# Asenkron Motorların Eşdeğer Devre Parametrelerinin Yük Deneyinden Hesaplanması

Dr. Mehmet AKBABA \*)

# 1 — GİRİŞ

Asenkron motorların çalışma büyüklüklerinin (akım, moment, güç, v.s.) esdeğer devre üzerinden yeteri kadar doğrulukla hesaplanabilmesi, esdeğer devre parametrelerinin ölcümündeki doğruluk derecesine bağlıdır. Literatürde parametrelerin ölçülmesi için tek yöntem mevcuttur. Klasik yöntem adını verebileceğimiz bu yönteme göre, parametreler nominal gerilimde yapılan boşta çalışma deneyi ile nominal akımda yapılan kısa devre denevinden hesaplanmaktadır. Bu yöntem esdeğer devre parametreleri için sabit bir değer seti vermektedir. Ancak, özellikle rotorunda kapalı veya kapalıya yakın yarı açık oluklar bulunan asenkron motorlarda (pratikte motorların çoğu bu yapıya sahiptirler) magnetik devrenin doymasından dolayı kaçak reaktans [1, 2, 3, 4] ve yük kayıplari ile rotor baraları arasındaki direncin akıma bağlı olarak değişmesinden [5,6] dolayında rotor devresi eşdeğer direnci, çalışma noktasına bağlı olarak değişecektir. Sonuç olarak kaymanın değeri değiştikçe bu parametrelerin değeride değişecektir. Öte yandan asenkron motorların calışma büyüklükleri üzerinde en çok etkin olan parametreler kaçak (dağılma) reaktans ve rotor direncidir. O halde bu parametrelerin her çalışma noktası için mümkün olduğu kadar doğru olarak hesaplanması gerekir. Bu çalışmada yük deneyinden yararlanarak makina performansı için temel olan iki parametrenin, kaçak reaktans ve rotor direncinin, kaymaya bağlı olarak, ölçülebilmesi ve ifade edilebilmesi icin bir yöntem önerilecektir. Ayrıca her iki yönteme göre hesaplanan esdeğer, devre parametreleri kullanılarak hesaplanan akım, moment ve güç faktörü ölcülen değerler ile karşılaştırılarak bu calışmada önerilen yöntemin geçerliliği tartışılacaktır.

<sup>\*)</sup> K.T.Ü. Makina - Elektrik Fakültesi, Trabzon.

## 2 — KULLANILAN NOTASYON :

Semboller :

- R<sub>1</sub> : Stator sargi direnci
- R<sub>1</sub> : Rotor sargı d<sup>i</sup>renci (statora indirgenmiş değer)
- X<sub>1</sub> : Stator sargisi kaçak reaktansı
- X<sub>2</sub> : Rotor sargısı kaçak reaktansı (Statora indirgenmiş değer)
- R<sub>m</sub> : Demir kayıpları eşdeğer direnci
- X. : Miknatislanma reaktansi
- P : Güç
- V : Statora uygulanan gerilim (faz nötr)
- $I_1$  : Stator sargi akimi
- I2 : Rotor sargı akımı (statora indirgenmiş değer)
- I. : Miknatislanma akimi
- $E_1$ : Stator sargısında endüklenen gerilim
- $\Psi$  : V ile I<sub>1</sub> arasındaki faz açısı
- S : Kayma
- R : Motorun faz başına giriş empedansının omik bileşeni
- X<sub>in</sub> : Motorun faz başına giriş empedansının endüktif bileşeni
- T : Moment
- GF : Güç faktörü

Indisler :

k : Kısa devre (rotor bloke edilmiş) hali

o : Boşta çalışma hali

# 3 — PARAMETRELERİN YÜK DENEYINDEN HESAPLANMASI İÇİN GEREKLİ BAĞINTILARIN ELDE EDİLMESİ

Stator sargı direnci bilinen direnç ölçme yöntemlerinden biri ile ölçüldükten sonra, nominal akımın en az 4 katı kadar bir akımda kısa devre deney<sup>1</sup> yapılır. Kısa devre deneyinin bu kadar yüksek akımda yapılması gerektiğinin sebebi, makinanın nominal gerilimde çalışma şartlarını düşünmemiz gerekmektedir ve bu durumda kısa devre akımı nominal akımın en az 4 katına ulaşmaktadır.

