

Über ein neues kinematisches Abbildungssystem
(Günhan - Mazlumoğlu)
und dessen Zusammenhang mit den anderen⁽¹⁾

(Günhan - Mazlumoğlu) adlı

Yeni bir kinematik izdüşüm sistemi ve bunun
diğerleri ile olan bağıntısı hakkında⁽¹⁾

Asaf V. Günhan

I.T.Ü. Fakultät für Naturwissenschaften Lehrstuhl
für Angewandte - und Darstellendegeometrie

Ö z e t

Bu makalede yeni olarak ortaya konulmuş olan ve (Günhan - Mazlumoğlu) olarak adlandırılan, kinematik bir izdüşüm sisteminin Blaschke - Grünwald ve Major - Mises kinematik izdüşüm sistemleri ile olan bağıntıları belirtilmiştir.

Zusammenfassung

In der folgenden Zeilen werden den Zusammenhang einen neuen kinematischen Abbildungssystem, die ich (Günhan - Mazlumoğlu) bezeichne, mit den anderen kinematischen Abbildungssysteme z. B. Blaschke - Grünwald und Major - Mises, hervorgehoben worden.

Problemstellung

Da bei der Abbildungssystemen als Abbildungselementen Gerade- oder Krümmelinien gewählt werden können, haben wir als Abbildungsstrahl die *positive Schraublinien*, die durch den Raumpunkt mit einem konstantem Parameter k läuft, gewählt⁽²⁾.

Die Schraubachse e ist senkrecht und die Abbildungsebene π ist horizontal vorausgesetzt (Abb. 1 a, b).

Die Punkte A des projektiven Raumes werden auf π mit seinem Grundriss A' und Schraubriss A_0' , der der Spurpunkt auf π der Schraublinie s ist, die durch den Raumpunkt läuft, dargestellt⁽²⁾.

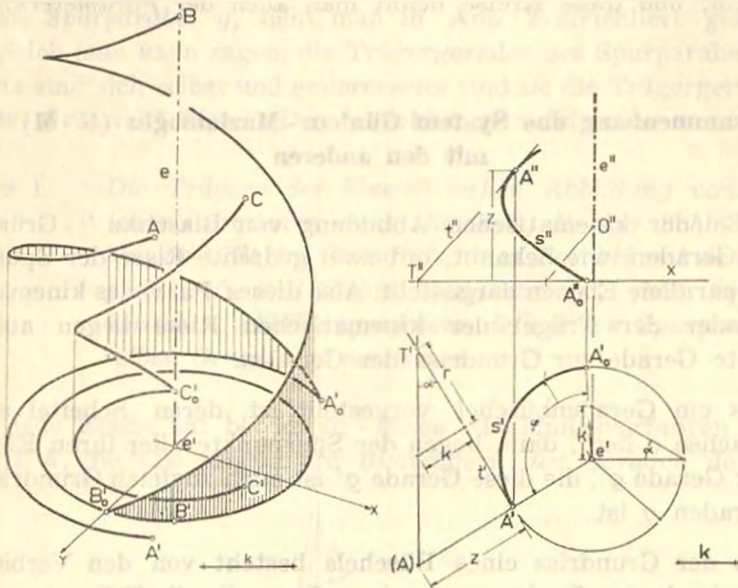


Abb. 1.

Die Geraden, die zur Bildebene π nicht parallel sind, werden im Schraubriss mit einer bestimmten Kreisevolventen dargestellt (Abb. 2); falls sie horizontal sind, sind sie im Schraubriss wieder Geradenlinien.

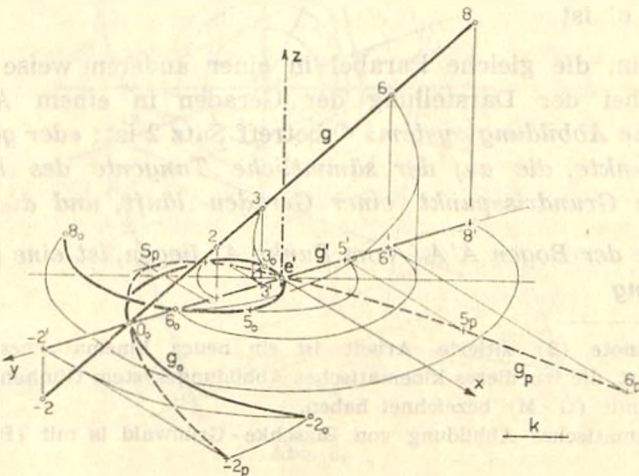


Abb. 2.

