

**Türk Hazır Giyim Sanayi İçin Veri Madenciliği Tabanlı Bir Kalıcı  
İndirim Yönetim Sistemi Prototipi**

**Proje No: 107M257**

Doç.Dr. Ayhan DEMİRİZ  
Yrd.Doç.Dr. Ufuk KULA  
Yrd.Doç.Dr. Tankut ATAN  
Yrd.Doç.Dr. Gürdal ERTEK

ARALIK 2010  
SAKARYA

## ÖNSÖZ

Türkiye'deki hazır giyim perakendeciliği üzerine yapılan bu çalışmada kalıcı indirim ve fiyatlandırma modelleri üzerinde durulmuş ve proje 1 Kasım 2007 ile 1 Kasım 2010 tarihleri arasında TÜBİTAK tarafından desteklenmiştir. Başta TÜBİTAK Başkanlığı ve destekleyen üniversiteler olarak Sakarya Üniversitesi, Işık Üniversitesi ve Sabancı Üniversitesi Rektörlükleri'ne bizlere verdikleri destek için teşekkür ederiz. Proje çalışması süresince hem akademisyenler, hem bursiyer öğrenciler hem de endüstrideki proje paydaşları önemli bilgi kazanımları sağlamışlardır. Bu projenin başarıyla gerçekleşmesinde LC Waikiki'nin sağladığı gerçek veriler önemli bir yer tutmaktadır. Bu noktada öncelikle LC Waikiki Genel Müdür Yardımcısı Sayın Osman Şentürk'e teşekkür ederiz. Sırasıyla Sayın Cemil Yıldız (Collezione, Genel Müdür Yardımcısı) ve Sayın Serkan Ulukaya'ya (LC Waikiki, İş Zekası Yöneticisi) proje süresince yapılan tartışmalar ve verilerin hazırlanmasında yaptıkları katkılarıyla ötürü teşekkür ederiz. Bu çalışmamızda görev alıp, başarılı çalışmalar yapan başta Beyazıt Ocaktan, Ahmet Cihan, Burçin Çiçek, Belma Yelbay, Onur Öztürk, Gizem İlyas ve Erol Aslan olmak üzere tüm bursiyer öğrencilere teşekkür ederiz. Ayrıca Yrd. Doç. Dr. Ufuk Kula'nın doktora öğrencisi Özlem Çoşgun ve Doç. Dr. Ayhan Demiriz'in doktora öğrencisi Betül Ekizoğlu'na projeye katkılarından ötürü teşekkür ederiz.

Doç.Dr. Ayhan Demiriz

Yrd.Doç.Dr. Ufuk Kula

Yrd.Doç.Dr. Tankut Atan

Yrd.Doç.Dr. Gürdal Ertek

## İçindekiler

<b>1. GİRİŞ</b>	<b>10</b>
<b>2. LİTERATÜR</b>	<b>16</b>
2.1. Dinamik Fiyatlandırma ve Kalıcı İndirimler	16
2.2. Gelir Yönetimi, Ticari Yazılımlar ve Perakendecilik	19
2.2.1 Gelir Yönetimi	19
2.2.2 Ticari Yazılımlar ve Perakendecilik	20
2.3. Veri Madenciliği ve Perakendecilik	22
<b>3. KULLANILAN VERİ SETLERİNİN YAPISI VE ANALİZLER</b>	<b>26</b>
3.1. Veri Madenciliği ile Analiz Sonuçları	28
3.1.1. 2007 Verileri ile Yapılan Çalışmalar	30
3.1.2. 2008 Yaz Dönemine ait Verilerin Analizi	33
3.2. İkame Etkilerinin (Negatif İlişkilerin) Bulunması ve Değerlendirilmesi	36
3.2.1. Tekil Değer Ayrıştırma Metodu Yardımı İle Negatif İlişkilerin Bulunması	38
3.2.2. Dolaylı İlişkiler Yardımıyla Negatif İlişkilerin Bulunması	41
3.3. Çoklu Grupların Belirlenmesi	43
3.4. İlişki Çizgeleri (Association Networks)	46
3.5. İlişki Çizgeleri ile Yeniden-Madencilik (Re-Mining)	51
<b>4. BAĞIMSIZ VE ÇOKLU ÜRÜNLER İÇİN TALEP TAHMİNİ</b>	<b>56</b>
4.1. Fiyatın Satışlar Üzerindeki Etkilerinin İncelenmesi	56
4.2. Bağımsız Talep Tahmin Modeli	61
Model 1	62
Model 2	67
Model 3	71
Model 4	74
4.3. Çoklu Ürün Talep Tahmin Modelleri	78
<b>5. DETERMİNİSTİK ENİYİLEME MODELİ</b>	<b>80</b>
5.1. Deterministik Eniyileme Modeli Deney Sonuçları	83
<b>6. STOKASTİK TALEP ALTINDA TEK ÜRÜN KALICI İNDİRİM ENİYİLEMESİ</b>	<b>91</b>
6.1. Model	92
6.2. Kalıcı İndirim Politikaları ve Analizler	93
<b>7. STOKASTİK TALEP ALTINDA ÇOKLU ÜRÜN KALICI İNDİRİM ENİYİLEMESİ</b>	<b>97</b>
7.1. Stokastik Eniyileme Modeli	98
7.2. Yaklaşık Dinamik Programlama ve SARSA Algoritmaları	104
7.2.1 Yaklaşık Dinamik Programlama (YDP)	105
7.2.2 SARSA Algoritması	110
7.3. SARSA Algoritması Analiz Sonuçları	112
7.3.1. İkili Ürün Grubu İçin Analiz Sonuçları	112
7.3.2. Üçlü Ürün Grubu için SARSA Analiz Sonuçları	128
7.4. Yaklaşık Değer Yineleme Algoritması Sonuçları	132
7.4.1. İkili Ürün Grubu için YDY Sonuçları	132
7.4.2. Üçlü Ürün Grubu için YDY Algoritması Sonuçları	136
7.5. Fonksiyon Yaklaşımı ile Değer Fonksiyonu Tahmin Etme	139
7.5.1. İkili Ürün Grubu için Analizler	139
7.5.2. Üçlü Ürün Grubu için Analizler	142
7.6. Kullanılan Algoritmaların Kıyaslamaları	144
7.7. Sistematik Karşılaştırma	146
7.7.1. İkili ürün grupları için algoritma kıyaslamaları	149
7.7.2. Üçlü ürün grubu için algoritma kıyaslamaları	151
7.8. Bulgular	154
<b>8. SONUÇLAR ve FİRMA İLE DEĞERLENDİRMELER</b>	<b>155</b>
<b>9. KAYNAKÇA</b>	<b>165</b>

## Şekiller

Şekil 1 Hazır Giyim Perakendecilerinin Karşı Karşıya Kaldığı Tipik Bir Hafta-Fiyat Eğrisi.....	10
Şekil 2 Kalıcı İndirim Oranlarında Yıllara Bağlı Olarak Meydana Gelen Artış (Phillips, 2005) .	11
Şekil 3 Projede Geliştirilen Modüllerin İlişkilendirilmesi.....	13
Şekil 4 Proje Kapsamında Geliştirilmiş Olan Modeller ve Birbirleri İle İlişkileri.....	14
Şekil 5 Gelir Yönetimi Sistemi.....	21
Şekil 6 Analiz Edilen Verinin Veritabanı Yapısı.....	29
Şekil 7 2007 Verisi için Ürün İlişki Ağı – Destek Eşiği = 100.....	33
Şekil 8 2007 Verisi için Ürün İlişki Ağı – Destek Eşiği = 250.....	33
Şekil 9 2008 Verisi için Ürün İlişki Ağı – Destek Eşiği = 100.....	35
Şekil 10 2008 Verisi için Ürün İlişki Ağı – Destek Eşiği = 250.....	36
Şekil 11 Negatif İlişkilerin Bulunması.....	41
Şekil 12 Gruplama Sonucunda Ortaya Çıkan Grup Büyüklükleri.....	44
Şekil 13 Çok İlişkili Grupların Birbirleri ile İlişkileri.....	46
Şekil 14 2007 İlişki Madenciliği Sonuçları.....	47
Şekil 15 2008 İlişki Madenciliği Sonuçları.....	48
Şekil 16 2007 İlişki Çizgesi. Düğüm büyüklüğü ürünün minimum fiyatını, düğüm rengi ise ürün sınıfını göstermektedir. ....	52
Şekil 17 2007 İlişki Çizgesi. Düğüm büyüklüğü ürünün minimum fiyatını, düğüm rengi ise ürün sınıfını göstermektedir. Çok pahalı olmasına rağmen çok miktarda ilişkiye sahip bir ürün seçilmiştir.....	53
Şekil 18 2007 İlişki Çizgesi. Düğüm büyüklüğü ürünün yaşam süresini (kaç hafta satışta buldurulduğunu), düğüm rengi ise ürün sınıfını göstermektedir. ....	53
Şekil 19 2007 İlişki Çizgesi. Düğüm büyüklüğü ürünün yaşam süresini (kaç hafta satışta buldurulduğunu), düğüm rengi ise ürün sınıfını göstermektedir. Çok kısa ömürlü, ancak çok miktarda ilişkiye sahip bir ürün seçilmiştir. ....	54
Şekil 20 2007 İlişki Çizgesi. Düğüm büyüklüğü ürünün destek değerini (kaç işlemde satıldığını), düğüm rengi ise ürün sınıfını göstermektedir. Çok az işlemde yer alan, ancak çok miktarda ilişkiye sahip bir ürün seçilmiştir. ....	54
Şekil 21 2007 İlişki Çizgesi. Düğüm büyüklüğü ürünün destek değerini (kaç işlemde satıldığını), düğüm rengi ise ürün sınıfını göstermektedir. Çok az işlemde yer alan, ancak çok miktarda ilişkiye sahip bir ürün seçilmiştir. ....	55
Şekil 22 2007 Yılı Verileri Temel Model F Değerlerinin Anlamlılığı Histogramı.....	57
Şekil 23 2007 Yılı Verileri Fiyat Değişkeninin P Değerleri Histogramı.....	57
Şekil 24 2007 Yılı Verileri için Hafta Değişkeninin P Değerleri Histogramı.....	58
Şekil 25 2008 Yılı Verileri için Temel Model R <sup>2</sup> -Adjusted Değerlerinin Dağılımı.....	58
Şekil 26 2008 Yılı Verileri Temel Model F Değerlerinin Anlamlılığı Histogramı.....	59
Şekil 27 2008 Yılı Verileri Fiyat Değişkeninin P Değerleri Histogramı.....	59
Şekil 28 2008 Yılı Verileri için Hafta Değişkeninin P Değerleri Histogramı.....	60
Şekil 29 2007 Verileri ile Fiyat ve Hafta için VIF Dağılımı.....	61
Şekil 30 2008 Verileri ile Fiyat ve Hafta için VIF Dağılımı.....	61
Şekil 31 İncelenen 560 ürüne ait Model 1 R <sup>2</sup> -adjusted değerlerinin saçılım çizgesi.....	62
Şekil 32 İncelenen 560 ürüne ait Model 1 R <sup>2</sup> -adjusted değerlerinin histogramı.....	63
Şekil 33 2007 Yılı Verileri Model 1 F Değerlerinin Anlamlılığı Histogramı.....	63
Şekil 34 2007 Verileri için NetStok P Değeri Dağılımı.....	64
Şekil 35 2007 Verileri için Hafta P Değeri Dağılımı.....	64
Şekil 36 2007 Verileri için Fiyat P Değeri Dağılımı.....	64
Şekil 37 2008 Verileri için Model 1 R <sup>2</sup> -adjusted Değerlerinin Dağılımı.....	65
Şekil 38 2008 Verileri için Model 1 F Değerlerinin Anlamlılığı.....	66
Şekil 39 2008 Verileri için Model 1'de NetStok Değişkeninin Anlamlılığı.....	66
Şekil 40 2008 Verileri için Model 1'de Fiyat Değişkeninin Anlamlılığı.....	67

Şekil 41 2008 Verileri için Model 1'de Hafta Değişkeninin Anlamlılığı.....	67
Şekil 42 İncelenen 560 ürüne ait Model 2 R <sup>2</sup> -adjusted değerlerinin saçılım çizgesi.....	68
Şekil 43 İncelenen 560 ürüne ait Model 2 R <sup>2</sup> -adjusted değerlerinin histogramı.....	68
Şekil 44 2007 Yılı Verileri Model 2 F Değerlerinin Anlamlılığı Histogramı.....	69
Şekil 45 2008 Verilerine ait Model 2 R <sup>2</sup> -adjusted değerlerinin saçılım çizgesi.....	69
Şekil 46 2008 Verileri için Model 2 R <sup>2</sup> -adjusted Değerlerinin Dağılımı.....	70
Şekil 47 2008 Yılı Verileri Model 2 F Değerlerinin Anlamlılığı Histogramı.....	71
Şekil 48 İncelenen 560 ürüne ait Model 3 R <sup>2</sup> -adjusted değerlerinin saçılım çizgesi.....	71
Şekil 49 İncelenen 560 ürüne ait Model 3 R <sup>2</sup> -adjusted değerlerinin histogramı.....	72
Şekil 50 2007 Yılı Verileri Model 3 F Değerlerinin Anlamlılığı Histogramı.....	72
Şekil 51 2008 Verileri için Model 3 R <sup>2</sup> -adjusted Değerlerinin Dağılımı.....	73
Şekil 52 2008 Verilerine ait Model 3 R <sup>2</sup> -adjusted değerlerinin saçılım çizgesi.....	74
Şekil 53 2008 Yılı Verileri Model 3 F Değerlerinin Anlamlılığı Histogramı.....	74
Şekil 54 İncelenen 560 ürüne ait Model 4 R <sup>2</sup> -adjusted değerlerinin saçılım çizgesi.....	75
Şekil 55 İncelenen 560 ürüne ait Model 4 R <sup>2</sup> -adjusted değerlerinin histogramı.....	75
Şekil 56 2007 Yılı Verileri Model 4 F Değerlerinin Anlamlılığı Histogramı.....	76
Şekil 57 2008 Yılı Verileri Model 4 F Değerlerinin Anlamlılığı Histogramı.....	76
Şekil 58 2008 Verilerine ait Model 4 R <sup>2</sup> -adjusted değerlerinin saçılım çizgesi.....	76
Şekil 59 2008 Verileri için Model 4 R <sup>2</sup> -adjusted Değerlerinin Dağılımı.....	77
Şekil 60 Birinci Grup Ürünler için Optimal Fiyat Politikası.....	85
Şekil 61 Birinci Grup Ürünler için Optimal Stok Politikası.....	85
Şekil 62 İkinci Grup Ürünler için Optimal Fiyat Politikası.....	86
Şekil 63 İkinci Grup Ürünler için Optimal Stok Politikası.....	86
Şekil 64 Üçüncü Grup Ürünler için Optimal Fiyat Politikası.....	87
Şekil 65 Üçüncü Grup Ürünler için Optimal Stok Politikası.....	87
Şekil 66 En Fazla Üç İndirim Kısıtı ile Birinci Grup Ürünler için Optimal Fiyat Politikası.....	88
Şekil 67 En Fazla Üç İndirim Kısıtı ile Birinci Grup Ürünler için Optimal Stok Politikası.....	88
Şekil 68 En Fazla Üç İndirim Kısıtı ile İkinci Grup Ürünler için Optimal Fiyat Politikası.....	88
Şekil 69 En Fazla Üç İndirim Kısıtı ile İkinci Grup Ürünler için Optimal Stok Politikası.....	89
Şekil 70 En Fazla Üç İndirim Kısıtı ile Üçüncü Grup Ürünler için Optimal Fiyat Politikası.....	90
Şekil 71 En Fazla Üç İndirim Kısıtı ile Üçüncü Grup Ürünler için Optimal Stok Politikası.....	90
Şekil 72 Ürünlerin optimal fiyat politikaları grafiği.....	96
Şekil 73 Simülatör içinde MDP'nin çözüm yöntemi adımları.....	104
Şekil 74 YDP ve DP arasındaki farklılıklar (Gosavi, 2003).....	106
Şekil 75 YDP Algoritması.....	109
Şekil 76 Durum-Karar Çiftlerinin Sırası.....	111
Şekil 77 SARSA algoritması (Sutton ve Barto, 1998).....	112
Şekil 78 Sistemin konkav yapısı.....	113
Şekil 79 1000 iterasyon için yakınsama grafiği.....	115
Şekil 80 2000 iterasyon için yakınsama grafiği.....	116
Şekil 81 3000 iterasyon için yakınsama grafiği.....	116
Şekil 82 4000 iterasyon için yakınsama grafiği.....	116
Şekil 83 Haftalara göre ziyaret edilen farklı durum sayısı.....	119
Şekil 84 İkamenin olmadığı durumda sistemin yakınsama grafiği.....	120
Şekil 85 Her iki kümeleme düzeyine göre ziyaret edilen durum sayıları.....	122
Şekil 86 Karışık Kümeleme.....	124
Şekil 87 Karışık kümeleme için yakınsama grafiği.....	124
Şekil 88 Üçlü ürün grubu için yakınsama grafiği.....	128
Şekil 89 YDY -1000 iterasyon için yakınsama grafiği.....	133
Şekil 90 YDY – 2000 iterasyon için yakınsama grafiği.....	133
Şekil 91 YDY -3000 iterasyon için yakınsama grafiği.....	134

Şekil 92 YDY – 4000 iterasyon yakınsama grafiği.....	134
Şekil 93 Üçlü ürün grubu için YDY algoritması yakınsama grafiği.....	137
Şekil 94 Temel durum için yakınsama grafiği.....	140
Şekil 95 İkame olmadığı durumda sistemin yakınsama grafiği.....	141
Şekil 96 Zaman etkisi olmadığı durumda sistemin yakınsama grafiği.....	142
Şekil 97 Temel durum yakınsama grafiği.....	143
Şekil 98 Regresyon Modellerine Göre Ürünler Arası Etkileşim.....	158
Şekil 99 Temel durum için birinci ürünün fiyat kıyaslaması.....	160
Şekil 100 Temel durum için ikinci ürünün fiyat kıyaslaması.....	161
Şekil 101 Temel durum için üçüncü ürünün fiyat kıyaslaması.....	161
Şekil 102 Üçlü ürün grubu için YDY algoritması yakınsama grafiği.....	162
Şekil 103 Temel durum yakınsama grafiği.....	163

## Tablolar

Tablo 1 Projede Kullanılan Veri Setlerinin Özet Bilgileri.....	26
Tablo 2 Tahmin Modellerinde Kullanılan Veri Yapısı.....	27
Tablo 3 . 2007 Verileri İçin ÜrünID Bazında Sepet Büyüklüğü Dağılımı.....	31
Tablo 4 2007 Verileri İçin Model Bazında Sepet Büyüklüğü Dağılımı.....	31
Tablo 5 2007 Verileri İçin Güvenilirliğe Göre Sıralanmış Bazı Kurallar.....	32
Tablo 6 ÜrünID bazında Sepet Büyüklüğü Dağılımı.....	34
Tablo 7 Model bazında Sepet Büyüklüğü Dağılımı.....	34
Tablo 8 Güvenilirliğe Göre Sıralanmış Bazı Kurallar.....	35
Tablo 9 Veri Setleri için İkili İlişkilerin Özet Tablosu.....	42
Tablo 10 İkili Ürün İlişkileri Örnek Verisi.....	43
Tablo 11 Oluşturulan Çoklu Gruplar.....	45
Tablo 12 2007 ve 2008 İlişki Çizgelerinin Çizge Ölçütlerinin Karşılaştırması.....	50
Tablo 13 Adjusted $R^2$ 'e Ait Bazı İstatistikler.....	63
Tablo 14 Adjusted $R^2$ 'e Ait Bazı İstatistikler.....	68
Tablo 15 Adj $R^2$ 'e Ait Bazı İstatistikler.....	72
Tablo 16 Adj $R^2$ 'e Ait Bazı İstatistikler.....	75
Tablo 17 2007 Verileri ile Bağımsız Talep Tahmin Modellerinin Karşılaştırılması.....	78
Tablo 18 2008 Verileri ile Bağımsız Talep Tahmin Modellerinin Karşılaştırılması.....	78
Tablo 19 A ürününün optimal politikası.....	94
Tablo 20 B ürününün optimal politikası.....	95
Tablo 21 Şekil 73' e ait envanter düzeyleri.....	113
Tablo 22 İlk durumun iterasyon sayısına bağlı sonuçları.....	117
Tablo 23 1000, 2000, 3000 ve 4000 iterasyon için optimal politikalar.....	118
Tablo 24 İkamenin olduğu durumda SARSa algoritması analizi.....	119
Tablo 25 İkame olmadığı durumda optimal politika.....	120
Tablo 26 Deterministik çözümden elde edilen optimal politikalar.....	121
Tablo 27 Zaman etkisinin olmadığı durumda optimal politika.....	121
Tablo 28 İkame olduğunda 100'lük kümeleme için SARSa Algoritması sonuçları.....	122
Tablo 29 50'lik ve 100'lük kümeleme yapıldığında optimal politika.....	123
Tablo 30 100'lük kümeleme için optimal politika sonuçları.....	123
Tablo 31 Karışık kümeleme sonuçları.....	125
Tablo 32 İkame olduğunda karışık kümelemeye göre optimal politika.....	125
Tablo 33 İkame olmadığı durumda karışık kümeleme için optimal politika.....	126
Tablo 34 İkame olmadığı durumda ve indirim kısıtı koyulduğunda optimal politika.....	126
Tablo 35 Zaman etkisi kaldırıldığında karışık kümeleme için optimal politika.....	127
Tablo 36 Birinci üründe görülen esneklikler.....	127

Tablo 37 İkinci üründe görülen esneklikler .....	127
Tablo 38 Üçlü ürün grubunda her kümeleme düzeyi için analiz sonuçları.....	130
Tablo 39 Karışık kümeleme düzeyi için ikame, tamamlayıcı ve zaman etkisi olduğu temel durumda optimal politika.....	130
Tablo 40 Karışık kümeleme için ikame olmadığı durumda optimal politika .....	131
Tablo 41 Karışık kümeleme için zaman etkisi olmadığında optimal politika.....	131
Tablo 42 Her durum için deterministik model optimal politika sonuçları .....	132
Tablo 43 İlk durumun iterasyon sayısına bağlı sonuçları .....	135
Tablo 44 50'lik kümelemeye göre 3 durum için elde edilen optimal politikalar .....	135
Tablo 45 Karışık kümeleme yapıldığında 3 durum için elde edilen optimal politikalar .....	136
Tablo 46 Üçlü ürün grubunda her kümeleme düzeyi için YDY analiz sonuçları.....	137
Tablo 47 Karışık kümeleme için temel durumda elde edilen optimal politika.....	138
Tablo 48 Karışık kümeleme için ikame olmadığı durumda optimal politika .....	138
Tablo 49 Karışık kümeleme için zaman etkisi olmadığında optimal politika.....	138
Tablo 50 Temel durum için SHAPE algoritması analiz sonuçları.....	140
Tablo 51 Tüm durumlar için elde edilen optimal politika .....	141
Tablo 52 Üç senaryo için ilk durum analiz sonuçları .....	142
Tablo 53 Temel durum için elde edilen analiz sonuçları .....	143
Tablo 54 Her üç durum için elde edilen optimal politikalar .....	144
Tablo 55 İkili ürün grubu için algoritma kıyaslamaları .....	145
Tablo 56 Üçlü ürün grubu için algoritma kıyaslamaları.....	145
Tablo 57 Birinci ürün grubu için algoritma kıyaslamaları.....	149
Tablo 58 Birinci ürün gurubu için elde edilen yaklaşık optimal fiyat politikaları, (seçilen örnek patika için) .....	149
Tablo 59 İkinci ürün grubu için algoritma kıyaslamaları .....	150
Tablo 60 Üçüncü ürün grubu için algoritma kıyaslamaları.....	150
Tablo 61 Dördüncü ürün grubu için algoritma kıyaslamaları .....	150
Tablo 62 Beşinci ürün grubu için algoritma kıyaslamaları.....	151
Tablo 63 Birinci ürün grubu için algoritma kıyaslamaları.....	151
Tablo 64 Birinci ürün gurubu için elde edilen yaklaşık optimal fiyat politikaları.....	152
Tablo 65 İkinci ürün grubu için algoritma kıyaslamaları .....	152
Tablo 66 Üçüncü ürün grubu için algoritma kıyaslamaları.....	152
Tablo 67 Dördüncü ürün grubu için algoritma kıyaslamaları .....	153
Tablo 68 Beşinci ürün grubu için algoritma kıyaslamaları.....	153
Tablo 69 Örnek Pivot Tablo .....	156
Tablo 70 Örnek Çoklu İlişkiler .....	156
Tablo 71 Örnek Çoklu İlişki Regresyon Modelleri .....	157
Tablo 72 Üçlü ürün grubunda her kümeleme düzeyi için analiz sonuçları.....	158
Tablo 73 Karışık kümeleme Düzeyi için Seçilen Örnek Patika için Yaklaşık Optimal Politika .....	160
Tablo 74 Üçlü Ürün Grubu için Deterministik Model Optimal Politika.....	161
Tablo 75 Üçlü ürün grubunda her kümeleme düzeyi için YDY analiz sonuçları.....	162
Tablo 76 Karışık kümeleme için elde edilen optimal politikalar .....	162
Tablo 77 Her üç durum için elde edilen optimal politikalar .....	163
Tablo 78 Üçlü ürün grubu için algoritma kıyaslamaları.....	164

## ÖZET

Tekstil sektörünün önemli bir alt-sektörü olan hazır giyim sanayindeki eğilim, üretici firmaların aynı zamanda perakendeci olarak da faaliyet göstermeleridir (LC Waikiki, Mavi Jeans, v.b.). Son yıllarda özellikle A.B.D’de perakende sektöründeki karar vericilere yardımcı olmak amacı ile geliştirilen perakende analitiği yazılımları yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır (Lightship Partners, 2009). Yerli hazır giyim perakendecilerimizin yabancı rakipleri ile rekabet edebilmek ve onların önüne geçebilmek için benzer perakende yönetimi karar destek sistemlerine ihtiyaç duymaktadır.

Perakende analitiği yazılımların yerine getirdiği en önemli işlevlerden birisi kalıcı indirim eniyilemesidir (markdown optimization). Kalıcı indirim, satış miktarları azalan veya azalmaya yüz tutmuş olan ürünlerin satışlarını arttırmak için yapılan ve ürün fiyatı bir kez indirildikten sonra tekrar indirimli fiyatın üzerine çıkılamayan bir indirim biçimidir. Kalıcı indirimlerin en sık kullanıldığı sektörlerden başında hazır giyim sektörü gelmektedir.

Kalıcı indirim eniyilemesi literatüründe yer alan çalışmalar ve pazarda bulunan ticari yazılımlar, kalıcı indirim eniyilemesinde ürünlerin taleplerinin birbirinden bağımsız olduğunu varsaymakta ve ürün talepleri arasındaki fiyata bağlı tamamlayıcı ve ikame etkilerini (çapraz fiyat esneklikleri) göz ardı etmektedir. Oysa ürünler arası ilişkiler ve etkileşimler de kalıcı indirim en iyilenmesinde dikkate alınması gereken önemli bir noktadır.

Bu projede, Türkiye’nin en büyük hazır giyim perakendecisi olan LC Waikiki tarafından sağlanan ürün satış bilgileri kullanılarak, veri madenciliği yardımı ile, arasında ikame ve tamamlayıcı etkiler olması muhtemel ürün gruplarını bulan, aynı grupta yer alan ürünlerin fiyatlarına bağlı olarak ürün taleplerini tahmin eden ve yaklaşık dinamik programlama yardımı ile ürün kalıcı indirim oranlarını ve bu oranların zamanlamasını belirleyen bir kalıcı indirim karar destek sistemi prototipi geliştirilmektedir.



## **ABSTRACT**

A major trend in the apparel sector, which is a sub-sector of textile industry, is the entrance of apparel producers into the consumer market as retailers (LC Waikiki, Mavi Jeans, etc.). In recent years, especially in the USA, retail analytics software have gained increased popularity for helping decision makers. Turkish apparel retailers need similar decision support systems to be able to compete with international apparel chains.

One of the most significant functions of retail analytics software is markdown optimization, which decides on the level of markdown price for items throughout a season. Markdown is a special type of discount, where the price is monotonically non-decreasing throughout the season.

Existing academic research on markdown optimization and business software for retail analytics assume independence between the demands of items, ignoring the complementarity and substitute effects between them. However, such associations and interactions between items are important, and should be taken into account during markdown optimization.

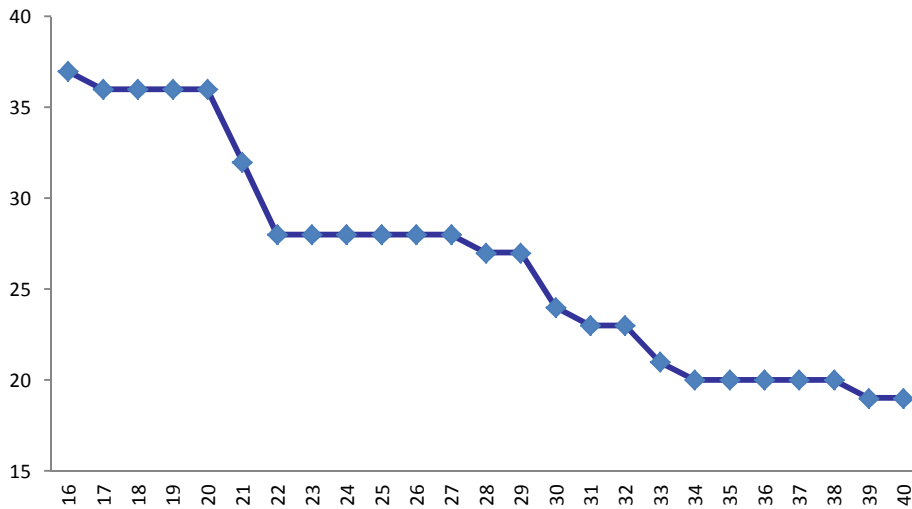
In this project, the goal is to construct a methodology and a prototype system for markdown optimization. The developed methodology starts with finding the complementary and substitute products through positive and negative association mining, respectively. Then the demand of each item is forecasted based on the set of items it is associated with. Finally, approximate dynamic programming is used to compute markdown ratios and their timing. The methodology is tested with real world data from LC Waikiki, the largest apparel retail chain in Turkey.

# 1. GİRİŞ

Ülkemiz giyim imalatçıları pazar paylarını ve kâr marjlarını arttırmak için, giderek artan bir hızla aynı zamanda birer hazır giyim perakendecisi haline gelmektedir. LC Waikiki, Mavi Jeans, Collezione ve Colin's sözkonusu eğilimin önde gelen temsilcileri olan şirketlerdir. Örneğin, LC Waikiki iki yüzü aşkın mağazası ve yaklaşık bir milyar Türk Lirası cirosu ile Türkiye'nin en büyük hazır giyim perakendecisidir (Milliyet, Mayıs 2010).

Tüm dünyada olduğu gibi ülkemizde de hazır giyim perakendecileri, satış mevsimi ilerledikçe eldeki ürünlerin müşteri gözündeki moda değerlerinin düşmesi, istenen model ve bedene sahip ürün sayısının azalması ve birçok ürünün bir sonraki satış mevsiminde satışa sunulmasının ekonomik olmaması nedeni ile ürün satış fiyatlarını kademeli olarak aşağı çekmek zorunda kalmaktadırlar. Şekil 1'de LC Waikiki'nin örnek bir ürününe ait fiyatın haftalar ilerledikçe nasıl indirildiği görülmektedir. Bu tür fiyat indirimlerine kalıcı indirim (markdown) denir. Kalıcı indirimin promosyonlardan farkı, fiyatta indirimle gidildikten sonra ürünün fiyatında artışa gidilmesinin mümkün olmamasıdır. Bu durum hem satıcı, hem de müşteri tarafından bilinmektedir. Promosyon indirimleri ise geçerli oldukları sürenin sonunda sona erer ve promosyon bitiminde ürün fiyatı promosyon öncesi fiyata yükselir.

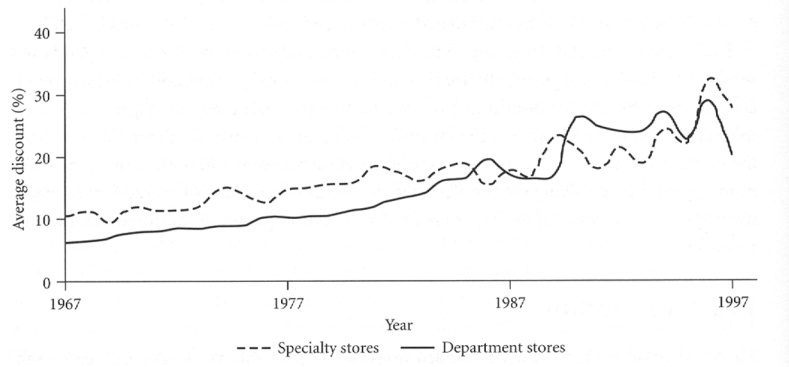
**T124090J03250001 Kodlu Ürünün  
Sezon İçinde Haftalara Göre Fiyat Değişimi**



**Şekil 1 Hazır Giyim Perakendecilerinin Karşı Karşıya Kaldığı Tipik Bir Hafta-Fiyat Eğrisi**

Kalıcı indirimler hazır giyim perakende sektöründe ilk olarak 1950'li yıllarda A.B.D'de görülmeye başlanmış, ancak yaygın olarak kullanılmamıştır. 1960'lı yıllardan itibaren ise kalıcı indirimlerin sıklığı

ve indirim miktarları artış göstermeye başlamıştır. Hazır giyim ürünleri satan mağazalarda 1967 yılında %6 olan ortalama indirim oranı, 1997 yılında %28'e yükselmiştir (Şekil 2, Phillips, 2005). Önümüzdeki yıllarda bu artış eğiliminin devam etmesi beklenmektedir. Bu artış eğilimin nedenleri arasında; (1) müşterilerin farklı yerlerde bulunan mağazalara erişiminin kolaylaşması, (2) sürekli indirimli satış yapan mağaza (outlet) sayısının artması, (3) tüketicilerin giderek daha fazla çeşit istemeleri sayılabilir. A.B.D.'de yapılan bir çalışmaya göre, bu eğilimin sonucunda 2003'te perakendecilerin yüzde 12'si kalıcı indirim eniyilemesi kullanmakta, yüzde 53'ü ise 2 sene içinde benzer sistemlere geçiş yapmayı planladıklarını ifade etmekteydi (Reda, 2003). Giderek önem kazanan kalıcı indirim uygulamasının görüldüğü ürünlerin temel özelliği; (1) uzun imalat ön süreleri nedeniyle aynı sezon içinde siparişin tekrar edilememesi, (2) belirli tarihten sonra ürün değerinin büyük oranda azalmasıdır. Kalıcı indirimlerde amaç, sezon ilerledikçe fiyatı kademeli olarak düşürerek ürün talebini arttırmak suretiyle, elde kalması olası ürün miktarını en aza indirmek ve toplam gelirleri maksimize etmektir.



**Şekil 2 Kalıcı İndirim Oranlarında Yıllara Bağlı Olarak Meydana Gelen Artış (Phillips, 2005 ).**

Halihazırda hazır giyim perakende zincirlerinin kullandıkları kalıcı indirim en iyileme araçları bir ürünün talebindeki değişimin sadece kendi fiyatında meydana gelen azalmadan kaynaklandığı, diğer ürünlerinin fiyatlarındaki düşüşten etkilenmediği varsayımından hareket ederler. Yani, ürünler arasında tamamlayıcı ve ikame etkileri olmadığını varsayarlar. Ancak, kalıcı indirim en iyilemesinde bu etkilerin göz ardı edilmesi firmaların karının en iyilememesi sonucuna yol açabilir. Örneğin,

- (i) Birbirini tamamlayan iki üründen sadece birinde indirime gitmek diğerinin satışlarını arttırmak için yeterli olabilecek iken bu iki ürünün bağımsız olduğunun varsayılması, her iki ürünün fiyatının düşürülmesi sonucuna ve firmanın karının azalmasına yol açabilir.

- (ii) Eğer iki ürün birbirinin ikamesi (birbirinin yerine satın alınabilecek ürünler) ise, ikame ürünlerden birinde yapılan yüksek bir indirim, diğer ürününün satışlarında öngörülemeyen bir düşüşe ve kâr kaybına neden olabilir.

Yukarıdaki örneklerden de görüldüğü gibi ürünler arasındaki etkileşimlerin tespiti, hazır giyim perakendecilerinin kalıcı indirim oranlarını ve zamanlamasını belirlemede göz önünde bulundurmaları gereken önemli bir faktördür.

Projemiz kapsamında, kalıcı indirim literatüründe daha önce incelenmemiş olan, çoklu ürünler arasındaki etkileşimlerin (tamamlayıcı ve ikame etkilerinin) veri madenciliği yardımı ile bulunmasını, ürün taleplerinin tahmin edilmesini ve ürün kalıcı indirim oranlarının en iyilenmesini sağlayan, veri madenciliği tabanlı bir karar destek sistemi prototipi geliştirilmiştir. Gerekli veriler LC Waikiki tarafından sağlanmıştır. Projemizde kullanılan verilerin içeriği Bölüm 3'te ayrıntıları ile ele alınmaktadır.

Geliştirmiş olduğumuz bu prototip aşağıdaki modüllerden oluşmaktadır (Şekil 3) :

1. Veri Madenciliği Modülü (VMM)
2. Talep Kestirimi Modülü (TKM)
3. Eniyileme Modülü (EM)
4. Fiyatlandırma Yönetim Modülü (FYM)

Bu modüllerin her birinin işlevi aşağıda verilmiştir:

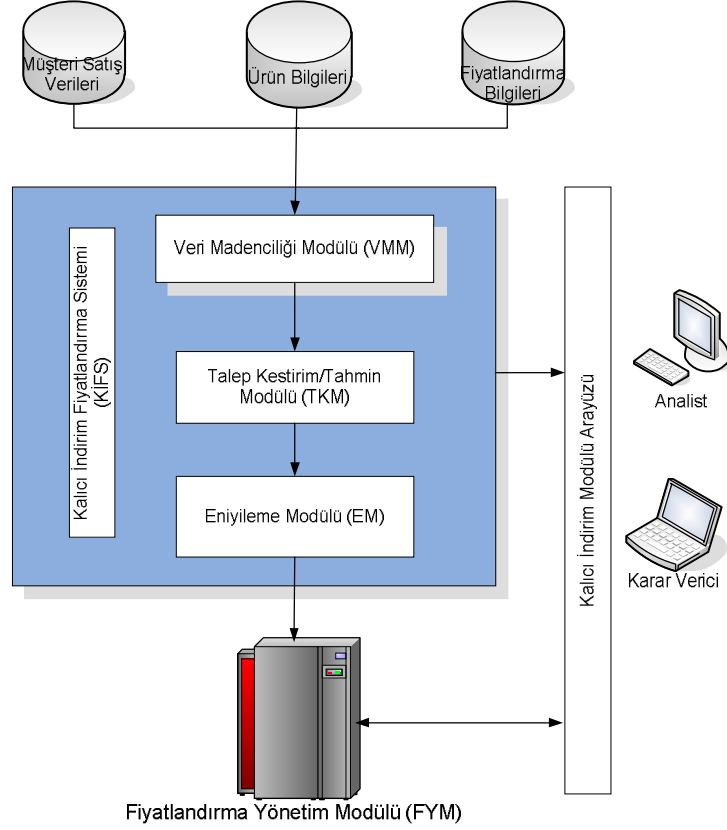
**VMM:** Bu modül, perakendeci veri tabanında toplanan müşteri verilerini analiz etmekte ve aralarında etkileşim olması muhtemel ürün gruplarını belirlemektedir.

**TKM:** Bu modül, Veri Madenciliği modülünden elde edilen çıktılarını kullanarak ürün taleplerini tahmin etmektedir.

**EM:** Bu modül, deterministik talep (deterministic demand) ve rassal talep (stochastic demand) kalıcı indirim eniyileme algoritmalarından (markdown optimization) oluşmakta, diğer ürünlerle ilişkisi olmayan tekil ürün kalıcı indirim eniyileme ve çoklu ürün kalıcı indirim eniyileme işlevlerini yerine getirmektedir.

**FYM:** Bu modül EM'nin çıktısı olan fiyatların duyurulmasını gerçekleştirmektedir. Proje kapsamında bu modül geliştirilmemiş, sadece arabirimin nasıl olacağı tanımlanmıştır.

Şekil 3, geliştirmiş olduğumuz modüllerin birbiri ile olan ilişkilerini ve gelecekte geliştirilebilecek bir Kalıcı indirim Fiyatlandırma Sistemi'nde (KİFS) bu modüllerin nasıl kullanılabileceğini göstermektedir.

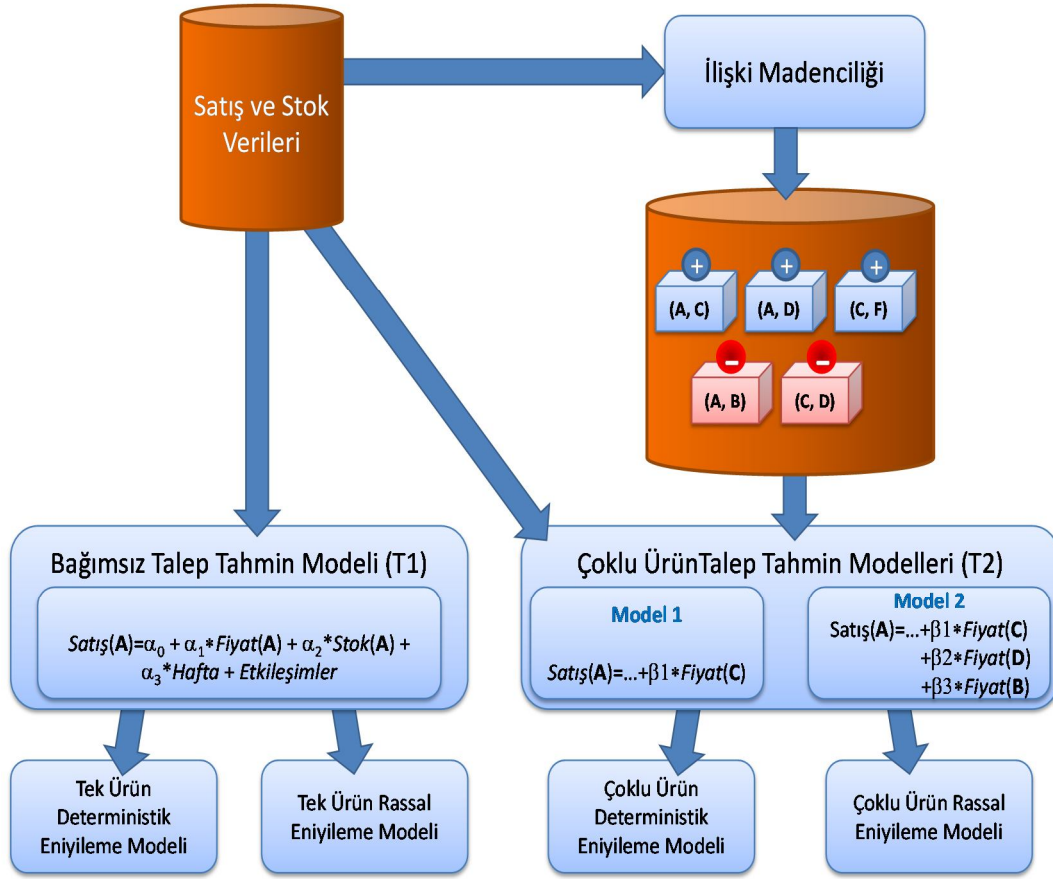


**Şekil 3 Projede Geliştirilen Modüllerin İlişkilendirilmesi**

Öngörülen KİFS'te, perakendeciye ait veri tabanından müşteri, ürün ve ürün fiyat bilgileri alınacak, veri madenciliği modülüne aktarılacak, veri madenciliği modülü yardımı ile tekil ürünler ve çoklu ürün grupları belirlendikten sonra talep tahmin modülünde ürün taleplerinin fiyat ve diğer bağımsız değişkenlere bağlı olarak tahminini geliştirilecek ve nihayet en iyileme modülünde ürünlerin kalıcı indirim oran ve zamanlarının belirlenmesinden sonra bu çıktılar karar vericilere raporlanacaktır.

Şekil 4, proje kapsamında geliştirmiş olduğumuz modüllerin içermekte olduğu modelleri ve birbirleri ile ilişkilerini göstermektedir. Proje kapsamını gerçekleştirebilmek için LC Waikiki'nin sağlamış olduğu satış ve stok verileri kullanılmış, ilişki madenciliği yöntemleri yardımı ile aralarında pozitif (tamamlayıcı) ve negatif (ikame) etkiler bulunan ürün grupları belirlenmiştir. Hiçbir ürün grubuna dahil olmayan ürünlerin bağımsız olduğu, bir diğer ifadeyle, hiç bir ürün ile arasında söz konusu etkilerin olmadığı varsayılmıştır. Birçok talep tahmin yöntemi denendikten sonra, Bağımsız ürün talep tahmininde, elimizdeki verilere en uygun talep tahmin yönteminin bağımsız değişken olarak

ürün fiyatı, ürün envanter miktarı, içinde bulunan hafta ve bunların etkileşimlerinin yer aldığı doğrusal regresyon modeli olduğu sonucuna varılmıştır. Tekil ürün talep tahmini analizlerine ait özetler 4. Bölüm’de verilmiştir.



**Şekil 4 Proje Kapsamında Geliştirilmiş Olan Modeller ve Birbirleri İle İlişkileri**

İlişki madenciliği yardımı ile aralarında anlamlı tamamlayıcı ve ikame etkileri bulunan ürün gruplarında yer alan her bir ürün için, satış miktarlarının grupta yer alan diğer ürün fiyatları ile anlamlı bir ilişkisi olup olmadığını belirlemek için çoklu regresyon analizi gerçekleştirilmiştir. Çoklu regresyon analizi sonucunda söz konusu ürünün gruptaki diğer ürünlerin tamamlayıcısı mı yoksa ikamesi mi olduğu ve ürüne olan talebin diğer ürün fiyatlarından nasıl etkilendiği (diğer ürünlerin katsayıları) bulunmuştur. Elde edilen çoklu regresyon denklemlerinden elde edilen ortalama talep miktarları, çoklu ürün deterministik en iyileme modelinde deterministik talep miktarı olarak, çoklu ürün rassal en iyileme modelinde ise ürün talebinin beklenen değeri olarak kullanılmıştır. Aynı çoklu regresyon analizinden elde edilen tahmini varyans ise rassal talep varyansı olarak rassal en iyileme modelinde kullanılmıştır.

Raporun bundan sonraki bölümlerinde proje kapsamında geliştirilen modeller ve bulgular ayrıntıları ile incelenmektedir. 2. Bölümde kalıcı indirim literatürü ve literatürün projemizin kapsamı ile ilişkisi ele alınmakta, 3. Bölümde LC Waikiki tarafından sağlanan veri kümesi ve özellikleri hakkında bilgi verilmekte ve ilişki madenciliği yardımı ile aralarında muhtemel etkileşim olan ürünlerin nasıl gruplandırıldığı anlatılmaktadır. Bölüm 4, Tekil ve çoklu ürün talep tahmini analizlerini, Bölüm 5 ise geliştirilen Deterministik en iyileme modellerini, Bölüm 6 ve Bölüm 7 ise Rassal en iyileme modellerini, model sonuçlarının irdelenmesi ve kıyaslanmasını içermektedir. Bölüm 8’de ise elde edilen bulgular firma yetkilileri ile birlikte değerlendirilmiştir.

## 2. LİTERATÜR

Literatür özeti, üç ana bölümden oluşmaktadır. Bu özetle sadece perakende sektörü ile doğrudan ilgili çalışmalara ağırlık verilecektir. İlk bölümde kalıcı indirimlerle ilgili akademik literatür incelenecek, ikinci bölümde ise pazardaki ticari yazılımlarla ilgili en son gelişmeler özetlenecektir. Üçüncü ve son bölümde ise veri madenciliği alanındaki, konumuzla ilgili çalışmalar ele alınacaktır.

### 2. 1. *Dinamik Fiyatlandırma ve Kalıcı İndirimler*

Dinamik fiyatlandırma (dynamic pricing) konusunda literatürde karşılaşılan ilk çalışmalar pazarlama alanındadır. Bu çalışmalarda hangi dinamik fiyatlandırma stratejilerinin hangi durumlarda kullanılabileceği sorusunun yanıtı araştırılmış, ancak pratikte uygulanabilecek operasyonel dinamik fiyatlandırma (dynamic pricing) politikaları ele alınmamıştır. Pazarlama alanında yapılan ilk dinamik fiyatlandırma çalışmaları Monroe ve Bitta (1978) ve Rao (1984) tarafından yapılmıştır. Gerçekleştirdiğimiz projenin konusu kalıcı indirimlerde perakende sektörü için bir karar destek sistemi geliştirilmesi olduğundan literatür özetinde sadece kalıcı indirimlerle doğrudan ilgisi olan dinamik fiyatlandırma literatürünü ele almakla yetineceğiz. Elmaghraby ve Keskinocak (2003), Bitran ve Caldentey (2003), ve Chan vd. (2004) kalıcı indirimlerin gösterdiği özelliklerden farklı özellikler taşıyan alanlarda yapılan dinamik fiyatlandırma çalışmaları ile ilgili literatürü geniş bir biçimde incelemektedirler.

Perakende sektöründe dinamik fiyatlandırma problemini ilk ele alan çalışmalardan biri Lazear'a aittir (1986). Bu çalışmada, rezervasyon fiyatı (bir müşterinin ürün için ödemeyi kabul edeceği en yüksek fiyat) belirli bir olasılık dağılım fonksiyonuna uyan  $N$  adet müşteri ( $N$  biliniyor) ilk ve ikinci dönemlerde mağazaya gelmektedir, ve  $P$  olasılığı ile ürüne perakendecinin rezervasyon fiyatından daha düşük değer biçmektedirler. Lazear (1986), rezervasyon fiyatı değişkenliğinin fiyat üzerindeki etkisini göstermektedir. Pashigian (1988) ise, Lazear (1986)'da verilen modeli pazar dengesini belirleyecek biçimde uyarlayarak kalıcı indirimlerin nedenlerinden birinin de artan ürün çeşitliliği olduğunu analitik ve gözlemsel olarak göstermektedir. Bu çalışmaların amacı, pazarda gözlemlenen fiyatlandırma stratejilerinin daha iyi anlaşılması olup bahsedilen çalışmalar perakendecilere ürünleri fiyatlandırmalarında kullanabilecekleri karar model ve araçları sunmaktan oldukça uzaktır.

Sipariş yenilemenin olmadığı durumlarda fiyatlandırma kararlarının verilmesinde kullanılabilecek model literatürde bulunmaktadır, ancak bunların tamamı tek bir ürün için indirim kararlarının nasıl alınması gerektiğini ele almaktadır. Bu çalışmalar ürünler arasındaki olası korelasyonu ve ikame



etkisini göz ardı etmektedir. Rajan vd. (1992), ürün talebinin deterministik olduğu ve ürün değerinin zaman içerisinde azaldığı durumda eniyi envanter ve fiyatlandırma politikalarını incelemiştir. Talebin deterministik olduğu durumda kalıcı indirimleri inceleyen diğer bir çalışma ise Smith ve Achabal'a aittir (1998). Smith ve Achabal (1998), talebi fiyata bağlı bir satış hızı biçiminde tanımlayarak doğrusal olmayan bir matematiksel programlama modeli geliştirmiştir. Söz konusu modelde talep hızı fiyatın yanı sıra eldeki envanter düzeyine ve talepteki mevsimsel dalgalanmalara bağlı olarak değişmektedir. Yazarlar, bu modeli kullanarak eniyi envanter düzeylerini ve eniyi fiyatları belirlemektedir.

Gallego ve Van Ryzin (1994), tek bir ürün için kalıcı indirim problemini, talep hızı kontrol problemi olarak ele almakta, talebi geliş hızı fiyata bağlı olarak azalan homojen Poisson dağılımı, fiyatı ise zamanın sürekli bir fonksiyonu olarak modelleyerek eniyi fiyatları belirlemektedir. Belirtilen çalışmada, fiyatların kesikli olduğu durum için ise sezgisel bir algoritma sunulmaktadır. Feng ve Gallego (1995) ise, Gallego ve Van Ryzin (1994)'de ele alınan kalıcı indirim problemine farklı bir açıdan yaklaşarak, uzunluğu önceden bilinen bir satış sezonu içerisinde fiyatı  $p_1$ 'den  $p_2$ 'ye düşürmek/yükseltmek için en uygun zamanın bulunması problemini ele almaktadır. Modellerinde fiyat değiştirmeye sadece bir kez izin verilmektedir. Feng ve Xiao (2000) ise Feng ve Gallego (1995)'de ele alınan problemi ikiden fazla fiyata uyarlamaktadır. Yukarıda saydığımız çalışmaların tümü tek bir mağazada satılan tek bir ürünü ele almaktadır. Bitran vd. (1998) ise tek bir ürünün kalıcı indirim fiyatlarının birden fazla mağaza arasında koordinasyon problemini dinamik programlama formülasyonu ile incelemektedir. Ancak, dinamik programlama formülasyonu uygulamada karşılaşılan büyük boyutlu problemlerin çözümünü zorlaştırdığından yazarlar sezgisel algoritmalar geliştirmiş ve bu algoritmaları gerçek perakende sektörü verileri ile test etmişlerdir.

Analitik yazılım sistemlerini geliştiren şirketler uyguladıkları yöntemlerin detaylarını gizli tutmak için büyük özen göstermektedirler. Ancak, bazı akademik makalelerin pratikte uygulanmış olduğu bilinmektedir. Mantrala ve Rao (2001) tarafından geliştirilen modeller Markdown Management Inc.'in B\_Line yazılımının, Smith ve Achabal (1998) ise Spotlight Solutions'ın kalıcı indirim yazılımının teorik temelini oluşturmuştur. Talebin rassal olduğu durumda başlangıç envanter düzeyini bir karar değişkeni olarak ele alan Mantrala ve Rao (2001), stokastik dinamik programlamaya (stochastic dynamic programming) dayalı bir kalıcı indirim karar destek sistemi geliştirmiştir. Söz konusu karar destek sistemi satış noktalarından elde edilen verileri kullanarak eniyi başlangıç envanter düzeylerini ve fiyatları belirlemektedir. Mantrala ve Rao ile Smith ve Achabal tarafından geliştirilen bu karar destek sistemleri, piyasada bulunan diğer karar destek sistemlerinde olduğu gibi ürünler arasındaki talep esnekliğini ve ikame etkisini göz önünde bulundurmamakta ve sadece bir tek ürünün başlangıç

envanter düzeyini hesaplamaktadır. Bitran vd. (1998) ile Heching vd. (2002) ortaya koyduğu çözümler ise profesyonel yazılımlara dönüşmemiş olsa da gerçek verilerle ve endüstriden katılımı ile denenmiş oldukları için enteresandır. Heching vd. (2002) deterministik bir model kullanarak bir giyim firmasının bazı ürünlerinde kendi geleneksel yöntemleri yerine analitik modellemeyi tercih etmesi halinde elde edebileceği kazancı göstermektedir. Bitran vd. (1998) ise tek mağazalı diğer çalışmaların aksine dinamik programlama yoluyla Şili'deki bir giyim zincirinin değişik mağazaları için kalıcı indirimleri koordine eden bir model üzerinde çalışmıştır.

