

İçme Suyu Filtrelerinde Geri Yıkama

Yılmaz MUSLU ¹⁾

Atilla AKKOYUNLU ²⁾

Giriş

Yüksek hızlı bir filtrenin taneleri, bütün yatağı akışkan hale getirmeğe yetecek bir hızla geri yıkılarak en iyi bir şekilde temizlenir. Bu esnada tanelerden ayrılan yumak parçalarının suyla yıkama oluklarına sürüklenmesine yetecek bir zaman geçmiş olmalıdır. Suyla birlikte hava da tatbik edilirse yatağın yıkanmadan sonra genleşmesi azaltılmış olur.

Filtre tesisinin proje ve inşaatında gerekli tedbirler alınmazsa etkili bir geri yıkama temin edilemez. Bu sebeple olaya etkiyen faktörlerin gözden geçirilmesine ve daha önce yapılmış çalışmalar sonunda elde edilen teorik ve pratik sonuçların bilinmesine ihtiyaç vardır.

Yüksek Hızlı Filtrelerde Geri Yıkama Sırasında Yük Kaybı, Geri Yıkama Hızı ve Geri Yıkama Sayısı

Bir filtreyi etkili olarak yıkamak için yatak, bütün taneleriyle birlikte akışkan hale gelerek süspansiyon durumuna geçmelidir (1). Bu halde filtre tanelerinin etrafındaki akımda, sürtünme sebebiyle basınç kaybı, tanelerin su içindeki ağırlığına eşittir. Aşağıda olaya tesir eden büyüklükler ayrı ayrı ifade edilecektir.

Tanelerin su içindeki ağırlığı

$$V_t(\rho_t - \rho)g = dl_c(1 - f_c)(\rho_t - \rho)g \quad (1a)$$

denkleminle ifade edilebilir. Bu denklem elde edilirken filtre taban alanı birim olarak alınmıştır. dl_c ve f_c sırasıyla genleşmiş filtrede göz önüne alınan tabaka kalınlığı ve poroziteyi gösterir.

1) Doç. Dr., I.T.Ü. İnşaat Fak., Çevre Bilimleri ve Teknolojisi Kürsüsü

2) Yük. Müh., I.T.Ü. İnşaat Fakültesi

Geri yıkama sırasında, dl_c boyundaki sürtünme kaybı $\gamma \cdot dh_c$ olsun. Bu değerlere bağlı olarak, geri yıkama sırasında birim uzunluktaki yük kaybı sürtünmeden ileriye gelen basınç kaybını tanelerin su içindeki ağırlığına eşitleyerek bulunur.

$$\gamma \cdot dh_c = dl_c (1-f_c) (\rho_t - \rho) g \quad (1b)$$

J hidrolik eğimi $\frac{dh_c}{dl_c}$ ye eşittir. dh_c , dl_c kalınlığındaki yük kaybıdır.

Buna göre

$$\frac{dh_c}{dl_c} = J = \frac{\rho_t - \rho}{\rho} \cdot (1-f_c) \quad (2)$$

olur. Burada l_c , geri yıkamaya bağlı olarak genişmiş filtrenin her hangi bir seviyeye göre uzunluğunu göstermektedir.

Geri yıkamada yük kaybı, yıkama suyu hızının belli bir değerinden sonra sabit kalacak ve artık artmayacaktır. Bu durum yukarıda açıklandığı gibi sürtünme kaybı, tanelerin su içindeki ağırlığına eşit olduğu zaman meydana gelir (2). Yani (1) No.lu denklem maksimum hidrolik eğimi gösterir.

Geri yıkama suyunun v_w hızı, taneli malzeme içindeki bir boyutlu akıma ait yük kaybını veren denklemlerden birini meselâ Kozeny - Carman ifadesini (2) bağıntısına eşitleyerek bulunur :

$$J = \frac{i \cdot \psi^2 \cdot v}{g} \cdot \frac{(1-f_c)^2}{f_c^3} \cdot \frac{v_w}{d_0^2} = \frac{\rho_t - \rho}{\rho} \cdot (1-f_c) \quad (3)$$

$$v_w = \frac{g (\rho_t - \rho)}{i \cdot \psi^2 \cdot v \cdot g} \cdot \frac{f_c^3}{1-f_c} \cdot d_0^2 \quad (4)$$

Verilen bir tane boyutu, porozite değeri ve su sıcaklığı için (4) denklemden v_w hesaplanabilir. Ancak $i \cdot \psi^2$ lineer olmayan akım bölgesinde Reynolds sayısının fonksiyonudur ve v_w bilinmedikçe hesaplanamaz. Ayrıca f_c , taneler tam olarak süspansiyon hale geçinceye kadar bir bilinmeyen olarak kalır.