Die Ebenen des Raumes werden mit einem *speziellen Geradennetz*, die aus Tangenten einer gespitzten Kreisevolventen bestehen, dargestellt. Der Parameter - Kreis der Evolventen hängt von der Neigung der Ebenen ab; und diese Kreise nennt man auch der *Parameterkreis der Ebene*.

Zusammenhang das System Günhan - Mazlumoglu (G - M) (*) mit den anderen

1. Bei der kinematischen Abbildung von Blaschke⁽⁴⁾ - Grünwald⁽⁵⁾ sind die Geraden, wie bekannt, mit zwei gedrehte Risse der Spurpunkte auf zwei parallele Ebenen dargestellt. Also dieses Paar des kinematischen Risses, oder der Träger der kinematischen Risse liegen auf einer senkrechte Gerade zur Grundriss der Geraden.

Falls ein Geradenbüschel vorgestellt ist, deren Scheitel auf der Schraubachse e liegt, dann liegen der Spurpunkte aller ihren Elementen auf einer Gerade g' , die diese Gerade g' ist auch zugleich Grundriss einer Raumgeraden g ist.

Also der Grundriss eines Büschels besteht von den Verbindungsgeraden e' mit den Punkten von g' ; andererseits die Trägergeraden der kinematischen Risse von Blaschke - Grünwald (***) (B - G) liegen auch senkrecht zur betreffenden Grundriss der Geraden g' , deshalb liegt der Scheitel des rechten Winkels auf g' mit der Kanten, der eine als Träger der kinematischen Risse, und die andere läuft immer durch e' . Also der zweite Kante umhüllt einen *Parabel* dessen Scheiteltangente g' und Brennpunkt e' ist.

Man kann die gleiche Parabel in einer anderen weise definieren, nämlich, bei der Darstellung der Geraden in einem Arbeit über «*Parabolische Abbildungssystem*»⁽⁶⁾ betreff Satz 2 ist: «*der geometrische Ort aller Punkte, die auf der sämtliche Tangente des Kreises der betreffenden Grundrisspunkt einer Geraden läuft, und die sie gleich entfernt wie der Bogen $\widehat{A'A'}$ vom Punkt A' liegen, ist eine Parabel mit der Gleichung*

(*) Fussnote (2) zitierte Arbeit ist ein neues kinematisches Abbildungssystem definiert, die wir dieses kinematisches Abbildungssystem Günhan - Mazlumoglu benannt und mit (G - M) bezeichnet haben.

(**) Kinematisches Abbildung von Blaschke - Grünwald is mit (B - G) bezeichnet worden.

$$ux^2 - u r_0 x + k r_0 y = 0,$$

wobei, u , r_0 und k die Abbildungsinvarianten sind.

Diese Spurparabel g_p sieht man in Abb. 2 strichliert gezeichnet; und zugleich man kann sagen, die Trägergeraden des Spurparabelpunktes einerseits sind sich selbst und andererseits sind sie die Trägergeraden des Blaschke - Grünwald Risses. Daraus erhält man folgender :

Satz 1. Die Trägern der kinematischen Abbildung von (B - G) jener Geraden g eines Büschels, die der Scheitel auf e hat, umhüllt im Grundriss einen Parabel mit dem Brennpunkt e' und Scheiteltangente g' , fällt im Parabolischen Abbildungssystem definierten Spurparabel der selben Geraden g zusammen.

2. Jede Ebene hat bei Major - Mises Abbildungsverfahren (*) einen Bildpunkt E , die alle sogenannte Bildträgern der Geraden der Ebene

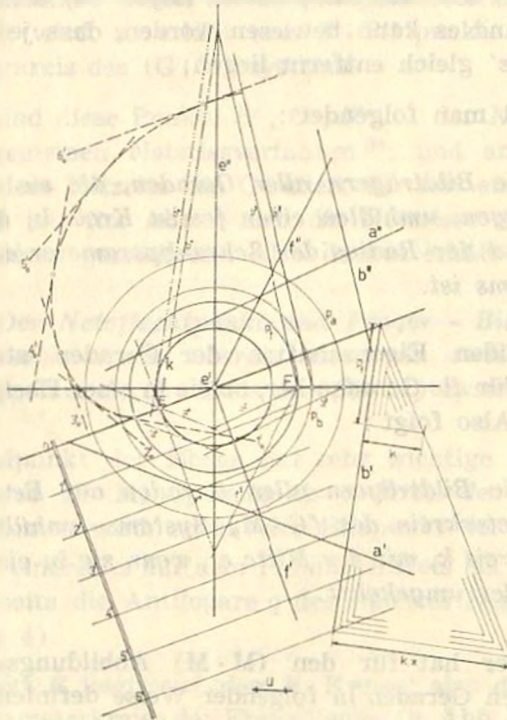


Abb 3.