Gelir yönetimi literatüründe birden fazla ürünün ele alındığı çalışmalardan bu literatür taraması çerçevesinde bulunanlar, temel olarak üretimde ya da ürün tesliminde aynı kaynağı kullanan ürünleri incelemektedir. Örneğin, Gallego ve van Ryzin (1997) aynı ortak kapasiteyi kullanan ürünlerin yeni kapasite tahsislerini kısmen karakterize etmektedirler. Gallego ve van Ryzin (1997), eldeki envanter düzeyi düştükçe yeni fiyatların düştüğünü ve eldeki envanter düzeyi sabit kalmak koşulu ile yeni fiyatların zamana bağlı olarak azaldığını göstermektedirler. Tek bir ürün için benzer yapısal sonuçlar Gallego ve van Ryzin (1994), ve Zhao ve Zheng (2000) tarafından da elde edilmiştir. Gupta vd. (2006) ise tüketicilerin rezervasyon fiyatlarının zamana bağlı olarak azaldığı durumlarda, talebin deterministik ve rassal olduğu koşullar için tek ürün kalıcı indirimlerinin eniyilenmesi için kullanımı oldukça kolay algoritmalar geliştirmektedirler. Gupta vd. (2006), ayrıca sayısal örnekler yardımıyla, genel olarak geliştirdikleri deterministik talep algoritmalarının rassal talep algoritmalarından daha etkin olduğunu göstermektedirler.

Maglaras ve Meissner (2006) ise aynı ortak kapasiteyi kullanan birden fazla ürün için problemi hem kapasite hem de fiyat kontrol problemini sıvı yaklaşım (fluid approximation) yöntemi kullanarak incelemektedirler. Yazarlar, her iki problemin de aynı problem formülasyonu ile nasıl ifade edilebileceğini göstermekte, ve bu formülasyonu kullanarak, Gallego ve van Ryzin'in (1997) birden fazla ürün kapasite kontrol probleminin (multi-product capacity control) ve Lee and Hersh'in (1993) fiyat kontrol probleminin (price control problem) uygun içbükey gelir fonksiyonları (convex revenue functions) için nasıl tek ürün fiyat kontrol problemi haline getirilebileceğini göstermektedirler. Projemizde ele alınan problem bu çalışmalarda incelenen problemlerden iki yönden farklıdır: (1) Her iki çalışmada da ürünlerin ortak kapasite kullandığı varsayılmış ve t'inci dönemde x birim kapasite kaldığında i'ninci ürün fiyatının ne olması gerektiği problemi incelenmiştir. Bizim projemizde ele alınan kalıcı indirim probleminde ise elde x adet ürün kaldığında i'ninci ürün fiyatının azaltılıp azaltılmayacağı ve azaltılacak ise en uygun indirim oranının ne olması gerektiği araştırılmıştır. Gallego ve van Ryzin (1997) ve Maglaras ve Meissner (2006) tarafından, incelenen problemlerde ürünler aynı kapasiteyi kullandığından i'ninci ürünün kapasitesinin azaldığı ve diğer kapasitelerin daha fazla olduğu

durumda eniyi politika, i'ninci ürünün fiyatını arttırmak veya sabit tutmak olacaktır. Projemizde incelenen problemde, elde x adet kalan i'ninci ürünün eniyi fiyatı arttırılamayacağından, eniyi fiyat politikalarının yapısı tamamen farklı olacaktır. (2) Gallego ve van Ryzin'in (1997) ve Maglaras ve Meissner (2006), ürünler arasındaki karşılıklı esnekliğin ve ikame etkisinin fiyatları nasıl etkilediğini incelememektedir. Bizim projemizin temel amaçlarından birisi bu soruya yanıt vererek, hazır giyim perakendecilerinin indirim kararlarında kullanabilecekleri çıkarımlarda bulunmaktadır.

Yukarıda verdiğimiz literatür özetinden de görüldüğü gibi ikame etkisinin çoklu ürünlerin dinamik fiyatlandırması üzerindeki etkileri gelir yönetimi literatüründe araştırılmamıştır. Bitran ve Caldentey (2003) tarafından da belirttiği üzere, ikame etkisinin tüketici davranışları üzerindeki etkisinin anlaşılmasına yönelik benzer çabaları gelir yönetimi literatürü dikkate almamaktadır. Projemizin temel hedeflerinden biri, herhangi bir tüketici seçim modeli (consumer choice model) için en uygun kalıcı indirimlerin belirlenmesinde kullanılabilecek algoritmaları geliştirmek, bu algoritmaları geliştirilmesi düşünülen karar destek sistemi prototipinde kullanmak, ve perakende sektöründe kalıcı indirim kararlarında ikamenin ne tür etkiler olduğunu araştırmaktır.

## **2. 2. Gelir Yönetimi, Ticari Yazılımlar ve Perakendecilik**

### **2.2.1 Gelir Yönetimi**

Gelir yönetimi (revenue management) yakın zamanda yöneylem araştırmasının en başarılı uygulamalarından biri olarak karşımıza çıkmaktadır. Kısaca tanımlamak gerekirse, gelir yönetimi esnek olmayan kaynakların/kapasitenin var olduğu durumlarda kazancı eniyilemek için talebin eniyi olarak yönetilmesidir. Bunu yaparken, kapasite kontrollerine başvurulabileceği gibi (örneğin, ucuz biletlerin sayısını sınırlamak) doğrudan fiyat kontrolü yoluna da gidilebilir. Perakende sektöründe genelde tercih edilen yöntem fiyat kontrolüdür.

1970'lerin sonlarında Amerika'da hava taşımacılığının serbestleştirilmesiyle (de-regulation) o zamana kadar maliyet hesabı yapmaya alışmış olan havayolu firmaları, gelirlerini arttırmak için satış fiyatları ve gelirleri üzerinde yoğunlaşmak ihtiyacı duydular. Gerekli bilişim teknolojisi altyapılarının oluşturulması ve bilet satışlarında bazı kuralların (erken bilet alan veya uçuşu Cumartesi gecesini de içeren yolcuya daha ucuz bilet satmak gibi) uygulanmasından sonra kısa sürede gelirlerin analitik yöntemlerle arttırılması arayışı başladı. American Airlines bu uygulamaların öncüsü oldu (Smith vd., 1992). Günümüzde havayollarının çoğu bu tür sistemlere sahiptirler. Havayollarının öncülüğünde başlayan gelir yönetimi (Şekil 2), başlangıcından sonraki yaklaşık 30 senelik süreç içinde birçok

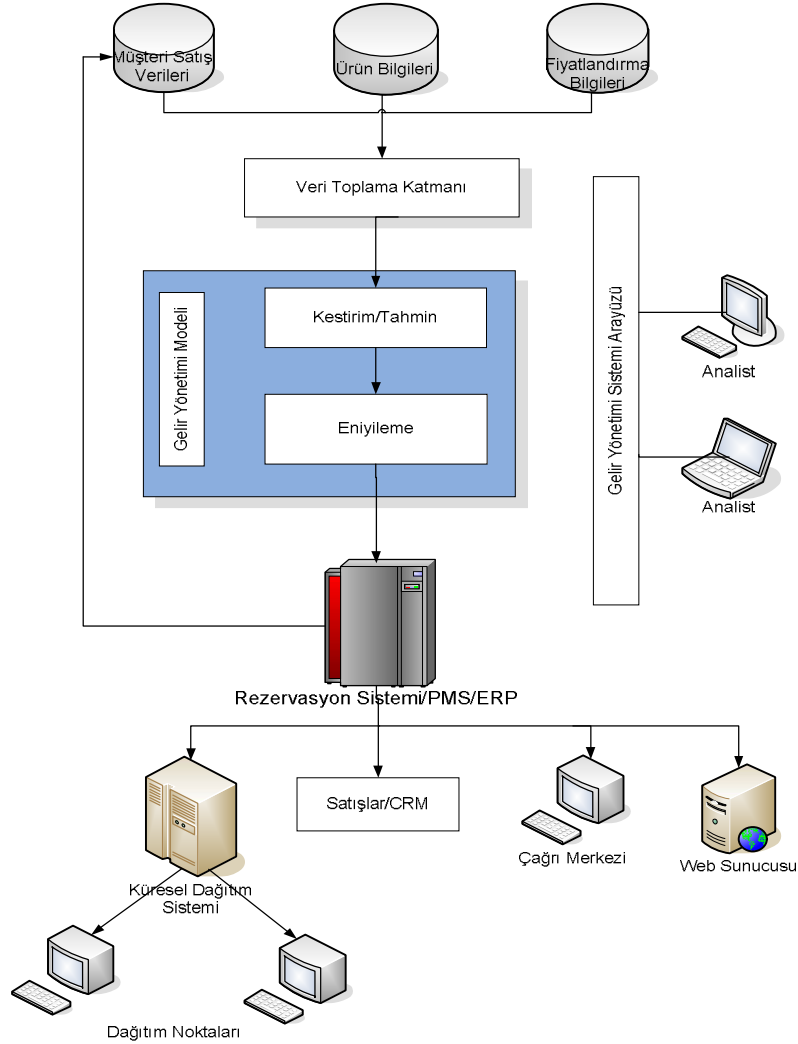
endüstriyel alanda uygulanmaya başlanmıştır. Örneğin, Talluri ve van Ryzin (2004) bu uygulamaları 15 başlık altında toplamışlardır. Endüstriyel uygulamaların yanı sıra akademik olarak da bu alanda çalışanların sayısı ve üretimi belli bir olgunluğa ulaşmıştır. Birçok üniversitede MBA programlarında ve Endüstri Mühendisliği bölümlerinde konunun dersleri verilmektedir. 2000’li yıllarda değişik kitaplar da yayımlanmıştır (Phillips 2005, Talluri ve van Ryzin 2004, Yeoman ve McMahon-Beattie 2004). “International Journal of Revenue Management” ve “International Journal of Revenue and Pricing Management” yine 2000’li yıllarda endüstriden de birçok katılımcıyla beraber yayımlanmaya başlamıştır. Bunun yanında “Operations Research” dergisi de gelir yönetimi konusundaki yayınlar için önemli bir platform oluşturmuştur.

İlk önceleri “yield management” olarak adlandırılan bu alan zamanla “revenue management” olarak adlandırılmaya başlanmıştır. Klasik gelir yönetimi yöntemleri, fiyatları sabit kabul ederek kapasitenin yönetimi esasına dayanmaktadır. Özellikle internet satışlarının ve satış yöntemlerinin (açık arttırma, müşteriye göre fiyatlandırma, vs.) artması dinamik fiyatlandırma çalışmalarına hız vermiştir. Bu tür analitik fiyatlandırma konularının popülerlik kazanmasıyla (dinamik) fiyatlandırma ve gelir yönetimi/eniyileştirmesi artık beraber anılmaya başlanmıştır. Bu sahayı tasvir etmek için talep yönetimi (demand management) gibi terimler de önerilmiş olmasına rağmen gelir yönetimi adı klasik anlamından fazlasını da içeren anlamda benimsenmiştir. Biz de bu projede gelir yönetimi deyimini fiyatlandırmayı da içeren anlamıyla altyapısını geliştirmeyi düşündüğümüz sistemi tanımlamak için kullanıyoruz.

## **2.2.2 Ticari Yazılımlar ve Perakendecilik**

Gelir yönetimi kavramlarının neredeyse sadece havayollarına özgü olduğu dönemlerde çok az sayıda bu konuda ticari yazılım (bakınız Şekil 5) üreten şirket vardı (PROS Revenue Management, SDT, Talus gibi). Ancak uygulama alanlarının çeşitlenmesi ve özellikle internetin ve hızla gelişen enformasyon teknolojisi altyapılarının sağladığı veri ve satış kanalı zenginliği ile beraber klasik gelir yönetimi kavramlarının yanında (dinamik) fiyatlandırma da önem kazanmaya başlayınca gelir yönetimi ve fiyatlandırma yazılımına yönelen firmaların sayısı hızla arttı. Tedarik zincirleri yönetimine destek sağlayan firmalar (i2, Manugistics gibi), kurumsal kaynak planlaması yazılımcısı firmalar (SAP gibi) ve hatta sadece bu tür uygulamaların veri-yoğun olmasından dolayı çoğu alıcının zaten kendi müşterisi olduğu Oracle gibi firmalar da bu sektörde yer almaya başladı. Gelir yönetiminin ne kadar önem kazanmaya başladığını gösteren ilk satın alma Talus’un Manugistics (şimdi JDA Manugistics) tarafından alınmasıdır. Önceleri küçük sayılabilecek birçok firmadan oluşan yazılım tedarikçileri

arasına büyük oyuncuların katılması ve satın almaların artması ise pazarın ve uygulamaların potansiyel getirisinin artık en azından gelişmiş pazarlarda belli bir olgunluğa ulaştığını göstermektedir.



Şekil 5 Gelir Yönetimi Sistemi

Gelir yönetimi uygulama alanları içinde nispeten yeni sayılabilecek ancak hızla büyüyen ve büyük yazılım firmalarının da ilgisini çeken belki de en önemli sektör trilyonlarca dolarlık büyüklüğü ile perakendeciliktir. Örneğin, Çin’de perakende sektöründe dönen paranın 2006 yılında 860 milyar dolar olması beklenmektedir. Çin şu anda Dünya’nın sadece yedinci büyük perakende pazarıdır (The Economist, 5-11 Ağustos 2006). A.B.D.’deki giyim endüstrisinin tedarik zincirleri odaklı detaylı bir analizi için Şen’e (2003) başvurulabilir. Türkiye’deki perakendecilik sektörü de 1990’lı yıllardan başlayarak hızlı bir gelişme göstermiştir. Carrefour, Metro, Tesco, Shaya, vs. gibi gruplar ülkemizde yatırımlar yapmışlardır. Yurdumuzda, toplam ciro olarak marketlerin liderliği söz konusuysa sayı

olarak giyim sektörü –tüm mağazaların yaklaşık %50’si- öne çıkmaktadır. Ciro olarak ise beyaz eşya / elektronik sektöründe yer alan Arçelik bütün perakende firmaları arasında lider durumundadır (Turkishtime, Ağustos 2006). Sektörün büyüklüğü göz önünde bulundurulduğunda perakendecilik her tür gelir artırımının çok önemli olabileceği bir alandır. Dolayısıyla, bu sektör için analitik yazılım üreterek kısa sürede hızla büyüyen birçok küçük firma büyük firmaların radarına yakalanmış ve yakın zamanlarda satın alınmışlardır. Örneğin, Oracle ProfitLogic (ProfitLogic ise daha önce Spotlight Solutions’ı almıştı) ve Retek’i, SAP ise KhiMetrics’i alarak perakendecilik sektöründeki müşterilerine analitik destek de vermeye başlamıştır. Bu sektörün önemli oyuncularından bir zamanlar KhiMetrics ile rekabet eden DemandTec gibi firmalar da pazar içinde derinleşmeyi sürdürmektedirler. Perakendecilikteki yazılım sektörünü inceleyen (Montgomery, 2005) bu alanda karar destek sistemleri kurulurken karşılaşılabilecek zorlukları, nelere dikkat edilmesi gerektiği, bu sistemlerin içermeleri gereken fonksiyonları ve ayrıca pazarlama araştırmalarında özellikle istatistiksel çalışmalarda doldurulması gereken boşlukları özetlemektedir. Büyük yazılım firmalarının yakın zamanda gerçekleştirdiği satın almaların işaret ettiği bir husus da pratikte gelir yönetimi ve tedarik zinciri yönetimi alanlarının ayrımını yapmanın artık pek de mümkün olmadığıdır. Nitekim “perakende analitiği” (retail analytics) deyiimi bu alanların hepsini kapsayan genel bir terim olarak kullanılmakta ve sistemler de artık tek bir çatı altında toplanmaktadır.

Perakendecilik sistemleri birçok işlevi yerine getiren kapsamlı yazılımlardır: Bulunulan coğrafyaya ve satış kanalına göre rutin fiyat değişikliklerini, rakiplerin fiyatlarına uyumu otomatize etmek; her ürün ve kategori için kâr ve satış hedeflerini, indirimlerin ve reklam kampanyalarının performansını takip etmek; fiyat duyarlılığını ölçmek; geçmiş dönemlerle ilgili raporlama yapmak vs. gibi (Talluri ve van Ryzin, 2004). Perakendecilikteki gelir yönetimi uygulamalarının en önemli ayırıcı özelliklerinden biri fiyatları sabit kabul edip kapasite ayarlarının analitik olarak yapıldığı ilk uygulamaların aksine fiyatların en iyi şekilde bulunmasına çalışılmasıdır. Perakendecilikte gelir yönetiminin kapsadığı değişik konulardan belki de en fazla hareket görülen saha ise kalıcı indirimlerin planlanmasıdır. i2 (I2) , SAS (SAS), SAP (SAP), Oracle (Oracle), JDA Manugistics (Manugistics) gibi firmaların tümü kalıcı indirim eniyilemesini içeren modüllere sahiptirler.

### ***2.3. Veri Madenciliği ve Perakendecilik***

Veri madenciliği kısaca, büyük ölçekli veri yığınlarının incelenerek anlamlı, daha önceden bilinmeyen ve uygulamada faydalı olabilecek bilgiler elde etme süreci olarak tanımlanabilir. Bu süreç sonucunda

elde edilen bilgilerin bu üç özelliğe sahip olması sürecin başarısı için bir kıstas sayılabilir. Burada “bilgi” sözcüğünden asıl kastedilen İngilizcedeki “information” değil, “knowledge” sözcüğüdür.

Küreselleşen rekabet ortamında veri madenciliğinin yadsınamaz önemi gerek büyük ve gerekse orta ölçekli işletmelerin, geleneksel veri analizi yöntemleri yanında veri madenciliği gibi ileri teknikleri kullandıkları zaman anlaşılmaktadır. Bu tür ticari kuruluşlar için temel hedef, müşteri memnuniyetine önem vererek kârlılığın artırılmasıdır. Temelde yapılan işlem, işletmelerin müşteri profilleri hakkında gerçekçi bir kavrayışa sahip olmaları, buna göre stratejilerini belirleyip, ürünlerini ve günlük operasyonlarını konumlandırmalarıdır.

Veri madenciliği birçok sektörde başarıyla uygulandığı gibi perakendecilik sektörü için de vazgeçilmez bir uygulama aracı olarak son zamanlarda karşımıza çıkmaktadır. Genel olarak iş zekâsı (business intelligence) olarak adlandırılan yazılım sektörünün büyüklüğü, IDC’nin kestirimlerine göre (Whiting, 2006) yıllık ortalama %8 büyümeye göstererek 2008 yılında 3 milyar dolar seviyesine ulaşacaktır. Çok küçük miktardaki kâr marjlarının bile rekabetçi bir ortamda büyük farklılıklar yarattığı günümüzde, perakendecilikte – özellikle hazır giyim sektöründe – gerek sezon içi ve gerekse kalıcı indirim fiyatlandırmalarında takip edilen politika ve stratejilerin doğruluğu firmalar ve onların en büyük sermayesi olan markalar için hayati olmaktadır.

Veri madenciliğinin en önemli yöntemlerinden biri olan ilişki madenciliği (association mining) (Agrawal vd. 1993, Agrawal ve Srikant 1994), ortaya çıkarılan ilişki kurallarının (association rules) yardımıyla pazarlama alanında yaygın ve başarılı bir şekilde kullanılmaktadır ve özellikle gıda perakendesi sektöründe sepet analizi (market basket analysis – MBA) olarak da bilinmektedir (Berry ve Linoff 1997, Brijs vd. 1999, Demiriz 2004a) . Genel olarak bu kurallar  $A \Rightarrow B$  şeklinde ifade edilir, ve “A ürünü alındığında B ürünü de alınmaktadır” anlamını taşımaktadır. Sembolik olarak ifade edilen “A’ ve “B’ ürünleri gerçekte birden fazla ürünü içeren ürün kümeleri de olabilir, ve bu sebeple bu raporda “ürün” yerine “önerme” ifadesi de kullanılacaktır. Elbette A’nın alındığı her işlemde B’nin mutlaka yer alması şart değildir, ancak yeterince sık olarak bu ilişki gözlemleniyorsa yeterince ilginç bir ilişki kuralı söz konusudur. İlişki madenciliğinde bir kuralın ilginçliğini ölçmek için çeşitli ölçütler önerilmiştir. Bunlardan en popüler olan iki tanesi destek (support) ve güvendir (confidence). Destek, veride yer alan kayıtlardan (records, transactions) kaç tanesinde A ve B önermelerinin birlikte gerçekleştiğinin yüzdesidir. Güven ise A önermesinin gerçekleştiği kayıtlardan yüzde kaçında B önermesinin de gerçekleştiğinin değeridir. İlişki kurallarının dikkate alınması için en azından minimum destek ve minimum güven değerlerini sağlamaları gerekmektedir. Minimum destek koşulunu sağlayan ürünler sık ürünler (frequent itemset) olarak da adlandırılır.

Yukarıda bahsedilen kuralların anlaşılır ve uygulanabilir olması, bu yöntemin yaygın olma sebeplerinin başında gelmektedir (Ali vd. 1997). Bu tür kuralların görselleştirilmesi (Ertek ve Demiriz 2006) ile uygulayıcılar ve karar vericiler için daha da kolay anlaşılabilir hale gelen ikiden fazla ürünlü kurallar, pazarlama ve raf düzenleme için vazgeçilmez araçlar haline gelmiştir.

Sepet analizinin uygulanması ile genellikle raf düzenlemeyi doğrudan etkileyen sonuçlar elde edilebilir. Örneğin Amerika'da en yaygın olarak sepetlerde bulunan ürün olan muz, taze ürünler kısmında satıldığı gibi mısır gevreklerinin de yanına konularak satılması, kâğıt mendillerin kâğıt ürünlerinin satıldığı raflarda bulunduğu gibi soğuk algınlığı ilaçlarının bulunduğu raflarda da satılması sepet analizinin doğrudan kullanımı olarak düşünülebilir (Levy ve Weitz, 2004). Sepet analizi bunun yanında ürün gamı (assortment) oluşturmada ürün seçimi için de başarıyla kullanılmaktadır (Brijs vd. 2000).

$A \Rightarrow B$  şeklinde karşımıza çıkan kurallar yaygın olarak pozitif ilişkiyi ifade ettiklerinden pozitif kurallar olarak tanımlanmaktadır. Uygulamada daha çok pozitif kurallar karşımıza çıkmaktadır (Wu vd., 2004). Fakat negatif kurallar olarak tanımlanan kurallar, yani  $A \Rightarrow \neg B$ ,  $\neg A \Rightarrow B$ ,  $\neg A \Rightarrow \neg B$  şeklindeki kurallar, pazarlama açısından önemli kavrayışlara önayak olabilir (Wu vd., 2004). Negatif kurallar, örneğin  $A \Rightarrow \neg B$  kuralı, şu şekilde açıklabilir: Eğer A varsa B'nin tersi ( $\neg$ ) vardır. Burada B'nin tersinden kasıt B ürünü yoktur anlamındadır. Bu da ikame ürünlerin bulunmasında doğrudan bağlantılı bir sonuçtur.

Dolaylı ilişki kuralları (Tan vd., 2000) olarak tanımlayabileceğimiz kurallar şu şekilde ifade edilebilir. Eğer  $A \Rightarrow Y$  ilişkisi varsa (minimum destek koşulu sağlanmış) ve  $Y \Rightarrow B$  ilişkisi de anlamlı ise  $A \Rightarrow B$  minimum destek koşulunu sağlamadığı halde A ile B arasında dolaylı ilişki olduğu kabul edilir (Tan vd., 2000). Dolaylı ilişki de ikame ürünlerin bulunmasında kullanılacak diğer bir yaklaşımdır.

İlişki kuralları pazarlama dışında da uygulama alanları bulmuştur; örneğin bir telekomünikasyon şirketinin almış olduğu sipariş için manüel müdahale gerekip gerekmeyeceğini kestirmek gibi (Ali vd., 1997). Ayrıca ilişki madenciliği bir telekomünikasyon şirketinin almış olduğu servis siparişlerinin incelenmesinde kullanılarak, müşterilerin hangi servislere (hizmetlere) üye olurken hangi servislerden vazgeçtikleri sorusuna cevap bulmak için uygulanmıştır (Demiriz 2002b). Bir bakıma yeni sunulan servislerin hangi mevcut servislerin yerini aldığı kolaylıkla anlaşılabilmiştir (Demiriz 2002b). İlişki madenciliğinin temeli olarak kabul edilen Apriori algoritması (Agrawal vd. 1993, Agrawal ve Srikant 1994), her işlemde (transaction) kaydedilen ürün (hizmet) listelerine dayanmaktadır. Birlikte sıkça rastlanan ürünler Apriori gibi algoritmalar yardımıyla bulunur. Ürün bilgilerinin yanında işlem



zamanları da kullanılırsa sıklıkla birbiri ardı satın alınan ürün listeleri bulunabilir. Bu tür veriler sıra madenciliğinin (sequence mining) inceleme alanıdır ve web sayfalarının gezilmesi sırasında takip edilen sık patikaların bulunmasında kullanılabilir (Demiriz 2002a, Demiriz 2004b, Demiriz 2005). Ürünlere ait işlemlerde müşterilerin yaptığı harcamalara ait kayıtlar olsa da bunlar göz ardı edilirler. Önerilen bu çalışma ile bu tür verilerin de kullanılması sonucunda ilişki kurallarının elde edilmesi hedeflenmektedir. Diğer bir deyişle, ilişki kuralları elde edildiğinde bu kurallara fiyatlandırma ile ilgili veriler de dahil edilecektir.

Perakendecilik sektörü için nispeten yeni ve hızla gelişen e-ticaret uygulamalarında veri madenciliği çok farklı alanlarda kullanılmaktadır (Giudici, 2002). Bu konuda başarılı örnekler olduğu gibi başarısızlıkla sonuçlanan uygulamalar da olmuştur. Özellikle ürün tavsiye sistemleri (recommendation systems) perakendecilikle ilgili e-ticaret firmaları için çok önemlidir. Ürün tavsiye sistemlerinin en temel uygulamaları ilişki madenciliğine dayanmaktadır (bkz. Demiriz 2004a).

İlişki madenciliğinden elde edilen kurallar çapraz satışların (cross-sales) analizi için önemli olduğu için ürün tavsiye sistemlerinde yaygın kullanılır. Tabii ki bu olaya envanter yönetimi veya merchandising (hangi ürünlerin ya da ürün hatlarının perakende işletmede bulundurulacağına ilişkin kararlar bütünü) açılarından bakıldığında çapraz satışların da dikkate alınması sonucunda eniyi ürün gamı seçilmesi önemli bir problem olarak karşımıza çıkabilir. Bu problem bir karesel program (quadratic program) olarak Wong vd. (2005) tarafından modellenmiştir. Bu model için sezgisel ve genetik algoritma tabanlı çözümler de önerilmiştir.

Perakendecilik sektöründe veri madenciliğinin diğer bir kullanım alanı ise müşteri segmentasyonudur. Özellikle ürün satışlarının da dikkate alındığı segmentasyon modellerinde müşteri grupları ile ürünler arasında ilişki kurmak mümkün olabilir. Örneğin hazır giyim sektöründe son moda ürün gruplarını hangi fiyatta olursa olsun tercih eden müşteriler olabileceği gibi fiyata çok duyarlı ve moda olması gerekmeyen ürünleri tercih eden müşteri segmenti de olabilir (Smith, 2005). Müşteri segmentasyonunun (customer segmentation) yanında mağaza segmentasyonu da (store segmentation) önemli uygulama alanlarındandır.

### 3. KULLANILAN VERİ SETLERİNİN YAPISI VE ANALİZLER

Proje sürecinde konusunda Türkiye'nin lider markası olan LC Waikiki'nin desteği ve sağladığı veri setleri ile geliştirdiğimiz modelleri uygulama ve test etme imkânına sahip olduk. Bu süreçte iki farklı veri kümesi değişik zamanlarda şirket tarafından maskelenerek proje çalışmasına sunulmuştur. İlk veri kümesi 2007 yaz dönemine ait tek (erkek ya da bayan gibi) bir merchandise grubuna (merchandise group) ait, tüm mağazaları kapsayan satış ve stok hareketlerini kapsamaktadır. Proje çalışmalarının çoğunluğu bu veri kümesi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. İkinci veri kümesi ise 2008 yılı yaz dönemine ait olup tüm ürünleri kapsayan, ancak sadece 21 mağazaya ait satış ve stok hareketlerini içeren bir veri kümesidir. Aşağıda bu veri setlerinin hazırlanışı, yapısı ve özet bilgileri verilmektedir.

**Tablo 1 Projede Kullanılan Veri Setlerinin Özet Bilgileri**

Adetler	2007 Verileri	2008 Verileri
SKU (Ürün)	8807	92.599
Model Ürün	716	14.558
Klasman	83	221
Merchandise (Ürün) Alt Grup	4	17
Satış İşlemi	2.753.260	1.720.092
Satılan Ürün	4.376.886	3.789.145
Mağaza	172	21

Tabloda ürün hiyerarşisinin farklı seviyelerine karşılık gelen değerler verilmiştir. En aşağıda SKU seviyesinde ürün adetleri verilmiştir. Model ürün, çalışmalarımızda hem veri madenciliği hem de talep tahmini modellerinde kullandığımız seviyedir. Klasman, kazak gibi genel giyim seviyesini ifade eder. Merchandise (ürün) alt grup, merchandise grubun bir alt seviyesini ifade eder ki örneğin genel olarak bayan giyim dendiğinde bir merchandise grubu (merchandise group) ifade edilir. Şu an (Aralık, 2010) LC Waikiki'nin üç yüzü aşkın mağazası bulunmasına karşın çalışmamızda kullanılan veri setlerinde Tablo 1'de ifade edilen mağaza sayısına karşılık gelen veriler kullanılmıştır.

Analiz ve modelleme için veri hazırlanırken en önemli kararlardan biri verinin detay seviyesidir. Diğer bir ifade ile, verinin hangi öge boyunda (granularity) sunulacağıdır. Tahmin yöntemleri göz önünde bulundurulduğunda, haftalık bazda verinin sunumunun doğru olacağı gözlemlenmiştir. Ayrıca genel

olarak projemizin konusu olan indirimler günlük kararlar olmayıp hafta başlarında alınan kararlardır bu yüzden haftalık bazda tahmin önemli olmaktadır. Elbette operasyonel işlemlerde örneğin stok kontrol etkinliklerinde mağaza bazında günlük tahminler önemlidir, ancak bu projemizi şu aşamada ilgilendirmeyen bir durumdur. Tahminlerimizi hem mağaza bazında hem de firmanın genelinde yapma durumumuz olduğu için iki farklı seviyede veri hazırlanması uygun görülmüştür. Ayrıca verinin ürün (yani SKU) ya da ürün modeli seviyesinde hazırlanması için karar verilmelidir. SKU seviyesinde çoğu zaman her mağazada günlük olarak satış olmayabilir. Satışlar ise bir ya da iki tane gibi çok az bir sayıda gerçekleşebilir. Buna en güzel örnek Zara mağazalarının kabul ettiği stok kontrol modelidir. Zara firması SKU seviyesinde her mağazasında en fazla iki tane ürün bulundurmaktadır. Bu yüzden ürün modeli seviyesinde analiz verinin doğru bir şekilde bütünlleştirilmesi (aggregation) anlamına gelir.

Türkiye’de perakendecilik sektöründe hafta başı Pazartesi günü olarak kabul edilmektedir. Takvim haftalarından farklı olarak her bir firmanın kendisini bağlayacak şekilde bir hafta tanımı da yapılabilir. Örneğin yılbaşlarında bölünen haftalar bir önceki yılın son haftası veya duruma göre yeni yılın ilk haftası olarak kabul edilebilir. Veritabanlarında kolay bir şekilde takip açısından hafta başları ve sonları ayrı bir tabloda belirtilebilir.

Şekil 6’da analiz için hazırladığımız veri kümesinin yapısı verilmiştir. Daha önce belirttiğimiz gibi ürün modeli ya da mağaza ve ürün modeli seviyesinde veri hazırlanmıştır. Tablo 2’de tahmin modeli için kullanılan veri yapısı şeklen ifade edilmiştir. Veri yapısı ilk satırda ürün modeline göre verilirken, ikinci satırda mağaza ve ürün modeline göre verilmiştir.

**Tablo 2 Tahmin Modellerinde Kullanılan Veri Yapısı**

UrunMod	Hafta	top_satis	stok	ort_fiyat	once_fiyat	stok_er_hiz	ort_stok_er_hiz
---------	-------	-----------	------	-----------	------------	-------------	-----------------

Magaza	UrunMod	hafta	top_satis	stok	ort_fiyat	once_fiyat	stok_er_hiz	ort_stok_er_hiz
--------	---------	-------	-----------	------	-----------	------------	-------------	-----------------

Aşağıda her bir değişken hakkında kısa açıklamalar yapılmıştır.

**Mağaza:** İlgili mağaza kodu

**UrunMod:** Ürün modeli nosu

**hafta:** Satış işleminin gerçekleştiği hafta (takvim hafta no ile uyuşmayabilir – Pazartesi saat 00:00:00’da başlar ve Pazar gecesi 23:59:59’da tamamlanır)

**top\_satis:** İlgili haftada gerçekleşen toplam satış miktarı

**stok:** Bir önceki Pazar gecesi saat 23:59:59 itibarıyla mağazada bulunan stok miktarı

**ort\_fiyat:** Yapılan satışlarda gerçekleşen ortalama fiyat. Not: SKU seviyesinde her bir ürünün hem taksitli hem de peşin fiyatı vardır. Ayrıca her ürün modeli için onlarca SKU olabilir ve bunlar farklı fiyatlara sahip olabilir. Bu yüzden ortalama fiyat kullanılması zorunlu olmaktadır.

**once\_fiyat:** Bir hafta önceki ortalama fiyat ( $\text{lag1} - \text{bir dönem gecikmeli ortalama fiyat}$ ) =  $\text{ort\_fiyat}_{t-1}$

**stok\_er\_hiz:** hafta başındaki satışların o hafta gerçekleşen satışlarla erime (sıfırlanma) süresi =  $\text{stok} / \text{top\_satis}$ .

**ort\_stok\_er\_hiz:** Bir önceki hafta ve iki hafta önceki stok erime hızlarının ortalaması =  $(\text{lag}(\text{stok\_er\_hiz}) + \text{lag}2(\text{stok\_er\_hiz}))/2$

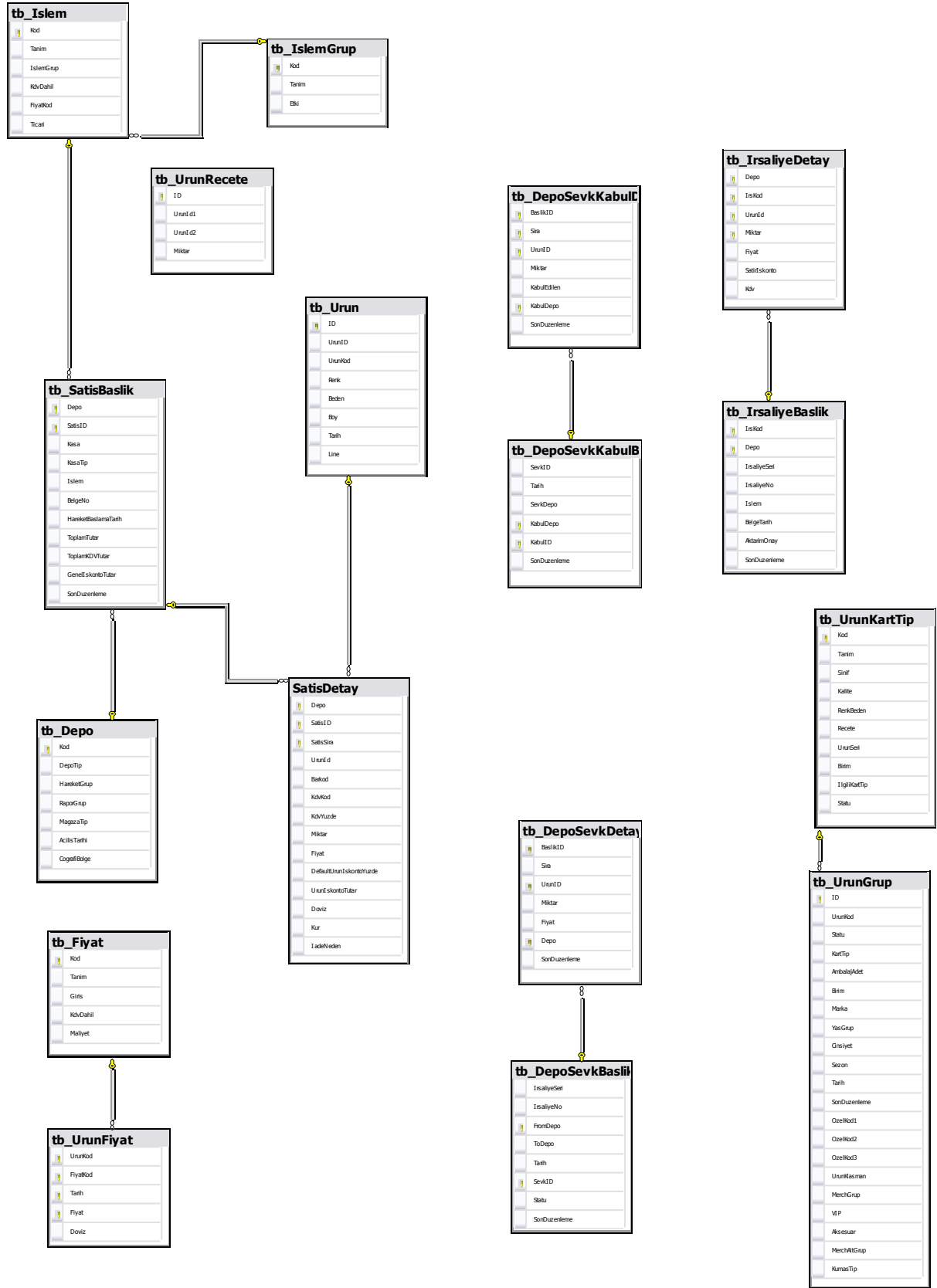
Tahmin modelinin yanında ilişki madenciliği çalışmaları için Şekil 6'da verilen veri modelinden yola çıkılarak tekil işlem numarası ve ürün kodundan oluşan veriler hazırlanmıştır. Bu bölümün geri kalan kısmında veri madenciliği başlığında ile proje süresince yapılan çalışmaların özeti verilerek çıktılar üzerinde tartışmalar yapılacaktır.

### **3.1. Veri Madenciliği ile Analiz Sonuçları**

Yukarıda belirtildiği gibi iki farklı veri kümesi proje süresince kullanılmıştır. Bu alt bölümde 2007 ve 2008 yaz sezonlarına ait olan bu veri setleri üzerinde veri madenciliği ile yapılan çalışmalar ayrı ayrı sunulacaktır.

Sepet analizi (ilişki madenciliği) müşterilerin aldıkları ürünler veya hizmetler arasındaki pozitif ilişkileri ortaya çıkartmayı amaç edinen bir analizdir. Daha önceden ürün veya hizmet almış olan müşteri verilerine bakarak benzer davranış gösteren müşterilerin gelecekte alması muhtemel ürünleri ve/veya hizmetleri tahminine dayanır. Oluşturulan kurallardan iyi olarak nitelendirilebilecek olanlar genellikle yüksek kaliteli, uygulanması mümkün olan kurallardır.

İlişki analizi genellikle müşterilerin hangi ürün veya hizmet gruplarını birlikte aldıklarını ortaya çıkarır. Bu iş esasen verimli bir biçimde gerçekleştirilen bir sayma yöntemine dayanır. Basit bir örnek vermek gerekirse bir perakende satış firması müşterilerinin almış oldukları ürünleri ve kendilerine geri iade edilen ürünleri bir veritabanına kaydediyor olunsun. Bu veritabanı üzerinde ürünler  $I = \{i_1, i_2, i_3, \dots, i_d\}$



Şekil 6 Analiz Edilen Verinin Veritabanı Yapısı

biçiminde, fiş/işlem numaraları da  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$  biçiminde tutuluyor olsun. Veritabanında her bir fiş numarası en az bir ürün olmak üzere müşterilerin satın aldığı ürünlerin listesini tutar. Bu liste müşteri ürünü satın almış (1) veya almamış (0) biçiminde, müşterilerin aldıkları ürün miktarını ( $i_1$  ürününden 4 adet  $i_2$  ürününden 1 adet) veya müşterilerin ürünler için ödedikleri miktarlar ( $t_1$  fişine ait alışverişi yapan müşteri  $i_6$  ürününden 30 liralık,  $i_9$  ürününden 80 liralık almış) ve bunlara benzer biçimlerde tutulabilir.

İlişki analizi yapılırken kural çıkarımında kullanılan temel olarak iki ölçüt vardır. Bu ölçütler destek ve güven olarak isimlendirilir.

$$\text{Destek: } s(X \rightarrow Y) = n(X \cup Y) / N$$

$$\text{Güven: } c(X \rightarrow Y) = n(X \cup Y) / n(X)$$

Burada  $n(X \cup Y)$ , X ve Y ürünlerinin birlikte alınma sayısını,  $n(X)$ , X ürününün tek başına alınma sayısını, N ise toplam fiş (işlem) sayısını ifade etmektedir. Destek ve güven değerlerine göre ilişkilerin güçlü ya da zayıf olduğu söylenebilmektedir. Literatürde yaygın olarak Apriori algoritması kullanılarak birlikte sık alınan ürünler bulunmakta ve bu sık-ürün listelerinden ilişki kuralları çıkarılmaktadır.

### 3.1.1. 2007 Verileri ile Yapılan Çalışmalar

2007 yaz dönemi verileri 172 değişik mağazada dönem boyunca gerçekleşen bir merchandise grubuna ait ürünlerin satış ve stok hareketlerini içermektedir. Satışlara ait veritabanı tablosunda toplam 2.753.260 adet satış işlemi bulunmaktadır. 88.079 farklı üründen toplam 4.376.886 adetlik satış gerçekleşmiştir. Analizler model ürün seviyesinde yapılmıştır. Tüm satışlarda 700'ü aşkın farklı model bulunmaktadır. Proje boyunca çoğunlukla 2007 verileri kullanılmıştır.

Tablo 3'de 15 ürünle sınırlandırılmış ÜrünID bazında "sepet büyüklüğünün" dağılımı verilmektedir. Tablo 4'de ise 15 modelle sınırlandırılmış model bazında sepet büyüklüğü dağılımı verilmektedir. Tek ürünlü satışların çokluğu dikkat çekse de analiz için yeterli veri mevcuttur. Fakat ürün sayıları fazla olduğu için anlamlı kuralların azlığı beklenebilir.

Tek modelden oluşan satışlar ilişki madenciliğinde doğal olarak kullanılmamaktadır. Destek eşiği (support threshold) 100 kabul edilerek ilişki madenciliği için analizler gerçekleştirilmiştir. Bir diğer ifade ile, işlem sayısı (support count) 100'ün üzerinde olan ilişki kuralları dikkate alınmıştır. Bunun sonucunda sık ürün kümesi olarak tekli 696 adet, çift ürün olarak 3.944 adet, üçlü ürün olarak 273 adet, dördümlü ürün olarak 8 adet ürün (model) kümesinin birlikte satıldıkları gözlemlenmiştir.

**Tablo 3 . 2007 Verileri İçin ÜrünID Bazında Sepet Büyüklüğü Dağılımı**

Sepet Büyüklüğü	Frekans
1	1.624.743
2	691.347
3	255.345
4	110.75
5	48.242
6	22.893
7	11.577
8	6.008
9	3.433
10	1.854
11	1.110
12	673
13	405
14	303
15	154

**Tablo 4 2007 Verileri İçin Model Bazında Sepet Büyüklüğü Dağılımı**

Sepet Büyüklüğü	Frekans
1	1.756.701
2	653.250
3	221.915
	85.131
5	33.906
6	14.58
7	6.853
8	3.309
9	1.621
10	832
11	488
12	262
13	141
14	96
15	68

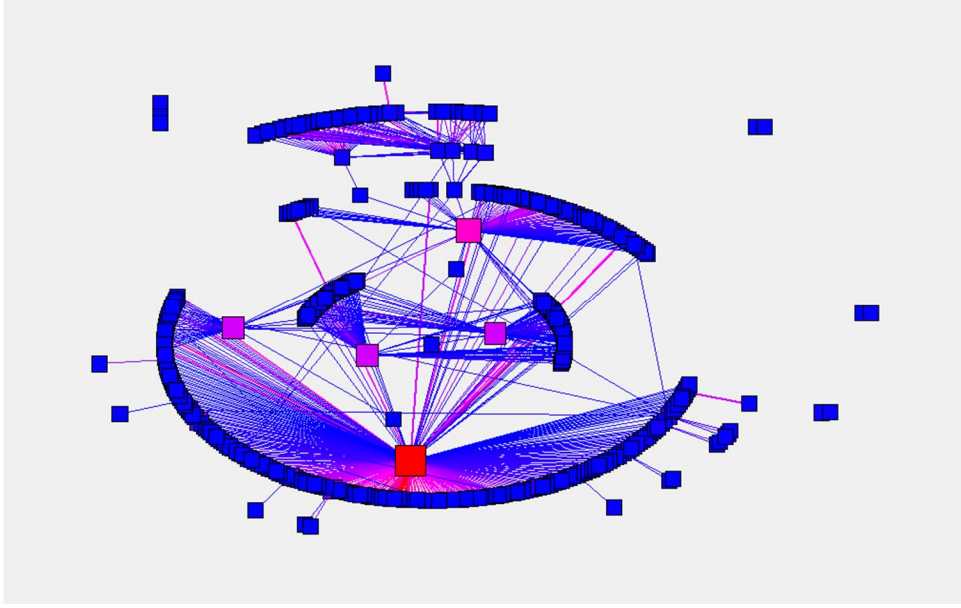
Tablo 5'te ilişki madenciliği sonucunda ortaya çıkan bazı kurallar sunulmaktadır. Analizlerin model ürün bazında yapıldığının bu noktada hatırlatılmasında fayda vardır. Kurallar sadece bilgilendirme amacıyla sıralanmıştır. Daha yüksek güven değerlerine sahip kurallar bulunamamıştır. Unutulmamalıdır ki 2007 verileri tek bir merchandise gruba aittir.

Şekil 7 ve Şekil 8'de sırasıyla destek eşiği 100 ve 250 kabul edildiğinde ürünler arasındaki ilişki bağları (link) görselleştirilmiştir. Burada dikkate alınması gereken önemli bir konu vardır: Bu bağlar sadece pozitif ilişkiler göz önüne alındığında elde edilmiştir. Mevcut veri madenciliği paketleri sadece bu tür bir analize izin vermektedir. Bununla beraber, projemizde negatif ilişkiler de incelenmiştir. Negatif ilişkilerin görselleştirilmesi Bölüm 3.4.'de verilmiştir. Bazı ürünlerin ilişkiler içindeki önemi verilen çizgelerde gözükmektedir. Ürün isimleri çizgelerin sadeliği için kullanılmamıştır.

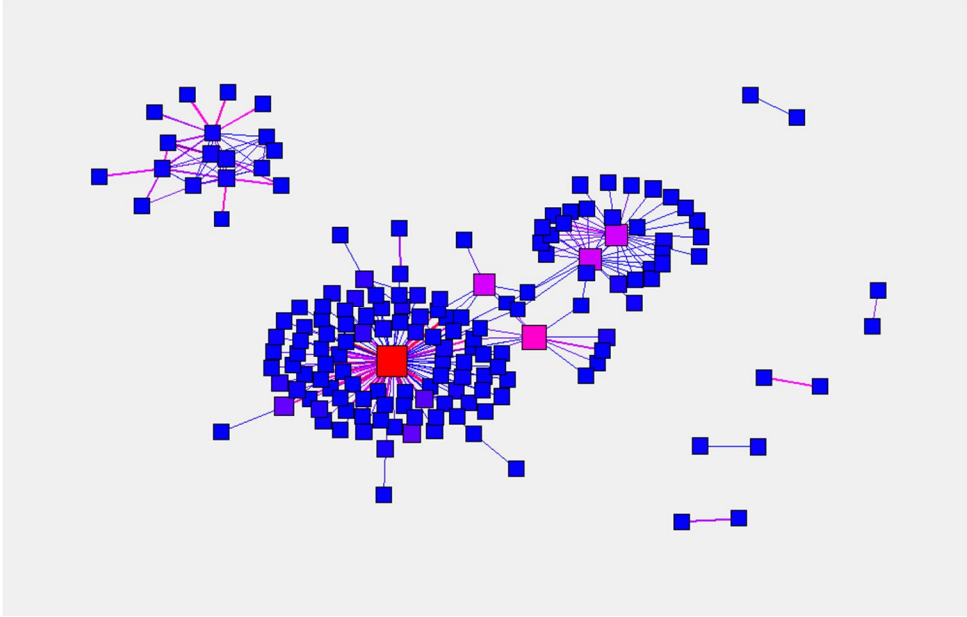
**Tablo 5 2007 Verileri İçin Güvenilirliğe Göre Sıralanmış Bazı Kurallar**

Güven (Confidence)	Destek (Support)	Kaldırma Gücü (Lift)	İşlem Adedi (Support Count)	Kural (Rule)
<b>43,35</b>	0	3,47	101	T124373J02146003 & T124363J02146002 & T123809J02146008 ==> T124350J02146001
<b>40,24</b>	0	3,22	101	T124382J02146004 & T124373J02146003 & T123809J02146008 ==> T124350J02146001
<b>39,68</b>	0,01	3,18	171	T124363J02146002 & T123809J02146008 & T123759J02146005 ==> T124350J02146001
<b>35,25</b>	0,01	2,82	251	T123809J02146008 & T123794J02147001 ==> T124350J02146001
<b>33,10</b>	0,01	110,46	186	T1268114NK1G2003 & T126781A6K1G2002 ==> T1268154NK1G2004
<b>32,43</b>	0,02	2,6	490	T123838J03265001 & T123809J02146008 ==> T124350J02146001
<b>32,38</b>	0,01	2,59	147	T123809J02146008 & T123800J02147002 ==> T124350J02146001
<b>32,28</b>	0	2,59	112	T124373J02146003 & T124363J02146002 & T123759J02146005 ==> T124350J02146001
<b>32,12</b>	0,01	2,57	362	T123809J02146008 & T123784J02145002 ==> T124350J02146001
<b>31,32</b>	0,04	2,51	1031	T124373J02146003 & T123809J02146008 ==> T124350J02146001
<b>31,05</b>	0	2,49	118	T125214J03265008 & T123809J02146008 ==> T124350J02146001
<b>30,91</b>	0,01	2,48	140	T123823J03149001 & T123809J02146008 ==> T124350J02146001
<b>30,76</b>	0,04	2,46	1124	T124363J02146002 & T123809J02146008 ==> T124350J02146001
<b>30,43</b>	0	2,44	119	T123827J03155001 & T123809J02146008 ==> T124350J02146001
<b>30,34</b>	0	2,43	125	T123794J02147001 & T123765J02146006 ==> T124350J02146001
<b>30,09</b>	0,01	2,41	164	T124373J02146003 & T123784J02145002 ==> T124350J02146001





Şekil 7 2007 Verisi için Ürün İlişki Ağı – Destek Eşiği = 100



Şekil 8 2007 Verisi için Ürün İlişki Ağı – Destek Eşiği = 250

### 3.1.2. 2008 Yaz Dönemine ait Verilerin Analizi

2008 yaz dönemi verileri 21 değişik mağazada dönem boyunca tüm ürünler için gerçekleşen satışları ve gün sonu stoklarını içermektedir. Satışlara ait veritabanı tablosunda toplam 1.720.092 adet satış işlemi bulunmaktadır. 92.599 farklı üründen toplam 3.789.145 adetlik satış gerçekleşmiştir. Daha önceki veri kümesinde de uygulandığı gibi sepet analizi ürün bazında değil “model ürün” bazında gerçekleştirilmiştir. Tüm satışlarda toplam 14.558 adet farklı model bulunmaktadır.

Tablo 6’da 15 ürünle sınırlandırılmış ÜrünID bazında sepet büyüklüğünün dağılımı verilmektedir. Tablo 7’de ise 15 modelle sınırlandırılmış model bazında sepet büyüklüğü dağılımı verilmektedir.

**Tablo 6 ÜrünID bazında Sepet Büyüklüğü Dağılımı**

Sepet Büyüklüğü	Frekans
1	862.862
2	412.703
3	188.862
4	101.673
5	56.727
6	33.892
7	20.812
8	13.277
9	8.545
10	5.810
11	4.003
12	2.780
13	2.054
14	1.440
15	1.110

**Tablo 7 Model bazında Sepet Büyüklüğü Dağılımı**

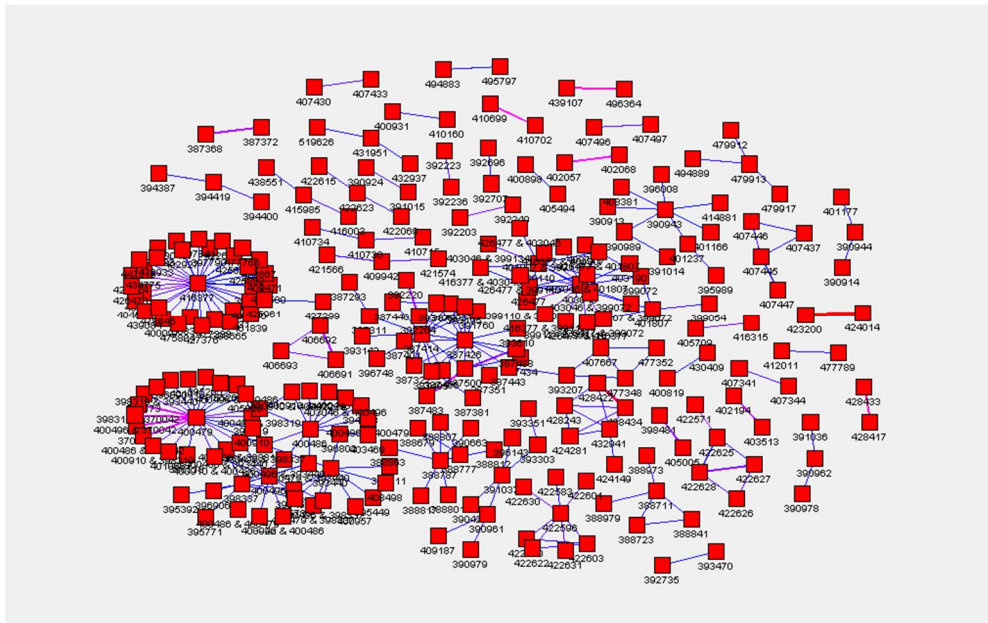
Sepet Büyüklüğü	Frekans
1	900.642
2	407.929
3	183.934
4	94.786
5	51.572
6	29.797
7	18.690
8	10.992
9	6.905
10	4.290
11	3.087
12	2.110
13	1.558
14	1.034
15	754

Tek modelden oluşan satışlar ilişki madenciliğinde doğal olarak kullanılmamaktadır. Destek eşiği 100 kabul edilerek ilişki madenciliği analizleri yapıldığında sık ürün kümesi olarak tekli 5.179 adet, çift ürün olarak 1.226 adet, üçlü ürün olarak 33 adet ürün (model) kümesinin birlikte satıldıkları gözlemlenmiştir. Sık ürünler kullanılarak kurallar çıkarıldığında toplam 5.502 kural bulunmaktadır. Güvenilirlik göz önüne alındığında öne çıkan bazı kurallar Tablo 8’de listelenmiştir.