Huisman (2), geri, yıkamada $(30) \times 10^{-3}$ m/sn (=108 m/st) e kadar büyük hızların tatbik edildiğini ifade etmiştir. Bu hız sınırlarında akım, laminer ve türbülanslı bölge arasında, yani geçiş bölgesinde bulunur. Huisman, bu bölgede L filtre uzunluğunda meydana gelen H yük kaybı için aşağıdaki ampirik ifadeyi kullanmaktadır :

$$H = 150 \frac{v^{0.8}}{g} \cdot \frac{(1-f)^{1.8}}{f^3} \cdot \frac{v^{1.2}}{d^{1.8}} \cdot L \quad (5)$$

Yukarda açıklandığı üzere, geri yıkama sırasında belli bir hızdan sonra yük kaybı sabit kalacaktır. Bu durum, H yük kaybının tanelerin sudaki ağırlığına eşit olması halinde meydana gelir. (2) bağıntısı yardımıyla

$$H = J \cdot L = (1-f) L \left(\frac{\rho_t - \rho}{\rho} \right) \quad (6)$$

yazılabilir. (6) ifadesi, (5) bağıntısında yerine konursa,

$$(1-f)L \frac{(\rho_t - \rho)}{\rho} = 150 \frac{v^{0.8}}{g} \cdot \frac{(1-f)^{1.8}}{f^3} \cdot \frac{v^{1.2}}{d^{1.8}} \cdot L \quad (7)$$

olur. Geri yıkama sırasında f porozitesi f_e ye ve L derinliği de L_e ye doğru büyüyecektir. Bu durumda yukarıdaki bağıntıyı

$$(1-f_e)L_e \frac{(\rho_t - \rho)}{\rho} = 150 \frac{v^{0.8}}{g} \cdot \frac{(1-f_e)^{1.8}}{f_e^3} \cdot \frac{v^{1.2}}{d^{1.8}} \cdot L_e \quad (8)$$

şeklinde yazmak mümkün olur. Filtre malzemesinin miktarının sabit kalması dolayısıyla

$$A \cdot L (1-f) = A \cdot L_e (1-f_e) \quad (9)$$

$$(1-f)L = (1-f_e) L_e \quad (10)$$

yazılabilir. Bu bağıntı (8) de yerine konulursa

$$(1-f_e)L_e \frac{(\rho_t - \rho)}{\rho} = 150 \frac{v^{0.8}}{g} \cdot \frac{(1-f_e)^{1.8}}{f_e^3} \cdot \frac{v^{1.2}}{d^{1.8}} \cdot L_e \quad (11)$$

yazılabilir. Bu denklem genişmiş filtre yatağının porozitesi f_e ye göre çözümlerse

$$\frac{f_e^3}{(1-f_e)^{0.8}} = 150 \frac{v^{0.8}}{g} \cdot \frac{\rho}{\rho_t - \rho} \cdot \frac{v^{1.2}}{d^{1.8}} \quad (12)$$

elde edilir. Huisman, kâfi bir yaklaşıklıkla

$$\frac{f_e^3}{(1-f_e)^{0.8}} \approx 2,63 f_e^{3.6} \quad (13)$$

alınabileceğini ifade ederek (12) yerine

$$f_e^{3,6} = \frac{150}{2,63} \cdot \frac{v^{0,8}}{g} \cdot \frac{\rho}{\rho_t - \rho} \cdot \frac{v_w^{1,2}}{d^{1,8}} \quad (14)$$

yazmakta ve genişmiş yatağın porozitesi için

$$f_e = 3,07 \frac{v^{1/4,5}}{g^{1/3,6}} \left(\frac{\rho}{\rho_t - \rho} \right)^{1/3,6} \frac{v_w^{1/3}}{d^{1/2}} \quad (15)$$

denklemini vermektedir.

Su sıcaklığı ile kinematik viskozite arasında aşağıdaki tabloda belirtildiği üzere bir bağıntı mevcuttur :

Sıcaklık t , °C	0	5	10	15	20	25	30
$10^6 \nu$, m ² /sn.	1,792	1,519	1,310	1,146	1,011	0,898	0,804

Huisman, genel bir formül vermek maksadıyla, su sıcaklığı ile kinematik viskozite arasındaki bağıntının yaklaşık olarak

$$\frac{1}{v^{4,5}} = \frac{1}{20,2(0,94 + 0,006 t)} \quad (16)$$

şeklinde ifade edilebileceğini ileriye sürmektedir.

Filtre malzemesi olarak kumun kullanıldığı gözönüne alınırsa, kum yatağından suyun süzülmesi hali için

$$\left(\frac{\rho}{\rho_t - \rho} \right)^{1/3,6} = \left(\frac{1}{2,6 - 1} \right)^{1/3,6} = 0,877 \quad (17)$$

$$g^{1/3,6} = (9,81)^{1/3,6} = 1,887 \quad (18)$$

olur. 16, 17 ve 18 ifadelerini göz önüne almak suretiyle (15) bağıntısı şöyle yazılabilir.

$$f_e = 3,07 \frac{1}{20,2 (0,94 + 0,006 t)} \cdot \frac{1}{1,887} \cdot 0,877 \cdot \frac{v_w^{1/3}}{d^{1/2}} \quad (19)$$

$$f_e = \frac{0,07}{(0,94 + 0,006 t)} \cdot \frac{v_w^{1/3}}{d^{1/2}} \quad (20)$$

Yukarda kısaca belirtildiği üzere L uzunluğundaki yatak geri yıkama sırasında genişmeye maruz kalır ve bu olayın nihayetinde L_e uzunluğuna ulaşır. Bu andan itibaren flüidizasyon başlayarak yatak akışkan hale geçer.