(*) Major - Mises Abbildungsverfahren wird in der folgenden Zeilen mit (M - M) bezeichnet.

durch ihm gehen müssen (Abb. 3). Dieser Bildpunkt E liegt auf dem Schnittpunkt zweier Bildträgern der Geraden jener Ebene. Falls man anstelle ein beliebiger c -Kreis (wie bei der Major - Mises Verfahren) der Parameterkreis p der Ebene von (G - M) System wählt, so erhält man folgender :

Satz 2. *Der Bildpunkt E jeder Ebene des (M - M) Abbildungsverfahrens liegt auf dem Schnittpunkt der Spurparallele durch e' mit dem k -Kreis (Parameterkreis der Schraubung) in der positiv zunehmender Richtung der Ebene; und auch zu erhalten, wenn man als c -Kreis des Systems (M - M) Parameterkreis (p -Kreis) der Ebene des System (G - M) annimmt.*

3. Vom Satz 2 erhält man sofort, falls man anstelle c -Kreis des (M - M) Systems für die Geraden der entsprechenden Parameterkreis der Geraden des (G - M) Systems annimmt, so liegen die Bildpunkten auf dem k -Kreise; d.h. *die Bildpunkten liegen auf der Parameterkreis der Schraubung* und es kann bewiesen worden, dass jede Trägergerade vom Mittelpunkt e' gleich entfernt liegen;

Daraus erhält man folgender :

Satz 3. *Die Bildträgern aller Geraden, die sie in einer Ebene liegen, umhüllen einen festen Kreis k , die die Mitte e' und der Radius der Schraubparameter des (G - M) Systems ist.*

Von den beiden Eigenschaften der Geraden stellt man einen *Schnittkriterium für die Geraden* her, ob sie in einer Ebene liegen oder sie sind windschief. Also folgt :

Satz 4. *Die Bildträgern aller Geraden auf Bezug ihren Parameterkreis des (G - M) Systems umhüllen einen festen Kreis k , mit der Mitte e' , wenn sie in einer Ebene liegen oder umgekehrt.*

4. W. Prager hat für den (M - M) Abbildungsverfahren einen Ergänzung für den Geraden in folgender Weise definiert ⁽⁷⁾:

Er hat statt der Bildträger der Geraden der Drehfluchtpunkt - wie bei der Ebene - angenommen; d.h. wenn man auf der Schraubachse ein geeigneter Punkt als Augepunkt annimmt, so erhält man der Prager - Bildpunkt (P -Bildpunkt) zweierlei. Erstens - wie bekannt - mit einem negativen viertel Drehung des Fluchtpunktes um e' ; zweitens als Pole des Bildträgers von (M - M) Abbildungsverfahren durch den Parameterkreis des (G - M) Systems. Also, P -Bildpunkt liegt in Polareneigenschaft auf Bezug der Parameterkreis des (G - M) Systems. Damit von allen bisherigen festgestellten Eigenschaften der Geraden erhält man folgender :

Satz 5. *Da die Bildträgern aller Geraden die Tangenten des k -Kreises (d.h. Schraubparameterkreis des (G - M) Systems) sind, sind jeder P -Bildpunkte der Antipole der Bildträgern auf Bezug dessen Parameterkreis der Ebene des (G - M) Systems.*

5. Wenn anstelle c -Kreis der Schraubparameterkreis k des (G - M) Systems gewählt wird, so erhält man P -Bildpunkte des Geraden auf ihrem Parameterkreis des (G - M) systems.

Einerseits sind diese Punkte B'' , C'' , F'' , ... der *Netzfluchtpunkt* der Geraden in allgemeinen Netzrissverfahren⁽¹⁾; und andererseits liegen die Punkte auf dem Netzriss des Geraden, der mit einem Kreis b'' , c'' , f'' , ... dargestellt ist, (im Abb. 4 sind die Netzrisse der Geraden mit strichlierten Kreisen gezeichnet). Also daraus erhält man folgender :

Satz 6. *Der Netzfluchtpunkt und Prager - Bildpunkt einer Geraden stimmt überein, wenn als c -Kreis von (M - M) System der k -Kreis des (G - M) Systems gewählt wird.*

6. Der Bildpunkt der Ebene hat sehr wichtige Rolle; nämlich, wenn k -Kreis des (G - M) Systems als c -Kreis des anderen (M - M) Systems angenommen wird, so hat der Bildpunkt der Ebene einen Gegenpunkt \bar{E} , der einerseits auf dem Parameterkreis der Ebene gegenüber E liegt, andererseits die Antipolare q des Punktes E auf Bezug der k -Kreise ist (Abb. 4).