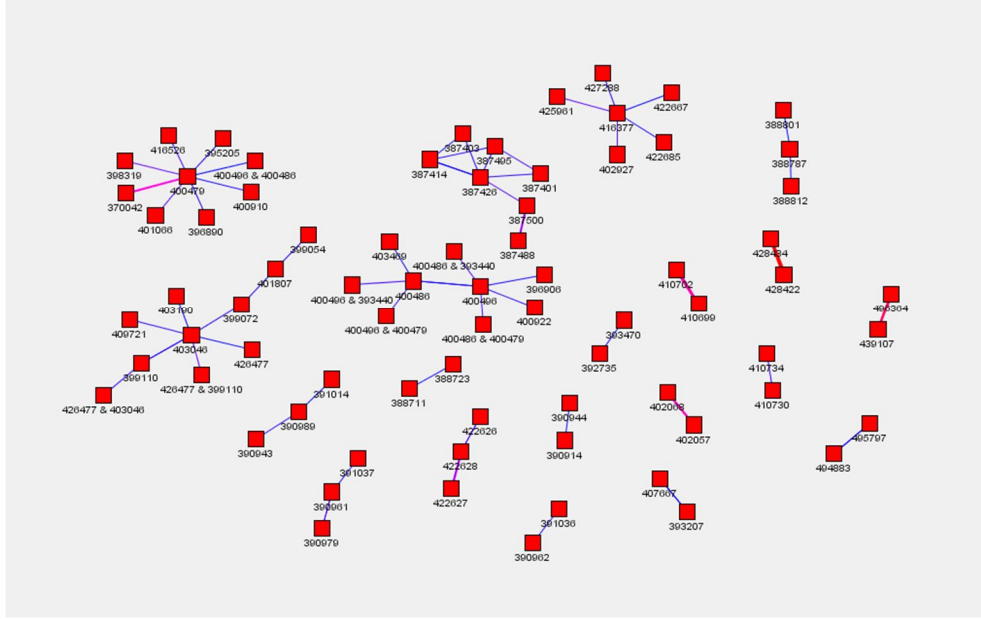
Şekil 9 ve Şekil 10’da ise sırasıyla destek eşiği 100 ve 250 kabul edildiğinde ürünler arasındaki ilişki bağları (link) görselleştirilmiştir. Burada dikkate alınması gereken önemli bir konu vardır; Bu bağlar sadece pozitif ilişkiler göz önüne alındığında elde edilmiştir. Mevcut veri madenciliği paketleri böyle bir analize izin vermektedir. Projemizde negatif ilişkilerin de incelendiği bu noktada hatırlanmalıdır.

**Tablo 8 Güvenilirliğe Göre Sıralanmış Bazı Kurallar**

Güven (Confidence)	Destek (Support)	Kaldırma Gücü (Lift)	İşlem Adedi (Support Count)	Kural (Rule)
75,56	0,01	1473,66	201	424014 ==> 423200
60,61	0,02	957,35	397	428422 ==> 428434
52,45	0,01	2405,97	139	428417 ==> 428433
50,79	0,02	492,22	416	439107 ==> 496364
43,87	0,02	589,11	426	410702 ==> 410699
43,83	0,01	1478,31	135	403513 ==> 402194
42,55	0,01	16,91	140	400496 & 370042 ==> 400479
42,17	0,02	742,45	272	402057 ==> 402068
40,29	0,02	302,22	392	387488 ==> 387500
39,83	0,01	298,79	235	387483 ==> 387500
39,59	0,01	15,74	156	400486 & 370042 ==> 400479
38,95	0,01	15,48	171	398319 & 370042 ==> 400479
38,00	0,12	15,10	1985	370042 ==> 400479
37,07	0,01	2405,97	139	428433 ==> 428417
36,46	0,02	957,35	397	428434 ==> 428422
35,04	0,02	415,43	280	422627 ==> 422628
33,84	0,01	651,02	202	405005 ==> 398481
33,73	0,01	728,01	141	392220 ==> 392264
33,28	0,01	631,83	207	406692 ==> 406691
33,26	0,02	589,11	426	410699 ==> 410702
32,27	0,01	501,00	152	387368 ==> 387372
30,21	0,01	31,31	132	400221 ==> 416377



**Şekil 9 2008 Verisi için Ürün İlişki Ağı – Destek Eşiği = 100**



Şekil 10 2008 Verisi için Ürün İlişki Ağı – Destek Eşiği = 250

### 3.2. İkame Etkilerinin (Negatif İlişkilerin) Bulunması ve Değerlendirilmesi

Bu bölümde literatürde bulunan bazı metotların daha detaylı bilgilendirmesi yapılacak ve uygulama sonuçları sunulacaktır. Negatif ilişkilerin veri madenciliği ile tespiti için literatürde bulunan yaklaşımlar içinde dolaylı ilişkiler yaklaşımı (Wu vd., 2004) projemiz için en uygun metottur. Öncelikle referans alınan Wu vd. (2004) makalesinde belirtilen yöntemle negatif (ikame) ilişkilere dair bir değerlendirme sunulacaktır.

$X$  ve  $Y$  olmak üzere iki ürün arasındaki ilişkinin ilginçliği aralarındaki istatistiksel bağımlılık ile ifade edilebilir (Wu vd., 2004):

$$Bağımlılık(X, Y) = \frac{p(X \cap Y)}{p(X)p(Y)} = \frac{p(Y|X)}{p(Y)}$$

$Bağımlılık(X, Y)$  ve onu hesaplamada kullanılan  $p(Y|X)$  ve  $p(Y)$  ifadeleri için ancak aşağıdaki şu üç durumdan birisi geçerli olabilir:

(1)  $Bağımlılık(X, Y) = 1$  ise, ya da bir diğer ifadeyle  $p(Y|X) = p(Y)$  ise o halde  $X$  ve  $Y$  birbirinden bağımsızdır.

(2) *Bağımlılık*( $X, Y$ ) > 1 ise, ya da bir diğer ifadeyle  $p(Y|X) > p(Y)$  ise o halde  $Y$  ürünü  $X$ 'e pozitif olarak bağımlıdır ve aşağıdaki eşitsizlikler geçerlidir:

$$0 < p(Y|X) - p(Y) \leq 1 - p(Y)$$

Eğer yukarıda yer alan tüm ifadeler  $1 - p(Y)$  ile bölünürse aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$0 < \frac{p(Y|X) - p(Y)}{1 - p(Y)} \leq 1$$

Yukarıdaki eşitsizliklerde ortada yer alan terimin değeri büyüdükçe daha büyük oranda bir *pozitif* bağımlılığın varlığı söz konusudur.

(3) *Bağımlılık*( $X, Y$ ) < 1 ise, ya da bir diğer ifadeyle  $p(Y|X) < p(Y)$  ise o halde  $Y$  ürünü  $X$  ürününe *negatif* olarak bağımlıdır.  $\rightarrow Y$  'in ( $Y$  ürününün yokluğunun)  $X$  ürününe *pozitif* bağımlı olduğu bu durumda aşağıdaki eşitsizlikler geçerlidir:

$$0 > p(Y|X) - p(Y) \geq -p(Y)$$

Eğer yukarıda yer alan tüm ifadeler sıfırdan küçük bir değere sahip olan  $-p(Y)$  ile bölünürse eşitsizlikler yön değiştirir ve aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$0 < \frac{p(Y|X) - p(Y)}{-p(Y)} \leq 1$$

Yukarıdaki eşitsizliklerde ortada yer alan terimin değeri büyüdükçe daha büyük oranda bir *negatif* bağımlılığın varlığı söz konusudur.

Yukarıdaki üç durumun *ilginçlik* bağlamında yorumu aşağıdaki şekildedir:

(1) numaralı durumda  $X \Rightarrow Y$  kuralı ilginç değildir, zira  $X$  ve  $Y$  birbirinden bağımsızdır.

(2) numaralı durum (pozitif) ilişki kuralları bağlamında literatürde detaylı olarak incelenmiştir, zira kayda değer olabilecek bir ilişkiye işaret ediyor olabilir.

(3) numaralı durum ise literatürde yakın zamana kadar fazla incelenmemiş olup  $X \Rightarrow Y$  negatif ilişki kuralının incelenmesi gerektiğine, bu kuralın kayda değer olabileceğine işaret eder.

### 3.2.1. Tekil Değer Ayrıştırma Metodu Yardımı İle Negatif İlişkilerin Bulunması

İlk olarak tekil değer ayrıştırma yöntemi (singular value decomposition, SVD) yöntemi ile negatif ilişkilerin nasıl bulunduğu anlatılacaktır.  $m \times n$  boyutlarına sahip bir  $A$  matrisi için özdeğerler (eigen values) ve özvektörler (eigen vectors), skalar  $\lambda$  değerleri, ve  $u$  vektörleri aşağıdaki denklemin çözümü ile elde edilir

$$Au = \lambda u$$

Diğer bir ifade ile özvektörler  $A$  matrisi ile çarpıldıklarında büyüklükleri dışında bir değişime uğramayan vektörlerdir. Özdeğerler de ölçekleme faktörüdür. Yukarıdaki eşitlik aynı zamanda şu biçimde de yazılabilir:

$$(A - \lambda I) u = 0$$

$A$  matrisi eğer kare matris ( $m=n$ ) ise matris üç matrisin çarpımı biçiminde ifade edilir ise:

$$A = U\lambda U^{-1}$$

Bu durumda  $U$  özvektör matrisi,  $\lambda$  ise özdeğer matrisi olarak isimlendirilir. Ancak  $A$  matrisi kare matris değil ise ( $m \neq n$ ) bu matrisi üç matrisin çarpımı biçiminde ifade etmek mümkündür. Bu yöntemle tekil değer ayrıştırma adı verilir ve şu biçimde yapılır:

$$A = U \Sigma V^t$$

Bu eşitlikte  $U$  matrisi  $m \times m$  boyutlarına sahip,  $\Sigma$  matrisi  $m \times n$  boyutlarına sahip,  $V$  matrisi de  $n \times n$  boyutlarına sahip olmalıdırlar. Ayrıca  $VV^t = I$ ,  $UU^t = I$  olmalıdır. Bu durumda  $V$  matrisindeki sütun vektörleri sağ tekil vektörler,  $U$  matrisindeki sütun vektörleri sol tekil vektörler olarak isimlendirilir. Toplam matrisinin köşegen değerleri de tekil değerler olarak isimlendirilir. Matris de tekil değer matrisi adını alır. Bu durumda en fazla  $\text{rank}(A)$  sayıda 0 değeri almayan tekil değer vardır.

Müşteri-Ürün harcama matrisi üzerine uygulandığı taktirde tekil değer ayrıştırma veri kümesinin boyutunu (dimensionality) azaltmaktadır. Bu işlem sonucunda en büyük  $k$  adet özvektör bize oran kurallarını vermektedir.

Bulunan çok sayıda kuralın belirli bir miktarını kullanmak kolaylık sağlayacaktır. Çalışmalarda en basit sezgisel kural kesim yöntemi olarak, özdeğerlerden toplamları tüm özdeğerler toplamının %85' i olan

özdeğerlere karşılık gelen özvektörler, oran kuralları olarak belirtilmiştir. Diğer bir ifade ile  $\frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} \approx 0.85$  yaklaşık olarak sağlanır.

Oran kuralları belirlendikten sonra bu kurallar müşterilerin yapabilecekleri harcamaları tahmin etmek için kullanılabilir. Kurallar vektör kümeleri oldukları için bir doğrultu belirtirler. Bu doğrultu bir müşteri grubuna dahil olan müşterinin alabileceği ürünleri ve bu ürünler için harçayabileceği para miktarını belirtir. Bu sayede grubu belli olan bir müşterinin bir ürüne belirli bir miktar para harcaması durumunda alabileceği diğer ürünleri ve harçayabileceği para miktarını elde etmemiz mümkün olmaktadır.

Oran kurallarının (Korn vd., 2000) belirlenmesinden sonra tahmin aşamasında eğer müşteri birden fazla oran kuralına uygun davranmış ise bazı durumlar ortaya çıkabilmektedir. Bu durumlar üç farklı formda olmaktadır:

1) Tam olarak belirli: Bu durumda müşterinin aldığı ürüne ait kural vektörleri bir noktada kesişebilmektedir. Bu da bizlere:

$$X_c = (V^t)^{-1} b^t$$

olacak biçimde bir vektör vermektedir. Burada b, müşteriye ait işlemi ifade etmektedir. Bu durum:

Toplam özellik (değişken) sayısı – Bilinmeyen değer sayısı = Oran kuralı sayısı

olduğu zaman oluşur.

2) Fazla belirli: Bu durumda müşterinin aldığı ürüne ait kural vektörleri bir noktada kesişmez. Bu durumda tahmin etmemiz gereken değer:

$$X_c = [V^t]^{-1} b^t$$

Olacak biçimde vektör ile ifade edilir. Bu noktada  $V^t$  matrisinin tersini hesaplamak sorun olacaktır. Çünkü V matrisi kare matris olmayabilir. Bu durumda V matrisinin tersi gibi olan bir matris kullanılmalıdır. Bunun için literatürde Moore-Penrose matris tersi gibi (pseudo inverse) yönteminin kullanıldığı görülmüştür (Korn v.d., 2000). Bu durum:

Toplam özellik (değişken) sayısı – Bilinmeyen değer sayısı > Oran kuralı sayısı

olduğu zaman oluşur.

3) Az belirli: Bu durum:

Toplam özellik sayısı – Bilinmeyen değer sayısı < Oran kuralı sayısı

olduğu zaman oluşur. Bu durumda çözüm bulmak mümkün olmadığından

Oran kuralı sayısı + Bilinmeyen değer sayısı – Toplam özellik sayısı

adet kuralı yok sayma kabulü ile tam olarak belirli duruma dönüşür. Bu durumda çözüm bulunmaktadır.

Bu yöntem ile yapılmış olan uygulamalar sonucu tahmin edilen değerlerin ortalama yöntemlerine oranla çok daha üstün olduğu Korn vd. (2000) tarafından gösterilmiştir. Veri madenciliğinde kullanılmak üzere tekil değer ayrıştırma yöntemi (singular value decomposition) ile ilgili Matlab kodu geliştirmiştir. Bu çalışmaya ait sonuçlar Demiriz vd. (2009) makalesinde verilmiştir. Oran kurallarında her zaman pozitif ilişkilerin olması beklenemez. Bu kurallardan hem pozitif (tamamlayıcı ürün) hem de negatif (ikame ürün) ilişkilerin bulunması mümkündür. Bulunan kurallar doğrultusunda tahminleme işlemleri kullanıcıya bırakılmıştır.

Yukarıda belirtildiği gibi müşteri davranışlarını özetleyen özvektörler kuralları belirtmektedir. Bu kuralların önem seviyeleri ise kurallara karşılık gelen özdeğerler ile ifade edilir. Kuralların pozitif ilişkilerin yanı sıra negatif ilişkileri de belirttiği özvektör matrisinde pozitif ve negatif değerlerin olmasından görülebilir.

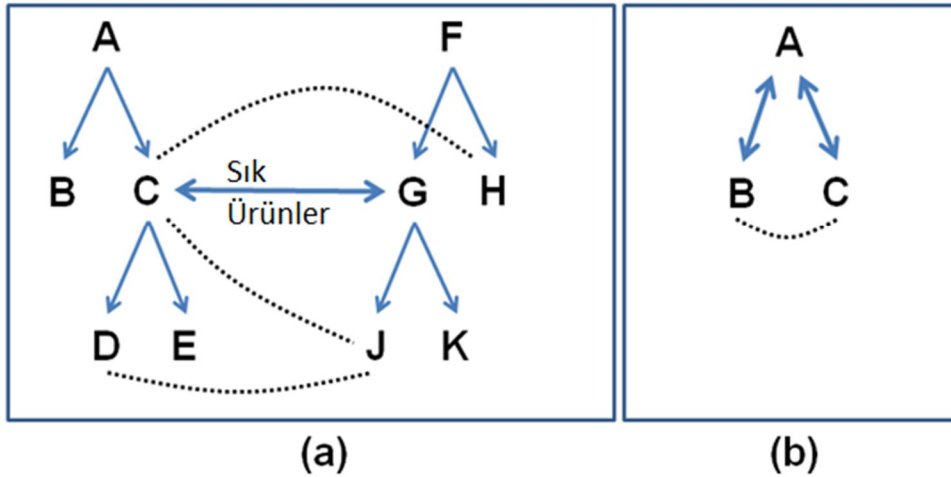
Tekil değer ayrıştırma yöntemi kullanılarak bulunan kurallar yardımıyla ürünlere harcanan parasal değerler arasında korelasyon analizi yapılabilir. Bu analiz sözü edilen kuralların en basit şekilde kullanımını sağlar. İlk olarak herhangi bir işlem yapmadan doğrudan kural matrisi (özvektör) matrisi üzerinde korelasyon analizi yapılabilir. Oran kuralları (özvektörler) kullanılarak yapılan korelasyon



analizi, dolaylı ilişkiler yardımıyla bulunan ikame ürünlerin (negatif ilişkilerin) sınanmasında (teyit edilmesinde) kullanılmıştır (Demiriz v.d. 2009).

### 3.2.2. Dolaylı İlişkiler Yardımıyla Negatif İlişkilerin Bulunması

Bunu daha iyi anlayabilmek için negatif kuralları bulmak için kullanılan algoritmanın mantığından kısaca bahsetmek gerekecektir (Şekil 11b). Temel olarak algoritma bir aracı ürün (mediator) ile birlikte pozitif ilişki içinde görülen iki ürünün birlikte “yeterince sık” görülmemesi durumunda bu iki ürün arasında negatif ilişki olduğunu öne sürmektedir (Tan vd. 2000). Şekil 11b’de AB ve AC ikilileri sıklıkla görülmekte ve fakat BC ilişkisi sık olarak görülmemektedir. Bu durumda BC ikilisi potansiyel olarak negatif ilişkiye sahiptir. Bu ikilinin destek sayım (support count) değeri sıfır değil, 100’den düşük bir rakam çıkmıştır. Kısacası, bu bakış açısına göre, negatif ilişki içindeki iki ürünün regresyon modellerinde diğer ürün için olan fiyat katsayısının negatif olması bir çelişki değildir, sadece bizim pozitif ya da negatif ilişki için belirlediğimiz destek sınırının (support threshold) çok düşük olduğuna işaret etmektedir.



Şekil 11 Negatif İlişkilerin Bulunması

Şekil 11b’de görüldüğü gibi ortak bir ürün üzerinden iki farklı ürün arasında dolaylı bir ilişki olabilir: A ve B ürünleri, A ve C ürünleri kendi aralarında pozitif ilişkiye sahiptirler ve bunlar sık ikili ürünler arasında bulunmaktadır. Fakat sık ikili ürünleri incelediğimizde B ve C ürünlerinin birlikte sık alınmadıkları bulunabilir. Bu durumda B ile C ürünlerinin A üzerinden dolaylı olarak ilişkili oldukları söylenebilir. Bu dolaylı ilişki eğer negatif bir korelasyona veya diğer bir ilginçlik ölçüsüne sahip ise B ve C ürünlerinin birbirlerini ikame ettikleri yargısına varılabilir.

Alternatif bir yöntem olarak ürün hiyerarşisini dikkate alan ve Savarese vd. (1998) tarafından önerilen metottur. Bu yöntemin çalışma prensibine ait bir örnek Şekil 11a'da verilmiştir. C ve G'nin sık ürünler olarak ilişkilerinin bulunduğu verildiğinde kesikli çizgilerde verilen ve ürün hiyerarşisinden ötürü doğal olarak ikame ürünler olarak karşımıza CH, CJ ve DJ ürün çiftleri ikame ürünler olarak değerlendirilir. Coca-Cola ve Pepsi örneğinde olduğu gibi, bu yöntemin süper market verileri için uygun olduğunu düşünmekteyiz. İlginçlik ölçütü kullanıldığında genellikle ilişki tablosu (contingency table) oluşturulmalıdır. Bu tablo aşağıda verilmiştir.

	C	$\bar{C}$
B	$n(B \cap C)$	$n(B \cap \bar{C})$
$\bar{B}$	$n(\bar{B} \cap C)$	$n(\bar{B} \cap \bar{C})$

Bu tablo yardımı ile B ve C arasındaki ilişkinin ikame olup olmadığı yargısına varılabilir. Aşağıda verilen yöntemi kullanarak aday ikame ürünleri bulabilir ve bunların beklenen ilginçlik ölçütlerini yaklaşık olarak tahmin edebiliriz.

- 1- Apriori algoritmasını kullanarak ikili olarak birlikte görülen sık ürünleri bul.
- 2- Bu listeye ters yöndeki ilişkileri ekle. Örneğin A ve B sık olarak görülüyorsa B ve A ikilisini ekle.
- 3- Oluşan listeyi kendisi ile birleştir (SQL join operasyonu). Bu birleşmeyi birinci değişkenin aynı ve ikincisinin farklı olduğu değerler için yap.
- 4- Elde edilen liste aday ikame ürünleri verecektir.

**Tablo 9 Veri Setleri için İkili İlişkilerin Özet Tablosu**

	Veriler	
	2007 Yılı	2008 Yılı
Negatif Kural Sayısı	5373	1458
Mediator Ürün	292	134
Negatif İkili İlişkili	2454	927
Toplam İkili İlişki (Pozitif ve Negatif)	6398	2153

Bu iki veri kümesi üzerinde yukarıda bahsettiğimiz yöntemi kullanarak ikame ürünler (modeller) bulunmuştur. Bazı özet istatistikler (summary statistics) Tablo 9'da verilmiştir. Yukarıda bahsedilen oran kuralları kullanılarak dar kapsamlı bir karşılaştırma yapılmış ve negatif oran kural ilişkisi olan modellerin potansiyel olarak bulunan ikame çiftleri arasında oldukları görülmüştür. Diğer bir ifade ile belirtmek gerekirse, hem oran kuralları yaklaşımı hem de dolaylı ilişkilerin bulunmasında

kullandığımız yöntemler bizi ikame ürünlerin (modellerin) bulunmasında aynı sonuçlara ulaştırmıştır. Pozitif ilişki madenciliği ve dolaylı ilişki madenciliği kullanılarak Tablo 10’da örnek olarak verilen ikili ilişkiler ortaya çıkmaktadır. Teknik olarak sadece ikili ilişkiler kullanılarak talep tahmin modelleri ve dolayısıyla bu tahmin modelleri üzerinden kalıcı fiyat indirimi için eniyileme modelleri oluşturulabilir. Bir sonraki bölümde ikili ilişkilerden yola çıkılarak çoklu ilişkilerin belirlenmesi konusunda bazı yöntemler tartışılacaktır.

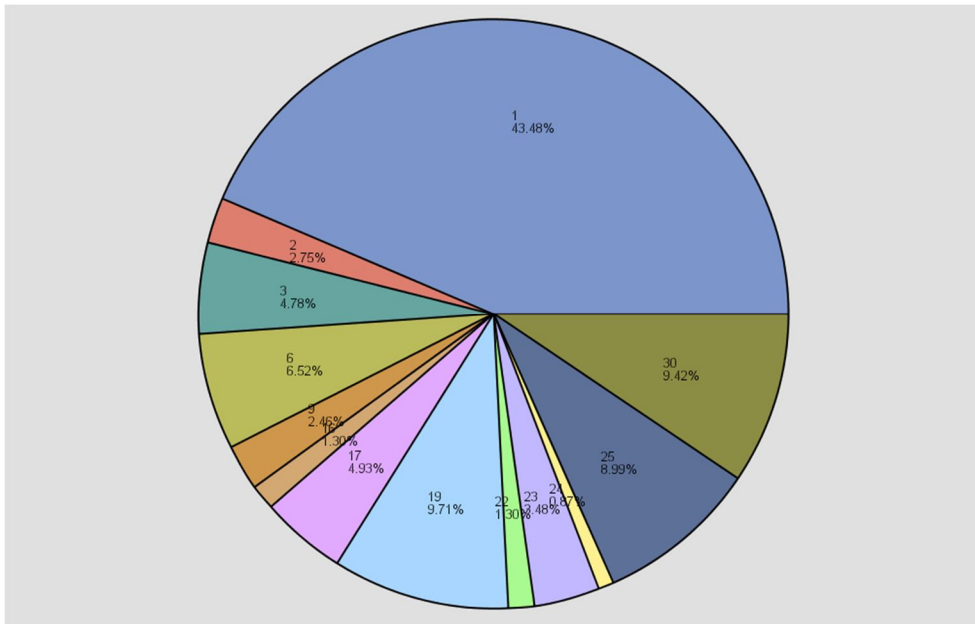
**Tablo 10 İkili Ürün İlişkileri Örnek Verisi**

<i>ITEM1</i>	<i>ITEM2</i>	<i>label</i>
T123456V62238004	T123838J03265001	+
T123456V62238004	T124350J02146001	+
T123456V62238004	T124383J03265006	+
T123456V62238004	T123459V62238005	-
T123459V62238005	T123838J03265001	+
T123459V62238005	T124350J02146001	+
T123459V62238005	T124383J03265006	+
T123459V62238005	T123456V62238004	-
T123459V62238005	T123475V62238006	-
T123475V62238006	T123838J03265001	+
T123475V62238006	T124350J02146001	+
T123475V62238006	T124363J02146002	+
T123475V62238006	T124383J03265006	+
T123475V62238006	T123459V62238005	-
T123475V62238006	T123476V62238007	-
T123475V62238006	T123478V62238009	-

### **3.3. Çoklu Grupların Belirlenmesi**

Bu bölümde çoklu ürün gruplarının belirlenmesi problemi üzerinde çeşitli çözüm alternatifleri sunulmaktadır. İlk denenen yaklaşımda kümeleme/gruplama/öbekleme (clustering) tekniği kullanılmıştır. Öncelikle ürünleri tüm dönemi kapsayan haftalık satış rakamlarına göre 30 farklı gruba ayrıştırılmıştır. Bu kümeleme sonucunda ortaya çıkan dağılım Şekil 12’de gösterilmektedir. Şekil 12’de küçük kümelerin, yakınlarındaki kümelerle birleştirildiği dikkate alınmalıdır. Bundan sonraki adımlarda ise bulunan sonuçlar üzerinde (ilişki madenciliği sonucunda bulunan pozitif ve negatif ilişkiler yardımıyla) filtreleme yapılmıştır. İlk filtreleme adımında, eğer iki ürün ilişki madenciliği sonucunda belirlenen pozitif ilişkiye sahiplerse ve kümeleme sonucunda aynı grupta bulunmuşlarsa bu grubun elemanları olarak tutulmuşlardır. Bu adım sonucunda sırasıyla bahsi geçen her grup için aşağıdaki sayıda grup elemanı bulunmuştur; Grup1-15, Grup2-17, Grup3-13, Grup6-33, Grup7-5,

Grup9-15, Grup13-2, Grup16-6, Grup17-28, Grup19-32, Grup22-7, Grup23-18, Grup24-6, Grup25-22, Grup26-3, Grup28-3, Grup30-31 (sırasıyla Grup1 içinde 15 ürün, Grup2 içinde 17 ürün v.s). İlk adımda sadece pozitif ilişkilerin kullanıldığı bu noktada tekrar anımsanmalıdır. Filtrelemenin ikinci adımında ilk filtreleme sonucunda oluşan gruplarda negatif ilişkiye sahip ürün çiftleri varsa bunlar silinmektedir. Bu adım sonucunda şu dağılım çıkmıştır: Grup1-11, Grup2-13, Grup3-10, Grup6-15, Grup7-5, Grup9-1, Grup13-2, Grup16-5, Grup17-11, Grup19-10, Grup22-7, Grup24-6, Grup25-8, Grup26-3, Grup28-3, Grup30-10. Görüldüğü gibi ikinci filtreleme sonucunda oluşan grup büyüklükleri ilk filtreleme adımına göre önemli farklılıklar göstermektedir.



**Şekil 12 Gruplama Sonucunda Ortaya Çıkan Grup Büyüklükleri**

İkinci filtreleme sonucunda daha makul büyüklükte gruplar oluşmuş dahi olsa, belirtilen yaklaşım literatürde yaygın kabul görmemiştir. Alternatif bir çözüm olarak kısıtlı kümeleme modeli geliştirilmiştir. Bu yaklaşım geliştirilirken üç noktaya dikkat edilmiştir.

- 1- Elde edilen gruplarda en azından belirli sayıda ürün bulunmalı (minimum grup büyüklüğü kısıtı)
- 2- Pozitif ilişkili ürünler aynı gruplarda bulunmalı (must-link kısıtı)
- 3- Negatif ilişkili ürünler farklı gruplarda bulunmalı (cannot-link kısıtı)

Bu yaklaşıma ait geliştirdiğimiz model ANNIE konferansı için hazırlanmış olan makalemizde detaylı olarak anlatılmaktadır (Demiriz vd., 2010a).

Çoklu grup bulmada en son denenen yaklaşım ise proje hakeminin önerdiği yaklaşıma benzer olmuştur. Temel ürünler (basic items, satış miktarı mevsimsellikten etkilenmeyen ürünler) inceleme dışı bırakılmıştır. Bu tür ürünlerde kalıcı indirim politikaları uygulanmamaktadır. Bu yüzden ürün kümesi filtrelenmiş ve kalıcı indirim politikası uygulanan ürünler firma yetkilileriyle yapılan görüşmelerden sonra belirlenmiştir. Bu yaklaşımda aşağıdaki adımlar izlenmiştir.

- 1- Bu ürünler satış rakamlarına göre azalan şekilde sıralanmış ve en çok satan üründen itibaren grup oluşturma işlemine başlanmıştır.
- 2- Ürün kümesinden seçilen bir ürün için bu kümede yer alan diğer ürünlerle en yüksek desteğe sahip olduğu iki pozitif ilişki seçilmiştir.
- 3- İkinci adımda seçilen bu ürün için geri kalan ürünler arasında negatif ilişkiye sahip olduğu iki ürün daha seçilmiştir. Böylelikle ilgilenilen ürün için iki pozitif ve iki negatif ilişki bulunmuş ve en fazla beş üründen oluşan bir grup bulunmuştur.
- 4- İkinci ve üçüncü adım var olan tüm ilişkileri çıkarmak için tekrar edilmiştir.

2007 verisi için yaptığımız çalışmada 600 ürün arasında kalıcı indirim uygulanabilecek 55 ürünü kapsayan bir alt küme bulunmuştur. Diğer adımların da birkaç kez tekrarı sonucunda aşağıdaki çoklu ürün grupları bulunmuştur. Bu örnek gruplar daha sonra deterministik ve stokastik eniyileme modellerinde aynen kullanılmıştır.

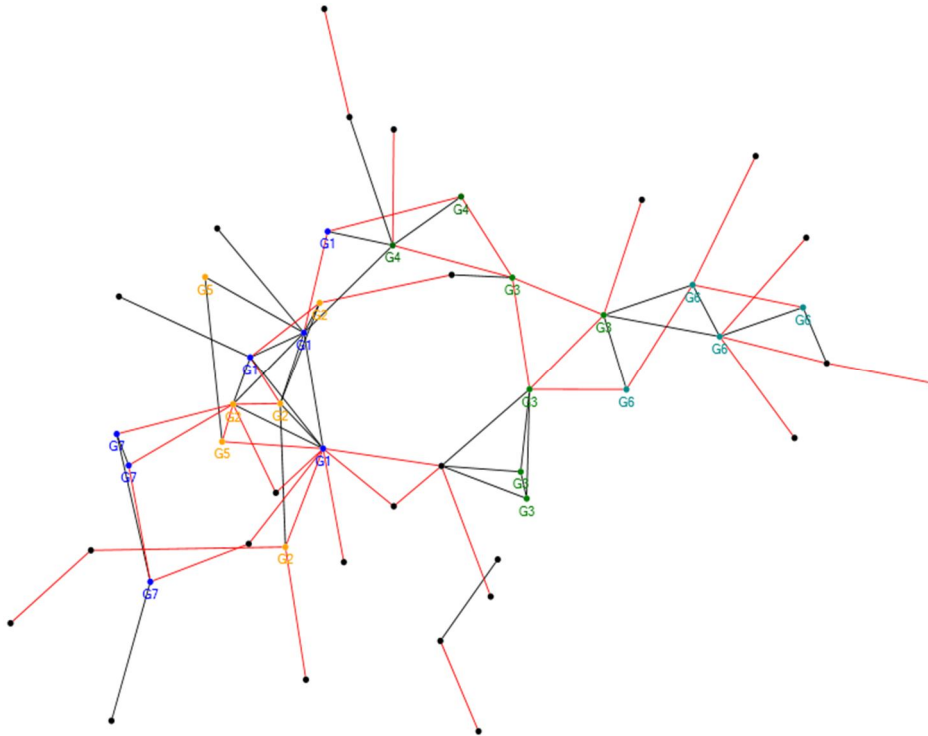
**Tablo 11 Oluşturulan Çoklu Gruplar**

<b><u>GROUP 1</u></b>	<b><u>GROUP 2</u></b>	<b><u>GROUP 3</u></b>
T1240196C2239035	T1239926C3556002	T123495V62239006
T125371J02250003	T1244846C2239013	T1267336C2125011
<b>T1258146C2239044</b>	T125159J03274006	T129218XG6377002
T125980V62125026	<b>T125162J03274007</b>	<b>T129488V63256005</b>
		T129500V63256006
<b><u>GROUP 4</u></b>	<b><u>GROUP 5</u></b>	
T125974V62125024	<b>T1244936C2239016</b>	
<b>T1267286C2125010</b>	T1256046C2239004	
<b><u>GROUP 6</u></b>	<b><u>GROUP 7</u></b>	
T1244014P2125004	T1238903N2125004	
<b>T1247326C2146010</b>	<b>T1243884P3256001</b>	
T1249954O2125007	T1243924P3256002	
T129213XG6377001		

Tablo 11’de 2007 verilerinden elde edilen çoklu gruplar verilmiştir. Birinci adımda seçilen ürünler kalın yazı tipi (bold font) ile yazılmıştır. Dikkat edilirse iki ve üç üründen oluşan gruplar

bulunmaktadır. Bu durum, her grupta ilgilendiğimiz ürün için (sırasıyla T1267286C2125010, T1244936C2239016 ve T1243884P3256001) yeterince ilişki bulunamamasından ortaya çıkmıştır. Fakat Grup3 için bu durum söz konusu değildir ve beşli bir grup oluşturulabilmiştir.

Gruplar bulunduktan sonra talep denklemlerinin bulunabilmesi için her grup içinde regresyon modelleri oluşturulmuştur. Yani bir ürünün satış tahmini kendisinin ve gruptaki diğer ürünlerin fiyatları ve satış haftası (zaman) kullanılarak yapılmıştır. Bu adım için bir SAS makrosu yazılmış ve regresyon modelleri bulunmuştur. Bu gruplar için elde edilmiş talep denklemleri 5. Bölüm'de verilmiştir.



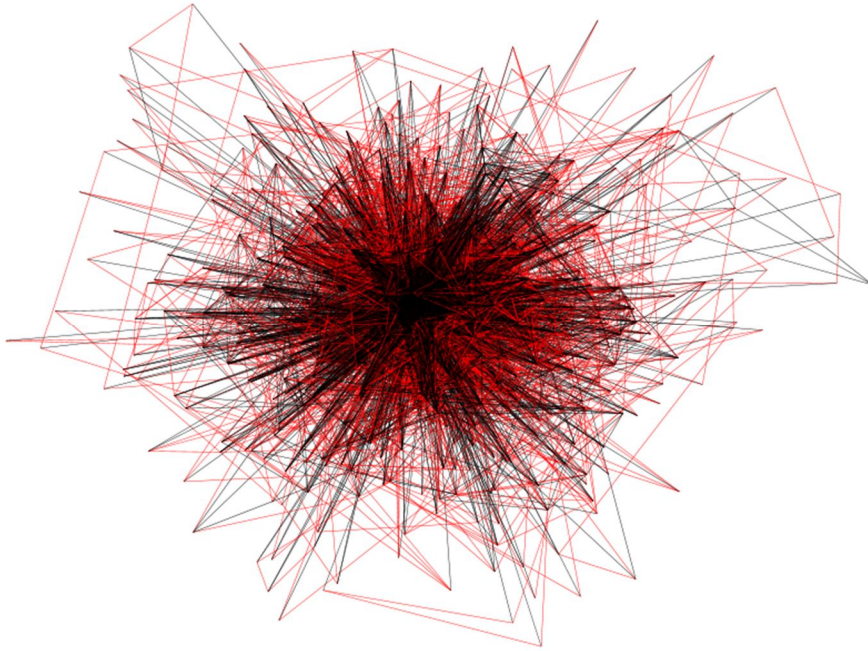
Şekil 13 Çok ilişkili Grupların Birbirleri ile İlişkileri

### 3.4. İlişki Çizgeleri (Association Networks)

İlişki madenciliği sonucu elde edilen pozitif ve negatif ilişkiler iki farklı çizge (graph/network) olarak görselleştirilmiştir (Şekil 14 ve Şekil 15). Bu çizgeler, ilişki madenciliği sonuçlarını yansıttıkları için “ilişki çizgeleri” olarak adlandırılabilir. Bu çizgelerden ilki, 2007 satış verilerinden elde edilen ilişkileri, ikincisi ise 2008 satış verilerinden elde edilen ilişkileri resmetmektedir. İncelenen iki veri kümesi tamamen aynı değildir; 2007 verileri kısmi veriler olup 2008 verileri çok daha geniş bir veri kümesidir.

Her iki şekilde de ürünler çizgedeki düğümler (vertices) ile temsil edilmiş, pozitif ilişkiler siyah, negatif ilişkiler ise kırmızı yaylar (edges) ile gösterilmiştir. Çizgenin yerleşimi Fruchterman-Reingold algoritmasına (Fruchterman ve Reingold, 1991) göre NodeXL yazılımında (Bonsignore et al, 2009) gerçekleştirilmiştir. NodeXL yazılımı bir Excel eklentisi (add-in) olarak çalışmakta ve düğüm ve yay bilgileri girilen bir çizgenin ölçütlerini hesaplayarak çeşitli algoritmalara göre görselleştirmesini yapabilmektedir (<http://nodexl.codeplex.com>).

İki çizge görsel olarak incelendiğinde birbirinden oldukça farklı karakteristikler sergiledikleri net olarak görülebilmektedir. İlk çizge yekpare bir görünüm sergilemekte, ikincisi ise üç öbeğin göze çarptığı dağınık bir yapı sergilemektedir. Bu durum şu şekilde yorumlanabilir: 2007'ye ait verilerde ürünler birbirleriyle (pozitif ya da negatif) çok daha yoğun ilişkiler içinde bulunmakta, 2008'de ise daha bağımsız bir satış biçimi sergilemektedir.

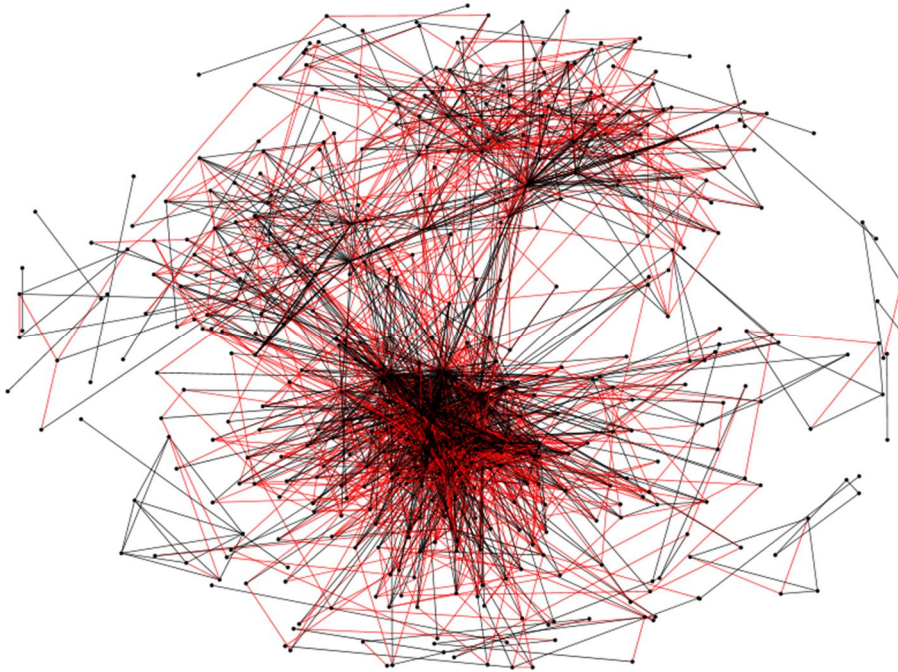


**Şekil 14 2007 İlişki Madenciliği Sonuçları**

Şekil 14 ve Şekil 15'deki iki çizgenin birbirlerinden farklarını daha net olarak görebilmek için çizge ölçütlerinin (graph metrics) karşılaştırılması yapılmış ve sonuçlar Tablo 12'de sunulmuştur. Bu ölçütlerin önemli bir kısmı Opsahl vd. (2010) ve Christensen, C., Réka (2007)'nin çalışmalarında anlatılmaktadır ve ayrıca Wikipedia'da özetlenmektedir (<http://en.wikipedia.org/wiki/Centrality>).

Düğüm Adedi (Vertices), çizgenin büyüklüğünün göstergesidir. Yay Adedi (Total Edges) ise düğümlerin kendi aralarında ne kadar çok bağlantı yaptıklarını göstermektedir. Bağlantılı Bileşenlerin Sayısı

(Connected Components), çizgede kendi içinde her düğümün bağlantılı olduğu, ancak diğer bileşenlerle bağlantısı olmayan bileşenlerin sayısını belirtmektedir. 2007 yılındaki ürün ilişkilerini temsil eden çizgede bütün düğümler birbiriyle bağlantılı olup yekpare bir bileşen olarak çizgeyi oluşturmaktadır. 2008 yılındaki ürün ilişkilerini temsil eden çizgede ise kendi içinde bağlantılı, ancak diğer bileşenlerle bağlantısı olmayan toplam 27 bileşen vardır. Bir Bağlantılı Bileşendeki Maksimum Düğüm Adedi (Maximum Vertices in a Connected Component) ise bu bileşenlerin düğüm adetlerinin maksimumunu belirtmektedir. İlk çizge yekpare bir bütün olduğu için bütün düğümler o tek bileşenin içinde yer almaktadır. Bunun benzeri bir başka ölçüt olan Bir Bağlantılı Bileşendeki Maksimum Yay Adedi (Maximum Edges in a Connected Component) ise en çok yay (edge) içeren bileşendeki yay adedini belirtmektedir.



**Şekil 15 2008 İlişki Madenciliği Sonuçları**

Kesel mesafe (geodesic distance), bir çizgedeki iki düğüm arasındaki en kısa yol (shortest path) üzerinde kaç adet başka düğüm olduğunu söyler (Bouttier vd., 2003). Maksimum Kesel Mesafe (Maximum Geodesic Distance) bir bileşendeki iki düğümün birbirinden kaç yay uzakta olduğunun ölçütü olup çizgenin ne kadar geniş bir çapa sahip olduğunun göstergesidir. Bu ölçütün yüksek değerleri çizgede düğümler arasında mesafenin uzak olabileğine işaret eder. Ortalama Kesel Mesafe (Average Geodesic Distance) ise kesel mesafenin ortalama değeridir ve çizgedeki tüm düğüm ikilileri arasındaki mesafenin ortalamasıdır. Çizge ile ilgili bir başka genel ölçüt Çizge Yoğunluğu (Graph Density) olup mevcut yay sayısının olabilecek muhtemel tüm yayların sayısına oranı olarak hesaplanır.



Düğüm adetleri çok yakın sayıda olduğu halde yay sayısı ikinci çizgede çok daha azdır. Bu sebeple ikinci çizgenin yoğunluğu ilkinin yarısı kadardır.

Bir düğümün derecesi (degree), o düğümün kaç adet bağlantısı olduğunu ölçer. İki çizgenin minimum ve maksimum derece değerlerinin çok farklı olduğu gözlemlenmektedir. İlk çizge gerek minimumda, gerek maksimum ve gerekse de ortalama olarak çok daha fazla bağlantı içermektedir. Derece (Degree) bir düğümün içine giren veya o düğümden çıkan tüm yayların toplamı iken İç-Derece (In-Degree) sadece o çizgenin içine giren yayların, Dış-Derece (Out-Degree) ise sadece o çizgeden dışarı çıkan yayların sayısıdır. Projemizde sadece sıkça rastlanan ürün kümeleri (frequent itemset) söz konusu olduğu için ilişki çizgesi (association graph) yönsüz (undirected) bir çizgedir. Bu sebeple aslında iç-derece ve dış-dereceden bahsedilemez. Ancak her küme için yüksek fiyatlı olan ürün ilk sırada yer aldığı için her bir yay ilk üründen ikinci ürüne doğru tanımlanırsa yönlü (directed) bir çizge elde edilerek iç-derece ve dış-derece hesaplanabilir. Bu durumda iç-derece, bir ürünün kendinden daha yüksek fiyatlı ürünlerle sahip olduğu ilişkilerin derecesi, dış-derece ise bir ürünün kendinden daha düşük fiyatlı ürünlerle sahip olduğu ilişkilerin göstergesi olacaktır.

Ara-merkeziyeti (betweenness), bir düğümün, kaç tane düğüm çiftini bağlayan en kısa yol (shortest path) üstünde yer aldığı ölçüsüdür. Benzetme yapılacak olursa, eğer bir düğümün ara-merkeziyeti yüksek bir değer taşıyorsa, o düğüm birçok kestirme yolun geçtiği bir mihenk taşı olarak düşünülebilir. Tüm düğümlerin ara-merkeziyeti incelendiğinde ortaya çıkan istatistikler tabloda sunulmuştur. İlk çizgenin ortanca ara-merkeziyet değerinin çok daha yüksek olduğu, ancak ortalama olarak ikinci çizgenin daha yüksek bir değer taşıdığı görülmektedir. Her iki çizge için de ortalama ve ortanca değer arasında ciddi uçurumlar mevcuttur. Ortanca, daha dayanıklı (robust) bir istatistik olduğu için bir dağılımın “tipik” değerlerini daha doğru bir biçimde yansıtır. Buradan hareketle, ilk çizgede düğümlerin birbirlerinin yolu üstünde olma durumunun ikinci çizgeye göre daha çok olduğu söylenebilir. Ancak her iki çizge için de ara-merkeziyet ölçütü simetriden oldukça uzak dağılımlar göstermektedir.

Bir düğümün yakınlığı (closeness), o düğümün diğer tüm düğümlere olan yakınlığının ölçüsüdür. Tüm düğümlerin yakınlık-merkeziyeti incelendiğinde ortaya çıkan istatistikler tabloda sunulmuştur. Her iki çizgenin de bu ölçüte göre oldukça benzer karakteristikler taşıdığı, ancak bazı sıradışı düğümler sebebiyle ikinci çizgenin ortalamasının daha fazla olduğu tablodan görülmektedir.

Özvektör-merkeziyeti, bir düğümün “önemli” düğümlere ne kadar yakın olduğunun göstergesidir. Tüm düğümlerin özvektör-merkeziyeti incelendiğinde ortaya çıkan istatistikler tabloda sunulmuştur. Her iki çizgenin de bu ölçüte göre oldukça benzer karakteristikler taşıdığı tablodan görülmektedir.

Page sırası (Page rank), Google arama motoru tarafından kullanılan ve önemli düğümlerle birlikteliğin veya yakınlığın değer kazandırdığı metriktir. Temel olarak özvektör-merkeziyeti ölçütünün bir varyantı olup Google’ın kurucularından Lawrence Page tarafından Stanford Üniversitesi’ndeki doktora tezi sırasında geliştirilmiştir (Page vd., 1999). Bu ölçüt de her iki çizge için benzer karakteristikler sergilemektedir.

Kümelene katsayısı (clustering coefficient), düğümlerin bir arada kümelene eğilimlerini yansıtan bir ölçüt olup (Watts ve Strogatz, 1998) yine bu ölçüt de her iki çizge için benzer karakteristikler sergilemektedir.

**Tablo 12 2007 ve 2008 İlişki Çizgelerinin Çizge Ölçütlerinin Karşılaştırması.**

<b>Ölçüt</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>
Çizge Tipi	Yönsüz	Yönsüz
Düğüm Adedi	538	448
Yay Adedi	6363	2153
Bağlantılı Bileşenlerin Sayısı	1	27
Bir Bağlantılı Bileşendeki Maksimum Düğüm Adedi	538	381
Bir Bağlantılı Bileşendeki Maksimum Yay Adedi	6363	2090
Maksimum Kesel Mesafe (Çap)	4	6
Ortalama Kesel Mesafe	1,9763	2,8675
Çizge Yoğunluğu	0,0440	0,0215
<b>DERECE</b>		
Minimum Derece	3	1
Maksimum Derece	517	130
Ortalama Derece	23,6543	9,6116
Ortanca Derece	15	5
<b>İÇ-DERECE</b>		
Minimum İç-Derece	0	0
Maksimum İç-Derece	396	71
Ortalama İç-Derece	11,8271	4,8058
Ortanca İç-Derece	6	3
<b>DIŞ-DERECE</b>		
Minimum Dış-Derece	0	0
Maksimum Dış-Derece	268	68
Ortalama Dış-Derece	11,8271	4,8058
Ortanca Dış-Derece	8	2

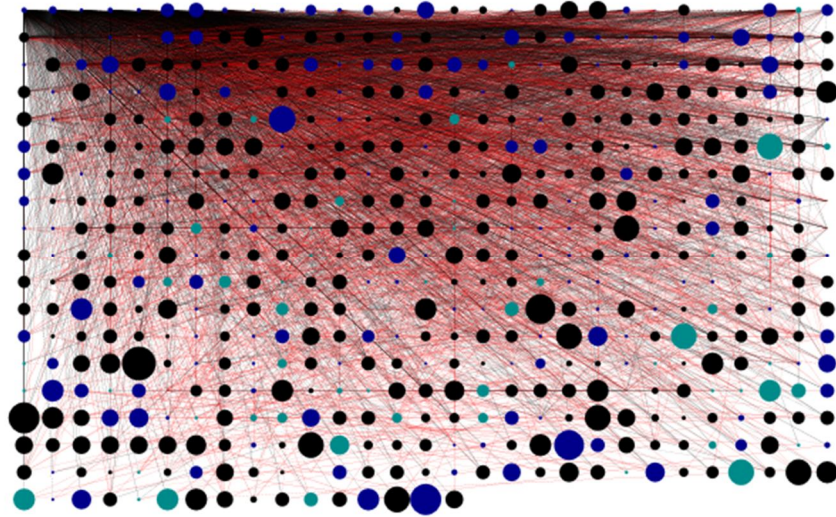
<b>ARA-MERKEZİYETİ</b>		
Minimum Ara-Merkeziyeti	0	0
Maksimum Ara-Merkeziyeti	61260,6837	19626,9844
Ortalama Ara-Merkeziyeti	263,1134	303,4621
Ortanca Ara-Merkeziyeti	5,1915	1,4588
<b>YAKINLIK MERKEZİYETİ</b>		
Minimum Yakınlık-Merkeziyeti	0,0006	0,0005
Maksimum Yakınlık-Merkeziyeti	0,0018	1,0000
Ortalama Yakınlık-Merkeziyeti	0,0009	0,1045
Ortanca Yakınlık-Merkeziyeti	0,0009	0,0010
<b>ÖZVEKTÖR MERKEZİYETİ</b>		
Minimum Özvektör-Merkeziyeti	0,0000	0,0000
Maksimum Özvektör-Merkeziyeti	0,0156	0,0241
Ortalama Özvektör-Merkeziyeti	0,0019	0,0022
Ortanca Özvektör-Merkeziyeti	0,0015	0,0008
<b>PAGE SIRASI</b>		
Minimum Page-Sırası	0,2529	0,2865
Maksimum Page-Sırası	23,4859	9,9261
Ortalama Page-Sırası	1,0000	1,0000
Ortanca Page-Sırası	0,6969	0,7457
<b>KÜMELENME KATSAYISI</b>		
Minimum Kümelenme Katsayısı	0,0431	0,0000
Maksimum Kümelenme Katsayısı	1,0000	1,0000
Ortalama Kümelenme Katsayısı	0,7223	0,6602
Ortanca Kümelenme Katsayısı	0,7162	0,6667

### **3.5. İlişki Çizgeleri ile Yeniden-Madencilik (Re-Mining)**

İlişki çizgelerinin (özellikle düğümlerin ürün özelliklerine göre renklendirilmesi ya da boyutlarının ayarlanması sonrasındaki) analizi bize incelenen satış verileri ve ürünler ile ilgili çok önemli ipuçları sağlayabilmektedir. Ürün özellikleri, “yeniden veri madenciliği” (re-mining) sonucu elde edilen istatistiklerden seçilebileceği gibi, çizgenin kendisinden elde edilen ölçütler olabilir. Burada, ürün özellikleri ile renklendirme ve şekillendirme yapılması sonucu elde edilen görselleştirmeler sunulacaktır. Bu görselleştirmeler sonucu elde edilen uzgörüler (insights) ve bunların pratik politikalar olarak ne şekilde kullanılabilirliği özetlenecektir. Burada sunulan örnek analizlerde NodeXL yazılımındaki Grid algoritması kullanılarak yerleşim gerçekleştirilmiştir. Bu algoritma bir ızgara ağ (grid network) oluşturarak en çok ilişkiye sahip düğümler ızgaranın sol üst köşesinden başlayacak şekilde yerleşim yapmaktadır.

Şekil 16 ve Şekil 17’de düğüm büyüklüğü ürünün minimum fiyatını, düğüm rengi ise ürün sınıfını göstermektedir. Şekil 16’da, ızgaranın sol üst köşesinde düşük fiyatlı ürünlerin yer aldığı

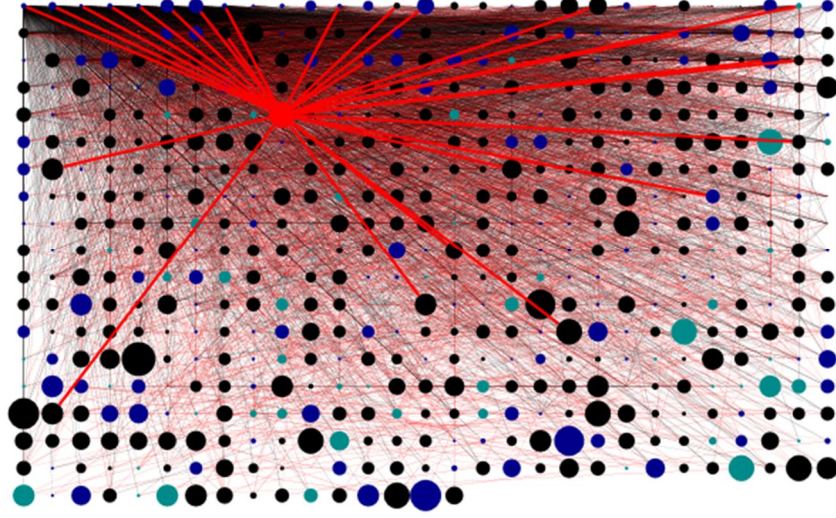
görülmektedir. Buradan çıkan sonuç düşük fiyatlı ürünlerin daha çok ilişkiye sahip olduğudur. Bu gözlemin yanı sıra, sadece iki ürün sınıfı (siyah ve lacivert renklerdeki düğümler) sol üst köşede görülmektedir. Buradan çıkan sonuç üçüncü ürün sınıfındaki ürünlerin diğer iki ürün sınıfına göre daha az sayıda diğer ürünle ilişkiye sahip olduğudur. Şekil 17’de ise çok pahalı olmasına rağmen (büyük bir düğüm) çok miktarda ilişkiye sahip bir ürün seçilmiştir. Planlama açısından bu ürün oldukça önemlidir, zira pahalı olduğu halde çok sayıda pozitif ilişki tetikliyorsa bu ürün firma açısından oldukça tercih edilir bir üründür: Hem yüksek kâr getirmekte (ürün maliyetleri yaklaşık olarak benzer skaladadır, oysa bu ürünün minimum fiyatı skala olarak bir üst skaladadır) hem de diğer ürünlerin satışını tetiklemektedir. Yapılması gereken, bu ürünün özelliklerinin (örneğin yaka tipi, kumaş cinsi, renk) hangilerinin müşteriler tarafından ilgiyle karşılandığını keşfetmektir. Buna göre bundan sonraki sezonlarda, hatta aynı sezonun ilerleyen haftalarında bu tercih edilen özelliklere sahip yeni ürünler mağazalarda satışa sunulabilir.