Akım bu değerlere ulaşınca kaçak akımın geçtiği magnetik devre doymuş olacağından kaçak reaktans en küçük değerine ulaşmış olacaktır. Böylece kaçak reaktansın nominal gerilimde S=1 için doğru değeri bulunmuş olacaktır. Ancak yüksek kısa devre akımının sargıları yak-

#### Asenkron Motorların Eşdeğer Devre Parametrelerinin Yük ...

maması <sup>i</sup>çin ölçmeler özel tekniklere göre yapılmalıdır. Bu çalışmada kısa devre deneyi ile ilgili ölçmeler için magnetik galvanometreli ışıklı yazıcı (ultra violet light recorder) kullanıldı. Gerilim nominal değerine ayarlandıktan sonra çok kısa süreli olarak (takriben 2 saniye kadar) rotoru bloke edilmiş motora uygulandı ve motor geril<sup>i</sup>mden ayrıldı. Akım ve gerilimin ani değerleri yazıcıda eşzamanlı olarak kaydedildi ve bu kayıtların sürekli hale ilişkin kısmından kısa devre akım ve gerilimin etkin değerleri ( $I_{1k}$ ,  $V_k$ ), akım ile geril<sup>i</sup>m arasındaki faz farkı ( $\Psi_k$ ) ölçüldü. Bu değerlerden  $P_k$  kısa devre gücü

$$P_k = 3V_k I_{1k} Cos \Psi_k \qquad (1)$$

ifadesine göre hesaplandı.  $V_k$ ,  $I_{1k}$  ve  $P_k$  (herhangi bir yöntemle) ölçüldükten sonra, şekil 1 deki eşdeğer devreden, mıknatıslanma akımını ihmal ederek (mıknatıslanma reaktansının bulunduğu kol açık devre) ve rotor direncinin bu durumdaki değerini  $R_2 = R_{21}$  ile göstererek :

$$R_{21} = P_k / (31^2_{1k}) - R_1$$
 (2)

bağıntısı uyarınca  $R_{21}$  ve rotor kaçak reaktansının bu durumdaki değerinide  $X_2 = X_{21}$  ile göstererek;

$$X_{T} = X_{1} + X_{21} = \sqrt{(V_{k}/I_{1k})^{2} - (R_{1} + R_{21})^{2}}$$
(3)

Bağıntısı uyarınca  $X_T = X_1 + X_{21}$  bulunur.



Şekil. 1 — 3 fazlı asenkron motorun faz başına eşdeğer devresi.

Stator ve rotor kaçak reaktanslarının yaklaşık olarak eşit kabul edilerek,

$$X_1 = X_{21} = X_T/2$$
 and the second state (4)

den  $X_1$  ve  $X_{21}$  bulunur.

Nominal gerilimde boşta çalışma deneyi yapılarak  $P_o$ ,  $I_{o10}$ ,  $V_o$  ölçülür ve boşta çalışmada S=0 ve  $I_2=0$  olduğu göz önüne alınarak, şekil 1 deki eşdeğer devreden

$$R_{\rm m} = P_{\rm o} / (3 \, I_{10}^2) - R_1 \tag{5}$$

$$X_{m} = \sqrt{(V_{o}/l^{2}_{10})^{2} - (R_{1} + R_{m})^{2} - X_{1}}$$
(6)

bağıntılarından R<sub>a</sub> ve X<sub>m</sub> hesaplanır.

 $R_2$ ,  $X_1$  ve  $X_2$  nin (2) ve (4) bağıntıları uyarınca hesaplanan değerleri yaklaşık değerlerdir. Daha doğru değerleri hesaplamak için şekil 1 e dönmek gerekecektir. S=1 (kısa devre hali) için şekil 1 den motorun giriş empedansının omik ve endüktif bileşenleri aşağıdaki gibi yazılır:

$$R_{i_0} = R_1 + \frac{R_m (R_2^2 + X_2^2) + R_2 (R_m^2 + X_m^2)}{(R_m + R_2)^2 + (X_m + X_2)^2}$$
(7)

$$X_{in} = X_1 + \frac{X_m (R_2^2 + X_2^2) + X_2 (R_m^2 + X_m^2)}{(R_m + R_2)^4 + (X_m + X_2)}$$
(8)

