Beitrag zur Berechnung eines Konverteragrings mit offenem Profil insbesondere Unterberücksichtigung Wölbkrafttorsion.

von

Dr. - Ing. Şevket BAKIR

Einleitung zur Problemstellung

Die Gefässe für die heutigen Konverter für das LD– und LDAC–Verfahren erreichen Höhen bis ca. 10 m und Durchmesser bis ca. 8 m bei einem Gesamtgewicht bis zu 1000 t. Sie ruhen in einem Konvertertragring.

Oberhalb und unterhalb des tragrings werden heute fast ausschliesslich je 4 konsolartige Pratzen an dem Gefässmantel angeschweisst, die zur Kraftübertragung zwischen Konvertergefäss und Tragring dienen (s. Abb 1).

İm Betrieb können an Teilen des Tragrings und des Konvertergeflässes Temparaturen über 400° C auftreten. Diese Temperaturen verursachen aussergewöhnliche Beanspruchungen und vermindern die Festigkeit des Werkstoffes. Sie beeinflussen daher das Tragverhalten des Konverters und des Tragrings ganz entscheidend. Dies kann verbessert werden, wenn Z.B. durch konstuktive Massnahmen die Betriebstemperaturen gesenkt werden.

In einer Untersuchung sollte Änderung der Gestalt des Tragrings die Abkühlungsmöglichkeit verbessert werden. Dabei wurde anstelle eines geschlossenen Tragringsprofil ein effanes gewählt. Zur Ermittlung der maximalen Spannungen in einem solchen Bauteil sind theoretisch durchgeführt worden, wobei von den Belastungs-und Geometriebedingungen eines Tragrings mit geschlossenem Profil ausgegangen worden ist. Damit konnten die maximalen Gesamtspannungen zwischen in der Praxis optimal ausgelegtem Konvertertragring und theoretischem Tragring mit offenem Profil verglichen werden.

Berechnungs grundlagen

Die Berechnung der Wölbspannungen von geraden, dünnwandigen, offenen Profilen werden in [1], [2] und [3] behandelt. In [4] wurde ohne Berücksichtigung des Wölbkrafttorsionseninflusses die Lösung des geschlossenen Kreisringsproblems unter Verwendung der Formänderungsarbeit angegeben.

Die fundamentalen, exakten Differentialgleichungen sind in [1] zur Berechnung der Wölbspannungen von eben bzw. räumlich gekrümmten, dünnwandigen Stäben aufgeführt, wobei eine Lösung nicht angegeben wurde.

In [5] wurden die vollständigen Lösungen des Tragringsproblems mit Berüchsichtigung des *Wölbkrafttorsionseinflusses* gewonnen.

Belastung des Konvertertragrings

Die Belastung des Tragrings lässt sich in vier Anteile aufteilen (s. Abb. 2).

1. Einzellast F, senkrecht zur Krümmungsebene
2. Stetig verteilte Last q (Eigengewicht)
3. Äusseres Einzeltorsionsmoment M_t
4. Stetig verteiltes Drilloment m_t