Her iki halde de toplam tane hacimleri aynıdır. Genleşmeden önceki filtre hacmini V_f ve filtre alanını A ile gösterirsek, 9 ve 10 bağıntıları yardımıyla

$$\frac{L_e}{L} = \frac{(1-f)}{(1-f_e)} \quad (21)$$

olur. Buradan bütün yatak için E' genişleme oranı

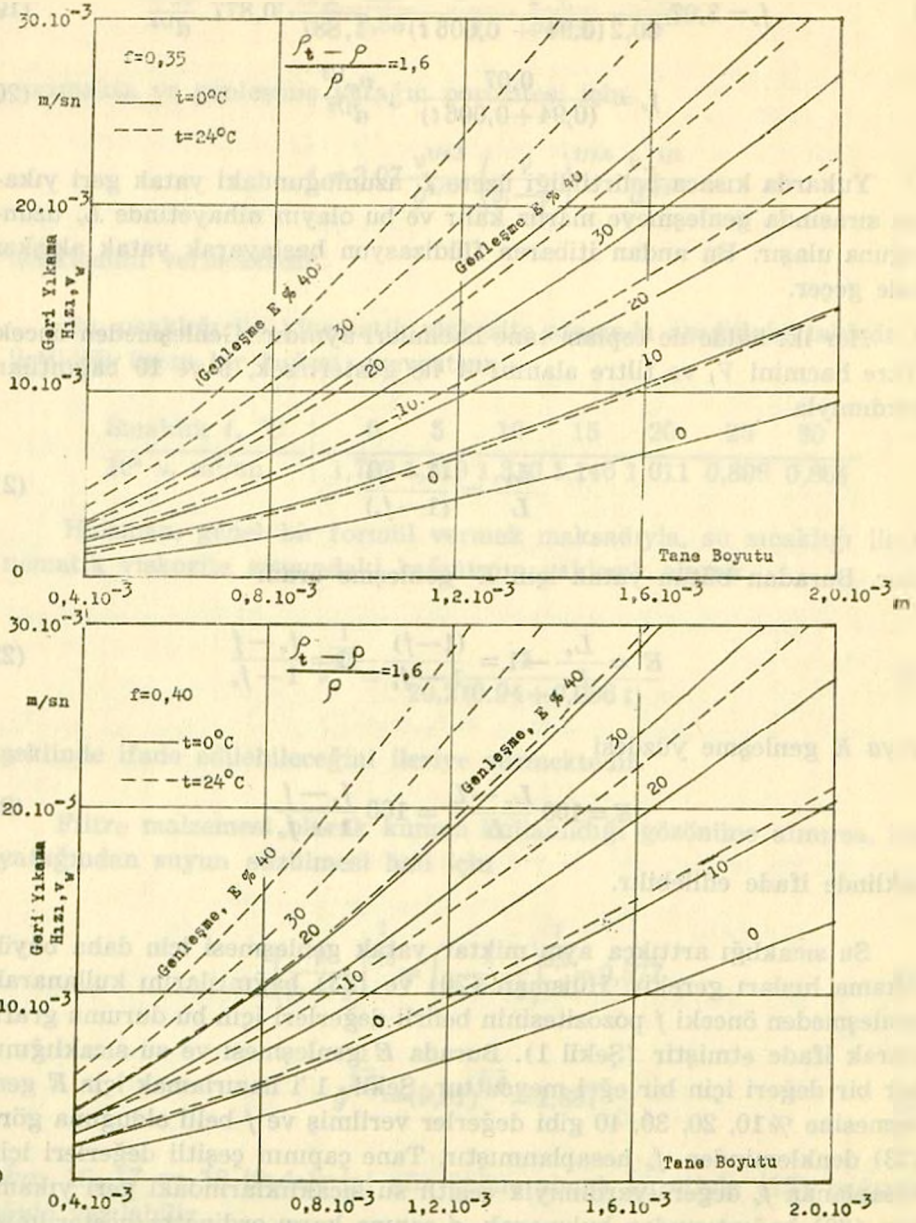
$$E' = \frac{L_e}{L} - 1 = \frac{(1-f)}{1-f_e} - 1 = \frac{f_e - f}{1-f_e} \quad (22)$$

veya E genişleme yüzdesi

$$E = 100 \frac{L_e - L}{L} = 100 \frac{f_e - f}{1-f_e} \quad (23)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Su sıcaklığı arttıkça aynı miktar yatak genişmesi için daha büyük yıkama hızları gerekir. Huisman (20) ve (23) bağıntılarını kullanarak, genişmeden önceki f pozozitesinin belirli değerleri için bu durumu grafik olarak ifade etmiştir (Şekil 1). Burada E genişmesi ve su sıcaklığının her bir değeri için bir eğri mevcuttur. Şekil - 1 'i hazırlamak için E genişmesine %10, 20, 30, 40 gibi değerler verilmiş ve f belli olduğuna göre, (23) denkleminde f_e hesaplanmıştır. Tane çapının çeşitli değerleri için, hesaplanan f_e değeri yardımıyla çeşitli su sıcaklıklarındaki geri yıkama hızı (20) bağıntısından bulunarak, d çapına karşı ordinatta gösterilmiştir. Böylece her bir E genişmesi ve t sıcaklığı için bir eğri elde edilmiştir.