 $X_m$ 'nin değeri  $R_2$  ve  $X_2$ 'nin değerlerine göre çok büyük olduğundan,  $R_2$  ve  $X_2$  deki değişme miktarları (7) ve (8) denklemlerin<sup>i</sup>n ikinci terimlerinin paydalarında kayda değer bir değişme meydana getirmeyeceğinden bu terimlerde  $R_2=R_{21}$  ve  $X_2=X_{21}$  yazabiliriz. Bu durumda bu terimin değeri sabit kalır. Bu terim *a* ile gösteril<sup>i</sup>rse;

$$a = (R_m + R_{12})^2 + (X_m + X_{21})^2$$
(9)

ve ayrıca

$$b = R'_m + X^2_m \tag{10}$$

yazılırsa (7) ve (8) denklemleri aşağıdaki hale gelir;

$$R_{in} = R_1 + (R_m a) (R_2^2 + X_2^2) + bR_2/a$$
(11)

$$X_{in} = X_1 + (X_m a) (R_2^2 + X_2^2) + bX_2/a$$
(12)

Yukarıdaki iki denklemden üç bilinmeyeni  $(X_1, X_2 \text{ ve } R_2)$  çözemeyeceğimizden, burada  $X_1=X_2$  olduğunu kabul ederek üç bilinmeyeni ik<sup>1</sup> bilinmeyene indirerek  $X_2$  ve  $R_2$  (11) ve (12) denklemlerinden bulunacaktır. Bu değerler  $R_2$  ve  $X=X_1+X_2$  toplam kaçak reaktansın S=1

#### Asenkron Motorların Eşdeğer Devre Parametrelerinin Yük....

değerindeki doğru değerleri olacaktır. Buradan  $X_1 = X_2$  değeri bulunduktan sonra  $X_1$  bu değerde sabit tutulacak ve toplam kaçak reaktanstaki değişme  $X_2$  deki değişmeye eşit alınacaktır. Burada yapılan kabuller, aşağıdak<sup>i</sup> sebeplerden dolayı makinanın performansına etki etmeyecek ve önerilen yönteme bir eksiklik getirmeyecektir :

a) Kesin olarak ispatlamak mümkündür ki toplam kaçak reaktansın stator ile rotor arasında bölünme oranının, yani  $X=X_1+X_2$  sabit kaldığı sürece,  $X_1/X_2$  oranının veya  $X_2/X_1$  oranının makinanın gerek geçici hal büyüklükleri ve gerekse sürekli hal büyüklükleri üzerine etkisi ihmal edilecek kadar küçüktür [4]. Önemli olan  $X_T=X_1+X_2$  toplam kaçak reaktansın doğru olarak elde edilmesidir.

b) Kaçak akı yolu üzerinde en çok doymaya giden magnetik devre parçası rotor diş başları olduğundan toplam kaçak reaktanstaki değişme rotor kaçak reaktansındaki doymadan ileri gelmektedir. [4]

Yukarıdaki kabulden sonra (11) ve (12) denklemlerinin ortak çözümünden;

$$R_{2}^{2} + X_{2}^{2} = (R_{in} - R_{1} - (b/a)R_{2}) (a/R_{m})$$
(13)

elde edilir. Sonra (12), (13) ve (11) denklemlerinin ortak çözümünden;

$$X_2 = A + BR_2 \tag{14}$$

$$CR'_2 + DR_2 + E = 0$$
 (15)

denklemleri elde ed<sup>1</sup>lir. Bu denklemlerin çözümünden  $X_1$ 'in değeri ve  $R_2$ ile  $X_2$ 'nin S=1 deki doğru değerleri bulunmuş olur. (14) ve (15) denklemlerinde kullanılan sabitlerin değerleri aşağıdaki gibidirler.