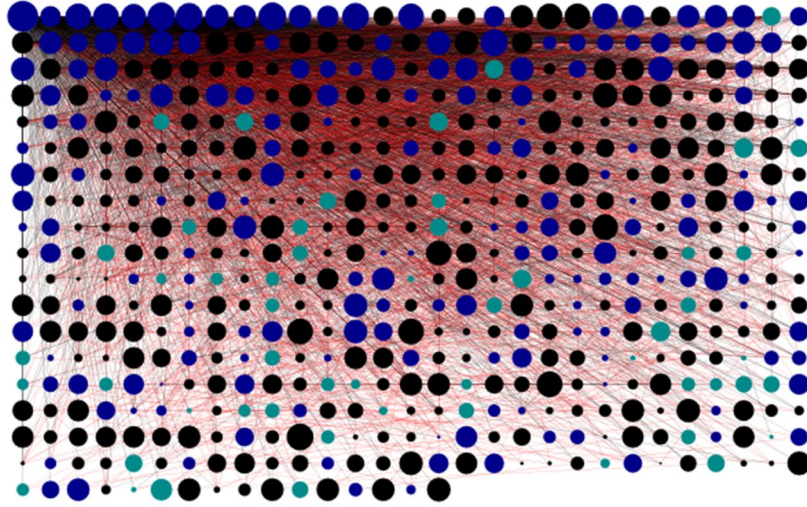
**Şekil 16 2007 İlişki Çizgesi. Düğüm büyüklüğü ürünün minimum fiyatını, düğüm rengi ise ürün sınıfını göstermektedir.**

Şekil 18 ve Şekil 19’da düğüm büyüklüğü ürünün yaşam süresini (kaç hafta satışta bulundurulduğunu), düğüm rengi ise ürün sınıfını göstermektedir. Şekil 18’de, ızgaranın sol üst köşesinde uzun yaşam süresine sahip ürünlerin yer aldığı görülmektedir. Buradan çıkan sonuç uzun süre satışta kalmanın daha çok ilişkiye katkıda bulunduğudur. Şekil 19’da ise çok kısa süre satışta tutulmasına rağmen (küçük bir düğüm) çok miktarda ilişkiye sahip bir ürün seçilmiştir. Planlama açısından bu ürün oldukça önemlidir, zira kısa süre satışta tutulduğu halde çok sayıda pozitif ilişki tetikliyorsa bu ürün firma açısından oldukça tercih edilir bir üründür: Kısa süre içinde diğer ürünlerin satışını tetiklemektedir. Yapılması gereken, bu ürünün de yakın incelemeye alınması ve müşterilerle

mülakatlar sonucu bu ürüne dair öğrenilecek faydalı bilgilerin yeni ürünler tasarlamak için kullanılmasıdır.

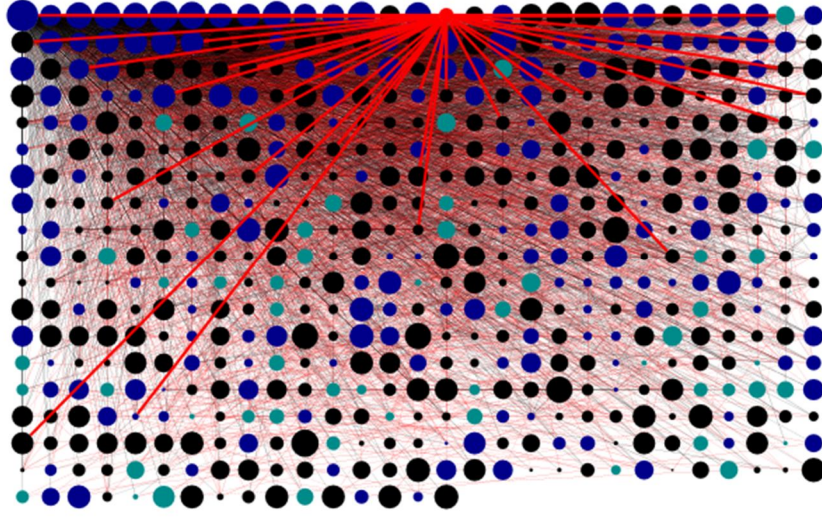


Şekil 17 2007 İlişki Çizgesi. Düğüm büyüklüğü ürünün minimum fiyatını, düğüm rengi ise ürün sınıfını göstermektedir. Çok pahalı olmasına rağmen çok miktarda ilişkiye sahip bir ürün seçilmiştir.



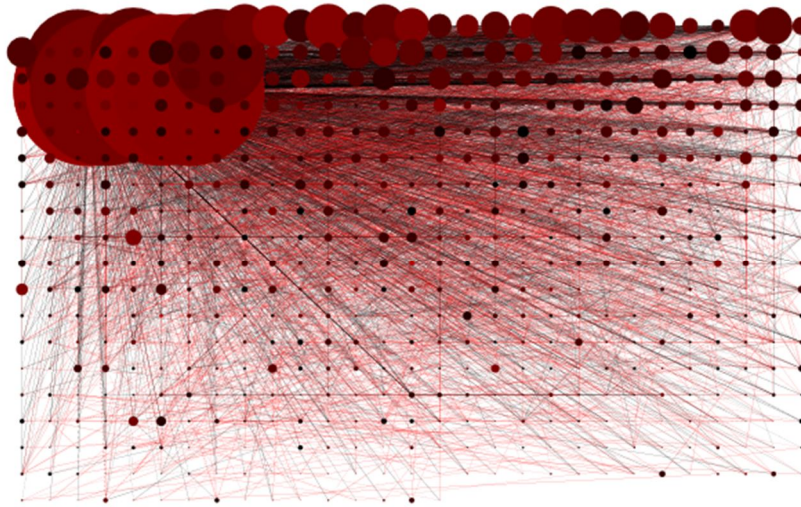
Şekil 18 2007 İlişki Çizgesi. Düğüm büyüklüğü ürünün yaşam süresini (kaç hafta satışta bulunduğunu), düğüm rengi ise ürün sınıfını göstermektedir.

Şekil 20 ve Şekil 21’de düğüm büyüklüğü ürünün destek değerini (kaç işlemde satıldığını), düğüm rengi ise o ürünün sahip olduğu ilişkilerin yüzde kaçının pozitif ilişki olduğunu göstermektedir. Siyah renkli bir düğüm, tamamen pozitif ilişkilere sahip bir ürünü, kırmızı renkli bir düğüm ise tamamen negatif ilişkilere sahip bir ürünü göstermektedir.

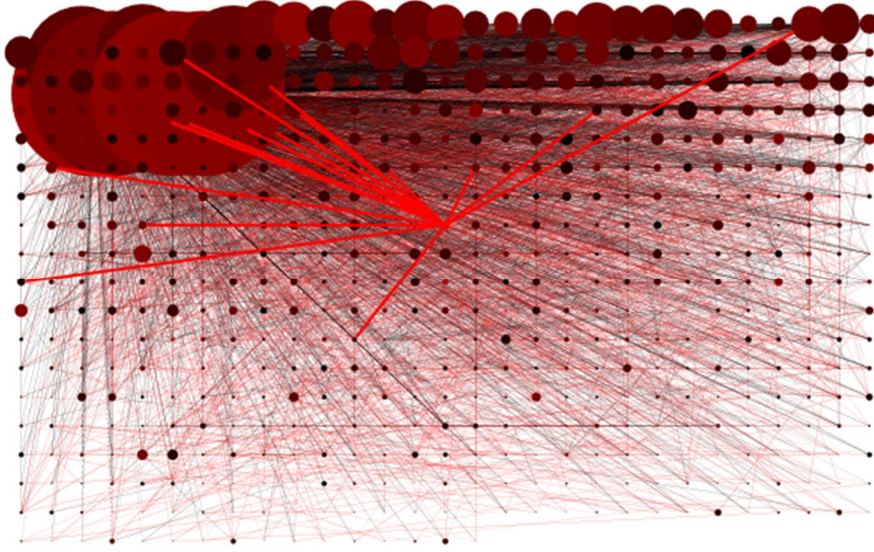


**Şekil 19 2007 İlişki Çizgesi.** Düğüm büyüklüğü ürünün yaşam süresini (kaç hafta satışta bulunduğunu), düğüm rengi ise ürün sınıfını göstermektedir. Çok kısa ömürlü, ancak çok miktarda ilişkiye sahip bir ürün seçilmiştir.

Şekil 20'de, ızgaranın sol üst köşesinde çok sayıda işlemde yer alan, çok satılan ürünlerin yer aldığı görülmektedir. Buradan çıkan sonuç satış işlemlerinin daha büyük bir yüzdesinde yer almanın daha çok ilişkiye katkıda bulunduğudır. Şekil 21'de ise çok az sayıda işlemde yer almasına rağmen (küçük bir düğüm) çok miktarda, üstelik tamamına yakını pozitif olan ilişkiye sahip bir ürün seçilmiştir. Bu ürün firma açısından oldukça tercih edilir bir üründür, zira çok az satış işleminde yer aldığı halde çok sayıda pozitif ilişki tetiklemektedir. Yapılması gereken, bu ürünün de yakın incelemeye alınması ve müşterilerle yapılacak birebir görüşmeler sonucu bu ürüne dair öğrenilecek faydalı bilgilerin yeni ürünler tasarlamak için kullanılmasıdır.



**Şekil 20 2007 İlişki Çizgesi.** Düğüm büyüklüğü ürünün destek değerini (kaç işlemde satıldığını), düğüm rengi ise ürün sınıfını göstermektedir. Çok az işlemde yer alan, ancak çok miktarda ilişkiye sahip bir ürün seçilmiştir.



**Şekil 21 2007 İlişki Çizgesi. Düğüm büyüklüğü ürünün destek değerini (kaç işlemde satıldığını), düğüm rengi ise ürün sınıfını göstermektedir. Çok az işlemde yer alan, ancak çok miktarda ilişkiye sahip bir ürün seçilmiştir.**

## 4. BAĞIMSIZ VE ÇOKLU ÜRÜNLER İÇİN TALEP TAHMİNİ

Bu bölümde eniyileme yöntemlerinde kullanılmak üzere çeşitli talep tahmin yöntemleri üzerinde yapılan çalışmalar sunulacaktır. Öncelikle, en basit analiz olarak fiyatın zaman ile birlikte ürün talebi üzerindeki etkisi incelenmiş daha sonra ürün stokunun da dikkate alındığı daha karmaşık çok değişkenli doğrusal modeller yardımıyla tahmin modelleri geliştirilmiştir. Perakendecilikte talep tahmin modelleri için çok boyutlu veriler kullanılabilir. Kullanılabilecek değişkenler bu bölümde bahsedilen değişkenlerle sınırlı değildir. Ancak proje kapsamında kullandığımız verilerin çerçevesinde aşağıda bahsedilen modeller kullanılması beklenebilir. Farklı değişken varyasyonları bu bölümde değerlendirilmiştir. Geri plandaki amaçlarımızdan biri de fiyat ve haftanın kullanıldığı en basit modelin dahi talepteki değişkenliği açıklamada yeterli olabileceğini göstermektir. Principle of parsimony veya Occam's Razor kuralının ışığı altında kullanılan modellerin mümkün olduğunca basit tutulmasında da fayda olduğu dikkate alındığında fiyat ve haftaya bağımlı talep tahminin yeterli olduğu görülecektir..

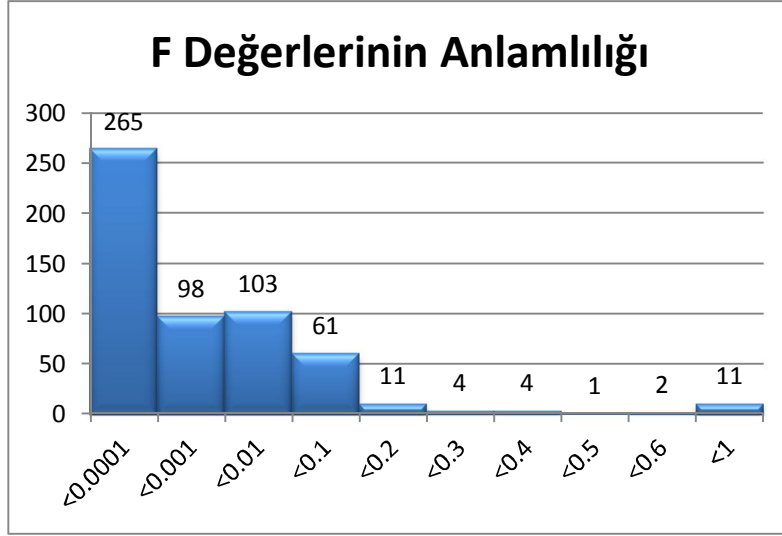
### 4.1. Fiyatın Satışlar Üzerindeki Etkilerinin İncelenmesi

Bu bölümde fiyat ve zamana bağlı olarak talep tahmini yapılmış ve fiyatın anlamlı olup olmadığına bakılarak, kalıcı fiyat indirimlerinin ürün talebi üzerindeki etkisi incelenmeye çalışılmıştır. Her iki veri seti için yani hem 2007 yılı verileri hem de 2008 yılı verileri için tahmin modelleri geliştirilmiştir. Kurulan model aşağıda basit olarak şöyle ifade edilmektedir. Projemizde bu model temel model olarak isimlendirilmiştir.

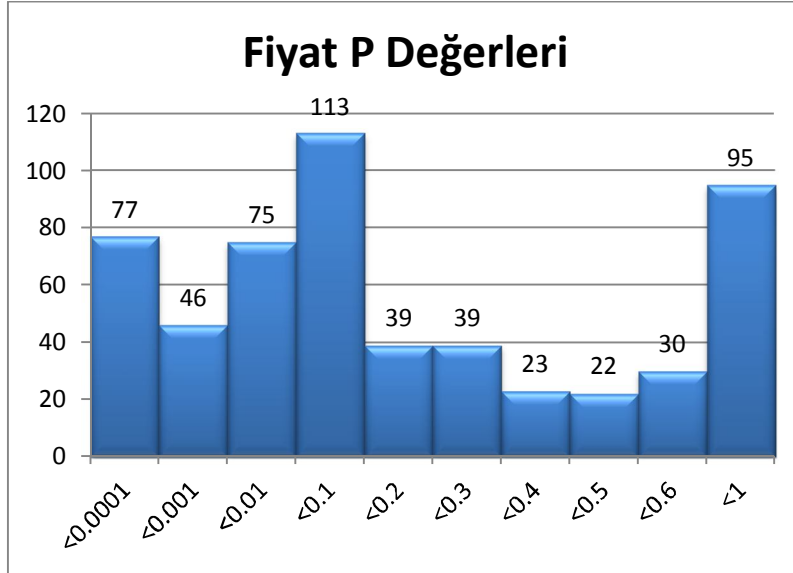
$$\text{Toplam Satış} = \beta_0 + \beta_1(\text{fiyat}) + \beta_2(\text{hafta})$$

2007 verileri göz önüne alındığında, 15 hafta üzerinde satış işlemi yapılmış 560 model ürün üzerinde temel modelin değerlendirilmesinden sonra,  $R^2$  Adjusted (düzeltilmiş  $R^2$ ) istatistikleri incelendiğinde, ortalama değer 0.56, 3. kartil 0.74 ve medyan 0.58 olarak bulunmuştur. F Değerlerinin istatistikleri (Şekil 22) incelendiğinde modelin anlamlı olduğu anlaşılabilir.

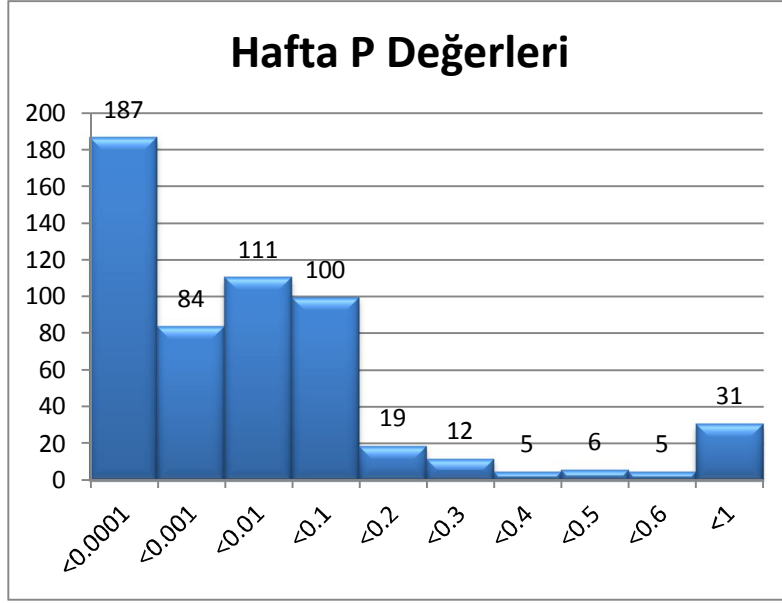




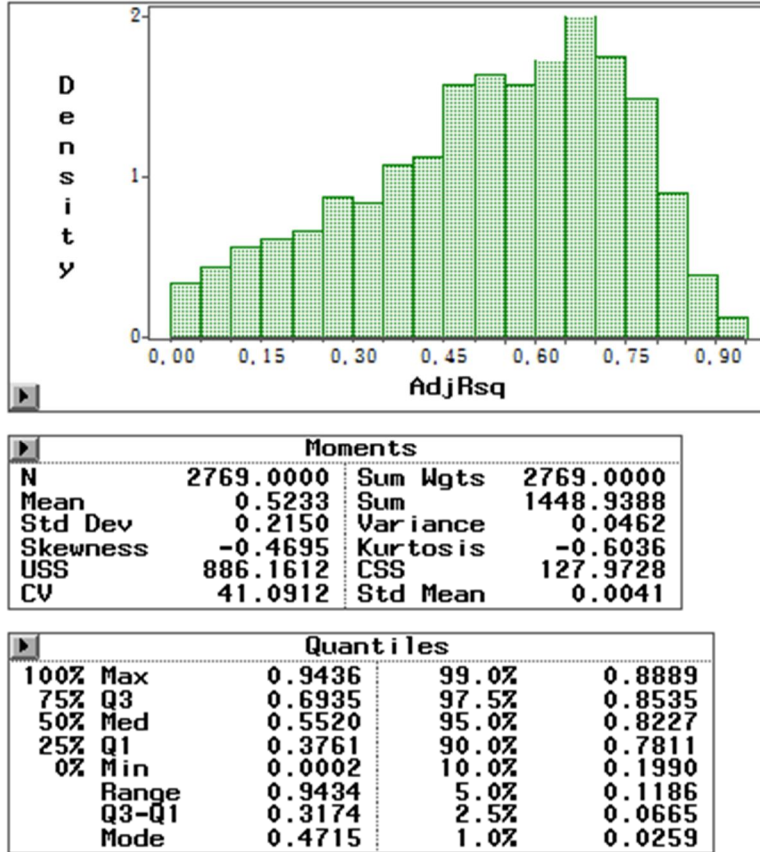
Şekil 22 2007 Yılı Verileri Temel Model F Değerlerinin Anlamlılığı Histogramı



Şekil 23 2007 Yılı Verileri Fiyat Değişkeninin P Değerleri Histogramı



Şekil 24 2007 Yılı Verileri için Hafta Değişkeninin P Değerleri Histogramı

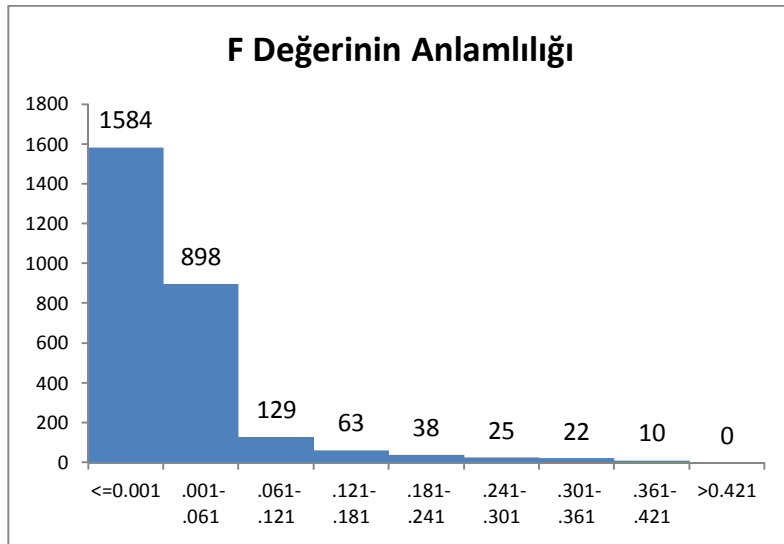


Şekil 25 2008 Yılı Verileri için Temel Model R<sup>2</sup>-Adjusted Değerlerinin Dağılımı

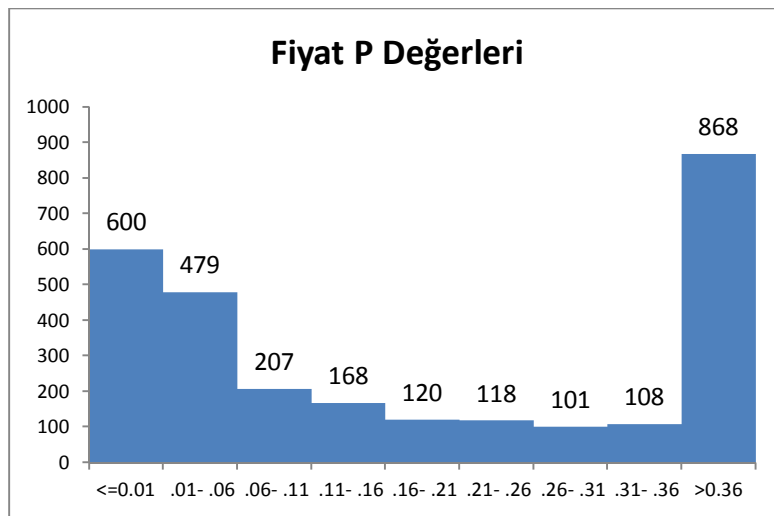
Fiyat değişkeninin P değerleri 560 ürün için incelendiğinde 0.10 anlamlılık değeri göz önüne alındığında 311 ürün için fiyat değişkeni talebin tahmininde anlamlı olarak bulunmuştur (Şekil 23). Genel olarak bir ürünün fiyatı talep ile negatif bir ilişkide bulunması beklenmektedir.  $\beta_1$  katsayıları incelendiğinde bu parametrenin tahmin değerlerinin 119 tanesi (+) pozitif olarak bulunmuştur.

Bunların da 88 tanesinin de istatistiksel olarak anlamsız (P değerleri >0.10) oldukları bulunmuştur. Buna karşın  $\beta_2$  katsayılarının işaretleri incelendiğinde 23 tanesinin pozitif olduğu gözlemlenmiştir. Bunların ise 15 tanesi istatistiksel olarak anlamsızdır. Hafta değişkeninin P değerlerinin dağılımı Şekil 24'de verilmiştir.

2008 verilerini dikkate aldığımızda, 15 hafta üzerinde satış işlemi yapılmış 2769 model ürün üzerinde temel modelin değerlendirilmesinden sonra,  $R^2$  Adj istatistikleri incelendiğinde, ortalama değer 0.52, 3. kartil 0.69 ve medyan 0.55 olarak bulunmuştur (Şekil 25). F Değerlerinin istatistikleri (Şekil 22) incelendiğinde modelin anlamlı olduğu anlaşılabilir.

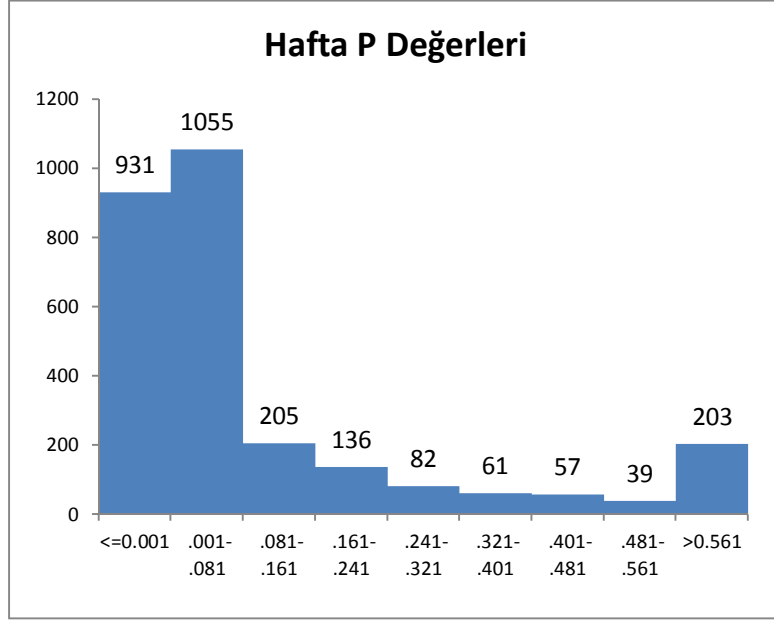


Şekil 26 2008 Yılı Verileri Temel Model F Değerlerinin Anlamlılığı Histogramı



Şekil 27 2008 Yılı Verileri Fiyat Değişkeninin P Değerleri Histogramı

Fiyat değişkeninin P değerleri 2769 model ürün için incelendiğinde 0.10 anlamlılık değeri göz önüne alındığında 1257 ürün için fiyat değişkeni talebin tahmininde anlamlı olarak bulunmuştur (Şekil 27).  $\beta_1$  katsayıları incelendiğinde bu parametrenin tahmin değerlerinin 825 tanesi (+) pozitif olarak bulunmuştur. Bunların da 601 tanesi de istatistiksel olarak anlamsız (P değerleri >0.10) oldukları bulunmuştur. Buna karşın  $\beta_2$  katsayılarının işaretleri incelendiğinde 235 tanesinin pozitif olduğu gözlemlenmiştir. Bunların ise 166 tanesi istatistiksel olarak anlamsızdır. Hafta değişkeninin P değerlerinin dağılımı Şekil 28’de verilmiştir.

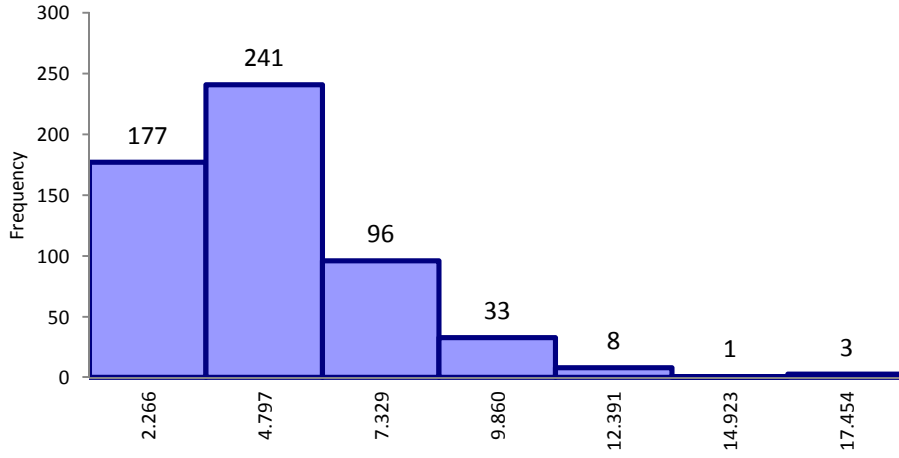


**Şekil 28 2008 Yılı Verileri için Hafta Değişkeninin P Değerleri Histogramı**

Şekil 24 ve Şekil 28 “Hafta” değişkeninin yani zamanın daha önemli ve anlamlı olduğuna işaret etmektedirler. Aslında bu durum fiyatın o kadar da önemli olmadığı yargısına varmamıza yol açabilir. Fakat durum bu kadar kolay bir biçimde açıklanamaz. Zira fiyat, hafta ile de ilişkili (doğrusal veya doğrusal olmayan) olabilir. Bu tür regresyon modellerinde eş-doğrusallık (colinearity) yüksek olabilir. Daha yüksek dereceden ilişkiler de modelimize eklenebilir. Eş doğrusallığın var olup olmadığını incelemek için Variance Inflation Factor (VIF) değerleri incelenebilir.

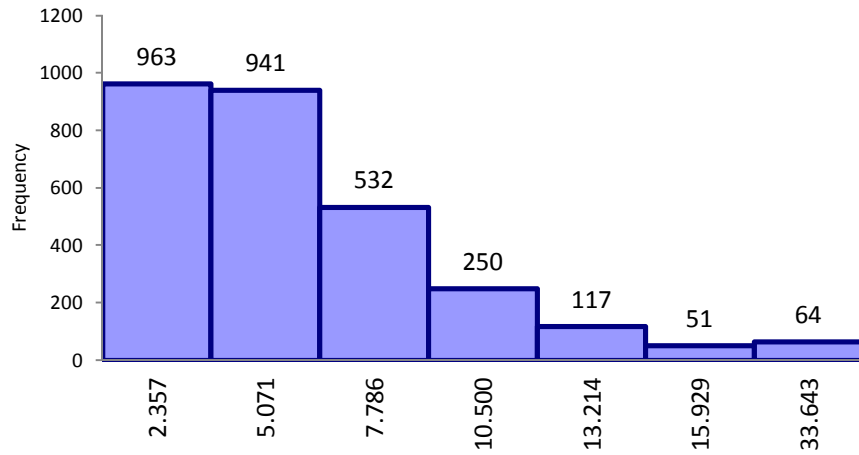
Bu amaçla en temel model olan fiyat ve haftaya bağlı tahmin modelimizde VIF değerlerinin 2007 ve 2008 veri setleri için dağılımı sırasıyla Şekil 29 ve Şekil 30’da verilmiştir. Elde edilen regresyon denklemleri için ortalama VIF değeri 2007 verileri için 4,91, 2008 verileri için 5,92 olarak bulunmuştur. VIF’in küçük değerleri için eş doğrusallığın modellerde problem yaratmadığı dikkate alındığında fiyat ve haftanın aynı anda doğrusal regresyon modellerinde kullanılmasında bir sorun olmamalıdır.

### 2007 Verileri Fiyat - Hafta VIF Dağılımı



Şekil 29 2007 Verileri ile Fiyat ve Hafta için VIF Dağılımı

### 2008 Verileri Fiyat-Hafta VIF Dağılımı



Şekil 30 2008 Verileri ile Fiyat ve Hafta için VIF Dağılımı

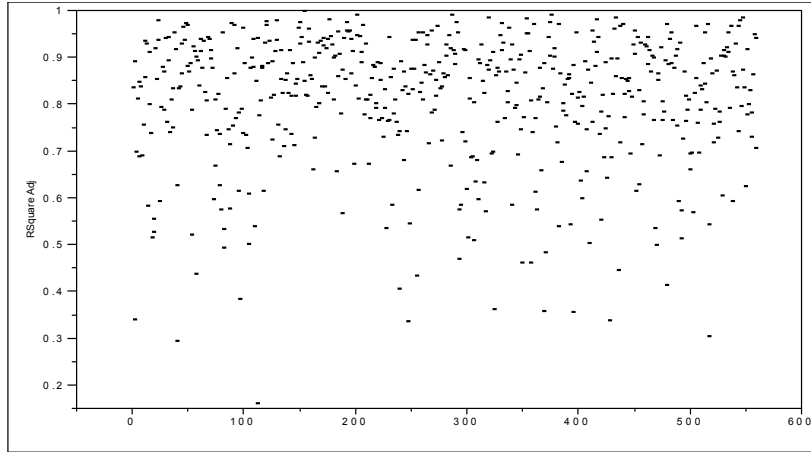
## 4.2. Bağımsız Talep Tahmin Modeli

2007 yılına ait verilerde 716 tane ürün opsiyonu bulunmaktadır. Ürün opsiyonu, ürün hiyerarşisinde SKU seviyesinin hemen üzerinde yer almaktadır. Opsiyon, aynı renkte, farklı bedendeki SKU'ların bütünleştirilmesinden oluşur. Çalışmalarımız ürün hiyerarşisinin bu seviyesinde yapılmıştır. Ürün opsiyon satış miktarları tahmin edildikten sonra, beden dağılımı dikkate alındığında SKU seviyesinde de tahmin yapılmış olur. 716 ürün opsiyonu içinden 15 hafta altında satışı gerçekleşmiş ürün opsiyonları analizlerimize dahil edilmemiştir. Bağımsız talep tahmin modelinde 560 ürün opsiyonu kullanılmıştır.

Ürünlere ait satış verileri genellikle 20 ila 30 hafta arasında değişmektedir. Bu nedenle regresyon modellerinin anlamlı olabilmesi için bağımsız değişken sayısının 3 veya 4'ü aşmaması gerekir. Çalışmamızda birçok regresyon modeli denenmiş içlerinden en az değişken sayısına sahip olan ve en iyi dört model seçilmiş ve bu modellere ait R<sup>2</sup>-Adjusted ve F değerlerinin dağılımları aşağıda raporlanmış ve Tablo 17'de bu dört model kıyaslanmıştır. Model 1'de, ortalama ürün talebini tahmin etmek için bağımsız değişken olarak eldeki ürün miktarı (netstok) , hafta ve ürün fiyatı kullanılmıştır. Ayrıca elimizdeki veriler kullanılarak ancak dar çerçevede sayılabilecek değişken varyasyonları ile aşağıdaki modeller kurulabilir. Tartışılan dört modelin denenmesindeki amaç sadece fiyat ve haftaya dayalı modele göre ek değişken ve çarpan faktörlerinin incelenmesidir. Ancak çalışmamızda gelir optimizasyonunda fiyatın ağırlıklı olduğu politikaların bulunması söz konusu olduğu için stoka dayalı tahmin modelleri karşılaştırma amaçlı verilmiştir.

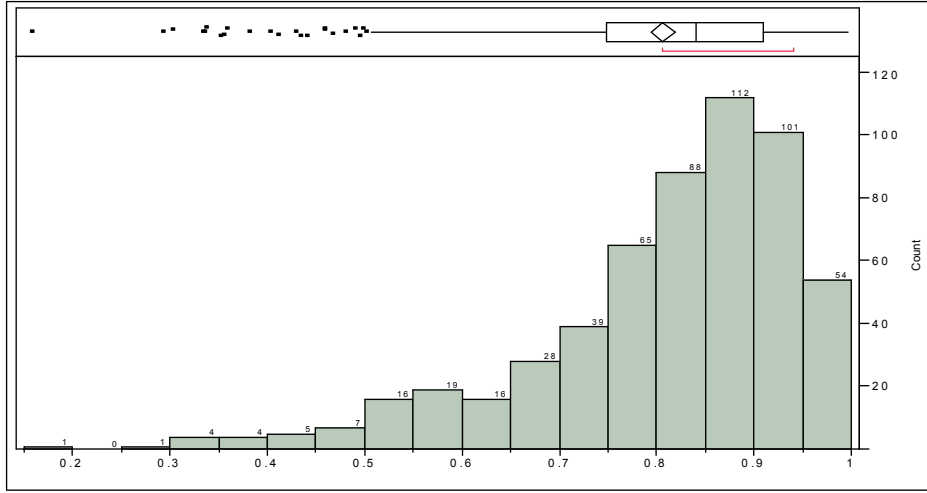
## Model 1

$$\text{Toplam Satış} = \beta_0 + \beta_1(\text{netstok}) + \beta_2(\text{hafta}) + \beta_3(\text{fiyat})$$



Şekil 31 İncelenen 560 ürüne ait Model 1 R<sup>2</sup>-adjusted değerlerinin saçılım çizgesi

Şekil 31 ve Şekil 32'dan görüldüğü gibi model 1 tarafından açıklanan değişkenliğin yüzdesi oldukça tatminkardır. Tablo 13'de model 1 R<sup>2</sup>-adjusted değerlerinin özet istatistikleri verilmiştir. Özet istatistikler, Model 1'e ait R<sup>2</sup>-Adjusted değerleri ürünlerin %25'inde (140 ürün) 0.90'ın, %50'sinde (280 ürün) 0.84'ün üzerinde, %75'inde ise 0.74'ün üzerindedir. Sadece 22 üründe 0.50 veya daha küçük değere sahiptir. Tüm ürünler için ortalama R<sup>2</sup>-Adjusted değeri ise yaklaşık 0.80'dir.



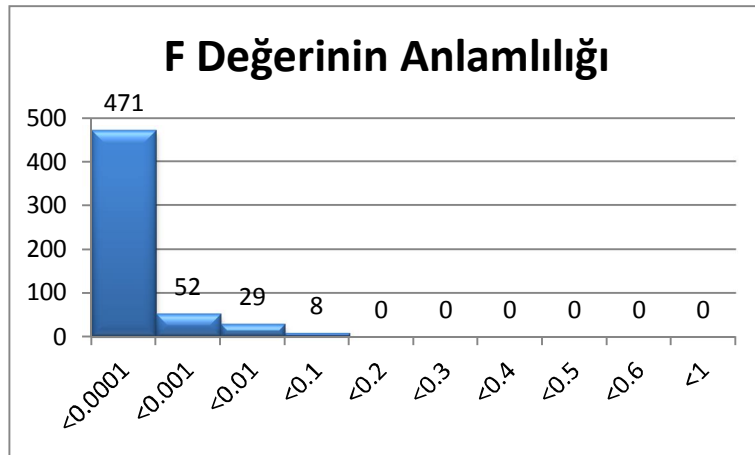
Şekil 32 İncelenen 560 ürüne ait Model 1  $R^2$ -adjusted değerlerinin histogramı

Tablo 13 Adjusted  $R^2$ 'e Ait Bazı İstatistikler

100.0%	maximum	0.99686
75.0%	quartile	0.90958
50.0%	median	0.84134
25.0%	quartile	0.74836
0.0%	minimum	0.15793

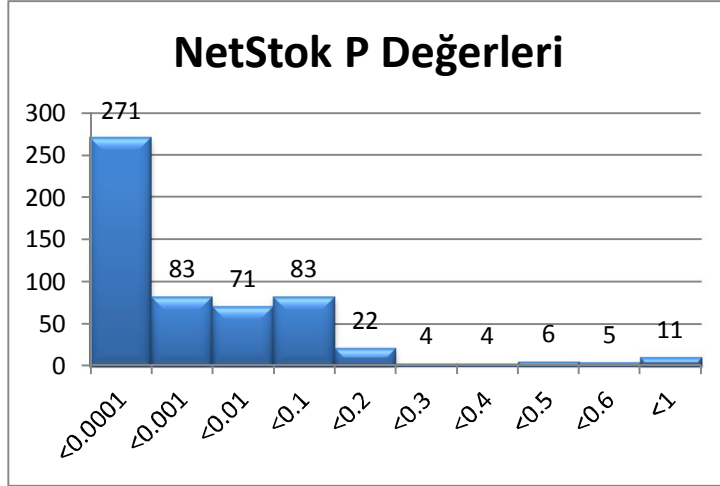
Mean	0.8068
Std Dev	0.1396
N	560

Aşağıda Model 1'e ait F Değerleri dağılımı verilmiştir. Model 1, tüm ürünler için  $\alpha = 0.1$  seviyesinde anlamlıdır. Yani bağımsız değişken olan talep miktarı ile modelde ele alınan netstok, hafta ve fiyat bağımsız değişkenlerinden en az biri arasında anlamlı bir ilişki vardır.

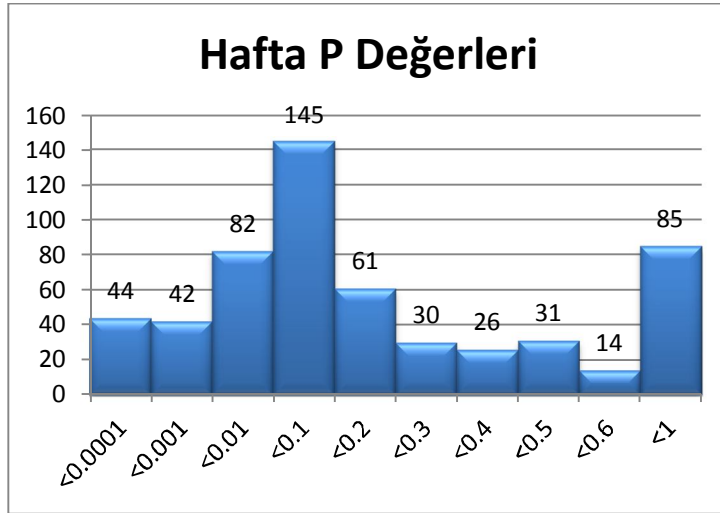


Şekil 33 2007 Yılı Verileri Model 1 F Değerlerinin Anlamlılığı Histogramı

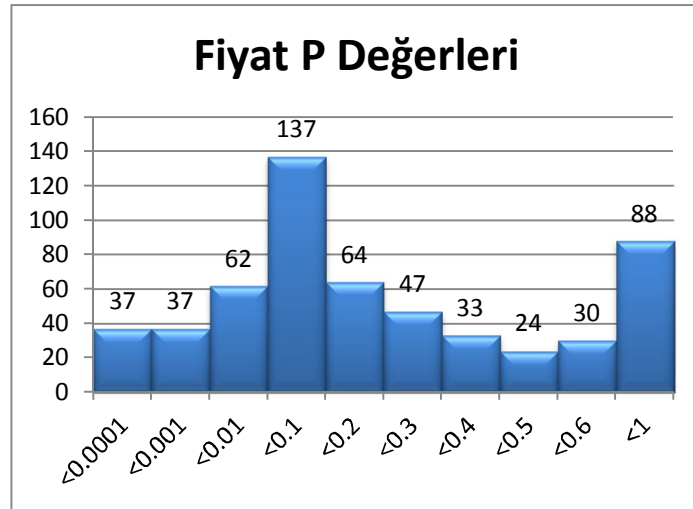
Şekil 34, Şekil 35 ve Şekil 36, sırasıyla netstok, hafta ve fiyat bağımsız değişkenleri için gerçekleşen anlam düzeyi  $P$  değerlerinin dağılımlarını göstermektedir. Hemen hemen tüm ürünlerde hafta başlangıç stok miktarı ile haftalık satış miktarı arasında anlamlı bir ilişki vardır. Bunun nedeni ürünlerin mağazalarda bulundurulup, görünürlülüğünün artırılmasının satışları olumlu etkilemesidir. Firma yetkilileri ile yapılan birebir görüşmelerde de satışları arttırmak için firmanın uyguladığı en önemli yöntemlerden birinin de bu olduğu anlaşılmıştır.



Şekil 34 2007 Verileri için NetStok P Değeri Dağılımı



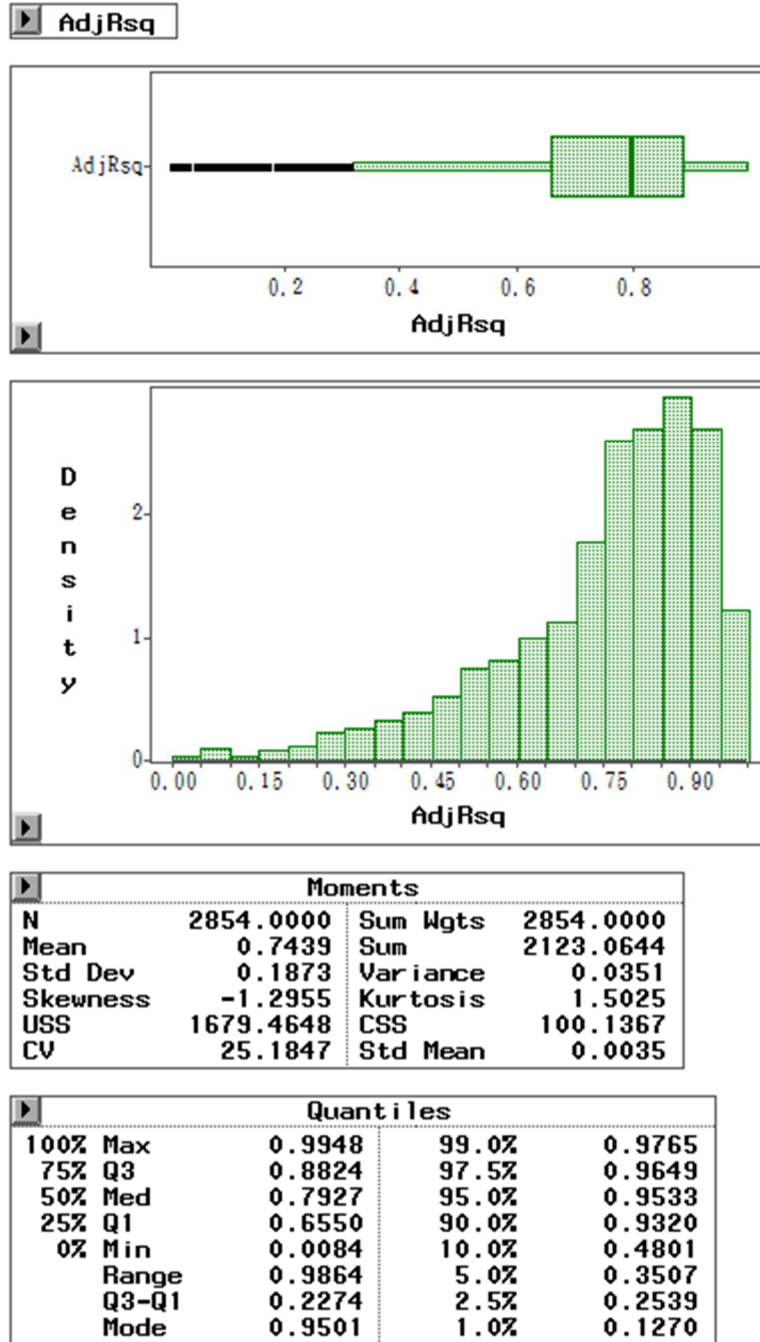
Şekil 35 2007 Verileri için Hafta P Değeri Dağılımı



Şekil 36 2007 Verileri için Fiyat P Değeri Dağılımı



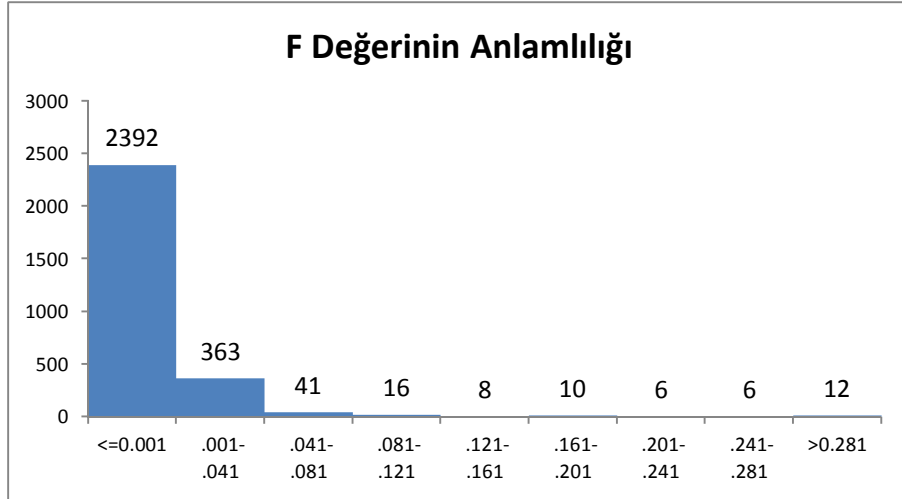
2007 verilerindeki ürünlerin yaklaşık %56'sında (313 adet) hafta (zaman) anlamlıdır. Anlam düzeyi 0.2 kabul edildiğinde ise bu oran %67'ye (tüm ürünlerin üçte ikisi) çıkmaktadır. Ürünlerin yaklaşık %49'unda (273 adet) fiyat anlamlı bir değişkendir. Anlam düzeyi 0.2 için ise bu oran yaklaşık %60 olmaktadır.



Şekil 37 2008 Verileri için Model 1 R<sup>2</sup>-adjusted Değerlerinin Dağılımı

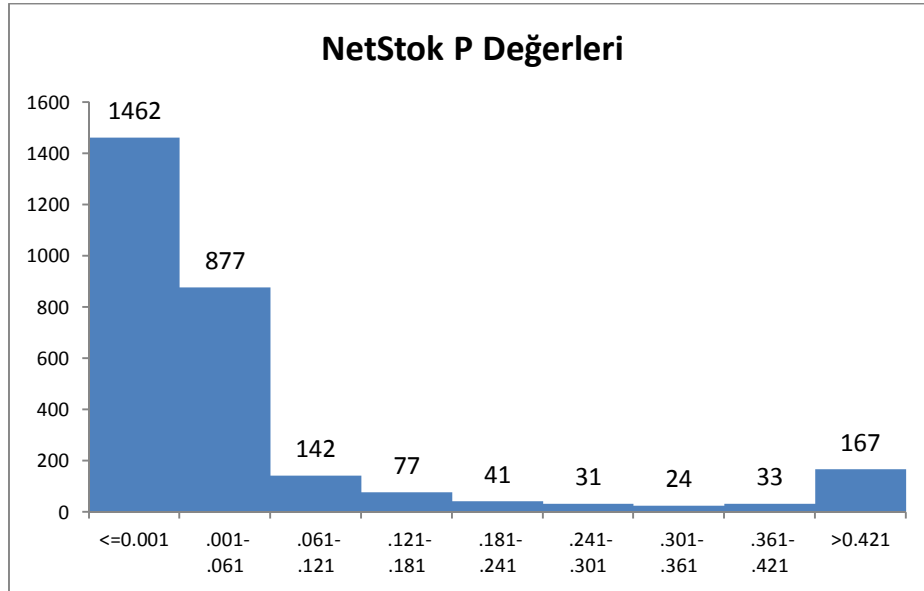
Şekil 37'den anlaşıldığı gibi 2008 verileri için Model 1 tarafından açıklanan değişkenliğin yüzdesi oldukça tatminkârdır. Şekil 37'de ayrıca Model 1 R<sup>2</sup>-adjusted değerlerinin özet istatistikleri verilmiştir. Özet istatistikler, Model 1'e ait R<sup>2</sup>-adjusted değerleri ürünlerin %25'inde 0.88'in,

%50'sinde 0.79'un üzerinde, %75'inde ise 0.66'nın üzerindedir. Sadece ürünlerin %10'unda 0.48 veya daha küçük değere sahiptir. Tüm ürünler için ortalama  $R^2$ -adjusted değeri ise yaklaşık 0.74'tür. Şekil 38'den görüldüğü gibi 2008 verileri için Model 1 ile kurulan tahmin modelleri F istatistikleri dikkate alındığında büyük bir çoğunlukla anlamlıdır.

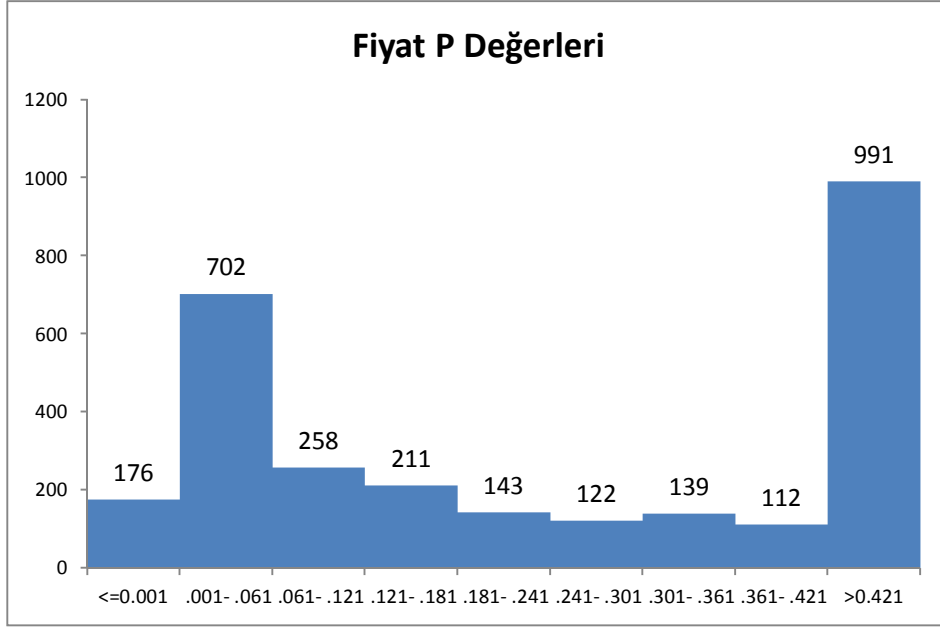


**Şekil 38 2008 Verileri için Model 1 F Değerlerinin Anlamlılığı**

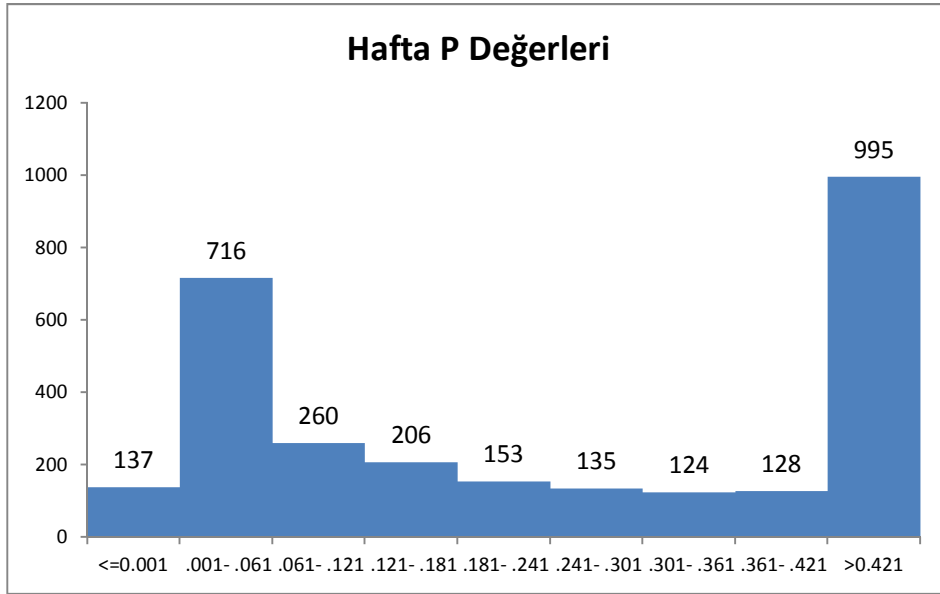
Şekil 39, Şekil 40 ve Şekil 41, sırasıyla netstok, fiyat ve hafta bağımsız değişkenleri için gerçekleşen anlam düzeyi  $P$  değerlerinin dağılımlarını göstermektedir. Hemen hemen 2007 verilerinde olduğu gibi tüm ürünlerde hafta başlangıç stok miktarı ile haftalık satış miktarı arasında anlamlı bir ilişki vardır.