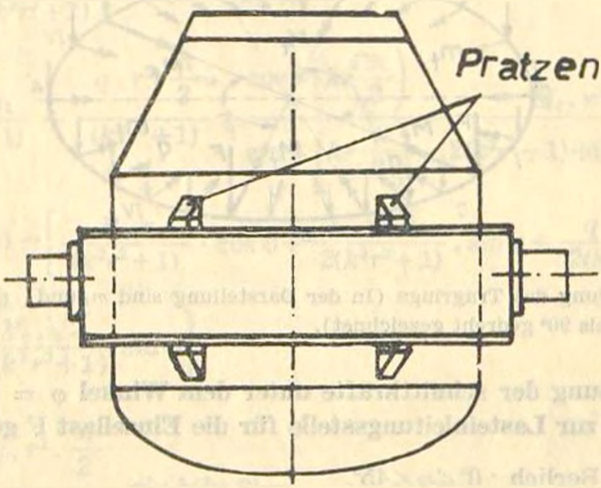

Abb. 1—a

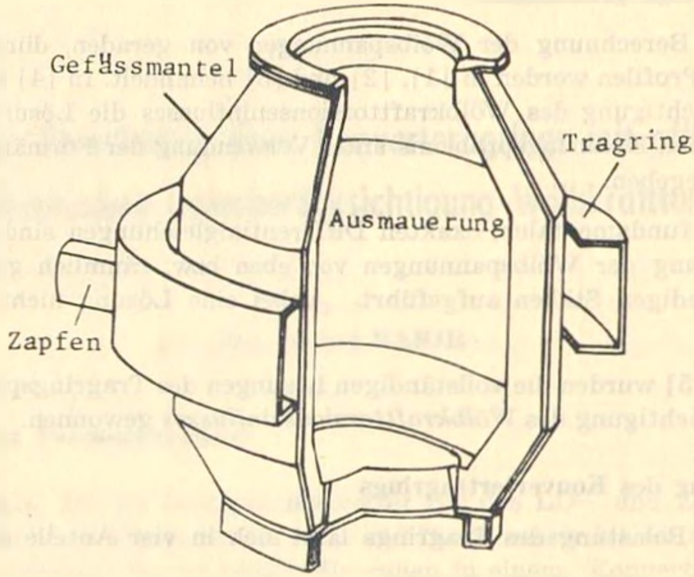

Abb. 1—b

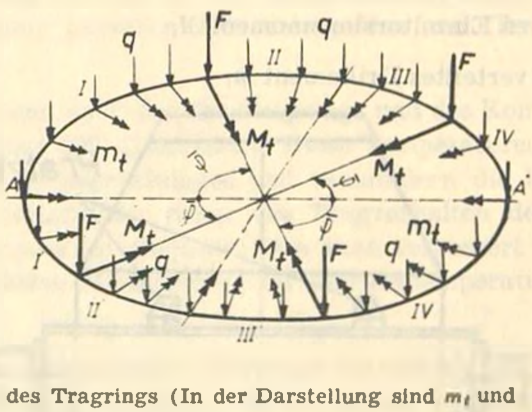

Abb. 2. Belastung des Tragrings (In der Darstellung sind m_t und M_t im Uhrzeigersinn als 90° gedreht gezeichnet).

Bestimmung der schnittkräfte unter dem Winkel $\varphi = 45°$, der vom Auflager bis zur Lasteinleitungsstelle für die Einzellast F gemessen wird.

Für den Berlich : $0° \leq \varphi \leq 45°$.

$$Q_{y\varphi} = F + q \cdot r \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right)$$

$$M_{x\varphi}=F\,.\,r\,.\sin\varphi-F\,.\,r\,.\,\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\varphi+q\,.\,r^2\,.\left(\frac{\pi}{2}.\sin\varphi-1\right)+M_t\,.\,\frac{\sqrt{2}}{2}\,.\cos\varphi$$

$$M_{D\varphi}=F\,.\,r\,.(1-\cos\varphi)-F\,.\,r\,.\,\frac{\sqrt{2}}{2}\,.\sin\varphi+q\,.\,r^2.\,\frac{\pi}{2}-q.r^2\left(\frac{\pi}{2}\,.\cos\varphi+\varphi\right)+$$

$$+M_t.\,\frac{\sqrt{2}}{2}\,.\sin\varphi+m_t.\,\frac{r}{2}\,.(\pi-2\varphi)$$

$$M_{DP\varphi}=-\left[\frac{F\,.\,r+q\,.\,r^2\,.\,\frac{\pi}{2}}{k^2r^2+1}\right].\cos h\,(kr\,\varphi)+$$

$$+\left[\frac{F\,.\,r\,.\,K_1}{2(k^2r^2+1)}+\frac{q\,.\,r^2.\frac{\pi}{2}}{k^2r^2+1}\cdot\frac{\cos h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)}{\sin h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)}-\frac{M_t\,.\,r^2\,.\,k^2}{2(k^2r^2+1)\sin h\left(kr\frac{\pi}{4}\right)}\right].$$

$$\cdot\sin h\;(kr\,\varphi)+\frac{m_t\,.\,r}{2}\,.(\pi-2\varphi)+F\,.\,r+\frac{F\,.\,r^3\,.\,k^2}{k^2r^2+1}\,.\cos\varphi\,.\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+$$

$$+q\,.\,r^2.\,\frac{\pi}{2}-q\,.\,r^2\,.\,\varphi-\frac{q\,.\,r^4.\,k^2.\,\pi}{2(k^2r^2+1)}\,.\cos\varphi+\frac{M_t\,.\,r^2.\,k^2.\sqrt{2}}{2(k^2r^2+1)}\cdot\sin\varphi$$