Şekil. 1 — Poroziteleri % 35 ve % 40 olan aynı boyutlu küresel tanelerden meydana gelen kum yatağının genişmesi. (L. Huisman)

Şekil 1 deki eğriler, sıcaklık arttıkça aynı miktar genişleme için gerekli yıkama hızının da artacağını göstermektedir. Bir misal olarak $\frac{\rho_t - \rho}{\rho} = 1,6$; $f = 0,35$; $d = 0,8 \cdot 10^{-3}$ m. olan bir filtrede %40 lık bir genişleme için 0°C de $8,4 \cdot 10^{-3}$ m/sn ; 24°C de ise $12,8 \cdot 10^{-3}$ m/sn. değerinde hızların gerekli olduğu Şekil 1 den bulunur.

Bu sonucu şu şekilde hesaplayabiliriz :

$t = 0^\circ\text{C}$ de

$$E' = \frac{f_c - 0,35}{1 - f_c} = 0,40 \quad (24)$$

Buradan $f_c = 0,535$ bulunur. (20) bağıntısından

$$f_c = \frac{0,07}{(0,94 + 0,006 t)} \cdot \frac{v_w^{1/3}}{d^{1/2}}$$

$$0,535 = \frac{0,07}{(0,94 + 0,006 \cdot 0)} \cdot \frac{v_w^{1/3}}{(0,8 \cdot 10^{-3})^{1/2}} \quad (25)$$

$$0,535 = \frac{0,07}{0,94} \cdot \frac{v_w^{1/3}}{0,0283}$$

$$v_w^{1/3} = \frac{0,535 \cdot 0,94 \cdot 0,0283}{0,07}$$

$v_w = 8,4 \cdot 10^{-3}$ m/sn elde edilir.

$t = 24^\circ\text{C}$ de

$$E' = \frac{f_c - 0,35}{1 - f_c} = 0,40; f_c = 0,535$$

$$f_c = \frac{0,07}{(0,94 + 0,006 \cdot 24)} \cdot \frac{v_w^{1/3}}{(0,8 \cdot 10^{-3})^{1/2}} \quad (26)$$

$$0,535 = \frac{0,07}{1,084} \cdot \frac{v_w^{1/3}}{0,0283}$$

$v_w = 12,8 \cdot 10^{-3}$ m/sn.

Üniform olmayan filtre malzemesi kullanılması halinde geri yıkama yapıldığında tabakalanma görülür (6). İnce taneler yatağın üst tarafında, iri taneler de alt tarafında toplanır. Bu gibi yataklarda geri yıkama düşük hızlarda olursa sadece üst tabakalar genişler, alt tabakalarda taneler durgun halde kalır. Böylece filtrenin çalışması sırasında birikmiş kirliliklerin alt tabakalardan yukarı doğru hareketi zorlaşmış olur. Bu sebepten dolayı yıkama hızı, yatağın alt kısımlarında da yeterli bir genişleme meydana gelmesi için arttırılır. Ancak bu durumda da üst tabakaların genişmesi çok yüksek olacaktır. Bu halde oldukça büyük bir malzeme kaybı meydana gelebilir. Yüksek geri yıkama hızında yükselen suyun sürtünme hareketi artar ve serbest kalan yumakların, yüzeye doğru daha kolay olarak çıkmasını sağlar. Bütün bu durumları göz önüne alarak geri yıkama hızı optimum hale getirilmeye çalışılır. Eskiden kum yatakların genişleme miktarı oldukça standard olup, malzeme ince ise % 50, kaba ise % 30 idi (7). Bununla beraber, bugün gerek yıkama suyu kaybını önlemek, gerekse filtrenin uygun bir şekilde temizlenmesini temin etmek için kum filtrelerinde küçük genişlemelere yönelme eğilimi görülmektedir.

Değişik Malzemedan Meydana Gelmiş Filtrelerde Geri Yıkama Teorisi (3)

Flüdize olmuş bir yatakta hafif tanelerin yoğunluğu, ağır taneler ile su karışımının yoğunluğunu geçmezse hafif olan filtre malzemesinin taneleri çökelmeyip daha ağır olan malzemenin taneleriyle karışır. Taneler üzerine tesir eden kuvvetler göz önüne alınarak eşit yoğunluklu olmayan tanelerin karışması için kesin bir kriter verilebilir.

