتهیمه كوره قیمتی ¼ اولمقله :

$$\text{ب}_{\text{١}} = \text{ب}\sqrt{\frac{\text{٣}}{\text{٤}}}$$

$$\text{ب}_{\text{٢}} = \text{ب}\sqrt{\frac{\text{٣}}{\text{٨}}}$$

و بنابرین

$$\frac{\text{ب}_{\text{٢}}}{\text{ب}_{\text{١}}} = \frac{\text{١}}{\text{٢}}$$

بولنور . فقط مبحث الاستیقیده كورولدیكی اوزره پواسونه كوره مه = ¼ اولدیغندن بو حالده :

$$\text{ب}_{\text{١}} = \text{ت}\sqrt{\frac{\text{٥}}{\text{٦}}}$$

$$\text{ب}_{\text{٢}} = \text{ت}\sqrt{\frac{\text{٥}}{\text{٥}}}$$

و

$$\frac{\text{ب}_{\text{٢}}}{\text{ب}_{\text{١}}} = \frac{\text{١}}{\text{١،٧٣٢}}$$

اولور . مع التأسف بو نتایجك هیچ بری هنوز بالتجربه تحقق ایده‌مه‌مشدر .

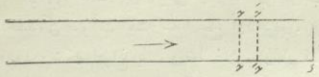
٣٤ بر جهتدن محدود اولان بر اسطوانه درونده اهتزازات طولانیه‌نك

انتشاری . — بر اسطوانهٔ غیر محدوده داخلنده بر قطعه‌ده وقوعه كتیریلن بر حركت اهتزازیه‌نك اسطوانهٔ مذكورك هرایكی جهتنه طوغرو انتشاری یوقاروده كورلمش ایدی . شمدی برجهتدن محدود اولان براسطوانه داخلنده حركت اهتزازیه‌نك انتشارنجه‌وقوعه كله‌جك تعدیلات وتغیراتی نظر اعتباره آله‌لم . بو صورتده بروجه‌آتی ایكی حالدن برینك ظهوری طبیعیدر :

یا اسطوانه‌نك مقطع انتهائیسی ، اوزرینه وارد اولان موجه اسطوانه‌یی تشكیل ایدن واسطه‌دن دها زیاده بر مقاومت كوستره‌بیلیركه بوحال اسطوانه غایت محكم بر مستوئ ثابت ایله نهایت بولدیغی زمان واقع اولور ؛

ویاخود اسطوانه‌نك نهایتی موج وارده دها آز بر مقاومت ابراز ایدن دیكر بر واسطهٔ غیر محدوده داخلنه آچلمش بولنور .

برنجی حالده (شكل ٨) ح مقطع انتهائی مستویسی صورت مطلقه‌ده سكون اوزره ایسه‌ده موج منقبضك بورایه ورودنده بو مقطع ایله ختام بولان ح د د ح قطعهٔ انتهائیه‌سی ح ح′ قدر تقبض ایتمش بولنه‌جغندن بهمه حال كسب توسع



(شكل ٨)

ایتمدكجه تكرار سكونته داخل اوله‌ماز . بنابرین قطعهٔ مذكوره‌نك هرمقطعی حائز اولدیغی سرعته مساوی ومعاكس برسرعتله برحركت رجعیه اجرا ایدر ؛ وبوحركت رجعیه اسطوانه درونده عكسی جهته طوغرو انتقال ایدن برموج منقبض تولید ایلركه « حركت اهتزازیهٔ منعكسه » دینیلان حركتده بوندن عبارتدر . بونوع انعكاسده مقطع انتهائیده سرعت اهتزاز تبدیل اشارت ایلدیكی جهتله بوكا « تبدیل اشارتلی انعكاس » تسمیه اولنور . معمافیه

٥

سرعت اهتزازك بوتبدیل اشارتیله برابر حركت اهتزازیهٔ منعكسه اسطوانه درونندهعكسی جهته طوغرو ینه تقبضات ایله منتشر اولور.

(شكل ۹)

ایكنجی حالده (شكل۹) موج ءء مقطع انتهائیسنه ورودنده، ح ء ء ح قطعهٔ انتهائیه‌سی نسبةً دها آز بر مقاومته تصادف ایده. جكندن ایكنجی واسطه دروننده ءَءَ وضعنه قدر ایلریله‌یه‌رك حَءَءَحَ شكلنده توسع ایدر. ایشته قطعهٔ مذكوره بوصورتله ایكنجی واسطه دروننده، اوك طرفنده، بولنان طبقه‌یی تضییق ایده‌رك بوواسطه داخلنده برموج منقبض تولید ایلیه‌جكی كبی كسب توسع ایلدیكندن دولاییده اسطوانه داخلنده برده موج منبسط حاصل ایدر. بوایكی موجك برنجیسی ایكنجی واسطه‌نك دروننده جهت مبسوطه‌ده وایكنجیسی ایسه اسطوانه داخلنده جهت معكوسه‌ده انتشار ایدركه بو حالده «حركت اهتزازیهٔ منعكسه» دینیلن حركت‌ده بوندن عبارتدر.

بو نوع انعكاسده مقطع انتهائیده هر جزؤ فردك سرعت اهتزازیه‌سی تبدیل اشارت ایتمدیكندن بوكا «تبدیل اشارتسز انعكاس» تعبیر اولنور؛ فقط حركت منعكسه اسطوانه دروننده تقبضاته بدل توسعات ایله منتشر اولور.

خلاصه برنجی حالده مقطع انتهائیده سرعت اهتزاز تبدیل اشارت ایدر ایسه‌ده حركت منعكسه ینه تقبضات ایله انتشار ایتدیكندن مقدار تكاثف اشارتنی محافظه ایدر؛ ایكنجی حالده مقطع انتهائیده سرعت تبدیل اشارت ایتمز ایسه‌ده حركت منعكسه‌نك انتشارنده تقبضات یرینه توسعات قائم اولدیغندن مقدار تكاثف تبدیل اشارت ایدر.

بو ایكی حالك هر ایكیسی بر وجه آتی حركت اهتزازیه‌نك بر اسطوانهٔ غیر محدوده داخلنده‌كی صوت انتشارینه ارجاع اولنه‌بیلیر. بونك ایچون یوقاریده‌كی اسطوانه‌یی غیر محدود برشكله افراغ ایلمك وفقط علاوه اولنان قسم اسطوانه ایچون قبول ایدیله‌جك حال ابتدائی‌یی، مسئله‌نك شرائط حكمیه‌سنه توافق ایلیه‌جك صورتده انتخاب ایتمك كفایت ایدر.

٣٥ بر طرفی مسدود اولان بر اسطوانهٔ محدوده. — برجهتدن (شكل۱۰)

بر ح مستویسیله صورت قطعیه‌ده مسدود بر اسطوانهٔ متجانسه تصور ایده‌لم؛ وبو اسطوانه‌نك ح قاعده‌سنی مبدأ اتخاذ ایله حركت اهتزازیه‌نك وارد اولدیغی ب ء جهتنی س محورینك قسم مثبتی اعتبار ایلیه‌لم. ح قاعده‌سی دائما صورت مطلقه‌ده سكون اوزره بولنه‌جغندن س = ۰ قیمتی ایچون هر آن:

(۱) ـ = ها ص / ها ۵ = ۰

اولمق لازم كلیر. بو حالده:

(۸) ـ = تاَ (س + ب۵) — ب تعَ (س — ب۵)

معادله‌سی:

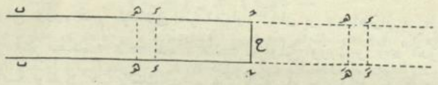
(۲) تاَ (ب۵) — تعَ (— ب۵) = ۰

شكلنه منجر اوله‌جغندن و ۵ زمانی هر نه قیمتی حائز اولور ایسه اولسون موجود بولنه‌جغندن ع = ب۵ وضعیله صورت عمومیه‌ده اوله‌رق:

تاَ (ع) — تعَ (— ع) = ۰

ویا (۳) تاَ (ع) = تعَ (— ع)

معادلهٔ شرطیه‌سنه دسترس اولنور. بناءً علیه ع متحولنك قیم مثبته‌سی ایچون معلوم اولان تاَ، تعَ تابعلری قیم منفیه‌سی ایچون‌ده معلوم دیمك اولمقله اسطوانه غیرمحدود فرض ایدلدیكی تعبیر آخرله ح جهتنه طوغرو الی غیر النهایه تمدیدی تصور اولندیغی حالده دخی مسئله حل اولنه‌بیلیر.



(شكل ۱۰)

شمدی اسطوانه غیرمحدود فرض ایدیله‌رك ح قاعده‌سی ذهناً رفع اولنور واسطوانه‌نك ح ءَ قسم منفیسنده بولنان ستونه یوقاریده‌كی (۱)، (۲) شرطلرینی حائز برحركت اهتزازیه ویریله‌جك اولور ایسه اسطوانه‌نك قسم مثبتنده حركت اهتزازیه اصلا تغییر ایدلمه‌مش اولور. بو (۱) و (۲) شرطلری ایسه عینی نتیجه‌یی مستلزمدر. فی الحقیقه اسطوانه‌نك قسم منفیسنك لاعلی التعیین بر مقطعنده ـ سرعتی ایله نه مقدار تكاثفی حساب ایده‌لم. اولجه استخراج اولنان (۸)، (۹) دستورلرنده س یرینه — س وضعیله:

تَ = ب تاَ (— س + ب۵) — ب تعَ (— س — ب۵)

ویا (۳) مناسبتنه بناءً:

تَ = ب تاَ (س — ب۵) — ب تعَ (س + ب۵)

وبنابرين
ـَـ = — ـت
اوله‌جغی کبی دیکر طرفدن‌ده :
نُه = — َتا (— س + ـ ث) — َيع (— س — ـ ث)
ويا نُه = — َيع (س — ـ ث) — َتا (س + ـ ث)
والحاصل نُه = نه
بولنور. ایشته مبدأ اتخاذ اولنان ح مقطعنك ایکی جهتنده عینی ط مسافه‌سنده کائن ه ، هَ مقطع ویاقطعه‌لرینه مساوی ومعاکس سرعتلر وفقط عینی مقدار تکاثفلر اعطا ایدیله‌جك اولور ایسه ح ح مبدأ مقطعی‌ده الی‌غیرالنهایه سکون اوزره ابقا ایدلمش اولور .

شمدی حرکت اهتزازیهٔ ابتدائیه‌نك ع = ط ایله ع = ط + ل میاننده محصور بولندیغنی تصور ایدهلم : بو حالده َتا ، َيع تابعلری:
ع = ط ع = ط + ل
قیمتلری آره‌سنده‌محصور اولمایان مثبت قیمتلری ایچون صفر اوله‌جغی کبی (۳) معادله‌سنه توفیقاً :
ع = ط ع = — ط — ل
آره‌سنده محصور اولمایان منفی قیمتلر ایچونده صفر اولور . ایشته ح ء = ط ، ء ه = ل اولمق وزره قسم مثبته‌دهکی نظر اعتباره آلنان بر ء ه اهتزاز بسیط محدودینه مقابل ومتناظر قسم منفیده ح ءَ = ط ، ءَ هَ = ل اولمق اوزره بر ءَ هَ اهتزاز بسیطی تخیل اولنور ایسه بونلرك هر برینك ـ سرعت ثابته‌سیله ح مبدأنه طوغرو برر موج منقبض ایصال ایتمه‌سی طبیعیدر . موج منقبض مثبتك ح مبدأ سطحنه وصولنده موج منقبض منفی‌ده واصل اوله‌جغندن بونلر یکدیکرندن بالمرور هر بری استقامتنجه انتشاره دوام ایدر . بوندن آکلاشیلیرکه ء ه موج حقیقیسنك ء مبدأی ح مقطعنه واصل اولنجه کویا نقاط مختلفه‌سی عینی تکاثفی وعکسی اشارتله عینی سرعتی محافظه ایتمك اوزره رجعت ایدیورمش و هنوز بو مقطعه تقرب ایلمکده بولنان نقاطنه التحاق ایلیورمش کبی کورونور . وتماماً ء ه موج مثبتك ه نهایتی ح مقطعنه ورودنده موج مذکور کاملاً رجعت ایلمش و عکسی جهته طوغرو اسطوانه درونده انتشاره حاضرلانمش بولنور . ایشته تقبضات ایله انتشار ایدن حرکت اهتزازیهٔ منعکسه بوندن عبارتدر .

۳٦ بر طرفی مفتوح بر اسطوانهٔ محدوده — شمدی (شکل ۱۰)

ح انتهائیسنی، تقبضی هر نقطه‌ده براولان بر واسطهٔ غیر محدوده و مثلا هوای نسیمی‌یه آچلمش فرض ایدهلم و اسطوانه‌نك مفتوح اولان بومقطعی مبدأ اتخاذ ایله حرکت اهتزازیه‌نك ورود ایتدیکی جهتی س فصله‌لری ایچون جهت مثبته اوله‌رق قبول ایلیه‌لم . بو حالده اسطوانه‌نك آچیق اولان مقطعنده نه ص تابعی ، نه‌ده :
ـ = ءاص / ءاث
سرعتی هیچ بر شرطه تابع بولنماز ایسه‌ده مقطع مذکورده تضییق ، تضییق خارجیدن پك‌ده‌فرقلی اوله‌ماز. بناءً علیه مبدأ مقطعنده نه مقدار تکاثفی [یعنی بورادهکی نقطه‌لرك تضییق ایله تضییق خارجی بیننده‌کی مقدار تحول] غایت اصغر اوله‌جغندن س = ۰ قیمتی ایچون هر آن :
نه = — ءاص / ءاث = ۰ (۱)
فرض اولنه‌بیلیر . بو شرطه نظراً :
نه = — َتا (س + ـ ث) = َيع (س — ـ ث) = ۰ (۹)
معادله‌سی :
— َتا (+ ـ ث) — َيع (— ـ ث) = ۰ (۲)
شکلنه منجر اوله‌جغندن ث زمانی هر نه اولور ایسه اولسون ـ ث = ع وضعیله
— َتا (ع) = َيع (— ع) (۳َ)
بولنور و بنابرین ع متحولنك قیم منفیه‌سی ایچونده َتا ، َيع تابعلری معلوم دیمك اولور .
ایشته اسطوانه‌نك ح مقطعنك دیکر جهته طوغرو الی‌غیرالنهایه امتداد ایلدیکی فرض اولنور و قسم منفیده لاعلی‌التعیین بر مقطعك ث زماننده‌کی ـَـ سرعتی ایله َنه مقدار تکاثفی آرانیله‌جق اولور ایسه :
ـَـ = ـ َتا (— س + ـ ث) — ـ َيع (— س — ـ ث)
ويا (۳َ) مناسبتنه‌بناءً
ـَـ = — ـ َيع (س + ـ ث) + ـ َتا (س + ـ ث)
والحاصل ـَـ = ـ
بولنه‌جغی کبی
َنه = — َتا (— س + ـ ث) — َيع (— س — ـ ث)
وینه (۳َ) موجبنجه :

نَه = نَع (س − ب ⊙) + نا (س + ب ⊙)

ونهایت نَه = − نه

بولنور .

بو تقدیرجه ح مقطعندن مساوی بعدده بولنان ایکی مقطع ویا ایکی قطعه مساوی سرعتلر، و فقط عکسی اشارتلی مقدار تکاثفلر آلمق شرطیله اهتزاز ایتدیریله‌جك اولور ایسه ح مقطعنك مقدار تکاثفی صورت دائمه‌ده صفره مساوی طوتلمش اولور .

شمدی اسطوانه‌نك قسم مثبته‌کی حرکت اهتزازیهٔ ابتدائیه‌یی ع = ط ایله ع = ط + ل میانده محصور تصور ایده‌لم :

بو حالده نا و نع تابعلری ع = ط ، ع = ط + ل قیمتلری آره‌سنده محصور اولمایا . قیم مثبته ایچون صفر اوله‌جغی کبی ع = − ط ، ع = − ط − ل قیمتلری میانده محصور اولمایان قیم منفیه ایچونده ینه صفر اولور . قسم مثبته‌ده ح ه = ط ، ه ء = ل اولمق اوزره تصور اولنان بر اهتزاز بسیطه مقابل حَ ءَ = ط ءَ هَ = ل اولمق اوزره متناظر بر اهتزاز بسیط دها تخیل اولنور ایسه بونلردن برنجیسنك ح مقطعنه طوغرو بر موج منقبض و دیکرینك‌ده بر موج منبسط ایصال ایتمه‌سی ضروریدر . بو ایکی موج عینی زمانده ح مقطعنه واصل اوله‌رق یکدیکرندن بعدالمرور هر بری استقامتنجه انتشاره دوام ایدر . بناءً علیه موج منقبض ایکنجی‌واسطه درونده انتشار ایده‌جکی کبی موج منبسطده عینی سرعتله و فقط توسعات ایله اسطوانه درونده انتشاره باشلار . ایشته توسعاتله انتشار ایدن حرکت اهتزازیهٔ منعکسه‌ده بوندن عبارتدر .

باب ثانی

حرکات اهتزازیه نك تداخلی

عینی دوره تابع ایکی حرکت اهتزازیه‌نك ترکیبی - تحقیقات تجربیه - حرکات اهتزایه‌نك ترکیبی ایچون فره‌نل قاعده‌سی - مختلف الدور ایکی حرکت اهتزازیه‌نك ترکیبی - ضربان حادثه‌سنك ایضاحی - اصواتك ارتفاع مطلقلرینك تعیینی - اصوات محصله - اصوات محصله‌نك آرمونی‌یه تطبیق - ایکی حرکت اهتزازیهٔ قائمه‌نك ترکیبی - وحالات خصوصیه‌یه تطبیق - لیساژونك اصول تحقیقی .

حرکت اهتزازیه‌نك حصول و انتشاری قوانینی کورولدکدن صوکره بحث بالطبع حرکات اهتزازیه‌نك ترکیبنه انتقال ایدرکه بو بابك مندرجاتی بوندن عبارتدر .

٣٧ عینی دوره تابع ایکی حرکت اهتزازیه‌نك ترکیبی . — عینی دوره تابع و یکدیکرینه موازی ایکی حرکت اهتزازیه‌نك بر آنده‌کی سرعتلرینی نظیر نظیره :

ب١ = و١ حب ٢ × (⊙/ن − ج١)

ب٢ = و٢ حب ٢ × (⊙/ن − ج٢)

دستورلریله کوستره‌لم .

بو ایکی حرکت اهتزازیه‌نك بر استقامتده بولندیغی ویاخود بربرینه پك قریب (شکل ١١) م ، مَ ایکی نقطه‌دن صدور ایله بر ء نقطه‌سنده یکدیکرینه التحاق ایلدیکی فرض اولنور ایسه حصوله کلن حرکت محصله‌نك سرعتی بالطبع :

ب = ب١ + ب٢

ویا ب = و١ حب ٢ π (⊙/ن − ج١) + و٢ حب ٢ π (⊙/ن − ج٢)

ویاخود ب = (و١ حب ٢ π ج١ + و٢ حب ٢ π ج٢) حب ٢ π ⊙/ن

− (و١ حب ٢ π ج١ + و٢ حب ٢ π ج٢) حب ٢ π ⊙/ن

اولور. حالبوکه دائما :

و١ حب ٢ π ج١ + و٢ حب ٢ π ج٢ = و حب ٢ π ع (١َ)

و١ حب ٢ π ج١ + و٢ حب ٢ π ج٢ = و حب ٢ π ع (٢َ)

فرض اولنه‌بیلیر . چونکه بو افاده‌لری طرفینی تربیع اولنور ایسه :

$$\text{ب}_1^2\,\text{تجب}^2\,2\pi\text{ح}_1 + 2\,\text{ب}_1\text{ب}_2\,\text{تجب}\,2\pi\text{ح}_1\,\text{تجب}\,2\pi\text{ح}_2 + \text{ب}_2^2\,\text{تجب}^2\,2\pi\text{ح}_2 = \text{ق}^2\,\text{تجب}^2\,2\pi\text{ع}$$

$$\text{ب}_1^2\,\text{جب}^2\,2\pi\text{ح}_1 + 2\,\text{ب}_1\text{ب}_2\,\text{جب}\,2\pi\text{ح}_1\,\text{جب}\,2\pi\text{ح}_2 + \text{ب}_2^2\,\text{جب}^2\,2\pi\text{ح}_2 = \text{ق}^2\,\text{جب}^2\,2\pi\text{ع}$$

و بونلرده طرف بطرف جمع ایدیلیر ایسه :

$$\text{ب}_1^2(\text{جب}^2\,2\pi\text{ح}_1 + \text{تجب}^2\,2\pi\text{ح}_1) + \text{ب}_2^2(\text{جب}^2\,2\pi\text{ح}_2 + \text{تجب}^2\,2\pi\text{ح}_2)$$

$$+2\,\text{ب}_1\text{ب}_2(\text{جب}\,2\pi\text{ح}_1\,\text{جب}\,2\pi\text{ح}_2 + \text{تجب}\,2\pi\text{ح}_1\,\text{تجب}\,2\pi\text{ح}_2) = \text{ق}^2(\text{جب}^2\,2\pi\text{ع} + \text{تجب}^2\,2\pi\text{ع})$$

والحاصل

$$\text{ب}_1^2 + \text{ب}_2^2 + 2\,\text{ب}_1\text{ب}_2\,\text{تجب}\,2\pi(\text{ح}_1 - \text{ح}_2) = \text{ق}^2 \qquad (١٥)$$

بولنورکه بوده ق ایچون دائمی صورتده بر قیمت حقیقیه تأمینه کافیدر .

کذلك (٢َ) ، (١َ) افاده‌لری طرف طرفه تقسیم اولنور ایسه :

$$\text{مماس}\,2\pi\text{ع} = \frac{\text{ب}_1\,\text{جب}\,2\pi\text{ح}_1 + \text{ب}_2\,\text{جب}\,2\pi\text{ح}_2}{\text{ب}_1\,\text{تجب}\,2\pi\text{ح}_1 + \text{ب}_2\,\text{تجب}\,2\pi\text{ح}_2} \qquad (١٦)$$

بولنورکه بو معادله‌یه توافق ایده‌جك صورتده ح مقدارینه بر قیمت تخصیصی‌ده ممکندر.

ایشته (١َ) ، (٢َ) افاده‌لرینك امکانی بوصورتله اثبات اولندقدن صوکره ب دستورنده مساویلر محللرینه وضع اولنور ایسه :

$$\text{ب} = \text{ق}\,\text{جب}\,2\pi\left(\frac{\text{ة}}{\text{ط}} - \text{ع}\right) \qquad (١٧)$$

دستوری حاصل اولور .

بو دستوردن استدلال ایدیلیرکه یکدیکرینه موازی و عینی دوره تابع ایکی حرکت اهتزازیه‌نك محصله‌سی ینه بر حرکت اهتزازیه‌در . بو حرکت اهتزازیهٔ محصله‌نك وسعتی ق و صفحه‌سی ایسه ع دن عبارتدر .

بو حالده ق وسعت اهتزازینك مربعی‌ده حرکت محصله‌نك شدتیله متناسب اولملازم کلیر . حال بوکه

$$\text{ق}^2 = \text{ب}_1^2 + \text{ب}_2^2 + 2\,\text{ب}_1\text{ب}_2\,\text{تجب}\,(\text{ح}_1 - \text{ح}_2)$$

دستورندن‌ده کوروله‌جکی اوزره ق وسعت اهتزازی هر ایکی حرکت اهتزازیه‌نك

نقطهٔ مفروضه‌ده‌کی ح۱ ، ح۲ صفحه‌لری میاننده موجود تفاضله تابعدر . شویله‌که: ك لا على التعیین بر عدد تام اولمق اوزره :

$$\text{تجب}\,2\pi(\text{ح}_1 - \text{ح}_2) = +1$$

ویا

$$\text{ح}_1 - \text{ح}_2 = \frac{2\text{ك}}{2}$$

اولدیغی صورتده ق و بنابرین د نقطهٔ تلاقیسنده‌کی حرکت محصله‌نك شدتی‌ده اعظمی اولور . بالعکس

$$\text{تجب}\,2\pi(\text{ح}_1 - \text{ح}_2) = -1$$

ویا

$$\text{ح}_1 - \text{ح}_2 = \frac{2\text{ك} + 1}{2}$$

اولدیغی تقدیرده شدت محصله‌ده اصغری بولنور.

تعبیر آخرله ایکی حرکت اهتزازیه‌نك صفحه‌لری میانده‌کی ح۱ − ح۲ تفاضلی، نصف دورك زوج ویا فرد مثلی اولدیغنه کوره د نقطه‌سنده‌کی شدت‌ده اعظمی ویا اصغری بر قیمت کسب ایدر. [١]

ایشته د نقطه‌سنده یکدیکرینه انضمام ایدن شو ایکی حرکت اهتزازیه نظیر نظیره ة − ح۱ ط ، ة − ح۲ ط زمانلرنده م ، مَ نقطه‌لرنده بولنه‌جغنه بناءً (ح۱ − ح۲) ط مقداری هر ایکی حرکت اهتزازیه‌نك م ، مَ نقطه‌لرندن د نقطه‌سنه انتقال ایچون صرف ایتدکلری زمانلر بیننده‌کی فضله مساوی دیمك اولور .

شمدی حرکات مرکبه‌نك م ، مَ نقطه‌لرندن د نقطهٔ تلاقیسنه انتقاللری ایچون صرف ایلدکلری زمانلر یرینه بونلرك قطع ایتدکلری م د ، مَ د مسافه‌لرینی نظر اعتباره آله‌لم. بونك ایچون ح۱، ح۲ صفحه‌لرینك قیمتلرینی :

$$\text{ح}_1 = \frac{\text{ة}_1}{\text{ط}} \qquad \text{ح}_2 = \frac{\text{ة}_2}{\text{ط}}$$

ایله افاده و ط دوری یرینه‌ده (١٤) دن مستخرج :

$$\text{ط} = \frac{\text{ل}}{\text{ب}}$$

قیمتی وضع ایلیه‌لم . بو حالده :

$$\text{ح}_1 = \frac{\text{ب}\,\text{ة}_1}{\text{ل}}$$

[١] ح صفحه‌سنك یوقاریده‌کی افاده‌سنده ط دوری بولندیغنی درخاطر ایتمه‌لیدر .

اوله‌جنی کبی

$$\text{ح}_{2}=\frac{\text{ب}\,\text{ظ}_{2}}{\text{ل}}$$

بولنور.

على العاده «مقدار تأخر» دينيلن و ظ زمانی ظرفنده برنجی حرکت اهتزازيه طرفندن قطع ايديلن م ء مسافه‌سی رَ ايله و ظ زماننده ايکنجی حرکت اهتزازيه‌نك قطع ايتديکی مَ ء بعدی ويا مقدار تأخری‌ده رً ايله افاده اولنور ايسه:

$$\text{ح}_{1}=\frac{\text{رَ}}{\text{ل}}\qquad \text{ح}_{2}=\frac{\text{رً}}{\text{ل}}$$

اولور. ايشته بو قيمتلر يوقاريده محللرينه وضع اولنورايسه:

$$\text{ب}_{1}=\text{و}_{1}\ \text{حب}\ 2\pi\left(\frac{\text{ظ}}{\text{ت}}-\frac{\text{رَ}}{\text{ل}}\right)$$

$$\text{ب}_{2}=\text{و}_{2}\ \text{حب}\ 2\pi\left(\frac{\text{ظ}}{\text{ت}}-\frac{\text{رً}}{\text{ل}}\right)$$

بولنور. بونلرك محصله‌سی اولان حرکت اهتزازيه‌نك سرعتنه کلنجه اوده:

$$\text{ب}=\text{و}\ \text{حب}\ 2\pi\left(\frac{\text{ظ}}{\text{ت}}-\frac{\text{ر}}{\text{ل}}\right)$$

شکلنی کسب ايده‌جکی کبی (١٥) معادله‌سی:

$$\text{و}^{2}=\text{و}_{1}^{2}+\text{و}_{2}^{2}+2\,\text{و}_{1}\text{و}_{2}\ \text{تحب}\ 2\pi\,\frac{\text{رً}-\text{رَ}}{\text{ل}}\qquad (١٨)$$

و (١٦) معادله‌سی‌ده:

$$\text{مماس}\ 2\pi\frac{\text{ر}}{\text{ل}}=\frac{\text{و}_{1}\ \text{حب}\ 2\pi\frac{\text{رَ}}{\text{ل}}+\text{و}_{2}\ \text{حب}\ 2\pi\frac{\text{رً}}{\text{ل}}}{\text{و}_{1}\ \text{تحب}\ 2\pi\frac{\text{رَ}}{\text{ل}}+\text{و}_{2}\ \text{تحب}\ 2\pi\frac{\text{رً}}{\text{ل}}}\qquad (١٩)$$

صورتنی اخذ ايدر.

بو حالده رً — رَ فضله ايکی حرکت اهتزازيه‌نك «تفاضل سيری» تعبير اولنور؛ وتفاضل مذکور ف ايله کوستريلير ايسه:

$$\text{ق}^{2}=\text{و}_{1}^{2}+\text{و}_{2}^{2}+2\,\text{و}_{1}\text{و}_{2}\ \text{تحب}\ 2\pi\frac{\text{ف}}{\text{ل}}$$

اوله‌جغندن حرکت محصله‌نك شدتی:

$$\text{تحب}\ 2\pi\frac{\text{ف}}{\text{ل}}=+1$$

ويا:

$$\text{ف}=2\,\text{ک}+\frac{\text{ل}}{2}$$

اولديغنه کوره اعظمی و بالعکس

$$\text{تحب}\ 2\pi\frac{\text{ف}}{\text{ل}}=-1$$

ويا

$$\text{ف}=(2\,\text{ک}+1)\frac{\text{ل}}{2}$$

بولنديغنه کوره‌ده اصغری اولمق لازمکلير.

خلاصه رَ — رً تفاضل سيری صفر ويا نصف طول موجك زوج مثلی اولديغی نقاطده شدت اعظمی، وبالعکس فرد مثلی بولنديغی نقطه‌ده شدت اصغری اولور.

٣٨ تداخل اصوات. — شمدی ايکی حرکت اهتزازيهٔ مرکبه‌نك شدتلرينی يکديکرينه مساوی فرض ايده‌لم: بو حالده:

$$\text{ق}^{2}=\text{و}_{1}^{2}+\text{و}_{1}^{2}+2\,\text{و}_{1}^{2}\ \text{تحب}\ 2\pi\frac{\text{ف}}{\text{ل}}$$

اوله‌جغی جهتله

$$\text{تحب}\ 2\pi\frac{\text{ف}}{\text{ل}}=+1$$

اولديغنه ويا

$$\text{ف}=2\,\text{ک}\frac{\text{ل}}{2}$$

بولنديغنه کوره:

$$\text{ق}^{2}=\text{و}_{1}^{2}+\text{و}_{1}^{2}+2\,\text{و}_{1}^{2}=4\,\text{و}_{1}^{2}$$

اولور و بناءً عليه حرکت محصله‌نك شدتی حرکت مرکبه‌لردن برينك شدتنك درت مثلنه مساوی بولنور.

بالعکس

$$\text{تحب}\ 2\pi\frac{\text{ف}}{\text{ل}}=-1$$

ويا

$$\text{ف}=(2\,\text{ک}+1)\frac{\text{ل}}{2}$$

اولديغی صورتده:

$$\text{ق}^{2}=\text{و}_{1}^{2}+\text{و}_{2}^{2}-2\,\text{و}_{1}^{2}=0$$

بولنور و حرکت محصله‌نك شدتی‌ده صفره منجر اولور.

بوندن استنتاج ايديليرکه عينی دوره تابع بولنان ويکديکری اوزرينه انضمام ايدن

ایکی حرکت اهتزازیه‌نك شدتلری بربرینه مساوی اولدیغی تقدیرده حرکت محصله‌نك شدت اعظمیه‌سی حرکات مرکبه‌دن برینك شدتنك درت مثلنه وشدت اصغریه‌سی صفره مساویدر . بنابرین ر َ — ر ً تفاضل سیری نصف طول موجك زوج مثلی اولان نقطه‌لرده صوتك شدتی درت دفعه تزاید ایتدیکی کبی فرد مثلی بولندیغی نقطه‌لرده صوتك صوته انضمامی سکونی انتاج ایدر .