Der Bildpunkt E liegt auf dem k -Kreise; also der Gegenpunkt \bar{E} soll auf dem Parameterkreise der Ebene liegen (in Abb. 4 der Gegenpunkt E auf Grund des Dreifluchteigenschaften mit F'' bezeichnet). Alle diese

Prager - Bildpunkte der Geraden einer Ebene liegen auf *einer Geraden*, der sie *die Antipolare* der Bildpunkte der Ebene auf Bezug Parameterkreise der Schraubung sind. Also Zusammenfassend erhält man :

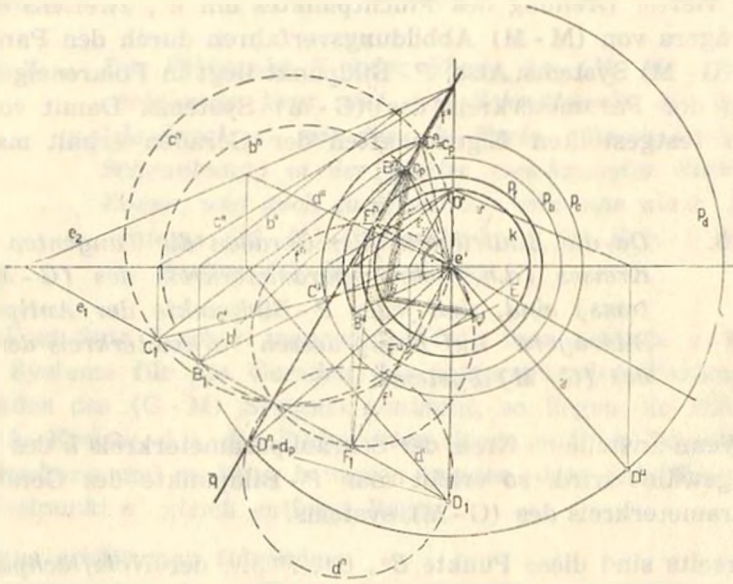


Abb. 4.

Satz 7. Die *P*-Bildpunkte, dessen Geraden in einer Ebene liegen, liegen auf einer Geraden *q*, die sie die Antipolare von *E* auf Bezug Parameterkreise der Schraubung des (*G*-*M*) Systems ist.

(Eingegangen Februar 1973)

- (1) Der Verfasser hat mit dem gleichen Titel an der Österreichischen Mathematiker - Tagung einen Vortrag gehalten «Über ein neues kinematisches Abbildungssystem (Günhan - Mazlumoglu) und dessen Zusammenhang mit den anderen» 17 - 21 Sept. 1973 Wien.
- (2) *Belgin Mazlumoglu*; Dik - Helisel izdugum sistemi hakkında, Dissertationsarbeit. I.T.U. Temel Bilimler Fakultesi 1974. und, Bulletin of the Technical University of Istanbul Vol 30 Nr 2 S 24 - 39.

- (3) Das Begriff «Schraubriß» ist meines Wissens nach ertemal von *F. M. Palm* in einem Aufsatz gebraucht worden: «Über den Perspektivumriß einer allgemeinen Schraubfläche» Aus der Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften in Wien Math. - Naturw. Klasse Abteilung II.a, 157 Bd. 1 - 5 Heft 1949.
- (4) *W. Blaschke*; Euclidische Kinematik und nichteuclidische Geometrie; Z. Math. Phys. 60 (1911) S. 61 - 91.
- (5) *J. Grünwald*; Ein Abbildungsprinzip, welches die Ebene Geometrie und Kinematik mit der räumlichen Geometrie verknüpft. Sitz. Ber. Akad. Wiss. Wien, Abt. II a 120 (1911) S. 677 - 741.
- (6) Vgl. *Ender Şamikoğlu*; Parabolik izdüşüm sistemi. İ.T.Ü. Temel Bilimler Fakültesi 1976. Dissertationsarbeit.
- (7) *W. Prager*; Hauptsätze Beitrag zur Kinematik des Raumfachwerks. Zeitschrift für Angewandte Math. und Mech. Bd. 6, Heft 5, 1926.
- (8) *E. Kruppa*; (1885 - 1967) Über Misessche Abbildung räumlicher Kräftesysteme Z. angew. Math. Mech. 4 (1924) (S.146 - 155).