$$M_{DS\varphi}=\frac{F\,.r+q\,.\,r^2\,.\,\frac{\pi}{2}}{(k^2r^2+1)}\,.\cos h\,(kr\,\varphi)-$$

$$-\left[\frac{F\,.\,r\,.\,K_1}{2(k^2r^2+1)}+\frac{q\,.\,r^2.\,\frac{\pi}{2}}{(k^2r^2+1)}\cdot\frac{\cos h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)}{\sin h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)}-\frac{M_t\,.\,r^2\,.\,k^2}{2(k^2r^2+1)\cdot\sin h\left(kr\frac{\pi}{4}\right)}\right]\cdot$$

$$\cdot\sin h\;(kr\,\varphi)-\left[\frac{F\,.\,r}{(k^2r^2+1)}\cdot\cos\varphi+\frac{F\,.\,r\sqrt{2}}{2(k^2r^2+1)}\,.\sin\varphi+\frac{q\,.\,r^2\,.\,\pi}{2(k^2r^2+1)}\right.\cdot$$

$$\left.\cdot\cos\varphi-\frac{M_t\,.\sqrt{2}}{2(k^2\,r^2+1)}\sin\varphi\right]$$

$$B_\varphi=\frac{F\,.\,r+q\,,\,r^2\,.\,\frac{\pi}{2}}{k(k^2r^2+1)}\,.\sin h(kr\,\varphi)-$$

$$-\left[\frac{F\cdot r K_1}{2k(k^2r^2+1)}+\frac{q\cdot r^2\cdot\frac{\pi}{2}}{k(k^2r^2=1)}\cdot\frac{\cos h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)}{\sin h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)}-\frac{M_t\ r^2\cdot k}{2\,(k^2r^2+1)\sin h\left(kr\frac{\pi}{4}\right)}\right]\cdot$$

$$\cdot\cos h\,(kr\,\varphi)+\frac{m_t}{k^2}-\left[\frac{F\cdot r^2}{(k^2r^2+1)}\cdot\sin\varphi-\frac{Fr^2\sqrt{2}}{2(k^2r^2+1)}\cdot\cos\varphi-\frac{q\cdot r}{k^2}+\right.$$

$$\left.+\frac{q\cdot r^3}{(k^2r^2+1)}\cdot\sin\varphi+\frac{M_t\cdot r\cdot\sqrt{2}}{2(k^2r^2+1)}\cdot\cos\varphi\right]$$

Fürden Bereich: $45^\circ\leq\varphi\leq 90^\circ$

$$Q_{y\varphi}=q\cdot r\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)$$

$$M_{x\varphi}=F\cdot r\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\sin\varphi+q\cdot r^2\left(\frac{\pi}{2}\sin\varphi-1\right)+M_t\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\varphi$$

$$M_{D\varphi}=-F\cdot r\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cos\varphi+q\cdot r^2\cdot\frac{\pi}{2}-q\cdot r^2\left(\frac{\pi}{2}\cdot\cos\varphi+\varphi\right)-$$

$$-M_t\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\varphi+\frac{m_t\cdot r}{2}(\pi-2\varphi)$$

$$M_{DP\varphi}=\left[-\frac{F\cdot r}{2(k^2r^2+1)}\cdot K_2\cdot\sin h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)-\frac{q\cdot r^3\cdot\frac{\pi}{2}}{2(k^2r^2+1)}+\right.$$

$$\left.+\frac{M_t\cdot r^2\cdot k^2}{2(k^2r^2+1)}\cdot\frac{\sin h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)}{\sin h\left(kr\frac{\pi}{4}\right)}\right]\cdot\cos h\,(kr\,\varphi)+$$

$$+\left[\frac{F\cdot r}{2(k^2r^2+1)}\cdot K_2\,\cos h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)+\frac{q\cdot r^3\cdot\frac{\pi}{2}}{2(k^2r^2+1)}\cdot\frac{\cos h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)}{\sin h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)}-\right.$$

$$\left.-\frac{M_t\cdot r^2\cdot k^2}{2\,(k^2r^2+1)}\cdot\frac{\cos h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)}{\sin h\left(kr\frac{\pi}{4}\right)}\right]\cdot\sin h\,(kr\,\varphi)+$$