اکر حرکت اهتزازیه‌نك شدتلری یکدیکرینه مساوی ومعاکس اولورایسه، تعبیر آخرله:

ب١ = — ب٢

بولنور ایسه :

ق² = ب١² + ب٢² — ٢ ب١ ب٢ جب ٢ π ف/ل

اوله‌جغی جهتله

جب ٢ π ف/ل = = ١

اولدیغنه کوره :

ب١² + ب١² — ٢ ب١² = ٠

وبالعکس

جب ٢ π ف/ل = — ١

اولدیغنه کوره‌ده :

ق² = ب١² + ب١² ٢ ب١² = ٤ ب١²

بولنور . بناءً علیه اولجه استخراج اولنان نتایج بوراده بر عکس اوله‌رق ظهور ایدر .

ایشته «امواج صوتیه‌نك تداخلی نظریه‌سی» بوندن عبارتدر :

یکدیکرینك عینی ایکی مرکز تصوتدن چیقان ایکی صوت، انتشار ایلدکلر ساحه‌نك بعضی نقاطنده بربرینه انضمام و بعضی نقاطنده ایسه یکدیکرینی امحا ایدر . شویله‌که ، (شکل ١١) م، مُ کبی یکدیکرینك عینی ایکی منبع صوتدن صدور ایدن ایکی حرکت اهتزازیه بر و نقطه‌سنده بربرینه تصادف ایلدیکی حالده و مُ — و م = ر َ — ر ً تفاضل سیری ٢ ح ل/٢ یه مساوی اولدیغنه کوره بوایکی حرکت اهتزازیه‌نك سرعتلری یکدیکرینه بالهندسه منضم اولور ،بالعکس و م — و مَ = ر َ — ر ً تفاضلی (٢ح+١) ل/٢ یه مساوی ایسه بو ایکی سرعتده یکدیکرندن بالهندسه طرح ایدلمش بولنور . بو حالده م مُ و مستویسی اوزرنده و ، ط ، ی کبی شدت اعظمیه‌یی حائز اولان نقطه‌لر معادله‌سی :

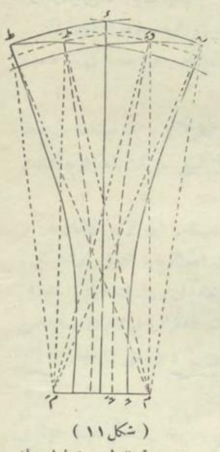
ر َ — ر ً = ٢ ح ل/٢

و محراقلری م ، مَ دن عبارت بولنان ح و کبی قطع زائد منحنیلری اوزرینه تصادف ایدر . بالعکس ق ، طُ کبی شدت اصغریه‌یی حائز بولنان نقطه‌لر ایسه محراقلری م، مُ و معادله‌سی :

ر َ — ر ً = (٢ ح + ١) ل/٢

اولان ح َ و َ کبی قطع زائد منحنیلری اوزرینه تصادف ایلر .

٣٩ تحقیقات تجربیه . — نظریات سابقه نتایجی بالتجربه تحقیق اولنه‌بیلیر . بونك ایچون دەزن [Desains]ك آلت مخصوصه‌سی ویاخود هویکن [Huyghens]ك ویاخود لیساژو [Lissajous] نك « لوحهٔ مهتزه‌سی » ویا کونیغ [Kœnig]ك اصولی اوزره اشعهٔ مانومتریقیه‌لی ایکی عدد صدا بوروسی و الحاصل هلموج [Helmholz]ك «جفته ملکهٔ صوتی» استعمال ایدیله‌بیلیر [١]. بوراده ایسه سادەجه دیاپازونك ارائه ایتدیکی آثار تداخلك ذکریله اکتفا ایدیله‌جکدر :



(شکل ١١)

حکمت طبیعیه‌ده کورولدکی اوزره بر دیاپازونك ایکی قولی یکدیکرینه تقرب و یکدیکرندن تباعد ایتمك اوزره اهتزاز ایتدیریله‌جك اولور ایسه هر قولندن بر صوت حاصل اولورکه بونلرك محصله‌سی قولاغك بولندیغی موقعه کوره تحول ایدر . بو کیفیت دیاپازونك قوللرینی قولاق حذاسنده دور ایتمکله و یا دیاپازون ثابت ایسه اطرافنده بر صندوقچهٔ طنت کزدیرمکله میدانه چیقاریله‌بیلیر ؛ شویله‌که : ایشیدیلن صوتك شدتی (شکل ١٢)

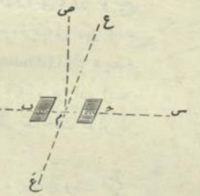
اولاً ع ص عَ مستویٔ تناظری اوزرنده اعظمیدرکه بو مستوی قوللرك مقطعلرینك بیوك ضلعلرینه موازیدر .

ثانیاً بو مستوی‌یه ناظم بولنان و قوللرك مقطعلرینك کوچوك ضلعلرینه موازی اولان س سُ مستویسی اوزرنده‌ده شدت اعظمیدر. بالعکس ایشیدیلن صوتك شدتی س م ع، س م ص مستویلرینی س ،ع و س ،ص محورلرینه نظراً قطراً قطع ایدن بر مستوی اوزرنده اصغریدر .

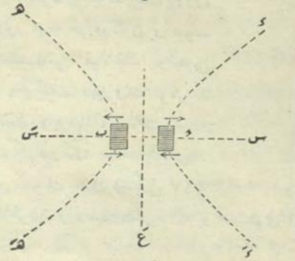
مسئله‌یی ایضاح ایچون دیاپازون اوجلرینك بولندیغی مستویٔ افقی‌یی (شکل ١٣)

[١] بو آلتلر ایچون دارالفنون عثمانینك برنجی سنه درسلرینه مراجعت اولنه .

تصور ايدەلم . بومستوى اوزرندە ع عَ استقامتندە شدت صوت اعظمى اولديغى كبى س سَ استقامتندە يئه اعظميدر . فقط ء ءَ ، هـ هَ قطع زائد قوللرى اوزرندە صوت كاملاً سكونەمبدلدر . قولاق بو منحنى قوللرى اوزرندە بولنديغى صرەدە ياپازونك ديكر قولى بر بورو درونئه ادخال ايديلەرك بو قولك حركت اهتزازيەسنك انتشارى منع ايديلەجك اولور ايسە آچيقدە قالان قولك اهتزازندن حاصل اولان صوت درحال ايشديليير . وبر [Veber] برادرلر طرفندن ميدانه چيقاريلان بو حادثه بر دياپازونك قوللرينك اهتزازيله هوادە حاصل اولان امواج كرويهٔ متوافقەنك يكديكرينه مساوى ومعاكس شدتلرى حائز اولديغنىدە اثبات ايدر .



(شكل ١٢)



(شكل ١٣)

٤٠ فرەنل قاعدەسى . — ميخانيك عموميدە كورولديكى اوزرە بر مستوى اوزرندە كائن ڧُ ، ڧً كبى يكديكرينى بر نقطەدە قطع ايدن وبر خط مستقيم معلوم ايله ﻻُ ، ﻻً زاويەلرينى تشكيل ايلين ايكى قوتك محصلەسى ڧ و بو محصلەنك يئه بو خط مستقيم ثابت ايله تشكيل ايتديكى زاويەدە ﻻ ايله كوستريليير ايسە :

ڧ = ڧُ + ڧً + ٢ ڧُ ڧً جب (ﻻُ − ﻻً)

و مماس ﻻ = (ڧُ حب ﻻُ + ڧً حب ﻻً) / (ڧُ جب ﻻُ + ڧً جب ﻻً)

اولور . حال بوكه بو دستورلردە

ڧُ = ۏ١ ڧً = ۏ٢ ڧ = ۏ ﻻُ = ٢ π رُ / ل

ﻻً = ٢ π رً / ل ﻻ = ٢ π (رً − رُ) / ل

فرض اولنور ايسە بوقاريدەكى (١٨) ، (١٩) نومرولى دستورلرە دسترس اولنور :

ايشته مشاهير حكمتشناساندن فرەنل بو مشابهتدن بالاستفادە بروجه آتى بر قاعدە وجودە كتيرمشدر :

« هر بر حركت اهتزازيە ۏ١ طولندە وبر محور ثابته نظراً ٢ π ر / ل ميلندە بر خط مستقيم ايله كوستريليير ايسە وسعت اهتزازلرى معلوم اولان ايكى حركت اهتزازيە شدت واستقامتلرى معلوم ايكى قوت كبى تركيب ايديلەبيلير . »

بو قاعدەدن استنباط اولنەجغى اوزرە بويله بر خط مستقيم ايله ارائه اولنان هر بر حركت اهتزازيەدە كيف مايشاء صفحەلرى حائز ايكى حركت اهتزازيەيه تحليل اولنەبيلير . آنجق عددى نامحدود اولان بو صورت تحليل ميانندە بروجه آتى برى پك زيادە استعمال اولنور كه بودە وسعتى ۏ و صفحەسى ٢ π ر / ل اولان حركت اهتزازيەيى ، برى صفحەسى صفر ، وسعت اهتزازى ۏ جب ٢ π ر / ل ، ديكرى صفحەسى ¼ و وسعتى ۏ حب ٢ π ر / ل اولان ايكى حركت اهتزازيهٔ قائمەيه تحليلدر .

٤١ مختلف الدور ايكى حركت اهتزازيەنك تركيبى . — يكديكرينه موازى و دورلرى بربرندن جزئى فرقلى ايكى حركت اهتزازيە تصور و بو حركت اهتزازيەلرك بر نقطەدە يكديكرينه التحاق ايتديكنى فرض ايدەلم .

بو نقطهٔ التحاقدە لاعلى التعيين بر ﻫ زمانندە هر ايكى حركت اهتزازيەنك سرعتلرى :

سُ = ۏ١ حب ٢ π (ﻫ / دُ − رُ / ل)

$$\text{ب}_2 = \text{پ}_2 \ \text{حـ}\ 2\pi \left(\frac{\text{ت}}{\text{ط}''} - \frac{\text{س}''}{\text{ل}''} \right)$$

ایله افاده اولنمق ایجاب ایدر .

ایمدی بو دستورلردن ایکنجیسی :

$$\text{ب} = \text{پ}_2 \ \text{حـ}\ 2\pi \left\{ \frac{\text{ت}}{\text{ط}'} - \frac{\text{س}'}{\text{ل}'} + \frac{\text{ت}}{\text{ط}''} - \frac{\text{س}''}{\text{ل}''} - \frac{\text{ت}}{\text{ط}} + \frac{\text{س}}{\text{ل}} \right\}$$

و یا

$$\text{ب}_2 = \text{پ}_2 \ \text{حـ}\ 2\pi \left\{ \frac{\text{ت}}{\text{ط}'} - \frac{\text{س}'}{\text{ل}'} - \frac{\text{س}''}{\text{ل}''} - \frac{\text{س}}{\text{ل}} - \frac{\text{ط}'' - \text{ط}'}{\text{ط}'\,\text{ط}''}\,\text{ت} \right\}$$

طرزنده یازیله‌جق‌اولور ایسه حرکت محصله‌یه ، عینی‌دوره تابع بولنان‌ویالکز صفحه‌لری بیننده‌کی فضل :

$$\frac{\text{س}}{\text{ل}} = \frac{\text{س}'}{\text{ل}'} - \frac{\text{س}''}{\text{ل}''} - \frac{\text{ط}'' - \text{ط}'}{\text{ط}'\,\text{ط}''}\,\text{ت}$$

مقدارینه مساوی‌اولان ایکی حرکت اهتزازیه‌نك ترکیبندن‌حاصل‌اولمش نظریله باقیله‌بیلیر.

واقعا بو صورتده ایکنجی حرکتك صفحه‌سی ت زمانیله متحول بولنور ایسه‌ده ذاتاً ط′ ، ط″ دورلری یکدیکرینه قریب فرض اولندیغی جهتله ط″ — ط′ فضلی پك‌اصغر اوله‌جغندن بو تحول کیفیتی‌ده‌پك بطائتله‌وقوعه‌کلیر. بنابرین بر اهتزازتام مدتنده $\frac{\text{س}}{\text{ل}}$ صفحهٔ محصله‌سی حساً ثابت بر قیمتی حائز بولنور ومسئله‌ده یالکز صفحه‌لری مختلف ایکی حرکت اهتزازیهٔ متوازیه‌نك ترکیبی مسئله‌سنه ارجاع ایدلمش اولور . فقط متعاقب اهتزاز تامده $\frac{\text{س}}{\text{ل}}$ صفحه‌سی تماماً عینی قیمتی محافظه ایده‌میه‌جکندن تداخل شرائطی براز تحول ایتمش بولنور .

ایشته بو تحول دوام ایتدیکی جهتله نقطهٔ مفروضه‌ده‌کی تداخل حادثه‌سی اولجه مسافه داخلنده انتشار ایتدیکی کبی شمدی‌ده عینی نقطه‌ده و زمان داخلنده امتداد ایدر . تعبیر دیکرله اولجه تداخل، حرکت محصله‌نك امتدادنجه مسافه بمسافه وقوعه کلدیکی‌حالده شمدی بر نقطه‌ده‌ه زمان بزمان حصوله کلیر .

حرکت محصله‌نك شدتی،صفحه‌لر بیننده‌کی تفاضل ،بر عدد تام و یاخود ½ کسرینك زوج مثلی اولدیغی زمانلرده اعظمی و فرد مثلی بولندیغی زمانلرده‌صغری اولور .

شدت اعظمیه‌لر یکدیکرندن :

$$\text{ت}' = \frac{\text{ط}'\,\text{ط}''}{\text{ط}'' - \text{ط}'}$$

فاصله‌لریله منفصل زمانلرده حصوله کلدیکی کبی شدت اصغریه‌لرده عینی فاصله‌لر ایله توالی ایدر . تعبیر آخرله بو ت′ زمانی بربرینی ولی ایدن ایکی شدت اعظمی و یا ایکی شدت اصغری بیننده‌کی فاصلهٔ زمانیه و $\frac{\text{ت}'}{2}$ ده شدت اعظمی ایله بونی ولی ایدن شدت اصغری میاننده کذران اولان مدته مساویدر .

بناءً علیه یکدیکرندن زماناً ابعاد متساویه‌ده بر طاقم « ضربه » لر وقوعه کلیرکه بو ضربه‌لر میانی ینه زماناً یکدیکرینه مساوی ایکی قسمه تفریق ایده‌جك صورتده سکونلر حاصل اولور .

ایشته صووور [Sauveur] ك « ضربان حادثه‌سی » بوندن عبارتدر. یوقاریده‌کی ت′ زمانی :

$$\text{ت}' = \frac{1}{\frac{1}{\text{ط}'} - \frac{1}{\text{ط}''}}$$

طرزنده دخی یازیله‌جغی جهتله بوندن‌ایکی صوت حقنده‌بروجه آتی برنتیجه‌استحصال‌اولنور. شویله‌که $\frac{1}{\text{ط}'}$ مقداری برنجی حرکت اهتزازیه‌نك حصوله کتیردیکی صوتك ثانیه‌واحده‌ده‌کی م′ عدد اهتزازنی ، $\frac{1}{\text{ط}''}$ ده ایکنجی صوتك ینه ثانیهٔ واحده ظرفنده‌کی م″ عدد اهتزازنی افاده ایتدیکندن :

$$\text{ت}' = \frac{1}{\text{م}' - \text{م}''}$$

اولور. شمدی ثانیهٔ واحده‌ده حصوله کلن ضربانك عددی ح ایله کوستریلیر ایسه عدد مذکور فاصلهٔ زمانك عکسنه مساوی اوله‌جغندن :

$$\text{ح} = \text{م}' - \text{م}''$$

بولنور . بوندن آکلاشیلیرکه بویله ایکی صوتك یکدیکرینه انضمامندن حاصل اولان ضربانك عددی ، ثانیهٔ واحده‌ده‌کی عدد اهتزازلری بیننده‌کی فضله مساویدر . ایشته

ایکی صوتك شدتلری یکدیکرینه نه‌قدر قریب بولنور ایسه ضربان حادثه‌سی‌ده او قدر واضح اولور. بر حالده‌که صوتلرك شدتی بربرینه مساوی اولدیغی فرض ایدیلیر ایسه ضربان‌ده شدتجه مضاعف و سکونلرده مطلق اولور. بالعکس ایکی صوتك پرده‌لری یکدیکرینه نه‌قدر قریب بولنور ایسه ضربان حادثه‌سی‌ده اوقدر سرعت ایله و نه مقدار بربرندن بعید اولور ایسه او درجه بطائتله وقوعه کلیر.

خلاصه یکدیکرینه موازی ایکی حرکت هتزازیه بر استقامتده اوله‌رق بر نقطه‌ده بربرینه التحاق ایتدیکی حالده بو ایکی حرکت متحدالدور اولدقلرینه کوره «تداخل» و مختلف‌الدور بولندقلرینه کوره‌ده «ضربان» حادثه‌سی حاصل اولور.

ضربان حادثه‌سی اصوات بسیطه چیقاران آلات موسیقیه‌نك اوزرنده بالسهوله مشاهده اولنه‌بیلیر. بربرینك عینی ایکی دیاپازون آله‌رق بریسنك قوللرندن برینك قسم فوقانیسنه کوچوك بر جسم یاپشدیریله‌جق اولور ایسه بو ایکی دیاپازرنك صوتلری بیننده‌کی ائتلاف اخلال ایدلمش اوله‌جغندن درحال تداخل حادثه‌سی یرینه ضربان حادثه‌سی قائم اولور.

ضربان حادثه‌سی واسطه‌سیله‌درکه اورغانیستلر، بر اورغك بورولرینی آقورده ایتمکه موفق اولمقده‌درلر. چونکه ایکی بورونك صدالری بیننده‌کی نسبت نه‌درجه نسبت حادیه‌یه تقرب ایدر ایسه حاصل اولان ضرباند‌ه اوقدر یکدیکرندن تباعد ایدر.

۴۲ صوتك ارتفاع مطلقلرینك تعیینی. — ضربان حادثه‌سنی اول امرده تدقیق ایدن صووور، حادثهٔ مذکوره‌دن بالاستفاده اصوات موسیقیه‌نك پرده‌لرینك قیمت مطلقه‌لرینی تعیین ایچون بر طریق بولمشدر. شویله‌که عدد اهتزازلری م، م′ اولان ایکی صوت میاننده، مادهٔ سالفه‌ده کورولدیکی اوزره:

$$\text{م}' - \text{م} = \text{ح}$$

عدد، ضربان حاصل اوله‌جغندن شو صوتلرك بیننده‌کی ف فاصلهٔ موسیقیه‌سی ویا

$$\frac{\text{م}'}{\text{م}} = \text{ف}$$

نسبتی بیلنه‌جك اولور ایسه بو ایکی مناسب واسطه‌سیله م، م′ عدد اهتزازلری بالسهوله تعیین اولنور. فی‌الحقیقه بو قاریکی مناسبتلردن:

$$\text{م} = \frac{\text{ح}}{\text{ف} - 1}\ ،\ \text{م}' = \frac{\text{ح}\text{ف}}{\text{ف} - 1}$$

بولنور. فقط بو اصول همان، همان قابل اجرا دکلدر. چونکه ایکی صوتك، تعدادی قولای

اوله‌جق صورتده ضربان حاصل ایده‌بیلمه‌سی ایچون م′ عدد اهتزازنك عدد اهتزازنه‌یك قریب بولنماسی اقتضا ایدر. بو حالده ایسه $\frac{\text{م}'}{\text{م}}$ فاصله ویا نسبتی تقدیر ایتمك مشکل اولور.

مع‌مافیه ارباب حکمت طبیعیه‌دن شیبلر [Scheibeler] بو محذوره برچاره بولمشدر: موماالیه عدد اهتزازی ۲۲۰ دن عبارت اولان دو₂ دن عدد اهتزازی ٤٤٠ اولان دو₃ نوطه‌سنه قدر عدد اهتزازی دردر، دردر تزاید ایتمك اوزره اللی آلتی عدد دیاپازوندن مرکب بر آلت وجوده کتیرمشدر.

لاعلی‌التعیین بر صوت بو غایه‌لر [دو₂ : دو₃] میاننده بولنه‌جق اولور ایسه بو صوتك قیمت مطلقه‌سنی تعیین ایچون بوکا الك قریب اولان دیاپازونك صداسیله حاصل یلدیکی ضربانك عددینی تعداد ایتمك کفایت ایدر [۱]. قیمتی تعیین ایدیله‌جك اولان صوتك عدد اهتزازی ۲۲۰ ایله ٤٤٠ آره‌سنده بولنمیه‌جق اولور ایسه ۱، ۲، ۳، دفعه تزیید ویا تنقیص ایدیله‌رك بو میانه ادخال ایدلدکدن صوکره سابق کبی اجرای تجربه اولنور. ایشته «تونومتره» ویا «مقیاس الحان» [Tonométre] نامیله معروف اولان آلتك اساسی بوندن عبارتدر.

۴۳ اصوات محصله. — ثانیه واحده‌ده‌کی عدد اهتزازلری م′، م″ اولان ویکدیکرندن فرقلی بولنان ایکی صوت بردن حصوله کتیریله‌جك اولور ایسه بونلرك اتحادندن ثانیهٔ واحده‌ده‌کی عدد اهتزازی:

$$\text{م} = \text{م}'' - \text{م}'$$

اولان بر صوت حاصل اولور. ایشته هامبورغلی صورج [Sorge] و مونپلیه‌لی رومیو [Romieu] نك همان عینی زمانده «اصوات محصله» نامیله حصولی‌خبر ویردکلری صوت بودر. فی‌الحقیقه آیری آیری چالیندیغی وقت دو₄، صول₄ صوتلرینی حاصل ایدن ایکی عدد انجه بورو بردن چالنه‌جق اولور ایسه حاصل اولان صوت دو₃ دن باشقه برشی دکلدر.

آنجق ایکی صوتك بویله بر محصله حاصل ایتمه‌سی ایچون شدتلرینك کافی درجه‌ده بر قیمتی حائز بولنماسی لازمدر. ارباب حکمت طبیعیه‌دن هلموج [Helmholtz] بوجهتی نظر اعتباره آله‌رق حادثهٔ مذکوره‌یی حرکت اهتزازیه‌یه عارض اولان بر نوع تأثیرات مخلیه‌یه عطف ایلمشدر. شویله‌که:

اهتزازات جزؤ فردیه كافی درجه‌ده اصغر بولندیغی حالده بو اهتزازاتی حاصل ایدن قوای الاستیقیه ، اجزای فردیه‌نك موازنت وضعیتلرندن مقدار تباعدلریله متناسبدر ؛ وبویله حركات اهتزازیهٔ صغیره‌نك یكدیكرینه انضمامی اولجه بیان اولنسان قوانین ریاضیه‌یه توفیقاً وقوع بولور ایسه‌ده اهتزازاتك وسعتی بیوك اولدیغی تقدیرده قوانین مذكوره تمامیله تطبیق اولنه‌ماز . فی‌الحقیقه وسعت اهتزاز بیوك اولور ایسه بالطبع اجزای فردیه‌نك مقدار تباعدلرینك مربعلری قوای الاستیقیه حسابنده بر تأثیر مهم اجرا ایده‌جكندن دها بسیط بر طاقم حركات اهتزازیه حاصل اولور . مثلا بر دیاپازون شدتله اهتزاز ایتدیرلدیكی صورتده دردنجی حده قدر اصوات مؤلفه‌یی تولید ایدر . فقط بودیاپازون دها جزئی بر قوتله اهتزاز ایتدیرلدیكی تقدیرده دها یوكسك و فقط غیر مؤلف اصوات حاصل ایلر .

ایشته وسعت اهتزازه مالك اولان ایكی حركت اهتزازیه ویا ایكی صوت بر نقطه‌ده یكدیكرینه ملاقی اولور ایسه بوندن ایكی نوع محصله حصوله كلیر : بری عدد اهتزازی مركبلرك عدد اهتزازلری بیننده‌كی فضله مساوی اولان صوتدركه هلموج بوكا « صوت تفاضلی » نامی ویرمش ، دیكری عدد اهتزازی صوت مركبلرك عدد اهتزازلری مجموعنه مساوی بولنان صوتدركه بوكاده « صوت مجموعی » دیمشدر .

اصوات محصله غرب موسیقیسنده پك زیاده حائز اهمیتدر . چونكه اصوات مذكوره‌نك، آهنكلرك صحت و تمامیتی اوزرینه پك بیوك تأثیر تأثیری واردر . شویله‌كه : آهنك تام كبیری تشكیل ایدن اصواته ایكنجی ثامنه‌ده علاوه ایدیله‌جك اولور ایسه :

دو   می   صول   دو

١/١   ٥/٤   ٣/٢   ٢/١

سلسله‌سی حاصل اولوركه بونلردن تولد ایدن اصوات محصله بروجه آتیدر :

٥/٤ — ١/١ = ١/٤ [صوت اصلینك یعنی برنجی دونك پست ضعف ثامنه‌سی]

٣/٢ — ١/١ = ١/٢ [صوت اصلینك پست ثامنه‌سی]

٣/٢ — ٥/٤ = ١/٤ [صوت اصلینك پست ضعف ثامنه‌سی]

٢/١ — ٥/٤ = ٣/٤ [خامسه‌نك یعنی صولك پست ثامنه‌سی]

٢/١ — ١/١ = ١ [صوت اصلی]

حال بوكه بو اصوات محصله، آهنكی تشكیل ایدن اوچ صوتی وبالخاصه صوت اصلی‌یی

تقویه ایده‌جكندن بونلر میاننده‌كی تألیف پك ظاهر و پك معین اولور . شمدی برده :

دو   می 6   صول   دو

١/١   ٦/٥   ٣/٢   ٢/١

آهنك تام صغیرینی تدقیق ایده‌لم : بو آهنكی تشكیل ایدن اصواتدن بروجه آتی :

٦/٥ — ١/١ = ١/٥ [پست ثالثهٔ كبرانك پست ضعف ثامنه‌سی]

٣/٢ — ١/١ = ١/٢ [صوت اصلینك پست ثامنه‌سی]

٣/٢ — ٦/٥ = ٣/١٠ [پست ثالثهٔ صغرانك پست ضعف ثامنه‌سی]

٣/٢ — ١/١ = ١/١ [صوت اصلی]

٢/١ — ٦/٥ = ٤/٥ [پست ثالثهٔ كبری]

٢/١ — ٣/٢ = ١/٢ [صوت اصلینك پست ثامنه‌سی]

اصوات محصله‌سی ظهور ایدر . فقط بونلر میاننده پست ثالثهٔ كبری ایله خامسه یكدیكرینه متنافر بولندیغندن آهنك تام صغیر قطعی بر آهنك اوله‌ماز .

٤٣ ایكی حركت اهتزازیه‌نك تركیبی . — بر م نقطه‌سنی م س ، م ع كبی یكدیكرینه نظراً قائم ایكی استقامتده ایكی حركت اهتزازیه ایله متحرك فرض ایده‌لم ؛ و بو حركت اهتزازیه‌لرك وسعت، صفحه ودورلرنی لاعلی التعیین بر صورتده تصور ایلیه‌لم . بو حالده شو ایكی حركت اهتزازیه‌نك صفحه‌لری بیننده‌كی فضل ح اولدیغنه كوره برینك ن زماننده‌كی سرعتی :

$$ع̇_١ = \frac{هاع}{هان} = ٮ_١ \text{ حب } ٢\pi \frac{ن}{ٮ}$$

و دیكرینك سرعتی‌ده :

$$س̇_٢ = \frac{هاس}{هان} = ٮ_٢ \text{ حب } ٢\pi (\frac{ن}{ٮ} + ح)$$

ایله افاده اولنه‌بیلیر .

بو معادلات تفاضلیه اتمام ایدیلیر . ٮ١ ، ٮ٢ وسعت اهتزازلری ایچون مناسب بر واحد قیاسی و مبدأ زمان ایچون‌ده مناسب بر زمان انتخاب اولنور ایسه ، م ، م ثانیهٔ واحده‌ده‌كی عدد اهتزازاتی ارائه ایتمك اوزره ،

ع = بـ١ محـ ٢ π ن/ت = محـ ٢ π ن مَ

س = بـ٢ محـ ٢ π (ن/ت + ح) = بـ٢ محـ ٢ π (ن مَ − ح)

بولنورکه بو دستورلرده م نقطهٔ مهتزه‌سنك ن زماننده‌کی کمیات وضعیه‌سنك افاده‌لرندن بشقه برشی دکلدر .

اینته بوایکی معادله میاننده ن زمانی افنا ایدیله‌جك اولور ایسه م نقطه‌سنك هرایکی حرکت اهتزازیه‌یه اشتراکی حالنده رسم ایده‌جکی محرکك معادله‌سی استحصال ایدیلیر . آنجق صورت عمومیه‌ده اوله‌رق بو افنا ماده‌سی پك مشکلدر . حالات خصوصیه‌ده ایسه بالعکس پك قولایدر . بنابرین بروجه آتی حالات خصوصیه‌یی یکان یکان نظر مطالعه‌دن کچیرمك اقتضا ایدر .

٤٤ . — اولا تَ ، تً اهتزازتام مدتلرینی یکدیکرینه و مَ ، مً عددلرینی ده یننه بربرینه مساوی فرض ایده‌لم . بو حالده :

س = بـ٢ محـ ٢ π (ن/ت + ح)

ویا

س = بـ٢ محـ ٢ π ن/ت محـ ٢ π ح − بـ٢ حـ ٢ π ن/ت حـ ٢ π ح

ویاخود :

س = (بـ٢/بـ١) ع محـ ٢ π ح − بـ٢ √(١ − محـ² ٢ π ن/ت) × حـ ٢ π ح

س = (بـ٢/بـ١) ع محـ ٢ π ح − بـ٢ √(١ − (ع/بـ١)²) × حـ ٢ π ح

س = (بـ٢/بـ١) ع محـ ٢ π ح − (بـ٢/بـ١) √(بـ١² − ع²) × حـ ٢ π ح

س − (بـ٢/بـ١ محـ ٢ π ح) ع = − (بـ٢/بـ١) √(بـ١² − ع²) × حـ ٢ π ح

وطرفین تربیع اولنور ایسه :

س² − ٢ (بـ٢/بـ١) ع س محـ ٢ π ح + (بـ٢²/بـ١²) ع² محـ² ٢ π ح = (بـ٢²/بـ١²) (بـ١² − ع²) حـ² ٢ π ح

س² − ٢ (بـ٢/بـ١) ع س محـ ٢ π ح + (بـ٢²/بـ١²) ع² محـ² ٢ π ح − بـ٢² حـ² ٢ π ح + (بـ٢²/بـ١²) ع² حـ² ٢ π ح = ٠

س² − ٢ (بـ٢/بـ١) ع س محـ ٢ π ح + (بـ٢²/بـ١²) ع² (محـ² ٢ π ح + حـ² ٢ π ح) − بـ٢² حـ² ٢ π ح = ٠

س² − ٢ (بـ٢/بـ١) ع س محـ ٢ π ح + (بـ٢²/بـ١²) ع² − بـ٢² حـ² ٢ π ح = ٠

والحاصل :

س²/بـ٢² + ع²/بـ١² − (٢ محـ ٢ π ح)/(بـ١ بـ٢) س ع = حـ² ٢ π ح

بولنورکه بوده مرکزندن کچن ایکی محور قائمه نسبت ایدلمش و ٢ π ح زاویه‌سنه کوره بر وضعیت آله‌رق ضلعلری ٢ بـ١ ، ٢ بـ٢ اولان بر مستطیل داخلنه رسم اولنمش برقطع ناقص (شکل ١٤) معادله‌سندن عبارتدر .

فی‌الحقیقه اول امرده س = بـ٢ فرض ایدیله‌جك اولور ایسه معادلهٔ مذکوره‌دن :

١ + ع²/بـ١² − ٢ (محـ ٢ π ح)/بـ١ ع = حـ² ٢ π ح

ویا

ع² − ٢ بـ١ محـ ٢ π ح × ع + بـ١² (١ − حـ² ٢ π ح) = ٠

ع² − ٢ بـ١ محـ ٢ π ح × ع + بـ١² محـ² ٢ π ح = ٠

ع = (٢ بـ١ محـ ٢ π ح ± √(٤ بـ١² محـ² ٢ π ح − ٤ بـ١² محـ² ٢ π ح)) / ٢

الحاصل :

ع = بـ١ محـ ٢ π ح = هـ ب

استخراج ایدیلیر .