**Şekil 39 2008 Verileri için Model 1'de NetStok Değişkeninin Anlamlılığı**



**Şekil 40 2008 Verileri için Model 1'de Fiyat Değişkeninin Anlamlılığı**

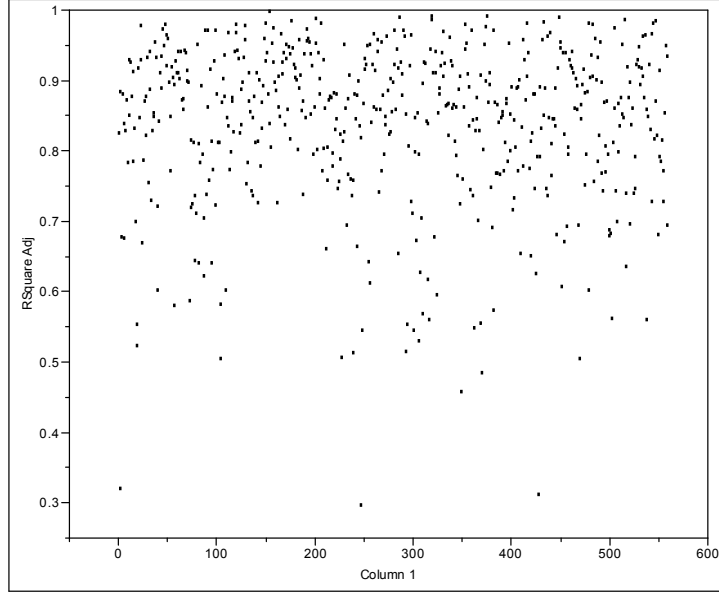


**Şekil 41 2008 Verileri için Model 1'de Hafta Değişkeninin Anlamlılığı**

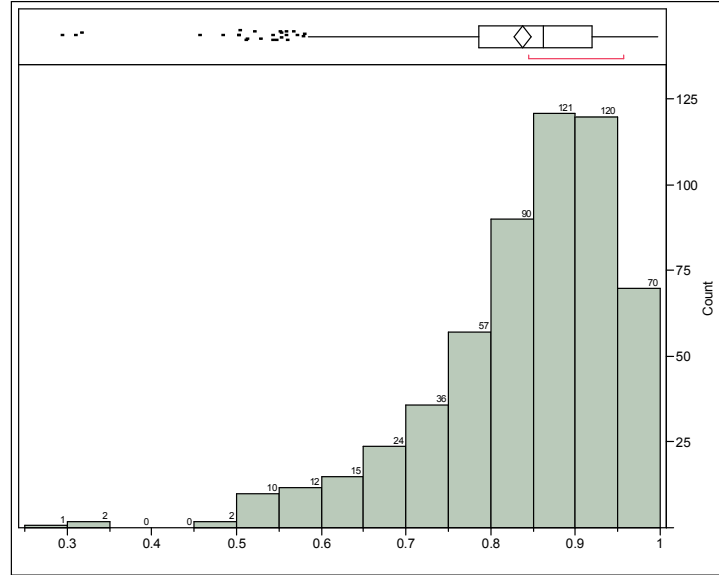
## Model 2

$$\text{Toplam Satış} = \beta_0 + \beta_1(\text{netstok}) + \beta_2(\text{hafta}) + \beta_3(\text{fiyat}) + \beta_4(\text{hafta*fiyat})$$

Üzerinde çalışılan ikinci modelde model ürün bazında haftalık satış miktarı net stok, hafta, fiyat ve hafta-fiyat çarpan değişkenlerinden oluşan çok değişkenli regresyon yöntemi kullanılmıştır. Şekil 42 ve Şekil 43'de  $R^2$ -adjusted istatistikleri göz önüne alındığında Model 2 tarafından açıklanan değişkenliğin yüzdesi oldukça tatminkârdır. Tablo 13'de Model 2  $R^2$ -adjusted değerlerinin özet istatistikleri verilmiştir. Özet istatistikler, Model 2'ye ait  $R^2$ -adjusted değerleri ürünlerin %25'inde 0.92'nin, %50'sinde 0.86'nın üzerinde, %75'inde ise 0.79'un üzerindedir. Tüm ürünler için ortalama  $R^2$ -adjusted değeri ise yaklaşık 0.84'tür.



Şekil 42 İncelenen 560 ürüne ait Model 2  $R^2$ -adjusted değerlerinin saçılım çizgesi



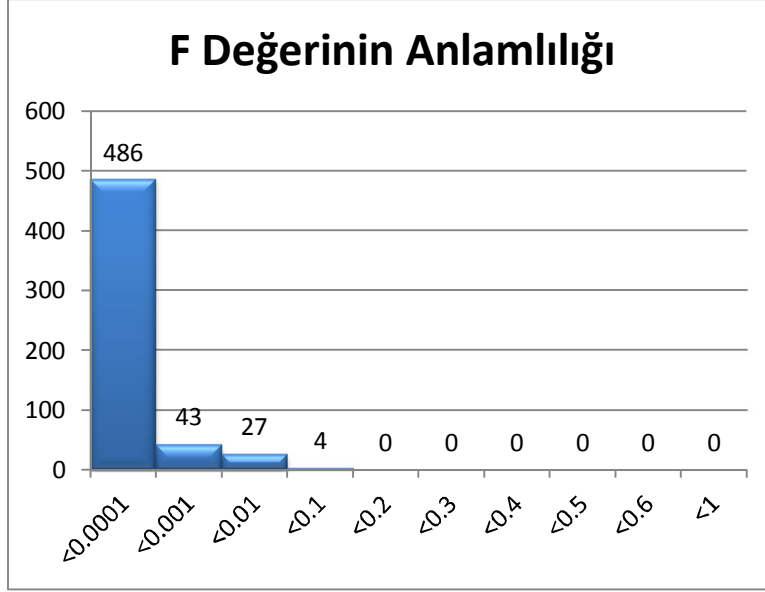
Şekil 43 İncelenen 560 ürüne ait Model 2  $R^2$ -adjusted değerlerinin histogramı

Tablo 14 Adjusted  $R^2$ 'e Ait Bazı İstatistikler  
Quantiles

100.0%	maximum	0.99668
75.%	quartile	0.91997
50.0%	median	0.86236
25.0%	quartile	0.78573
0.0%	minimum	0.29487

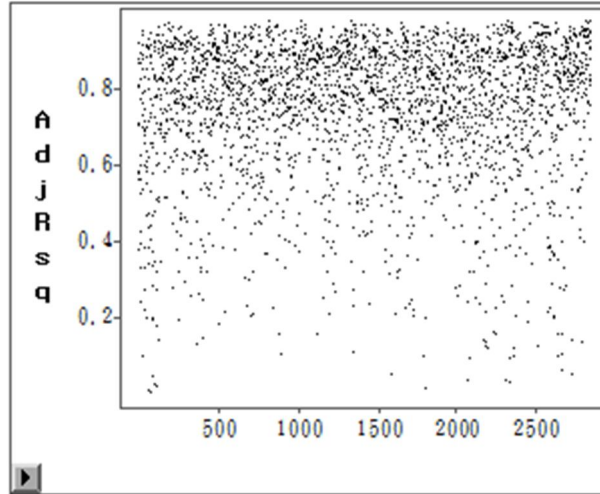
Moments

Mean	0.8377033
Std Dev	0.1139348
N	560



**Şekil 44 2007 Yılı Verileri Model 2 F Değerlerinin Anlamlılığı Histogramı**

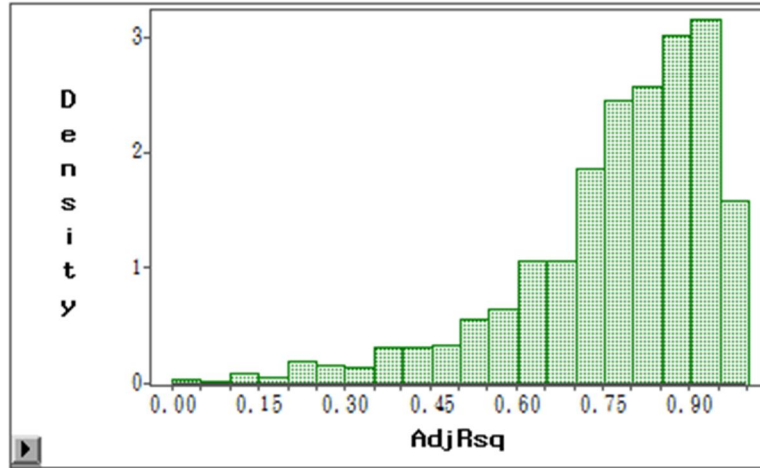
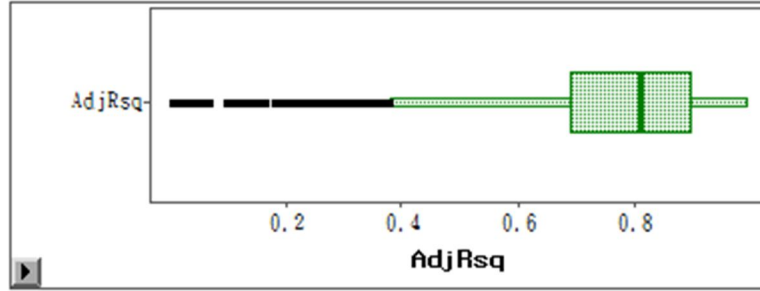
2007 verileri ile Model 2 kullanılarak oluşturulan modellerin tamamının  $\alpha=0.10$  seviyesinde anlamlı oldukları Şekil 44’de görülmektedir. 2008 verilerine ait analizler Şekil 45, Şekil 46 ve Şekil 47’de verilmiştir. Saçılım çizgesi (Şekil 45) incelendiğinde yaklaşık 2900 model üründen çok azı için 0.50’den küçük adjusted  $R^2$  değerleri vardır.



**Şekil 45 2008 Verilerine ait Model 2  $R^2$ -adjusted değerlerinin saçılım çizgesi**

Şekil 46’de Model 2  $R^2$ -adjusted değerlerinin histogramı yanında özet istatistikleri de verilmiştir. Özet istatistikler, Model 2’ye ait  $R^2$ - adjusted değerleri ürünlerin yaklaşık %25’inde 0.90’nın, %50’sinde 0.80’nin üzerinde, %75’inde ise 0.69’un üzerindedir. Tüm ürünler için ortalama  $R^2$ - adjusted ortalama değeri ise yaklaşık 0.76’dır.

► AdjRsq



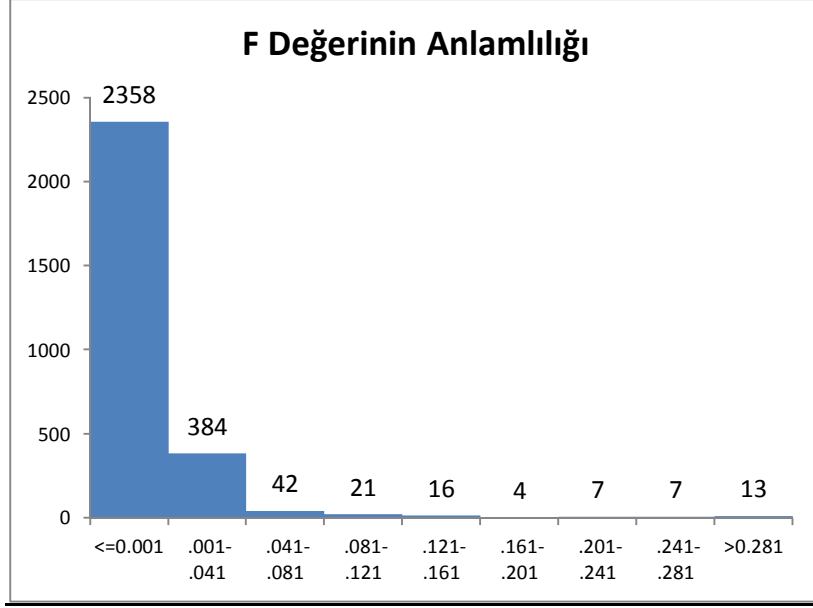
► Moments

N	2852.0000	Sum Wgts	2852.0000
Mean	0.7621	Sum	2173.5785
Std Dev	0.1817	Variance	0.0330
Skewness	-1.4389	Kurtosis	2.0906
USS	1750.6367	CSS	94.0997
CV	23.8380	Std Mean	0.0034

► Quantiles

100% Max	0.9943	99.0%	0.9795
75% Q3	0.8960	97.5%	0.9705
50% Med	0.8087	95.0%	0.9589
25% Q1	0.6885	90.0%	0.9400
0% Min	0.0061	10.0%	0.5133
Range	0.9882	5.0%	0.3802
Q3-Q1	0.2075	2.5%	0.2498
Mode	0.9013	1.0%	0.1454

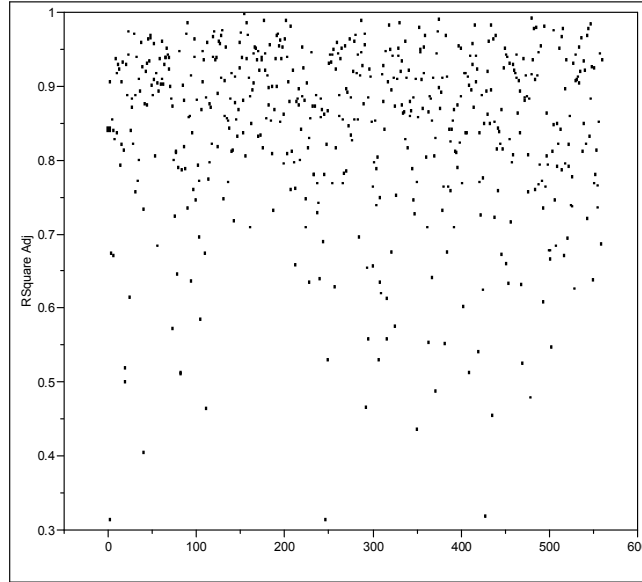
Şekil 46 2008 Verileri için Model 2 R<sup>2</sup>-adjusted Değerlerinin Dağılımı



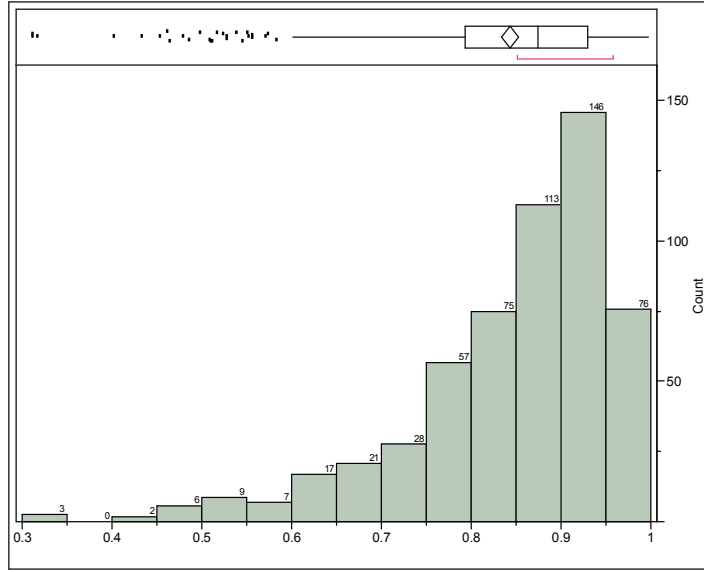
Şekil 47 2008 Yılı Verileri Model 2 F Değerlerinin Anlamlılığı Histogramı

### Model 3

$$\text{Toplam Satış} = \beta_0 + \beta_1(\text{netstok}) + \beta_2(\text{hafta}) + \beta_3(\text{fiyat}) + \beta_4(\text{netstok} * \text{fiyat})$$



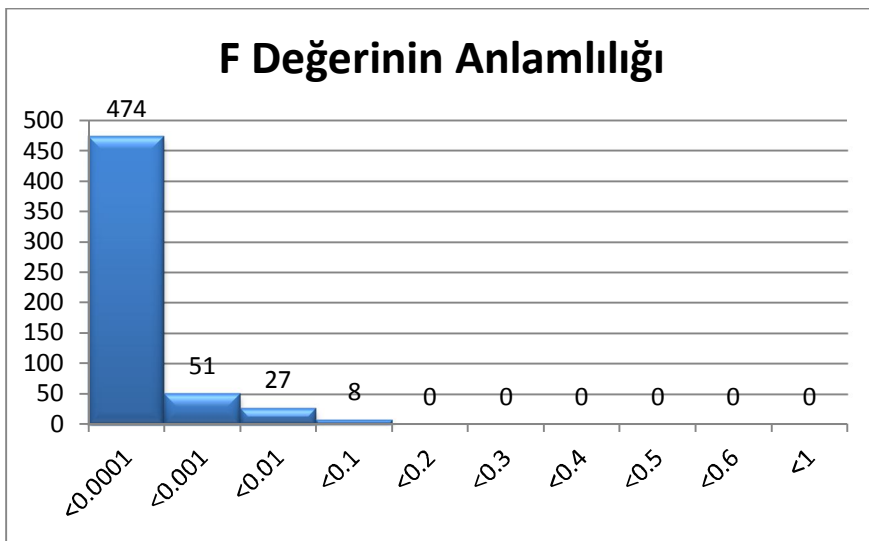
Şekil 48 İncelenen 560 ürüne ait Model 3  $R^2$ -adjusted değerlerinin saçılım çizgesi



Şekil 49 İncelenen 560 ürüne ait Model 3  $R^2$ -adjusted değerlerinin histogramı

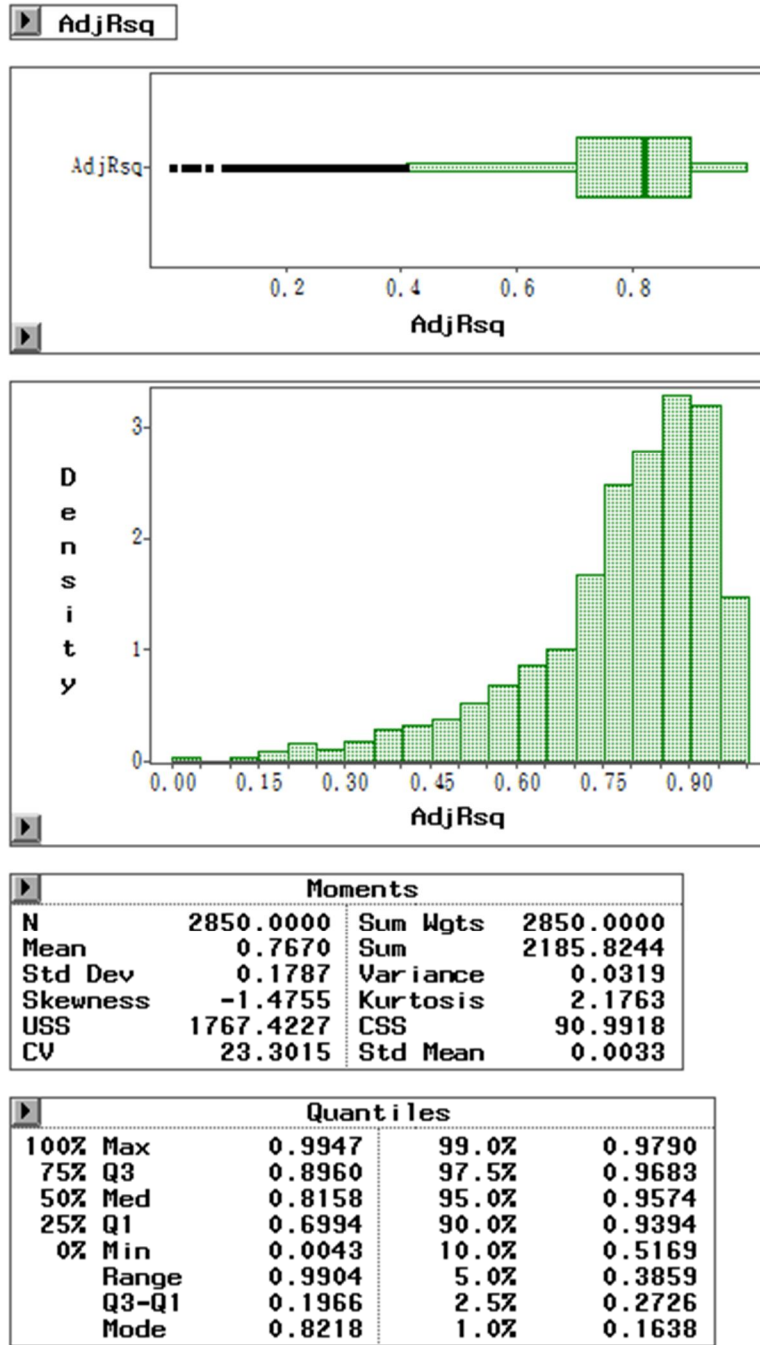
Tablo 15 Adj  $R^2$ 'e Ait Bazı İstatistikler

Quantiles			Moments	
100.0%	maximum	0.99692	Mean	0.843233
75.0%	quartile	0.92959	Std Dev	0.1187587
50.0%	median	0.87450	N	560
25.0%	quartile	0.79271		
0.0%	minimum	0.31207		

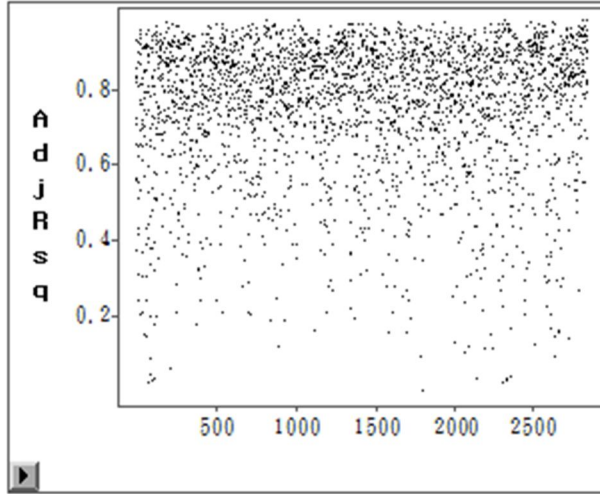


Şekil 50 2007 Yılı Verileri Model 3 F Değerlerinin Anlamlılığı Histogramı

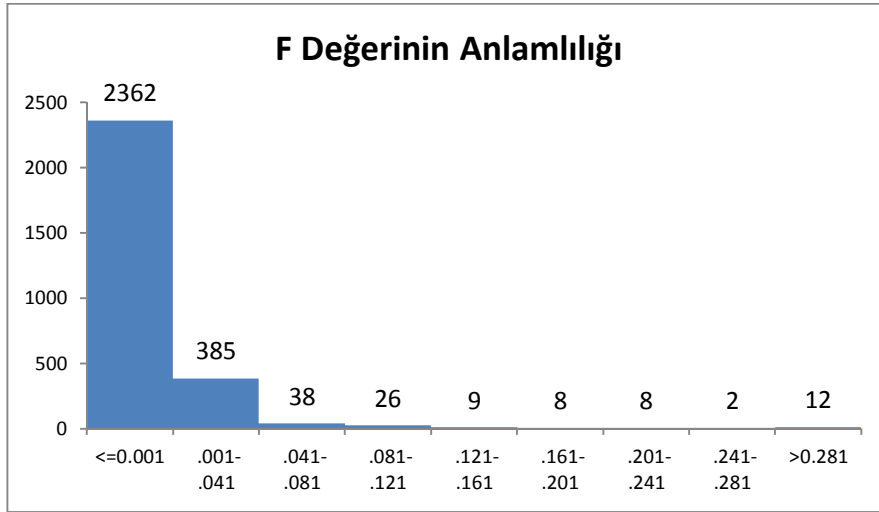




Şekil 51 2008 Verileri için Model 3  $R^2$ -adjusted Değerlerinin Dağılımı



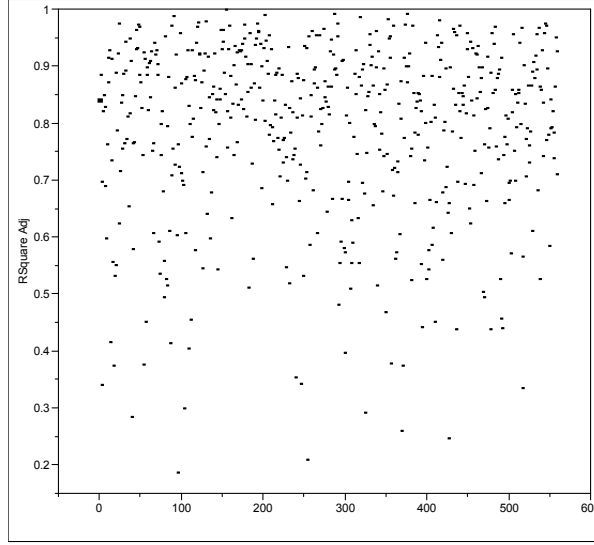
Şekil 52 2008 Verilerine ait Model 3 R<sup>2</sup>-adjusted değerlerinin saçılım çizgesi



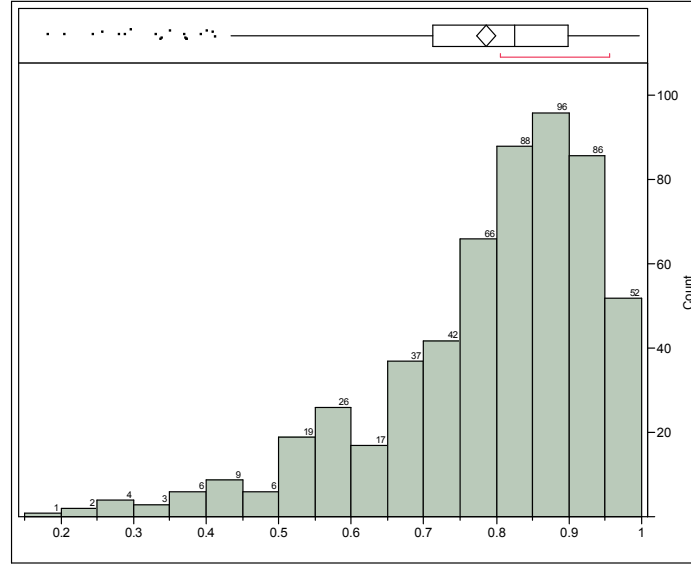
Şekil 53 2008 Yılı Verileri Model 3 F Değerlerinin Anlamlılığı Histogramı

## Model 4

$$\text{Toplam Satış} = \beta_0 + \beta_1(\text{fiyat}) + \beta_2(\text{hafta}) + \beta_3(\text{fiyat} * \text{netstok})$$



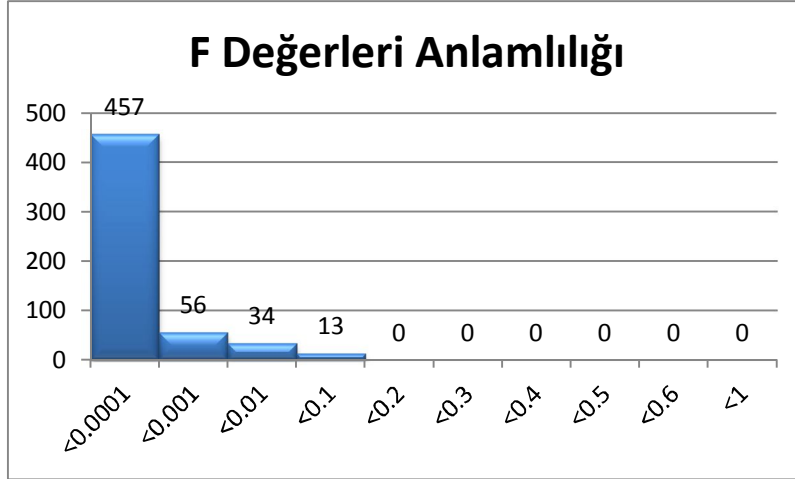
Şekil 54 İncelenen 560 ürüne ait Model 4  $R^2$ -adjusted değerlerinin saçılım çizgesi



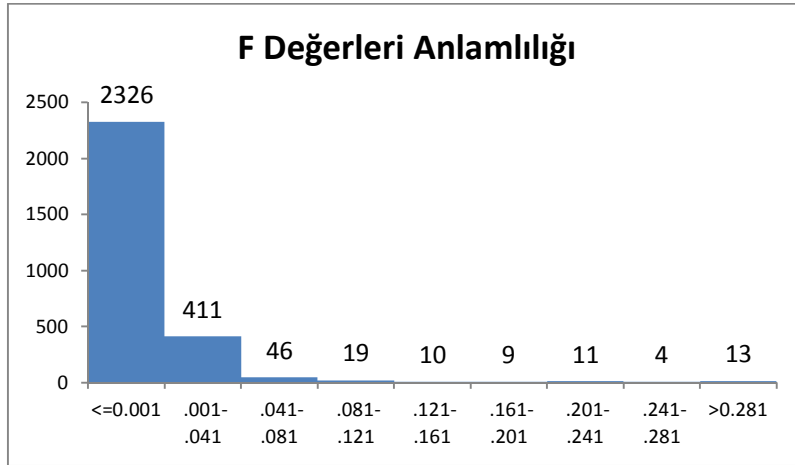
Şekil 55 İncelenen 560 ürüne ait Model 4  $R^2$ -adjusted değerlerinin histogramı

Tablo 16 Adj  $R^2$ 'e Ait Bazı İstatistikler

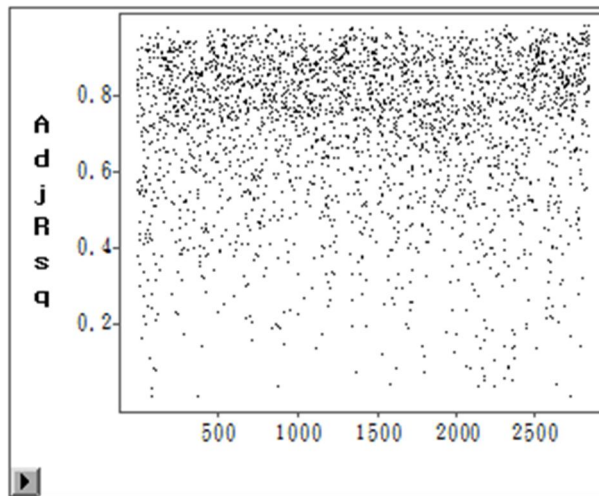
Quantiles			Moments	
100.0%	maximum	0.99695		
75.0%	quartile	0.89855	Mean	0.7863395
50.0%	median	0.82445	Std Dev	0.1542096
25.0%	quartile	0.71153	N	560
0.0%	minimum	0.18343		



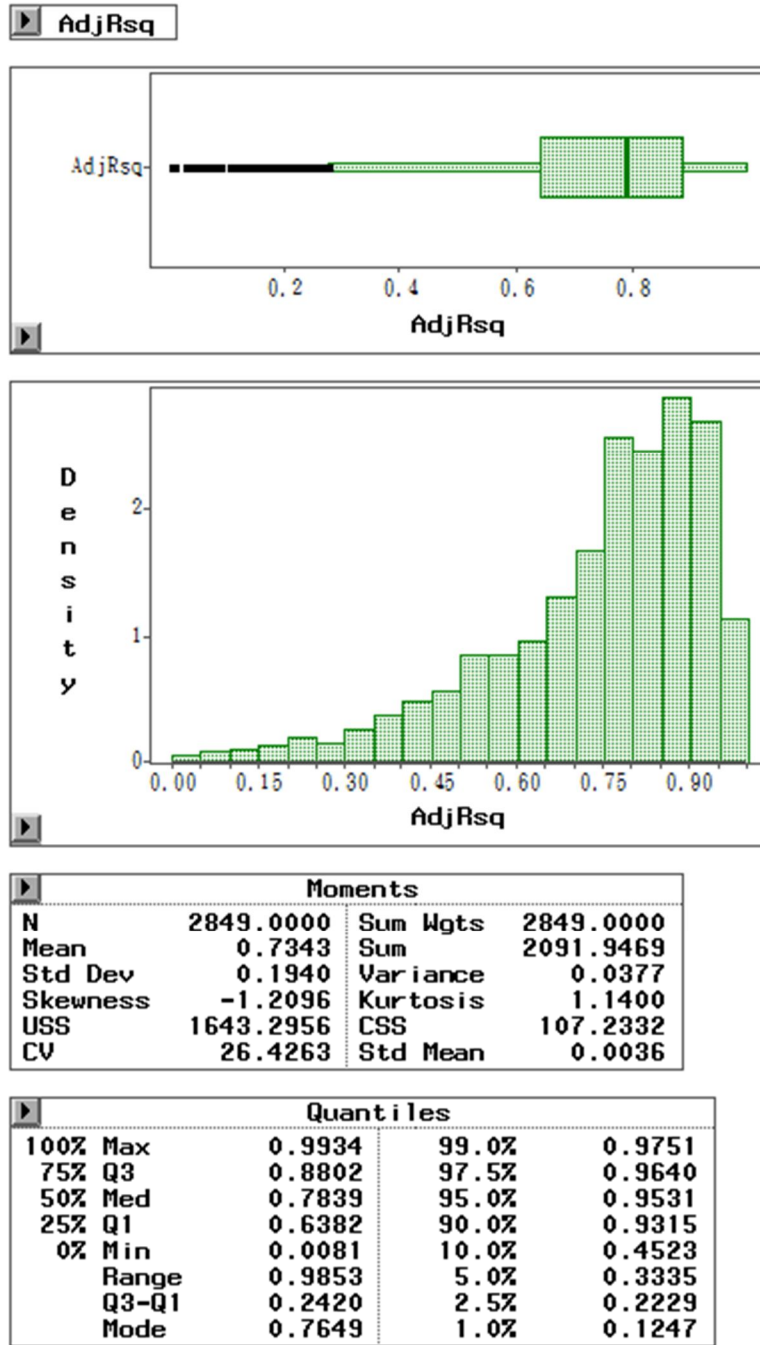
Şekil 56 2007 Yılı Verileri Model 4 F Değerlerinin Anlamlılığı Histogramı



Şekil 57 2008 Yılı Verileri Model 4 F Değerlerinin Anlamlılığı Histogramı



Şekil 58 2008 Verilerine ait Model 4  $R^2$ -adjusted değerlerinin saçılım çizgesi



Şekil 59 2008 Verileri için Model 4  $R^2$ -adjusted Değerlerinin Dağılımı

Tablo 17 ve Tablo 18'de yukarıdaki modeller kıyaslanmış,  $R^2$ -adjusted'a ait ortalama, kartil değerleri, ve fiyatın anlamlı olduğu ürünlerin oranı verilmiştir. Fiyatın anlamlı olduğu model ürün oranları dikkate alındığında Model 1 ve 4'ün en uygun modeller olduğu söylenebilir. Öncelikli amacımız zaman ve fiyat etkisinin kalıcı indirimleri nasıl etkilediği konusunda çıkarımlar elde etmek olduğundan, optimizasyon modellerinde temel (yani sadece fiyata ve zamana bağımlı) model

kullanılmıştır. ancak, optimizasyon modellerinde Tablo 17 ve Tablo 18'de verilen modellerin kullanılması için herhangi bir değişikliğe gerek yoktur.

**Tablo 17 2007 Verileri ile Bağımsız Talep Tahmin Modellerinin Karşılaştırılması**

No	Model	Ortalama R <sup>2</sup> -Adj	Q3	Medyan	Q1	Fiyat değişkeninin anlamlı olduğu ürünlerin oranı
1	$\beta_0 + \beta_1(\text{netstok}) + \beta_2(\text{hafta}) + \beta_3(\text{fiyat})$	0.81	0.91	0.84	0.75	%49
2	$\beta_0 + \beta_1(\text{netstok}) + \beta_2(\text{hafta}) + \beta_3(\text{fiyat}) + \beta_4(\text{hafta*fiyat})$	0.84	0.92	0.86	0.79	%46
3	$\beta_0 + \beta_1(\text{netstok}) + \beta_2(\text{hafta}) + \beta_3(\text{fiyat}) + \beta_4(\text{netstok*fiyat})$	0.84	0.93	0.88	0.79	%41
4	$\beta_0 + \beta_1(\text{fiyat}) + \beta_2(\text{hafta}) + \beta_3(\text{fiyat*netstok})$	0.79	0.90	0.83	0.71	%61

**Tablo 18 2008 Verileri ile Bağımsız Talep Tahmin Modellerinin Karşılaştırılması**

No	Model	Ortalama R <sup>2</sup> -Adj	Q3	Medyan	Q1	Fiyat değişkeninin anlamlı olduğu ürünlerin oranı
1	$\beta_0 + \beta_1(\text{netstok}) + \beta_2(\text{hafta}) + \beta_3(\text{fiyat})$	0.74	0.88	0.79	0.66	%37
2	$\beta_0 + \beta_1(\text{netstok}) + \beta_2(\text{hafta}) + \beta_3(\text{fiyat}) + \beta_4(\text{hafta*fiyat})$	0.76	0.90	0.81	0.69	%26
3	$\beta_0 + \beta_1(\text{netstok}) + \beta_2(\text{hafta}) + \beta_3(\text{fiyat}) + \beta_4(\text{netstok*fiyat})$	0.77	0.90	0.82	0.70	%30
4	$\beta_0 + \beta_1(\text{fiyat}) + \beta_2(\text{hafta}) + \beta_3(\text{fiyat*netstok})$	0.73	0.88	0.78	0.64	%47

### **4.3. Çoklu Ürün Talep Tahmin Modelleri**

Çoklu ürün tahmin modelleri bir SAS makrosu (EK-1) yardımıyla çalıştırılmaktadır. Bir ürüne ait bütün ilişkiler göz önüne alınarak ürünün kendi fiyatının yanında satış haftası ve ilişkili olduğu ürünlerin fiyatları kullanılarak çoklu regresyon modeli ile talep tahmini yapılmaktadır. n adet üründen oluşan bir ürün grubuna ait çoklu regresyon modeline ait denklem aşağıdaki gibi verilebilir:

$$D_j = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i p_i + \beta_{n+1} t \quad j = 1, \dots, n$$

Yukarıda denklemden de görülebileceği gibi;  $j$  ürünün talebi,  $D_j$ , zamanın (satış haftası),  $t$ , ve kendi fiyatı  $p_j$ , ve diğer  $n-1$  adet ürünün fiyatları  $p_i$   $i \neq j$  nin doğrusal bir fonksiyonu olarak ifade edilebilir. Bu doğrusal denklemde  $\beta_i$  terimleri, bağımsız değişkenler fiyat,  $p_i$ 'nin,  $\beta_{n+1}$ , satış haftası,  $t$ 'nin katsayılarını ifade etmektedir.  $\beta_0$  ise çoklu regresyon denkleminin sabit terimini ifade etmektedir. Veri madenciliği yardımı ile aralarında ilişki olduğu belirlenen her bir ürün grubu için EK-1'de verilen SAS makrosu yardımı ile "Adımsal (Stepwise)" regresyon yapılmış ve yukarıdaki denklemde aralarında anlamlı ilişkiler bulunan ürünlerin katsayıları olan  $\beta_i$ 'ler ve sabit terim  $\beta_0$ 'in değeri belirlenmiştir.

Teknik olarak proje kapsamında bütün ürünler için talep tahmini yapılması gerekmektedir. Ancak her ürünün diğer bazı ürünlerle VM sonucunda ilişkisinin bulunması veya bulunan bu ilişkilerin istatistiksel olarak anlamlı olması beklenemez. Belirli sayıda birbiriyle ilişkili ürünlerin talepleri yukarıdaki doğrusal model ile bulunabilir. Herhangi bir anlamlı ilişkisi bulunmayan tekil ürünler için ise bir önceki bölümde bahsedilen bağımsız talep tahmini modelleri kullanılarak talep tahmini yapıp tekil deterministik ve rassal eniyileme algoritmaları çalıştırılarak optimum fiyatlandırma kararları verilebilir. 2007 verileri kullanılarak elde edilen çoklu ürün talep tahmin modellerinin sonuçları SAS çıktısı olarak EK-1'de verilmiştir. Bir sonraki bölümde gerçekleştirilen deneylerde bu bölümde elde edilen sonuçlar kullanılmıştır. İleriki bölümlerde gereken yerlerde talep denklemleri ilgili tablolarda verilmiştir.

Çoklu ürünler arasındaki ilişkilere dayanan talep hesaplama yöntemi bir sonraki bölümde verilen deterministik eniyileme modellerinde de kullanılmıştır. Projemizin temel amacı fiyat üzerine alınan kararların gelir optimizasyonu için önemini incelemek olduğu için stoka dayalı talep denklemleri dikkate alınmamıştır. Ancak stok bir karar değişkeni olarak eniyileme modellerinde yer alabilir ve optimal stok seviyeleri rapor edilebilir. Projemizde gelir optimizasyonu açısından fiyatın öncelik aldığı karar süreçleri ve politikaları dikkate alındığından geliştirilen eniyileme modelleri fiyata ve zamana bağlı olarak sınırlandırılmıştır.

## 5. DETERMİNİSTİK ENİYİLEME MODELİ

Deterministik modelde kullanılan parametreler ve karar değişkenleri aşağıda listelenmiştir. İlerleyen bölümlerde objektif değeri  $z$  ile ifade edilmiştir.

### Parametreler

$n$  = toplam ürün miktarı

$T$  = sezondaki toplam hafta sayısı

$\mathcal{E} = 1$  kuruş gibi çok küçük bir fiyat (iki fiyat arasındaki fark bu değerden küçükse fiyatlar eşit kabul edilebilir)

$Is_i$  = ürün  $i$ 'nin sezon başındaki stok miktarı

$lp_i$  = ürün  $i$ 'nin sezon başındaki fiyatı

$\beta_0^i, \dots, \beta_n^i$  = ürün  $i$  için talep tahmini yapılırken diğer ürünlerin fiyatlarının ürün  $i$  için olan talebe olan istatistiksel yöntemlerle bulunmuş katsayılar

$h_{it}$  = ürün  $i$  için  $t$  haftasındaki birim stok tutma maliyeti

$lmtMrkdwns$  = perakendeci tarafından belirlenen maksimum kalıcı indirim sayısı (sayısal deneylerde 3 olarak alınmıştır)

### Karar Değişkenleri

$B_{it}$  =  $t$ . haftada, ürün  $i$  için indirim yapılmışsa 1 değerini, yapılmamışsa 0 değerini alan ikili değişken

$r_{it}$  =  $t$ . haftada ürün  $i$  için gelen talep tahmini pozitifse 1 değerini değilse 0 değerini alan ikili değişken

$p_{it}$  = ürün  $i$ 'nin  $t$  haftasındaki fiyatı

$sv_i$  = ürün  $i$ 'nin hurda değeri (bu değerler parametre olarak da kullanılabilir. Değişken olduklarında perakendeci için (örneğin ürünler outletlerde satışa sunulacaksa) tavsiye edilen hurda değerlerini vermektedir)

$wFD_{it}$  = ürün  $i$  için  $t$  haftasındaki talep tahmini (bu değer  $p_{it}$  değişkenlerinin ve zamanın genel bir fonksiyonu olabilir, (1) nolu kısıt GAMS deneylerinde kullanılan doğrusal fonksiyonu göstermektedir)

$D_{it}$  = ürün  $i$  için  $t$  haftasındaki pozitif talep tahmini miktarı

$S_{it}$  = ürün  $i$  için  $t$  haftasında satılan ürün miktarı

$fs_i$  = ürün  $i$ 'nin sezon sonunda kalan stok miktarı

$TS_i$  = sezon boyunca satılan toplam ürün  $i$  miktarı

$wlS_{it}$  = ürün  $i$ 'nin  $t$  haftasındaki başlangıç stoku



$wfs_{it}$  = ürün i'nin t haftası sonundaki stok miktarı

$HC_{it}$  = ürün i için t haftasındaki toplam stok maliyeti

$THC_i$  = ürün i'nin sezon boyunca elde ettiği toplam stok maliyeti

$nMrkdwns_i$  = ürün i için yapılan toplam indirim sayısı

## Model

$$\max_{p_{it}, sv_i} z = \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T p_{it} S_{it} + \sum_{i=1}^n sv_i f s_i - \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T h_{it} w f s_{it}$$

s. t.

$$wFD_{it} = \beta_0^i + \sum_{k=1}^n \beta_k^i p_{kt} + \beta_{n+1}^i t \quad \forall i, \forall t \quad (1)$$

$$w f s_{it} = w I s_{it} - S_{it} \quad \forall i, \forall t \quad (2)$$

$$w I s_{i1} = I s_i \quad \forall i \quad (3)$$

$$D_{it} \leq M r_{it} \quad \forall i, \forall t \quad (4)$$

$$D_{it} - wFD_{it} \leq M(1 - r_{it}) \quad \forall i, \forall t \quad (5)$$

$$S_{it} \leq D_{it} \quad \forall i, \forall t \quad (6)$$

$$w I s_{it} \geq S_{it} \quad \forall i, \forall t \quad (7)$$

$$T S_i = \sum_{t=1}^T S_{it} \quad \forall i \quad (8)$$

$$f s_i = I s_i - T S_i \quad \forall i \quad (9)$$

$$w I s_{it+1} = w I s_{it} - S_{it} \quad \forall i, \forall t \quad (10)$$

$$p_{it+1} \leq p_{it} \quad \forall i, \forall t \quad (11)$$

$$p_{iT} \geq sv_i \quad \forall i \quad (12)$$

$$p_{i1} \leq I p_i \quad \forall i \quad (13)$$

$$p_{it+1} - p_{it} + \varepsilon \leq M(1 - B_{it+1}) \quad \forall i, \forall t \quad (14)$$

$$p_{i1} - I p_i + \varepsilon \leq M(1 - B_{i1}) \quad \forall i \quad (15)$$

$$p_{it+1} - p_{it} + M B_{it+1} \geq 0 \quad \forall i, \forall t \quad (16)$$

$$p_{i1} - I p_i + M B_{i1} \geq 0 \quad \forall i \quad (17)$$

$$nMrkdwns_i = \sum_{t=1}^T B_{it} \quad \forall i \quad (18)$$

$$nMrkdwns_i \leq lmtMrkdwns \quad \forall i \quad (19)$$

$$HC_{it} = h_{it} w f s_{it} \quad \forall i, \forall t \quad (20)$$

$$THC_i = \sum_{t=1}^T HC_{it} \quad \forall i \quad (21)$$

$$p_{it} \geq 0, B_{it} \in \{0,1\}, r_{it} \in \{0,1\} \quad \forall i, \forall t \quad (22)$$

$$sv_i \geq 0, fs_i \geq 0, TS_i \geq 0, THC_i \geq 0 \quad \forall i \quad (23)$$

$$D_{it} \geq 0, HC_{it} \geq 0 \quad \forall i, \forall t \quad (24)$$

$$S_{it} \geq 0, wfs_{it} \geq 0, wls_{it} \geq 0 \quad \forall i, \forall t \quad (25)$$

$$nMrkdwns_i \geq 0 \text{ ve tamsayı} \quad \forall i \quad (26)$$

$$wFD_{it} \text{ serbest} \quad \forall i, \forall t \quad (27)$$

Çoklu ürün deterministik eniyileme modelinde amaç, bir sezondaki toplam geliri en büyükmektir. Kısit (1), Bölüm 4.3, sayfa 79'da verilen  $D_j = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i p_i + \beta_{n+1} t \quad j = 1, \dots, n$  çoklu regresyon denklemini ifade etmektedir. Kısit (2) hafta sonunda elimizde kalan stok miktarının o hafta başındaki stok miktarı ile o hafta boyunca satılan ürün miktarının farkına eşit olmasını sağlamaktadır. Kısit (3) birinci haftadaki başlangıç stok miktarının sezon başındaki stok miktarına eşit olması gerektiğini belirtmektedir. (4) ve (5) nolu kısıtlar haftalık talep tahmininin sıfır veya pozitif olmasını sağlamaktadır. (6) nolu kısit yapılan satışın talep tahmininden fazla olmamasını garantilemektedir. Kısit (7) haftalık satış miktarının hafta başındaki stok miktarını geçmemesini sağlamaktadır. Kısit (8) toplam satış miktarını bulmaktadır. (9) ve (10) nolu kısıtlar envanter denge denklemleridir. (11) nolu kısit fiyatların haftalar ilerledikçe artamayacağını söylemektedir. Kısit (12) ürün fiyatının hurda değerinden küçük olamayacağını ifade etmektedir. Kısit (13) birinci haftadaki ürün fiyatının sezon başındaki başlangıç fiyatına eşit ya da bu değerden küçük olması gerektiğini belirtmektedir. (14) ve (15) kalıcı indirim yapıldığı durumlarda devreye girmektedirler.  $p_{it+1} - p_{it} < 0$  olduğu durumlarda kalıcı fiyat indirimi yapılmış demektir. Bu şart ise  $p_{it+1} - p_{it} + \varepsilon \leq 0$  olarak ifade edilebilir. Kısit (16) ve (17) ise indirim yapılmadığı ve fiyatların aynı kaldığı durumlarda etkili olmaktadır. Kısit (18) eniyileme sonucu yapılan toplam indirim sayısını bulmaktadır. Kısit (19) perakendecinin bir sezonda yapılan toplam kalıcı indirim sayısını sınırlamasını sağlamaktadır. Kısit (20) ürün  $i$  için  $t$  haftasındaki elde bulundurma maliyetini, (21) ise ürün  $i$  için sezon boyunca oluşan toplam elde bulundurma maliyetini vermektedir. (22)-(27) kısıtlar karar değişkenlerinin tiplerini vermektedir.

Deterministik model iki ürün grubu için çalıştırılmış ve SARSA ve Yaklaşık Değer Yineleme algoritmalarından elde edilen çözümlerin kalitesinin sınanması için kullanılmıştır. Her ürün grubu için 3 farklı senaryo geliştirilmiştir: Birincisi temel durum olarak ifade edeceğimiz ikame, tamamlayıcı ve zaman etkilerini içeren durum, ikincisi ikame etkisinin olmadığı durum, son olarak zaman etkisinin olmadığı durum. Bu senaryo analizleri deterministik model, SARSA ve YDY algoritmaları için ayrı ayrı yapılmış, sonuçları değerlendirilmiştir.

## 5.1. Deterministik Eniyileme Modeli Deney Sonuçları

Sezon boyunca yapılan toplam indirim sayısına bir kısıt getirmediğimiz durumda yani (18) ve (19) nolu kısıtlar olmaksızın incelenen üç grup için deneyler yapılmıştır.

Üç çoklu ürün grubu ele alınmıştır. Bu grupların ilk ikisinde 4 ürün, diğerinde 5 ürün bulunmaktadır. LC Waikiki'den elde edilen verilere göre bu ürünlerin başlangıç stok düzeyleri, hangi haftalarda ne kadar satış yapıldığı ve ne fiyata satıldıkları gibi bilgiler yer almaktadır.

Birinci ikame ürün grubu bilgileri:

Ürün no	Başlangıç Stoku	Başlangıç fiyatı
1	10037	31
2	10415	26
3	13986	31
4	6045	36

Bölüm 4.3, sayfa 79'da verilen  $D_j = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i p_i + \beta_{n+1} t$   $j = 1, \dots, n$  çoklu regresyon denklemini kullanılarak 4 üründen oluşan birinci ikame ürün grubuna ait talep denklemleri adımsal regresyon yöntemi yardımı ile belirlenmiş ve aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}D_{1t} &= 920 - 33.78t - 9.73 p_{1t} - 8.27 p_{2t} + 6.34 p_{3t} + 10.74 p_{4t} \\D_{2t} &= 630 - 30.88t - 6.74 p_{1t} - 0.16 p_{2t} + 0.73 p_{3t} + 17.75 p_{4t} \\D_{3t} &= 988 - 65.62t - 7.74 p_{1t} + 129.96 p_{2t} + 97.47 p_{3t} + 17.27 p_{4t} \\D_{4t} &= 777 - 17.85t - 10.03 p_{1t} + 5.57 p_{2t} + 14.03 p_{3t} - 23.28 p_{4t}\end{aligned}$$

Bölüm 4.3, sayfa 79'da verilen çoklu doğrusal regresyon denklemini ikinci 4'lü dördü ikame ürün grubunu ve 5'li ikame ürün grubunu oluşturan ürün taleplerinin belirlenmesinde de kullanılmış ve adımsal regresyon yönteminden elde edilen ürün talep denklemleri ürün başlangıç stok miktarlarının ve fiyatlarının hemen altında verilmiştir.