$$+\frac{m_t \cdot r}{2}(\pi-2\varphi)-\frac{F\cdot r^3\cdot k^2\,(1-\sqrt{2}/2)}{(k^2r^2+1)}\cdot\cos\varphi+q\cdot r^2\cdot\frac{\pi}{2}-$$

$$-q\,r^2\varphi-\frac{q\cdot r^4\cdot k^2\cdot\pi}{2(k^2r^2+1)}\cdot\cos\varphi-\frac{M_t\cdot r^2\cdot k^2\sqrt{2}}{2(k^2r^2+1)}\cdot\cos\varphi$$

$$M_{DS\varphi}=\left[\frac{F\cdot r\cdot K_2}{2(k^2r^2+1)}\cdot\sin h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)+\frac{q\cdot r^3\cdot\frac{\pi}{2}}{2(k^2r^2+1)}-\right.$$

$$\left.-\frac{M_t\cdot r^2\cdot k^2}{2(k^2r^2+1)}\cdot\frac{\sin h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)}{\sin h\left(kr\frac{\pi}{4}\right)}\right]\cdot\cos h\,(kr\,\varphi)-$$

$$-\left[\frac{F\cdot r}{2(k^2r^2+1)}\cdot K_2\cos h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)+\frac{q\cdot r^2\cdot\frac{\pi}{2}}{2(k^2r^2+1)}\cdot\frac{\cos h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)}{\sin h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)}-\right.$$

$$\left.-\frac{M_t\cdot r^2\cdot k^2}{2(k^2r^2+1)}\cdot\frac{\cos h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)}{\sin h\left(kr\frac{\pi}{4}\right)}\right]\cdot\sin h\,(kr\,\varphi)-$$

$$-\left[\frac{F\cdot r\,(1-\sqrt{2}/2)}{(k^2r^2+1)}\cdot\cos\varphi+\frac{q\cdot r^2\cdot\frac{\pi}{2}}{(k^2r^2+1)}\cdot\cos\varphi+\frac{M_t\cdot\sqrt{2}/2}{(k^2r^2+1)}\cos\varphi\right]$$

$$B_\varphi=\left[\frac{F\cdot r}{2k(k^2r^2+1)}K_2\cdot\sin h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)+\frac{q\cdot r^2\cdot\frac{\pi}{2}}{2k(k^2r^2+1)}-\right.$$

$$\left.-\frac{M_t\cdot r^2\cdot k}{2(k^2r^2+1)}\cdot\frac{\sin h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)}{\sin h\left(kr\frac{\pi}{4}\right)}\right]\cdot\sin h\,kr\varphi-$$

$$-\left[\frac{F\cdot r}{2k(k^2r^2+1)}\cdot K_2\cdot\cos h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)+\frac{q\cdot r^2\cdot\frac{\pi}{2}}{2k(k^2r^2+1)}\cdot\frac{\cos h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)}{\sin h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)}-\right.$$

$$- \frac{M_t \cdot r^2 \cdot k}{2(k^2r^2+1)} \cdot \left.\frac{\cos h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)}{\sin h\left(kr\frac{\pi}{2}\right)}\right] \cdot \cos h\,(kr\,\varphi) +$$

$$+ \frac{m_t}{k^4} - \left[\frac{F \cdot r^2\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{(k^2r^2+1)} \cdot \sin\varphi - \frac{q \cdot r}{k^2} + \frac{q \cdot r^3 \cdot \frac{\pi}{2}}{(k^2r^2+1)} \cdot \sin\varphi + \right.$$

$$\left. + \frac{M_t \cdot r\sqrt{2}/2}{(k^2r^2+1)} \cdot \sin\varphi\right) \Bigg]$$

Dabei sind die Konstanten k, K_1 und K_2 aus folgenden Beziehungen anzunehmen :

$$k = \sqrt{\frac{GI_d}{EI_\omega}}$$

$$K_1 = \frac{\cos h\left(kr\frac{\pi}{4}\right)-1}{\sin h\left(kr\frac{\pi}{4}\right)} + \frac{\sin h\left(kr\frac{\pi}{4}\right)}{\cos h\left(kr\frac{\pi}{4}\right)} \quad \text{und}$$

$$K_2 = \frac{\cos h\left(kr\frac{\pi}{4}\right)-1}{\sin h\left(kr\frac{\pi}{4}\right)} - \frac{\sin h\left(kr\frac{\pi}{4}\right)}{\cos h\left(kr\frac{\pi}{4}\right)}$$