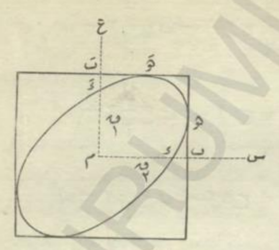
برکره‌ده ع = ب۱ فرض اولنور ایسه :

س = ب۲ جب ۲ π ح = $\overline{\text{ت ه}}$

بولنور . ایمدی بو ایکی نتیجه‌دن :

جب ۲ π ح = $\frac{\overline{\text{ت ه}}}{\text{ب}_1} = \frac{\overline{\text{ت ه}}}{\overline{\text{م ت}}}$

جب ۲ π ح = $\frac{\overline{\text{ت َ هَ}}}{\text{ب}_2} = \frac{\overline{\text{ت َ هَ}}}{\overline{\text{م تَ}}}$



(شکل ۱٤)

مناسبتلری بولنه‌جغی کبی ینه صره‌سیله بر کره س = ۰ و برکره‌ده ع = ۰ فرض ایدیله‌رك :

حب ۲ π ح = $\frac{\text{م د}}{\text{م تَ}}$

حب ۲ π ح = $\frac{\text{م دَ}}{\text{م تَ}}$

مناسبتلری استحصال اولنور . بوندن آکلاشیلیرکه قطع ناقصك ۲ ب۱ ، ۲ ب۲ مستطیلی داخلنده‌کی وضعیتی ۲ π ح زاویه‌سنه تابعدر .

ایشته ایکی حرکت اهتزازیه‌نك صفحه‌لری بیننده‌کی فضل یعنی ح مقداری صفر اولدیغنه کوره (شکل ۱٥) معادله :

$\frac{\text{س}}{\text{ب}_2} - \frac{\text{ع}}{\text{ب}_1} = ۰$

شکله منجر و قطع ناقص‌ده ط طَ خط مستقیمنه مبدل اولور . فقط بو خطك امثال زاویه‌سی $\frac{\text{ب}_1}{\text{ب}_2}$ اولدیغی کبی ابتدای امرده س = ب۲ ، ع = ب۱ بولندیغی وصفردن کچه‌رك مؤخراً س = − ب۲ ، ع = − ب۱ اولدیغی جهتله خط مستقیم مذکورده اولا ط دن طَ وبعده طَ دن ط طوغری رسم ایدلمش بولنور .

اکر ح تفاضل صفحیتی ⅛ کسرینه مساوی بولنور ایسه معادله :

$\frac{\text{س}^2}{\text{ب}_2^2} + \frac{\text{ع}^2}{\text{ب}_1^2} - \frac{\sqrt{2}}{\text{ب}_1 \text{ب}_2}\ \text{س ع} = \frac{1}{2}$

شکلنی کسب ایدرکه بوده س ، ع محورلرینه نظراً ٤٥ درجه مائل (شکل ۱٦) برقطع ناقصی ارائه ایدر .

اکر ح = $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ اولور ایسه معادله :

$\frac{\text{س}^2}{\text{ب}_2^2} + \frac{\text{ع}^2}{\text{ب}_1^2} = 1$

صورتنی کسب ایدرکه بوده کندی محورلرینه نسبت ایدلمش بر قطع ناقص معادله‌سندن عبارتدر . حرکات مرکب بو حالده :

س = ب۲ جب ۲ π ($\frac{\odot}{\text{ز}} + \frac{1}{4}$) = − ب۲ حب ۲ π $\frac{\odot}{\text{ز}}$

ع = ب۱ جب ۲ π $\frac{\odot}{\text{ز}}$

معادله‌لریله افاده اولنه‌جغی جهتله قطع ناقص سهمك ارائه ایتدیکی (شکل ۱۷) جهتده ترسیم ایدلمش بولنور .

اکر ح = $\frac{3}{8}$ ایسه معادلهٔ عمومیه :

$\frac{\text{س}^2}{\text{ب}_2^2} + \frac{\text{ع}^2}{\text{ب}_1^2} - \frac{\sqrt{2}}{\text{ب}_1 \text{ب}_2}\ \text{س ع} = \frac{1}{2}$

اولورکه بوده س محورینه نظراً ۱۳٥ درجه مائل (شکل ۱۸) برقطع ناقصی ارائه ایدر .

اکر ح = $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ بولنور ایسه معادلهٔ عمومیه (شکل ۱۹)

$\frac{\text{س}}{\text{ب}_2} + \frac{\text{ع}}{\text{ب}_1} = ۰$

صورتنی اخذ ایدرکه بوده امثال زاویه‌سی $\frac{\text{ب}_1}{\text{ب}_2}$ اولان بر خط مستقیمی ارائه ایلر .

ایشته بوخط بوقاریده ح = ٠ حالنده استحصال اولنان خط مستقیمك متناظری ایسه‌ده عکسی جهته طوغری رسم ایدلمشدر :

اکر ح = $\frac{٥}{٨}$ اولورایسه معادلهٔ عمومیه:

$$\frac{س^{2}}{پ_{2}^{2}} + \frac{ع^{2}}{پ_{2}^{2}} - \frac{\sqrt{2}}{پ_{1}\,پ_{2}}\,س\,ع = \frac{1}{2}$$

اوله‌جغندن ح = $\frac{٥}{٨}$ حالنده استحصال اولنان قطع ناقصك عینی بر قطع ناقص استحصال ایدیلیر ایسه‌ده بوراده ده (شکل ٢٠) ینه قطع ناقص دیکرینك عکسی جهته طوغری رسم ایدلمش اولور .

اکر ح = $\frac{٦}{٨}$ = $\frac{٣}{٤}$ بولنور ایسه معادلهٔ عمومیه ینه:

$$\frac{س^{2}}{پ_{2}^{2}} + \frac{ع^{2}}{پ_{1}^{2}} = 1$$

صورتنی کسب ایدر وبوده محور تناظرلرینه نسبت ایدلمش برقطع ناقصی افاده ایلر ایسه‌ده ح = $\frac{٢}{٨}$ حالنده استحصال اولنان قطع ناقصك(شکل ٢١)عکسی جهتنه رسم ایدلمش بولنور.

اکر ح = $\frac{٧}{٨}$ اولور ایسه معادلهٔ عمومیه :

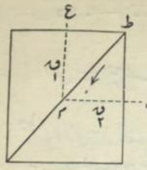
$$\frac{س^{2}}{پ_{2}^{2}} + \frac{ع^{2}}{پ_{1}^{2}} - \frac{\sqrt{2}}{پ_{1}\,پ_{2}}\,س\,ع = \frac{1}{2}$$

اولورکه ح = $\frac{٣}{٨}$ حالنده ظهور ایدن قطع ناقصك عینیدر . آنجق (شکل ٢٢) بونك جهت ترسیمی دیکرینك عکسیدر .

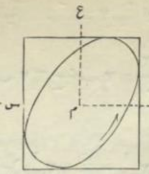
الحاصل ح = $\frac{٨}{٨}$ = ١ اولدیغی صورتده معادلهٔ عمومیه‌ینه :

$$\frac{س}{پ_{2}} - \frac{ع}{پ_{1}} = 0$$

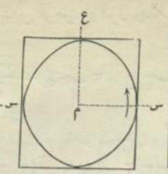
شکلنه منجر وقطع ناقصده تکرار خط مستقیمه مبدل اولورکه بوخط مستقیم هم وضعاً هم جهةً ح = ٠ حالنده استحصال اولنان خط مستقیمك عینیدر .



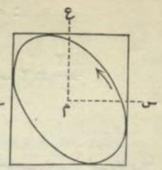
ح = ٠ ویا ١
(شکل ١٥)



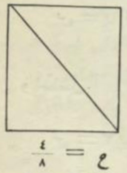
ح = $\frac{١}{٨}$
(شکل ١٦)



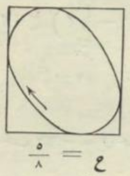
ح = $\frac{٢}{٨}$
(شکل ١٧)



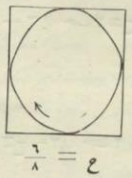
ح = $\frac{٣}{٨}$
(شکل ١٨)



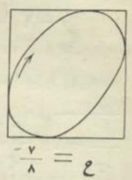
ح = $\frac{٤}{٨}$
(شکل ١٩)



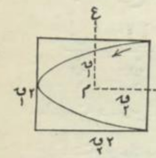
ح = $\frac{٥}{٨}$
(شکل ٢٠)



ح = $\frac{٦}{٨}$
(شکل ٢١)

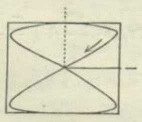


ح = $\frac{٧}{٨}$
(شکل ٢٢)

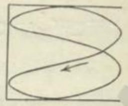


ح = ٠ ویا ١
(شکل ٢٣)

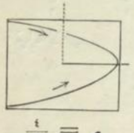
ح = $\frac{١}{٨}$
(شکل ٢٤)



ح = $\frac{٢}{٨}$
(شکل ٢٥)

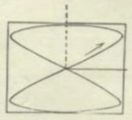


ح = $\frac{٣}{٨}$
(شکل ٢٦)

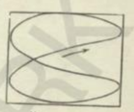


ح = $\frac{٤}{٨}$
(شکل ٢٧)

ح = $\frac{٥}{٨}$
(شکل ٢٨)



ح = $\frac{٦}{٨}$
(شکل ٢٩)



ح = $\frac{٧}{٨}$
(شکل ٣٠)

٤٥ . — ثانياً $\text{م}' = ٢\,\text{م}$ اولدیغی فرض اولنور ایسه :

$$\text{س} = \text{ب}_٢\,\text{محب}\,٢\pi\text{ح}\,\text{محب}\,٢\pi\frac{٢\text{ه}}{\text{م}'} - \text{ب}_٢\,\text{حب}\,٢\pi\text{ح}\,\text{حب}\,٢\pi\frac{٢\text{ه}}{\text{م}'}$$

ویا

$$\text{س} = \text{ب}_٢\,\text{محب}\,٢\pi\text{ح}\left(\text{محب}^٢\,٢\pi\frac{\text{ه}}{\text{م}'} - \text{حب}^٢\,٢\pi\frac{\text{ه}}{\text{م}'}\right) - ٢\,\text{ب}_٢\,\text{حب}\,٢\pi\text{ح}\,\text{حب}\,٢\pi\frac{\text{ه}}{\text{م}'}\,\text{محب}\,٢\pi\frac{\text{ه}}{\text{م}'}$$

ویاخود

$$\text{س} = \text{ب}_٢\,\text{محب}\,٢\pi\text{ح}\left(٢\frac{\text{ع}^٢}{\text{ب}_١^٢} - ١\right) - ٢\,\text{ب}_٢\,\text{حب}\,٢\pi\text{ح}\,\frac{\text{ع}}{\text{ب}_١}\sqrt{١ - \frac{\text{ع}^٢}{\text{ب}_١^٢}}$$

و الحاصل

$$\text{س} = ٢\,\text{ب}_٢\frac{\text{ع}^٢}{\text{ب}_١^٢}\,\text{محب}\,٢\pi\text{ح} - \text{ب}_٢\,\text{محب}\,٢\pi\text{ح} - ٢\,\text{ب}_٢\,\text{حب}\,٢\pi\text{ح}\,\frac{\text{ع}}{\text{ب}_١}\sqrt{١ - \frac{\text{ع}^٢}{\text{ب}_١^٢}}$$

وبعدالتربیع :

$$\frac{\text{س}^٢}{\text{ب}_٢^٢} + \frac{٤\,\text{ع}^٤}{\text{ب}_١^٤} - \frac{٤\,\text{ع}^٢}{\text{ب}_١^٢}\left(١ + \frac{\text{س}\,\text{محب}\,٢\pi\text{ح}}{\text{ب}_٢}\right) + \frac{٢\,\text{س}}{\text{ب}_٢}\,\text{محب}\,٢\pi\text{ح} + \text{حب}^٢\,٢\pi\text{ح} = ٠$$

معادله‌سنه دسترس اولنور .

ایشته بوحالده دخی اولا ح = . فرض اولنور ایسه معادلهٔ مذکوره :

$$\frac{\text{س}^٢}{\text{ب}_٢^٢} + ٤\frac{\text{ع}^٤}{\text{ب}_١^٤} - ٤\frac{\text{ع}^٢}{\text{ب}_١^٢} - ٤\frac{\text{ع}^٢}{\text{ب}_١^٢}\frac{\text{س}}{\text{ب}_٢} + \frac{٢\,\text{س}}{\text{ب}_٢} + ١ = ٠$$

و نهایةالامر

$$\text{س} = \text{ب}_٢\left(٢\frac{\text{ع}^٢}{\text{ب}_١^٢} - ١\right)$$

شکلنه منجر اولورکه بوده $\text{س} = ٢\,\text{ب}_٢$ ، $\text{ع} = ٢\,\text{ب}_١$ خطلرندن متشکل بر مستطیلك ضلعلرینه مماس (شکل ۲۳) بر قطع مکافی‌یی ارائه ایدر .

اکر $\text{ح} = \frac{١}{٨} = \frac{١}{٢}$ فرض ایدیلیر ایسه معادله :

$$\text{س} = -\text{ب}_٢\left(٢\frac{\text{ع}^٢}{\text{ب}_١^٢} - ١\right)$$

صورتنی‌اخذ ایلرکه بوده‌اولکی قطع مکافی‌یه متناظر بردیکر (شکل ۲۷) قطع مکافی‌یی ارائه ایدر.

اکر $\text{ح} = \frac{٢}{٨} = \frac{١}{٤}$ ویا $\text{ح} = \frac{٦}{٨}$ اولور ایسه:

$$\text{س} = \pm\,\text{ب}_٢\left(٢\frac{\text{ع}}{\text{ب}_١}\right)\sqrt{١ - \frac{\text{ع}^٢}{\text{ب}_١^٢}}$$

معادله‌سنه دسترس اولنور . معادلهٔ مذکوره فرانسزجه 8 (سکز) رقمی شکلنده برمنحنی‌یی ارائه ایدرکه بومنحنینك مرکزی (شکل ۲۵)؛ (شکل ۲٦)، مبدأده کائن برنقطهٔ مضاعفه‌دن عبارتدر . منحنینك جمعاً آلتی رأسی واردرکه بونك ایکیسی شاقولی

و $\text{س} = ٠$ ، $\text{ع} = \pm\,\text{ب}_١$

کمیات وضعیه‌سنه ودیکر دردی افقی و

$$\text{ع} = \pm\frac{\text{ب}_١}{\sqrt{٢}} \qquad \text{س} = \pm\,\text{ب}_٢$$

کمیات وضعیه‌سنه توافق ایدر .

اکر ح تفاضل صفحتینی $\frac{١}{٨}$ ، $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{٥}{٨}$ ، $\frac{٧}{٨}$ کبی برر قیمتی حائز بولنور ایسه ینه دائما ضلعلری $٢\,\text{ب}_١$ ، $٢\,\text{ب}_٢$ اولان مستطیل داخلنه مرسوم برطاقم منحنیلر استحصال اولنور. بومنحنیلر (8) منحنیسنك مرکزی اوزرینه قیورلماسندن وقوللرینك بربرینه یاقلاشماسندن حرکت محصله‌یی ارائه ایدن منحنینك قطع مکافیدن تا (8) منحنیسنه وبو منحنیدن‌ده تکرار معکوس برقطع مکافی‌یه نه‌صورتله تحول وعودت ایتدیکنی ایضاح ایچون شکللرك آلتنه صره نومروسی وضع ایدلمشدر .

علی‌العموم م ، م′ متباین ایکی عدد تام اولمق اوزره $\frac{\text{م}'}{\text{م}} = \frac{\text{م}}{\text{م}'}$ بولنور ایسه حرکت محصله‌منحنیسی مستطیلك $\text{س} = \pm\,٢\,\text{ب}_٢$ ضلعنه م قدر و $\text{ع} = \pm\,٢\,\text{ب}_١$ ضلعنده م′ قدر نقطه‌ده تماس ایدر . چونکه س ، ع کمیات وضعیه‌سنك قیم اعظمیه‌سی، برطرفدن $+\text{ب}_٢$ ایله $-\text{ب}_٢$ ودیکر طرفدن $-\text{ب}_١$ ایله $-\text{ب}_١$ آره‌سنده محصوردر . منحنی $\text{ع} = +\text{ب}_١$ $\text{ع} = -\text{ب}_١$ ، $\text{س} = +\text{ب}_٢$ ، $\text{س} = -\text{ب}_٢$ خطلرندن متشکل مستطیله مماس بولنور. بوندن بشقه ع برثانیه ظرفنده ایکی اولکی خطه $\frac{١}{\text{م}}$ دفعه و س ایسه دیکر ایکی خطه $\frac{١}{\text{م}'}$

دفعه تماس ایدر. حال بوکه ١/ن ایله ١/م آره‌سنده‌کی نسبت، ثانیهٔ واحده‌ده‌کی عدد اهتزازلری بیننده‌کی نسبته مساویدر ؛ بنابرین بر زمان معین ظرفنده افقی ضلعلر ایله م عدد تماس وقوعه کلیر ایسه شاقولی ضلعلر ایله‌ده مَ عددی دفعه تماس وقوعه کلمش اولور .

٤٦ لیسازو (Lissajous)نك تحقیقی .— ایکی حرکت اهتزازیهٔ قائمه‌نك ترکبندن حاصل اولان بو اشکال الك اول ویستون (Wheatstone) طرفندن نظر اعتباره آلنمش وموماالیه بو بابده « قاله‌ی دوفون » تسمیه ایتدیکی آلتی استعمال ایلمشدر . فقط اشکال مذکوره‌یی‌ك واضح برصورتده ارائه ایتمکه موفق اولان لیسازودر . لیسازونك اختراع ایتدیکی بواصول ، برشعاع ضیائی‌یی بینلری بر فاصلهٔ موسیقیهٔ معلومه ایله تفریق ایدلمش ایکی دیاپازونك متعاقباً تأثیرینه تابع قلمقدن عبارتدر. بونك ایچون دیاپازونلردن هربرینك برقولنك نهایتنه برکوچوك آینه ویا عدسه ربط ایدلمش و دیکر قولنه حصول موازنت ضمننده برکوچوك جسم علاوه اولنمشدر .

ایشته قراکلق بر اوطه داخلنه بر عدسه واسطه‌سیله بر شعاع شمس ادخال و بو شعاع شاقولی بر دیاپازونك بر قولنده‌کی آینه اوزرینه ایصال اولنور. بوشعاع بعدالانعکاس دیکر بر افقی دیاپازونك قولنده‌کی آینه‌ده منعکس اولدقدن صوکره بر حائل اوزرینه توجیه ایدیلیر .

هرایکی دیاپازون بربرینه عمود ایکی مستوی اوزرنده اهتزاز ایتدیکی و شعاع ضیائی‌ده بوایکی اهتزاز قائمه اشتراك ایلدیکی جهتله ، بونلرك صفحه‌لری بیننده‌کی فضله کوره حائل اوزرنده برمنحنی ترسم ایدر. واقعا بومنحنی‌یی شعاع سرعتله رسم ایدرایسه‌ده طبقهٔ شبکیه اوزرنده وضعیات متوالیه‌سنك تأثیری اوقدر سرعتله زائل اولمادیغندن کوز منحنی مرسومی بالتمام رؤیت ایدر . [*]

[*] بو و دیکر آلات ایچون برنجی‌سنه حکمت طبیعیه درسلرینه مراجعت اولنه .

باب ثالث

انابیب متصوته

صدا بورولری - برنوللی نظریه‌سی؛ قاپالی صدا بورولری ، قوانینی؛ عقده و بطن نقطه‌لری - آچیق صدا بورولری، قوانینی ؛ عقده‌و بطنلری - نظریهٔ مذکوره‌نك تداخل اصوات نظریه‌سیله ایضاحی - برطرفی قاپالی اسطوانهٔ محدوده‌ده تداخل اصوات - تحقیقات تجربیه - تجربه ایله نظریه میانده‌کی تخالف - پواسون نظریه‌سی - هویکنس و (کت) تعدیلاتی؛ مقدار ثابتك تعیینی - تنبیه - بورولرك جدارلرینك تأثیری - سرعت صوتك بورولر واسطه‌سیله تعیینی .

٤٧ صدا بورولری.— صدا بورولرینك استعمالی پك قدیدر : عادتا قوال، دودك کبی آلات صوتیه‌نك زمان ایجادی تاریخك ادوار مظلمه‌سی آره‌سنده غائب اولمقده‌در . زمانمزده ایسه بونوع آلاتك استعمالی پك زیاده تعمیم ایتمکده‌در. فی الحقیقه بیوك کلیسالرده‌کی جسیم اورغلر بیکلرجه مختلف الجنس بورودن مرکبدر .

بر صدا بوروسندن چیقان صوتك پرده‌سی، بورونك کنارلری کافی درجه‌ده قالین اولدیغی حالده، معمول بولندیغی ماده‌نك جنسیله پك تحول ایتمز ؛ بالعکس درونته نفخ اولنان غازك جنس و کثافتی ایله تبدل ایدر .

مع‌مافیه بونوع آلاتك کافه‌سنده اهتزاز ایدن جسم، هوادر. اسطوانی ویامنشوری بر بورو آلنه‌رق بر طرفندن اوفلنه‌جك اولور یسه درونده‌کی هوا ایلری‌یه طوغرو بر حرکت متمادیه ایله سوق ایدلمش اولور ایسه‌ده بورودن هیچ برسس استحصال ایدیله‌من. چونکه بر بورودن سس چیقاره‌بیلمك ایچون او بورو درونده‌کی هوانی بر حرکت متمادیه حالنه دکل، بالعکس بر حرکت اهتزازیه حالنه قویمق لازمدر .

صدا بورولرنده‌کی هوا صور مختلفه اوزره اهتزاز ایتدیریله‌بیلیر. بونك ایچون بورونك باش طرفنه یا بر « آغز » ویا بر « دیل » علاوه ایدیلیر ویاخود هوا بورویه مائلاً نفخ اولنه‌رق کنارینه چارپمق صورتیله بو اهتزاز حاصل ایتدیریلیر. فقط نفخ اولنان هوانك کرك بورونك آغزنده‌کی دوداغه، کرك دیله ، ویاخود کنارینه چارپمه‌سندن حاصل اولان

شی عادی بر ایصلق صداسیدر [١] . بو ایصلق یکدیکریله هم آهنك اولمایان بر طاقم صوتدن مرکبدرکه بورو بو اصوات میاننده یالکز بری ویابرقاچنی بالانتخاب تقویه‌ایدر .

صدا بورولرینك نظریهٔ ریاضیه‌سنی اك‌اول وضع و تأسیس ایدن اون سکزنجی عصر میلادی ریاضیوننـدن دانیل ـ برنوللی [D . Bernoulli] در. موماالیه قاپالی ویا آچیق بر بورونك ، مدخلنده حصوله کلن اصـوات مختلفه‌دن هانکیلرینی انتخـاب ایده‌رك بالتقویه اعطا ایلدیکنی تعیین ایلدیکی کبی اصوات مذکوره‌نك بورو داخلنـده صورت انتشارینی‌ده ارائه ایتمشدر .

٤٨ برطرفی قاپالی صدا بوروسی . — قطری‌طولنه‌نسبتله اصغر وکنارلری غایت مقاومتلی اسطوانی بر بورو تصور و شو بورونك مدخلنده حصوله کتیریلن برحرکت اهتزازیه‌نك داخلاً صورت انتشارینی تدقیق ایده‌لم . بونك ایچون برنوللی‌یه توفیقاً :

اولا بورونك قاپالی‌اولان نهایتیله تماسده بولنان اجزای فردیهٔ هوانك‌صورت قطعیه‌ده سکوت اوزره بولندیغنی ، ثانیاً آچیق اولان طرفده [مدخلنده] مقدار تکاثفك صفره ویاتعبیر دیکرله بوروده‌کی هوا طبقه‌سنك کثافتنك هوای محیطینك کثافتنه مساوی اولدیغنی قبول ایده‌لم.

بو حالده بورونك طولی ط ایله کوستردیکنه وآچیق اولان اوجی یعنی مدخلی مبدأ اتخاذ اولندیغنه کوره :

$$\text{س} = \text{ط} \quad \text{قیمتی ایچون} \quad \text{ب} = \frac{\text{هاص}}{\text{ها}\odot} = 0 \qquad (١)$$

$$\text{س} = 0 \quad \text{«} \quad \text{«} \quad \text{ه} = \frac{\text{هاص}}{\text{هاس}} = 0 \qquad (٢)$$

اوله‌جقندن حرکت اهتزازیه‌نك بر اسـطوانهٔ غیر محدوده داخلنده‌کی انتشاری معادله‌سی اولان

$$\frac{\text{هاص}^{٢}}{\text{ها}\odot^{٢}} = \text{ت}^{٢} \frac{\text{هاص}^{٢}}{\text{هاس}^{٢}} \qquad (٣)$$

معادلهٔ تفاضلیه‌سنك

$$\text{ص} = \text{نا}\,(\text{س} + \text{ت}\,\odot) + \text{نع}\,(\text{س} - \text{ت}\,\odot) \qquad (٤)$$

تمامیٔ عمومیسنه توافق ایتمه‌سی ایجاب ایدر .

[١] لوقوموتیفلرك دوددوكاری بوبله بر ایصلق حاصل ایدر بر آغزدن عبارتدر .

بوندن باشقه نا، نع تابعلری حال ابتدائی‌یه [مسئله‌نك شرائط ابتدائیه‌سنه] تعبیر آخرله ⊙ = ٠ زماننده ب ، ه سرعت و مقدار تکاثفلریله معلوم اولماسی لازم‌کلن [ماده ٢٢]

$$\text{ب} = \frac{\text{هاص}}{\text{ها}\odot} = \text{ت}\,\text{نا}'(\text{س}) - \text{ت}\,\text{نع}'(\text{س}) = \text{ی}\,(\text{س}) \qquad (٥)$$

$$\text{ه} = -\frac{\text{هاص}}{\text{هاس}} = -\text{نا}'(\text{س}) - \text{نع}'(\text{س}) = \text{بو}\,(\text{س}) \qquad (٦)$$

تابعلرینه کوره تعیین ایدلمه‌لیدر .

دیکر طرفدن و، و' . ه، ه' ، ى امثال ثابته‌سی کیفی بر رمقداردن‌عبارت‌اولمق‌اوزره:

$$\text{ص} = (\text{و}\ \text{حب}\ \text{ت ى}\odot + \text{و}'\ \text{حب}\ \text{ت ى}\odot)\ (\text{ه}\ \text{حب ى س} + \text{ه}'\ \text{حب ى س}) \qquad (٧)$$

تابعی (٣) معادلهٔ تفاضلیه‌سنه توافق ایتدیکندن معادلهٔ مذکوره‌ده (٤) تمامیٔ عمومیسنك بر شکل دیکری کبی قبول اوله‌بیلیر . [١]

[١] بو تابعك س متحوله کوره مشتق آلنه‌جق اولور ایسه :

$$\frac{\text{هاص}}{\text{هاس}} = (\text{و}\ \text{حب ت ى}\odot + \text{و}'\ \text{حب ت ى}\odot)\ (\text{ه ى حب ى س} - \text{ه}'\ \text{ى حب ى س})$$

و بر دها مشتق آلنیر ایسه :

$$\frac{\text{هاص}^{٢}}{\text{هاس}^{٢}} = (\text{و}\ \text{حب ت ى}\odot + \text{و}'\ \text{حب ت ى}\odot)\ (-\text{ه ى}^{٢}\ \text{حب ى س} - \text{ه}'\ \text{ى}^{٢}\ \text{حب ى س})$$

$$= -\text{ى}^{٢}(\text{و}\ \text{حب ت ى}\odot + \text{و}'\ \text{حب ت ى}\odot)\ (\text{ه حب ى س} + \text{ه}'\ \text{حب ى س}) = -\text{ى}^{٢}\text{ص}$$

بوله‌جغی کبی ⊙ زمانه کوره مشتق آلندیغی حالده‌ده :

$$\frac{\text{هاص}}{\text{ها}\odot} = (\text{و ت ى حب ت ى}\odot - \text{و}'\ \text{ت ى حب ت ى}\odot)\ (\text{ه حب ى س} + \text{ه}'\ \text{حب ى س})$$

و بنابرین

$$\frac{\text{هاص}^{٢}}{\text{ها}\odot^{٢}} = (-\text{و ت}^{٢}\text{ى}^{٢}\ \text{حب ت ى}\odot - \text{و}'\ \text{ت}^{٢}\text{ى}^{٢}\ \text{حب ت ى}\odot)\ (\text{ه حب ى س} + \text{ه}'\ \text{حب ى س})$$

و یا

$$\frac{\text{هاص}^{٢}}{\text{ها}\odot^{٢}} = -\text{ت}^{٢}\text{ى}^{٢}\ (\text{و حب ت ى}\odot + \text{و}'\ \text{حب ت ى}\odot)\ (\text{ه حب ى س} + \text{ه}'\ \text{حب ى س})$$

$$= -\text{ت}^{٢}\text{ى}^{٢}\ \text{ص}$$

٧

آنجق ص تابعنك بو شكلی اولا مسئله‌نك (١) ، (٢) شرطنه توفيقاً تعديل ايتمك و ثانياً حال ابتدائيی ارائه ايدن (٥) ، (٦) معادلهٔ شرطيه‌لرينه توافق ايدوب ايتمديكنی تدقيق و معادلات مذكوره‌يه مطابقتی تأمين ايلمك ايجاب ايدر .

اولا برنجی شرطه نظراً ن زمانك قيمتی هر نه اولور ايسه اولسون س=٠ ايجون

ه = هاص / هاس = — (ى حب ب ء ن + ىُ محب ب ء ن)(ه ء محب ء س — هَ ء حب ء س)

افاده‌سنك صفر اولماسی مطلقا :

(ه ء محب ء س — هَ ء حب ء س)

مضروبنك — س = ٠ قيمتی ايچون صفر بولنماسنه منوطدر كه بوده:

ه = ٠

اولماسنی انتاج ايدر .

بو حالده ص تابعی :

ص = (ى حب ب ء ن + ىُ محب ب ء ن) هَ محب ء س (٨)

شكلنی كسب ايلر .

ثانياً (٨) شكلنی كسب ايدن ص تابعنك ايكنجی شرطه توافق ايتمه‌سی، تعبير آخرله:

هاص / هان = هَ محب ء س (ى ب ء محب ب ء ن — ىُ ب ء حب ب ء ن)

افاده‌سنك س = ط قيمتی ايچون صفره مساوی بولنماسی، مطلقا :

ه محب ء ط = ٠

و ياخود ح مثبت و يا منفی بر عدد صحيح اولمق اوزره :

حاصل اوله‌جغندن بونلر (٣) معادلهٔ تفاضليه‌سنده محللرينه قونيله‌جق اولور ايسه معادلهٔ مذكوره :

— بَ ٢ ء٢ ص = — بَ ٢ ء٢ ص

شكلنده تحقق ايدر .

ط ء = (٢ ح — ١) / ٢ π ويا ء = (٢ ح — ١) π / ٢ ط

اولماسنه متوقفدر . بو حالده :

ء = (٢ ح — ١) π / ٢ ط

اوله‌جغندن ص تابعنك (٨) افاده‌سنده محلنه وضع اولنور ايسه تابع مذكور :

ص = هَ محب (٢ ح — ١) π س / ٢ ط { ى حب (٢ ح — ١) π ب ن / ٢ ط + ىُ محب (٢ ح — ١) π ب ن / ٢ ط }

شكلنی كسب ايدر .

تابع مذكوره داخل اولان ح عدد صحيحی مثبت و منفی قيمتلری اخذ ايده‌بيلير ايسه‌ده بونك يالكز قيم مثبته‌سی ايله‌ده اكتفا اولنور . چونكه ى ، ىُ امثاللرينك غيرمعين اولماسندن دولايی ص تابعنك ح عددينك قيم مثبته‌سنه عائد قيمتلری ايله قيم منفيه‌سنه عائد قيمتلری مياننده بر فرق تأسيس اولنه‌ماز. ايشته ح عددينك هربرقيمت مثبته‌سی ايچون بو تابع هم بورونك ايكی اوجنده موضوع اولان شرائطه حكميه‌يه هم معادلهٔ تفاضليه‌يه توافق ايده‌جكی كبی بونلرك مجموعی‌ده توافق ايدر .

بناءً عليه مسئله‌نك الك عمومی صورت حلی اولمق اوزره ص تابعنی ح عددينك مجموع قيمتنه كوره :

ص = ع هَ محب (٢ ح — ١) { ى حب (٢ ح — ١) π ب ن / ٢ ط + ىُ محب (٢ ح — ١) π ب ى / ٢ ط }

شكلنده آلمق ، و هَ امثالنی حذف ايده‌رك ى ، ىُ امثاللرينده‌ده ح عدد تامنك قيم مثبته‌سی ايله كيفی اوله‌رق تحول ايدن ايكی مقدار نظريله باقمق اقتضا ايدر ايسه‌ده مسئله‌يی ساده‌لشديرمك ايچون بوراده ح عددينك لاعلی‌التعين بر قيمتنه عائد اولمق اوزره تابع مذكور :

ص = محب (٢ ح + ١) π س / ٢ ط { ى حب (٢ ح — ١) π ب ن / ٢ ط + ىُ محب (٢ ح — ١) π ب ن / ٢ ط } (٩)

صورتنده آلنمشدر .