İkinci ikame ürün grubu bilgileri:

Ürün no	Başlangıç Stoku	Başlangıç fiyatı
1	5976	42
2	9605	31
3	9289	41
4	13087	42

Talep dağılımları aşağıdaki gibidir:

$$D_{1t} = 464 - 25.2t - 15.89 p_{1t} + 4.12 p_{2t} - 5.13 p_{3t} + 19.07 p_{4t}$$

$$D_{2t} = -474 - 24.82t + 9.97 p_{1t} - 17 p_{2t} - 51.18 p_{3t} + 93.56 p_{4t}$$

$$D_{3t} = -710 + 5.07t - 2.79 p_{1t} + 25.96 p_{2t} + 44.21 p_{3t} - 31.73 p_{4t}$$

$$D_{4t} = 988 - 29.94t - 0.52 p_{1t} + 18.95 p_{2t} - 9.86 p_{3t} - 6.59 p_{4t}$$

Üçüncü ikame ürün grubu bilgileri:

Ürün no	Başlangıç Stoku	Başlangıç fiyatı
1	8073	36
2	12670	26
3	9433	63
4	13406	48
5	7217	52

Talep dağılımları aşağıdaki gibidir:

$$D_{1t} = 2512 + 44.33t + 14.21 p_{1t} + 0.24 p_{2t} - 97.68 p_{3t} + 10.74 p_{4t} - 14.7 p_{5t}$$

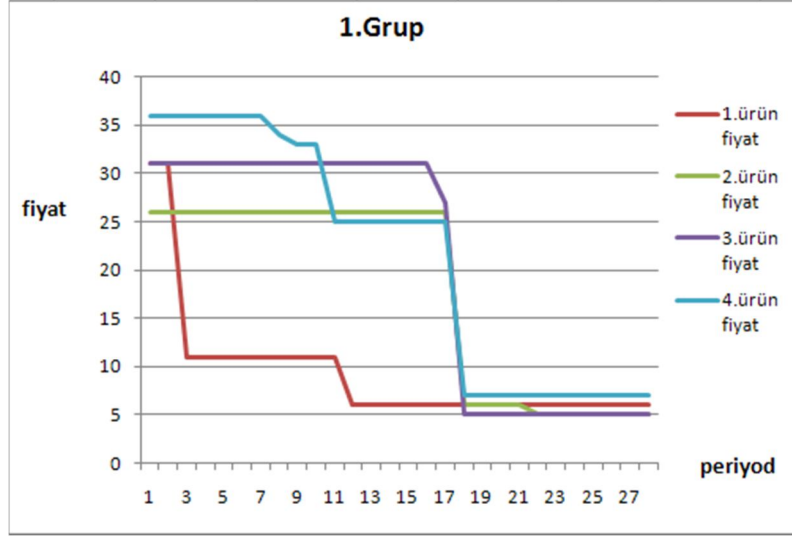
$$D_{2t} = 3115 - 139t - 37.05 p_{1t} - 12.82 p_{2t} + 47.76 p_{3t} - 3.36 p_{4t} - 63.07 p_{5t}$$

$$D_{3t} = 2185 - 42t + 10.06 p_{1t} + 0.26 p_{2t} - 34.65 p_{3t} + 3.25 p_{4t} - 5.47 p_{5t}$$

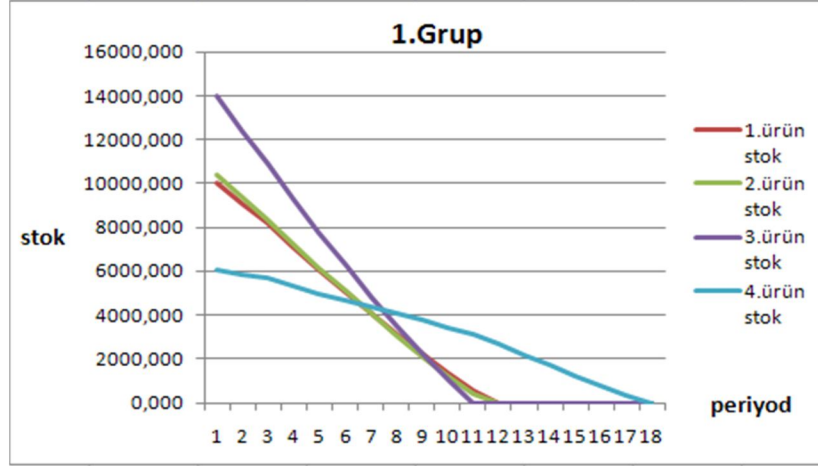
$$D_{4t} = 1975 - 49t + 28.67 p_{1t} + 25.35 p_{2t} - 6.25 p_{3t} - 25.77 p_{4t} - 27.6 p_{5t}$$

$$D_{5t} = 2094 - 58t - 1.24 p_{1t} + 11.81 p_{2t} + 1.26 p_{3t} - 0.13 p_{4t} - 36.68 p_{5t}$$

Birinci grup için ürünlerin kalıcı indirim fiyat politikaları ve stok miktarlarının değişimi aşağıda Şekil 60 ve Şekil 61'da sırasıyla verilmiştir. Birinci grup için z değeri "1012078.172" TL olarak bulunmuştur. Birinci grup için sezon uzunluğu 28 hafta olarak kabul edilmiştir. Birinci ve ikinci ürün elindeki toplam stok miktarını 11 haftada, üçüncü ürün elindeki toplam stok miktarını 10 haftada ve dördüncü ürün elindeki stok miktarını 17 haftada bitirmiştir. Birinci ürün sezona 31 TL başlangıç fiyatıyla başlamış, 12. haftada 6TL hurda değerine düşmüştür. İkinci ürün sezona 26TL ile başlamış ve 18. haftada 6 TL haftada hurda değerine düşmüştür. Üçüncü ürün sezona 31 TL ile başlamış ve 18.haftada 5TL hurda değerine düşmüştür. Dördüncü ürün sezona 36 TL ile başlamış ve yine 18. haftada 7TL hurda değerine düşmüştür.

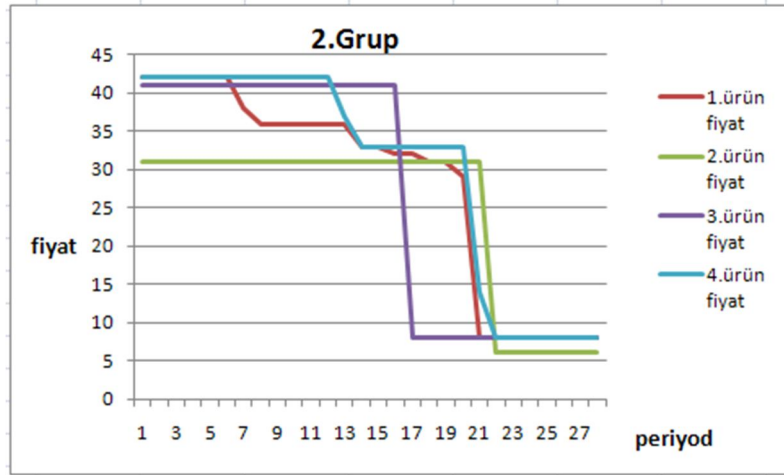


Şekil 60 Birinci Grup Ürünler için Optimal Fiyat Politikası

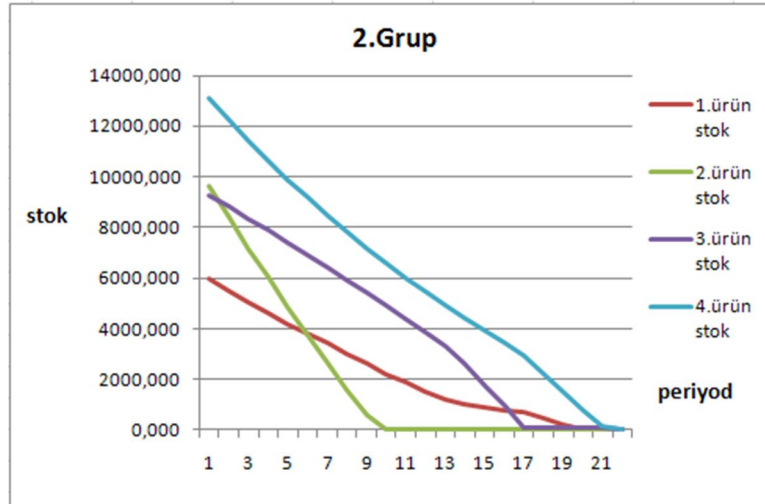


Şekil 61 Birinci Grup Ürünler için Optimal Stok Politikası

İkinci grup kalıcı indirim fiyat politikaları ve stok miktarlarının değişimi aşağıda Şekil 62 ve Şekil 63 'de sırasıyla verilmiştir. İkinci grup için z değeri "1380103.911" TL olarak bulunmuştur. İkinci grup için de sezon uzunluğu 28 hafta olarak kabul edilmiştir. Birinci ürün elindeki toplam stok miktarını 20 haftada, ikinci ürün elindeki toplam stok miktarını 9 haftada, üçüncü ve dördüncü ürün elindeki stok miktarını 21 haftada bitirmiştir. Birinci ürün sezona 42 TL başlangıç fiyatıyla başlamış, 21. haftada 8TL hurda değerine düşmüştür. İkinci ürün sezona 31 TL ile başlamış ve 22. haftada 6 TL hurda değerine düşmüştür. Üçüncü ürün sezona 41 TL ile başlamış ve 17.haftada 8TL hurda değerine düşmüştür. Dördüncü ürün sezona 42 TL ile başlamış ve 22. haftada 8TL hurda değerine düşmüştür.

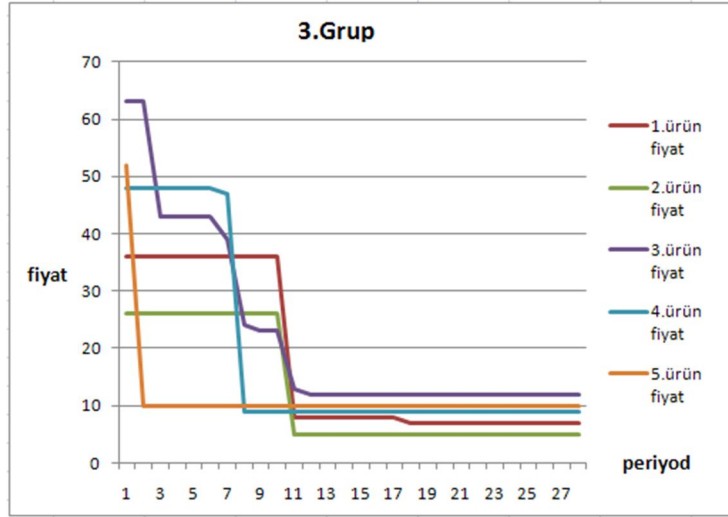


Şekil 62 İkinci Grup Ürünler için Optimal Fiyat Politikası

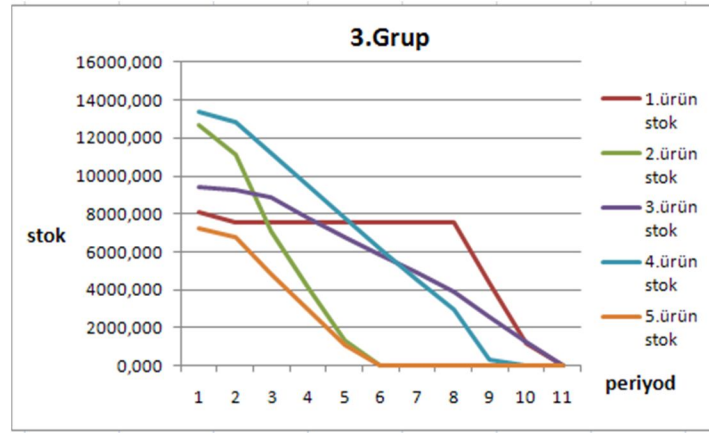


Şekil 63 İkinci Grup Ürünler için Optimal Stok Politikası

Üçüncü grup için kalıcı indirim fiyat politikaları ve stok miktarlarının değişimi aşağıda Şekil 64 ve Şekil 65'te sırasıyla verilmiştir. Üçüncü grup için  $z$  değeri "1554165.852" TL olarak bulunmuştur. Üçüncü grup için sezon uzunluğu 25 hafta olarak kabul edilmiştir. Birinci ürün elindeki toplam stok miktarını 10 haftada, ikinci ürün elindeki toplam stok miktarını 5 haftada, üçüncü ürün 10 haftada ve dördüncü ürün elindeki stok miktarını 9 haftada bitirmiştir. Birinci ürün sezona 36 TL başlangıç fiyatıyla başlamış, 18. haftada 7 TL hurda değerine düşmüştür. İkinci ürün sezona 26 TL ile başlamış ve 11. haftada 5 TL hurda değerine düşmüştür. Üçüncü ürün sezona 63 TL ile başlamış ve 12. haftada 12 TL hurda değerine düşmüştür. Dördüncü ürün sezona 48 TL ile başlamış ve 8. haftada 9 TL hurda değerine düşmüştür. Son olarak beşinci ürün sezona 52 TL ile başlamış ve 2. haftada 10 TL hurda değerine düşmüştür.

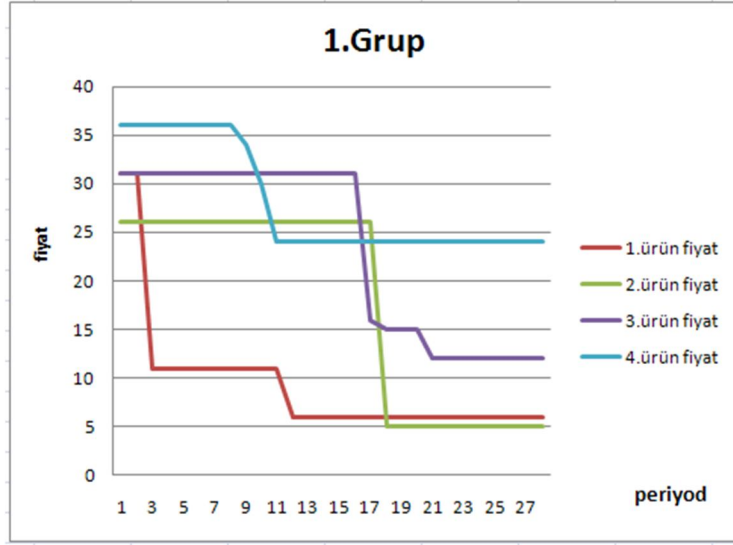


Şekil 64 Üçüncü Grup Ürünler için Optimal Fiyat Politikası

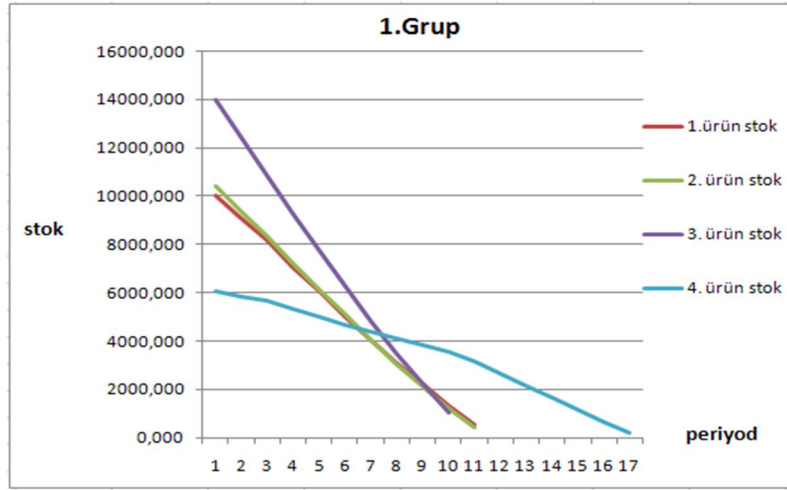


Şekil 65 Üçüncü Grup Ürünler için Optimal Stok Politikası

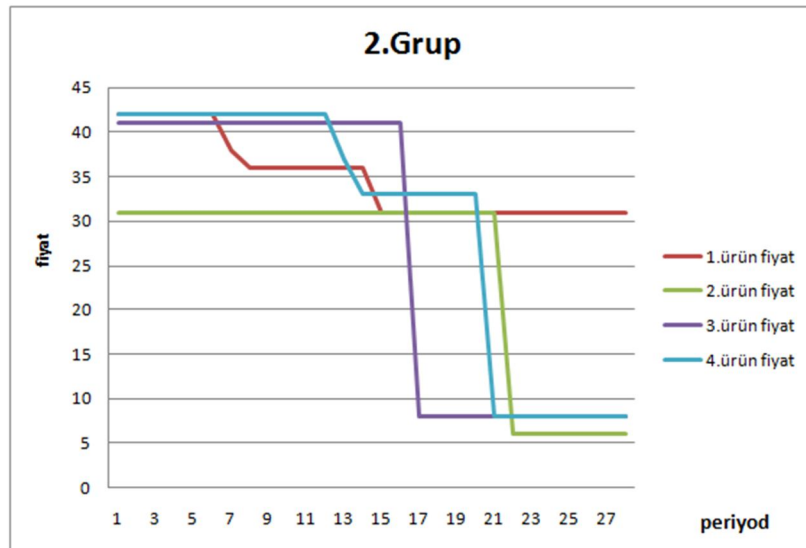
Sezon boyunca yapılan toplam indirim sayısına en fazla “3 indirim” kısıtı getirdiğimiz durumda yine aynı 3 grup için incelemeler tekrar yapılmıştır. Birinci grup için kalıcı indirim fiyat politikaları ve stok miktarlarının değişimi aşağıda Şekil 64 ve Şekil 65’te sırasıyla verilmiştir. Birinci grup için z değeri “1008658.240” TL olarak bulunmuştur. Birinci ve ikinci ürün elindeki toplam stok miktarını 11 haftada, üçüncü ürün elindeki toplam stok miktarını 10 haftada ve dördüncü ürün elindeki stok miktarını 17 haftada bitirmiştir. Birinci ürün sezona 31 TL başlangıç fiyatıyla başlamış, 12. haftada 6TL hurda değerine düşmüştür. İkinci ürün sezona 26TL ile başlamış ve 18. haftada 5 TL hurda değerine düşmüştür. Üçüncü ürün sezona 31 TL ile başlamış ve sezonu hurda değerine düşmeden 12 TL ile bitirmiştir. Dördüncü ürün sezona 36 TL ile başlamış ve hurda değerine düşmeden sezonu 24 TL ile kapatmıştır.



Şekil 66 En Fazla Üç İndirim Kısıtı ile Birinci Grup Ürünler için Optimal Fiyat Politikası



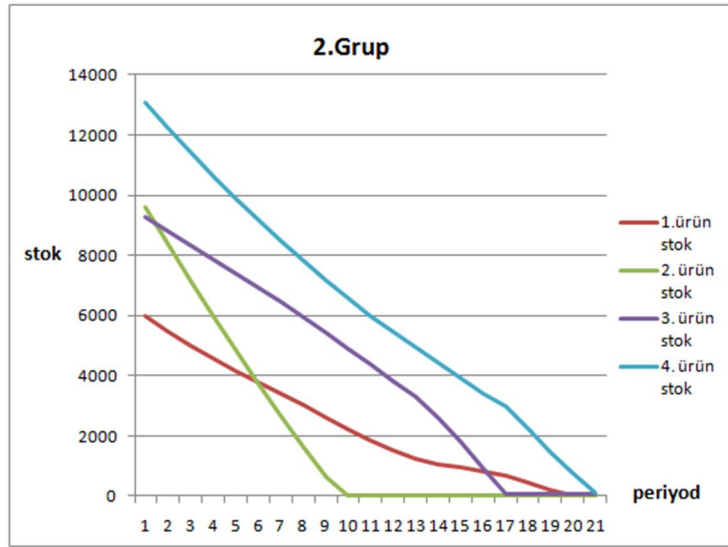
Şekil 67 En Fazla Üç İndirim Kısıtı ile Birinci Grup Ürünler için Optimal Stok Politikası



Şekil 68 En Fazla Üç İndirim Kısıtı ile İkinci Grup Ürünler için Optimal Fiyat Politikası

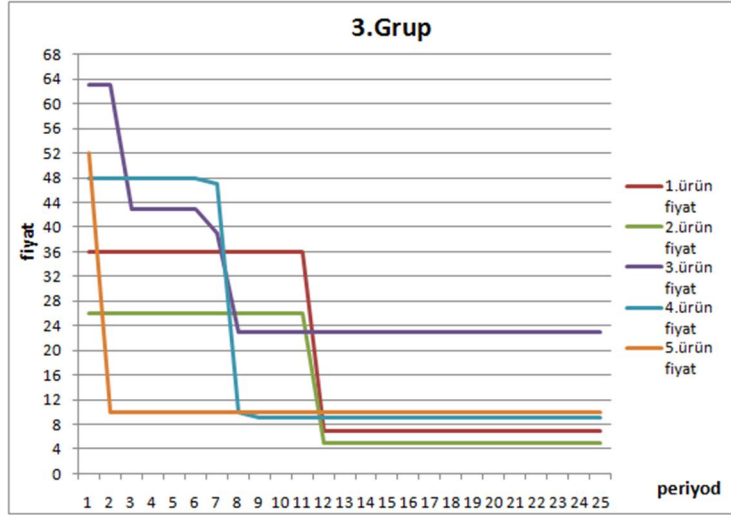


İkinci grup için kalıcı indirim fiyat politikaları ve stok miktarlarının değişimi Şekil 68 ve Şekil 69'da sırasıyla verilmiştir. İkinci grup için z değeri "1378946.144" TL olarak bulunmuştur. Birinci ürün toplam stok miktarını 19 haftada, ikinci ürün 9 haftada, üçüncü ve dördüncü ürün 21 haftada bitirmiştir. Birinci ürün sezona 42 TL başlangıç fiyatıyla başlamış, hurda değerine düşmeden sezonu 31 TL ile bitirmiştir. İkinci ürün sezona 31 TL ile başlamış ve 22. haftada 6 TL hurda değerine düşmüştür. Üçüncü ürün sezona 41 TL ile başlamış ve 17. haftada 8 TL hurda değerine düşmüştür. Dördüncü ürün sezona 42 TL ile başlamış ve 21. haftada 8 TL hurda değerine düşmüştür.

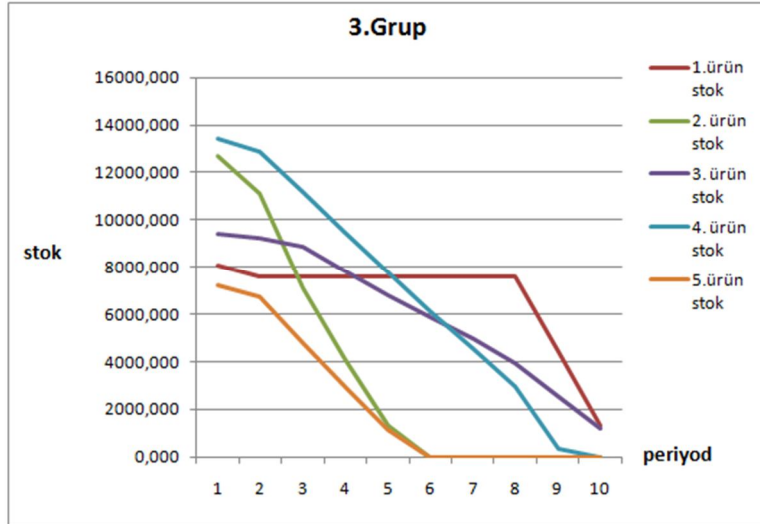


Şekil 69 En Fazla Üç İndirim Kısıtı ile İkinci Grup Ürünler için Optimal Stok Politikası

Üçüncü grup için kalıcı indirim fiyat politikaları ve stok miktarlarının değişimi aşağıda Şekil 70 ve Şekil 71'de sırasıyla verilmiştir. Üçüncü grup için z değeri "1555389.249" TL olarak bulunmuştur. İndirim sezonu 25 hafta sürmektedir. Birinci ürün elindeki toplam stok miktarını 10 haftada, ikinci ürün elindeki toplam stok miktarını 5 haftada, üçüncü ürün 10 haftada ve dördüncü ürün elindeki stok miktarını 9 haftada bitirmiştir. Birinci ürün sezona 36 TL başlangıç fiyatıyla başlamış, 12. haftada 7 TL hurda değerine düşmüştür. İkinci ürün sezona 26 TL ile başlamış ve 12. haftada 5 TL hurda değerine düşmüştür. Üçüncü ürün sezona 63 TL ile başlamış ve hurda değerine düşmeden sezonu 23 TL ile bitirmiştir. Dördüncü ürün sezona 48 TL ile başlamış ve 9. haftada 9 TL hurda değerine düşmüştür. Son olarak beşinci ürün sezona 52 TL ile başlamış ve 2. haftada 10 TL hurda değerine düşmüştür.



Şekil 70 En Fazla Üç İndirim Kısıtı ile Üçüncü Grup Ürünler için Optimal Fiyat Politikası



Şekil 71 En Fazla Üç İndirim Kısıtı ile Üçüncü Grup Ürünler için Optimal Stok Politikası

## 6. STOKASTİK TALEP ALTINDA TEK ÜRÜN KALICI İNDİRİM ENİYİLEMESİ

Bundan önceki bölümlerde tanıtıldığı üzere, kalıcı indirimler ürünler demode olmadan ya da sezonu geçmeden envanteri temizlemek için yapılan indirimlerdir. Kalıcı indirim planlamada amaç fiyatların kademeli olarak nasıl düşürüleceğine karar vererek sezon sonu yaklaştıkça düşüş gösteren ürün talebini artırmak ve ürünlerin elde kalmadan en yüksek kârla satışını gerçekleştirmektir.

Sezon sonu ürünleri alıcıların ve satıcıların verdiği envanter-sipariş miktarı ve fiyatlandırma kararlarından etkilenirler. Sezon sonu ürünleri kısa satış periyotlarına, belirsiz talep fonksiyonlarına ve dönem sonunda da çok az hurda değerine sahiptirler. Bu sebeple alıcılar gözlemlenen talebi karşılamak için bu gibi ürünlerin stok siparişlerini vereceklerdir. Maalesef çoğu durumda uzun teslim temin süreleri ve diğer tedarik kısıtları yeniden sipariş ve hızlı envanter doldurma olanaklarını ortadan kaldırmaktadır. Sonuç olarak alıcılar ürünler indirimde girmeden belirsiz talep tahminleri yüzünden perakendecinin o anda belirlediği fiyat üzerinden ürünleri almak zorunda kalabilirler. Pratikte hızlı tedarik etme eksikliğinden dolayı alıcılar sezon sonu ellerinde kalan ürünlerle talebi dengeleyebilmek için iyimser (optimistik) talep tahminlerine göre ürün stoku oluştururlar. Bazen tahminler kısa süreli tahminleri yansıtabileceğinden, alıcılar kârlarını maksimize etmek için stoklarını temizlemek isterler ve bunun için de kalıcı indirimleri kullanırlar. Orijinal sipariş miktarı kararları gibi kalıcı indirimlerin büyüklüğü ve zamanları hakkında kararlar vermek belirsiz ve durağan olmayan talep fonksiyonlarından ve bunlardan kaynaklanan envanter maliyetlerinden dolayı oldukça karmaşık bir problemdir (Mantrala vd., 2001). Son yıllarda bu gibi etkenler talep tahminini zorlaştırmaktadır. Çünkü tedarikçi tarafında ürün çeşidi arttığından talep tarafında da farklı beğeniler ortaya çıkmaktadır (Fisher vd., 1994; Pashigian, 1988). Çoğu perakendeci bu gibi belirsizliklerden dolayı daha iyi karar araçlarına ihtiyaç duymaktadır (Pearson, 1994).

Bu bölümde, stokastik talep altında birbirinden bağımsız ürünler için (tek ürün) kalıcı indirim eniyilemesi stokastik dinamik programlama ile çözülmüştür. Dinamik programlama sonlu periyoda sahip MDP (Markov Karar Süreçleri) modelleri çözmekte iyi bir yöntemdir. Genellikle son dönemden başlar ve ilk döneme doğru çalışır, bu yüzden de geriye doğru dinamik programlama olarak adlandırılır. Uygulamanın büyük bir kısmı MATLAB ortamında ve gerektiğinde C++ ortamında geliştirilmiştir.

Amacımız firmaların son dönemde ellerinde olabildiğince az ürün stoku kalmasını sağlayacak tedbirler almaktır. Bunun için kalıcı indirim kısıtı altında ürünlerin her dönemde her envanter düzeyinde karını enbüyükleyen optimal fiyat ve zamanlamalarına karar verilmelidir.

Tek ürün kalıcı indirim algoritmasını geliştirdiğimiz bu bölümünde; algoritmanın işleyişini göstermek amacı ile, aralarında ilişki olmayan iki ürün (A ve B ürünleri) seçilmiş, bu ürünlere ait optimal kalıcı indirim politikaları stokastik dinamik programlama kullanılarak belirlenmiştir.

## 6.1. Model

Tek ürün kalıcı indirim en iyileme problemi daha önce değildiği gibi Sonlu dönem Markov Karar Süreci (MKS) olarak modellenmiştir. Bir MKS'nin temel bileşenleri olan durumlar, kararlar, geçiş olasılıkları ve ödüller aşağıda açıklanmıştır:

- *Durumlar*: Dönem başındaki ürün envanter miktarları
- *Kararlar*: Dönem başındaki ürün fiyatı
- *Geçiş Olasılıkları*:  $t$  döneminde  $a_t$  fiyatı uygulanan ve envanter düzeyi  $s_t$  olan ürünün bir sonraki dönem başında  $s_{t+1}$  olma olasılığı
- *Ödüller*: Dönem içerisinde yapılan satışların getirisinden dönem sonunda elde kalan miktara bağlı elde bulundurma maliyetinin çıkarılması ile bulunur.

$t$  anında  $s_t$  durumunda  $a_t \in A(s_t)$  kararı alındığında sisteme  $r_t$  kadar bir getiri sağlanmakta ve  $t+1$  anında belli bir olasılıkla  $s'$  durumuna geçilmektedir. Bu geçiş olasılığını  $p(s' | s_t, a_t)$  ile ifade edelim. İndirim kısıtı altında  $t$  anındaki  $a_t$  fiyat kararı  $t-1$  anındaki  $s_{t-1}$  durumunda verilen  $a_{t-1}$  fiyat kararından büyük olamayacağı için  $s_t$  durumunda verilebilecek olası fiyat kararlar kümesi  $A(s_t)$  her zaman bu kısıta göre oluşturulmalıdır. Dolayısıyla sistemin durumu  $s_t$ ,  $t$  anında envanter düzeyini göstermektedir. Alınan  $a_t$  fiyat kararı talebi etkilemektedir, dolayısıyla  $d_t(a_t)$  talep fonksiyonu fiyat ve zamanın bir fonksiyonudur. Bu bölümde ele aldığımız örneklerde talebin normal dağıldığı varsayılmıştır. Ancak algoritma diğer talep dağılımları ile de çalışmaktadır.  $t$  döneminde  $a_t$  fiyat kararı alındığında ürün talebi  $d_t(a_t)$ 'nin fiyata ve zamanla doğrusal ilişkisi olduğu varsayılırsa,

$$d_t(a_t) = \beta_0 + \beta_1 a_t + \beta_2 t + \varepsilon$$

doğrusal regresyon denklemi elde edilir. Burada  $\varepsilon \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2)$  normal dağılmıştır. Sezon sonuna doğru ürünlerin talepleri azalacağından zamanın talep üzerinde negatif bir etkisi vardır. Son dönemde elde kalan ürünlerin hurda değerine sahip olmadığı, sadece elde tutma maliyeti olduğu ve stok düzeylerinin her zaman hafta başında incelendiği farz edilmiştir. Amaç  $s_t$  durumundaki  $V_t(s_t)$  fonksiyon değerini enbüyükleyen  $a_t^*(s_t)$  optimal fiyat kararını (6.1) bulmaktır.

$$a_t^*(s_t) = \arg \max_{a_t \in A(s_t)} (V_t(s_t)) \quad (6.1)$$

Buna göre stokastik dinamik programlama modeli (6.2)' deki gibi ifade edilmiştir.

$$V_t(s_t) = \max_{a_t \in A(s_t)} \left\{ r_t(s_t, a_t) + \gamma \sum_{s' \in S_{t+1}} p(s' | s_t, a_t) V_{t+1}(s') \right\} \quad (6.2)$$

$r_t(s_t, a_t)$  gelir fonksiyonu elde edilen satışlardan elde tutma maliyetinin çıkarılmasıyla elde edilir.  $h$  birim elde tutma maliyetini göstermektedir ve zamandan bağımsız ele alınmıştır.

$$r_t(s_t, a_t) = d_t(a_t) a_t - s_t h \quad (6.3)$$

## 6.2. Kalıcı İndirim Politikaları ve Analizler

Ürünlere ait satış verileri analiz edilmiş ve seçilen A ve B ürünlerinin talep dağılımları SAS yazılımı ile adimsal (stepwise) regresyon yapılarak aşağıdaki gibi elde edilmiştir. Stoka dayalı politikalar projenin kapsamı dışında olduğundan talep denklemleri sadece fiyata ve zamana bağımlı tutulmuştur.

$$\mu_{At} = 250 - t - 2a_t + \varepsilon_{At}$$

$$\mu_{Bt} = 275 - 0.8t - 3.3a_t + \varepsilon_{Bt}$$

$\mu$  ürünlere ait beklenen ortalamayı göstermektedir.  $\varepsilon_t$  normal dağılmıştır. Talep dağılımları fiyat ve zamana bağlı olarak değişmektedir. Standart sapma  $\sigma_t$  ortalamanın 15%'i olarak alınmıştır. A ürününün başlangıç fiyatı 100 TL, B ürününki ise 60 TL'dir. Her iki üründen başlangıçta 900 adet bulunmaktadır. Elde tutma maliyeti ise adet başına  $h = 0.5$  TL/hafta olarak alınmıştır. Her periyot her durum için olası fiyat kararı kümesi  $A(S_t)$ , 10%, 30% veya 50% indirimli fiyatlarından ya da hiç indirim yapılmadığı fiyattan oluşmuştur. Buna göre A ürünün karar seti  $A(S_t) = [100, 90, 70, 50]$ , B ürünün ki ise  $A(S_t) = [60, 54, 42, 30]$  olabilir.

Buna bağılı olarak taleplerin gelme olasılıkları hesaplanmış ve tüm olası fiyat kararları değerlendirilerek, kârı maksimize eden fiyat düzeyine karar verilmiştir. Tüm periyot boyunca  $a_t^* \geq a_{t+1}^*$  indirim kısıtı göz önünde bulundurularak kararlar alınmıştır. Taleplerin gelme olasılıkları normal dağılım yaklaşımı (approximation) ile hesaplanmıştır (Patel vd., 1996)

$$P(X \leq x) = \phi(x),$$

$$2[(1 - \phi(x))] = [1 + 0.0997,9271x + 0.0443,2014x^2 + 0.0096,9920x^3 - 0.0000,9862x^4 + 0.0058,1551x^5]^{-8} + 2\varepsilon(x),$$

$$|\varepsilon(x)| < 2 * 10^{-5}, \quad x \geq 0$$

Burada  $x = \frac{talep - \mu}{\sigma}$  'yı ifade etmektedir.  $\mu$  talep ortalaması yukarıda verildiği gibi her fiyat kararı ve zamana göre değişmektedir.  $\phi(x)$  ise  $x'$  e kadar olan birikimli olasılıkları göstermektedir. Bu nedenle talebin  $x$  olma olasılığı  $\phi(x) - \phi(x-1)$  'dir.

Örnek bir talep patikası ele alındığında, A ürününün optimal politikası ve ona ilişkin değerler Tablo 19'da verilmiştir.

**Tablo 19 A ürününün optimal politikası**

Hafta	Envanter düzeyi	Gelir (TL)	Fiyat Kararı
1	852	78,667	100
2	798	73,839	100
3	741	68,816	100
4	694	64,463	100
5	646	60,053	100
6	607	56,262	100
7	560	51,938	100
8	520	48,104	100
9	466	43,310	100
10	415	38,723	100
11	352	33,289	100
12	322	30,185	100
13	296	27,386	90
14	271	24,679	90
15	248	22,080	90
16	226	18,971	90
17	206	15,678	90
18	188	12,370	70
19	171	6,502	50
20	156	-78	-

Tablo 19'daki sonuçlara bakıldığında 13. haftada stok düzeyi 296 adet iken %10 indirim kararı alınarak 90 TL fiyat kararı verilmiş, 18. haftada %30 indirim kararı ile 70 TL ve 19. haftada %50 indirim kararı

ile 50 TL fiyat kararı verilmiştir. Dinamik programlama sondan başa doğru çalıştığı için ve son anda bir karar oluşmadığı için bir fiyat kararı görülmemektedir. Hurda değeri olmadığı için son dönemde sadece elde bulundurma maliyeti ortaya çıkmıştır.

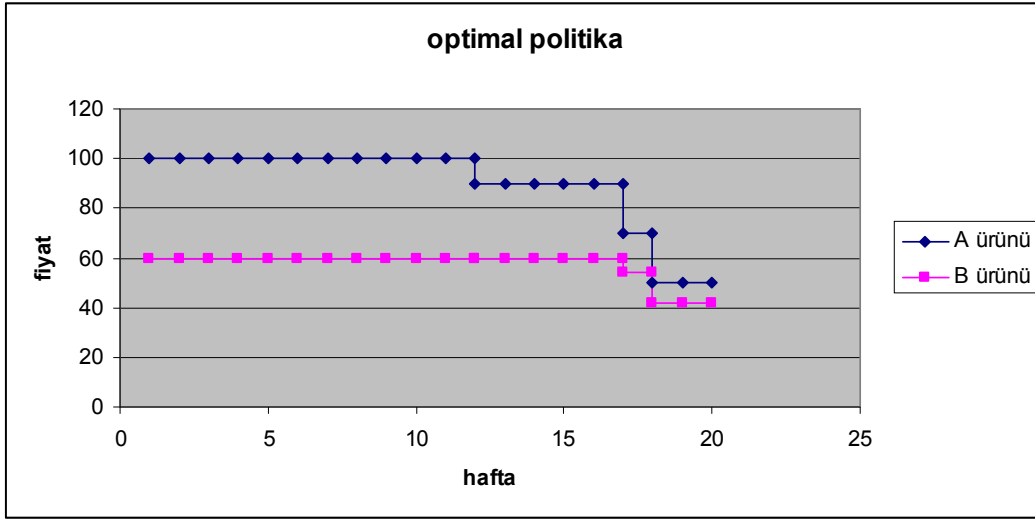
B ürününe ilişkin sonuçlar ise Tablo 20' de verilmiştir.

**Tablo 20 B ürününün optimal politikası**

Hafta	Envanter düzeyi	Gelir	Karar
1	852	48,849	60
2	798	45,881	60
3	741	42,732	60
4	694	40,120	60
5	646	37,440	60
6	607	35,250	60
7	560	32,604	60
8	520	30,340	60
9	466	27,274	60
10	415	24,360	60
11	352	20,740	60
12	322	19,004	60
13	296	17,494	60
14	271	16,040	60
15	248	14,697	60
16	226	13,371	60
17	206	11,511	60
18	188	8,867	54
19	171	5,039	42
20	156	-78	-

Tablo 20' ye göre  $t = 18$  anında 10% indirim kararı ile 54 TL,  $t = 19$  anında da %30 indirim kararı ile 42 TL fiyat kararı verilmiştir. A ürünü B ürününden daha erken indirime gitmiş (12. haftada %10 indirim), son haftalarda da B ürününe göre daha büyük indirimler uygulanmıştır. A ürününde %50'ye varan indirimler yapıldığı halde, B ürününde en fazla %30 indirim kararı verilmiştir. Bunun nedeni A ürününün fiyatı daha yüksek olduğundan daha fazla indirime giderek talebi artırmak, dolayısıyla

envanteri boşaltarak kârı artırmak olmuştur. Ürünlerin zamana bağlı fiyat politikaları Şekil 72’de verilmiştir.



Şekil 72 Ürünlerin optimal fiyat politikaları grafiği

Algoritma sonucunda her  $t$  anında ve her  $s_t$  stok düzeyinde ne karar verileceği bellidir. Bir ürüne ait stok düzeyi en fazla 900 adet olabileceğinden ve her durum için 4 olası karar uygulandığından, değerlendirilen durum sayısı  $900 \times 4 = 3600$  adettir. Demek ki her durum için 3600 tane de geçiş olasılığı hesaplanmıştır.

Bunu aralarında korelasyon olan  $k$  tane ürün için yapacak olursak;

$\underbrace{900 \times \dots \times 900}_k \times \underbrace{4 \times \dots \times 4}_k = 3600^k$  tane durum oluşacaktır. Durum sayısı kadar geçiş olasılığının hesaplanması gerektiğinden dinamik programlama ile bu problemi çözmemiz mümkün olmayacaktır. Bu nedenle tüm durum uzayının ve geçiş olasılıklarının hesaplanmasına gerek duyulmayan ödüllü öğrenme (reinforcement learning) kullanılmıştır.



## 7. STOKASTİK TALEP ALTINDA ÇOKLU ÜRÜN KALICI İNDİRİM ENİYİLEMESİ

Bu bölümde çoklu ürün kalıcı indirim eniyilemesi modeli sunulacaktır. Projemizde perakendecilik sektöründe karşılaşılan, kalıcı indirim eniyileme problemi olarak adlandırılan bir çok aşamalı problemi ele alınmıştır. Uygulaması bir giyim firması olan LC Waikiki'de gerçekleştirilmiştir. Ürün çeşidi çok fazla olduğu için hangi ürünün hangi ürüne ikame, hangi ürüne tamamlayıcı olduğu gibi bilgiler bu etkileri analiz edeceğimiz için önem taşımaktadır.

LC Waikiki firmasından elde edilen satış verilerinde ürünlere ait başlangıç stok düzeyleri, hangi haftalarda ne kadar satış yapıldığı ve ne fiyata satıldıkları gibi bilgiler yer almaktadır. Bu veriler SAS yazılımı ile analiz edilmiş ve aralarında pozitif ve negatif ilişki bulunan ürünler bir araya getirilerek çoklu ürün grupları oluşturulmuştur. Çoklu grup bulmada şöyle bir yaklaşım kullanılmıştır: Temel (basic) ürünler (satış miktarı mevsimsellikten etkilenmeyen ürünler) inceleme dışı bırakılmıştır. Bu tür ürünlerde kalıcı indirim politikaları uygulanmamaktadır. Bu yüzden ürün kümesi filtrelenmiş ve kalıcı indirim politikası uygulanan ürünler firma yetkilileriyle yapılan görüşmelerden sonra belirlenmiştir. Bu yaklaşımda aşağıdaki adımlar izlenmiştir.

1. Bu ürünler satış rakamlarına göre azalan şekilde sıralanmış ve en çok satan üründen itibaren grup oluşturma işlemine başlanmıştır.
2. Ürün kümesinden seçilen bir ürün için bu kümede yer alan diğer ürünlerle en yüksek desteğe sahip olduğu iki pozitif ilişki seçilir.
3. İkinci adımda seçilen bu ürün için geri kalan ürünler arasında negatif ilişkiye sahip olduğu iki ürün daha seçilir. Böylelikle ilgilenilen ürün için iki pozitif ve iki negatif ilişki bulunmuş ve en fazla beş üründen oluşan bir grup bulunmuştur.
4. İkinci ve üçüncü adım var olan tüm ilişkileri çıkarmak için tekrar edilir.

Sonuç olarak 600 ürün arasında kalıcı indirim uygulanabilecek 55 ürünü kapsayan bir alt küme bulunmuştur. Diğer adımların da birkaç kez tekrarı sonucunda çoklu ürün grupları elde edilmiştir.

Bir ürünün fiyatı arttığında diğer ürünün talebinde bir artış gözleniyorsa, bu ilişki negatif bir ilişkidir ve bu ürünlere ikame ürünler denir. Ama diğer ürünün talebinde bir azalma gözleniyorsa, bu ilişki pozitif bir ilişkidir ve bunlara tamamlayıcı ürünler denir.

Projemizde 2 ve 3 ürüne sahip çoklu ürün grupları incelenmiştir. Yaklaşık Değer Yineleme (YDY) ve SARSA algoritmasından elde edilen sonuçların karşılaştırılmasının yanı sıra her dönem talebin bilindiği

farz edilerek oluşturulan doğrusal olmayan (non linear) deterministik problem GAMS yazılımı ile modellenmiş, DICOPT çözücüsü ile çözülmüş ve sonuçları diğer algoritma sonuçları ile kıyaslanmıştır. İlerleyen bölümlerde deterministik model anlatıldıktan sonra, önerilen diğer algoritma analizlerine yer verilecektir.

### 7.1. Stokastik Eniyileme Modeli

Çoklu ürün gruplarında yer alan ürünler arasında korelasyon olacağından, bir ürünün optimal indirim politikası diğerini etkilemektedir. Bu sebepten dolayı bu şekilde çoklu ürün gruplarında yeralan ürünlerin optimal fiyatlandırma politikalarına birlikte karar verilmelidir. Amacımız hangi envanter düzeyinde hangi indirim kararlarının alınacağıdır.  $s_{jt}$   $t$  anında  $j$  ürününe ait envanter düzeyini,  $a_{jt}$ ,  $t$  anında  $j$  ürününe ait fiyat kararını gösterebilir. İndirim kısıtı altında  $t$  anında verilen karar,  $a_{jt}$ , bir önceki dönemde verilen karardan  $a_{j,t-1}$ , büyük olamaz.  $t$ 'nci dönemde oluşan talep miktarı, o dönemde uygulanan fiyat olan  $a_{jt}$ 'ye bağlı olduğundan, geçiş olasılıklarını belirlemek için ürünlerin envanter düzeyleri ve ürün fiyatları olan  $a_{jt}$ 'lerin bilinmesi gereklidir. Bu nedenle sistem durumunun bileşenleri ürünlere ait envanter düzeyleri ve bir önceki dönem ürün fiyatlarıdır. Dolayısı ile sistem durumu  $S_t$ , eğer çoklu ürün grubu  $k$  tane üründen oluşuyorsa,

$$S_t = (s_{1t}, s_{2t}, \dots, s_{kt}, a_{1,t-1}, a_{2,t-1}, \dots, a_{k,t-1})$$

olacaktır.

$S_t$  durumunun olası kararlar kümesi  $A(S_t)$  ise

$$A(S_t) = \{a_{1t}, a_{2t}, \dots, a_{kt} : a_{1t} \leq a_{1,t-1}, a_{2t} \leq a_{2,t-1}, \dots, a_{kt} \leq a_{k,t-1}\}.$$

olacaktır. Eğer çoklu ürün grubunda 4 adet ürün varsa ve her birinin maksimum envanter düzeyi 5000 adet ise ve 5 farklı indirim oranı uygulanıyorsa, toplam durum sayısı  $5000^4 \times 5^4 \cong 3.9 \times 10^{17}$  olacaktır. Ürün sayısı arttıkça bu sayı daha da artacaktır. Bu problemi klasik dinamik programlama ile çözmemiz mümkün olmayacağı için çoklu ürün stokastik talep kalıcı indirim eniyileme probleminin çözümünde ödüllü öğrenme (ÖÖ), diğer adıyla yaklaşık dinamik programlama kullanılmıştır.

Çözüm yöntemi olarak iki algoritma kullanılmıştır. Birincisi ÖÖ algoritmalarından politikaya bağlı SARSA Algoritması, ikincisi Yaklaşık Değer Yineleme (YDY) Algoritmasıdır. Optimal  $\pi$  politikası her  $S_t$

durumu için  $\pi(S_t) = [a_{1t}^*, a_{2t}^*, \dots, a_{kt}^*]$  dir. Burada  $a_t^* = \arg \max_{a_t} (Q(S_t, a_t))$  şeklinde hesaplanır.  $t$

anında  $S_t$  durumunda olduğumuzu düşünelim. Yeni bir  $a_t$  kararı alındığında,  $D_t$  talebi oluşmakta ve sistem durumu  $S_t'$  den  $S_{t+1}$  durumuna geçiş yapmaktadır. Bu geçiş fonksiyonu

$$S_{t+1} = (S_t, a_t, D_t(a_t))$$

olacaktır. Modelimizde karşılanamayan talep bir sonraki döneme aktarılmamakta ve kayıp olarak görülmektedir.  $t$  dönemi talebi gerçekleştiğinde  $j$  ürününün envanter düzeyi, bir sonraki dönemde  $s_{j,t+1} = \max(0, s_{jt} - D_{jt})$  olacaktır. Bu stokastik eniyileme probleminin amacı kârı enbüyükleyen optimal politikaya karar vermektir:

$$\max_{\pi} E \left[ \sum_{t=1}^T Q^{\pi}(S_t, a_t^{\pi}) \right]$$

Sürekli optimizasyon problemlerinin çözümünde, amaç fonksiyonunun nasıl davrandığını bilmek önemlidir. Aynı şekilde kesikli optimizasyon problemlerde de fonksiyonun nasıl davrandığını bilmemiz gerekir. Eğer ele alınan problem enbüyükleme problemi ise, fonksiyonun süpermodüler olup olmadığı önemlidir. Eğer fonksiyonunun, süpermodüler olduğunu gösterirsek, konkav olduğunu göstermiş oluruz.

**Teorem 1:** Fonksiyon süpermodüler ise, konkav bir fonksiyondur.

**İspat 1:**  $s^+ \geq s^-$  olan iki durum ve  $a^+ \geq a^-$  olan iki karar olduğunu farz edelim. Süpermodüler tanımına göre,  $g(s, a)$  fonksiyonu süpermodüler ise,

$$g(s^+, a^+) + g(s^-, a^-) \geq g(s^+, a^-) + g(s^-, a^+). \quad (7.1)$$

olarak ifade edilir. Benzer şekilde, bu kısıtı

$$g(s^+, a^+) - g(s^+, a^-) \geq g(s^-, a^+) - g(s^-, a^-)$$

şeklinde de yazabiliriz ki, bu ifade  $s$  değiştiğinde  $a$ 'daki değişimi göstermektedir. Aşağıda verilen  $v_t(S_t)$  değer fonksiyonunun, süpermodüler olduğunu göstermek için,  $r_t(S_t, a_t)$  gelir fonksiyonu ve  $\sum_{s'} P(s' | S_t, a_t) v_{t+1}(s')$  ifadesinin süpermodüler olduğunu göstermemiz gerekir.



**Yardımcı Önerme 1:**  $p_j, p'_j, j \in J$  aşağıdaki eşitsizliği sağlayan her  $j$  için tanımlı bir olasılık olsun.

$$\sum_{j=j'}^{\infty} p_j \geq \sum_{j=j'}^{\infty} p'_j, \quad \forall j' \in J$$

Ve  $v_j$  azalan bir fonksiyon olsun. O zaman aşağıdaki eşitsizlik sağlanır.

$$\sum_{j=j'}^{\infty} p_j v_j \geq \sum_{j=j'}^{\infty} p'_j v_j,$$

**İspat:**  $v_{-1} = 0$  olsun.

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^{\infty} p_j v_j &= \sum_{j=0}^{\infty} p_j \sum_{i=0}^j (v_i - v_{i-1}) \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} (v_j - v_{j-1}) \sum_{i=j}^{\infty} p_i \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} (v_j - v_{j-1}) \sum_{i=j}^{\infty} p_i + v_0 \sum_{i=0}^{\infty} p_i \\ &\geq \sum_{j=1}^{\infty} (v_j - v_{j-1}) \sum_{i=j}^{\infty} p'_j + v_0 \sum_{i=0}^{\infty} p'_j \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} p'_j v_j \end{aligned}$$

Böylelikle yardımcı önerme 1 sağlanmış olur.

**Önerme 1:** Farz edelim ki,

- $r_t(S_t, a_t)$  azalan bir fonksiyon
- $r_T(S_T, a_T)$  azalan bir fonksiyon
- $\sum_{S' \geq S_t} P(S' | S_t, a_t)$  azalan bir fonksiyon

olsun. O zaman  $v_t(S_t)$  değer fonksiyonu da azalan bir fonksiyondur.

**İspat:** Bu ispatı tüme varımla yapabiliriz. Son periyotta  $v_T(S_T) = r_T(S_T, a_T)$  olduğundan,  $t = T$  varsayımı ile sonuca varabiliriz. Gelir fonksiyonunun süpermodüler olduğunu göstermiştik. Tüme

varımdan yola çıkarak  $t+1$  için  $v_{t+1}$  fonksiyonun süpermodüler olduğunu kabul edersek  $v_t$  için doğruluğunu göstermemiz gereklidir.  $a_t^*(S_t)$  aşağıdaki denklemi çözen optimal karar olsun.

$$\begin{aligned} v_t(S_t) &= \max_{a_t \in A(S_t)} \left\{ r_t(S_t, a_t) + \gamma \sum_{s'} P(s' | S_t, a_t) v_{t+1}(s') \right\} \\ &= r_t(S_t, a_t^*(S_t)) + \gamma \sum_{s'} P(s' | S_t, a_t^*) v_{t+1}(s') \end{aligned}$$

$\hat{s} \geq s$  ise, (c) durumu  $\sum_{s' \geq s} P(s' | s, a) \leq \sum_{s' \geq s} P(s' | \hat{s}, a)$  olduğunu belirtmektedir.

Yardımcı önerme 1 ile yukarıdaki durumun doğruluğunu göstermiştik.  $v_{t+1}(s')$  fonksiyonu da azalan bir fonksiyon ise (tüme varım hipotezinin varsayımı),

$$\sum_{s' \in S} P(s' | s, a) v_{t+1}(s') \leq \sum_{s' \in S} P(s' | \hat{s}, a) v_{t+1}(s')$$

olur. Bu eşitsizliği önermenin (a) durumu ile birleştirecek,

$$\begin{aligned} v_t(s) &\leq r_t(s, a_t^*(s)) + \sum_{s' \in S} P(s' | s, a) v_{t+1}(s') \\ &\leq \max_{a \in A} \left\{ r_t(\hat{s}, a_t^*(\hat{s})) + \sum_{s' \in S} P(s' | \hat{s}, a) v_{t+1}(s') \right\} \\ &= v_t(\hat{s}) \end{aligned}$$

eşitsizliğini elde ederiz. Bu sonuçla da, önerme 2' nin (b) durumunu göstermiş oluruz.

**Önerme 2:** Eğer

a.  $q_t(s, a) = \sum_{s' \geq \bar{s}} P(s' | s, a)$  süpermodüler ise

b.  $v(s)$  azalan bir fonksiyon ise

$\sum_{s' \in S} P(s' | s, a) v(s')$  ifadesi süpermodüler bir fonksiyondur.

**İspat:** Geçiş fonksiyonunun süpermodüler olmasını aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$\sum_{s' \geq \bar{s}} P(s' | s^+, a^+) + \sum_{s' \geq \bar{s}} P(s' | s^-, a^-) \geq \sum_{s' \geq \bar{s}} P(s' | s^+, a^-) + \sum_{s' \geq \bar{s}} P(s' | s^-, a^+)$$

Yukarıdaki ifadeleri kısaca aşağıdaki gibi yazarsak,

$$p_{\bar{s}} = \sum_{s' \geq \bar{s}} P(s' | s^+, a^+) + \sum_{s' \geq \bar{s}} P(s' | s^-, a^-)$$

$$p'_{\bar{s}} = \sum_{s' \geq \bar{s}} P(s' | s^+, a^-) + \sum_{s' \geq \bar{s}} P(s' | s^-, a^+)$$

yardımcı önerme 1' i kullanarak  $p_{\bar{s}}v(s') \geq p'_{\bar{s}}v(s')$  diyebiliriz. Bu da  $\sum_{s' \in S} P(s' | s, a)v(s')$  ifadesinin

süpermodüler olduğunu gösterir. Sonuç olarak  $r(s, a)$  gelir fonksiyonu ve  $\sum_{s' \in S} P(s' | s, a)v(s')$

fonksiyonu süpermodüler olduğundan,  $v_t(s)$  fonksiyonu süpermodülerdir.

**Yardımcı Önerme 2:**  $v_t(s)$  süpermodüler ise,  $a_t^*(s) = \max \left\{ a' \in \arg \max_a (v_t(s)) \right\}$  monoton ve  $s'$  e

göre azalmayan bir ifadedir.  $v_t(s)$  fonksiyonu her  $s$  için tek bir optimal karara sahipse, bu ifadeyi aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$a_t^*(s) = \max_a (v_t(s))$$

**İspat:**  $s^+ \geq s^-$  olsun ve  $a^*(s^-) \geq a$  olan bir karar seçtiğimi farz edelim.  $a_t^*(s)$  s verildiğinde  $a'$  nın en iyi değeri olduğundan,

$$v(s^-, a^*(s^-)) - v(s^-, a) \geq 0$$

olacaktır. Süpermodüler özelliği aşağıdaki özelliği gerektirdiğinden

$$v(s^-, a) + v(s^+, a^*(s^-)) \geq v(s^-, a^*(s^-)) + v(s^+, a)$$

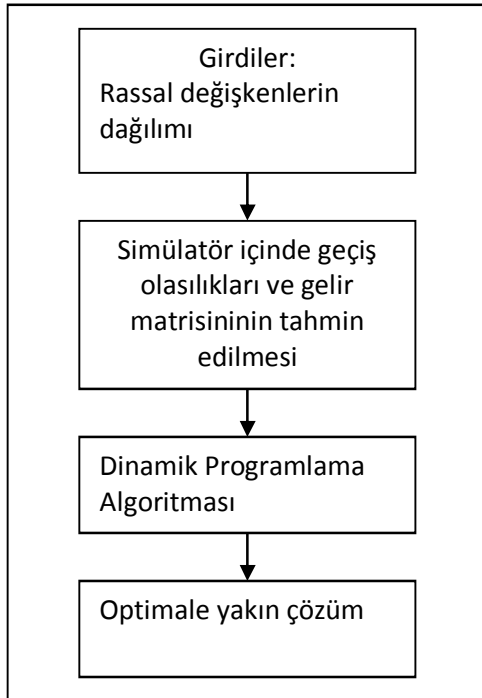
$$v(s^+, a^*(s^-)) \geq \underbrace{v(s^-, a^*(s^-)) - v(s^-, a)}_{>0} + v(s^+, a)$$

$$\geq v(s^+, a)$$

açıkça,  $v(s^+, a^*(s^+)) \geq v(s^+, a^*(s^-))$  olduğunu görebiliriz çünkü  $a^*(s^+)$  kararı  $v(s^+, a)$  değer fonksiyonunu eniyiler. Yani,  $a^*(s^+) \geq a^*(s^-)$ ' dir. Dolayısıyla,  $v(s)$  değer fonksiyonu konkavdır.