Camp, Graber ve Conklin bu hale ait geri yıkama teorisini kurarken bir tane üzerine gelen kuvvetleri ayrı ayrı incelemişlerdir (3). Buna göre taneye gelen F_b kaldırma kuvveti, tanenin hacmine eşit hacimdeki sıvının ağırlığı, yani tanenin taşıdığı sıvının ağırlığı ile alakalıdır. Ancak bu sıvı içinde, taneden daha küçük hacimli parçacıklar mevcut olduğundan sıvı terimi yerine bundan böyle karışım denilecektir.

Akışkan hale geçmiş bir yatakta, V_p hacmindeki bir parçacık üzerine tesir eden F_b kaldırma kuvveti tane ve su karışımından meydana gelen V_p hacmindeki kitlenin ağırlığına eşit olup aşağıdaki denklemlerle ifade edilir :

$$F_b = V_p \cdot g \cdot \rho_m \quad (27)$$

Burada V_p aynı zamanda, parçacığın yer değiştirmesine sebep olduğu karışımın hacmini göstermektedir. ρ_m ise bu karışımın özgül kütleleridir. Karışım, parçacıkların dışında kalan yatak malzemesi ile sıvıdan meydana gelmektedir.

Yıkama sırasında yukarıda bahsi geçen karışımın içinde yüzen bir parçacığı ele alalım. Parçacığa çarpan sıvı akımı, ona aşağıdan yukarıya doğru bir F_D sürüklenme kuvveti tatbik eder. Parçacığın ağırlığı buna zıt bir kuvvettir. Yukardan aşağıya doğru tesir eden kuvvetler pozitif itibar olunursa bu iki kuvvetin bileşkesi

$$F = V_p \cdot g \cdot \rho_p - C_D \frac{3}{2d} V_p \cdot \rho \cdot \frac{v_w^2}{2f_e^2} \quad (28)$$

olur. Burada $V_p \cdot g \cdot \rho_p$ = özgül kütlesi ρ_p olan ve karışım içerisinde asılı halde bulunan parçacığın ağırlığı; C_D = çapı d ve en kesit alanı $(3/2d)$ V_p olan parçacığın sürüklenme (direnç) katsayısı; v_w = geri yıkama hızı; f_e = genişmiş yatağın söz konusu seviyedeki porozitesi; v_w/f_e = boşluk hızı; ρ = suyun özgül kütlesi.

Denge halinde F kuvveti F_b kaldırma kuvvetine eşit olur.

$$V_p \cdot g \cdot \rho_m = V_p \cdot g \cdot \rho_p - C_D \cdot \frac{3}{2d} \cdot V_p \cdot \rho \cdot \frac{v_w^2}{2f_e^2} \quad (29)$$

$$\rho_m = \rho_p - C_D \cdot \frac{3}{2d} \cdot \rho \cdot \frac{v_w^2}{2gf_e^2} \quad (30)$$

Parçacığa tesir eden sürtünme kuvveti için aşağıdaki şekilde

$$Re = \frac{\rho \cdot \frac{v_w}{f_e} \cdot d}{\mu} \quad (31)$$

bir Reynolds sayısı tariflenirse (31) bağıntısı yardımıyla

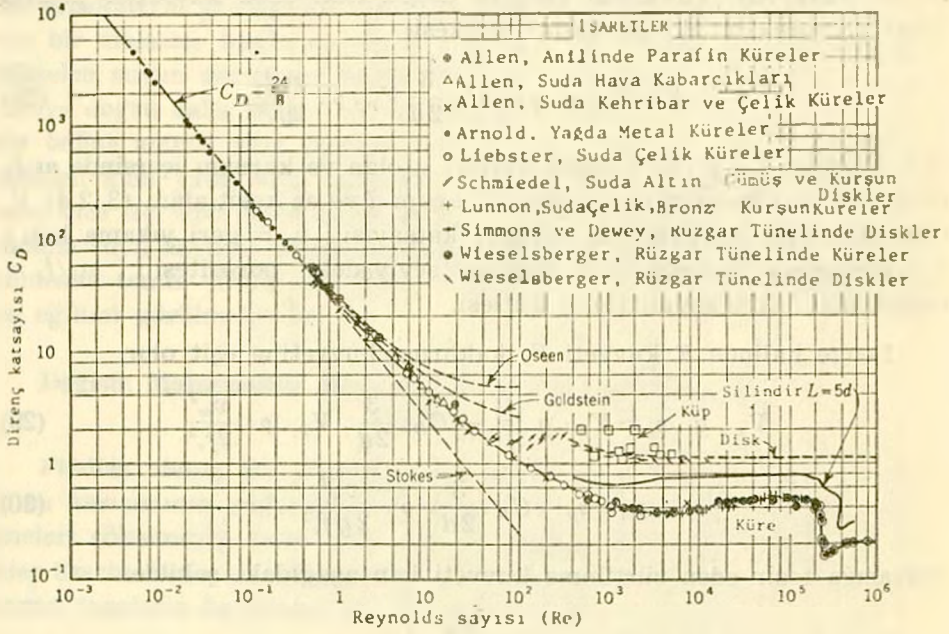
$$\frac{v_w^2}{f_e^2} = \frac{\mu^2}{\rho^2 d^2} Re^2 \quad (32)$$