آنجق تابع مذکور هر نه شکلده آلنیر ایسه آلنسون ض = ٠ ایچون یوقاریده (٥)، (٦) معادله‌لریله افاده اولنان حال ابتدائی‌یه توافق ایتمه‌سی ایجاب ایدر . شمدی به ، تابعنك ض ، و س متحوللرینه نظراً مشتقلری آلنه‌جق اولور ایسه :

ب = هاص / هاض = حب (٢ ح + ١) π س / ٢ ط { ن حب (٢ ح − ١) (٢ ح + ١) ب π / ٢ ط

× ب π ض / ٢ ط − (٢ ح + ١) ب π / ٢ ط ن‌ حب (٢ ح + ١) ب π ض / ٢ ط }

به = − هاص / هاس = − (٢ ح − ١) π / ٢ ط حب (٢ ح + ١) π س / ٢ ط { ن حب (٢ ح + ١)

× ب π ض / ٢ ط + ن‌ حب (٢ ح + ١) ب π ض / ٢ ط }

و بو افاده‌لرده ض = ٠ وضع اولنور ایسه نظیر نظیره :

ب = ن . π ب (٢ ح + ١) / ٢ ط حب (٢ ح + ١) π س / ٢ ط

به = ن‌ . π ب (٢ ح + ١) / ٢ ط حب (٢ ح + ١) π س / ٢ ط

بولنه‌جغندن

ن = (٢ ح + ١) π / ٢ ط . ن

ن = π (٢ ح + ١) / ٢ ط . ن‌

فرضیله :

ب = ب ن حب (٢ ح + ١) π س / ٢ ط (١٠)

به = ن حب (٢ ح + ١) π س / ٢ ط (١١)

استحصال ایدیلیر . ایشته ب ، به مقدارلرینك بو قیمتلری یوقاریده (٥)، (٦) معادله‌لرنده‌کی افاده‌لرینه مساوی قلنه‌جق اولور ایسه :

ب ن حب (٢ ح + ١) π س / ٢ ط = − تا (س) − ب یع (س) = ی (س) (١٢)

ن حب (٢ ح + ١) π س / ٢ ط = − تا (س) − یع (س) = و (س) (١٣)

معادلهٔ شرطیه‌لرینه دسترس اولنور .

بو معادلات شرطیه‌دن برنجیسنك طرف اولی بر تابع جیبی اولماسی طرف ثانیده‌کی ی (س) تابعنده س یرینه − س وضع اولندیغی حالده تابع مذکورك قیمتجه ثابت قالماسنی و اشارتجه تحول ایتمه‌سنی استلزام ایدر . ایکنجیسنك طرف اولی بر تابع تمام‌جیبی اولماسی‌ایسه طرف ثانیده بولنان و (س) تابعنده س یرینه − س وضع ایدلدیکی صورتده تابع مذکورك اشارت و قیمتجه ثابت قالماسی انتاج ایلر : تعبیر آخرله طرف اولك طرف ثانیلر یرینه قبول ایدیله‌بیلمه‌سی ایچون ی (س)، و (س) تابعلرینك :

ی (− س) = − ی (س) (١٤)

و (− س) = و (س) (١٥)

شرطلرینی حائز بولنمالری لازم و بوندن باشقه بو تابعلرك بر تابع دوری اولمالری لابددر .

ایشته :

ی (س) = − ب تا (س) − ب یع (س)

و (س) = − تا (س) − یع (س)

تابعلرنده بو شرطلر موجود اولدیغی حالده هرایکی جهتدن غیر محدود فرض‌اولنان بر ستون هوانك ، س = ٠ ایله س = ط آره‌سنده محصور بر قسم محدودی ، ط طولنده قابالی بر صدا ایله بوروسنده حصوله کله‌جك بالجمله حادثاتی ابراز ایدر . تعبیر دیکرله غیر محدود بر ستون هوا بو حال ابتدائی‌یی حائز بولندیغی تقدیرده موضوع بحث اولان صدا بوروسنده‌کی مسئلهٔ انتشار ، هرایکی طرفدن نا محدود اولان بو ستون‌هواده‌کی مسئلهٔ انتشاره تحویل ایدلمش اولور .

حال بوکه ی، بو تابعلرنده (١٤)، (١٥) شرطلرینك وجودی فرض اولنه‌بیلیر. جونکه بو تابعلر مسئله‌ده یالکز س = ٠ ایله س = ط آره‌سنده برر قیمت معینه‌یی حائز و بو غایه‌لرك خارجنده صورت مطلقه‌ده کیفی برر تابعدرلر. بناءً علیه توابع مذکوره‌یی س = ٠ ایله س = ط آره‌ نده (١٤)، (١٥) خاصه‌لریله متصف اوله‌رق انتخاب ایتمك ممکندر.

ایشته بو صورتله قاپالی بورونك داخلنده صوتك انتشاری مسئله‌سی غیر محدود بر ستون اسطوانی‌ٔ هوانك درونده‌کی انتشاری مسئله‌سنه تحویل ایدن مسئله بروجه‌آتی حل اولنور:

بورو داخلنده فصله‌سی س اولان بر نقطه‌ده ۀ زماننده‌کی ـ سرعت و ه مقدار تکاثفی یوقاریکی افاده‌لرینه توفیقاً:

ـ = هاص / هاۀ = { ـ بۀ محـ(٢ح + ١) ـπۀ / ٢ط − بۀ/٢ حـ(٢ح + ١) ـπۀ / ٢ط }

× محـ(٢ح + ١) πس / ٢ط

ه = − هاص / هاس = − { بۀ محـ(٢ح + ١) ـπۀ / ٢ط + بۀ/٢ محـ(٢ح + ١) ـπۀ / ٢ط }

× حـ(٢ح + ١) πس / ٢ط

اولور که بونلرك هر ایکیسی‌ده هم س متحولنك هم ۀ زمانك برر تابع دوریلرندن عبارتدر. شمدی اول امرده، ح عدد تامنك لاعلی‌التعیین بر قیمتنه کوره کرك ـ، کرك ه مقدارلرینك ۀ زمانه نظراً دورلرینك امتدادی:

(٢ح + ١) ـπۀ / ٢ط = ٢π

مساواتندن استحصال اولنان:

ۀ = ٤ط / (٢ح + ١)ـ

مدتنه مساویدر. بر صورتده‌که بورو داخلنده فصله‌سی س اولان بر نقطهٔ معینه‌ده

ۀ = ٤ط / (٢ح + ١)ـ

فاصله ایله آیرلمش زمانلرده سرعت اهتزاز و مقدار تکاثف عینی قیمتلری کسب ایدر.

حال بوکه، بو صورتله تعریف اولنان ۀ مدتی بورو داخلنده کائن لاعلی‌التعیین بر نقطه‌دن بر موج تامك مروری ایچون کچن مدتدن ودها طوغروسی بورونك مدخلنده‌کی صوتی حاصل ایدن حرکت اهتزازیه‌نك ۍ دروندن باشقه برشی دکلدر. بنا برین ۀ یرینه ۍ وضعیله:

(١٦) ۍ = ٤ط / (٢ح + ١)ـ

بولنه‌جغی کبی بورونك مدخلنده حاصل اولان صوتك ثانیهٔ واحده‌ده‌کی عدد اهتزازی‌ده م ایله کوسترلدیکنه کوره:

(١٧) م = ١/ۍ = (٢ح + ١)ـ / ٤ط

اولمق لازم کلیر.

بوندن استنتاج اولنورکه ط طولنده قاپالی بر بوروده حصوله‌کله‌بیلن الك پست [عدد اهتزازی الك آز اولان] صوت ح = ٠ قیمتنه توافق ایدن:

م = ١/ۍ ـ/٤ط

صوتیدرکه بوکا بورونك «صوت اصلیسی» نامی ویریلیر. فقط ح عدد تام مثبتی متوالیاً ١، ٢، ٣ . . . عددلرینه مساوی فرض اولنه‌بیلدیکنه کوره بورودن عدد اهتزازی صوت اصلینك عدد اهتزازینك ٣، ٥، ٧ . . . مثلی اولان اصوات مؤلفه استحصال ایدلمه‌سی‌ده ایجاب ایدر.

ثانیاً ـ، ه مقدارلرینك س بعدینه نظراً دورلرینك امتدادی:

$$\left(\text{٢ح}+\text{١}\right)\frac{\pi\,\text{س}}{\text{٢ط}}=\text{٢}\pi$$

مناسبتندن استخراج اولنان :

$$\text{س}=\frac{\text{٤ط}}{\left(\text{٢ح}+\text{١}\right)}$$

دن عبارتدر . بر حالده‌كه ح عدد تامنك عینی بر قیمتی یعنی بورونك چیقاره‌بیلدیكی اصوات مؤلفه‌دن لاعلى التعیین بری ایچون بورو داخلنده یكدیكرندن :

$$\frac{\text{٤ط}}{\text{٢ح}+\text{١}}$$

قدر بربعدله تفریق ایدلمش اولان نقطه‌لرده ــ سرعت اهتزازی و ـه مقدار تكاثفی عینی قیمتی حائزدر . بوندن آكلاشیلیركه :

$$\frac{\text{٤ط}}{\text{٢ح}+\text{١}}$$

فاصلهٔ بعدیه‌سی بورونك داخلنده انتشار یدن صوتك طول موجندن باشقه برشی دكلدر .
بو حالده طول مذكور ل ایله افاده ایدیله‌جك اولور ایسه :

$$\text{ل}=\frac{\text{٤ط}}{\text{٢ح}+\text{١}}$$

بولنور . صوت اصلی ایچون ح = ٠ اولدیغندن صوت مذكورك طول موجی

$$\text{ل}=\text{٤ط}$$

اولمق و تعبیر آخرله بورونك طولنك درت مثلنه مساوی بولنمق لازم كلیر .

شمدی بورو داخلنده بر آنده ، بر صوت معین ایچون ، سرعت اهتزازلری صفر اوله‌بیلن نقاطی تحری ایده‌لم : بونك ایچون ــ افاده‌سنك س فصله‌سنه تابع بولنان :

$$\text{جب}\left(\text{٢ح}+\text{١}\right)\frac{\pi\,\text{س}}{\text{٢ط}}$$

مضروبی صفره مساوی قلمق كفایت ایدر . فی الحقیقه :

$$\text{جب}\left(\text{٢ح}+\text{١}\right)\frac{\pi\,\text{س}}{\text{٢ط}}=\text{٠}$$

معادله‌سندن ، ں بر عدد صحیح اولمق اوزره ،

$$\text{س}=\frac{\left(\text{٢ں}+\text{١}\right)\text{ط}}{\text{٢ح}+\text{١}}$$

بولنور . بو حالده ح عدد صحیحنك بر قیمت معینه‌سی [یعنی هر بر صوت مؤلف] ایچون ں عدد تامنه صره‌سیله ٠ ، ١ ، ٢ ، ... قیمتلری ویرلدیكی حالده بولنه‌جق اولان :

$$\frac{\text{ط}}{\text{٢ح}+\text{١}}\quad\frac{\text{٣ط}}{\text{٢ح}+\text{١}}\quad\frac{\text{٥ط}}{\text{٢ح}+\text{٢}}\quad\cdots\quad\frac{\left(\text{٢ح}+\text{١}\right)}{\left(\text{٢ح}+\text{١}\right)}\text{ط}\qquad(\text{١٨})$$

بعدلرینه تصادف ایدن نقطه‌لرده سرعت اهتزاز صفره مساوی بولنوركه بو نقطه‌لره «عقده نقطه‌لری» دینیلیر .

بربرینی متعاقب ایكی عقده نقطه‌سی بیننده‌كی فاصله علی السویه :

$$\text{س}_{\text{ں}+\text{١}}-\text{س}_{\text{ں}}=\frac{\text{٢ط}}{\text{٢ح}+\text{١}}=\frac{\text{ل}}{\text{٢}}$$

نصف طول موجنه مساویدر .

دیكر طرفدن ینه بورو داخلنده بر صوت مؤلف [یعنی ح عددینك بر قیمتی] ایچون ـه مقدار تكاثفی صفر اولان نقطه‌لر آرانیله‌جق اولسه بونده ـه افاده‌سنك س متحولنی حاوی مضروبی صفره مساوی قیلمق كفایت ایدر . بو حالده :

$$\text{حب}\left(\text{٢ح}+\text{١}\right)\frac{\pi\,\text{س}}{\text{٢ط}}=\text{٠}$$

و بنابرین ں بر عدد صحیح اولمق اوزره ؛

$$\text{س}=\frac{\text{٢ں ط}}{\text{٢ح}+\text{١}}$$

استحصال اولنور .

بناءً علیه عینی صوت مؤلف ایچون ں عدد تامنه ١ ، ٢ ... قیمتلری ویرلدیكی حالده بولنه‌جق اولان :

$$\frac{\text{٢ ط}}{\text{٢ ح} + \text{١}} \quad \frac{\text{٤ ط}}{\text{٢ ح} + \text{١}} \quad \frac{\text{٦ ط}}{\text{٢ ح} + \text{١}} \quad \cdots \quad \frac{\text{٢ ر ط}}{\text{٢ ح} + \text{١}} \qquad (\text{١٩})$$

مسافه‌لرینه تصادف ایدن نقطه‌لرده مقدار تکاثف صفر اولور ؛ تعبیر آخرله تضییق ، تضییق خارجی‌یه مساوی بولنور که بو نقطه‌لرده‌ده بالخاصه بطن نقطه‌لری ،نامی ویریلیر.

بر برینی متعاقب ایکی بطن آره‌سنده‌کی فاصله علی‌السویه :

$$\text{س}_{\text{ر}+\text{١}} - \text{س}_{\text{ر}} = \frac{\text{٢ ط}}{\text{٢ ح} + \text{١}} = \frac{\text{ل}}{\text{٢}}$$

در .

عقده و بطن نقطه‌لرینك مدخله اولان بعدلرینی افاده ایدن بو ایکی سلسله نظر دقته آلنه‌جق اولورایسه کورولور که قاپالی بر بوروده بورونك آغزی دائما بربطن و قاعده‌سی برعقده اولمق اوزره بطن وعقده‌نقطه‌لری متناوباً موضوع ویکدیکرندن $\frac{\text{ل}}{\text{٢}} = \frac{\text{ط}}{\text{٢ ح} - \text{١}}$ قدر بر فاصله ایله متفرقدر .

بو ایضاحاتدن آکلاشیله‌جغی ارزره قاپالی بر بوروده عقده و بطن نقطه‌لرینك عدد و مواقعی بورودن چیقاریلان صوته [یعنی ح عددینك قیمتنه] کوره تحول ایدر .

٤٩ برنوللی قوانینی . — بورایه قدر استخراج اولنان نتایج خلاصه ایدیله‌جك اولور ایسه قاپالی بورولر حقنده برنوللی‌نك قوانیننه دسترس اولنور :

اولا قاپالی بر بورو صوت اصلی ایله فرد مرتبه‌دن اولان اصوات مؤلفه‌یی اعطا ایده‌بیلیر .

ثانیاً بو اصواتدن هر برینك پرده‌سی ـ شرائط متساویه تحتنده ـ بورونك طولیله معکوساً متناسبدر .

ثالثاً قاپالی بر بورونك اعطا ایلدیکی صوت اصلینك طول موجی بورونك طولنك درت مثلنه مساویدر .

رابعاً بورونك‌مبدأی بطن ومنتهاسی عقده‌اولمق اوزره عقده وبطن نقطه‌لری متناوباً موضوع و بینلری ربع طول موج قدر بر بعد ایله مفصولدر .

٥٠ آچیق صدا بوروسی . — ایکی طرفی آچیق، قطری‌طولنه نسبتله اصغر، جدارلری غایت متین بر اسطوانی صدا بوروسی تصور ایده‌لم و بونك مدخلنده حصوله کتیریلن بر صوتك بورو درونده صورت انتشارینی تدقیق ایلیه‌لم .

برنوللی‌یه توفیقاً بورونك سربست اولان ایکی اوجنده تضییق هوا ، تضییق نسیمی‌یه مساوی بولنه‌جغندن ه مقدار تکاثفی صفر اولور . بوحالده بورونك طولی ط ایله کوسترلدیکنه و مدخلی مبدأ اتخاذ ایدلدیکنه کوره :

$$\frac{\text{ها}^{\text{٢}}\text{ص}}{\text{ها ن}^{\text{٢}}} = \text{ب}^{\text{٢}} \frac{\text{ها}^{\text{٢}}\text{ص}}{\text{ها س}^{\text{٢}}} \qquad (\text{١})$$

معادلهٔ تفاضلیه‌سنك

ص = (ن حب ب ء ن + نَ محب ب ء ن) (ه حب ء س + هَ محب ء س)

تمامیسی :

$$\text{س} = \text{٠} \quad \text{قیمتی ایچون} \quad \text{ه} = - \frac{\text{ها ص}}{\text{ها س}} = \text{٠} \qquad (\text{٢})$$

$$\text{و} \quad \text{س} = \text{ط} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \frac{\text{ها ص}}{\text{ها س}} = \text{٠} \qquad (\text{٣})$$

شرطلرینه توافق ایتمه‌سی ایجاب ایدر.

اینشه مادهٔ سابقه‌ده کورولدیکی اوزره :

$$\text{ه} = - \frac{\text{ها ص}}{\text{ها س}} = -(\text{ن حب ب ء ن} + \text{نَ محب ب ء ن})(\text{ه ء محب ء س} + \text{هَ ء حب ء س})$$

اولدیغندن بو افاده‌نك ، ن زمانی هر نه اولور ایسه اولسون، (٢) شرطنه توافق ایتمه‌سی مطلقا

ه ء محب ء س — هَ ء حب ح س

مضروبنك ، س = ٠ قیمتی ایچون ، صفره مساوی بولنماسنه متوقفدرکه بوده :

ه = ٠

نتیجه‌سنی اعطا ایدر و بوحالده ص تابعی‌ده :

ص = (ن حـ ب ء ⊙ + نُ محـ ب ح ⊙) هُ محـ ء س

شكلنى كسب ايلر .

ثانياً بو شكلى كسب ايدن ص تابعنك‌ده (۳) شرطنه توافق ايتمه‌سى ايچونده :

ه = ‒ هاس / هاس = ‒ (ن حـ ب ء ⊙ نُ محـ ب ء ⊙) هُ ء حـ ء س

افاده‌سنده واقع هُ ء حـ ء س مضروبنك س = ط قيمتى ايچون صفر اولماسى

يعنى :

هُ ء حـ ء ط = ۰

وبنابرين ح بر عدد تام اولمق اوزره :

ء ط = ح π ويا ء = ح π / ط

بولنماسى لازمدر . ايشته بو ايكى شرط حكميه‌يه توافق ايدن ص تابعى :

ص = هُ محـ ح π س / ط (ن حـ ح π ب ⊙ / ط + نُ محـ ح π ب ⊙ / ط)

اولوركه تابع مذكورده هُ امثالندن صرف نظر اولنديغى و ح عددينك يالكز قيمت مثبته‌سى ايله اكتفا قلنديغى حالده :

ص = محـ ح π س / ط (ن حـ ح π ب ⊙ / ط + نُ محـ ح π ب ⊙ / ط) (۶)

صورتنده يازيله بيلير

شمدى شرائط حكميه‌يه توافق ايدن بو تابعك ⊙ ، س متحوللرينه نظراً مشتقلرينى آلەرق ب ، و ه مقدارلرينك افاده‌لرينى استحصال ايده‌لم. بو حالده :

ب = هاس / ها⊙ = (ن ح π ب / ط حـ ح π ب ⊙ / ط ‒ نُ ح π ب / ط محـ ح π ب ⊙ / ط) محـ ح π س / ط

ه = ‒ هاس / هاس = ‒ (ن حـ ح π ب ⊙ / ط + نُ محـ ح π ب ⊙ / ط) ح π / ط حـ ح π س / ط

وياخود : ن ح π ب / ط = پ و نُ ح π / ط = پُ

وضعيله:

ب = (پ ب حـ ح π ب ⊙ / ط ‒ پُ ب محـ ح π ب ⊙ / ط) محـ ح π س / ط (۷)

ه = ‒ (پ حـ ح π ب ⊙ / ط ‒ پُ محـ ح π ب ⊙ / ط) حـ ح π س / ط (۸)

بولنور .

موضوع بحث اولان بورو مسئله‌سنى ايكى جهتدن غير محدود بر ستون هوا مسئله‌سنه تحويل ايچون، ب و ه مقدارلرينك بو قيمتلرينك حال ابتدائى‌يه توافق ايتمه‌لرى وبونك ايچونده ⊙ = ۰ زماننده بولنه‌جق اولان :

ب. = پ ب محـ ح π س / ط (۹)

ه. = پُ حـ ح π س / ط (۱۰)

قيمتلرينك نظير نظيره :

ب. = ب تا (س) ‒ ب ع (س) = ى (س)

ه. = ‒ تا (س) ‒ عَ (س) = و (س)

تابعلرينه معادل بولنماسى لازمدر . حال بوكه ، س = ۰ ايله س = ط آره‌سنده

ى (س) = پ ب محـ ح π س / ط

و (س) = پُ حـ ح π س / ط

اولديغى فرض ايتلك ى ، و تابعلرينى :

ى (‒ س) = ى (س) (۱۱)

$$\text{و}(-\text{س}) = -\text{و}(\text{س}) \qquad (١٢)$$

شرطلرینه توافق ایده‌جك صورتده دوری اولدقلری قبول ایتمك دیمكدر. بو ایسه ممكندر. زیرا نی، بو تابعلری س = ٠ و س = ط غایه‌لری خارجنده كیفی بر تابع بولندیغندن بونلری س = ٠ ایله س = ط آره‌سنده (١١) و (١٢) شرطلرینه توافق ایده‌جك صورتده انتخاب ایتمك كوچ دكلدر.

ایشته بو فرضیات دائره‌سنده، موضوع بحث اولان بورو مسئله‌سی بر اسطوانهٔ غیر محدوده مسئله‌سنه تحویل ایدلمش بولنه‌جغندن مسئلهٔ مذكوره (٧)، (٨) دستورلرینه توفیقاً بروجه آتی حل ولنور. شویله كه: بو دستورلره نظراً: بویله بر بورو ، ب و ه مقدارلری هم س مسافه‌سنك هم ه زمانك بر تابع دوریسندن عبارت اولدقلری ثابت اولور.

شمدی اولا ح عدد تامنك لاعلی التعیین بر قیمت مثبته‌سنه كوره ب و ه مقدارلرینك ه زمانه نظراً دورلری:

$$\text{ح}\,\frac{\text{ب}\,\pi\,\text{ه}}{\text{ط}} = 2\pi$$

مساواتندن استحصال اولنان:

$$\text{ه} = \frac{2\,\text{ط}}{\text{ح}\,\text{ب}}$$

مدته مساویدر. بر صورتده كه بورو داخلنده فصله‌سی س اولان بر نقطهٔ ثابته‌ده

$$\text{ه} = \frac{2\,\text{ط}}{\text{ح}\,\text{ب}}$$

فاصله‌سی ایله آیرلمش زمانلرده سرعت اهتزاز و مقدار تكاثف عینی قیمتلری كسب ایدرلر. بو صورتله تعریف اولنان ه مدتی ایسه بورو داخلنده كائن لاعلی التعیین بر نقطه‌دن بر موج تامك مروری ایچون كچن زماندن و دها طوغروسی بورونك مدخلنده وقوعه كتیریلن صوتی حاصل ایدن حركت اهتزازیه‌نك ه دورندن باشقه برشی دكلدر. بنابرین:

$$\text{ن} = \frac{2\,\text{ط}}{\text{ح}\,\text{ب}} \qquad (١٣)$$

اوله‌جغی كبی حاصل اولان صوتك ثانیهٔ واحده‌ده كی م عدد اهتزازیده:

$$\text{م} = \frac{1}{\text{ن}} = \frac{\text{ح}\,\text{ب}}{2\,\text{ط}} \qquad (١٤)$$

اولمق لازم كلیر. بوندن استنتاج اولنور كه ط طولنده بر آچیق صدا بوروسندن استحصال اولنه‌بیلن الك پست [عدد اهتزازی الك آز] صوت ح = ١ قیمتنه توافق ایدن:

$$\text{م} = \frac{1}{\text{ن}} = \frac{\text{ب}}{2\,\text{ط}}$$

صوتیدر كه بوده بورونك «صوت اصلی» سندن عبارتدر. فقط ح عدد تامی متوالیاً ١، ٢، ٣، . . فرض ایدیله‌بیله‌جكنه كوره بورودن عدد، اهتزازلری صوت اصلینك ٢، ٣، ٤، ٥، . . . مثلی اولان اصوات استحصال ایدلمه‌سی‌ده ایجاب ایدر.

ثانیاً ب، ه مقدارلرینك مدخله اولان س بعدینه نظراً دورلرینك امتدادی:

$$\text{ح}\,\frac{\pi\,\text{س}}{\text{ط}} = 2\pi$$

افاده‌سندن استحصال اولنان:

$$\text{س} = \frac{2\,\text{ط}}{\text{ح}}$$

دن عبارتدر. بروجهله كه ح عدد تامنك عینی قیمتی ایچون [یعنی بورونك چیقاردیغی اصوات مؤلفه‌دن هر بری ایچون] بورو داخلنده یكدیكرندن:

$$\text{س} = \frac{2\,\text{ط}}{\text{ح}}$$

قدر بر بعدله تفریق ایدلمش اولان نقطه‌لرده ب سرعت اهتزازی و ه مقدار تكاثفی عینی قیمتلری حائزدرلر.

بوندن آكلاشیلیر كه:

$$\frac{2\,\text{ط}}{\text{ح}}$$

فاصلهٔ بعدیه‌سی بورو داخلنده انتشار ایدن صوتك طول موجندن باشقه برشی دكلدر: طول مذكور ل ایله افاده ایدیله‌جك اولور ایسه:

$$\text{ل} = \frac{2\,\text{ط}}{\text{ح}}$$

بولنور . صوت اصلی ایچون $ح = ١$ اولدیغندن صوت مذکورك طول موجیده :

$$\text{ل} = ٢\,\text{ط}$$

و تعبیر دیکرله بورونك طولنك ضعفنه مساوی اولور .

شمدی بویله بر بورو داخلنده بر آنده بر صوت معین ایچون سرعت اهتزازلری صفر اولان نقاطی تحری ایدهلم : بونك ایچون س افادهسنده س فصلهسنه تابع بوانان :

$$\text{جب}\ ح\ \frac{\pi\,\text{س}}{\text{ط}}$$

مضروبنی صفره مساوی قلمق کفایت ایدر . فی‌الحقیقه :

$$\text{جب}\ ح\ \frac{\pi\,\text{س}}{\text{ط}} = ٠$$

معادلهسندن ، ر بر عدد صحیح اولمق اوزره :

$$\text{س} = \frac{(٢ر + ١)}{٢ح}$$

بولنور . ایشته ه عدد صحیحنك بر قیمت معینهسی ایچون ر عدد تامنه صرهسیله ٠ ، ١ ، ٢ ، ٢ . . . قیمتلری ویریلهجك اولور ایسه مدخلدن متوالیاً :

$$\frac{\text{ط}}{٢ح} \quad \frac{٣\,\text{ط}}{٢ح} \quad \frac{٥\,\text{ط}}{٢ح} \ . \ . . . \quad \frac{(٢ر + ١)}{٢ح} \qquad (١٣)$$

بعدلرینه دسترس اولنورکه بو بعدلره تصادف ایدن نقطهلر « عقده » نقطهلرندن عبارتدر.

بربرینی متعاقب ایکی عقده نقطهسی آرهسنده کی بعد :

$$\text{س}_{ر+١} - \text{س}_{ر} = \frac{\text{ط}}{ح} = \frac{\text{ل}}{٢}$$

نصف طول موجنه مساویدر .

دیکر طرفدن ینه بورو داخلنده بر صوت مؤلف ایچون نه مقدار تقبضنك صفر اولدیغی نقطهلر آرانیلهجق اولور ایسه بونك ایچونده :

$$\text{جب}\ ح\ \frac{\pi\,\text{س}}{\text{ط}} = ٠$$

وضع ایلمك کفایت ایدر . فی‌الحقیقه ، ر ینه بر عدد تام اولمق اوزره :

$$\text{س} = \frac{ق}{ح}\,\text{ط}$$

استحصال ایدیلیرکه بونده‌ده متوالیاً ق عدد تامنه ٠ ، ١ ، ٢ . . . . قیمتلری ویرلدیکی حالده بطن نقطهلرینك مدخله اولان :

$$٠ ، \quad \frac{\text{ط}}{ح} \quad \frac{٢\,\text{ط}}{ح} ، \quad \frac{٣\,\text{ط}}{ح} \ . . . . \quad \frac{ق\,\text{ط}}{ح} \qquad (١٨)$$

بعدلری بولنور .

بربرینی متعاقب ایکی بطن آرهسنده‌کی مسافه علی‌السویه :

$$\text{س}_{ر+١} - \text{س}_{ر} = \frac{\text{ط}}{ح} = \frac{\text{ل}}{٢}$$

نصف طول موجنه مساویدر .

عقده وبطن نقطهلرینك مدخله اولان بعدلرینی افادهایدن بوایکی سلسلهدن ظاهر اولهجغی وجه اوزره آچیق برصدا بوروسنده آغز ایله قاعده بربطن اولمق اوزره بطن و عقده نقطهلری متناوباً تکرر ایدر ؛ ویکدیکرندن $\frac{\text{ل}}{٤} = \frac{\text{ط}}{٢ح}$ قدر بر فاصله ایله موضوع بولنور .

ایشته بورایه قدر استخراج اولنان نتایج خلاصه ایدیلهجك اولور ایسه آچیق صدا بورولری حقنده برنوللی‌نك بروجه آتی قانونلرینه دسترس اولنور :

٥١ برنوللی قوانینی . — اولا آچیق بر بورو صوت اصلی ایله برابر کافهٔ اصوات مؤلفهیی اعطا ایدهبیلیر .

ثانیاً بو اصواتدن هر برینك پردهسی - شرائط متساویه تحتنده - بورونك طولیله معکوساً متناسبدر .

ثالثاً آچیق بر بورینك اعطا ایلدیکی صوت اصلینك طول موجی بورونك ضعف طولنه مساویدر .

رابعاً بر آچیق بوری واسطهسیله استحصال اولنان صوت اصلی ضعف طولندهقاپالی بر بورو واسطهسیله استحصال ایدیلن صوت اصلی‌یه مساویدر .

خامساً بر آچیق بورونك مبدأ و منتهاسی بطن اولمق اوزره عقده وبطن نقطهلری متناوباً موضوع و بینلری ربع طول موج قدر بر فاصله ایله متفرقدر .

٨

٥٢ **نتایج سابقه‌نك تداخل نظریه‌سی ایله ایضاحی .** — بر نوللی نظریه‌سنده صدا بورولرنده وجودی تحقق ایدن عقده وبطن نقطه‌لرینك ظهوری «تداخل» حادثه‌سنك بر نتیجه‌سیدر. شویله که: بر بورونك آغزنده حصوله کتیریلن حرکت اهتزازیه هوا واسطه‌سیله نهایتنه‌قدر انتشار ایلیه‌رك بوراده انعکاس ایلیه‌جکی وحاصل اولان حرکت منعکسه ، حرکت مبسوطهٔ اصلیه‌یه انضمام و التحاق ایده‌جکی جهتله عقده و بطن نقطه‌لرینك ظهورینه سبب اولور . فقط بو حرکت منعکسه بورونك آغزینه ورودنده بر ایکنجی دفعه دها انعکاس ایده‌جکندن عادتا حرکت مبسوطه شکلنی اکتساب ایله بورونك طولنجه انتشار ایدر. اکر بویله ایکی دفعه انعکاس ایتمش اولان بر حرکت اهتزازیه حرکت اهتزازیهٔ اصلیه‌یه توافق ایده‌جك اولور ایسه بورونك نهایتنده اوچنجی دفعه انعکاس ایده‌رك عینی بطن وعقده‌لری تولید وبورونك آغزنده دردنجی دفعه انعکاسله حرکت مبسوطه شکلنی کسب ایله حرکت اصلیه‌نی تشدید ایدر .