## 7.2. Yaklaşık Dinamik Programlama ve SARSA Algoritmaları

Proje kapsamında geliştirilen stokastik en iyileme modeli, yaklaşık dinamik programlama yaklaşımı kullanılarak çözülmüştür. Yaklaşık dinamik programlama (YDP), durum uzayının çok büyük olduğu durumlarda kullanılan benzetim tabanlı bir eniyileme yöntemidir. Yöneylem araştırması literatüründe YDP olarak adlandırılan benzetim tabanlı bu yöntemler, yapay zeka yazınında ödüllü öğrenme olarak adlandırılmaktadır. Her ne kadar iki literatürde geliştirilen yöntemler arasında farklılıklar bulunsa da, temel yaklaşım aynıdır: Her ikisinde de durumlar arası geçiş olasılıkları benzetim kullanılarak hesaplanmaktadır. (Powell, 2007). Şekil 73 , benzetim yardımı ile markov karar süreçlerinin eniyileme adımlarını göstermektedir:



Şekil 73 Simülâtör içinde MDP'nin çözüm yöntemi adımları

Projenin odağı olan birden fazla ürün ve bu ürünler arasında ikame ilişkisinin bulunduğu durumda, stokastik eniyileme problem aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\max_{\pi} E \left[ \sum_{t=1}^T R_t^{\pi}(s_t, \mathbf{p}_t^{\pi}) \right] \quad (7.2)$$

Ancak, çoklu ürün durumunda, optimal fiyat politikası  $\pi = [\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_T]$  oluşturan haftalık optimal fiyat vektörlerinin her biri,  $m$  ürün sayısı olmak üzere,  $m \times 1$  boyutunda olacaktır. Ayrıca, her bir ürüne ait  $t$ 'nci hafta stok düzeyini gösteren  $s_t$  de benzer şekilde  $m \times 1$  boyutunda olacaktır. Eğer



$i$ 'nci ürünün maksimum stok miktarını  $s_i^{\max}$  ile gösterecek olursak, çoklu ürün stokastik optimizasyon problemindeki durum uzayındaki eleman sayısı  $\prod_{k=1}^m (s_k^{\max} + 1)$  olacaktır. (sıfır stok bulunduğu durumu da göz önünde bulundurduğumuzda) Örneğin, çözmek istediğimiz stokastik optimizasyon probleminde 5 ürün var ise ve her bir üründen herhangi bir haftada bulundurulabilecek maksimum stok miktarı 1000 ise (ki birçok ürün için 1000'den çok fazla ürün bulundurmak gerekmektedir.) durum uzayındaki eleman sayısı  $(1001)^5$  olur. Bu bürüklükteki bir markov karar süreci probleminin geleneksel çözüm yöntemleri olan değer yineleme (value iteration), değiştirilmiş değer yineleme (modified value iteration), politika yineleme (policy iteration) yöntemleri ve bunların çeşitli versiyonları yardımı ile çözmek imkansızdır. Bu nedenle (7.2)'nin çözümünde yaklaşık dinamik programlama ve yapay zeka literatüründe yaygın olarak kullanılan bir ödüllü öğrenme yöntemi olan SARSA yöntemi kullanılmıştır. Şekil 74, Yaklaşık Dinamik Programlama ile Klasik Dinamik Programlama arasındaki ilişki ve farklılıklar gösterilmiştir.

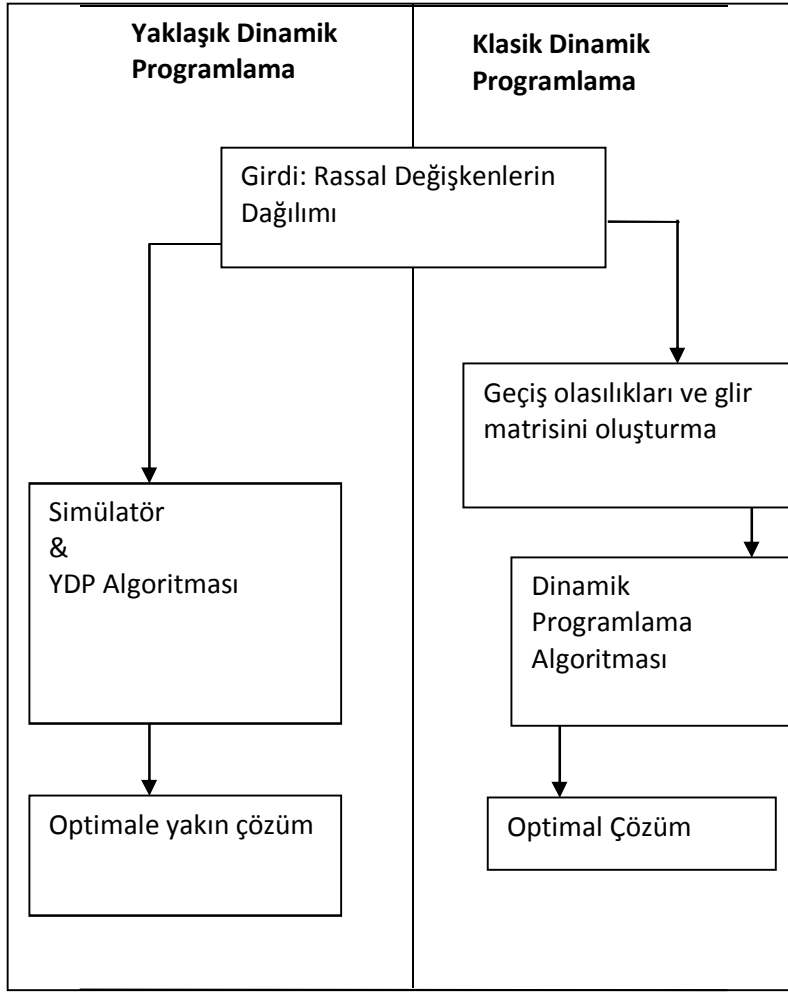
Bölüm 7.2.1'de yaklaşık dinamik programlama yöntemi, ve bölüm 7.2.2'de ise SARSA yöntemi anlatılmakta, Bölüm 7.3'de ise bu yöntemler kullanılarak kalıcı indirim en eniyilemesi gerçekleştirilmekte ve sonuçlar irdelenmektedir.

### 7.2.1 Yaklaşık Dinamik Programlama (YDP)

Yaklaşık Dinamik Programlama yöntemi, durum uzayının büyük olduğu stokastik eniyileme problemlerini çözmeye kullanılan bir yöntemdir. Yöntemin temeli dinamik programlamada olduğu gibi Bellman Denklemine dayanır:

$$V_t(i) = \max_{x_t} \left( C(i, x_t) + \gamma \sum_{j \in S} p(j|i, x_t) V_{t+1}(j) \right) \quad (7.3)$$

Dinamik programlamada,  $V_t(i)$  değer fonksiyonunu ileri veya geri özyineleme (recursion) yardımıyla hesaplamak mümkündür. Ancak bu hesaplama genellikle son periyottan ilk periyoda doğru yapılır ve genellikle geriye doğru dinamik programlama olarak adlandırılır.  $V_t(i)$ 'yi durum uzayındaki tüm  $i \in S$  için hesaplamak gerektiğinden,  $x_t$  kararı alındığında  $i \in S$ 'den  $j \in S$ 'ye tek adım geçiş olasılıkları  $p(j|i, x_t)$ 'leri içeren tek adım geçiş olasılıkları matrisi  $P$  hafızada çok fazla yer kaplayacaktır. Dinamik programlamada "boyutun laneti" (curse of dimensionality) olarak bilinen bu problem yaklaşık dinamik programlama yöntemleri ile çözülmeye çalışılır.



**Şekil 74 YDP ve DP arasındaki farklılıklar (Gosavi, 2003)**

Yaklaşık Dinamik Programlamada temel prensip, değer fonksiyonu  $V_t(i)$  nin yerine yaklaşık değer fonksiyonu  $\bar{V}_t(i)$  nin kullanılmasıdır. ADP'nin dinamik programlamadan diğer bir farkı ise yaklaşık değer fonksiyonu  $\bar{V}_t(i)$  nin sondan başa değil de baştan sona doğru hesaplanmasıdır. ADP'de herhangi bir  $s_0$  durumu ile başlanır ve belirli bir  $w \in \Omega$  örnek patikası izlenir. Bu işlem tekrarlanarak devam eder.  $n-1$ 'inci yinelenmeden sonra  $t$  anında  $i$  durumunda bulunmanın yaklaşık değeri olan  $\bar{V}_t^{n-1}(i)$  'yi elde etmiş oluruz.  $n$ . örnek patikası  $w^n$ 'e ait en iyi karar dizisi  $(x_0^n(s_0), x_1^n(s_1), \dots, x_T^n(s_T))$  'yi belirlemek için  $\bar{V}_t^{n-1}(i)$  yaklaşık değerleri kullanılır. Örneğin,  $n$ 'inci yinelenmeye  $t$  anında  $s_0$  durumunda başladığımızı varsayalım.  $x_t$  en iyi kararını bulabilmek için

$$x_t = \arg \max_{x \in X_t} \left( C(s_0, x_t) + \gamma E \left\{ \bar{V}_{t+1}^{n-1}(j) \mid s_0 \right\} \right) \quad (7.4)$$

denklemini çözmemiz gerekir. Dinamik programladaki en büyük zorluk (7.4)'teki beklenen değerin hesaplanmasıdır. Bir an için her  $x \in X_t$  kararı için  $p(j|i, x_t)$  olasılıklarını içeren tek adım geçiş matrislerini bildiğimizi varsayalım. Dolayısı ile (7.4)'ü

$$x_t = \arg \max_{x \in X_t} \left( C(s_0, x) + \gamma \sum_{j \in S} P_t(j | s_0, x) \bar{V}_{t+1}^{n-1}(j) \right) \quad (7.5)$$

şeklinde yazabiliriz.  $\bar{V}_t^n(i)$  yaklaşık değer fonksiyonunu durum uzayındaki tüm durumlar için hesaplamak neredeyse imkansız olduğu için ( aslında (7.4) veya (7.5)'deki beklenen değeri de hesaplamak kolay değildir. Ancak bir an için hesaplayabildiğimizi düşünelim ) n'inci yinelenme için bir rastgele bir örnek patikası  $w^n$  belirleyebilir ve değer fonksiyonu  $\bar{V}_t^n(i)$ 'yi sadece bu değerler için güncelleyebiliriz. Örnek patikasının rastgele belirlenmesi genellikle *Monte Carlo Benzetimi* olarak adlandırılır. Örnek patikası kavramı, ADP'nin temelini oluşturur. n'inci yinelemeden sonra (7.4)'deki beklenen değerini, n'inci yinelemede ziyaret edilen durumların güncellenmiş değer fonksiyonu,  $\bar{V}_t^n(i)$ 'yi kullanarak, ziyaret edilmemiş durumlar için ise, bir önceki yinelemedeki  $\bar{V}_t^{n-1}(i)$  değer fonksiyonu kullanarak hesaplayabiliriz. n'inci yinelemede ziyaret edilmiş olan herhangi bir  $i$  durumu için  $\bar{V}_t^n(i)$  (7.3) yardımı ile hesaplanır. Artık tüm durumları kapsayan bir döngü kurmak zoruda kalınmamaktadır. Her yinelemede T+1 adet durum ziyaret edilmektedir. Ancak, her yinelemede sadece  $w^n$  örnek patikasındaki durumların ziyaret edilmesi çözülmesi gereken başka problemler yaratır. Bunlar,

- 1) (7.4) nolu denklemdeki beklenen değeri hesaplamak için hala tek adım geçiş matrisi  $P(x)$ 'nin kullanılmasını gerektirir. Bu da neredeyse, tüm durum uzayını göz önünde bulundurduğumuz durum kadar zor bir durumdur. Çünkü eğer karar değişkenleri olan  $x_t$ , k boyutlu bir vektör ise her  $i$  durumu için k tane tek adım geçiş matrisine ihtiyaç olacaktır.
- 2) Yukarıda bahsettiğimiz gibi sadece ziyaret ettiğimiz durumların değer fonksiyonlarını güncellemekteyiz. n'inci yinelemede ziyaret etmediğimiz durumların değer fonksiyonlarını da tahmin etmememiz gerekir.
- 3) Bazı durumları hiçbir zaman ziyaret etmemek mümkündür. Milyonlarca durumun olduğu bir problemde bin yineleme gerçekleştirdiğimizde ziyaret edilmemiş birçok durum olacaktır. Ziyaret etmediğimiz bir durumun çok iyi sonuçlar verdiğini hiçbir zaman fark edemeyebiliriz. Şimdi, tek adım geçiş matrisi,  $P(x)$ 'yi kullanmaya gerek olmaksızın değer fonksiyonunu nasıl güncelleyebileceğimiz problemini ele alalım. Bunun için birçok yaklaşım bulunmakla birlikte,  $\bar{V}_t^n(i)$ 'ni hesaplamamanın en basit yolu, t+1 anında ortaya çıkacak olan rastgele bilginin (örneğin talep) ne olabileceğini tahmin etme amacıyla bir rastgele örnek patikaları kümesi

türetmektir. Türetilen bu örnek patikalar kümesini  $\hat{\Omega}_{t+1}$  olarak adlandıralım.  $p_{t+1}(\hat{w})$  ise bu kümenin elemanı olan  $\hat{w}_{t+1}$  örnek patikasın olasılığı olsun. Bu durumda  $t$  anında  $i$  durumunda olmanın değer fonksiyonunu yaklaşık olarak,

$$\hat{v}_t^n(i) = \max_{x_t \in X_t} \left\{ C(i, x_t) + \gamma \sum_{\hat{w} \in \hat{\Omega}_{t+1}^n} p_{t+1}(\hat{w}) \bar{V}_{t+1}^{n-1}(j, x_t, w_t) \right\} \quad (7.6)$$

(7.6)'da  $p_{t+1}(\hat{w})$  olasılığını hesaplamak için  $\hat{\Omega}_{t+1}^n$  örnek patika kümesinin tüm gerçeklenmelerini türetmek gerekmektedir. Türetilen bu tüm gerçeklenmeler kümesine "lookup tablosu" denir. Eğer  $N$  tane örnek patikası türetilmiş ve her bir örnek patikası birbirinden farklı ise, ( ki bir çok durumda böyledir)  $p_{t+1}(\hat{w})$  olasılığı,  $1/N$  olacaktır.

$n-1$ 'inci yinelemede elde edilen yaklaşık değer fonksiyonu değeri  $\bar{V}_{t+1}^{n-1}(i)$  ile  $n$ 'inci yinelemede elde edilen  $\hat{v}_t^n(i)$  değeri arasındaki fark olan  $\varepsilon_t^n(i) = \hat{v}_t^n(i) - \bar{V}_t^{n-1}(i)$ 'ye Bellman hatası denir. Burada;  $\hat{v}_t^n(i)$ ,  $n$ 'inci yinelemede ortalaması  $\bar{V}_t^{n-1}(i)$  olarak tahmin edilmiş olan bir dağılımdan çekilen gözlem değeri olarak düşünülebilir. Ancak,  $\bar{V}_{t+1}^{n-1}(j)$  değerleri yaklaşık değerler olduğundan  $\hat{v}_t^n(i)$  gözlem değeri yanlı (biased) bir gözlem değeridir.  $\hat{v}_t^n(i)$ 'yi hesaplamak için  $\hat{\Omega}_{t+1}$ 'den rastgele bir patika örneklediğimiz için  $\bar{V}_{t+1}^{n-1}(j)$  değeri kesin olsa bile  $\hat{v}_t^n(i)$ 'nin tahmininde örneklemeden kaynaklanan bir hata olacaktır. Bu nedenle,  $\bar{V}_t^n(i)$ 'nin, yani  $i$  durumunda bulunmanın değer fonksiyonunun  $n$ 'inci yinelemedeki tahmini değeri

$$\bar{V}_t^n(i) = (1 - \alpha_{n-1}) \bar{V}_t^{n-1}(i) + \alpha_{n-1} \hat{v}_t^n(i) \quad (7.7)$$

şeklinde güncellenir. Yani  $\bar{V}_t^n(i)$ ,  $n-1$ 'inci iterasyondaki  $\bar{V}_t^{n-1}(i)$  ile  $n$ 'inci iterasyondan elde edilen  $\hat{v}_t^n(i)$  değerlerinin doğrusal kombinasyonudur. (7.7)'de  $\alpha_{n-1}$ 'e adım büyüklüğü denir ve genellikle  $[0,1]$  arasında değerler alır. Burada yapmaya çalıştığımız şey, örnekleme hatası içeren  $\hat{v}_t^n(i)$  değerlerini kullanarak, bu gözlem değerlerinin geldiği dağılımın ortalaması olan  $\bar{V}_t^{n-1}(i)$ 'nin yaklaşık değerini bulmaktır. (7.7)'de ifade edilen düzeltmeye ihtiyacımız olmasının nedeni, beklenen değere yaptığımız yaklaştırım ( approximation ) nedeni ile  $\hat{v}_t^n(i)$  değerinde rassallık oluşmasıdır. Bu rassallığın nedeni yukarıda da belirtildiği gibi örnek bir patikanın rastgele seçilmesidir. Eğer  $\sum_{j \in S} p(j|i, x_t) \bar{V}_{t+1}^{n-1}(j)$  beklenen değeri kesin olarak hesaplayabilseydik, (7.6)'nolu denklem

$$\hat{v}_t^n(i) = \bar{V}_t^n(i) = \max_{x_t} (C(i, x_t) + \gamma \sum_{j \in S} p(j | i, x_t) V_{t+1}^{n-1}(j)) \quad (7.8)$$

halini alacak ve  $\hat{v}_t^n(i)$ 'de örnekleme hatası olmayacak ve örnekleme hatasını düzeltmek için  $\bar{V}_t^{n-1}(i)$  değer fonksiyonu değerini kullanmak zorunda kalmayacaktık. Yani, (7.7)' nolu denklemde  $\alpha_{n-1} = 1$  olacaktır. (7.3)'nolu denklemde verilen *Bellman Denklemi*deki beklenen değer, (7.6)'daki gibi yaklaşıldığı durumda YDP algoritması Şekil 75'te gösterilmiştir.

**Adım 0. Ön Değer Atama:**

**Adım 0a.** Tüm  $s_t$  durumları için ilk  $\bar{V}_t^0(S_t)$  değerlerini ata

**Adım 0b.** Herhangi bir  $S_0^1$  durumu seç

**Adım 0c.**  $n = 1$

**Adım 1.** Bir  $w^n$  örnek patikası seç

**Adım 2.** Her  $t = 0, 1, 2, \dots, T$  için aşağıdaki işlemleri yap:

**Adım 2a.**  $t$  ile  $t+1$  arasında gelen bilgiyi gösteren rastgele  $\hat{\Omega}_{t+1}^n \subset \Omega$  gerçeklemler türet.

**Adım 2b.**  $\hat{v}_t^n(S_t) = \max_{x_t \in X_t^n} \left\{ C(S_t, x_t) + \gamma \sum_{\hat{w} \in \hat{\Omega}_{t+1}^n} p_{t+1}(\hat{w}) \bar{V}_{t+1}^{n-1}(S_{t+1}) \right\}$  değer fonksiyonunu çöz ve

$S_t$  durumu için en iyi karar  $x_t^*$ 'ı bul. Burada  $S_{t+1} = S^M(S_t, x_t, W_{t+1}(\hat{w}))$  sistem denklemi ile ifade edilebilir.

**Adım 2c.**  $\bar{V}_t^{n-1}(S_t^n)$  değerini güncelle:

$$\bar{V}_t^n(S_t) = \begin{cases} (1 - \alpha_{n-1}) \bar{V}_t^{n-1}(S_t^n) + \alpha_{n-1} \hat{v}_t^n & S_t = S_t^n \\ \bar{V}_t^{n-1}(S_t) & \text{Diğer} \end{cases}$$

**Adım 2d.**  $S_{t+1}^n = S^M(S_t^n, x_t^n, W_{t+1}(w^n))$  yi hesapla

**Adım 3.**  $n = n + 1$ .  $n < N$  ise, adım 1'e git.

**Şekil 75 YDP Algoritması**

Şekil 75'te verilen algoritmanın Ön değer atama adımı olan 0.'inci adımında, durum uzayındaki tüm durumlara bir başlangıç değeri atanır ve ilk yinelemeye başlanır. Adım 1'de rastgele bir örnek patikası  $w^n$  türetilir. İkinci adımda,  $t$ 'ninci dönemde gelen rassal bilgiyi (örneğin talep) temsil edilen gerçeklemler olan  $\hat{\Omega}_{t+1}^n$  türetilir ve  $w^n = (w_0^n, \dots, w_t^n, \dots, w_T^n)$ 'nin bir bileşeni olan,  $t$ 'ninci

dönemdeki rastgele bilginin gerçekleşmesi olan  $w_t^n$ 'in olasılığı,  $\hat{\Omega}_{t+1}^n$ 'ye bakarak hesaplanır ve  $\hat{v}_t^n(S_t)$  değer fonksiyonunu en büyükleyen en iyi karar  $x_t^*$  bulunur.  $S_t = i$  durumundayken,  $w_t^n$  rastgele bilgisi gerçekleştiğinde ve  $x_t$  kararı alındığında, t+1'inci dönemde içerisinde bulunacağımız durum,  $p_{t+1}(\hat{w})$  olasılığı ile  $S_{t+1} = j$  olacaktır. Adım 2'de ise, (7.7)'nolu denklemde gösterdiğimiz gibi  $\bar{V}_t^n(S_t)$  değeri için düzeltme gerçekleştirilir. n'inci yinelenmede optimal karar değişkenini bulmaya çalıştığımız  $S_t$  durumu için bu düzeltme (7.6) nolu denklemde gösterildiği gibi, n'ninci yinelenmede başlangıç durumu  $S_0^1$ 'den erişilemeyen diğer durumlar için ise bir önceki iterasyondaki  $\bar{V}_t^{n-1}(S_t)$  değeri alınır ve yineleme sayısı N'den küçük ise adım1'e geri dönülür.

## 7.2.2 SARSA Algoritması

SARSA algoritması, yaklaşık optimal politikalar dinamik programlamada (YDP) olduğu gibi politika yineleme fikrine dayanmaktadır. Politika yinelemede, hem yaklaşık bir politika hem de yaklaşık değer fonksiyonu bulunur. Değer fonksiyonu o anki politika için değer fonksiyonunu daha doğru bulabilmek için sürekli değişir, ve politika da aynı şekilde o anki değer fonksiyonuna göre sürekli iyileşir.

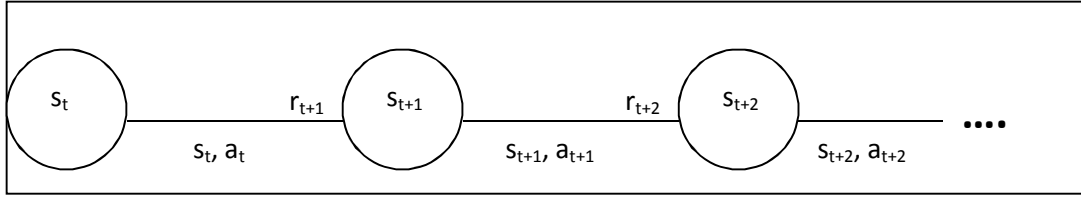
Bu değerlendirme ve iyileştirme operasyonları birbirlerine karşı sürekli bir hedef oluşturarak devam ederler ve sonunda politika ve değer fonksiyonları optimale yaklaşmış olurlar.

Bu yöntemde bir  $\pi_0$  politikası ile başlanır, politika değerlendirme ve politika iyileştirme adımlarını gerçekleştirdikten sonra optimal  $\pi^*$  politikası ve optimal  $Q^*$  karar-değer fonksiyonu ile tamamlanır:

$$\pi_0 \xrightarrow{D} Q^{\pi_0} \xrightarrow{I} \pi_1 \xrightarrow{D} Q^{\pi_1} \xrightarrow{I} \dots \xrightarrow{I} \pi^* \xrightarrow{D} Q^*$$

Politika değerlendirme  $\xrightarrow{D}$  ile, politika iyileştirme de  $\xrightarrow{I}$  ile ifade edilmektedir.

SARSA algoritmasında ilk adım durum-değer (state-value) fonksiyonu yerine karar-değer (action-value) fonksiyonunun öğrenilmesidir. Özellikle politikaya bağlı yöntemler için o anki  $\pi$  politikası altında tüm  $s$  durum ve  $a$  kararları için  $Q^\pi(s, a)$  karar-değer fonksiyonlarının tahmin edilmesi gerekmektedir.  $V^\pi$  değer fonksiyonu tahmin edilirken her durumun değeri sadece o durumdan diğer duruma geçişlerle ifade edilerek öğrenilirdi. Fakat şimdi geçişler durum-karar çiftinden diğer durum-karar çiftine şeklinde olmakta ve durum-karar çiftlerinin  $Q^\pi(s, a)$  değerleri öğrenilmektedir.



**Şekil 76 Durum-Karar Çiftlerinin Sırası**

$t$  anında  $s_t$  durumunda  $a_t$  kararı alındığında sisteme  $r_t$  kadar bir getiri sağlanmakta ve  $t+1$  anında  $s_{t+1}$  durumuna geçilmektedir. Yeni alınan kararlar bir sonraki duruma geçilir ve bu son periyoda kadar bu şekilde devam eder. Böylelikle bir iterasyon gerçekleşmiş olur. İterasyon sayısı ne kadar fazla olursa o kadar çok durum incelenmiş olur ve  $Q(s_t, a_t)$  değerlerine daha çabuk ulaşılır.  $Q(s_t, a_t)$  karar-değer fonksiyonu Robbins-Monro algoritmasına güncellenmektedir (7.9).

$$\begin{aligned} Q(s_t, a_t) &\leftarrow Q(s_t, a_t) + \alpha [r_t + \gamma Q(s_{t+1}, a_{t+1}) - Q(s_t, a_t)] \\ &\leftarrow (1 - \alpha) Q(s_t, a_t) + \alpha [r_t + \gamma Q(s_{t+1}, a_{t+1})] \end{aligned} \quad (7.9)$$

$\alpha$  adım büyüklüğü parametresini,  $\gamma$  da indirim oranını göstermektedir. Tüm politikaya bağlı yöntemlerde olduğu gibi  $Q^\pi$  değerleri sürekli  $\pi$  politikası altında tahmin edilir ve aynı zamanda  $\pi$  politikası  $Q^\pi$ 'ye göre güncellenir. İterasyon bittikten sonra incelenen yani ziyaret edilen durumlara bakılır ve o durumun değerini maksimize eden karar  $\pi$  politikasına atanır:

$$\pi(s) = \arg \max_a [Q(s, a)] \quad (7.10)$$

Algoritma şu şekilde ilerlemektedir: Keyfi bir  $\pi$  politikası belirlendikten sonra  $Q(s, a)$  fonksiyonunun başlangıç değerleri atanır. Daha sonra  $m$  iterasyon için algoritma çalıştırılır. Her  $s$  durumunda bir karar seçilir. Her iterasyondan sonra politika güncellenir.  $\pi$  politikası her iterasyondan sonra güncelenebileceği gibi politika yinelemede olduğu gibi politika değerlendirme kısmı birçok iterasyondanda oluşabilir ve politika daha sonra güncellenebilir. Bizim algoritmamızda politika her iterasyondan sonra güncellenmiştir. SARSA algoritmasının genel hali Şekil 77'de gösterilmektedir.

Adım 0: Keyfi  $\pi$  politikası belirle

Adım 1:  $Q(s, a)$  fonksiyonunun başlangıç değerlerini ata

Adım 2:  $n$  iterasyon sayısını ve  $T$  period sayısını belirle

Adım 3: Her  $i = 1, 2, \dots, m$  için aşağıdaki adımları yap

Adım 3a:  $s$  ilk durumunu belirle

Adım 3b: Bir  $a$  kararı seç

Adım 3c: Her  $t = 1, 2, \dots, T$  için aşağıdaki adımları gerçekleştir

Adım 3c\_1:  $a$  kararını al,  $r$  getirisini ve bir sonraki  $s'$  durumunu incele

Adım 3c\_2: Her  $s'$  durumu için  $\pi$  politikasından gelen  $a'$  kararlarını seç

Adım 3c\_3:  $Q(s, a) \leftarrow Q(s, a) + \alpha [r + \gamma Q(s', a') - Q(s, a)]$

Adım 3c\_4:  $s \leftarrow s'; a \leftarrow a'$

Adım 3c\_5:  $\pi(s) = \arg \max_a [Q(s, a)]$

Adım 3d:  $i \leq m$  ise Adım 3' e geri dön. Değilse Adım 4' e git.

Adım 4:  $\pi$  politikasını döndür.

**Şekil 77 SARSA algoritması (Sutton ve Barto, 1998)**

Durum-karar çiftlerinin sonsuz sayıda ziyaret edildiği durumda SARSA algoritmasının 1 olasılığı ile optimal politikaya yakınsadığı bilinmektedir (Sutton ve Barto, 1998).

Bölüm 7.3'de önce SARSA algoritması kullanılarak kalıcı eniyileme eniyilemesi gerçekleştirilmiş ve sonuçlar irdelenmiş, bölüm 7.4'te ise aynı analizler YDP kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

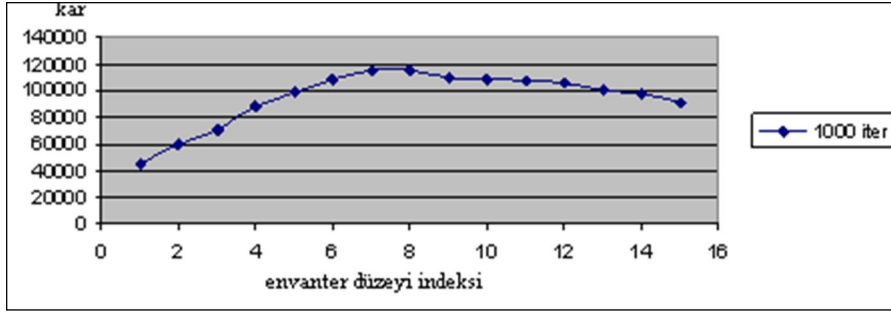
### **7.3. SARSA Algoritması Analiz Sonuçları**

Modelimizin amacı kârı enbüyükleyen optimal indirimli fiyat politikasına karar vermektir. Kârı enbüyüklemede öncelikle ürünlerin optimal başlangıç envanter düzeylerinin bilinmesi önem taşımaktadır. Analizler iki ve üçlü ürün grupları için yapılmış, ikame ve zaman faktörlerinin optimal politika ve gelir üzerindeki etkileri incelenmiştir.

#### **7.3.1. İkili Ürün Grubu İçin Analiz Sonuçları**

Başlangıç envanter düzeylerine karar vermek için farklı envanter düzeylerine (Tablo 21) göre algoritma çalıştırılmıştır. Şekil 78'de elde edilen kârın konkav bir yapı sergilediği gözlenmektedir. Kâr belli bir envanter düzeyine göre artmakta, sonrada azalmaya başlamaktadır. Kârın en yüksek elde edildiği (8). envanter düzeyi 4500 ve 1700 adet envantere sahip olunan düzeydir.





Şekil 78 Sistemin konkav yapısı

Tablo 21 Şekil 78' e ait envanter düzeyleri

Envanter düzeyi	Ürün 1'e ait envanter düzeyi	Ürün 2'ye ait envanter düzeyi
1	1000	1000
2	1500	1100
3	2000	1200
4	2500	1300
5	3000	1400
6	3500	1500
7	4000	1600
8	4500	1700
9	5000	1800
10	5500	1900
11	6000	2000
12	6500	2100
13	7000	2200
14	7500	2300
15	8000	2400

En büyük kârı sağlayan düzeyler oldukları için, ürünlerin başlangıç envanterleri sırasıyla 4500 adet ve 1700 adet olarak alınmıştır. Ürünlerin ilk fiyatları 30 TL/adet ve 20 TL/adet' tir. 10 haftalık bir periyot değerlendirilmiştir. SAS regresyon ile elde edilen talep dağılımlarının ortalamaları aşağıdaki gibidir:

$$D_{1t}(price_{1t}, price_{2t}) = 950 - 19 price_{1t} + 15 price_{2t} - 25t + \varepsilon_1$$

$$D_{2t}(price_{1t}, price_{2t}) = 700 + 10 price_{1t} - 10 price_{2t} - 15t + \varepsilon_2$$

Talep dağılımları daha öncede değinildiği gibi fiyat ve zamana bağlı olarak değişmektedir.  $D_{it}$   $t$  anında  $i$ . ürünün talep dağılımının ortalamasını göstermektedir. Standart sapma, ortalamalarının %15'i olarak alınmıştır. Her dönem her durum için ya hiç indirim yapılmayacağı (%0) ya da %10, %30 ve %50 indirim yapılabileceği kararları değerlendirilmiştir. Sistemin durumu

$S_t = (s_{1t}, s_{2t}, a_{1,t-1}^*, a_{2,t-1}^*)$ , her  $k$  ürününün envanter düzeyi  $s_{kt}$  ve bir önceki dönemde verilen  $a_{k,t-1}^*$  kararlarından oluştuğundan her durum için olası karar kümesi  $A(S_t)$ ,  $4^2 = 16$  tane karardan oluşmaktadır. Her iterasyonda örnek bir patika izleneceğinden, her  $t$  anında aynı durumlara gelmek

algoritmanın daha çabuk yakınsaması açısından önem taşımaktadır. Toplam  $4500 \times 1700 \times 16 = 1224 \times 10^5$  tane durum olacağından tüm durumları ziyaret edebilmek için çok fazla sayıda iterasyon yapmak gerekmektedir. Bu da çok fazla zaman gerektirdiğinden durumları kümeleme (aggregation) yoluna gidilmiştir. Envanter sayısına göre 50'lik ve 100'lük kümeler yapılmıştır. Böylelikle 50'lik kümeleme yapıldığında durum sayısı  $(4500/50) \times (1700/50) \times 16 = 48,960$  adet, 100'lük bütünleştirme yapıldığında da durum sayısı  $(4500/100) \times (1700/100) \times 16 = 12,240$  adet olmuştur. Mesela birinci ürünün envanter düzeyi 1800 adet, ikinci ürünün 1000 olsun. 50'lik kümelemeye göre ziyaret edilecek küme  $[(1800/50)-1] \times (1700/50) + (1000/50) + 1 = 1245$ . küme, 100'lük kümelemeye göre ise  $[(1800/100)-1] \times (1700/100) + (1000/100) + 1 = 300$ . küme olacaktır. Kümenin büyüklüğü arttıkça oraya ziyaret daha da artacak, fakat ortalama ve standart sapmalarında değişiklik olacaktır. Her kümenin ortalama ve standart sapmaları hesaplanmış, 95% güven aralıkları bulunmuştur.

### **Güven Aralığı**

Güven aralığı yeterince yüksek olduğunda 1. tür hata olasılığı yok denecek kadar azdır, böylece sonuçlar  $(1 - \alpha)\%$  olasılıkla gerçekten önemlidir.  $L$  ve  $U$  güven aralığının alt ve üst sınırlarını gösterebilir. %95 güven aralığı bulunduğundan  $\alpha = \%5$  olmaktadır.

Bu aralıkta bulunma olasılığı  $P(L \leq \mu \leq U) = 1 - \alpha$  olarak ifade edilirse, bu aralığa  $\mu$  parametresinin  $100(1 - \alpha)\%$  güven aralığı denilir. Örneklem dağılımı  $\bar{X}$ , ortalaması  $\mu$ , standart sapması  $\sigma / \sqrt{n}$  olan normal dağılıma uyduğu için istatistik dağılımı  $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$

standart normal dağılımdır.  $Z$  dağılımı  $P\{-z_{\alpha/2} \leq Z \leq z_{\alpha/2}\} = 1 - \alpha$  olduğundan

$$P\left\{-z_{\alpha/2} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \leq z_{\alpha/2}\right\} = 1 - \alpha$$

şeklinde ifade edilir. Gerekli düzenlemeler yapıldığında aşağıdaki ifade elde edilir:

$$P\left\{\bar{X} - z_{\alpha/2} \sigma / \sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\alpha/2} \sigma / \sqrt{n}\right\} = 1 - \alpha$$

Sonuç olarak  $\mu$  parametresinin  $100(1 - \alpha)\%$  güven aralığı aşağıdaki gibidir.

$$\bar{X} - z_{\alpha/2} \sigma / \sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\alpha/2} \sigma / \sqrt{n}$$

Böylece güven aralığının alt sınırı  $L = \bar{X} - z_{\alpha/2}\sigma / \sqrt{n}$ , üst sınırı da  $U = \bar{X} + z_{\alpha/2}\sigma / \sqrt{n}$  olur.

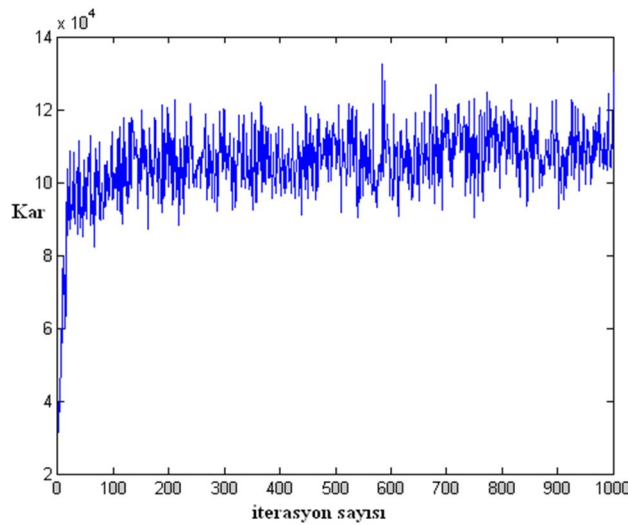
İkame etkisini görmek için iki analiz yapılmıştır: Birincisi ikamenin olduğu ikincisi ikamenin olmadığı durum. Bu bölümde öncelikle 50'lik ve 100'lük kümelemelere göre elde edilen sonuçlar verilmiş, daha sonra karışık kümeleme kullanıldığında ne gibi değişiklikler olduğu ve optimal politikayı nasıl etkilediği gözlenmiştir.

Analizlerde incelenen istatistikler şunlardır:

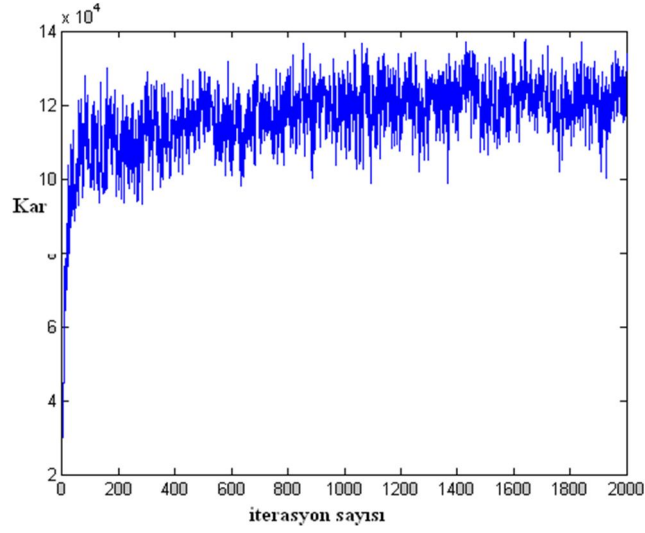
1. Her hafta kaç farklı durumun incelendiği
2. Her hafta hangi kümelerin kaç kez ziyaret edildiği
3. Ziyaret edilen kümelerin standart sapması
4. Ziyaret edilen kümelerin beklenen ortalaması
5. Ziyaret edilen kümelerin güven aralıkları
6. Ziyaret edilen durumların optimal politikaları
7. Örnek bir patika için optimal politika ve getirisi
8. Yakınsama grafiği

### **50'lik kümeleme**

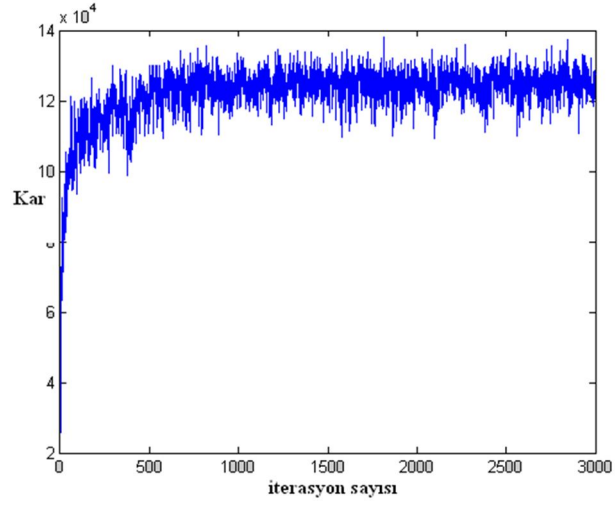
İterasyon sayısının ne olacağı algoritmanın yakınsaması açısından önem taşımaktadır. Sırasıyla 1000, 2000, 3000 ve 4000 iterasyon olmak üzere algoritma çalıştırılmış, sonuçları kıyaslanmıştır. Şekil 79 - 82'de görüldüğü gibi sistem 500 iterasyondan sonra yakınsamaya başlamış ve sonrasında da bir değişiklik gözlenmemiştir.



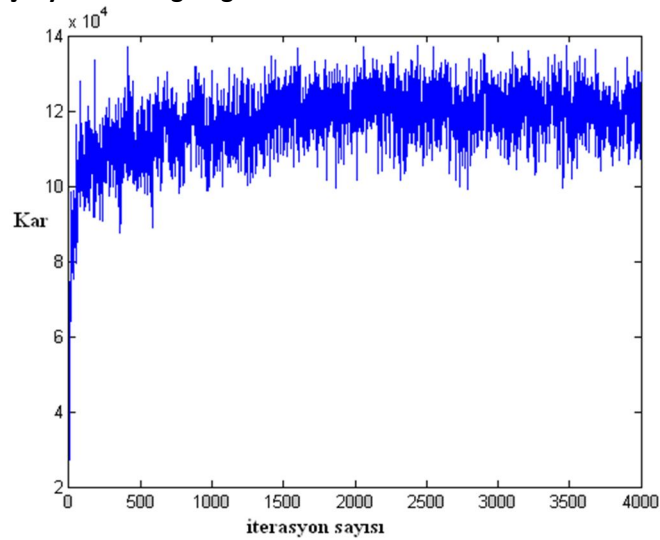
**Şekil 79 1000 iterasyon için yakınsama grafiği**



Şekil 80 2000 iterasyon için yakınsama grafiği



Şekil 81 3000 iterasyon için yakınsama grafiği



Şekil 82 4000 iterasyon için yakınsama grafiği

İlk durumun beklenen ortalamaları ve standart sapmaları kıyaslandığında (Tablo 22), beklenen ortalamalar yaklaşık aynı olmasına rağmen standart sapmalarının iterasyon sayısı arttıkça azaldığı gözlenmiştir. Çünkü aynı durum daha çok ziyaret edildiğinden beklenen değere daha da yaklaşılmış, standart sapma azalmıştır.

**Tablo 22 İlk durumun iterasyon sayısına bağlı sonuçları**

	Periyot	Ziyaret edilen küme indeksi	Kümeyi ziyaret sayısı	Standart sapma	Kümenin beklenen değeri	95% güven aralığı	
						Alt Sınır (L)	Üst Sınır (U)
1000 iter.	1	3061	1000	10218	106502	105868	107136
2000 iter.	1	3061	2000	8820	115809	115422	116196
3000 iter.	1	3061	3000	8671	114345	114035	114655
4000 iter.	1	3061	4000	7889	121345	121100	121590

Her iterasyonda her zaman aynı durumla (aynı envanter düzeyi) başlandığından, kümeyi ziyaret sayısı iterasyon sayısı kadardır. 50'lik kümeleme yapıldığından, başlangıç envanter düzeyi  $[(4500/50)-1] \times (1700/50) + (1700/50) + 1 = 3061$ . küme indeksi ile ifade edilmektedir. Bu hesaplamaların arkasında yatan fikir şudur: Birinci ürün için  $4500/50=90$  tane küme, ikinci ürün için  $1700/50=34$  tane küme oluşmuştur. İncelenen durum bu kümelerin kombinasyonlarından biri olacağı için, her durum için  $(90 \times 34=3060)$  bir küme indeksi oluşturulmuştur. Ürünler 0 envantere de sahip olabileceklerinden bu durumlara 1 eklenmiştir. Bu kümelerin beklenen değerleri, standart sapmaları ve %95 güven aralıkları hesaplanmıştır. İterasyon sayısı arttıkça standart sapma azaldığından güven aralıkları daralarak daha güvenilir hale gelmiştir.

Deterministik modelden elde ettiğimiz örnek patika için algoritmadan elde edilen optimal indirim politikaları kıyaslandığında, iterasyon sayısı arttığında politikanın aynı değerlere yakınsadıkları görülmüştür (Tablo 23). Sistem 1000 iterasyon çalıştırıldığında birinci ürün için 2. hafta %10 indirim kararı, ikinci ürün ise 3. hafta %10, 4. hafta %50 indirim kararları alınırken, iterasyon sayısı arttıkça politikalar yakınsamıştır.

**Tablo 23 1000, 2000, 3000 ve 4000 iterasyon için optimal politikalar**

			Hafta									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
İterasyon sayısı	Envanter düzeyleri	Ürün1	4500	3845	2930	2070	1235	425	0	0	0	0
		Ürün2	1700	915	295	0	0	0	0	0	0	0
1000	Optimal politika	Ürün1	27	24.3	24.3	24.3	24.3	24.3	24.3	24.3	24.3	24.3
		Ürün2	20	20	18	9	9	9	9	9	9	9
2000	Optimal politika	Ürün1	27	27	27	24.3	24.3	24.3	24.3	24.3	24.3	24.3
		Ürün2	20	20	20	18	18	18	18	18	18	18
3000	Optimal politika	Ürün1	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
		Ürün2	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18
4000	Optimal politika	Ürün1	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
		Ürün2	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18

3000 ve 4000 iterasyon yapıldığında politikalar arasında farklılık olmamasının yanında, beklenen ortalama karları ve standart sapmaları da yaklaşık olarak aynı hesaplanmıştır. İterasyon sayısı arttıkça algoritmanın koşum süresi arttığından, analizler 3000 iterasyon için gerçekleştirilmiştir. 3000 iterasyona göre, örnek patika için 153,432 TL kâr elde edilmiş, tüm dönemler boyunca hiç indirim kararı alınmamıştır. İlk durumun beklenen değeri ise 114,000 TL civarında olup deterministik modelden elde edilen karla (110,000 TL) hemen hemen aynıdır. Sonuçlar, talep fonksiyonundan da görüldüğü gibi ikame ve zaman etkilerinin dahil edildiği durumlar için alınmıştır. GAMS yazılımı ve DICOPT çözücüsü kullanılarak elde edilen deterministik çözüme göre optimal politika 1. ürün için 30 TL ile başlamış 2. hafta yapılan %50 indirimle periyot sonuna kadar aynı şekilde devam etmiştir. 2. ürün için ise politika 20 TL ile başlamış ve 3. hafta yapılan %10 indirim kararı ile periyot sonuna kadar devam etmiştir (Tablo 23). Sonuçta, SARSA algoritması sonuçlarının gerçek sonuçlardan çok uzak olmadığı görülmüştür.

Tablo 24'te 3000 iterasyon için elde edilen sonuçlar verilmiştir. Her periyotta ziyaret edilen durumlardan sadece 1 tanesine yer verilmiştir. Her periyotta incelenen farklı durum sayısı çok fazla olduğundan hepsini raporlamamız mümkün olmamıştır. Mesela 3. periyotta 304 farklı durum ziyaret edilmiş, bunlardan 1813. küme indeksi ile ifade edilen durum 29 kez ziyaret edilmiştir. Bu kümenin beklenen ortalaması 64,981 TL'dir.

Birinci haftada ziyaret edilen durum sayısının 1 olmasının nedeni her iterasyonda aynı başlangıç envanterleri ile başlanmasıdır. Aynı başlangıç envanteri ile başladıktan sonra her iterasyonda gelen farklı taleplerle farklı durumlara gidilmekte ve sonuçta algoritma yakınsadığında bu başlangıç envanter düzeyi için beklenen değer elde edilmektedir. Şekil 83'te haftalar bazında ziyaret edilen farklı durum sayıları gösterilmektedir.

Tablo 24 İkamenin olduğu durumda SARSA algoritması analizi

Periyot	Ziyaret edilen Küme indeksi	Ziyaret edilen kümeye ziyaret sayısı	Standart sapma	Ziyaret edilen farklı durum sayısı	95% güven aralığı		
					Ziyaret edilen	L	U
1	3061	3000	8671	1	114345	114035	114655
2	2504	91	8032	193	89373	87723	91023
3	1813	29	9734	304	64981	61438	68524
4	1429	267	6770	113	43820	43008	44632
5	953	250	5064	35	30838	30210	31466
6	511	255	3930	35	16562	16080	17044
7	205	255	1996	25	6757	6512	7002
8	171	142	1530	16	6366	6114	6618
9	35	39	601	8	2029	1840	2218
10	1	3000	0	1	0	0	0

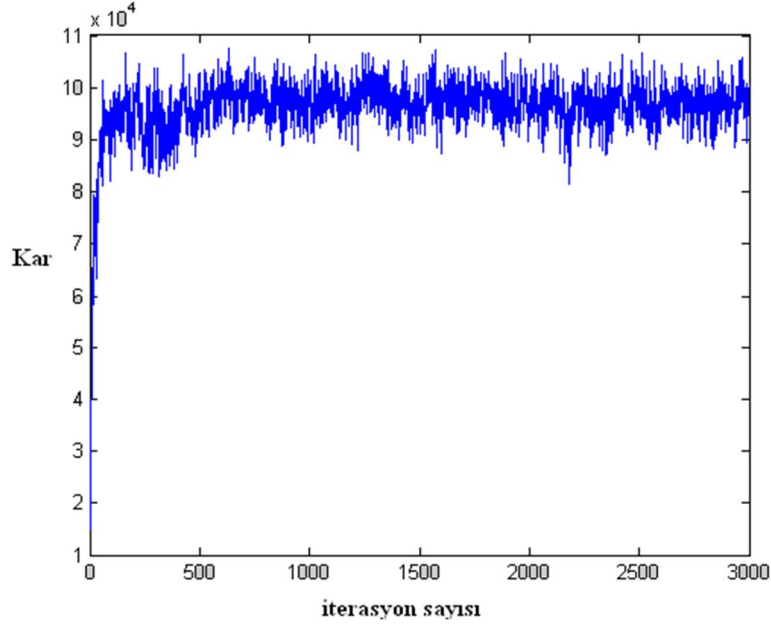


Şekil 83 Haftalara göre ziyaret edilen farklı durum sayısı

Talepler birbirinden bağımsız olduğunda, yani ikame etkisinin ihmal edildiği durumda, talep fonksiyonu aşağıdaki gibi değişecektir. Şekil 84'de görüldüğü gibi sistem yine 500 iterasyondan sonra yakınsamaya başlamış, ama beklenen kâr düşmüştür.

$$D_{1t}(price_{1t}) = 950 - 19 price_{1t} - 25t + \varepsilon_1$$

$$D_{2t}(price_{1t}) = 700 - 10 price_{2t} - 15t + \varepsilon_2$$



**Şekil 84 İkamenin olmadığı durumda sistemin yakınsama grafiği**

Tablo 25’te ikamenin olmadığı durumda optimal indirimli politika sonuçları görülmektedir. Sistem 30 TL ve 18 TL başlangıç fiyatlarıyla sezona başlamış, birinci ürün için 3. hafta %30 indirim kararı, 5. hafta %10 indirim kararı alınmıştır. İkinci ürün ise 4 ve 5. haftalarda %10 indirim kararı, 7. hafta %50 indirim kararı alınmıştır. İkame olmadığı durumda talepler azaldığından, sistem fiyatları düşürerek envanteri boşaltmaya çalışmaktadır. Fiyatlar düştüğünden dolayı karda da bir azalma gözlenmiş, kâr ikame olduğu durumda 153, 432 TL iken ikame olmadığı durumda 111,990 TL’ye düşmüştür.

**Tablo 25 İkame olmadığı durumda optimal politika**

		Hafta									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Envanter düzeyleri</b>	Ürün1	4500	4145	3530	2940	2375	1835	1320	830	365	0
	Ürün 2	1700	1215	745	290	0	0	0	0	0	0
<b>Optimal politika</b>	Ürün 1	30	30	21	21	18.9	18.9	18.9	18.9	18.9	18.9
	İndirim kararı	-	-	30%	-	10%	-	-	-	-	-
	Ürün 2	18	18	18	16.2	14.58	14.58	7.29	7.29	7.29	7.29
	İndirim kararı	-	-	-	10%	10%	-	50%	-	-	-

Başlangıç durumunun beklenen değeri ise 96,129 TL, standart sapması ise 3307 olarak hesaplanmıştır. Bu durum deterministik çözümle kıyaslandığında, politikanın çok farklı olmadığı kârın ise 97,000 TL civarında olduğu gözlenmiştir (Tablo 26). Sonuç olarak ikamenin fiyatlar üzerinde dolayısıyla kâr üzerinde pozitif etkilerinin olduğu gözlenmiştir.