olur ve bu bağıntı (30) da yerine konursa

$$\rho_m = \rho_p - C_D \cdot \frac{3}{2d} \cdot \rho \cdot \frac{1}{2g} \cdot \frac{\mu^2}{\rho^2 d^2} \cdot Re^2$$

$$\rho_m = \rho_p - \frac{3\mu^2}{4 \cdot \rho \cdot g d^3} C_D \cdot Re^2 \quad (33)$$

elde edilir. Küreler için C_D direnç katsayısının deneysel değerleri Reynolds sayısının fonksiyonu olarak Camp tarafından toplu halde Şekil 2 de gösterilmiştir (4). 33 bağıntısının sağ tarafındaki ikinci terim ρ_p özgül kütlelerine nazaran küçüktür ve bazı hallerde önemli bir hataya sebep olmaksızın ihmal edilebilir. Tabii bu, eşit yoğunluklu tanelerin karışması halinde doğru değildir. Bu halde sürtünme direncini ifade eden terim önem kazanır.



Şekil 2. Çeşitli geometrik şekildedeki tanelerin direnç katsayıları (Camp)

Yoğunluğu $\rho_p = 1,5$ olan kömür parçacıklarını ele alalım ve yoğunluğu $\rho_t = 2,65$ olan kum tanelerinin akışkan hale geçmesini inceleyelim:

ρ_t tanenin ve ρ sıvının özgül kütlelerini ve f_e genişmiş yatağın porozitesini gösterdiğine göre tane ve sıvı karışımının özgül kütlesi için

$$\rho_m = (1 - f_e) \rho_t + f_e \cdot \rho \quad (34)$$

yazılabilir. (34) ve (33) ifadeleri eşitlenirse

$$\rho_m = (1 - f_e) \cdot 2,65 + f_e \cdot 1 = 1,5 - \frac{3 \cdot \mu^2}{4 \cdot 1 \cdot g d^3} \cdot C_D \cdot Re^2 \quad (35)$$

elde edilir. Su sıcaklığı 20°C ($\mu/\rho = 0,01$ Stokes = $0,01 \text{ cm}^2/\text{sn}$), $Re \leq 0,5$ için $C_D = \frac{24}{Re}$ alındığı takdirde, kömür parçacıklarının çaplarının $d \leq 1,0$ mm olduğu göz önünde tutulursa (35) denkleminde

$$(1 - f_c) \cdot 2,65 + f_c \cdot 1 = 1,5 - \frac{3 \cdot (0,01)^2}{4 \cdot 1 \cdot 981 \cdot (0,1)^3} \cdot \frac{24}{0,5} \cdot (0,5)^2$$

$$- 1,65 f_c = - 2,65 + 1,5 - 0,000917 = - 1,1509$$

$$f_c = \frac{1,1509}{1,65} = 0,6975 \approx 0,70$$

bulunur. $d \leq 1,0$ mm için $f_c \geq 0,70$ elde edilir. Yani, kömür parçacıklarının kum ile karışarak akışkan hale gelmesi için genişmiş yatağın porozitesi bu değerden büyük olmalıdır.

Kum yatak için genişmeden önceki porozite $f_0 = 0,45$ olarak kabul edilirse bu durumda genişleme miktarı

$$E = \frac{f_c - f_0}{1 - f_c} = \frac{0,70 - 0,45}{1 - 0,70} = \frac{0,25}{0,30} = 0,83$$

yâni, $f_c \geq 0,70$ ve $f_0 = 0,45$ için $E \geq 0,83$ elde edilir.

Görüldüğü üzere karışma için gerekli olan genişleme miktarı pratikte kullanılamayacak kadar büyüktür. Bu sebeple kömür flüdize olmuş kum yatağın, yâni ağır malzemenin üzerinde karışmadan yüzecektir. Benzer tarzda, bir aktif karbon yatağı da genişmiş bir kum yatak üzerinde yüzecektir. Çünkü, aktif karbonun yoğunluğu, antrasit kömürünün yoğunluğundan daha da düşüktür.

Özgül kütlesi 2,65 olan kum ve özgül kütlesi 4,00 olan daha yoğun bir malzeme tanelerinden teşekkül etmiş bir yatağın flüdize olması halini ele alalım. Bu durumda denklem (33) ve (34) eşitlenirse, benzer şekilde

$$(1 - f_c) 4,00 + f_c \cdot 1 = 2,65 - \frac{3 \cdot (0,01)^2}{4 \cdot 1 \cdot 981 \cdot d^3} \cdot 24 \cdot 0,5$$

$f_c \geq 0,45$ elde edilir. Daha yoğun malzemeli yatağın porozitesi vasat bir geri yıkama hızına bağlı olarak bu rakamdan daha büyük olduğundan dolayı kum çökeliş flüdize olmuş yoğun malzeme ile karışacaktır (5).