ایشته بو منوال اوزره ظهور ایدن حرکات منعکسه‌نك کافه‌سی نظیر نظیره یکدیکرینه انضمام ایده‌جکندن بوروده حاصل اولان صوتده کسب قوت ایلر . بو ایضاحاتدن آکلاشیلیرکه بر بورونك بر صوتی نه کبی شرائط تحتنده تقویه ایتدیکنی تعیین ایچون بو صوتی حصوله کتیرن حرکت اهتزازیه ایله ایکی دفعه انعکاس ایدن حرکت اهتزازیه آراسنده بر توافق تامك حصولی شرائطنی تعیین ایتمك کفایت ایدر . بو شرائطك تعیینی ایچونده قاپالی ویا آچیق بر اسطوانهٔ محدوده داخلنده انتشار ایدن امواجك تداخلنی نظر اعتباره آلمق لازمدر .

٥٣ **براسطوانهٔ محدوده داخلنده‌کی امواجك تداخلی .** — بر نهایتی بر مستوی ایله مسدود براسطوانی بورونك مدخلنده حصوله کتیریلن بر حرکت اهتزازیه‌نك انتشارینی تخطر ایده‌لم .

بو حرکت اهتزازیه اسطوانه‌نك نهایتنه قدر بر حرکت متساویه ایله انتشار ایده‌رك اوراده اولجه کوروله‌جکی اوزره بالانعکاس اسطوانه‌نك مدخلندن لاینقطع ورود ایدن اهتزازاته التحاق ایدر .

اسطوانه‌نك قاپالی اولان نهایتندن اعتباراً س بعدنده بولنان بر ك مقطعی اوزرنده کائن بر نقطه‌ده حرکت اهتزازیه‌نك سرعتی ، اسطوانه‌نك طولی ط اولدیغنه کوره ، (١٧) نومرولی دستوره توفیقاً :

$$\text{ب}_{1} = \text{و}\ \text{جب}\ 2\pi\left(\frac{\text{ت}}{\text{م}} - \frac{\text{ط} - \text{س}}{\text{ل}}\right)$$

اولور .

اسطوانه‌نك مدخلندن صدور ایله قاپالی اولان نهایتنده بعدالانعکاس بو اثناده مقطع مذکوره عودت ایدن حرکت اهتزازیهٔ منعکسه‌نك نقطهٔ مفروضه‌یه اعطا ایده‌جکی سرعتده :

$$\text{ب}_{2} = -\text{و}\ \text{جب}\ 2\pi\left(\frac{\text{ت}}{\text{م}} - \frac{\text{ط} + \text{س}}{\text{ل}}\right) .$$

اولمق لازم کلیر .

ایمدی بو نقطه‌ده حرکت محصله‌نك سرعتی بو سرعت مرکبه‌لر مجموعنه مساوی اوله‌جغندن :

$$\text{ب} = \text{ب}_{1} + \text{ب}_{2} = \text{و}\ \text{جب}\ 2\pi\left[\left(\frac{\text{ت}}{\text{م}} - \frac{\text{ط}}{\text{ل}}\right) + \frac{\text{س}}{\text{ل}}\right] - \text{و}\ \text{جب}\ 2\pi\left[\left(\frac{\text{ت}}{\text{م}} - \frac{\text{ط}}{\text{ل}}\right) - \frac{\text{س}}{\text{ل}}\right]$$

ویاخود :

$$\text{ب} = 2\,\text{و}\ \text{جب}\ 2\pi\frac{\text{س}}{\text{ل}}\ \text{تجب}\ 2\pi\left(\frac{\text{ت}}{\text{م}} \quad \frac{\text{ط}}{\text{ل}}\right)$$

بولنور .

شمدی بو دستوری مناقشه ایده‌لم :

اولا ، لاعلی‌التعیین بر زمانده $\text{جب}\ 2\pi\frac{\text{س}}{\text{ل}} = 0$ ویاخود $\text{س} = 2\,\text{ح}\,\frac{\text{ل}}{4}$ اولان مقطعلرده ب سرعت محصله‌سی صفر اولور .

ایشته بو شرطه توافق ایدن یعنی اسطوانه‌نك نهایتنه اولان بعدی نصف طول موجك امثالی ویا ربع طول موجك زوج مثلی اولان ۰ ، $\frac{2\text{ل}}{4}$ ، $4\frac{\text{ل}}{4}$ ، کبی مقطعلر عقده نقطه‌لرینی حاوی اولان مقطعلردن عبارت اولور .

ثانیاً ، لاعلی‌التعیین بر زمانده بر نقطه‌ده:

$$\text{جب}\ 2\pi\frac{\text{س}}{\text{ل}} = \pm 1 \quad \text{ویاخود}\quad \text{س} = (2\,\text{ح} + 1)\frac{\text{ل}}{4}$$

بولنور ایسه ب سرعت محصله‌سی‌ده قیمت مطلقه‌جه اعظمی اولور .

ایشته بو شرطه توافق ایدن تعبیر آخرله اسطوانه‌نك نهایتنه اولان بعدی $\frac{\text{ل}}{4}$ ، $\frac{3\text{ل}}{4}$ ، $\frac{5\text{ل}}{4}$ .. کبی ربع طول موجك فرد مثلی اولان مقطعلرده سرعت اعظمی اوله‌جغندن

بو مقطعلر بطن نقطه‌لرینی حاوی بولنور ؛ وبربرینی متعاقب ایکی بطنده عینی زمانده‌کی سرعتلر یکدیکرینه معکوس اولور .

ثالثاً، بویله براسطوانه‌نك بر سس چیقاره‌بیلمه‌سی ایچون آغزندن س = ٢ط بعدنده ب، ب سرعت مبسوطه و سرعت منعکسه‌لرینك یکدیکرینه توافق ایتمه‌سی اقتضا ایدرکه بونك ایچون‌ده :
١ ٢

$$\text{و جب ٢}\pi\ \frac{\text{ن}}{\text{ه}} = -\text{و جب ٢}\pi \left(\frac{\text{ن}}{\text{ه}} - \frac{\text{٢ط}}{\text{ل}}\right)$$

و بنابرین

$$\text{٢}\pi\ \frac{\text{٢ط}}{\text{ل}} = (\text{٢ح} + \text{١})\pi$$

ویاخود ثانیهٔ واحده ظرفنده‌کی عدد اهتزازات م ایله کوستریلدیکنه کوره ،

$$\text{ل} = \frac{\text{ب}}{\text{م}}$$

اولمغله

$$\frac{\text{٤}\pi\text{ط م}}{\text{ب}} = \text{٢ح} + \text{١}$$

والحاصل

$$\text{م} = \frac{\text{ب}(\text{٢ح} + \text{١})}{\text{٤ط}} \qquad (\text{١})$$

بولنماسی لازم وکافیدر.

ایشته قاپالی بر بورودن صوتك چیقماسی ایچون وجودی اقتضا ایدن شرط بوندن عبارتدر .

رابعاً ، هر برقطعه‌ده هوانك کثافتی ب، ب سرعتلری بیننده‌کی تفاضل ایله متناسبدر.
بو تفاضلی اعطا ایدن :

$$\text{ب}_\text{١} - \text{ب}_\text{٢} = \text{٢ و محب ٢}\pi\ \frac{\text{س}}{\text{ل}}\ \text{حب ٢}\pi \left(\frac{\text{ن}}{\text{ه}} - \frac{\text{ط}}{\text{ل}}\right)$$

دستوریله یوقاریده‌کی

$$\text{ب}_\text{١} + \text{ب}_\text{٢} = \text{٢ و حب ٢}\pi\ \frac{\text{س}}{\text{ل}}\ \text{محب ٢}\pi \left(\frac{\text{ن}}{\text{ه}} - \frac{\text{ط}}{\text{ل}}\right)$$

دستوری مقایسه ایدیله‌جك اولور ایسه اولا ه ، ل مقدار ثابتلری هر ایکیسنده بر

اولدیغی جهتله تقبضات هوائیه‌نك سرعت محصله کبی عینی تحولاته تابع بولندیغی کورولور؛ ثانیاً بودستورلرك ایکنجیسنده حب ٢π س/ل وحالبوکه برنجیسنده محب ٢π س/ل اولدیغی مشاهده اولنورکه بوده انبساطات وتقبضاتك عقده نقطه‌لرنده اعظمی وبطن نقطه‌لرنده اصغری اولدیغنی وسرعت محصله‌نك ایسه بالعکس عقده نقطه‌لرنده صفر وبطنلرده اعظمی بولندیغنی ایما ایدر .

٥٤. — عینی اصوله توفیقاً آچیق براسطوانه‌ده‌کی اهتزازات هوائیه قوانینی ده استخراج اولنه‌بیلیر. بونك ایچون یوقاریکی حساباتی ، ب₂ سرعتنه — اشارتنی ویره‌رك تکرار ایتمك کفایت ایدر. چونکه آچیق بورولرك نهایتلرنده وقوعه کلن انعکاس تبدیل اشارتسز انعکاسدر. بناءً علیه سرعت محصله دستوری :

$$\text{ب} = \text{ب}_\text{١} - \text{ب}_\text{٢} = \text{٢ و محب ٢}\pi\ \frac{\text{س}}{\text{ل}}\ \text{حب ٢}\pi \left(\frac{\text{ن}}{\text{ه}} - \frac{\text{ط}}{\text{ل}}\right)$$

و ب، ب سرعتلرینك تفاضلنی اعطا ایدن دستورده
١ ٢

$$\text{ب}_\text{١} + \text{ب}_\text{٢} = \text{٢ و حب ٢}\pi\ \frac{\text{س}}{\text{ل}}\ \text{محب ٢}\pi \left(\frac{\text{ن}}{\text{ه}} - \frac{\text{ط}}{\text{ل}}\right)$$

اولورکه بوده اولکی حالده‌کی بطنلرك عقده و عقده‌لرك بطن اولملرینی انتاج ایدر.

بویله آچیق بر اسطوانه‌نك سس چیقاره‌بیلمه‌سی ایچون س = ٢ ط بعدنده وعینی زمانده ب، ب سرعتلرینك یکدیکرینه توافق ایلمه‌سی اقتضا ایدرکه بونك ایچون‌ده :
١ ٢

$$\text{و حب ٢}\pi\ \frac{\text{ن}}{\text{ه}} = \text{حب ٢}\pi \left(\frac{\text{ن}}{\text{ه}} - \frac{\text{٢ط}}{\text{ل}}\right)$$

وبنابرین :

$$\text{٢}\pi\ \frac{\text{٢ط}}{\text{ل}} = \text{٢ح}\pi$$

اولماسی کافیدر .

فقط بورودن چیقان صوتك ثانیهٔ واحده‌ده‌کی عدد اهتزازی م اولدیغنه کوره :

$$\text{ل} = \frac{\text{ب}}{\text{م}}$$

بولنه‌جغندن

$$\text{٢}\pi\,\frac{\text{٢ ط م}}{\text{ب}} = \text{٢ ح}\,\pi$$

والحاصل

$$\text{م} = \text{ح}\,\frac{\text{٢ ط}}{\text{ب}} \qquad (\text{٢})$$

استحصال ایدیلیرکه آچیق بورولردن صوتك چیقماسی ایچون اقتضا ایدن شرائطده بوندن عبارتدر .

بطن نقطه‌لرنده مقدار تکاثف صفر اولدیغی تعبیر آخرله بوراده هوانك تضییق وکثافتی هوای خارجینك تضییق وکثافتنه مساوی بولندیغی جهتله بونقطه‌لرده برر دلیك آچیله‌جق اولور ایسه بورودن چیقان صوتك پرده‌سی تغیر ایتمز .

عقده نقطه‌لرنده ایسه سرعت اهتزاز صفر اولماسنه مبنی هوا حال سکونده ایسه‌ده تضییق حد اعظمیده بولندیغندن بو نقطه‌لرك برنده بر دلیك آچیله‌جق اولسه درحال صوتك پرده‌سی ترفع ایدر .

٥٥ **تحقیقات تجربیه** . — نظریات سابقه‌دن استخراج اولنان قوانینك اوچنجیلرندن ماعداسی بالتجربه تحقق ایتمشدر [١] . آنجق آچیق و قاپالی بورولرده صوت اصلی‌یه عائد طول موج ایله بورونك طولی بیننده‌کی مناسبت محتاج تصحیح کورولمشدر. شویله که: آچیق بر بورونك ط طولی صوت اصلی‌یه مخصوص طول موجنك نصفندن و قاپالی بر بورونك طولی‌ده ینه صوت اصلی‌نك طول موجنك ربعندن دون بولنمشدر .

بوندن باشقه عقده وبطن نقطه‌لری یکدیکرندن علی السویه $\frac{\text{ل}}{\text{٤}}$ قدر برفاصله‌ایله تفریق ایدلمش ایسه‌ده آغزه قریب اولان عقده ایله آچیق بورولرده الك صوك عقده وقاپالی بورولرده‌ده الك صوك بطن بورونك اوجلرندن $\frac{\text{ل}}{\text{٤}}$ مقدارندن دها دون بر مسافه‌ده واقع اولدقلری

[١] بر صدا بوروسنك حصوله کتیردیکی صوت اصلینك یالکز مؤلفه‌لرینی چیقاره‌بیلدیکنی الك اول راهب - مرسن [P . Mersenne] خبر ویرمش و سووور [Sauveur] كده بوكا مماثل حادثاتی ١٧٠١ ده نشر اولنان « انجمن دانش مخطرات » نده ذکر ایلدیکی کورولمش ایسه‌ده بو کیفیت شرقده پك قدیمدن بری معلوم بولنمشدر . فی الحقیقه شرقه مخصوص اولان بر منصور « نای » نده تکمیل دلیکاری قاپانمق ومتوالیاً شدتلی ودها شدتلی اوفورولمك صورتیله قبارست، راست، نوا کردانیه پرده‌لری استحصال ایدلمکده‌در . بونلرك صوك اوچی صوت اصلی اولان قباراستك اصوات مؤلفه‌سندن باشقه بر شی دکلدر . مع مافیه کرك آچیق کرك قاپالی بورولردن صوت اصلیدن باشقه بویله اصوات عالیه‌نك صدوری قانونی الك اول برنوللی وضع و تأسیس ایلمشدر .

تحقق ایتمشدر. ایشته علی العاده کونیغ [Kœunig] طرفندن « صدا بورولرینك اوجلرنده‌کی تغیرات » نامی تحتنده کشف اولنان انتظامسزلق بوندن عبارتدر .

٥٦ **بورولرك اوجلرنده وقوعه کلن تشویشات** . — صدابورولرینك اوجلرنده حصوله کلن تشویشاتك الك مهمی آغزلرنده مشهود اولان انتظامسزلقدر . بوانتظامسزلق، الك اول حال اهتزازه کتیریلن قطعهٔ هوانك هر نقطه‌سنده، نظریه‌ده فرض اولندیغی کبی، مقدار تقبضك صفر اولماسیدرکه بوراده طرز تهزیزدن متولد بر کیفیتدر .

آچیق بر بورو درونده اهتزاز ایدن ستون هوا بورونك خارجنده بر مسافه‌یه قدر امتداد ایتدیکندن، حرکت اهتزازیه‌نك هوای خارجی اوزرنده‌کی انعکاسی بورونك صوك مقطعی اوزرنده وقوعه کله‌مه‌مکده و بالطبع بر آز اوته‌سنده حصوله کلمکده‌در. حالبوکه انعکاس وقوع بولدیغی نقطه‌لرده قطعیاً صفره مساوی بر مقدار تکاثفك وجودی قبول ایدیله‌مز . چونکه بورو داخلنده‌کی هوانك کثافتی هر آن حال سکونده بولنان هوای خارجینك کثافت ثابته‌سنه دکل، بالعکس حال اهتزازده بولنان بر هوانك کثافت متحوله‌سنه مساویدر .

قاپالی بورولره کلنجه : بونلرده غیر قابل تهزیز عد ایدیله‌رك بورو درونده‌کی صوك قطعهٔ هوانك سرعت اهتزازی صفره مساوی فرض اولنمش ایسه‌ده بو شرط صورت قطعیه‌ده ایفا ایدیله‌مز . مع مافیه بوندن دولایی حاصل اوله‌جق تغیرات، پك جزئی اوله‌جق صورتده بورونك قاعده‌سنی متین ومحکم یاپمقده کوچ دکلدر .

٥٧ **پواسسون نظریه‌سی** . — پواسسون ایلك دفعه اوله‌رق بورولرك سربست ولان اوجلرنده مقدار تقبضك صفر اولماسی قضیه‌سنی رد ایده‌رك وفقط بوراده سرعت اهتزازیه‌لر ایله متناسب غایت اصغر برر مقدار تقبض موجود اولدیغنی قبول ایلیه‌رك صدا بورولری ایچون برنظریه تأسیس ایلمشدر. واقعا بونظریه حادثات مشهوده‌ینی ایضاح ایلر وقوانینی خطادن تخلیص ایله بورولرك اوجلرنده وقوعه کلن تشویشاتی تصریح ایدر ایسه‌ده بوتشویشاتی عدداً تقدیره مساعد دکلدر. [١]

مؤخراً نظریهٔ مذکوره هوپکنس [Hopkins] ودها صوکره کت [Quet] طرفلرندن

[١] فرانسه انجمن دانشنك ١٨١٧ سنه‌سی مخطره‌لرینك ایکنجی جلدنده بونظریه موجوددر.

تصحيح [١] و اكمال ايدلمشدركه بورولرك اوجلرنده وقوعه كلن انعكاسات متواليه‌يى ايضاح ايدن بونظريه‌نك خلاصه‌سى بروجه آتى ذكر اولنور :

بورونك مبدأنده ت زماننده‌كى سرعتى :

س = ن̊ جب ٢ π ت/م

اولان برحركت اهتزازيه تصور ايده‌لم . بو حركت اهتزازيه بورونك نهايتنه وصولنده انعكاس ايله رجعت ايدر. هويكنس ايله متفقاً هر انعكاسك حركت اهتزازيه‌نك وسعت وصفحه‌سنده برر تبدل حصوله كتيرديكنى‌ده قبول ايده‌لم : . حركت منعكسه‌نك وسعتى، د مضروبى واحددن اصغر اولمق اوزره د ن̊ اولسون . شو حركت منعكسه حركت اصليهٔ مبسوطه‌يه انضمام ايده‌جكندن وجوده كله‌جك حركت محصله‌نك، بورونك نهايتندن س بعدنده كائن بر نقطه‌ده‌كى ن وسعتى ايله ح صفحه‌سى ـ فره‌نلك قاعده‌سنه توفيقاً ـ

ن = ن̊ [١ + د٢ + ٢ د جب ٢ π (ح′ − ح″)]

و

مماس ٢ π ح = (جا ٢ π ح′ + د جا ٢ π ح″) / (جب ٢ π ح′ + د جب ٢ π ح″)

معادله‌لريله تحديد وتعيين اولنوركه بومعادله‌لره داخل اولان ح′ ، ح″ مقدارلرى نظيرنظيره حركت مبسوطه وحركت منعكسه‌نك نقطهٔ مفروضه‌ده‌كى صفحه‌لرندن عبارتدر .

بو حركت منعكسه ايسه مبدأ يعنى مدخله وصولنده تكرار انعكاس ايدر: ايكى دفعه انعكاس ايتمش اولان بوحركتك وسعتى د د′ن = هـ ن ومبدأده‌كى صفحه‌سى‌ده ف اولسون. شوحركتده بورونك نهايتنده انعكاس ايده‌جكندن و بو اوچ دفعه انعكاس ايتمش اولان بو حركتده ايكى دفعه انعكاس ايتمش بولنان حركته انضمام ايليه‌جكندن وسعتى هـ ن و صفحه‌سى ع + ف اولان بر ايكنجى حركت محصله دها توليد ايدر. چونكه ايلك ايكى حركت‌اهتزازيه‌نك تداخلنده‌كى شرائط بونلرده دخى موجوددر؛ يالكز حركات‌مركبه‌نك وسعتلرى هـ ايله ضرب ايدلمش و هر برينك صفحه‌سى ف قدر تزييد اولنمشدر .

---

[١] هويكنس، بورولرك آچيق اوجلرنده مقدار تقبضك سرعت اهتزازلر ايله متناسب اولماسى فرضيه‌سنى هم لزومسز هم ياكلش بولمشدر. موماإليهك نظريه‌سى قامبريجده نشر اولنان [Philos. Transaction] نامنده‌كى مجموعه‌نك ١٨٣٨ سنه‌سى نسخه‌سنده مندرجدر . كت [Quet] ك مقاله‌سى‌ده پارسده نشر اولنان [Journal de Liouville] نامنده‌كى مجموعهٔ رياضيه‌نك ١٨٥٥ سنه‌سنه مخصوص يكرمنجى جلدنده مقيددر .

عينى وجه اوزره درت دفعه انعكاس ايتمش اولان حركتده بش دفعه انعكاس ايدن حركت ايله بالاتحاد وسعتى هـ٢ ن وصفحه‌سى ع + ٢ ف اولان بر «حركت محصله» وجوده كتيره‌جكى كبى الى آخره بو منوال اوزره بر چوق حركات محصله تشكل ايدر . ايشته عددى پك جزئى برزمان ظرفنده پك چوق اولان بو حركات محصله يكديكرى اوزرينه انضمام والتحاق ايده‌رك بورو داخلنده‌كى «حركت قطعيه‌يى» تشكيل ايدر. بوحالده حركت قطعيه‌نك شدتى :

ن٢ { [جب ٢ π ع + هـ جب ٢ π (ع + ف) + هـ٢ جب ٢ π (ع + ٢ف) + هـ٣ جب ٢ π (ع + ٣ف) + ...]٢
+ [جا ٢ π ع + هـ جا ٢ π (ع + ف) + هـ٢ جا ٢ π (ع + ٢ف) + هـ٣ جا ٢ π (ع + ٣ف) ...]٢ }

ويا بالاختصار :

ن٢ { [١ + هـ جب ٢ π ف + هـ٢ جب ٢ (٢ π ف) + هـ٣ جب ٣ (٢ π ف) + ...]٢
+ [هـ جا ٢ π ف + هـ٢ جا ٢ (٢ π ف) + هـ٣ جا ٣ (٢ π ف) + ...]٢ }

ايله افاده اولنور . حال بوكه [ ] داخلنده بولنان افاده‌لردن برنجيسى :

(١ − هـ جب ٢ π ف) / (١ − ٢ هـ جب ٢ π ف + هـ٢)

ايكنجيسى‌ده :

(هـ جا ٢ π ف) / (١ − ٢ هـ جب ٢ π ف + هـ٢)

افاده‌سنه مساوى اولديغندن [١] حركت قطعيه‌نك شدتى :

ن٢ · ١ / (١ − ٢ هـ جب ٢ π ف + هـ٢)

و ياخود

ن̊٢ · (١ + د٢ + ٢ د جب ٢ π (ح′ − ح″)) / (١ − ٢ هـ جب ٢ π ف + هـ٢)

---

[١] ژوزف ـ برتران [G . Bertrand] ك ١٨٦٤ سنه‌سنده باصيلان حساب تفاضلى وتماميسنك جلد اولنك ٣٨٩ صحيفه‌سنه مراجعت اولنه .

اولور. بوافادەنك مخرجی س بعدینه تابع اولمامسنه مبنی شدتك اعظمی واصغری قیمتلرینه توافق ایدن بطن وعقده نقطەلرینك موقعلریدە سادەجه صورتنه تابع اولمق لازم كلیر. شویله كه: صورتك قیمت اعظمیەلرینه، تعبیر آخرله $\text{محـ}\ ۲\pi\,(ح''-ح')$ مقدارینك $+۱$ اولدیغی نقطەلره بطنلر توافق ایدر. حالبوكه بورونك طولی ط، و بورونك نهایتنده وقوعه كلن انعكاسله حاصل اولان مقدار تأخرده ٮ ایله افاده اولنور ایسه:

$$ح''-ح' = \frac{ط+س}{ل} - \frac{ط-س}{ل} + \frac{ٮ}{ل} = \frac{۲\,س}{ل} + \frac{ٮ}{ل}$$

بولنور. بناءً علیه بطن نقطەلری، ح لاعلى التعیین بر عدد صحیح اولمق اوزره:

$$\frac{۲\,س}{ل} + \frac{ٮ}{ل} = ح \qquad \text{ویا} \qquad س = \frac{ل}{۲}\left(ح - \frac{ٮ}{ل}\right)$$

مناسبتیله تعیین ایدیله‌جكی كبی بربرینی متعاقب ایكی بطن آرەسندەكی بعدده تماماً:

$$س_{ح+۱} - س_{ح} = \frac{ل}{۲}\left[ح+۱-\frac{ٮ}{ل}\right] - \frac{ل}{۲}\left[ح-\frac{ٮ}{ل}\right] = \frac{ل}{۲}$$

یه مساویدر.

عقده نقطەلرینه كلنجه بونلرده بوقاریكی افادەنك صورتنك قیم اعظمیەسنه، تعبیر دیكرله $\text{محـ}\ ۲\,ح\,(ح''-ح')$ مقدارینك صفره مساوی بولندیغی نقطەلره توافق ایدر. بناءً علیه عقده نقطەلری:

$$\frac{۲\,س}{ل} + \frac{ٮ}{ل} = \frac{۲ح+۱}{۲}$$

ویاخود:

$$س = \frac{ل}{۲}\left[\frac{۲ح+۱}{۲} - \frac{ٮ}{ل}\right]$$

مناسبتیله تعیین ایدیله‌جكی كبی بربرینی متعاقب ایكی عقده نقطەسی آرەسندەكی فاصلەده ینه

$$س_{ح+۱} - س_{ح} = \frac{ل}{۲}\left[\frac{۲ح+۳}{۲} - \frac{ٮ}{ل}\right] - \frac{ل}{۲}\left[\frac{۲ح+۱}{۲} - \frac{ٮ}{ل}\right] = \frac{ل}{۲}$$

اولور. فقط بورونك نهایتنه الك قریب اولان بطنك بو نهایته اولان مسافەسی سَ ایله كوستریله‌جك اولور ایسه [١] دستورنده بطن مذكور ایچون ح=١ وضع اولنه‌جقندن

$$\frac{۲\,سَ}{ل} + \frac{ٮ}{ل} = ۱$$

بولنور؛ وبوندن بروجه آتی نتایج استخراج اولنور:

١ — آچیق بر بورونك نهایتنه الك قریب بولنان بطنك بو نهایته اولان بعدی:

$$سَ = \frac{ل}{۲}\left[۱ - \frac{ٮ}{ل}\right] = \frac{ل}{۲} - \frac{ٮ}{۲}$$

دن عبارتدر.

٢ — قاپالی بر بوروده ٮ مقدار تأخری $\frac{ل}{۲}$ بعدینه پك قریب بولندیغندن

$$ٮ = \frac{ل}{۲} + ٮَ$$

وضعیله بورونك نهایتنه الك قریب اولان بطنك سَّ بعدی:

$$سَّ = \frac{ل}{۲} - \frac{ٮ}{۲} = \frac{ل}{۲} - \frac{\frac{ل}{۲}+ٮَ}{۲} = \frac{ل}{٤} - \frac{ٮَ}{۲}$$

مقدارینه مساویدر.

بو ایضاحاتدن آكلاشیلاجغی اوزره بر صدا بوروسندن چیقان بر صوته عائد عقده وبطن نقطەلرینك مواضعی بورونك طولنه تابع دكلدر؛ فقط صوتك شدتی بو طوله تابعدر. فی الحقیقه بورو داخلنده بر نقطهٔ معینه ایچون س بعدی وبنابرین شدتك افادهٔ ریاضیەسنك صورتی ثابت اوله‌جغی جهتله مخرجك قیمت اصغریەسی یعنی:

$$\text{محـ}\ ۲\pi\,ف = +۱$$

قیمتی ایچون نقطهٔ مذكورەده شدت اعظمی اولور. بو حالده مبدأده وقوعه كلن انعكاسدن طولایی حاصل اولان مقدار تأخر ٮَّ ایله كوستریله‌جك اولور ایسه:

---

[١] حتى بوطول ایلك انعكاسك وقوعه كلدیكی نقطەدن دخی تعداد ایدلمش اولسه ینه عقده وبطن نقطەلرینك موقعلری بو طوله نظراً افاده ایدیلەمز.

$$\text{ف} = \frac{\text{٢ط}}{\text{ل}} + \frac{\text{ر} + \text{رَ}}{\text{ل}}$$

اولور. ایشته بورونك طولی :

$$\text{ط} + \frac{\text{ر}}{\text{٢}} + \frac{\text{رَ}}{\text{٢}} = \text{ح}\frac{\text{ل}}{\text{٢}}$$

شرطنه توافق ایتدیکی حالده حرکت منعکسه ، حرکت مبسوطه‌یه تمامی تمامنه توافق ایده‌جکندن صوت مخرجك تقویه‌سی کیفیتی حد اعظمیده بولنور. بوبابده عقله اك بسیط کلن فرضیه بو ر ، رَ مقدار تأخرلرینی ل طول موجنه غیر تابع عد ایتمکدن عبارتدر. بو فرضه کوره بونلرك مجموعی :

$$\text{ر} + \text{رَ} = \text{٢}\,\text{ط}'$$

کبی ثابت بر مقداره مساوی اوله‌جغندن صوتك تقویه‌سی ایچون اقتضا ایدن شرطده

$$\text{ط} + \text{ط}' = \text{ح}\frac{\text{ل}}{\text{٢}} \quad .$$

شکلنه منجر اولور .

ایشته آچیق بورولرده بونظریه‌یه کوره طوللر قانونی ینه عینی اولور ایسه‌ده بورودن چیقان صوتك تشدد ایتمه‌سی ایچون بورونك طولی دکل بوطول ایله ط' مقدار ثابتی مجموعنك $\frac{\text{ل}}{\text{٢}}$ نصف طول موجنك بر مثل تامی اولماسی لازمدر .

قاپالی بوروله کلنجه بونلرده:

$$\text{ر} = \text{رَ} + \frac{\text{ل}}{\text{٢}}$$

اولدیغندن :

$$\text{ر} + \text{رَ} = \text{٢}\,\text{ط}' + \frac{\text{ل}}{\text{٢}}$$

فرض اولنه‌رق :

$$\text{ط} + \text{ط}' = (\text{٢ح} - \text{١})\frac{\text{ل}}{\text{٤}}$$

بولنور .

بوندن استنتاج اولنور که قاپالی بورولرده اك زیاده شدتله تقویه ایدیلن اصوات

بورونك طوایله بر ط' مقدار ثابتی مجموعنی، ربع طول موجك فرد مثلی اولان اصواتدن عبارتدر .

٥٨ ط' مقدار ثابتنك تعیینی.— بو مقدار ثابتی تعیین ایچون ط_1 ، ط_2 ، ط_3 طولنده وعینی قطرده نظیرنظیره م_1 ، م_2 ، م_3 صوت اصلیلرینی حاصل ایدر برقاچ قاپالی بورو تصور ایدهلم. بونلرك درونندهكی سرعت صوت ب ایله کوستریله‌جك اولور ایسه :

$$\text{م}_1 = \frac{\text{ب}}{\text{ل}} = \frac{\text{ب}}{\text{٤}(\text{ط}_1 + \text{ط}')}$$

$$\text{م}_2 = \frac{\text{ب}}{\text{ل}} = \frac{\text{ب}}{\text{٤}(\text{ط}_2 + \text{ط}')}$$

$$\text{م}_3 = \frac{\text{ب}}{\text{ل}} = \frac{\text{ب}}{\text{٤}(\text{ط}_3 + \text{ط}')}$$

اوله‌جغندن بونلردن :

$$\text{٤}\,\text{م}_1(\text{ط}_1 + \text{ط}') = \text{٤}\,\text{م}_2(\text{ط}_2 + \text{ط}') = \text{٤}\,\text{م}_3(\text{ط}_3 + \text{ط}') \ldots\ldots$$

وياخود :

$$\text{ط}' = \frac{\text{م}_2\text{ط}_2 - \text{م}_1\text{ط}_1}{\text{م}_1 - \text{م}_2} = \frac{\text{م}_3\text{ط}_3 - \text{م}_2\text{ط}_2}{\text{م}_2 - \text{م}_3} = \ldots$$

استحصال ایدیلیر . ایشته ارباب حکمت طبیعیه‌دن ورتایم [Wertheim] بو صورتله اجرای تجربه ایده‌رك $\frac{\text{١}}{\text{٢٠}}$ قدر بر فرق ایله ط' طولنی بر مقدار ثابته مساوی بولمشدر . مع‌مافیه بورولرك قطرلری یکدیکرینه مساوی فرض اولندیغندن ورتایم قطرلر تحول ایتدیرلدیکی حالده مقدار ثابتك‌ده تحول ایلدیکنی ارائه ایتمشدر . [١]

٥٩ تنبیه.— علی‌العموم صدا بورولرینك نظریه‌سنده جدارلری غایت متین اولدیغی وقابل تهزیز اولمادیغی فرض وقبول اولنمش‌ایدی. حالبوکه علی‌العاده بربورودن بر سس چیقارلدیغی حالده‌بورونك جدارلری‌ده برطاقم اهتزازات عرضانیه‌اجرا ایدر. فقط بورونك

[١] ورتایم ط' مقدار ثابتی بورونك نصف قطرینك ٠.٨٦٢ مثلی‌ایله ٠.٦٣٨ مثلی آره‌سنده تحول ایدر بولمشدر .