Für die in oben angegebenen Formeln, die nach [5] ähnlicherweise abgeleitet werden können, wurden die Verläufe der Querkräfte Q_y, der

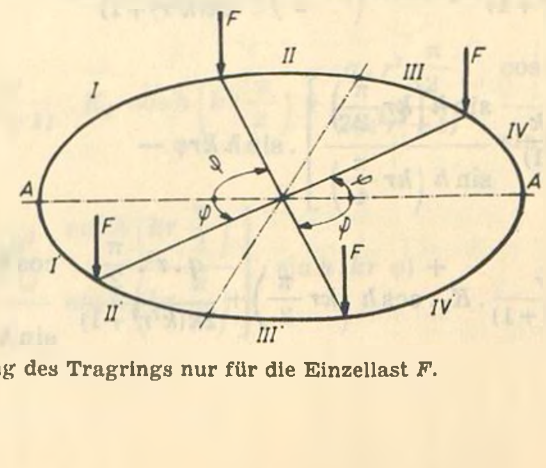

Abb. 3. Belastung des Tragrings nur für die Einzellast F.

Biegemomente M_x, der Gesamttorsionsmomente M_D, der primären Torsionsmomente M_{DP} (auch reine oder Saint Vénant'sche genannt), der sekundären Torsionsmomente M_{DS} und der Bimomente (auch Wölbmomente bezeichnet) in den Abb. 4 bis 8 nach der Belastung des *Konvertertragrings* für die Einzellast F dargestellt (S. Abb. 3).

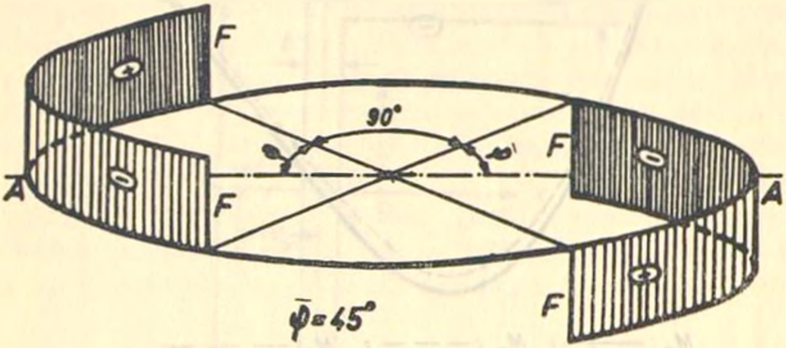

Abb. 4. Q_v - Verlauf.

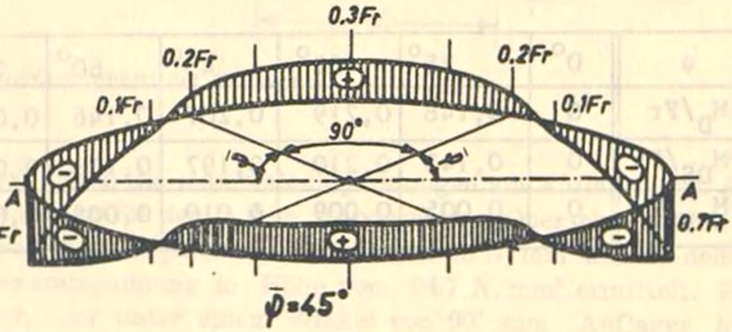

Abb. 5. M_x - Verlauf.

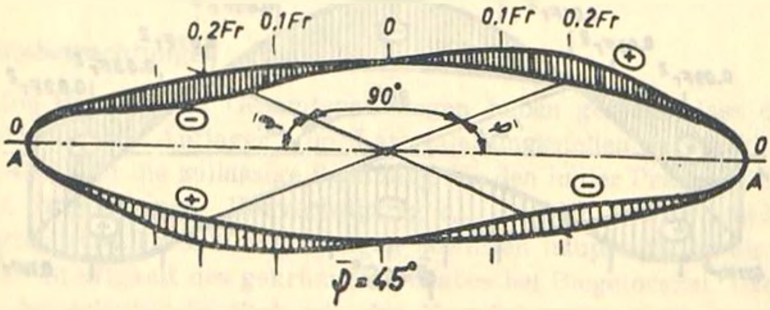

Abb. 6. M_D - Verlauf.