Farklı malzemelerden meydana gelmiş bir filtrenin akışkan hale gelmesi durumunda porozitenin f olduğu seviyede genişmiş yatağa ait özgül kütle

$$\rho_m = p_1 \cdot \rho_1 + p_2 \cdot \rho_2 + f_c \cdot \rho \quad (36)$$

şeklinde yazılabilir. Burada p_1 , özgül kütlesi ρ_1 olan ağır tanelerin hacim oranı (tanelerin hacimlerinin, filtre zahiri hacmine oranı), p_2 daha hafif olan ρ_2 özgül kütlesini haiz tanelerin hacim oranı ve ρ da sıvı özgül kütlesini göstermektedir.

Yatağın birim zahiri hacmi başına, bu malzemelerin ağırlık cinsinden oranları w_1 ve w_2 ile gösterilirse

$$1 \cdot p_1 \cdot \rho_1 = w_1 \quad (37)$$

$$1 \cdot p_2 \cdot \rho_2 = w_2 \quad (38)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{w_2}{w_1} \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} \quad (39)$$

elde edilir. Diğer taraftan

$$p_1 + p_2 = 1 - f_c \quad (40)$$

olduğundan (40) denklemi yardımıyla

$$p_2 = (1 - f_c) - p_1 \quad (41)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1 - f_c}{p_1} - 1 \quad (42)$$

elde edilir. (39) ve (42) bağıntılarındaki $\frac{p_2}{p_1}$ oranları birbirine eşitle-nir ve p_1 çözümlürse

$$\frac{w_2}{w_1} \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{1 - f_c}{p_1} - 1 \quad (43)$$

$$p_1 = \frac{1 - f_c}{1 + \frac{w_2}{w_1} \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2}} \quad (44)$$

bulunur. $p_2 \cdot \rho_2$ değeri (39) bağıntısından alınıp (36) da yerine konursa

$$\rho_m = p_1 \cdot \rho_1 + \frac{w_2}{w_1} \cdot p_1 \cdot \rho_1 + f_c \cdot \rho \quad (45)$$

$$\rho_m = p_1 \cdot \rho_1 \left(1 + \frac{w_2}{w_1} \right) + f_c \cdot \rho \quad (46)$$

olur. Burada p_1 yerine (44) denklemdeki ifadesi yazılırsa

$$\rho_m = (1 - f_c) \cdot \rho_1 \cdot \frac{1 + \frac{w_2}{w_1}}{1 + \frac{w_2}{w_1} \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2}} + f_c \cdot \rho \quad (47)$$

elde edilir.

Katı tanelerin efektif özgül kütlesi

$$\rho_s = \frac{\rho_1 \cdot \rho_1 + \rho_2 \cdot \rho_2}{1 - f_c} = \rho_1 \cdot \frac{1 + \frac{w_2}{w_1}}{1 + \frac{w_2}{w_1} \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2}} \quad (48)$$

şeklinde hesap edilebileceğinden (47) bağıntısı

$$\rho_m = (1 - f_c) \cdot \rho_s + f_c \cdot \rho \quad (49)$$

haline gelir.

49 bağıntısındaki $(1 - f_c)$ değerini hesaplayabilmek için geri yıkama halindeki kritik eğim ifadesinden faydalanmak yoluna gidilir:

$$J = \frac{\rho_s - \rho}{\rho} (1 - f_c) \quad (50)$$

Bu genel denklemden ρ_s tanelerin özgül kütlesini göstermekte olup misalimizde bunun yerine ρ_c değeri konulacaktır. Buna göre

$$J = \frac{\rho_s - \rho}{\rho} (1 - f_c) \quad (51)$$

olur. Buradan

$$\rho_s = \frac{J}{1 - f_c} \rho + \rho \quad (52)$$

elde edilir. (52) ve (48) bağıntıları birbirine eşitlenirse

$$\frac{J}{1 - f_c} \cdot \rho + \rho = \rho_1 \cdot \frac{1 + \frac{w_2}{w_1}}{1 + \frac{w_2}{w_1} \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2}} \quad (53)$$

$$1 - f_c = \frac{J}{\frac{\rho_1}{\rho} \cdot \frac{1 + \frac{w_2}{w_1}}{1 + \frac{w_2}{w_1} \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2}} - 1}$$

elde edilir. Geri yıkama hızını bulmak için, (50) bağıntısı Kozeny denklemine eşitlenirse

$$J = \frac{\rho_t - \rho}{\rho} (1 - f_s) = \frac{\beta \cdot v}{g} \cdot \frac{(1 - f_s)^2}{f_s^3} \cdot \frac{v_w}{d^2} \quad (54)$$

$$v_w = \frac{g(\rho_t - \rho)}{\beta \cdot v \cdot \rho} \cdot \frac{f_s^3}{1 - f_s} \cdot d^2 \quad (55)$$

elde edilir. (55) bağıntısından β yı bulmak için önce ağır ve hafif tanelere ait d^2 değerinin ortalamasını belirtmek gerekir. Birim yatak hacmindeki tanelerin ağırlığı ve sayısı sırasıyla w ve n ile gösterilirse bu tanelerin ortalama çapı için