تقویه‌ایده‌جکی اصوات بسیطه میاننده دورلری، جدارلرینك اهتزازات عرضانیه‌سندن حاصل اولان اصواتك دورلرینه مساوی بولنانلرندن ماعداسی امحا ایدلمش اولور. ایشته عینی قطعه‌ده وفقط مختلف ماده‌دن معمول بورولر ایله حاصل ایدیلن اصـواتك طنتی میاننده مشهود اولان اختلاف بو صورتله ایضاح اولندیغی کبی مختلف حال یبوست ورطوبتده بولنان بر بورینك حاصل ایلدیکی صوتك طنتجه وقوعـه کلن تحولده ینه جدارلرینك تأثیری واسطه‌سیله تفسیر ایدیله‌بیلیر .

٦٠ سرعت صوتك بورولر واسطه‌سیله تعیینی . — صـدا بورولری غازلر درونده سرعت صوتك بالواسطه و فقط پك صحیح اوله‌رق تعیینـنه مساعدرلر .

فی‌الحقیقه :

$$ب_م = ل \frac{ب}{م}$$

دستوردن آکلاشیلاجغی اوزره پرده‌سی معلوم بر صـوتك ل طول موجی تعیین ایدیله‌جك اولورسه بوندن درحال ب سرعت انتشـاری اسـتحصال اولنور . حال بوکه بورولر واسطه‌سیله ل طول موجی تعیین ایتمك قولایدر. ایشته بوخصوصده الك اول اجرای تحریات ایدن دولونغ [Dulong]در. مومالیه اولا ۱۸۲۹ سنه‌سنده ط طولنده بر اینجه‌قاپالی بورو آله‌رق بو بورونك صوت اصلیسنك طول موجی برنوللی قانوننه توفیقاً بورونك ضعف طولنه مساوی فرض ایده‌رك سرعت صوتی :

$$۲ ط = \frac{ب}{م}$$

دستوریله حساب ایلمشدر. فقط بوصورتله استحصال ایلدیکی سرعت طوغرودن طوغرویه هوا درونده بالتجربه استحصال اولنان مقداره نسبتله پك دون بولنمشدر. بونك اوزرینه بورودن ایکنجی صوت مؤلفی اخراج ایتمك و بر برینی متعاقب ایکی عقده آره‌سنده‌کی بعدی یعنی $\frac{ل}{۲}$ نصف طول موجنی حساب ایلمك صورتیله اجرای تجربه ایلمشدر . واقعا بو اصول ایله استحصال ایلدیکی ارقام علی‌العاده غازلر ایچون قبول اولنان سرعتلره پك زیاده تقرب ایتمش ایسه‌ده بورولرك اوجلرنده وقوعه کلن تشویشات داخل حساب ایدلمدیکی جهتله ارقام مذ کوره‌یه

قطعی نظریله باقیله‌مامشدر. اخیراً ورتایم بو تشویشاتی ده نظر اعتباره آله‌رق بورولرك طوللرینه طُ مقدار ثابتلرینی ضم ایتمش و بوصورتله اجرا ایلدیکی تجارب واسطه‌سیله هوا ایله دیکر غازلر درونده ،سرعت صوتك قیمت مطلقه‌سنی تعیینه موفق اولمشدر. مومالیه کوره صفر درجهٔ حرارتده هوا داخلنده سرعت صوت ۳۳۰،۹ متره‌در . [۱]

[۱] بو اصول مایعاته دخی تطبیق ایدلش ایسه‌ده هنوز طوغری بر نتیجه‌یه دسترس اولنه‌مامشدر .

باب رابع

اوتار مهتزه

تللی آلات صوتیه - اوتار مهتزه - اوتارك اهتزازات عرضانیه‌سی و معادلهٔ تفاضلیه‌سی - معادلهٔ تفاضلیه‌نك اتمامی - حالات خصوصیه - فوریه دعواسی - تایلور دستوری - اوتار مهتزه قانونلری - سرعت ابتدائیه‌سز تبدیل موضع - برمثاله تطبیق - تنبیه - یونغ قانونی - جوقلر - جبوقلرك اهتزازات طولانیه‌سی - اوتارك اهتزازات طولانیه‌لری - جبوقلرك اهتزازات عرضانیه‌سی ؛ ومعادلهٔ تفاضلیه‌سی - بومعادله‌یه توافق ایدن حرکت رقصیه - برنجی حال : جبوغك هر ایکی اوجنك سربست براقلماسی - ایکنجی حال : جبوغك اوجلرینك ثابت قلنماسی - اوچنجی حال : جبوغك بر اوجنك سربست و بر اوجنك ثابت اولماسی - دردنجی حال : بر اوجك ثابت و دیکرینك استناد ایتدیرلمه‌سی - بشنجی حال : ایکی اوجك بردن استناد ایتدیرلمه‌سی - زارلرك اهتزازی - لوحه‌لرك اهتزازی - بر مطالعه .

٦١ تللی آلات صوتیه . — اقوام قدیمهٔ مختلفه‌نك هر بری « لورا » [Lyre] دینیلن تللی سازك اختراعنی کندی مشاهیرندن برینه اسناد ایده‌کلمشدر . ازجمله یونانلیلر بو آلتك آپولون [Apollon] وبنی اسرائیل یوبال [Jubal] قدیم مصرلیلر تریسمجیست [Trismegiste] نامنی ویردکلری معبود و چینلیلر قونفوسیوس [Confucius] طرفندن اختراع ایدلمش اولدیغنی روایت ایتمشلردر. اساطیری اولان بو روایات برطرف ایدلدیکی حالده دخی تللی سازلرك ایجادی پك قدیم اولدیغنه شبهه ایدیله‌مز. فی الحقیقه اوچنجی رامسس زماننده [قبل المیلاد ١٢٥٠] قدیم مصریلرك غایت مکمل دینیله‌جك درجه‌ده تللی سازلری اولدیغی بو کون قطعیاً ثبوت بولمشدر .

علی العموم تل شکلنده معدن ویا قورصاقدن معمول ، صوك درجه‌ده قابل انحنا، فقط کرلمه صورتیله بر الاستیقیت مخصوصه کسب ایدن جسملره مبحث صوتده « وتر » ویا « تل » نامی ویریلیر. اوتار مهتزه نظریه‌سی مبحث صوتك اك مهم قسمنی تشکیل ایدر.

٦١ اوتار مهتزه‌نك معادلهٔ تفاضلیه‌سی . — اوتار مهتزه‌نك قوانینی اون یدنجی عصرده مرسن [Mersenne] طرفندن بالتجربه بولنمش؛ فقط نظریهٔ ریاضیه‌سنه اك اول ١٧٩٣ سنه‌سنده تایلور [Taylor] باشلامش ومؤخراً دانیال-برنوللی [D. Bernoulli]،

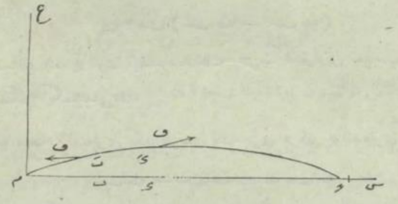
دالامبر [d'Alembert] ، اولر [Euler] ، لاغرانژ [Lagrange] طرفلرندن‌ده دوام اولنمشدر .

اوتار مهتزه‌نك نظریه‌سنی تأسیس ایچون تلك صورت مکمله‌ده قابل انحنا اولدیغی والاستیقیتدن کلیاً محروم بولندیغی فرض اولنور. بو حالده :

اولا تلك ابعاد عرضانیه‌سی غایت اصغر اولمق اقتضا ایدرکه قابل انحنا ایبلك کبی قبول اولنه‌بیلسون .

ثانیاً تل کافی درجه‌ده کرلمش اولمالی وغایت جزئی بر تبدل شکله معروض بولنمالیدرکه بوندن طولانی حصوله‌کلن قوهٔ متحولهٔ الاستیقیه قوهٔ جاره‌یه نسبتله قابل ترك عد ایدلسون .

ایشته بو شرائطی حائز اولان و بویله تبدلات شکلیهٔ جزئیه‌یه تابع بولنان بر تلك بر جزؤ اصغر نامتناهیسی هر وضعیتده وضعیت اصلیه‌سی استقامتیله اصغر نامتناهی بر زاویه تشکیل ایده‌جکندن بو زاویه‌نك قوای عالیه‌سی ترك اولنه‌بیلیر .



(شکل ٣١)

شمدی (شکل ٣١) م ، ح نقطه‌لری آره‌سنده بر ف قوتیله کرلمش بر تل تصور ایده‌لم . وبوتل اوزرنده لاعلی التعیین بر ب ی جزؤ اصغرنك بر زمان معینده‌کی موضعنی‌ده بَ یَ ایله کوستره‌لم. بو بَ یَ جزؤی بَ ، یَ نهایتلرندن ف قوهٔ جاره‌سنه مساوی بر قوت ایله کرلمش بولنور ایسه‌ده شو ایکی قوت استقامتجه متحد اولمادقلرندن موازنه‌ده بولنه‌مازلر.

جزؤ متصورك بَ نقطه‌سنه مماس استقامتنده تأثیر ایدن ف قوهٔ جاره سنك تلك وضعیت اولیه‌سی اولان م ح استقامتیله تشکیل ایلدیکی زاویه‌یی هه و یُ نقطه‌سنه تأثیر ایدن ف قوهٔ جاره‌سنك ینه بو استقامتله تشکیل ایلدیکی زاویه‌یی‌ده طه ایله افاده ایده‌لم. بوندن بشقه تلك وضعیت اصلیه‌سی استقامتی یعنی م ح خطنی س محوری وبوکا م نقطه‌سنده عمود بولنان م ع خطنی‌ده ع محوری اولمق اوزره قبول ایلیه‌لم . بو قوهٔ جاره‌لردن هر بری

ومثلا بَ نقطه‌سنه تأثیر ایدن ف قوتی بری س ودیکری ع محوری استقامتنده اولمق اوزره بربرینه عمود :

$$-\text{ف جب هه} \qquad -\text{ف حب هه}$$

کبی ایکی مرکبه تحلیل اولنه‌بیلیر . کذلك دُ نقطه‌سنه تأثیر ایدن ف قوتی‌ده ینه س ، ع محورلری استقامتلرنجه :

$$\text{ف جب طه} \qquad \text{ف حب طه}$$

مرکبلرینه تفریق اولنور .

بناءً علیه بَ دَ جزؤی س محوری استقامتنجه :

$$\text{پ}_{١} = \text{ف} \left(\text{جب طه} - \text{جب هه} \right)$$

و ع محوری استقامتنجه‌ده :

$$\text{پ}_{٢} = \text{ف} \left(\text{حب طه} - \text{حب هه} \right)$$

قوتلری تحت تأثیرنده بولنور ایسه‌ده تلك عرضاً اهتزازنی موجب اولان قوت بو مرکبلردن یالکز ایکنجیسی‌در .

فقط طه ، هه زاویه‌لری یکدیکرندن پك جزئی فرقلی بولندقلری جهتله

$$\text{حب طه} - \text{حب هه} = \text{ها حب هه}$$

کبی قبول اولنه‌بیله‌جکندن وحد ذاتنده هه زاویه‌سی اصغر بولنماسنه مبنی جیبی یرینه‌ده مماسی آلنه‌بیله‌جکندن :

$$\text{پ}_{٢} = \text{ف ها حب هه} = \text{ف ها مماس هه}$$

اولور . حالبوکه

$$\text{مماس هه} = \frac{\text{ها ع}}{\text{ها س}}$$

و

$$\text{ها مماس هه} = \frac{\text{ها}^{٢}\text{ع}}{\text{ها س}^{٢}} \text{ها س}$$

اولمقله

$$\text{پ}_{٢} = \text{ف} \frac{\text{ها}^{٢}\text{ع}}{\text{ها س}^{٢}} \text{ها س} \qquad (١)$$

حاصل اولور .

دیکر طرفدن تلك واحد طولنك کتله‌سی ك و بَ دُ طولی‌ده ها ط ایله کوستریلیر ایسه بَ دُ جزؤنك ع استقامتنجه اجرا ایلدیکی شو حرکتی حصوله کتیرن قوت جزؤ مذکورك ك ها ط کتله‌سنك $\frac{\text{ها}^{٢}\text{ع}}{\text{ها ث}^{٢}}$ مقدار تعجیلنه حاصل ضربنه مساوی بولنمقله :

$$\text{پ}_{٢} = \text{ك ها ط} \frac{\text{ها}^{٢}\text{ع}}{\text{ها ث}^{٢}} \qquad (٢)$$

اولور . ایشته (١) ، (٢) معادله‌لرندن :

$$\text{ك ها ط} \frac{\text{ها}^{٢}\text{ع}}{\text{ها ث}^{٢}} = \text{ف} \frac{\text{ها}^{٢}\text{ع}}{\text{ها س}^{٢}} \text{ها س}$$

معادله‌سنه دسترس اولنورکه بوده بَ دُ جزؤنك ع جهتنده اجرا ایلدیکی حرکتك معادله‌سندن عبارتدر .

آنجق ها ط = بَ دُ طول اصغری ، س محوری اوزرنده‌کی مرتسمی اولان ها س بعدینه اقرب نامتناهی اولمقله ها ط یرینه ها س وضع اولنه‌بیلیر . بوصورتده معادلهٔ حرکت :

$$\text{ك} \frac{\text{ها}^{٢}\text{ع}}{\text{ها ث}^{٢}} \text{ها س} = \text{ف} \frac{\text{ها}^{٢}\text{ع}}{\text{ها س}^{٢}} \text{ها س}$$

ویا

$$\frac{\text{ها}^{٢}\text{ع}}{\text{ها ث}^{٢}} = \frac{\text{ف}}{\text{ك}} \cdot \frac{\text{ها}^{٢}\text{ع}}{\text{ها س}^{٢}}$$

ویاخود

$$\frac{\text{ف}}{\text{ك}} = \text{ت}^{٢} \qquad (٢)$$

وضعیله :

$$\frac{\text{ها}^{٢}\text{ع}}{\text{ها ث}^{٢}} = \text{ت}^{٢} \frac{\text{ها}^{٢}\text{ع}}{\text{ها س}^{٢}} \qquad (٣)$$

معادلهٔ تفاضلیه‌سنه منجر اولورکه بوده الاستیقی بر اسطوانهٔ غیر محدوده داخلنده‌کی اهتزازات طولانیه‌نك انتشاری صددنده استحصال اولنان :

$$\frac{\text{ها}^2\text{ص}}{\text{ها}\text{ة}^2} = \text{ب}^2\,\frac{\text{ها}^2\text{ص}}{\text{ها}\text{س}^2}$$

معادلهٔ تفاضلیه‌سنك عینیدر .

٦٣ **معادلهٔ تفاضلیه‌نك اتمامی .** — بومعادلهٔ تفاضلیه‌نك تمامیٔ عمومیسی اولجه‌ده کورلدیکی اوزره :

$$\text{ع} = \text{تا}\,(\text{س} + \text{ب}\,\text{ة}) + \text{تع}\,(\text{س} - \text{ب}\,\text{ة})$$

کی ایکی تابع کیفی مجموعنه مساویدرکه بوده عینی ب سرعتیله مقابل ایکی جهته طوغری انتشار ایدن ایکی حرکتك یکدیکری اوزرینه انضمامنی افاده ایدر .

ایشته اعاظم ریاضیوندن لاغرانژ بو صورت اتمامی قبول ایده‌رك مسئله‌یی میخانیك نقطهٔ نظرندن تماميله حل اتمش ایسه‌ده شو صورت حل حرکات اهتزازیهٔ عرضانیه‌نك حاصل ایتدیکی اصواتی تعیینه کافی کله‌مشدر. بناءً علیه معادلهٔ مذکوره‌یی سلسلهٔ مثلثاتیه‌لر واسطه‌سیله بروجه آتی اتمام ایتمك اقتضا ایدرکه بوصورت اتمامده الاول دانیال - برنوللی طرفندن ارائه ایدلمشدر .

شویله‌که : اولا ع تابعنك

$$\text{ع} = \text{ن تحب}\;٢\pi\left(\frac{\text{ة}}{\text{م}} - \text{ح}\right)$$

کی بر تابع دائروی اوله‌بیله‌جکنی، تعبیر آخرله حرکت واقعه‌نك حقیقی برحرکت رقصیهٔ صغیره ایله تألیفی تمکن اولوب اولمایه‌جغنی تحری ایده‌لم. فقط ب ى جزؤ منصوری مبدءه نظراً تبدیل موقع ایتدکه ن وسعت اهتزازنك‌ده تحول ایلیه‌جکنی یعنی ن وسعتنك ب ى جزؤنك س محوری اوزرنده‌کی موقعنه تابع بولندیغنی‌ده اونوتمایه‌لم.

شمدی بو :

$$\text{ع} = \text{ن تحب}\;٢\pi\left(\frac{\text{ة}}{\text{م}} - \text{ح}\right)$$

تابعنك (٣) معادلهٔ تفاضلیه‌سنه توافق ایتدیکی موقتاً فرض و قبول اولنور ایسه، تابع مذکورك ة زمانه کوره برنجی مشتقی :

$$\frac{\text{ها ع}}{\text{ها ة}} = -\,\text{ن حب}\;٢\pi\left(\frac{\text{ة}}{\text{م}} - \text{ح}\right)\times\frac{٢\pi}{\text{م}}$$

وایکنجی مشتق :

$$\frac{\text{ها}^2\text{ع}}{\text{ها ة}^2} = -\,\text{ن نحب}\;٢\pi\left(\frac{\text{ة}}{\text{م}} - \text{ح}\right)\times\left(\frac{٢\pi}{\text{م}}\right)^2$$

وکذلك س متحوله نظراً برنجی مشتق :

$$\frac{\text{ها ع}}{\text{ها س}} = \frac{\text{ها ن}}{\text{ها س}} + \text{حب}\;٢\pi\left(\frac{\text{ة}}{\text{م}} - \text{ح}\right)$$

وایکنجی مشتق‌ده :

$$\frac{\text{ها}^2\text{ع}}{\text{ها س}^2} = \frac{\text{ها}^2\text{ن}}{\text{ها س}^2}\times\text{نحب}\;٢\pi\left(\frac{\text{ة}}{\text{م}} - \text{ح}\right)$$

اوله‌جغندن بونلر یوقاریده‌کی معادلهٔ تفاضلیه‌ده محللرینه قونیلور ایسه:

$$-\,\text{ن نحب}\;٢\pi\left(\frac{\text{ة}}{\text{م}} - \text{ح}\right)\left(\frac{٢\pi}{\text{م}}\right)^2 = \text{ب}^2\,\frac{\text{ها}^2\text{ن}}{\text{ها س}^2}\times\text{نحب}\;٢\pi\left(\frac{\text{ة}}{\text{م}} - \text{ح}\right)$$

ویا

$$-\,\text{ن}\left(\frac{٢\pi}{\text{م}}\right)^2 = \text{ب}^2\,\frac{\text{ها}^2\text{ن}}{\text{ها س}^2}$$

ویاخود

$$\frac{\text{ها}^2\text{ن}}{\text{ها س}^2} = -\left(\frac{٢\pi}{\text{م}}\right)^2\frac{\text{ن}}{\text{ب}^2} \qquad (٥)$$

بولنور . فقط حرکت رقصیه ویا اهتزازیه‌ده :

$$\text{ب}\;\text{م} = \text{ل} \qquad (٦)$$

بولنمقله :

$$\frac{\text{ها}^{٢}\text{ى}}{\text{هاس}^{٢}} = -\left(\frac{٢\pi}{\nu}\right)^{٢}\times\frac{\nu^{٢}\,\text{ى}}{\text{ل}^{٢}}$$

ويا .

$$\frac{\text{ها}^{٢}\text{ى}}{\text{هاس}^{٢}} = -\left(\frac{٢\pi}{\text{ل}}\right)^{٢}\text{ى} \qquad (٧)$$

اولور .

ایشته بو معادلهٔ تفاضلیه‌ده اتمام ایدیله‌جك اولور ایسه :

$$\text{ى} = \text{هـ جب }٢\pi\frac{\text{س}}{\text{ل}} + \text{هـ}'\text{ تجب }٢\pi\frac{\text{س}}{\text{ل}} \qquad (٨)$$

دستوری استحصال اولنورکه دستور مذکورده واقع هـ ، هـ′ مقدار ثابتلرینك قیمتلری شرائط اولیه‌یه کوره تعیین ایدلمك ایجاب ایدر .

بوندن استنتاج ایدیلیرکه ى وسعتی هر آن بو معادله‌یه توافق ایتدیکی حالده ع تابعی‌ده (٣) معادلهٔ تفاضلیه‌سنه توافق ایلیه‌جکندن حرکت واقعه‌نك بر حرکت رقصیه ویا اهتزازیه ایله تألیفی ممکن اولور . معادلهٔ اخیره‌یه داخل هـ، هـ′ امثاللرینك قیمتلرینه کلنجه اونلرده بروجه آتی تعیین اولنور :

تلك م ، ح نهایتلری ثابت اولدیغی جهتله بو نقطه‌لرده ع ترتیبی و بنابرین ى وسعتی صفر اولور . تعبیر آخرله تلك طولی ط اولدیغنه کوره :

$$\text{س} = ٠ \quad \text{و} \quad \text{س} = \text{ط}$$

قیمتلری ایچون :

$$\text{ع} = ٠ \quad \text{و} \quad \text{ى} = ٠$$

بولنور . حالبوکه س = ٠ ، ى = ٠ قیمتی ایچون (٨) معادله‌سی :

$$٠ = \text{هـ جب }(٠) + \text{هـ}'\text{ تجب }(٠)$$

ویا

$$\text{هـ}'\text{ تجب }(٠) = ٠ \quad \text{و} \quad \text{هـ}' = ٠$$

استحصال ایدیله‌جکی کبی س = ط و بنابرین ى = ٠ قیمتی ایچونده ینه (٨) معادله‌سی :

$$٠ = \text{هـ جب }٢\pi\frac{\text{ط}}{\text{ل}} + \text{هـ}'\text{ تجب }٢\pi\frac{\text{ط}}{\text{ل}}$$

و هـ′ = ٠ اولماسنه مبنی :

$$٠ = \text{هـ جب }٢\pi\frac{\text{ط}}{\text{ل}}$$

و بناءً علیه هـ = ٠ اولامایه‌جغندن [*]

$$\text{جب }٢\pi\frac{\text{ط}}{\text{ل}} = ٠$$

و ء بر عدد تام اولمق اوزره :

$$٢\pi\frac{\text{ط}}{\text{ل}} = \text{ء}\pi$$

و یاخود

$$\text{ل} = \frac{٢\text{ط}}{\text{ء}} \qquad (٩)$$

اولور . فقط (٦) معادله‌سنده بو قیمت محلنه قونیلور ایسه :

$$\text{ب}\,\nu = \frac{٢\text{ط}}{\text{ء}}$$

و

$$\nu = \frac{١}{\text{ء}}\cdot\frac{٢\text{ط}}{\text{ب}} \qquad (١٠)$$

بولنور .

خلاصه تل وسعتی $\frac{٢\text{ط}}{\text{ب}}$ نك اقسام اصلیه‌سنه ویا کندیسنه مساوی اولان هر بر حرکت رقصیه‌یی اجرا ایدر ایسه‌ده بوندن ماعدا حرکات رقصیه‌یی اجرا ایده‌من .

شمدی (٨) معادله‌سنده ل طول موجنك (٩) قیمتی قونیله‌جق اولور ایسه :

$$\text{ى} = \text{هـ جب }٢\pi\frac{\text{س}}{\text{ل}} = \text{هـ جب }٢\pi\frac{\text{ء}}{٢}\frac{\text{س}}{\text{ط}}$$

ویا

$$\text{ى} = \text{هـ جب }\frac{\text{ء}\pi\text{س}}{\text{ط}} \qquad (١١)$$

حاصل اولور و (٨) معادله‌سنده ى ایله ν نك قیمتلری محللرینه وضع ایدیلنجه :

[*] هـ = ٠ بولندیغی تقدیرده (٨) معادله‌سی مفقوددر .

$$\text{ع} = \text{ه}\ \text{حـ}\ \frac{\text{د}\,\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\ \text{جب}\left(\frac{\text{۲}\pi\odot\text{د}\,\text{ب}}{\text{۲}\,\text{ط}} - \text{۲}\,\pi\,\text{ح}\right)$$

ویا $\text{۲}\,\pi\,\text{ح}$ مقداری ص ایله کوستریله‌رك :

$$\text{ع} = \text{ه}\ \text{حـ}\ \frac{\text{د}\,\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\ \text{جب}\left(\frac{\text{د}\,\pi\,\text{ب}\,\odot}{\text{ط}} - \text{ص}\right) \qquad (\text{۱۲})$$

بولنور .

ایشته ایکی اوجندن کرلمش برتلك اهتزازات عرضانیه‌سنك معادلهٔ عمومیه‌سی بوندن عبارتدر .

معادلهٔ مذکوره‌ده واقع د عدد تامنك (۹) معادله‌سنه توافق ایدن برنجی قیمتی :

$$\text{د} = \text{۱}$$

درکه بو حالده صوت اصلینك ثانیهٔ واحده‌ده‌کی م عدد اهتزازی (۱۰) دستوری موجبنجه :

$$\text{م} = \frac{\text{۱}}{\text{ى}} = \frac{\text{ب}}{\text{۲}\,\text{ط}}$$

اولمق لازم کلیر ؛ بو عدد اهتزاز تلك شرائط مسروده تحتنده حصوله کتیره‌جکی صوت اصلی‌یه عائددر . شو قدرکه د عددنك دیکر قیم تامه‌سی ایچون استحصال ایدیله‌جك اولان اصواتك کافه‌سی‌ده بو صوت اصلینك مؤلفه‌سی اولور .

بو اصوات مؤلفه ایچون :

$$\text{س} = \text{۰} \quad \text{س} = \frac{\text{ط}}{\text{د}} \quad \text{س} = \frac{\text{۲}\,\text{ط}}{\text{د}} \quad \text{س} = \frac{\text{۳}\,\text{ط}}{\text{د}} \cdots \quad \text{س} = \frac{(\text{د}-\text{۱})\,\text{ط}}{\text{د}} \quad \text{س} = \text{ط}$$

نقطه‌لرنده ع = ۰ بولنور. بنابرین بو نقطه‌لر بر طاقم عقده نقطه‌لرندن عبارت اولور .

تلك طولنجه بویله بر طاقم عقده نقطه‌لرینك بولنماسی اهتزازاتك بر طاقم اهتزازات صغیره‌دن ترکب ایتدیکنی ارائه ایدر. زیرا عقده نقطه‌لری تداخل حادثه‌سنه توفیقاً ایکی حرکت اهتزازیه‌نك یکدیکرینی امحا ایتمه‌سندن نشأت ایلر .

ریاضیه نقطهٔ نظرندن اوتار مهتزه معادله‌سی بر معادلهٔ خطیه‌دن عبارت اولدیغندن معادلهٔ مذکوره‌یه توافق ایدن قیم خصوصیه ایله برابر بونلرك مجموعنك‌ده توافق ایتمه‌سی ایجاب ایدر. بنابرین د عددینك بر قیمتی ایچون :

نامتناهی $\qquad \text{ع}_\text{د} = \text{ه}_\text{د}\ \text{حـ}\ \frac{\text{د}\,\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\ \text{جب}\left(\frac{\text{د}\,\pi\,\text{ب}\,\odot}{\text{ط}} - \text{ص}_\text{د}\right)$

کبی قیم خصوصیه‌نك مجموعی آلنه‌جق اولور ایسه حاصل اولان :

$$\text{ع} = \sum_{\text{۱}}^{\infty} \text{ه}_\text{د}\ \text{حـ}\ \frac{\text{د}\,\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\ \text{جب}\left(\frac{\text{د}\,\pi\,\text{ب}\,\odot}{\text{ط}} - \text{ص}_\text{د}\right) \qquad (\text{۱۳})$$

معادله‌سی‌ده (۱۲) معادله‌سنه توافق ایدن بر قیمتدن عبارت اولور. بوراده مج اشارتی د مقدار ثابتنه صفردن $+\infty$ یه قدربالجمله قیم‌تامه ویرلدیکی حالده حاصل اولان $\text{ع}_\text{د}$ قیمتلرینك مجموعنه شاملدر .

حکمت طبیعیه نقطهٔ نظرندن بونك معناسی شو اولورکه بویله کرلمش برتلك حرکت اهتزازیه‌سی ، مدت رقصی $\frac{\text{۲ط}}{\text{ب}}$ مقدارنك مضروبات اصلیه‌سندن برینه مساوی اولان و مناسب وسعت وصفحه‌ده بولنان [۱] بر صره حرکات اهتزازیه‌نك یکدیکری اوزرینه انضمامندن متحصلدر. حتی بویله‌بر تل عرضاً اهتزاز ایتدیرلدیکی حالده‌صوت‌اصلیدن بشقه بونك ثامنه‌وضعف ثامنه‌سی وبعضاً عاشره‌سی اولان اصوات دخی ایشیدیلیر.

بو کیفیت یالکز تللره مخصوص دکل، بلکه لاعلی‌التعیین بر جسم مهتز حقنده دخی جاریدر. ایشته « فوریه دعواسی » [Fourrier] نامی تحتنده معروف بولنان دعوای آتی بونی مؤیددر .

« هر بر حرکت اهتزازیه ، دائما وفقط یالکز برطرزده ، بر طاقم حرکت اهتزازیهٔ صغیره‌نك ترکبندن حاصل اولمش کبی قبول اولنه‌بیلیر . »

فوریه‌نك بو دعواسی تحلیل ریاضیده :

« علی‌العموم برتابع دوری دائما و یالکز برسیاق اوزره ى ، $\frac{\text{ى}}{\text{۲}}$ ، $\frac{\text{ى}}{\text{۳}}$ . . . . دورلرنده بولنان بر طاقم :

$$\text{و}\ \text{جب}\ \text{۲}\,\pi\left(\frac{\odot}{\text{ى}} - \text{ح}\right) \qquad \text{و}'\ \text{جب}\ \text{۲}\,\pi\left(\frac{\odot}{\frac{\text{ى}}{\text{۲}}} - \text{ح}'\right) \qquad \text{و}''\ \text{جب}\ \text{۲}\,\pi\left(\frac{\odot}{\frac{\text{ى}}{\text{۳}}} - \text{ح}''\right) \ldots$$

توابع دائرویه‌سی مجموعنه مساویدر »

[۱] بونلرك هرایکیسی‌ده تلك نظر مطالعه‌یه آلنان نقطه‌سنه کوره محول ایدر.

دعواسنك مبحث صوته تطبيق ايدلمش صورتندن بشقه برشی دكلدر .

٥٩ تايلور دستوری . — بوقاريده استحصال اولنان :

$$\text{م} = \frac{\text{ب}}{\text{٢ط}}$$

دستورنده ، ف قوهٔ جارهسنك (٢)

$$\text{ف} = \text{ب}^{2}\,\text{ك}$$

افادهسندن استخراج اولنان :

$$\text{ب} = \sqrt{\frac{\text{ف}}{\text{ك}}}$$

قيمتی اقامه ايديلهجك اولور ايسه :

$$\text{م} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\text{ف}}{\text{ط}^{2}\,\text{ك}}}$$

بولنور . فقط شدت جاذبه ح و تلك مجموع وزنیده و ايله كوستريلير ايسه :

$$\text{و} = \text{ط}\,\text{ك}\,\text{ح}$$

ويا

$$\text{ك} = \frac{\text{و}}{\text{ط}\,\text{ح}}$$

اولهجغندن اوده محلنه قونيلنجه :

$$\text{م} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\text{ف}\,\text{ح}}{\text{و}\,\text{ط}}}$$

دستوری استحصال ايديليركه تللرك اهتزازات عرضانيهسی حقنده تايلورك بولمش اولديغی دستور بوندن عبارتدر .