$$\mathbf{A} = \frac{X_{m}}{b} \left[ \frac{a \left( \mathbf{R}_{m} - \mathbf{R}_{1} \right)}{\mathbf{R}_{m}} - \frac{a \left( X_{in} - X_{21} \right)}{X_{in}} \right]$$
(16)

$$\mathbf{B} = \mathbf{X}_{\mathrm{m}} / \mathbf{R}_{\mathrm{m}} \tag{17}$$

$$C = 1 + B^2 \tag{18}$$

$$D = 2 AB + b/R_{\rm m}$$
(19)

$$E = A^{2} - a (R_{in} - R_{1}) / R_{ni}$$
(20)

$$R_{in} = (V_k | I_{1k}) \cos \Psi_k$$
(21)

$$X_{in} = (V_k / I_{1k}) \sin \Psi_k$$
(22)

Parametrelerin S=1 için değerleri bulunduktan sonra değişik yük

durumları için yük deneyler<sup>i</sup> yapılarak her yük değeri için akım  $(I_1)$ , gerilim (V), güç (P) ve hız (n) ölçülür ve kayma (S) hesaplanır. Herhangi bir S değeri için;

$$\Psi = \arccos \left( P_{1} \left( 3V I_{1} \right) \right)$$
(23)

$$R_{in} = (V/I_1) \cos \Psi$$
(24)

$$X_{in} = (V/I_1) \sin \Psi$$
(25)

hesaplanır. Yük deneylerinde kaymanın değeri 1 den farklı olacağından (11) ve (12) denklemlerinde  $R_{21}$  ve  $R_2$  yerine  $R_2/S$  yazılması gerekir. Bu durumda bu denklemler aşağıdaki şekle dönüşür;

$$R_{in} - R_{i} = ((R_{m} ((R_{2}/S)^{2} + X_{2}^{2}) + b R_{2}/S)/a$$
(26)

$$X_{in} - X_1 = (tX_m ((R_2/S)^2 + X_2^2) + b x_2)/a$$
(27)

(27) ve (25) denklemleri taraf tarafa bölünür ve

$$F - (X_{in} - X_1)/(R_{in} - R_1)$$
 (28)

yazılır ve düzenlemeler yapılırsa,

$$(R_2/S)^2 + X_2^2 = (b (FR_2 - SX_2))/(S (X_m - FR_m))$$
 (29)

elde edilir. (26) ve (29) denklemlerinin ortak çözümünden;

$$X_2 = GR_2 - aH \tag{30}$$

bulunur. Burada;

$$a = (R_m + (R_2/S))^2 + (X_m + X_{21})^2$$
(31)

dir.

Şekil 2'de verilen ve şekil 1'deki eşdeğer devreyi ifade eden fazör diyagramını göz önüne alırsak, diyagram üzerindeki ABC üçgeninden

$$\theta = \alpha - \Psi$$

yazabiliriz. Burada

$$\alpha = arctg (X_1/R_1)$$

Şekil 2 deki fazör diyagramında ABD üçgeninde 0 açısı için kos<sup>i</sup>nüs teoreminden;

$$E_{1}^{2} = V^{2} + (Z_{1}I_{1})^{2} - 2Z_{1}I_{1}V\cos\theta$$
(34)

yazılabilir. Burada



Şekil. 2 — Asenkron motorun fazör diyagramı.

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2}$$
(35)

(34) bağıntısından E<sub>1</sub> hesaplandıktan sonra mıknatıslanma akımı;

$$I_{m} = E_{1} / (\sqrt{R_{m}^{2} + X_{m}^{2}}$$
(36)

denkleminden bulunur. Fazör diyagramında AEF üçgeninden

$$I_2^2 = I_1^2 + I_m^2 - 2I_1 I_m \cos \gamma_2$$
(57)

bağıntısı yazılabilir. E1 ile Im arasındaki açıyı ym ile gösterirsek;

$$\gamma_{\rm m} = \operatorname{arctg} \left( X_{\rm m} / R_{\rm m} \right) \tag{38}$$

olduğu şekil 1 deki eşdeğer devreden açıkça görülür. Şek<sup>4</sup>l 2 ye bakıldığında;

$$\gamma_1 = \arcsin \left( \mathbf{Z}_1 \mathbf{I}_1 \sin \theta' \mathbf{E}_1 \right) \tag{39}$$

ve

$$\gamma_2 - \gamma_m - (\Psi - \gamma_1) \tag{40}$$

olduğu kolayca görülür. (34) ve (37) denklemlerinden  $E_1$  ve  $L_2$  hesaplandıktan sonra;

$$(R_2/S)^2 + X_2^2 = (E_1/I_2)^2$$
 (41)

değeri hesaplanır. (30) denklemi ile (41) denkleminin ortak çözümünden;

$$QR_2^2 + MR_2 + N = 0$$
 (42)

denklemi elde edilir. (42) denkleminden  $R_2$  bulunduktan sonra  $R_2$ 'nin değeri (30) denklemine taşınarak  $X_2$  hesaplanır. Böylece her kayma değeri için  $R_2$  ve  $X_2$  nin doğru değerleri bulunarak bu parametrelerin kayma ile değişimleri elde edilmiş olur.