$$d_{ort}^3 = \frac{6}{\pi} \frac{w}{\rho_s \cdot g \cdot n} \quad (56)$$

yazılabilir. Bu işlemin belirli sayıdaki taneyi tartarak yapılması mümkündür. $\frac{w}{\rho_s \cdot g} = p = p_1 + p_2$ ve $n = n_1 + n_2$ olduğundan dolayı (56) denklemi

$$d_{ort}^3 = \frac{6}{\pi} \cdot \frac{p_1 + p_2}{n_1 + n_2} \quad (57)$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklemde n_1 ve n_2 sırasıyla ρ_1 ve ρ_2 özgül kütlelerine sahip; sayma ve tartma metoduyla boyutları d_1 ve d_2 olarak belirlenmiş taneleri haiz flüdize olmuş yatağın santimetre kübündeki tanelerin sayısını gösterir. p_1 ve p_2 sırasıyla yatağın 1 cm³ de ağır ve hafif taneler tarafından işgal edilmiş hacimlerdir. Buna göre yatağın bir santimetre kübündeki tanelerin sayısı

$$n_1 = \frac{p_1}{\frac{\pi}{6} d_1^3} \quad (58)$$

ve

$$n_2 = \frac{p_2}{\frac{\pi}{6} d_2^3} \quad (59)$$

olur (57), (58) ve (59) ifadeleri birleştirilirse d^2 nin ortalama değeri

$$d^3_{ort} = \frac{6}{\pi} \frac{p_1 + p_2}{n_1 + n_2} = \left(\frac{1}{n_1 + n_2} \right) \frac{6}{\pi} (p_1 + p_2)$$

$$d^3_{ort} = \frac{1}{n_1 + n_2} (n_1 d_1^3 + n_2 d_2^3)$$

$$d^2_{ort} = \left(\frac{n_1 d_1^3 + n_2 d_2^3}{n_1 + n_2} \right)^{2/3} \quad (60)$$

şeklinde elde edilir.

N O T A S Y O N

- A* = Filtre yatağı en kesit alanı
C_D = Direnç katsayısı
d₀ = Temiz filtre tane çapı
d = Filtre tane çapı
E = Filtre yatak genişmesi
f_e = Geri yıkama sırasında genişmiş *dl_c* kalınlığındaki tabakanın porozitesi
f = Porozite oranı
f₀ = Temiz filtre yatağına ait porozite
F_b = Suyun kaldırma kuvveti
g = Yer çekimi ivmesi.
dh_e = Geri yıkama sırasındaki genişmiş *dl_c* kalınlığındaki tabaka içindeki yük kaybı
H = Her hangi bir *t* anında filtrenin toplam *L* derinliğindeki yük kaybı
J = Hidrolik eğim
dl_c = Geri yıkama sırasında genişmiş filtre tabaka kalınlığı
L = Filtre yatak derinliği
L_c = Genleşmiş filtre yatak derinliği.
n = Birim yatak hacmindeki tanelerin sayısı
p₁, p₂ = Sırasıyla ağır ve hafif tanelerin hacim oranları
Re = Reynolds sayısı
V_t = Filtredeki toplam tane hacmi
V_w = Geri yıkama suyu hızı
V_f = Toplam filtre hacmi
V_p = Parçacık hacmi
V_t = Boşluk hızı
w₁, w₂ = Sırasıyla ağır ve hafif malzemelerin ağırlık cinsinden oranları

- γ = Suyun özgül kütlesi
 ρ_i = Tanenin özgül kütlesi
 ρ_m = Tane ve su karışımından meydana gelen kitlenin özgül kütlesi
 ρ_p = Parçacık özgül kütlesi
 ρ_s = Katı tanelerin efektif özgül kütlesi
 ψ = Tane şekil faktörü
 ν = Kinematik viskozite
 μ = Dinamik viskozite
 λ = Sürtünme faktörü

REFERANSLAR

1. Camp, R., «Theory of Water Filtration», Sanitary Engineering Division, ASCE, Vol. 90, No. SA 4, 1, 1964.
2. Huisman, L., «Lecture Notes on Rapid Sand Filtration», Delft University of Technology, Netherlands, 1974.
3. Camp, R., «Backwashing of Granular Water Filters», Journal of the Sanitary Engineering Division, ASCE, Vol. 97, No. SA 6, December, 1971.
4. Camp, R., «Sedimentation and Design of Settling Tanks», Trans. ASCE. 895, 1946.
5. Camp, R., «Backwashing of Granular Water Filters (Closure)» Journal of the Sanitary Engineering Division, ASCE., Vol. 97, No. SA 6, December 1971.
6. Fair, G.M., and Geyer, J.C., «Water Supply and Waste Water Disposal», Mc Graw - Hill, 1954.
7. Johnson L.R., and Cleasby, L.J., «Effect of Backwash on Filter Effluent Quality», Journal of the Sanitary Engineering Division, 1966.