تل اسطوانی اولديغی ونصف قطری ر و وزن مخصوصیده ڪ ايله افاده اولنديغی تقديرده دستور سابقده :

$$\text{م} = \frac{1}{2\,\text{ط}\,\text{ر}}\sqrt{\frac{\text{ف}\,\text{ح}}{\pi\,\text{ڪ}}}$$

شكلنی كسب ايدر .

بو دستوردن بروجه آتی قوانين استخراج اولنور :

بر تلك حصوله كتيرديكی صوت اصلينك پردهسی :

اولا تلك طوليله معكوساً متناسبدر .

ثانياً « قطريله « «

ثالثاً « كثافتنك جذر مربعيله معكوساً متناسبدر .

رابعاً « تلی جر ايدن قوتك جذر مربعيله مبسوطاً متناسبدر .

ايشته حكمت طبيعيهده راهب مرسن [P . Mersenne] طرفندن كشف ايدلديكی بيان اولنان قوانين تجربيه بونلردن عبارتدر. قوانين مذكوره «صونومتره» دينيلن آلت واسطهسيله اثبات اولنور .

٦٤ سرعت ابتدائيهسز اولهرق تلك تبديل موضع ايتمهسی. — شمدی ايكی نهايتندن ثابت قلنمش بويله برتلك، موازنت وضعيتندن انحراف ايتديرلدكدن صوكره، بلا سرعت ابتدائيه علی حاله ترك ايدلمش اولديغنی فرض ايدهلم . بو حالده ث = ٠ زماننده ب سرعتی :

$$\frac{\text{نهاع}}{\text{نهاث}} = 0$$

اولهجغندن (١٣) دستورندهكی ص مقدارلری كاملاً صفر اولمق لازم كلير . بو حالده (١٢) دستوری :

$$\text{ع} = \overset{\infty}{\underset{\cdot}{\text{مج}}}\ \text{هح}\ \text{جب}\,\frac{\text{د}\,\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\ \text{جب}\,\frac{\text{د}\,\pi\,\text{ب}\,\text{ث}}{\text{ط}} \qquad (١٤)$$

شكلنی كسب ايدر. شمدی ث = ٠ زماننده تبدل شكل ايتمش اولان تلك ارائه ايتديكی منحنينك معادلهسی :

$$\text{ع}' = \text{تا}(\text{س})$$

اولسون .

ايشته (١٤) معادلهسنك بو منحنيی ارائه ايدهبيلمهسی ايچون :

$$\text{ع} = \text{ع}' = \text{تا}(\text{س}) = \overset{\infty}{\underset{\cdot}{\text{مج}}}\ \text{هح}\ \text{جب}\,\frac{\text{د}\,\pi\,\text{س}}{\text{ط}}$$

ويا

$$\text{ما}(\text{س}) = \text{هـ}_{١}\,\text{جب}\,\frac{\pi\,\text{س}}{\text{ط}} + \text{هـ}_{٢}\,\text{جب}\,\frac{٢\pi\,\text{س}}{\text{ط}} + \dots + \text{هـ}_{\text{د}}\,\text{جب}\,\frac{\text{د}'\pi\,\text{س}}{\text{ط}} + \dots$$

بولنماسی ایجاب ایدر .

بو مناسبتده واقع $\text{هـ}_{١}$ ، $\text{هـ}_{٢}$ . . . $\text{هـ}_{\text{د}}$ . . . امثاللرندن برینی تعیین ایچون معادله‌نك طرفینی او امثالك حدیله ضرب ایتمك و حاصل ضربی‌بتون تلك‌طولنه کوره اتمام‌ایلمك کفایت ایدر .

مثلا : $(\text{د}')$ نك مجی خدك $\text{هـ}_{\text{د}}$ امثالنی تعیین ایچون طرفین $\text{جب}\,\frac{\text{د}'\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\,\text{هاس}$ ایله ضرب اولنور ایسه :

$$\text{ما}(\text{س})\,\text{جب}\,\frac{\text{د}'\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\,\text{هاس} = \Big[\text{هـ}_{١}\,\text{جب}\,\frac{\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\,\text{جب}\,\frac{\text{د}'\pi\,\text{س}}{\text{ط}} + \text{هـ}_{٢}\,\text{جب}\,\frac{٢\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\,\text{جب}\,\frac{\text{د}'\pi\,\text{س}}{\text{ط}} +$$

$$\dots\dots + \text{هـ}_{\text{د}}\,\text{جب}\,\frac{\text{د}\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\,\text{جب}\,\frac{\text{د}'\pi\,\text{س}}{\text{ط}} + \dots\dots\Big]\,\text{هاس}$$

و $\text{س} = ٠$ ، $\text{س} = \text{ط}$ غایه‌لری آره‌سنده اتمام ایدیلیر ایسه :

$$\int_{٠}^{\text{ط}} \text{ما}(\text{س})\,\text{جب}\,\frac{\text{د}'\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\,\text{هاس} = \text{ع}\int_{٠}^{\text{ط}} \text{هـ}_{\text{د}}\,\text{جب}\,\frac{\text{د}\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\,\text{جب}\,\frac{\text{د}'\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\,\text{هاس}$$

اولور . فقط :

$$\int_{٠}^{\text{ط}} \text{هـ}_{\text{د}}\,\text{جب}\,\frac{\text{د}\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\,\text{جب}\,\frac{\text{د}'\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\,\text{هاس} = \frac{١}{٢}\text{هـ}_{\text{د}}\int_{٠}^{\text{ط}}\Big[\text{تجب}\,\frac{(\text{د}-\text{د}')\pi\,\text{س}}{\text{ط}} - \text{تجب}\,\frac{(\text{د}+\text{د}')\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\Big]\text{هاس}$$

$$= \frac{١}{٢}\text{هـ}_{\text{د}}\Big[\frac{\text{ط}}{(\text{د}-\text{د}')\pi}\,\text{جب}\,\frac{(\text{د}-\text{د}')\pi\,\text{س}}{\text{ط}} - \frac{\text{ط}}{(\text{د}+\text{د}')\pi}\,\text{جب}\,\frac{(\text{د}+\text{د}')\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\Big]_{٠}^{\text{ط}}$$

$$= \frac{١}{٢}\text{هـ}_{\text{د}}\frac{\text{ط}}{\pi}\Big[\frac{١}{\text{د}-\text{د}'}\,\text{جب}\,\frac{(\text{د}-\text{د}')\pi\,\text{س}}{\text{ط}} - \frac{١}{\text{د}+\text{د}'}\,\text{جب}\,\frac{(\text{د}+\text{د}')\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\Big]_{٠}^{\text{ط}}$$

$$= \frac{١}{٢}\text{هـ}_{\text{د}}\frac{\text{ط}}{\pi}\Big\{\frac{١}{\text{د}-\text{د}'}\,\text{جب}\,(\text{د}-\text{د}')\,\pi - \frac{١}{\text{د}+\text{د}'}\,\text{جب}\,(\text{د}+\text{د}')\,\pi\Big\}$$

اولدیغندن و حال‌بوکه بو افاده د عدد تامی د‌َ دن فرقلی بولندقجه صفره مساوی‌وبالکز د = د‌َ اولدیغی حالده برقیمتی حائز بولندیغندن‌طرف ثانی‌یی تشکیل‌ایدن حدلرك بوندن ماعداسی صفر اولمق اقتضا ایدر .

بناءً علیه $\text{د}' = \text{د}$ ایچون :

$$\int_{٠}^{\text{ط}} \text{ما}(\text{س})\,\text{جب}\,\frac{\text{د}'\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\,\text{هاس} = \int_{٠}^{\text{ط}} \text{هـ}_{\text{د}}\,\text{جب}\,\frac{\text{د}\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\,\text{جب}\,\frac{\text{د}\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\,\text{هاس}$$

و یا

$$\int_{٠}^{\text{ط}} \text{ما}(\text{س})\,\text{جب}\,\frac{\text{د}\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\,\text{هاس} = \frac{١}{٢}\int_{٠}^{\text{ط}} \text{هـ}_{\text{د}}\Big[\text{تجب}(٠) - \text{تجب}\,\frac{٢\text{د}\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\Big]\text{هاس}$$

$$= \frac{١}{٢}\text{هـ}_{\text{د}}\int_{٠}^{\text{ط}}\Big[١ - \text{تجب}\,\frac{٢\pi\text{د}\,\text{س}}{\text{ط}}\Big]\text{هاس}$$

$$= \Big[\text{هـ}_{\text{د}}\int_{٠}^{\text{ط}}\text{هاس} - \text{هـ}_{\text{د}}\int_{٠}^{\text{ط}}\text{تجب}\,\frac{٢\text{د}\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\,\text{هاس}\Big] \times \frac{١}{٢}$$

$$= \frac{١}{٢}\text{هـ}_{\text{د}}\big[\text{س}\big]_{٠}^{\text{ط}} - \frac{١}{٢}\text{هـ}_{\text{د}}\Big[\frac{\text{ط}}{٢\pi\text{د}}\,\text{جب}\,\frac{٢\pi\text{د}\,\text{س}}{\text{ط}}\Big]_{٠}^{\text{ط}}$$

$$= \frac{١}{٢}\text{هـ}_{\text{د}}\,\text{ط} - \frac{١}{٢}\text{هـ}_{\text{د}}\Big[\frac{\text{ط}}{٢\pi\text{د}}\,\text{جب}\,٢\pi\text{د}\Big]$$

$$= \frac{١}{٢}\text{هـ}_{\text{د}}\,\text{ط}$$

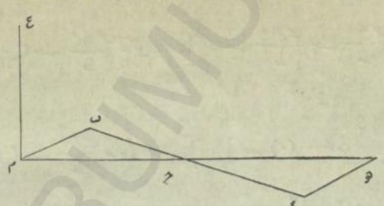
وبالطبع

$$\text{هـ}_{\text{د}} = \frac{٢}{\text{ط}}\int_{٠}^{\text{ط}} \text{ما}(\text{س})\,\text{جب}\,\frac{\text{د}\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\,\text{هاس} \qquad (١٥)$$

استخراج اولنورکه بو دستور واسطه‌سیله $\text{هـ}_{١}$ ، $\text{هـ}_{٢}$ ، . . . امثاللرینك کافه‌سنك قیمتلری بولنه‌بیلیر .

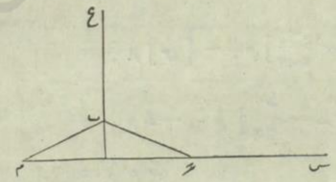
ایشته موازنت وضعیتندن انحراف ایتدیرلمش اولان تلك ⊙ = ٠ زماننده رسم‌ایتدیکی منحنی ویاخود خط منکسر م ب ح (شکل ٣٢) اولسون. ح نقطه‌سنه نظراً بو م‌ب‌ح منحنیسنك متناظری اولان ح د هـ ؛ و هـ نقطه‌سنه نسبةً ده بونك متناظری بولنان الی آخره منحنیسنی رسم ایدملم . بو حالده م ح تلنك حرکتی عادتا غیر محدود اولان بر تلك م ح قسمنك حرکتی کبی قبول اولنه‌بیلیرکه بونده‌ده تبدل شکل هر ایکی جهته طوغری ب سرعت ثابته‌سی ایله انتشار ایدر .

مثال اولەرق تلك وسطندن غايت اوجی اينجە برمضرب ايلە چكلدكدن صوكرە علی حالە



(شكل ٣٢)

ترك ايدلديكنی (شكل ٣٣) تصور ايدەلم. بو حال خصوصيدە تلك ز = ٠ زماننده ارائه ايتديكی منحنی ب م ب ح مثلث متساوی الساقينندن عبارت اولور كە بونك قاعدەسی تلك ط طولنە



(شكل ٣٣)

مساوی اولديغی كبی ارتفاعی دە ح اولسون. وسهولت اولمق اوزرە ع محوری دە تلك وسط نقطەسنە نقل ايدلمش بولنسون. بالطبع (١٥) دستوری ٠ ايلە $\frac{ط}{٢}$ و ٠ ايلە $-\frac{ط}{٢}$ غايەلری آرەسندە اتمام ايديلەجكندن:

$$هـ = \frac{٤}{ط}\, تما_{0}^{\frac{ط}{٢}} ا(س)\ حب \frac{ء\pi س}{ط}\ هاس \qquad (١٦)$$

اولور.

اكر ء زوج ايسە، حب $\frac{ء\pi س}{ط}$ جيب منحنيسی زوج عددده فستونی حاوی اولەجقدن ٠ ايلە $-\frac{ط}{٢}$ آرەسندە محصور اولان:

$$تما_{0}^{\frac{ط}{٢}} حب \frac{ء\pi س}{ط}\ هاس$$

ساحەسی ٠ ايلە $\frac{ط}{٢}$ آرەسندە محصور بولنان:

$$تما_{0}^{-\frac{ط}{٢}} حب \frac{ء\pi س}{ط}\ هاس$$

ساحەسنە مساوی ويالكز اشارتجە مخالف بولنەجقندن مجموعی صفر اولور. بناءً عليه زوج مرتبەدن اولان هـ امثالری دە برر برر صفرە مساوی اولمق لازم كلير.

فقط ء فرد ايسە، بو ايكی ساحە يكديكريلە انضمام ايدەجكندن فرد مرتبەدن اولان امثالرك قيمتلری: (١٦)

$$هـ = \frac{٤}{ط}\, تما_{0}^{\frac{ط}{٢}} ا(س)\ حب \frac{ء\pi س}{ط}\ هاس$$

دستوريلە تعيين اولنەبيلير. فی الحقيقە دستور مذكوردە واقع ا(س) افادەسی، صفر ايلە $\frac{ط}{٢}$ آرەسندە:

$$عَ = ا(س) = \frac{٢ح}{ط}\, س$$

اولمقلە [*]

$$هـ = \frac{٤}{ط}\, تما_{0}^{\frac{ط}{٢}} \frac{٢ح}{ط}\, س\ حب \frac{ء\pi س}{ط}\ هاس$$

ويا

$$هـ = \frac{٨ح}{ط^{٢}}\, تما_{0}^{\frac{ط}{٢}} س\ حب \frac{ء\pi س}{ط}\ هاس$$

بولنور.

وتمامی اتمام بالتفريق اصوليلە اتمام اولنور ايسە:

$$هـ = \frac{٨ح}{ط^{٢}} \left[-\frac{ط}{ء\pi}\, س\ جتا \frac{ء\pi س}{ط} + \left(\frac{ط}{ء\pi}\right)^{٢} حب \frac{ء\pi س}{ط} \right]_{0}^{\frac{ط}{٢}}$$

[*] ب ح خطنك معادلەسی، امثال زاويەسی $\frac{٢ح}{ط}$ اولماسنە بناءً:

$$عَ = \frac{٢ح}{ط}\, س$$

در.

ویا

$$\text{ه} = \frac{\text{٨ح}}{\text{ط}^{٢}} \left\{ -\frac{\text{ط}^{٢}}{\text{د}\pi}\,\text{تجب}\,\frac{\text{د}\pi}{\text{٢}} + \left(\frac{\text{ط}}{\text{د}\pi}\right)^{٢} \text{جب}\,\frac{\text{د}\pi}{\text{٢}} \right\}$$

و فقط د فرد اولدیغندن :

$$\text{تجب}\,\frac{\text{د}\pi}{\text{٢}} = ٠$$

و بنابرین :

$$\text{ه} = \frac{\text{٨ح}}{\text{ط}^{٢}} \left\{ \frac{\text{ط}^{٢}}{\text{د}^{٢}\pi^{٢}}\,\text{جب}\,\frac{\text{د}\pi}{\text{٢}} \right\} = \frac{\text{٨ح}}{\text{د}^{٢}\pi^{٢}}\,\text{جب}\,\frac{\text{د}\pi}{\text{٢}}$$

استحصال اولنور .

بو حالده تلك حركتی (١٤) معادله‌سنه توفیقاً :

$$\text{ع} = \frac{\text{٨ح}}{\pi^{٢}} \left\{ \text{جب}\,\frac{\pi\text{س}}{\text{ط}}\,\text{تجب}\,\frac{\pi\text{ب ن}}{\text{ط}} - \frac{١}{٣^{٢}}\,\text{جب}\,\frac{٣\pi\text{س}}{\text{ط}}\,\text{تجب}\,\frac{٣\pi\text{ب ن}}{\text{ط}} + \right.$$
$$\left. \frac{١}{٥^{٢}}\,\text{جب}\,\frac{٦\pi\text{س}}{\text{ط}}\,\text{تجب}\,\frac{٥\pi\text{ب ن}}{\text{ط}} \ldots \right\} \ldots\ldots$$

اولور که بوده سریع المتقاربه بر سلسله‌در .

بو حال خصوصده تلك اهتزازندن حاصل اولان صوت اصلی ایله مترافق بولنان اصوات مؤلفه‌نك زوج مرتبه‌دن اولانلری کلیاً مفقود و فرد مرتبه‌دن بولنانلری‌ده سرعتله متنزل اوله‌جغندن صوت اصلی کافه‌سنه غلبه ایدر . ایشته یونغ [Young] ك بالتجربه بولمش اولدیغی قانونده بونی ایجاب ایدر .

٦٥ تنبیه . — اوتار مهتزه حقنده بروجه بالا استخراج اولنان قوانین نظریه‌اوزون و قابل انحناء ، غایت قوتله کرلمش ، اولان تللر حقنده جاریدر . فقط قیصه و قالین و آز کرلمش تللرك حقیقت حالده اجرا ایلدکلری اهتزازاتك عددی ، نظری اوله‌رق اجرا ایده‌جکلری اهتزازاتك عددندن فضله‌در ؛ وبو فضله تلك صلابتی [Rigidité] نه‌قدر زیاده اولور ایسه او درجه‌ده زیاده‌در .

٦٦ قضیب . — غایت سرت اولان و بنابرین قابل انحنا اولمایان چبوقلره مبحث صوتده بالخاصه « قضیب » [Verge] نامی ویریلیر . صورت مطلقه‌ده قابل انحنا تللر اولمادیغی کبی صورت قطعیه‌ده حائز صلابت چبوقلرده مفقوددر . فقط بو ایکی جسم تصورینك تدقیقی ، نظریات نقطه‌سندن اهمیتنه و عملیات جهتندن‌ده منفعتنه بناءً الزمدر .

٦٧ **قضیبلرك اهتزازات طولانیه‌سی .** — برقضیبك محورینه موازی اوله‌رق وقوعه کتیریلن حرکت اهتزازیهٔ طولانیه‌نك اولا الاستیقی برستون داخلنده و بو ستونی تشکیل ایدن ماده‌یه غیر تابع بر صورتده انتشار ایتدیکی ؛ ثانیاً انابیب متصوته‌نك تابع بولندیغی قوانینه تابع اولدیغی ایلك دفعه ارباب حکمتدن قلادنی [Chladni] طرفندن اثبات ایدلمشدر [١] . بر صورتده که ایکی اوجی سربست براقلمش ویاخود ثابت قلنمش بر چبوغك طولاً اهتزازی ایکی طرفی آچیق بر بوروده‌کی اهتزازك عینیدر ؛ کذلك بر اوجندن ثابت قلنمش ، دیکر اوجی سربست براقلمش بر چبوغك طولاً اهتزازی‌ده بر طرفی قاپالی بر بوروده‌کی اهتزازاته مشابهدر .

بو مشابهتلردن بالاستفاده قلادنی ١٧٩٦ سنه‌سنده اجسام صلبه‌ده صوتك سرعت انتشارینی تعیین ایچون دیکر بر طریق بولمشدر . فی الحقیقه عینی ط طولنده بر هوا بوروسی ایله بر صلب چبوق نظر مطالعه‌یه آلنه‌جق اولور و بونلرده حاصل اولان صوت

[١] بر قضیبی طولاً اهتزاز ایتدیرمك ایچون ، اکر قضیب معدنی ایسه ، اوزرینه رچنه سورلمش بر چوخه پارچه‌سیله و اکر جامدن معمول ایسه حامضلی صو ایله اصلادلمش بر چوخه پارچه‌سیله طولانی اوله‌رق دلك اتمك کفایت ایدر . بویله بر چبوق اورته‌سندن طوتیله‌رق دلك ایدلدیکی حالده طولاً اهتزاز ایده‌جکندن سربست اولان ایکی نهایتی بزر بطن تشکیل ایدرکه بورالرده اجزای فردیه‌نك محور قضیبه متوازیاً اولان حرکتلری اعظمیدر . ارباب حکمت طبیعیه‌دن ساوار [Savard] بو حرکت اهتزازیه‌نك وسعتنی تعیین ایتمش و بر چبوغك طولاً اهتزازی ثناسنده اوزاندیغی مقدارك بیکلرجه کیلوغراملق بر جر تحتنده اوزانه‌جغی مقدار راده‌سنده اولدیغنی مع الاستغراب کورمشدر . فی الحقیقه طولانی اهتزازدن دولایی چبوقده حاصل اولان اوزانمه کیفیتی بعضی دفعه چبوغك قیرلمه‌سنی انتاج ایده‌جك درجه‌ده مهمدر : شاقولاً اورته‌سندن طوتیلان و طولانی اوله‌رق دلك اولنان بر بلور چبوغك آلت اوجنك متمادیاً قرص شکلنده قوپه‌رق یره دوشمه‌سی بو حقیقتی اثبات ایدر .

ایشته بعضی دفعه پك جزئی اولان و فقط صورت متمادیه و منتظمه‌ده تکرر ایدن بر تأثیر ، فوق العاده عظیم بر قوتك بر دفعه‌ده حصوله کتیره‌جکی اثری حاصل ایده‌بیلیر . آژه [Ager] آصمه کوپروسنی طوتان قالین دمیر خلاطلرك ، کوپرو اوزرندن کچمکده اولان بر کوچك مفرزهٔ عسکریه‌نك منتظماً آتدقلری خطوه‌لرك تأثیریله قیرلدیغی پك مشهوردر .

اصلیلرك عدد اهتزازلری نظیر نظیره م، مَ و هربرنده صوتك سرعت انتشاری ب، بَ ایله ارائه اولنور ایسه:

$$م = \frac{ب}{٢\,ط} \qquad مَ = \frac{بَ}{٢\,طَ}$$

اولهجغندن:

$$\frac{مَ}{م} = \frac{بَ}{ب}$$

بولنور. بوندن آكلاشیلیرکه بو ایکی ستونك حاصل ایلدیکی صوتلرك پردهلری بیننده‌کی نسبت هربرنده صوتك سرعت انتشاری بیننده‌کی نسبته مساویدر. ایشته قلادنی بو صورتله سرعت صوتك هواده‌کی قیمتی تعیینه موفق اولمشدر.

٦٨ اوتارك اهتزازات طولانیه‌سی. — تللرده، چبوقلر کبی طولاً اهتزاز ایتدیریله‌بیلیر. بوحالده داخل حساب ایدلمه‌سی لازم کلن قوت تلك قوهٔ جاره‌سی دکل، بالعکس قوهٔ الاستقیه‌سیدر. قلادنی‌نك قانوننه توفیقاً طولاً اهتزاز ایدن بر تلدن چیقان صوت اصلینك عدد اهتزازی:

$$م = \frac{ب}{٢\,ط}$$

دستوریله ویاخود [ماده: ٣٢] ده

$$ب = \sqrt{\frac{ح\,ه}{و}}$$

قیمتی محله قونیلهرق:

$$م = \frac{١}{٢\,ط}\sqrt{\frac{ح\,ه}{و}}$$

دستوریله تعیین اولنور. شمدی بوتل عرضاً اهتزاز ایتدیرلدیکی حالده حاصل اولان صوت اصلینك عدد اهتزازنی افاده ایدن [ماده: ٦٣]،

$$مَ = \frac{١}{٢}\sqrt{\frac{ف\,ح}{ط\,پ}} \quad [*]$$

دستوریله مقایسه اولنور ایسه:

[*] بو دستورده و یرینه ٢ وضع ایدلشدر.

$$\frac{م}{مَ} = \frac{\frac{١}{ط}\sqrt{\frac{ح\,ه}{و}}}{\frac{١}{ط}\sqrt{\frac{ح\,ف}{ط\,پ}}} = \frac{١}{ط}\sqrt{\frac{ه\,ط\,پ}{و\,ف}}$$

ویا:

$$و = \frac{پ}{ط\,ح}$$

اولماسنه مبنی:

$$\frac{م}{مَ} = \sqrt{\frac{ح\,ه}{ف}}$$

بولنور. فقط ط طولنده اولان بر تلك ف قوهٔ جاره‌سی تحت تأثیرنده‌کی مقدار اطاله‌سی γ ایله کوستریله‌جك اولور ایسه:

$$\gamma = \frac{ف\,ط}{ح\,ه}$$

و بنابرین:

$$\frac{م}{مَ} = \sqrt{\frac{ط}{\gamma}}$$

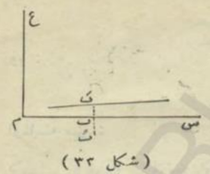
حاصل اولورکه بوده بر تلك اهتزازات طولانیه‌سندن حاصل اولان صوت اصلینك اهتزازات عرضانیه‌سندن حصوله کلن صوت اصلیدن پك چوق تیز اولدیغنی ارائه ایدر.

٦٩ قضیبلرك اهتزازات عرضانیه‌سی. — چبوقلرك اهتزازات عرضانیه‌سی نظریه‌سنی تأسیسه دانیال - برنوللی [D.Bernoulli] باشلامش ایسه‌ده نظریهٔ مذکوره‌نك اکمالی اولر [Euler] ه میسر اولمشدر. مع مافیه مؤخراً بو نظریه ریقاتی [Ricati]، قوشی [Cauchy]، پواسون [Poisson] طرفلرندن اصلاح و توسیع ایدلمشدر.

الاستیقی بر چبوق، طولنه عموداً بر قوته ایکیلدیکی حالده بو چبوغك هر بر مقطع قائمنده حاصل اولان قوای الاستیقیهٔ طولانیه حال موازنتده تأثیرات عرضانیه ایله توازن ایدر ایسه‌ده حال فعالیتده چبوغك حرکتنی موجب اولور.

٧٠ معادلهٔ تفاضلیه. — حال سکونتده بولنان منشوری بر چبوغك لیف وسطیسنك استقامتی س محوری و بو محورك بر نقطه‌سندن، انحنا مستویسی اوزرنده

اولمق اوزره، اقا.ه اولنان عمودی‌ده ع محوری انتخاب ایده‌لم؛ و چبوغك طولنه نظراً دیکر ایکی بعدینی کوچوك فرض ایله برابر انحنانك‌ده پك جزئی اولدیغنی قبول ایلیه‌لم.



(شکل ٣٣)

بوحالده چبوغك هر بر مقطع قائمی اوزرنده بولنان نقاطك حرکاتی بر عد اولنه‌بیله‌جکی کبی چبوغك اهتزازاتی تدقیق ایچون ده لیف وسطیسنك تدقیقی کفایت ایدر. بولیف وسطی اوررنده فصله‌سی م ب اولان ب (شکل ٣٣) نقطه‌سی لیف مذکورك حال طبیعیه‌ده‌کی م س استقامتنه عموداً غایت اصغر بر ب ب' خط مستقیمی اوزرنده رقص ایدر. بو نقطهٔ مهتزه‌نك بر ن زماننده‌کی ترتیبی یعنی ب وضعیت طبیعیه‌سندن مقدار تباعدینی ع ایله ارائه ایده‌لم؛ و س ایله س + نهاس فصله‌لرینه توافق ایدن مقطع قائملر ایله تحدید ایدلمش اولان منشور اصغر نامتناهی‌یی تصور ایلیه‌لم. بو اصغر نامتناهی منشورك س فصله‌سنه توافق ایدن مقطعده‌کی قوهٔ الاستیقیهٔ مماسیه ف [قایمه قوتی] وچبوغك مقطع قائمنك سطحی ح وچبوغی تشکیل ایدن ماده‌نك کثافتی ك اولدیغنه کوره حرکت عرضانیه‌نك معادله‌سی، مبحث الاستیقیت‌ده کورولدیکی اوزره:

$$\text{ف} - \left(\text{ف} + \frac{\text{نهاف}}{\text{نهاس}}\,\text{نهاس}\right) = \text{ح}\,\text{ك}\,\text{نهاس}\,\frac{\text{نها}^2\text{ع}}{\text{نها ن}^2} \qquad [*]$$

---

[*] معادلهٔ مذکوره‌نك طرف اولنك برنجی حدی اصغر نامتناهی منشورك س مقطعنده‌کی قوهٔ الاستیقیهٔ مماسیه‌یی و معترضه درونده بولنان ایکنجی حدی س + نهاس مقطعنده‌کی قوهٔ الاستیقیهٔ مماسیه‌یی ارائه ایدرکه منشورك استقامتنه همان عموداً اجرا ایلدیکی حرکت رقصیه‌ده بو ایکی قوتك بیننده‌کی تفاضلك تحت تأثیرنده وقوعه کلیر. طرف ثانی ایسه بوقوهٔ محرکه‌نك دیکر افاده‌سندن عبارتدر؛ تعبیر آخرله ع استقامتده منشورك کسب ایلدیکی $\frac{\text{نها}^2\text{ع}}{\text{نها ن}^2}$ مقدار تعجیلنك ح ك نهاس کتله‌سنه حاصل ضربنه مساویدر.

ویاخود:

$$\frac{\text{نها}^2\text{ع}}{\text{نها ن}^2} = -\frac{1}{\text{ح ك}}\cdot\frac{\text{نها ف}}{\text{نها س}} \qquad (1)$$

دن عبارتدر.

شمدی بو ف قوتی تعیین ایچون انحنا مستویسنه عمود اولمق اوزره منشور اصغر نامتناهینك مرکز ثقلتندن مرور ایدن بر محوره نظراً وزنیتلرینی [مومانلرینی] نظر اعتباره آله‌لم: اولا ف قوای مماسیه‌سنك وزنیتلری مجموعی − ف نهاس اولدیغی کبی س مقطعنه عائد اولان قوای الاستیقیهٔ مماسیه‌نك وزنیتی:

$$\frac{\text{ه ب}}{\text{د}}$$

ویا

$$\text{ه ب}\,\frac{\text{نها}^2\text{ع}}{\text{نهاس}^2} \qquad [*]$$

و دیکر س + نهاس مقطعنه عائد قوهٔ الاستیقیهٔ مماسیه‌نك وزنیتی‌ده:

$$\text{ه ب}\left(\frac{\text{نها}^2\text{ع}}{\text{نهاس}^2} + \frac{\text{نها}^3\text{ع}}{\text{نهاس}^3}\,\text{نهاس}\right)$$

اولدیغندن هر ایکیسنه عائد اولان وزنیتلر مجموعی:

$$\text{ه ب}\,\frac{\text{نها}^2\text{ع}}{\text{نهاس}^2} - \text{ه ب}\left(\frac{\text{نها}^2\text{ع}}{\text{نهاس}^2} + \frac{\text{نها}^3\text{ع}}{\text{نهاس}^3}\,\text{نهاس}\right) = -\,\text{ه ب}\,\frac{\text{نها}^3\text{ع}}{\text{نها س}^3}\,\text{نهاس}$$

اوله‌جغندن وزنیتلر دعواسی موجبنجه:

---

[*] بو افاده‌ده‌کی ه مقداری چبوغك امثال الاستیقیتی، ب مقداری‌ده ح مقطعنك وزنیت عطالتی [moment d'inertie] در. د مقدارینه کلنجه بوده لیف وسطینك س نقطه‌سنده‌کی نصف قطر انحناسیدرکه بونك عکسی $\frac{\text{نها}^2\text{ع}}{\text{نها س}^2}$ تفاضلیسنه مساوی کبی قبول اولنه‌بیلیر.

$$— ف\ هاس = — ﻫ\ ب\ \frac{هاع^{٣}}{هاس^{٣}}\ هاس$$

ویاخود

$$ف = ﻫ\ ب\ \frac{هاع^{٣}}{هاس^{٣}} \qquad (٢)$$

بولنورکه بوده «مقاومت اجسام» نظریه‌سنده‌کی دعوای اساسیه معادله‌سندن باشقه برشی دکلدر.