(30) ve (42) denklemlerinde kullanılan katsayıların değerleri aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{G} = \mathbf{X}_{\mathrm{m}} (\mathrm{SR}_{\mathrm{m}}) \tag{43}$$

$$H = (R_{in} - R_1) (X_m - F R_m) / (b R_m)$$
(44)

$$Q = (R_{in} - R_1)/(R_m S^7),$$

$$M = (2 (R_{in} - R_1) - (b/R_m))/S$$
(45)

$$N = \frac{(R_{1n} - R_1)}{R_m} (R_m^2 + (X_m + X_{21})^2) - (E_1/I_2)^2$$
(46)

Burada verilen yöntem 5 kw, 4 kutuplu, startorunda 36 yarı açık oluk, rotorunda 24 kapalı oluk bulunan bir sincap kafesli asenkron motora uygulanarak  $R_2$  ile  $X_2$  parametrelerinin kaymaya bağlı olarak değişimleri elde edildi. Bu değişimler sıra ile şekil 3 ve şekil 4 te verilmiştir.



Şekil. 3 — Rotor direncinin kayma ile değişimi.

Şekil 3 incelendiğinde açıkça görülüyor ki  $R_2$  parametresi kaymaya göre oldukça önemli ölçüde bir değişim göstermektedir.  $R_2$  nin boşta çalışma noktasındaki değeri ile kısa devre noktasındaki değeri arasında 76 36 kadar büyük bir fark vardır.  $R_2$  deki değişmeyi performans hesaplarında kullanabilmek için,  $R_2$  nin kaymaya göre değişimini elde ettikten sonra bu değiş<sup>i</sup>mi bir denklem ile ifade etmek uygun olur. Bu değişim aşağıdaki gibi bir denklemle ifade edilebilir;

$$\mathbf{R}_2 = e + f \cdot \mathbf{S}_h$$

Burada c, f ve h birer sabit katsayıdırlar ve bu katsayılar deneme yoluyla kolayca bulunur. Bu çalışmada ele alınan makina için bu kat-

sayılar e=0.78, f=0.46 ve h=1.65 olarak bulundu. Bu denklemin ölçülen değerlere oldukça iyi uyduğu şekil 3 te açıkça görülmekted<sup>1</sup>r.



Şekil. 4 — Rotor kaçak reaktansının kayma ile değişimi.

Şekil 4 ten  $X_2$  parametresinin kayma ile oldukça önemli ölçüde değişme gösterdiği görülmektedir. Bu parametrenin boşta çalışma noktasına yakın noktalardaki değerleri ile kısa devre noktasındaki değeri arasında % 100 kadar oldukça büyük fark vardır.  $X_2$  deki değişmeyide y<sup>i</sup>ne,  $R_2$  de olduğu gibi, performans hesaplarında kullanabilmek için, kaymaya bağlı olarak bir denklem ile ifade etmek uygun olur. Bu değişim,

$$X_2 = p + (q/(r \cdot S + t))$$

şeklinde bir denklem ile ifade edilebilir. Ele alınan makina <sup>i</sup>çin p, q, r ve tkatsayıları deneme yolu ile p=1,92, q=0,062, r=3,1 ve t=0.015 olarak bulundu. (48) denkleminin ölçülen değerler ile oldukça iyi bir uygunluk gösterdiği şekil 4 ten görülmektedir.

Şekil 3 ve Şekil 4,  $R_2$  ve  $X_3$  parametreler<sup>i</sup>nin kaymaya göre sabit kabul edilmesi halinde, performans hesaplarında önemli ölçüde hata yapılacağını açıkça ortaya koymaktadır.