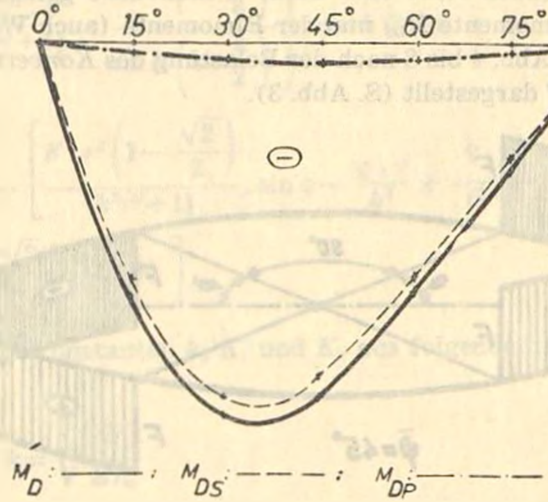

Abb. 7. M_{DS} - und M_{DP} - Verläufe für den vierten Teil des Tragrings

φ	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
$-M_D/Fr$	0	0,148	0,219	0,207	0,146	0,075	0
$-M_{DS}/Fr$	0	0,143	0,210	0,197	0,138	0,071	0
$-M_{DP}/Fr$	0	0,005	0,009	0,010	0,008	0,004	0

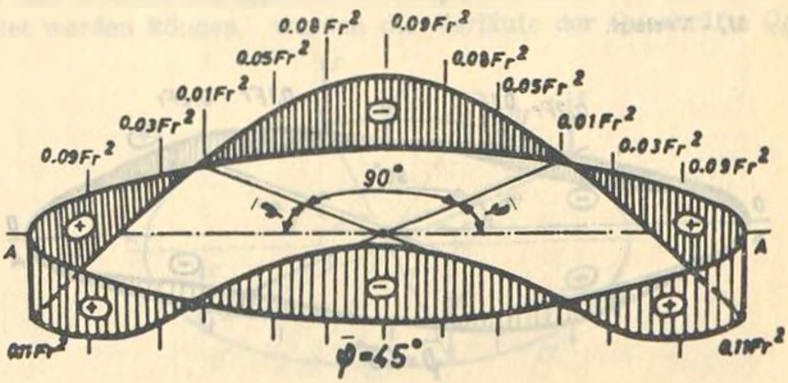

Abb. 8. B - Verlauf.

Nach diesen theoretischen Berechnungen wurden Biege-und Wölbnormalspannungen für den Querschnitt entsprechend Abb. 9 errechnet.

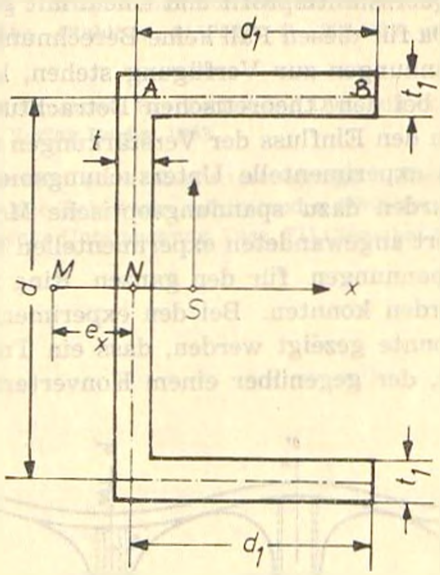

Abb. 9. Der Querschnitt des *U* - Profils.

Danach treten die maximalen Spannungen am Auflager auf. An dieser Stellen wurden für den in Abb. 9 angesehenen Querschnitt an dem Eckpunkt *B* eine Gesamtspannung in Höhe von 45 N/mm^2 und an dem Punkt *A* eine Gesamtspannung in Höhe vom 94·7 N/mm^2 ermittelt. Für den Querschnitt, der unter cinem Winkel von 90° zum Auflager liegt, ergaben sich für die gleichen Punkte Gesamtspannungen in Höhe von 39,1 N/mm^2 und 61,4 N/mm^2.