ایشته بو قیمت (١) معادله‌سنده محلنه وضع اولنور ایسه:

$$\frac{هاع^{٢}}{هان^{٢}} = — \frac{ﻫ\ ب}{ح\ ک}\ \frac{هاع^{٤}}{هاس^{٤}}$$

ویاخود اهتزازات طولانیه‌نك سرعت انتشاری:

$$ب = \sqrt{\frac{ﻫ}{ک}}$$

اولدیغی کبی ح مقطعنك، مرکز ثقلندن انحنا مستویسنه عموداً رسم اولنان بر محور اطرافنده‌کی نصف قطر جولانی‌ده ر ایله کوسترلدیکنه کوره:

$$ر = \sqrt{\frac{ب}{ح}}$$

بولندیغندن بونلرده محللرینه قونلدیغی حالده معادلهٔ اخیره:

$$\frac{هاع^{٢}}{هان^{٢}} = — ب^{٢}\ ر^{٢}\ \frac{هاع^{٤}}{هاس^{٤}}$$

ویا

$$\frac{هاع^{٢}}{هان^{٢}} + ب^{٢}\ ر^{٢}\ \frac{هاع^{٤}}{هاس^{٤}} = ٠ \qquad (٣)$$

شکلنی کسب ایدر. ایشته مستعرضاً اهتزاز ایدن بر چبوغك معادلهٔ حرکتی بوندن عبارتدر.

٧١ معادله‌یه توافق ایدن حرکت رقصیه. — شمدی وسعتی ص کبی متحول اولان بر حرکت رقصیه‌نك بو معادله‌یه توافق ایدوب ایتمه‌یه‌جکنی تحری ایده‌لم. بونك ایچون‌ده چبوغك طولی ط و ح تعیینی مطلوب بر عدد اولمق اوزره:

$$ع = ص\ جب \left(\frac{ب\ ح^{٢}}{ط^{٢}}\ ن + ه \right) \qquad (٤)$$

وضع ایده‌لم. بو قیمت (٣) معادله‌سنده محلنه قونیلور ایسه:

$$\frac{هاص^{٤}}{هاس^{٤}} = \left(\frac{ح}{ط}\right)^{٤} ص \qquad (٥)$$

بولنور.

اکر ء، +١ عددینك دردنجی قوتدن جذرلرینی تشکیل ایدن +١، —١، +√—١، —√—١ عددلرندن برینی کوسترمك اوزره:

$$ص = ك^{\frac{ء\ ح\ س}{ط}}$$

افاده‌سی (٥) معادله‌سنك بر صورت حلی اعطا ایدر ایسه بتون صورت حللر:

$$ص = ا\ ك^{\frac{ح\ س}{ط}} + ا'\ ك^{-\frac{ح\ س}{ط}} + ا''\ ك^{\sqrt{-١}\frac{ح\ س}{ط}} + ا'''\ ك^{-\sqrt{-١}\frac{ح\ س}{ط}} \qquad (٦)$$

ویاخود جیب و تمام جیب قطع زائدی ادخال اولندیغه و $\frac{ح\ س}{ط} = س'$ ایله کوسترلدیکنه کوره:

$$ص = ب\ (مجب\ س' + محه\ س') + ب'\ (مجب\ س' — محه\ س') + ب''\ (جب\ س' + جه\ س') + ب'''\ (جب\ س' — جه\ س') \qquad (٧)$$ [*]

معادله‌سندن استخراج اولنه‌بیلیر.

[*] قطع زائدی دینیلان جیبلر ایله تمام جیبلری عادی جیبلر ایله تمام جیبلردن تفریق ایچون اولکیلر مجب، محه اشارتلریله کوسترلشدرکه بونلر عادتا:

$$محه\ س = \frac{١}{٢}\left(ك^{س} + ك^{-س}\right)$$

$$مجب\ س = \frac{١}{٢}\left(ك^{س} — ك^{-س}\right)$$

مناسبتلریله تعریف اولنان توابع اسیه‌دن باشقه برشی دکلدر. شو ایکی مناسبت اخیره‌دن ایسه:

$$محه^{٢}\ س — مجب^{٢}\ س = ١$$

استخراج اولنور.

ایشته ص متحولنك بو افاده‌سنده درت مقدار ثابت واردرکه بونلر چبوغك هر اوجنه عائد ایکی شرط ابتدائی ایله تعیین اولنور .

٧٢ برنجی حال : چبوغك هر ایکی اوجنك سربست براقلماسی . --

بو حالده چبوغك سربست اولان مقطعنده $\frac{\text{ هب}}{\text{و}}$ وزنیت الاستیقیتی دائما صفره مساوی بولنه‌جغی کبی ف قائمه قوتی‌ده صفر اولور . بنابرین هرآن :

$$\frac{\text{ها}^{2}\text{ع}}{\text{ها س}^{2}}=0 \qquad \frac{\text{ها}^{3}\text{ع}}{\text{ها س}^{3}}=0$$

بولنور . ایشته اولا س = ٠ قیمتی ایچون :

$$\frac{\text{ها}^{2}\text{ص}}{\text{ها س}^{2}}=0 \qquad \frac{\text{ها}^{3}\text{ص}}{\text{ها س}^{3}}=0$$

اوله‌جغندن و بوده $\text{ب}_2=0$ ، $\text{ب}_4=0$ اولماسنی انتاج ایلیه‌جکندن (٣) معادله‌سی بوحال خصوصیده :

$$\text{ص}=\text{ب}_1(\text{مجب سُ}+\text{مجبه سُ})+\text{ب}_3(\text{حب سُ}+\text{حبه سُ}) \qquad (٨)$$

شکلنه منجر اولور .

ثانیاً : س = ط و یا سُ = ح قیمتی ایچون :

$$\frac{\text{ها}^{2}\text{ص}}{\text{ها س}^{2}}=0 \qquad \frac{\text{ها}^{3}\text{ص}}{\text{ها س}^{3}}=0$$

اولماسی ایجاب ایتدیکندن (٨) معادله‌سنك سُ متحولنه نظراً ایکنجی و اوچنجی مشتقلری آلنه‌جق اولور ایسه :

$$\frac{\text{ها}^{2}\text{ص}}{\text{ها س}^{2}}=\text{ب}_1(-\text{مجب سُ}+\text{مجبه سُ})+\text{ب}_3(-\text{حب سُ}+\text{حبه سُ})$$

$$\frac{\text{ها}^{3}\text{ص}}{\text{ها س}^{3}}=\text{ب}_1(\text{حب سُ}+\text{حبه سُ})+\text{ب}_3(-\text{مجب سُ}+\text{مجبه سُ})$$

و سُ یرینه ح وضع ایدیلیر ایسه :

$$\begin{cases}\text{ب}_1(-\text{مجب ح}+\text{مجبه ح})+\text{ب}_3(-\text{حب ح}+\text{حبه ح})=0\\ \text{ب}_1(\text{حب ح}+\text{حبه ح})+\text{ب}_3(-\text{مجب ح}+\text{مجبه ح})=0\end{cases} \qquad (٩)$$

استحصال اولنور .

حال بوکه بو ایکی معادله‌نك یکدیکریله قابل تألیف اولماسی ایچون مطلقا :

$$(\text{مجبه ح}-\text{مجب ح})^{2}=\text{حبه}^{2}\text{ح}-\text{حب}^{2}\text{ح} .$$

و یاخود

$$\text{مجب ح مجبه ح}=1 \qquad (١٠)$$

بولنماسی لازمدر. ایشته بو حال خصوصیده مسئله‌یه توافق ایدن ح مقدار ثابتی بواسطه (١٠) مناسبتی واسطه‌سیله تعیین ایتمشدر. یوقاریده‌کی (١٠) معادله شرطیه‌سی تحقق ایتدیکی حالده (٩) معادله‌لرندن هر بری $\frac{\text{ب}_3}{\text{ب}_1}$ نسبتی ایچون عینی قیمتی اعطا ایده‌جکندن بوقیمت ص متحولنك (٨) افاده‌سنده محلنه قونیله‌جق اولور ایسه ، ح کبی بر مقدار ثابت قدر فرق ایله :

$$\text{ص}=(\text{مجب ح}-\text{مجبه ح})\left(\text{مجب}\frac{\text{ح س}}{\text{ط}}+\text{مجبه}\frac{\text{ح س}}{\text{ط}}\right)+(\text{حب ح}+\text{حبه ح})$$

$$\times\left(\text{حب}\frac{\text{ح س}}{\text{ط}}+\text{حبه}\frac{\text{ح س}}{\text{ط}}\right) .$$

قیمتی استحصال اولنور .

ص متحولنك بو قیمتی ایچون :

$$\text{ع}=\text{ح ص مجب}\left(\frac{\text{ب ر}}{\text{ط}^{2}}\text{ح}^{2}\text{ن}+\text{ه}\right) \qquad (١١)$$

اوله‌جغی جهتله بویله بر حرکت رقصیه‌نك ثانیهٔ واحده‌ده‌کی عدد اهتزازی‌ده بالطبع [١]

و یا

$$\text{م}=\frac{1}{\text{ر}}=\frac{\text{ب ر ح}^{2}}{2\pi\,\text{ط}^{2}}$$

بولنور .

[١] بو افاده

$$\text{ع}=\text{و مجب}\,2\pi\frac{\text{ن}}{\text{ر}}$$

ایله کوستریلن بر حرکت اهتزازیه معادله‌سیله مقابله ایدیلنجه :

$$2\pi\frac{\text{ن}}{\text{ر}}=\frac{\text{ب ر}}{\text{ط}^{2}}\text{ح}^{2}\text{ن}$$

$$\text{م} = \frac{\text{ب ب}}{٢\pi\,\text{ط}^{٢}}\,\text{ح}^{٢} \qquad (١٢)$$

دن عبارت بولنور ؛ و بوندن‌ده بروجه آتی قوانین استخراج اولنور :

اولا هر ایکی اوجی سربست اولان بر چبوق مستعرضاً اهتزاز ایتـدیرلدیکی حالده برصره اصوات حصوله کتیرر که بو اصواتك عدد اهتزازلری بیننده‌کی نسبت (١٠) معادله‌سیله تعیین اولنان ح عددینك اخذ ایده‌جکی قیمتلرك مربعلری بیننده‌کی نسبته مساویدر.

معادلهٔ اخیره‌یه توافق ایده‌جك صورتده ح مقدارینه ویریله‌جك اولان قیمتلر :

$$\frac{\pi}{٢}(٣,٠١١)\,،\ ٥\,\frac{\pi}{٢}\,،\ ٧\,\frac{\pi}{٢}\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \frac{\pi}{٢}(٢\text{ك}+١)$$

دن عبارتدر .

بنابرین بویله برچبوقدن حاصل اولان اصواتك عددی فرد مرتبه‌دن اعداد متوالیه‌نك مربعلرینه پك قریبدر . تعبیر آخرله صوت تیزلندکجه عدد اهتزازی‌ده :

$$\text{م} = \frac{\pi}{٢}\,\frac{\text{ب ب}}{\text{ط}^{٢}}\cdot\frac{(٢\text{ك}+١)^{٢}}{٤} \qquad (١٣)$$

افاده‌سنه تقرب ایدر .

ثانیاً بو اصواتدن بری ، چبوغك طولنك مربعیله معکوساً ونصف قطر جولانی [وبناءً علیه چبوغك قالینلغی ویا قطری] و اهتزازات طولانیه‌نك سرعت انتشاری ایله مبسوطاً متناسبدر [*]

ثالثاً عقده نقطه‌لری ص = ۰ قیمتنه توافق ایدر ؛ و چبوقدن چیقان صوت کافی درجه‌ده تیز اولدیغی حالده بربرینی متعاقب ایکی عقده بینی تفریق ایدن مسافه :

$$\Delta = \frac{٢\,\text{ط}}{٢\text{ك}+١} \qquad (١٤)$$

افاده‌سنه تقرب ایلر .

٧٣ ایکنجی حال : چبوغك ایکی اوجنك ثابت قلنمش اولماسی . — چبوغك اوجلرندن هر برینك ثابت اولماسی :

$$\text{ع} = ۰ \qquad \frac{\text{ها ع}}{\text{ها س}} = ۰$$

[*] چبوغك عرضنه غیر تابعدر .

کبی ایکی شرط ایله تحدید اولنور . حال بوکه چبوغك ایکی اوجی سربست بولندیغی تقدیرده

$$\frac{\text{ها}^{٢}\,\text{ع}}{\text{ها س}^{٢}} = ۰ \qquad \frac{\text{ها}^{٣}\,\text{ع}}{\text{ها س}^{٣}} = ۰$$

اوله‌جغندن بو حال بوندن اولکی حاله ارجاع ایدلمش دیمك اولور . بناءً علیه :

$$\text{محـ}\,\text{ح}\ \text{محه}\,\text{ح} = ١$$

معادله‌سی ح عددینك قیمتلرینی تنظیم ایده‌جکی کبی بو قیمتلرك مربعلری‌ده چبوغك شو ایکنجی حالده اعطا ایلیه‌جکی اصواتك عدد اهتزازاتنی تعیینه خدمت ایدر . تعبیر آخرله صوت اصلیدن صرف نظرله دیکرلری :

$$\text{م} = \frac{\pi}{٢}\,\frac{\text{ب ب}}{\text{ط}^{٢}}\,\frac{(٢\text{ك}+١)^{٢}}{٤}$$

دستورینه توافق ایده‌جکی کبی چبوغك اورته‌سنه طوغری ایکی متعاقب عقده آره‌سنده‌کی مسافه‌ده :

$$\Delta = \frac{٢\,\text{ط}}{٢\text{ك}+١} \qquad (١٥)$$

افاده‌سنه تقرب ایلر .

٧٤ اوچنجی حال : چبوغك بر اوجنك سربست ، دیکر اوجنك ثابت اولماسی . — بو حالده $\text{ب}_{١}$، $\text{ب}_{٢}$ امثاللری صفر اوله‌جغی جهتله ص متحولی‌ده :

$$\text{ص} = (\text{محـ}\,\text{ح} + \text{محه}\,\text{ح})\left(\text{محـ}\,\frac{\text{ح س}}{\text{ط}} - \text{محه}\,\frac{\text{ح س}}{\text{ط}}\right) + (\text{حـ}\,\text{ح} - \text{حه}\,\text{ح})\left(\text{حـ}\,\frac{\text{ح س}}{\text{ط}} - \text{حه}\,\frac{\text{ح س}}{\text{ط}}\right)$$

شکلنی کسب ایدر ؛ و ع ده ینه :

$$\text{ع} = \text{ح ص محـ}\left(\frac{\text{ب ب}}{\text{ط}^{٢}}\,\text{ح}^{٢}\,\text{ﻫ} + \text{ﻫ}\right)$$

کبی بر حرکت رقصیه مؤلفه‌یی ارائه ایلر . آنجق بو حالده :

$$\text{محـ}\,\text{ح}\ \text{محه}\,\text{ح} = -١$$

اوله‌جغندن و بوکا توافق ایدن جذرلرده :

$$\frac{\pi}{٢}(١,١٩٤)\,،\ \frac{\pi}{٢}(٢,٩٨٩)\,،\ ٥\,\frac{\pi}{٢}\cdot\ ٧\,\frac{\pi}{٢}\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \frac{\pi}{٢}(٢\text{ك}+١)$$

دن عبارت بولندیغندن چبوقدن حاصل اولان اصواتك ، ایکی اولکیسندن ماعداسنك، عدد اهتزازلری :

$$\text{م} = \frac{\pi}{2}\,\frac{\text{ب ں}}{\text{ط}^2}\cdot\frac{(2\text{ك}+1)^2}{4}$$

افادەسنه توافق ایدر .

عقدەلره کلنجه بونلردن چبوغك اورتەسنه طوغری:

$$\Delta = \frac{2\,\text{ط}}{2\text{ك}+1}$$

قانوننه موافقدر .

٧٥ دردنجی حال: براوجی سربست براقلش دیکر اوجی استناد ایتدیرلمش اولماسی . — بوحال خصوصیده چبوق ایکی اوجی سربست، فقط نصف طولده، برچبوق کبی اهتزاز ایدرکه بونكدە وسطنه تماماً بر عقده تصادف ایلر.

٧٦ بشنجی حال: بر اوجی ثابت قلنمش دیکر اوجی استناد ایتدیرلمش اولماسی . — بوحالده دخی چبوق ایکی اوجی ثابت قلنمش ، نصف طولده، برچبوق کبی اهتزاز ایلر و وسطنه ایسه بر عقده تصادف ایدر .

٧٧ آلتنجی حال : ایکی اوجنك استناد ایتدیرلمش اولماسی . — چبوغك هر ایکی اوجنك استناد ایتمش اولماسنك شرائط ریاضیەسی :

$$\text{ع} = 0 \qquad \frac{\partial^2 \text{ع}}{\partial \text{س}^2} = 0$$

اولماسی وصوك مقطعده وزنیت الاستیقیتك صفره مساوی بولنماسیدر. ایشته او حالده:

$$\text{ب}_1 = 0 \qquad \text{ب}_2 = 0 \qquad \text{ب}_3 - \text{ب}_4 = 0$$
$$\text{حـ}\ \text{٧} = 0$$

اولەجغی کبی

بولنەجقندن مسئلەیه توافق ایدن یکانه صورت حل (اولر)ك بولمش اولدیغی :

$$\text{ع} = \text{ح حـ}\ \frac{\text{ك}\,\pi\,\text{س}}{\text{ط}}\ \text{جب}\left(\frac{\text{ك}^2\pi^2\text{ب ں}}{\text{ط}^2}\,\text{ه} - \text{ه}\right)$$

افادەسندن عبارتدر .

بناءً علیه بو حال خصوصیده چبوق عادتا بر تل کبی ك عدد قطعەیه تفریق ایدلمش اولورکه هر بر قطعه بر نسبت حادیه اوزرنده یعنی بالاتحاد اهتزاز ایدر . بو قسملرده هر برینك طولی ∆ ایله کوستریلیر ایسه :

$$\Delta = \frac{\text{ط}}{\text{ك}}$$

اولور ؛ فقط حصوله کلن اصواتك صورت توالیسی آرتق اولکی قانونلره توافق ایتمز . شویله که : اصوات مذکورەنك عدد اهتزازلری اعداد صحیحهٔ متوالیه اوزره تزایدو :

$$\text{م} = \frac{\pi}{2}\,\frac{\text{ب ں}}{\text{ط}^2}\,\text{ك}^2$$

دستورینه توافق ایدر . بو افادەده ك² یرینه :

$$\text{ك}^2 = \frac{\text{ط}^2}{\Delta^2}$$

قیمتی قونیلور ایسه :

$$\text{م} = \frac{\pi}{2}\,\frac{\text{ب ں}}{\Delta^2}$$

استحصال ایدیلیرکه بوده لیساژو [Lissajou] نك بولمش اولدیغی بروجه آتی قانون تجربیدن عبارتدر :

« هر ایکی عقده آرەسنده بولنان چبوق قطعەسی ایکی اوجی استناد ایتدیرلمش اولان اصل چبوق کبی اهتزاز ایدر و ثانیهٔ واحدەده‌کی عدد اهتزازی، شرائط متساویه تحتنده، ∆ بعدینك مربعیله معکوساً متناسب اولەرق تحول ایلر . »

ایشته حالات ستهٔ مختلفەیه کوره استحصال اولنان بونتایج نظریه‌یی، پواسون ایله ساوار، قلادنی، لیساژو ومرقادیه [Mercadier] کافی درجەدەبالتجربه تحقیق ایلشلردر. مهتز چبوقلرك موسیقیده باشلیجه محل تطبیقی ایسه دیاپازوندر .

٧٨ دیاپازون . — لاتین حروفندن U حرفی شکلنده چلیکدن معمول و بر صندوقجهٔ طنطنه اوزرینه ثابت قلنمش بر آلتدر ؛ تعبیر دیکرله دیاپازون برر اوجلری ثابت قلنمش، دیکرلری سربست براقلمش ایکی دمیر چبوقدن مرکبدر . بونلرك اهتزازات

عرضانیه‌سندن حاصل اولان اصوات [ماده : ٧٢] موجبنجه چبوقلرك اهتزازات مستویسنه عمود بولنان عرضلرینه تابع دکل، یالکز د تخنیله مبسوطاً و ط طولنك مربعیله معکوساً متناسبدر . بنابرین اصوات مذکوره‌نك عدد اهتزازی، ك برعدد صحیح اولمق اوزره:

$$\text{م} = \text{ك}\,\frac{\text{د}}{\text{ط}^{2}}$$

ایله افاده اولنه‌بیلیر .

مبحث صوته خاتمه چکمه‌دن اول زارلر ایله اینجه لوحه‌لرك اهتزازاتنه دائرده بر قاچ سوز سویلمك ایجاب ایدر .

٧٩ زارلرك اهتزازی . —

مبحث صوت نقطهٔ نظرندن صلب و صوك درجه‌ده اینجه، صورت مکمله‌ده قابل انحنا و هر جهتدن کرلمش صفیحه‌لره «زار» تعبیر اولنور . بر چوق ارباب حکمت طرفندن محیطی اوزرینه ثابت قلنمش زارلرك اهتزازات عرضانیه‌سی کرك نظری کرك عملی اوله‌رق تدقیق ایدلمشدر. فی‌الحقیقه ایلك دفعه ١٧٨٧ سنه‌سنده مشاهیر ریاضیوندن اولر [Euler] تامبوره‌لره دائر یازمش اولدیغی بر مخطره‌ده [٢] بویله بر لوحهٔ مهتزه‌یی فوق‌العاده الاستیق و یکدیکرینی قائماً قطع ایدن الیافدن مرکب کبی فرض و قبول ایده‌رك حرکت اهتزازیه‌نك معادله‌سنی استحصال ایتمشدر . مؤخراً ١٨٢٩ تاریخنده پواسون [Poisson] صورت قطعیه‌ده اوله‌رق :

$$\frac{\partial^{2}\text{ط}}{\partial \text{ت}^{2}} = \frac{\text{ف}}{\text{ك}}\left[\frac{\partial^{2}\text{ط}}{\partial \text{س}^{2}} + \frac{\partial^{2}\text{ط}}{\partial \text{ع}^{2}}\right]$$

دستورینی بالاثبات اعطا ایتمشدر. بو دستورده واقع طه، اول امرده مستوی فرض اولنان زارك سطحی اوزرنده، اوچ محور قائمه نظراً کمیات وضعیه‌سی (س،ع،٠) اولان بر نقطه‌نك مستوی‌یه قائماً اصغر نامتناهی تبدیل موضع مقدارینی و ف واحد طوله عائد «توتوی» والحاصل ك ده زارك واحد سطحنه عائد اولان کتله‌سنی ارائه ایدر .

---

[١] اولجه اوتار مهتزه حقنده اجرا اولنان محاکمه مشابه بر محاکمهٔ فکریه اعانه‌سیله وه‌توترك مرکب شاقولیسنك معلوم اولماسی دلالتیله معادلهٔ مذکوره طوغرودن طوغرویه دخی استحصال اولنه‌بیلیر . [تفصیلاتی ایچون فرانسه انجمن دانشی مخطره‌لرینك ١٨٢٩ سنه‌سنده نشر اولنان سکزنجی جلدینه مراجعت اولنه .

واقعا پواسون مستطیل شکلنده اولان زارلره دائر بالجمله مسائل حلی ایتمش ایسه‌ده مدور زارلرده یالکز نصف قطر استقامتنجه اولان اهتزازاتی نظر مطالعه‌یه المقله اکتفا ایتمشدر . بونك اوزرینه کیرقوف [Kirchhoff] ١٨٥٠ سنه‌سنده صفیحات مدوره مسئله‌سنی یکیدن تدقیق ایتمش و قلبش [Clebche] اجسام صلبه‌نك الاستیقیتی نظریه‌سنه دائر یازمش اولدیغی اثرده بومسئله‌یی کاملاً حل وفصل ایتمشدر . . مؤخراً فرانسه ارباب حکمت ـ ریاضیه‌سندن ماتیو [Mathieu] ١٨٦٨ده بیضی ویاقطع ناقص شکلنده بولنان زارلرك معادلهٔ حرکاتنی بولمشدر .

٨٠ لوحه‌لرك اهتزازی . —

جامدن ویامعدندن معمول لوحه‌لره کنجه بونلرك کنارلرینه برکمان یابی سورولدیکی وبر نقطه‌لرینه پارمق ایله باصیلدیغی حالده نامحدود صورتده اصوات مرکبه استحصال اولنه‌بیلیر . شو کیفیت بو نوع اجسامك اهتزازاتی نه‌درجه‌ده مشوش اولدیغنی ایما ایدر. ایشته اول امرده ارباب حکمت طبیعیه‌دن قلادنی [Chladni] بویله بر لوحه اوزرینه غایت اینجه بر طبقه قوم دوکه‌رك بروجه مشروح لوحه‌یی اهتزاز ایتدیردیکی حالده حاصل اولان اصوات مختلفه‌یه کوره قوم طبقه‌سنك لوحه اوزرنده بر طاقم اشکال منتظمه و متنوعه کسب ایتدیکنی کورمشدر .

بالذات بو تجربه‌ده حاضر بولنه‌رق «اشکال صوتیه» دینیلن بو اشکالك بر صورت متمادیه‌ده ترسیم وتنوعنی کورن بویوك ناپولیون بو حادثهٔ غریبه‌نك نظریه‌سنی انجمن دانش معرفتیله موقع مسابقه‌یه قویمشدر. واقعا ١٨١٠ سنه‌سنده صوفی ژرمن [Sophie Germain] مسئله‌یی حله قیام ایتمش ایسه‌ده اکاله موفق اوله‌مامش و فقط بولمش اولدیغی اصول واسطه ایله لاغرانژ [Lagrange] بروجه آتی :

$$\frac{\partial^{4}\text{ط}}{\partial \text{س}^{4}} + ٢\,\frac{\partial^{4}\text{ط}}{\partial \text{س}^{2}\,\partial \text{ع}^{2}} + \frac{\partial^{4}\text{ط}}{\partial \text{ع}^{4}} = \text{ما}(\text{س}،\text{ع})$$

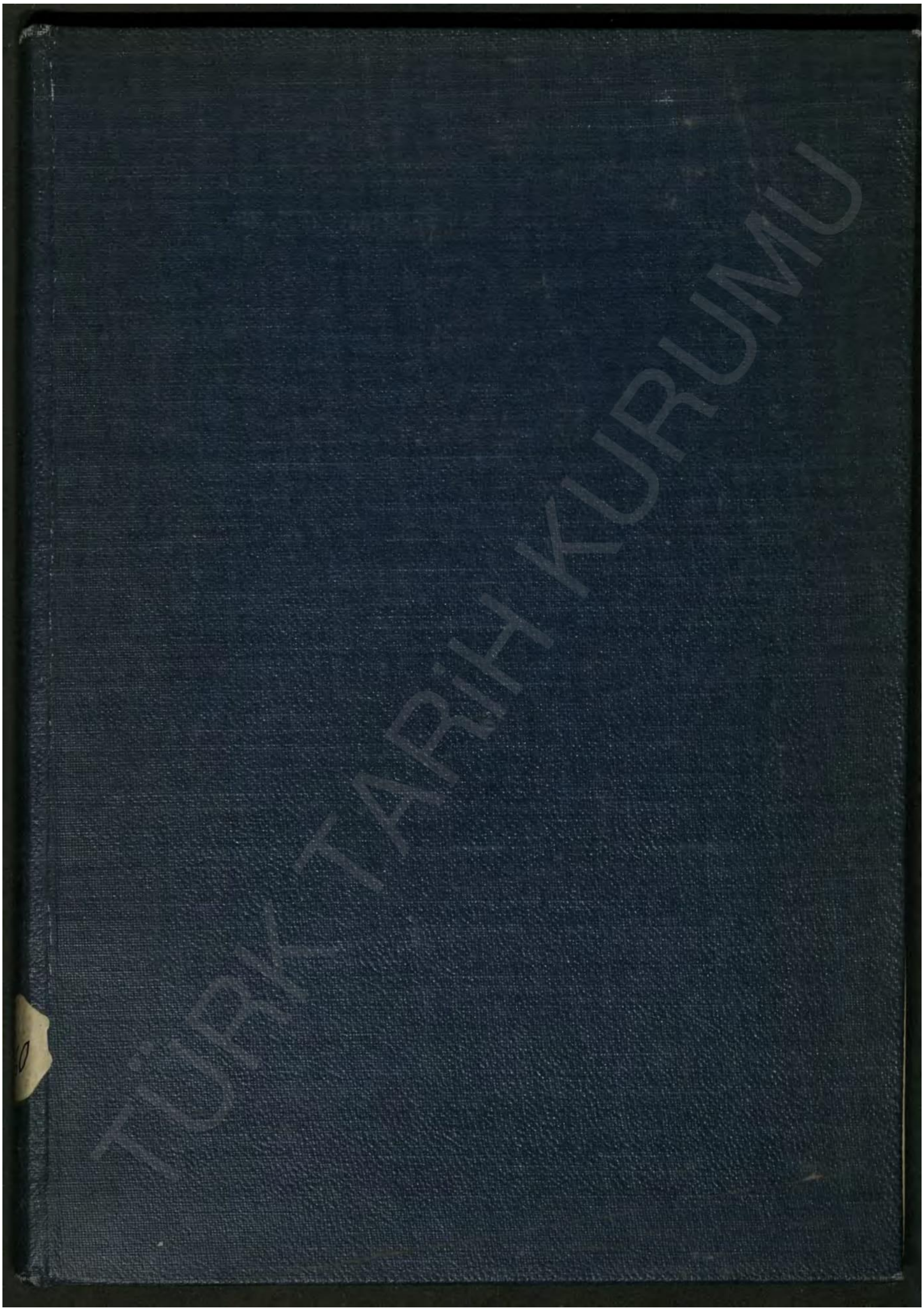
معادله‌سنه دسترس اولمشدر . بو معادله‌ده طه، لوحه‌نك مرکب فرض اولندیغی ورقه‌لردن ورقهٔ وسطیه‌نك شاقولاً اولان تبدل موضعنی ارائه ایدر. آنجق لاغرانژ بو معادله‌یی نشر ایتمه‌مش و ١٨١٣ سنه‌سنده اوراق متروکه‌سی میاننده بلااثبات بولنمش اولدیغندن معادلهٔ مذکوره‌نك اثباتی بالآخره برچوق ریاضیونی مشغول ایتمشدر. مع‌التأسف بوبابده اول

امرده پواسون (١٨١٣) ، بعده پواسون ایله قوشی [Cauchy] (١٨٢٩) ، و دها صوکره کیرقوف [Kirchkoff] وکهرینغ [Gehring] (١٨٥٢) و قلبش [Cleboch] (١٨٦٢) و اخیراً بوسینك [Boussinesq] (١٨٧٠ - ١٧٧٩) طرفلرندن صرف اولنان مساعی ثمره‌سز قالمشدر .

واقعا بوریاضیونك هیچ بری معادله‌نك صحتندن شبهه ایتمه‌مش ایسه‌ده لوحه‌نك کنارلرینه عائد اولان شرائط ریاضیه حقنده پواسون ، کیرقوف ، ماتیو میاننده مناقشات شدیده وقوعه کلمش ، ونهایت کیرقوف کافه‌سنه غلبه چالمشدر .

لوحهٔ معدنیه‌لرك بوصورتله پك متنوع صورتده اهتزاز ایده‌بیلمه‌لری تلفونلرده بربیوك محذوری داعیدر . کرچه بو کیفیت تلفونلرده بعضی اصواتی تشدید وتقویه ایدرایسه‌ده صدانك پرده‌سنی‌ده تغییر ایدر .

تلفونلرده‌کی لوحهٔ حدیدیه‌نك هر نوع صوتی نقل ایتمه‌سی ظن اولندیغی کبی بو خاصه‌سنه مبنی دکلدر ؛ بالعکس سرایت اهتزاز سببیله «طنت عمومی»یه مساعد بولنما‌سندن متولددر . ایشته شیقاغولی دوقتور رودس [Rodes]ك اعصاب سمعیه‌سی پك معلول اولمایان صاغرلر ایچون ایجاد ایتمش اولدیغی ، ژاپونیا یلپازه‌سیه مشابه ، سرتلشدیرلمش قاوچوقدن معمول « لودیفون» دینیلن آلتك کافهٔ اصواتی دمیر واسطه‌سیله قولاغه ایصال ایتمه‌سی‌ده ینه سرایت عمومیه خاصه‌سنه مبنیدر.



TTK Kütüphanesi, Salih Zeki, Darü't-Tıbâatü'l-Âmire, 1326, 160 s.   A/4360

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Ayşegül BAŞAR	
Eğitim Bilgileri	
Lisans	
Üniversite	Sakarya Üniversitesi
Fakülte	Fen Edebiyat Fakültesi
Bölümü	Tarih
Makale ve Bildiriler	
1. Salih Zeki Bey’in Mebhâs-ı Savt Adlı Eseri	