82

# 4 — DENEY SONUÇLARININ HESAP SONUÇLARI İLE KARŞILAŞTIRILMASI :

Burada önerilen yöntemin geçerliliğini tartışmak amacı ile, söz konusu yönteme göre elde edilen eşdeğer devre parametreleri kullanılarak motorun akımı, momenti ve güç faktörü hesaplanarak sıra ile şekil 5, şekil 6 ve şekil 7 de ölçülen değerler ve aynı zamanda klasik yönteme göre elde ed<sup>i</sup>len eşdeğer devre parametreleri kullanılarak hesaplanan değerler ile karşılaştırıldı. Bu şekiller incelendiğinde, bu çalışmada önerilen yönteme göre hesaplanan çalışma büyüklükleri deney sonuçları ile oldukça iyi bir uygunluk göstermektedir. Akım, moment veya güç faktöründe ortaya çıkan hatanın en büyük değeri daima % 3 ten küçük kalmaktadır.







Şekil. 7 — Güç faktörünün kayma ile değişimi.

## Asenkron Motorların Eşdeğer Devre Parametrelerinin Yük ...

Klasik yönteme göre elde edilen parametreler kullanılarak yapılan hesaplamalardan elde edilen sonuçlar deney sonuçları ile büyük farklılıklar göstermektedir. Akım veya momentte ortaya çıkan hata nominal çalışma civarında % 22 değer<sup>i</sup>ne varmaktadır.

Yukarıda verilen sonuçlar, asenkron motorların performans hesaplarının eşdeğer devre üzerinden hassas bir şekilde hesaplanması söz konusu olduğunda, eşdeğer devre parametrelerinin klasik yönteme göre hesaplanmasının yetersiz olduğunu açıkça ortaya koymaktadır. Bu çalışmada önerilen yöntem bu güçlüğü önemli ölçüde ortadan kaldırmaktadır.

## 5 - SONUC:

Asenkron motorların gerek geçici hal büyüklüklerinin ve gerek sürekli hal büyüklüklerinin eşdeğer devre üzerinden yeterli doğrulukla hesaplanması, eşdeğer devre parametrelerin<sup>i</sup>n ne derece doğru elde edilmiş olmasına bağlıdır. Bu çalışmada bu gerçeğin bilinci ile hareket edilerek eşdeğer devre parametrelerinin çalışma noktasına göre değişimlerini elde edebilecek bir yöntem ortaya konulmuş ve yöntemin geçerliliği deney sonuçları ile tetk<sup>i</sup>k edilmiştir. Yöntemin esası oldukça basit bir temele dayandığından ve gerekli hesaplamalar çok uzun olmadığından gerek mühendisler ve gerekse araştırmacılar tarafından kolayca uygulanabilir. Hesaplamalar basit bir bilgisayar programı ile yapılabileceği gibi, küçük el hesap makinaları ile de yapılabilir. Uygulamada ortaya çıkan tek zorluk, kısa devre deneyi ve yük deneyinden okunacak değerler<sup>i</sup>n oldukça hassas bir şekilde ölçülmesinin gerekmesidir.

### PEFEEANSLAR

- 1) Agarwal, P. D. and Alger P. L. : 'Saturation factors for the leakage reactance of induction motors, Trans AIEE, 1961, 80, PP. 1037-1042.
- Chalmers, B. J. and Dodgson, R.: 'Saturated leakage reactance of cage induction motors', Proc. IEE, 1969 116 (8), pp. 1395 - 1404.
- Akbaba M. and Flyn F. P.: 'Asymmetrical short circuits on 3-phase induction motors', ICEM, 1978, part 1, pp. S2/2-1 - S2/2-12, Brussels, Belgium.
- Akbaba M.: 'Effect of design parameters on transients in induction machines', Doktora tezi, 1978., Glasgow İngiltere.
- 5) Subba Rao V. and Butler O. I. : 'Stray losses of polyphase cage-induction motors with particular reference to the condition of inperfect rotor-bar-iron insulation', Proc. IEE, 1969, 116 (5), pp. 737 - 751.
- 6) Brown J. E., and Grantham C.: 'Determination of parameters and parameter variations of a 3-phase induction motor having current displacement rotor', Proc. IEE, 1975, 122 (9), pp. 919 - 921.