Schlussbetrachtungen

Die Berechneten Gesamtspannungen haben gezeigt, dass die Querschnitte an den Auflager - un Lasteinleitungsstellen verstärkt werden müssen, damit die zullässige Spannung für den in der Praxis optimal ausgelegt angesehenen Konvertragring σ_{zul} = 50 N/mm² nicht Überschritten wird. Diese Verstärkungen bewirken hauptsächlich eine Erhöhung der Steifigkeit des gekrümmten Stabes bei Biegetorsion. Damit kann aber der gekrümmte Stab mit den Verstärkungen nicht mehr als ein gekrümmter Stab mit offenem Profil betrachtet werden. Er nimmt vielmehr eine Mittelstellung zwischen einem gekrümmten, dünnwandigen Stab mit offenem Quersshnittsprofil und einem mit geschlossener Querschnittskontur ein. Da für diesen Fall keine Berechnungswege zur Ermittlung der Gesamtspannungen zur Verfügung stehen, konnte der Einfluss der Verstärkungen bei den theoretischen Betrachtungen nicht berücksichtigt werden. Um den Einfluss der Verstärkungen am gekrümten Stab zu ermitteln, sollen experimentelle Untersuchungsmethoden angewandet werden. In [5] wurden dazu spannungsoptische Modelluntersuchungen durchgeführt, da dort angewandeten experimentellen Wege die Verteilung Wölb - und Biegespannungen für den ganzen Ring mit geringem Aufwand bestimmt werden konnten. Bei den experimentel ermittelten Gesamtspannungen konnte gezeigt werden, dass ein Tragring mit offenem Profil (S. Abb. 10), der gegenüber einem Konvertertragring mit gesch-

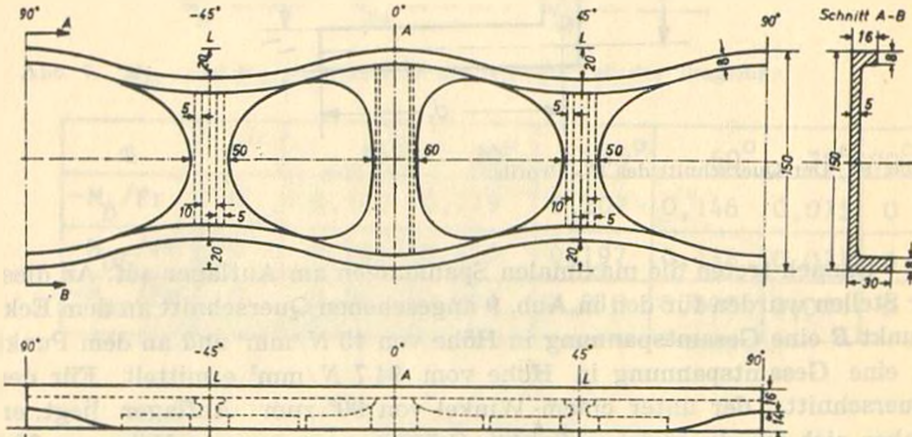

Abb. 10. Das Modell eunes Tragrings mit affenem profil.

lossenem Querschnittsprofil in Bezug auf Wärmespannungen sehr viel günstiger ist, so ausgelegt werden kann, dass an keiner Stelle des Konvertertragrings, die maximale zulässige Spannung 50 N/mm^2 Überschritten wird.

Literaturverzeichnis

[1] Wlassow, W, S. : Dünnwandige elastische Stäbe, Band 1 und 2, Deutsche Bearbeitung Eva Duda, VEB - Verlag für Bauwesen, Berlin 1965.

[2] Bornscheuer, F., W. : Systematische Darstellung des Biege - und verdrehvorganges, Stahlbau 21(1952), S. 1/9.

[3] Bornscheur, F., W. : Beispiel und Formelsammlung zur Spannungsberechnung dünnwandiger Stäbe, Stahlbau 2(1952), S. 225/232 und Stahlbau 22(1953) S. 32/44.

[4] Biezeno, C., B. und Grammel, R. : Technische Dynamik, 2. Aufl., 1. Band, S. 362 Kap. V, Springer - Verlag Berlin, 1953.

[5] Bakır, Ş. : Optimierung eines Konvertertragrings insbesondere unter Berücksichtigung der bei der Belastung auf tretenden Wölbkrafttorssion. Rechnerlche und Spannungsoptische Untersuchung, Diss. TU Clausthal 1976.