**Tablo 26 Deterministik çözümden elde edilen optimal politikalar**

			Hafta									
Etki			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
İkame ve zaman	Optimal	Ürün1	30	15	15	15	15	15	15	15	15	15
	politika	Ürün2	20	20	18	18	18	18	18	18	18	18
İkamenin olmadığı durum	Optimal	Ürün1	30	15	15	15	15	15	15	15	15	15
	politika	Ürün2	20	20	20	20	20	14	14	14	14	14
Zaman etkisinin olmadığı durum	Optimal	Ürün1	30	15	15	15	15	15	15	15	15	15
	politika	Ürün2	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

Zamanın talep üzerinde negatif etkisi olduğu talep dağılımlarından görülmektedir. Çünkü tüketiciler genellikle ihtiyaçlarını sezon başında karşılarlar ve bu istekleri sezon sonuna doğru azalmaktadır. Dolayısıyla zaman etkisini kaldırdığımızda talep ortalamalarında bir artış gözlenecektir. Talep arttığında politikada Tablo 27'deki gibi bir değişim olmuştur. Talep dağılımları aşağıdaki gibidir:

$$D_{1t}(price_{1t}, price_{2t}) = 950 - 19 price_{1t} + 15 price_{2t} + \varepsilon_1$$

$$D_{2t}(price_{1t}, price_{2t}) = 700 + 10 price_{1t} - 10 price_{2t} + \varepsilon_2$$

**Tablo 27 Zaman etkisinin olmadığı durumda optimal politika**

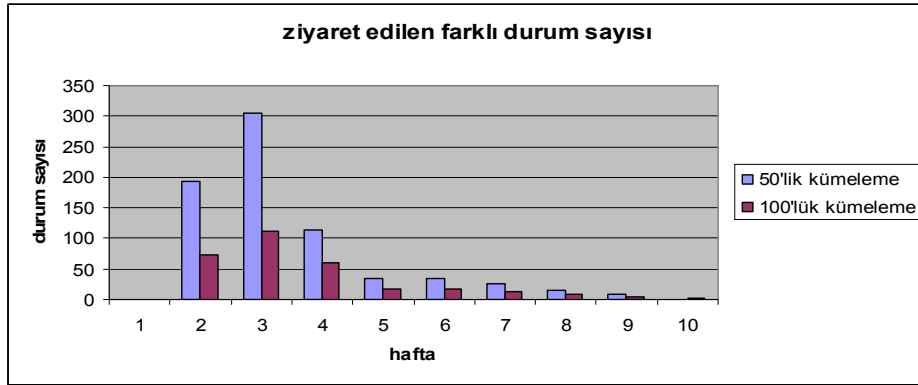
		Hafta									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Envanter düzeyleri	Ürün1	4500	3820	2855	1890	925	0	0	0	0	0
	Ürün 2	1700	900	250	250	0	0	0	0	0	0
Optimal politika	Ürün 1	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
	İndirim kararı	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Ürün 2	18	18	16.2	16.2	16.2	16.2	16.2	16.2	16.2	16.2
	İndirim kararı	-	-	10%	-	-	-	-	-	-	-

Görüldüğü gibi talepler arttığı için fiyatlarda artmıştır. Hatta birinci üründe hiç indirim gidilmemiş ve kâr yaklaşık 156,000 TL'ye yükselmiştir. Dolayısıyla zamanın optimal politika ve kâr üzerindeki pozitif etkileri gözlenmiştir.

**100'lük kümeleme:** Oluşturulan kümelere ziyaret ne kadar fazla olursa, istatistiksel açıdan daha doğru sonuçlar elde etmiş oluruz. Bunun için küme büyüklüğü 100' e çıkarılmıştır. İkame ve zaman

etkilerinin dahil olduğu temel durum algoritması çalıştırıldığında Tablo 28'deki sonuçlar elde edilmiştir.

Bu durumda ilk küme indeksi  $[(4500/100)-1] \times (1700/100) + (1700/100) + 1 = 766$  ile ifade edilmiştir. Bu kümenin beklenen ortalama değeri 117,970 TL ise  $117,638 \leq \mu \leq 118,302$  güven aralığında yer almakta ve güvenilir olduğu görülmektedir. Küme büyüklüğü büyüdüğü için ziyaret edilen farklı küme sayısı azalırken bu kümelere olan ziyaret sayısı artmıştır (Şekil 85).



Şekil 85 Her iki kümeleme düzeyine göre ziyaret edilen durum sayıları

Tablo 28 İkame olduğunda 100'lük kümeleme için SARSA Algoritması sonuçları

Periyot	Ziyaret edilen Küme indeksi	Ziyaret edilen kümeye ziyaret sayısı	Standart sapma	Ziyaret edilen farklı küme sayısı	Ziyaret edilen kümenin beklenen değeri	95% güven aralığı	
						L	U
1	766	3000	9275	1	117970	117638	118302
2	624	334	7953	73	92778	91925	93631
3	465	186	6911	111	68280	67287	69273
4	341	477	4419	61	45182	44785	45579
5	205	503	5545	18	29721	29236	30206
6	103	639	4056	18	15866	15552	16180
7	52	544	1892	12	8819	3903	4165
8	18	250	939	8	4428	4312	4544
9	18	22	804	5	4685	4349	5021
10	1	2998	3	2	0	0	0

Dolayısıyla standart sapmada artış gözlenmiştir. Mesela, 2. periyotta toplam 73 farklı küme ziyaret edilmiş olup 624. küme 334 kez ziyaret edilmiştir, aynı şekilde 6. periyotta 103. küme 639 kez ziyaret edilmiştir.

Optimal politikaya bakıldığında 50'lik kümelemedeki sonuçlarla yaklaşık aynı olduğu görülmektedir (Tablo 29). Sadece 3. dönemde ikinci ürün için 10% indirim kararı verilmiştir. Fakat bu elde edilen gelirlerde çok farklılık yaratmamıştır.

**Tablo 29 50'lik ve 100'lük kümeleme yapıldığında optimal politika**

			Hafta									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Kümeleme düzeyi</b>	Envanter düzeyi	Ürün1	4500	3845	2930	2070	1235	425	0	0	0	0
		Ürün2	1700	915	295	0	0	0	0	0	0	0
<b>50'lik</b>	Optimal politika	Ürün1	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
		Ürün2	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18
<b>100'lük</b>	Optimal politika	Ürün1	30	30	27	27	27	27	27	27	27	27
		Ürün2	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18

İkame ve zaman etkileri kaldırıldığında örnek patika için oluşan optimal politika ise Tablo 30'da verilmiştir. 50'lik kümelemede elde edilen optimal politika ile kıyaslandığında yaklaşık aynı sonuçlar olduğu görülmektedir. Diğer durumda değerlendirilen örnek patika için; ikame olmadığında talep azaldığından fiyatlarda düşüş, zaman etkisi olmadığında ise talep arttığından fiyatlarda artış gözlenmiştir.

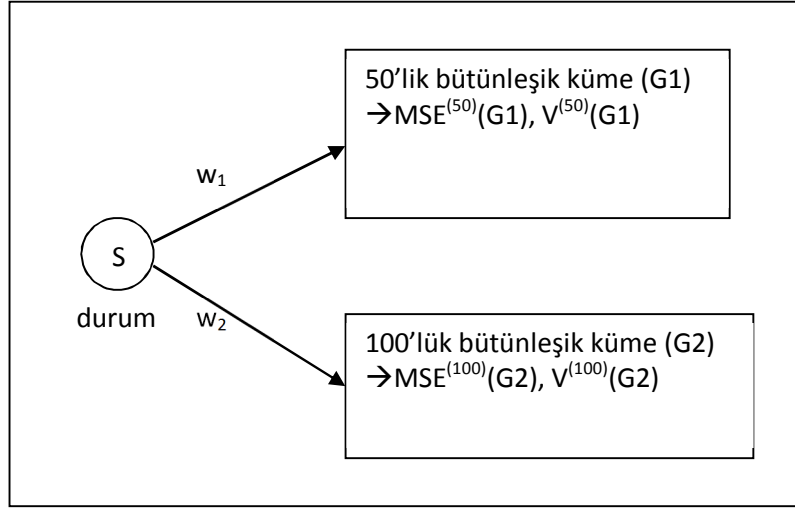
**Tablo 30 100'lük kümeleme için optimal politika sonuçları**

			Hafta									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>İkame etkisi olmadığında</b>	Optimal politika	Ürün1	30	21	21	21	21	21	21	21	21	21
		Ürün2	20	20	18	18	18	18	9	9	9	9
<b>Zaman etkisi olmadığında</b>	Optimal politika	Ürün1	30	27	27	27	27	27	27	27	27	27
		Ürün2	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

### **Karışık Kümeleme**

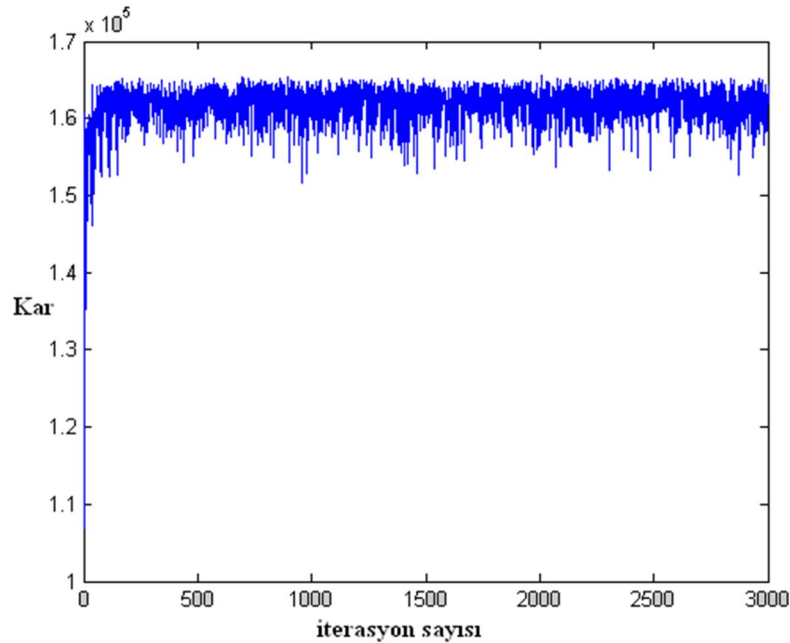
Bu kümeleme 50'lik ve 100'lük kümeleme tekniklerini birlikte içermektedir. 50'lik kümeleme yapıldığında oluşan kümelere 100'lük kümelemede olduğundan daha az ziyaret olacağından standart sapmalarda da farklılık olmuştur. Bu kümelemeye göre, eğer ziyaret edilen  $S$  durumu, hem 50'lik bütünleşik kümesinde ( $G1$ ), hem de 100'lük bütünleşik kümesinde ( $G2$ ) yer alıyorsa varyanslarıyla

doğru orantılı ağırlıklı ortalamaları alınarak yeni değeri oluşturulmuştur (Şekil 86). Bulunan yeni değerle her iki kümenin standart sapması ve beklenen ortalama değeri değişmiştir.



Şekil 86 Karışık Kümeleme

Her iki kümelemenin avantajları birlikte sağlandığından, kümelerin ziyaret sayısını artarken standart sapmada da düşüşler gözlenmiştir. Öncelikle sistemin yakınsamasına bakıldığında, sistemin 500 iterasyondan sonra yakınsadığı görülmüştür (Şekil 87). Tablo 31'e bakıldığında ise 100'lük kümeleme durumunda ilk ziyaret edilen durumun standart sapmasının 9275'ten 6220'ye, 50'lik kümeleme durumunda ise 8671'den 5718'e düştüğü gözlenmiştir. Beklenen değerler ise yine aynı civarda oluşmaktadır.



Şekil 87 Karışık kümeleme için yakınsama grafiği

**Tablo 31 Karışık kümeleme sonuçları**

100'lük kümeleme:							
Kümeleme düzeyi	Periyot	Ziyaret edilen ilk küme	İlk kümenin kaç kez ziyaret edildiği	Standart sapma	İlk kümenin beklenen ortalama değeri	95% güven aralığı	
						L	U
Tek	1	766	3000	9275	117970	117638	118302
Karışık	1	766	3000	6220	117258	117035	117481
50'lik kümeleme:							
Kümeleme düzeyi	Periyot	Ziyaret edilen ilk küme	İlk kümenin kaç kez ziyaret edildiği	Standart sapma	İlk kümenin beklenen ortalama değeri	95% güven aralığı	
						L	U
Tek	1	3061	3000	8671	114345	114035	114655
Karışık	1	3061	3000	5718	127660	127455	127865

Optimal politikaya bakıldığında (Tablo 32) yaklaşık aynı olduğu görülmekle birlikte 155,953 TL kâr sağlanmıştır. 3. periyotta ikinci ürün için 10% indirim kararı verilmiş ve dönem sonuna kadar aynı fiyatla devam etmiştir.

**Tablo 32 İkame olduğunda karışık kümelemeye göre optimal politika**

		Hafta									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Envanter düzeyi</b>	Ürün1	4500	3845	2930	2070	1235	425	0	0	0	0
	Ürün2	1700	915	295	0	0	0	0	0	0	0
<b>Optimal politika</b>	Ürün1	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
	Ürün2	18	18	16.2	16.2	16.2	16.2	16.2	16.2	16.2	16.2
	İndirim kararı	-	-	10%	-	-	-	-	-	-	-

İkame etkisini incelemek için ürünler arasındaki korelasyon ortadan kaldırılmıştır. Diğer kümeleme düzeylerinde analiz edilen örnek patika için elde edilen optimal politika sonuçları Tablo 33'te verilmiştir. İkame olmadığında aynı şekilde fiyatlarda düşüş olduğu görülmektedir. Aynı talepler için analiz gerçekleştirildiğinden, fiyatlar düşünce dolayısıyla kâr 155,953 TL'den 124,210 TL'ye düşmüştür. Böylece, ikamenin optimal politika ve kâr üzerinde pozitif etkileri olduğu görülmüştür.

Buraya kadar incelenen durumlarda indirim sayısında bir kısıtlama olmadığı farz edilmiştir. “Sezon sonuna kadar en fazla 3 indirim uygulanabilir” şeklinde bir indirim kısıtı getirildiğinde sonuçlar doğal olarak değişecektir. Tablo 32’ye bakıldığında her iki ürün için iki indirim kararı alınmışken, kısıtlamanın olmadığı durumda (Tablo 33), birinci ürün için 3 indirim, ikinci ürün için ise 5 indirim uygulandığı görülmüştür.

**Tablo 33 İkame olmadığında karışık kümeleme için optimal politika**

		Hafta									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Envanter düzeyi</b>	Ürün1	4500	4145	3530	2940	2375	1835	1320	830	365	0
	Ürün2	1700	1215	745	290	0	0	0	0	0	0
<b>Optimal politika</b>	Ürün1	30	27	27	24.3	21.87	21.87	21.87	21.87	21.87	21.87
	İndirim kararı	-	10%	-	10%	10%	-	-	-	-	-
	Ürün2	20	20	14	12.6	11.34	10.20	5.10	5.10	5.10	5.10
	İndirim kararı	-	-	30%	10%	10%	10%	50%	-	-	-

Bu durumda beklenen karın 113,944 TL’ye düştüğü görülmektedir. Çünkü indirim kısıtı konulduğunda sistem bir an önce envanteri boşaltma eğiliminde olmuş ve daha büyük indirimler yaparak bunu sağlamaya çalışmıştır. Dolayısıyla fiyatlarda düşüş olduğundan kârda da bir düşüş gözlenmiştir. Birinci ürünün politikasında bu durum daha açık görülmektedir.

**Tablo 34 İkame olmadığı durumda ve indirim kısıtı koyulduğunda optimal politika**

		Hafta									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Envanter düzeyi</b>	Ürün1	4500	4145	3530	2940	2375	1835	1320	830	365	0
	Ürün2	1700	1215	745	290	0	0	0	0	0	0
<b>Optimal politika</b>	Ürün1	30	30	21	18.9	18.9	18.9	18.9	18.9	18.9	18.9
	karar	-	-	30%	10%	-	-	-	-	-	-
	Ürün2	20	20	14	14	14	14	9.8	9.8	9.8	9.8
	Karar	-	-	30%	-	-	-	30%	-	-	-

Zaman etkisi kaldırıldığında, aynı şekilde, talepler arttığından fiyatlar da artmış daha az indirim yoluna gidilmiştir (Tablo 35). Fiyatlar ve talepler arttığından kâr 155,953 TL’den 161,800 TL’ye yükselmiştir. Zaman etkisi kaldırıldığında ortalama talep dağılımları aşağıdaki gibi olmuştur:

$$D_{1t}(price_{1t}, price_{2t}) = 950 - 19 price_{1t} + 15 price_{2t} + \varepsilon_1$$

$$D_{2t}(price_{1t}, price_{2t}) = 700 + 10 price_{1t} - 10 price_{2t} + \varepsilon_2$$

**Tablo 35 Zaman etkisi kaldırıldığında karışık kümeleme için optimal politika**

		Hafta									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Envanter düzeyi</b>	Ürün1	4500	3820	2855	1890	925	0	0	0	0	0
	Ürün2	1700	900	250	250	0	0	0	0	0	0
<b>Optimal politika</b>	Ürün1	30	30	27	27	27	27	27	27	27	27
	İndirim kararı	-	-	10%	-	-	-	-	-	-	-
	Ürün2	20	20	20	20	18	18	18	18	18	18
	İndirim kararı	-	-	-	-	10%	-	-	-	-	-

Sonuç olarak talep üzerinde negatif etkisi olan zamanın optimal politika ve kâr üzerinde pozitif etkileri olduğu görülmüştür. Ayrı ayrı çapraz fiyat esnekliğinin (E), ürünün kendi fiyatından kaynaklanan esnekliğin (O) ve zaman esnekliğinin (T) talep üzerindeki etkileri ayrıştırılabilir. Tablo 36 ve Tablo 37' de değerlendirilen örnek patikalar (talepler) için hafta bazındaki esneklikler görülmektedir.

**Tablo 36 Birinci üründe görülen esneklikler**

Hafta	İlk talep	Çapraz Esneklik	Kendi esnekliği	Zaman esnekliği	Esnekliklerden sonraki talep
1	655	-14,23%	6,06%	-0,78%	596
2	915	-2,73%	-5,25%	-2,32%	821
3	860	4,44%	3,48%	-1,46%	878
4	835	4,44%	3,48%	-1,46%	852
5	810	-22,67%	17,27%	-1,28%	756
6	425	-2,64%	-5,08%	-2,24%	383

Çapraz esnekliklerde (-) olarak ifade edilen oranlar incelenen üründen diğer ürüne o oranda geçiş olacağını, (+) olanlar ise diğer üründen incelenen ürüne o oranda geçiş olacağını göstermektedir. Birinci ürüne birinci hafta 655 talep gelmiş, bu talebin %14.23'lük bir kısmı ikinci üründe olan indirimden dolayı ikinci ürüne geçmiştir. Kendi fiyatındaki indirimden dolayı talebinde %6.06 kadar bir artış olmuş ve o haftanın satışlara olan etkisinden (zaman esnekliği) dolayı da yine talebinde %0.78 kadar bir düşüş gözlenmiştir. Bu esnekliklerden dolayı talep 596 adete düşmüştür. İkinci hafta 915 adet talep gelmiş ama yine indirimlerden ve zaman etkisinden dolayı 821 adete düşmüştür (Tablo

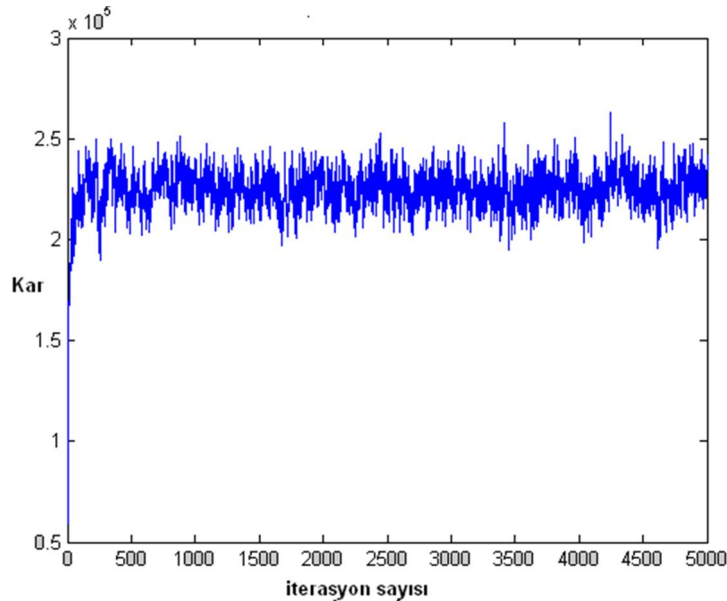
36). Birinci ürün 6. haftadan sonra envantere kalmamakta, ikinci üründe 3. haftadan sonra kalmamaktadır. Bu yüzden tablolarda yer almamaktadır.

**Tablo 37 İkinci üründe görülen esneklikler**

Hafta	İlk talep	Çapraz Esneklik	Kendi esnekliği	Zaman esnekliği	Esnekliklerden sonraki talep
1	785	14,23%	-6,06%	0,78%	837
2	620	2,73%	5,25%	2,32%	692
3	295	-4,44%	-3,48%	1,46%	276
4	0	-	-	-	-
5	0	-	-	-	-
6	0	-	-	-	-

### 7.3.2. Üçlü Ürün Grubu için SARSA Analiz Sonuçları

Benzer analizler üçlü ürün grubu için de gerçekleştirilmiştir. Fakat ürün sayısı arttığından incelenecek olan durum sayısı artmıştır. Daha çok durum ziyaret edebilmek için iterasyon sayısı 5000' e çıkarılmıştır. Bu durumda da algoritmanın koşum süresi artmıştır. İkili ürün grubunda 5000 iterasyon için koşum süresi yaklaşık 30 dakika iken, üçlü ürün grubunda bu süre 2.5 saate kadar çıkmaktadır. 5000 iterasyon için yakınsama grafiği Şekil 88'de verilmiştir. Yaklaşık 500 iterasyondan sonra sistem yakınsama göstermiştir.



**Şekil 88 Üçlü ürün grubu için yakınsama grafiği**



Her ürünün envanter düzeyi 3000 adet olarak alınmıştır. Başlangıç fiyatları sırasıyla 31 TL, 31 TL ve 36 TL'dir. Oluşturulan çoklu ürün grubu için regresyonla elde edilen talep tahminleri aşağıdaki gibidir:

$$D_{1t}(price_{1t}, price_{2t}, price_{3t}) = 400 - 10price_{1t} + 5price_{2t} + 11price_{3t} - 20t + \varepsilon_t$$

$$D_{2t}(price_{1t}, price_{2t}, price_{3t}) = 950 - 20price_{1t} - 8price_{2t} + 17price_{3t} - 15t + \varepsilon_t$$

$$D_{3t}(price_{1t}, price_{2t}, price_{3t}) = 800 - 12price_{1t} + 12price_{2t} - 9price_{3t} - 10t + \varepsilon_t$$

Ürünlerin talep tahminlerine bakıldığında, ürün 1'in ürün 2 ve 3 ile negatif ilişkiye sahip olduğu yani birbirine ikame ürünler olduğu görülmektedir. Çünkü ürün 2 ve 3'ün fiyatları arttığında ürün 1'in talebinde artış gözlenecek, düştüğünde ise talepte azalış gözlenecektir. Ürün 2'nin ikamesi ürün 3, ürün 1'in ise tamamlayıcı ürün olduğu görülmektedir. Çünkü ürün 1'in fiyatı arttığında ürün 2'nin talebinde düşüş gözlenecektir. Ürün 3'e bakıldığında ürün 1'in tamamlayıcı ürün, ürün 2'nin de ikame ürün olduğu görülmektedir. Tüketicilerin talepleri sezon sonuna doğru genellikle azaldığından zamanın etkisi ise negatif olarak görülmektedir.

İkili ürün grubunda olduğu gibi 4 indirim kararı verilebileceği farz edilmiştir. Bu durumda toplam karar sayısı  $4 \times 4 \times 4 = 64$  olmaktadır. Her birinin envanter düzeyi 3000 adet olduğundan ve sistem durumu envanter düzeyleri ve kararlardan oluştuğu için toplamda  $3000 \times 3000 \times 3000 \times 64 = 1728 \times 10^9$  adet durum oluşmaktadır. Kümeleme yöntemi kullanılmadığında her bir durumu ziyaret etmek ya da ziyaret edilen durumlara tekrar gelebilmek için çok sayıda iterasyon yapılması gerekecektir. Bu yüzden 50'lik ve 100'lük kümeleme ve karışık kümeleme tekniği uygulanarak sonuçlar elde edilmiştir. Karışık kümeleme ile standart sapmada düşüş ve ziyaret edilen durumlara ziyaret sayılarının arttığı gözlenmiştir (Tablo 38)

50'lik kümeleme yapıldığında ziyaret edilen ilk küme indeksi  $(3000/50) \times (3000/50) \times (3000/50) + 1 = 216001$  ile ifade edilmiş, 100'lük kümeleme yapıldığında ise  $(3000/100) \times (3000/100) \times (3000/100) + 1 = 27001$  ile ifade edilmiştir. Her iterasyona aynı durumla yani envanter düzeyleri ile (3000 adet/ürün) ile başlandığından ve 5000 iterasyon gerçekleştirildiğinden ilk kümenin ziyaret sayısı 5000'dir. Beklenen değerler yaklaşık aynı olmakla birlikte ilk duruma olan ziyaret sayısı fazla olduğundan istatistiksel açıdan %95 olasılıkla güvenilir bir aralıkta olduğu görülmektedir. Optimal politikalara bakıldığında Tablo 39'daki sonuçlar elde edilmiştir. Karışık kümelemede standart sapma daha az olduğu için bu kümeleme durumu için analizler yapılmıştır.

**Tablo 38 Üçlü ürün grubunda her kümeleme düzeyi için analiz sonuçları**

Kümeleme düzeyi	Periyot	Ziyaret edilen ilk küme	İlk kümenin kaç kez ziyaret edildiği	Standart sapma	İlk kümenin beklenen ortalama değeri	95% güven aralığı		
						L	U	
Tekli	50	1	216001	5000	7422	230907	230701	231113
	100	1	27001	5000	7357	224319	224115	224523
Karışık	50	1	216001	5000	7356	230391	230187	230595
	100	1	27001	5000	6492	218227	218047	218407

**Tablo 39 Karışık kümeleme düzeyi için ikame, tamamlayıcı ve zaman etkisi olduğu temel durumda optimal politika**

		Hafta									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Talep</b>	Ürün 1	751	718	685	652	619	586	553	436	-	-
	Ürün 2	1282	1208	1134	1060	316	-	-	-	-	-
	Ürün 3	651	631	611	591	571	551	531	511	352	-
<b>Optimal politika</b>	Ürün 1	27.9	25.11	25.11	22.59	22.59	22.59	22.59	22.59	22.59	22.59
	Karar	-	10%	-	10%	-	-	-	-	-	-
	Ürün 2	31	27.9	25.11	25.11	25.11	25.11	25.11	25.11	25.11	25.11
	Karar	-	10%	10%	-	-	-	-	-	-	-
	Ürün 3	36	32.4	29.16	29.16	26.24	26.24	26.24	26.24	26.24	26.24
	Karar	-	10%	10%	-	10%	-	-	-	-	-

İkame, tamamlayıcı ve zaman etkisinin olduğu temel durumda sezona 27.9 TL, 31 TL, ve 36 TL fiyatlarla başlanmış, birinci ürün için 2 ve 4. haftalarda %10 indirim kararı, ikinci ürün için 2 ve 3. haftalarda %10 indirim kararı ve üçüncü ürün için 2, 3 ve 4. haftalarda %10 indirim kararı verildiği görülmektedir. Beklenen kâr ise 230,200 TL olarak hesaplanmıştır. Deterministik modelle kıyasladığımızda 280,000 TL civarında hesaplanan kardan biraz farklı olduğu görülmekte fakat bunun normal olduğu bilinmektedir. Çünkü algoritma ile her kümeleme düzeyi için bir beklenen değer hesaplanmaktadır. İncelenen her envanter düzeyi bu kümelerden birinde yer almakta ve o kümenin beklenen değerine sahip olmaktadır. Yani o envanter düzeyine ilişkin hesaplanmış gerçek değer değildir.

**Tablo 40 Karışık kümeleme için ikame olmadığı durumda optimal politika**

		Hafta									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Talep</b>	Ürün 1	70	50	30	10	-	-	-	-	-	-
	Ürün 2	687	672	657	642	342	-	-	-	-	-
	Ürün 3	628	618	608	598	548	-	-	-	-	-
<b>Optimal politika</b>	Ürün 1	21.7	21.7	15.19	15.19	10.63	5.31	5.31	5.31	5.31	5.31
	Karar	-	-	30%	-	30%	50%	-	-	-	-
	Ürün 2	21.7	21.7	21.7	21.7	19.53	13.67	13.67	13.67	13.67	13.67
	Karar	-	-	-	-	10%	30%	-	-	-	-
	Ürün 3	36	18	18	18	18	9	9	9	9	9
	Karar	-	50%	-	-	-	50%	-	-	-	-

İkame etkisi kaldırıldığında ürünlerin taleplerinde azalma olduğundan fiyatlarda düşüş, dolayısıyla kârda düşüş gözlenmiştir. Ayrıca, indirimlerin daha büyük oranlarda yapıldığı görülmektedir. Çünkü talep azaldığı için sistem bir an önce elinde kalan envanteri boşaltmak istiyor. Beklenen kâr 112,890 TL olmakla birlikte deterministik modelde bu durum için kâr 140,000 TL olarak hesaplanmıştır. Tablo 40'da ikame olmadığı durumda elde edilen optimal politika görülmektedir. Deterministik modelde elde edilen optimal politika ise Tablo 42' de verilmiştir.

Zaman etkisini kaldırdığımızda tüketicilerin alma eğilimi arttığından ayrıca ikame ve tamamlayıcı etkilerden dolayı fiyatlarda artış gözlenmiş ve kâr artmıştır. Bu durumda optimal politika sonuçları Tablo 41'de verilmiştir.

**Tablo 41 Karışık kümeleme için zaman etkisi olmadığında optimal politika**

		Hafta									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Talep</b>	Ürün 1	641	641	641	641	436	-	-	-	-	-
	Ürün 2	694	694	694	694	224	-	-	-	-	-
	Ürün 3	476	476	476	476	476	476	144	-	-	-
<b>Optimal politika</b>	Ürün 1	27.9	27.9	25.11	25.11	25.11	25.11	25.11	25.11	25.11	25.11
	Karar	-	-	10%	-	-	-	-	-	-	-
	Ürün 2	31	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9
	Karar	-	10%	-	-	-	-	-	-	-	-
	Ürün 3	36	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4
	Karar	-	10%	-	-	-	-	-	-	-	-

Tablo 42 Her durum için deterministik model optimal politika sonuçları

			Hafta										
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
<b>Temel durum</b>	Optimal politika	Ürün1	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
		Ürün2	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
		Ürün3	36	36	36	36	36	36	36	36	18	18	18
<b>Zaman etkisinin olmadığı durum</b>	Optimal politika	Ürün1	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
		Ürün2	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
		Ürün3	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	18
<b>İkamenin olmadığı durum</b>	Optimal politika	Ürün1	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
		Ürün2	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
		Ürün3	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18

Zaman etkisi olmadığında ikame ve tamamlayıcı etkilerden dolayı yeteri kadar talep oluşmakta ve çok fazla indirim gerekliliği duyulmamaktadır. Ayrıca zamanın talepler üzerinde negatif etkisinden dolayı sistem envanter boşaltma amacını gerçekleştirmek için daha düşük fiyat kararları vermektedir.

#### 7.4. Yaklaşık Değer Yineleme Algoritması Sonuçları

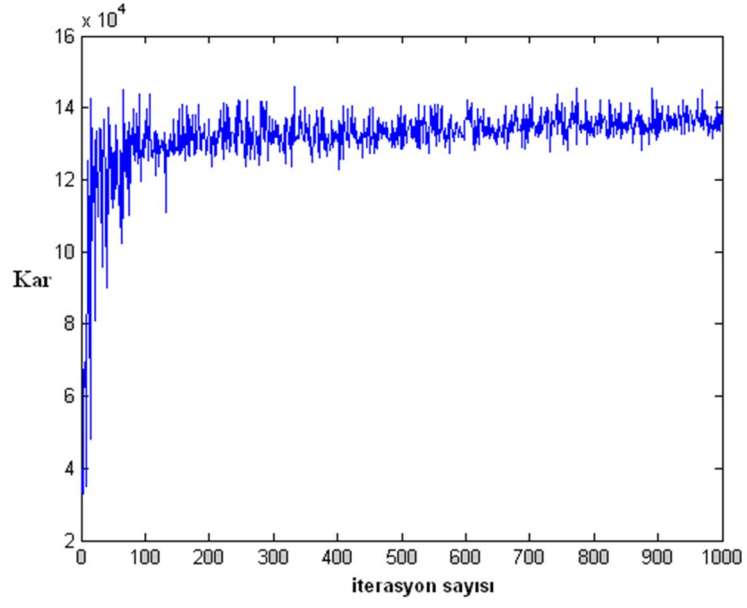
Aynı problem için analizler YDY algoritması ile de yapılmış, ikame ve zamanın optimal politika ve gelir üzerindeki etkileri değerlendirilerek SARSA algoritması ile karşılaştırılmıştır.

##### 7.4.1. İkili Ürün Grubu için YDY Sonuçları

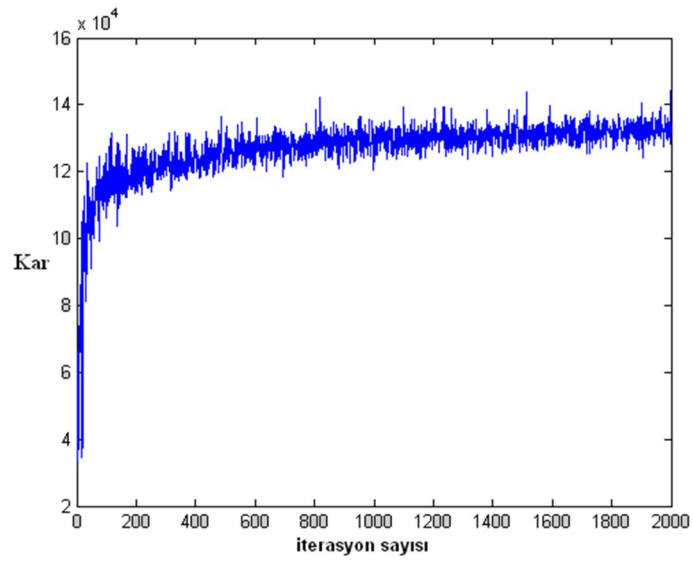
SARSA algoritmasında ikili ürün grubu için veriler bilgiler aynen bu algoritma içinde kullanılmıştır. SARSA algoritmasında her iterasyonda politika güncellenirken, YDY algoritmasında tüm iterasyonlar bittikten sonra politika oluşmaktadır.

##### 50'lik kümeleme

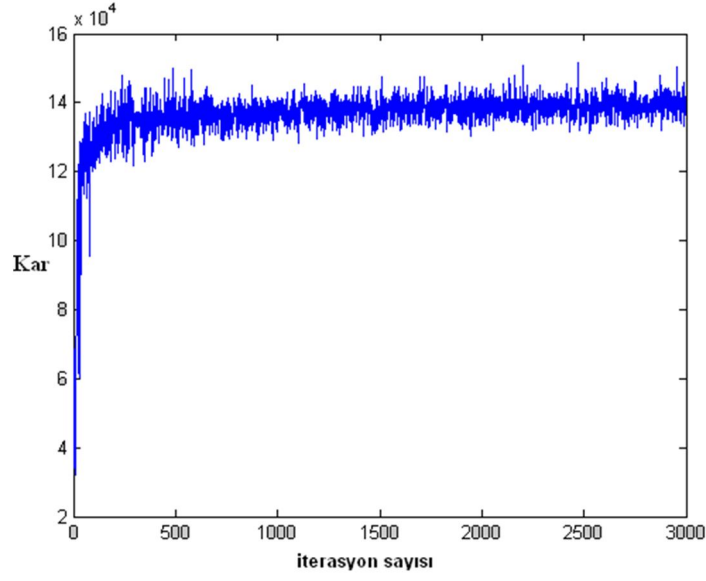
Öncelikle sistem farklı iterasyon sayılarına göre çalıştırılmış, yakınsama grafiklerine göre karşılaştırmaları yapılarak kaç iterasyon için analiz yapılacağı belirlenmiştir.



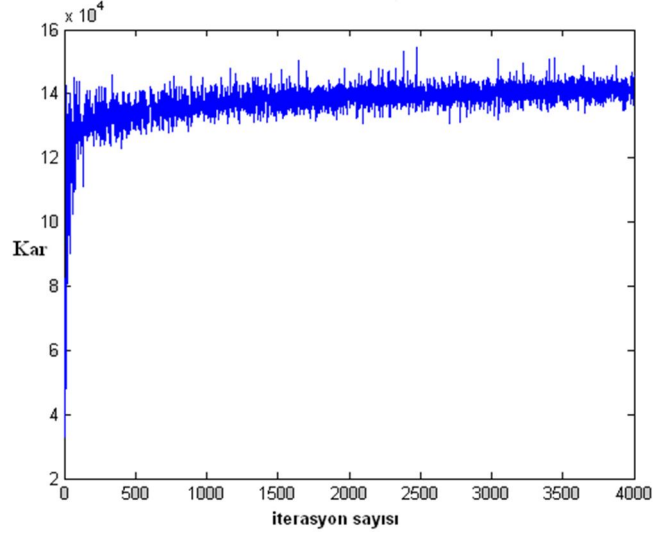
Şekil 89 YDY -1000 iterasyon için yakınsama grafiği



Şekil 90 YDY – 2000 iterasyon için yakınsama grafiği



**Şekil 91 YDY -3000 iterasyon için yakınsama grafiği**



**Şekil 92 YDY – 4000 iterasyon yakınsama grafiği**

YDY Algoritmasına göre yakınsama 500 iterasyondan sonra sağlanmıştır. SARSA Algoritmasıyla kıyasladığımızda sistemin varyansının daha az olduğu görülmüştür (Tablo 43).

İterasyon sayısı arttıkça kümelere olan ziyaret sayısı artmış, standart sapmalarda azalma görülmüştür. Ama bu azalma çok fazla olmadığından, süreden kazanmak için, SARSA algoritmasında olduğu gibi analizler 3000 iterasyon için yapılmıştır.

**Tablo 43 İlk durumun iterasyon sayısına bağlı sonuçları**

						95% güven aralığı	
	Periyot	Ziyaret edilen küme indeksi	Kümeyi ziyaret sayısı	Standart sapma	Kümenin beklenen değeri	L	U
<b>1000 iter.</b>	1	3061	1000	4974	132126	131818	132434
<b>2000 iter.</b>	1	3061	2000	4615	135108	134906	135310
<b>3000 iter.</b>	1	3061	3000	4327	119206	119051	119361
<b>4000 iter.</b>	1	3061	4000	4233	124469	124338	124600

Aynı analizler bu algoritma için gerçekleştirilmiştir. İkamenin ve zaman etkisinin dâhil olduğu temel durum, ikamenin olmadığı durum ve zaman etkisinin olmadığı 3 durum için elde edilen optimal politikalar Tablo 44’te verilmiştir. Kıyaslanması açısından SARSA algoritmasında kullanılan örnek patika değerlendirilmiştir.

**Tablo 44 50’lik kümelemeye göre 3 durum için elde edilen optimal politikalar**

			Hafta									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Temel durum</b>	Optimal politika	Ürün1	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27
		Ürün2	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
<b>İkame etkisi olmadığında</b>	Optimal politika	Ürün1	27	24.3	24.3	24.3	24.3	24.3	24.3	24.3	24.3	24.3
		Ürün2	18	18	18	16.2	16.2	16.2	16.2	16.2	16.2	16.2
<b>Zaman etkisi olmadığında</b>	Optimal politika	Ürün1	30	30	30	27	27	27	27	27	27	27
		Ürün2	20	20	18	18	18	18	18	18	18	18

İkame ve zaman etkilerinin dahil olduğu durumda sezona 27 TL ve 20 TL fiyatlarla başlanmış ve hiç indirim uygulanmamıştır. Elde edilen kâr ise örnek patika için 146,661 TL olup, ilk durumun beklenen değeri ise 119,000 TL civarındadır. SARSA’dan elde edilen kârla hemen hemen aynıdır. İkame olmadığında ürünlere talepler (ikame olan duruma kıyasla) azalacağından fiyatlarda düşüş gözlenmiştir. Sezona 27 TL ve 18 TL fiyatlarla başlanmış, ikinci hafta birinci üründe 10% indirim kararı, 4. hafta ise ikinci üründe 10% indirim kararı verilmiş ve dönem sonuna kadar başka indirim uygulanmamıştır. Elde edilen kâr ise 126,275 TL’ye düşmüştür. Zaman etkisinin ihmal edildiği durumda ise taleplerde zaman negatif etkiye sahip olduğundan bu etki kaldırıldığında taleplerde artış

gözlenmiş dolayısıyla sistem fiyatları artırmıştır. Bu durumda da elde edilen kâr 154,550 TL civarındadır.

100'lük kümeleme yapıldığında da benzer politikalar oluşmuş, fakat ziyaret edilen durumlara ziyaret sayısı artmıştır. Aynı SARSA algoritmasında yapıldığı gibi karışık kümeleme uygulayarak her iki kümeleme düzeyinin avantajlarından faydalanılmıştır.

**Tablo 45 Karışık kümeleme yapıldığında 3 durum için elde edilen optimal politikalar**

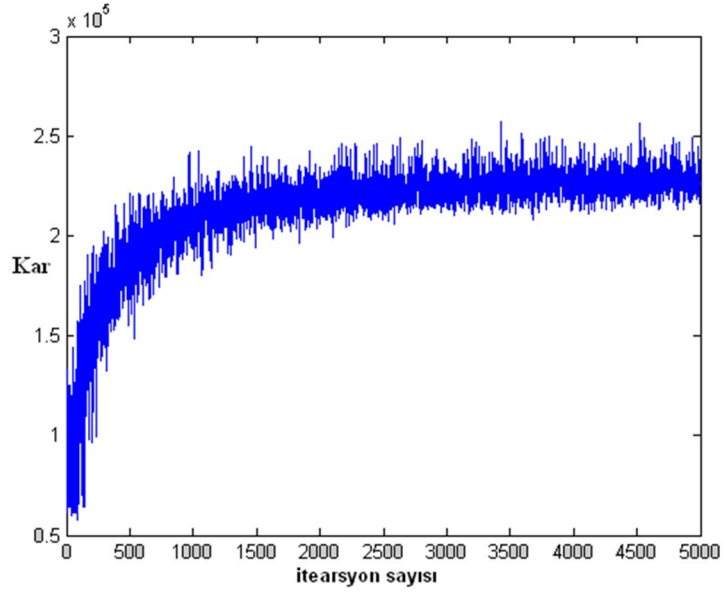
			Hafta										
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
<b>Temel durum</b>	Optimal politika	Ürün1	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27
		Ürün2	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
<b>İkame etkisi olmadığı</b>	Optimal politika	Ürün1	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21
		Ürün2	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
<b>Zaman etkisi olmadığı</b>	Optimal politika	Ürün1	30	30	27	27	27	27	27	27	27	27	27
		Ürün2	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

Karışık kümeleme ile temel durumda standart sapma 4300'lü değerlerden 3700 civarında değerlere düşmüş ve ziyaret edilen durumlara ziyaret sayısı artmıştır. Temel durumda değerlendirilen örnek patikaya göre birinci üründen 6. haftadan sonra, ikinci üründen 3. haftadan sonra elde kalmamaktadır. Dolayısıyla bu haftalardan sonra fiyat politikası son haftada belirlenen fiyatla devam etmektedir. SARSA algoritması ile kıyasladığımızda birinci ürünün aynı, ikinci üründe ise 3. haftada 10% indirim uygulandığı görülmüştür. Elde edilen kazanç ise 146,474 TL'dir. İkamenin olmadığı durumda birinci ürünün fiyatında belirgin bir düşüş gözlenmiş ve kâr 120,280 TL'ye düşmüştür. Zaman etkisinin kaldırıldığı durumda ise fiyatlarda artış sağlanarak karda artış sağlanmış, 151,344 TL'ye yükselmiştir.

#### 7.4.2. Üçlü Ürün Grubu için YDY Algoritması Sonuçları

SARSA Algoritmasında üçlü ürün grubu için veriler bilgileri bu algoritma içinde aynen kullanılarak analizler yapılmıştır. İkamenin ve diğer etkilerin olduğu temel durum için algoritma 50'lik, 100'lük kümeleme düzeyleri ve her iki düzeyin birlikte değerlendirildiği karışık kümeleme sonuçları Tablo 46'da verilmiştir. Temel durumun yakınsama grafiği ise Şekil 93'te görülmektedir.





Şekil 93 Üçlü ürün grubu için YDY algoritması yakınsama grafiği

Tablo 46 Üçlü ürün grubunda her kümeleme düzeyi için YDY analiz sonuçları

							95% güven aralığı	
Kümeleme düzeyi	Periyot	Ziyaret edilen ilk küme	İlk kümenin kaç kez ziyaret edildiği	Standart sapma	İlk kümenin beklenen ortalama değeri	L	U	
Single	50	1	216001	5000	5648	213123	212966	213279
	100	1	27001	5000	6853	236286	236096	236476
Mixed	50	1	216001	5000	5460	223938	223787	224089
	100	1	27001	5000	6065	200195	200027	200363

Karışık kümeleme yapıldığında standart sapmalarda düşüş gözlemlendiğinden sadece, karışık kümeleme için elde edilen sonuçlara yer verilmiştir. İkame, tamamlayıcı ve zaman etkilerinin dahil olduğu temel durumda Tablo 47'deki sonuçlar elde edilmiş, ikamenin olmadığı durum için elde edilen optimal politikalar ise Tablo 48' de verilmiştir.

YDY algoritmasına göre temel durumda sistem sezona sırasıyla 15.5 TL, 27.9 TL ve 32.4 TL fiyatlarla başlamış ve sezon sonuna kadar hiç indirmeye gitmemiştir. Elde edilen kâr ise 212,370 TL'dir. 50'lik ve 100'lük kümeleme yapıldığında da yine aynı politikalar elde edilmiştir. Fakat ilk durumun standart sapması daha fazladır.

**Tablo 47 Karışık kümeleme için temel durumda elde edilen optimal politika**

		Hafta									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Talep</b>	Ürün 1	751	718	685	652	619	586	553	436	-	-
	Ürün 2	1282	1208	1134	1060	316	-	-	-	-	-
	Ürün 3	651	631	611	591	571	551	531	511	352	-
<b>Optimal politika</b>	Ürün 1	15.5	15.5	15.5	15.5	15.5	15.5	15.5	15.5	15.5	15.5
	Ürün 2	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9
	Ürün 3	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4

**Tablo 48 Karışık kümeleme için ikame olmadığı durumda optimal politika**

		Hafta									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Talep</b>	Ürün 1	70	50	30	10	-	-	-	-	-	-
	Ürün 2	687	672	657	642	342	-	-	-	-	-
	Ürün 3	628	618	608	598	548	-	-	-	-	-
<b>Optimal politika</b>	Ürün 1	21.7	10.85	10.85	10.85	10.85	10.85	10.85	10.85	10.85	10.85
	Karar	-	50%	-	-	-	-	-	-	-	-
	Ürün 2	27.9	19.53	19.53	19.53	19.53	19.53	19.53	19.53	19.53	19.53
	Karar	-	30%	-	-	-	-	-	-	-	-
	Ürün 3	32.4	29.16	29.16	29.16	29.16	29.16	29.16	29.16	29.16	29.16
	Karar	-	10%	-	-	-	-	-	-	-	-

Ürünler arasında ikame olmadığı durumda, sistem sezona 21.7 TL, 27.9 TL ve 32.4 TL fiyatlarla başlamış, ikinci hafta ürünlere sırasıyla 50%, 30% ve 10% indirim kararları uygulanmış ve sezon sonuna kadar aynı fiyatlarla devam etmiştir. Elde edilen kâr ise 105,620 TL'dir. Görüldüğü gibi ürünlere ikame olmadığında talep azalmış, fiyatlarda düşüş olmuştur. Sonuç olarak ta beklenen kâr düşmüştür. Zaman etkisi kaldırıldığında aynı şekilde yine fiyatlarda artış olmuştur. Dolayısıyla kar da artmıştır (Tablo 49).

**Tablo 49 Karışık kümeleme için zaman etkisi olmadığında optimal politika**

		Hafta									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Talep</b>	Ürün 1	641	641	641	641	436	-	-	-	-	-
	Ürün 2	694	694	694	694	224	-	-	-	-	-
	Ürün 3	476	476	476	476	476	476	144	-	-	-
<b>Optimal politika</b>	Ürün 1	21.7	21.7	21.7	21.7	21.7	21.7	21.7	21.7	21.7	21.7
	Ürün 2	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9
	Ürün 3	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4

## 7.5. Fonksiyon Yaklaşımı ile Değer Fonksiyonu Tahmin Etme

Kümeleme tekniği ile ziyaret edilmeyen durum değerlerinin tahmin edilmesi hedeflenmiştir. Fakat buradaki sorun kümelerin beklenen değerlerinin doğru tahmin edilebilmesi için kümelere olan ziyaret sayılarının fazla olması gerekliliğidir. Bunun için çok fazla iterasyon gerçekleştirmek gereklidir ama iterasyon sayısı arttığı zaman algoritmanın koşum süresi artmaktadır. Bir diğer çözüm de küme büyüklüğünü artırmak olmuştur fakat bu kez de kümelerin standart sapmaları artmakta ve beklenen değerlerin güven aralıkları büyümektedir. Karışık kümeleme ile bu sorunlar giderilmeye çalışılmış, yaklaşık sonuçlar elde edilmiştir.

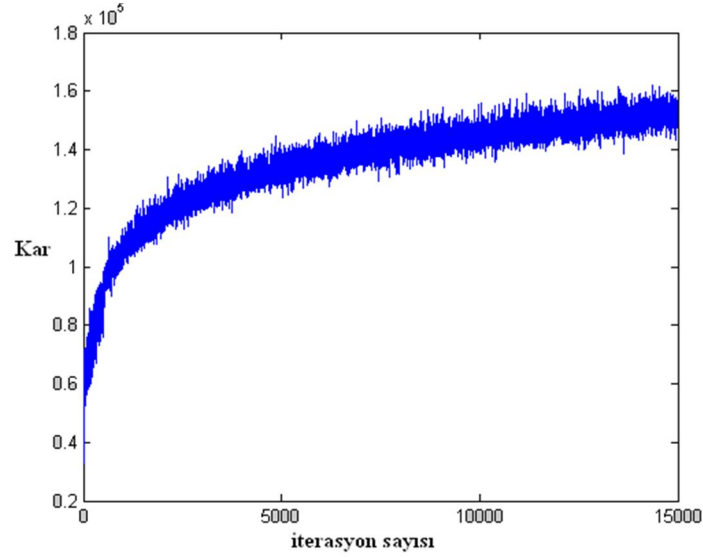
Ziyaret edilmeyen durum değerlerinin tahmini için bir diğer yol da fonksiyon uydurmaktır. Fonksiyon oluştururken SHAPE algoritması kullanılmıştır. Algoritmaya iyi bir başlangıç fonksiyonu ile başlamak daha iyi sonuçlar doğuracağından ilk 1000 iterasyon normal SARSA algoritması çalıştırılmış, regresyon ile fonksiyon katsayıları tahmin edilmiştir. Daha sonra ise SHAPE algoritmasına göre fonksiyon adım adım güncellenmiştir.

Fonksiyonumuzun parametrelerini ürünlerin fiyat ve envanter düzeyleri oluşturmakta ve her dönem için bir fonksiyon oluşturulmaktadır. Böylelikle sistem parçalı doğrusal fonksiyonlardan (piecewise linear functions) meydana gelmiştir. Çoklu ürün grubunda  $k$  tane ürün varsa  $t$  dönemdeki  $f$  fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$f_t(\text{price}_t, \text{inventory}_t) = \theta_{0t} + \sum_{i=1}^k \theta_{it} \text{price}_{it} + \sum_{i=1}^k \theta_{i+k,t} \text{inventory}_{it}$$

### 7.5.1. İkili Ürün Grubu için Analizler

Aynı ikili ürün grubu için SHAPE algoritması çalıştırılmış ve aynı analizler gerçekleştirilmiştir. Öncelikle sistemin yakınsamasına bakıldığında yaklaşık 5000 iterasyondan sonra yakınsama gözlenmiştir. Görüldüğü gibi sistemdeki durum sayısı arttığı için sistemin yakınsaması için daha fazla iterasyon gerekmiştir. Durumlara olan ziyaret sayısını artırmak ve istatistiksel açıdan daha doğru sonuçlar elde etmek için 15,000 iterasyon gerçekleştirilmiştir (Şekil 94).



**Şekil 94 Temel durum için yakınsama grafiği**

İkamenin ve zaman etkisinin dâhil olduğu temel durumun bazı durumlara ait sonuçları Tablo 50’de verilmiştir.

**Tablo 50 Temel durum için SHAPE algoritması analiz sonuçları**

Periyot	Ziyaret edilen durum indeksi	Ziyaret edilen duruma ziyaret sayısı	Standart sapma	Ziyaret edilen farklı durum sayısı	Ziyaret edilen durumun beklenen değeri	95% güven aralığı	
						L	U
1	7650001	15000	523	1	152701	152693	152709
2	6328464	3	5241	14316	130691	124760	136622
3	5166301	2	1741	14595	96157	93744	98570
4	3755301	21	337	2201	70204	70060	70348
5	2764201	15	557	1946	55630	55348	55912
6	1059101	16	515	1978	29367	29115	29619
7	1159401	7	223	1683	13925	13760	14090
8	467501	6	741	1336	8557	7964	9150
9	887401	6	489	977	7497	7106	7888
10	346801	4	624	677	4992	4380	5604

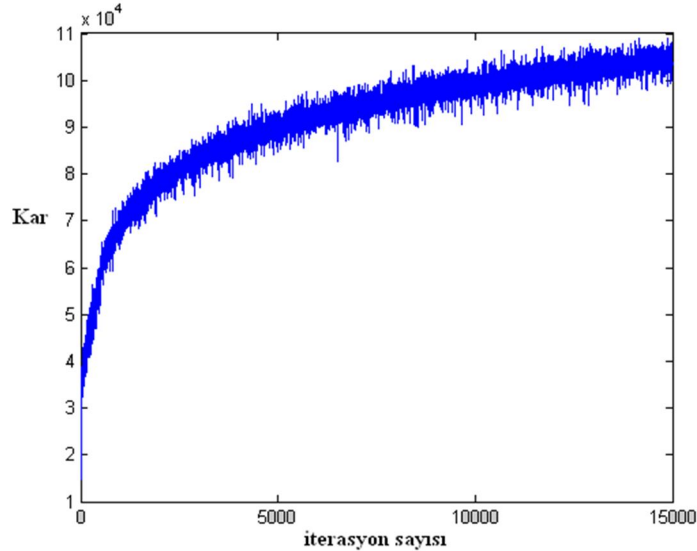
Fonksiyon uydurma ile artık kümelere değil de tek tek durumlara ziyaret sağlanmıştır. Mesela ikinci periyotta 15,000 iterasyonda 14,316 tane farklı duruma ziyaret gerçekleşmiş, bunlardan bazılarında 1’den fazla gelinmiştir. Bunlardan biride 6,328,464. indekse ifade edilen durumdur. Bu duruma 3 kez gelinmiş ve standart sapması 5241 olarak hesaplanmıştır. İndeksler aynı şekilde hesaplanmıştır: İlk ziyaret edilen durum, birinci ürünün 4500 adet, ikinci ürünün 1700 adet olduğu durumdur. Her bir envanter düzeyi incelenebileceği için toplam  $4500 \times 1700 + 1 = 7650001$  durum vardır, ilk durum da bu indekse ifade edilmektedir.

Tablo 51’ de ikame ve zaman etkilerinin dahil olduğu temel durumda, ikame olmadığında ve zaman etkisinin olmadığı durumlarda elde edilen yaklaşık optimal politikalar verilmiştir. Temel durumda değerlendirilen örnek patika için 159,850 TL kâr elde edilmiştir. Kümeleme Tekniği ile hemen hemen aynı sonuçlar elde edilmiş ama standart sapma çok daha düşük bulunmuştur.

**Tablo 51 Tüm durumlar için elde edilen optimal politika**

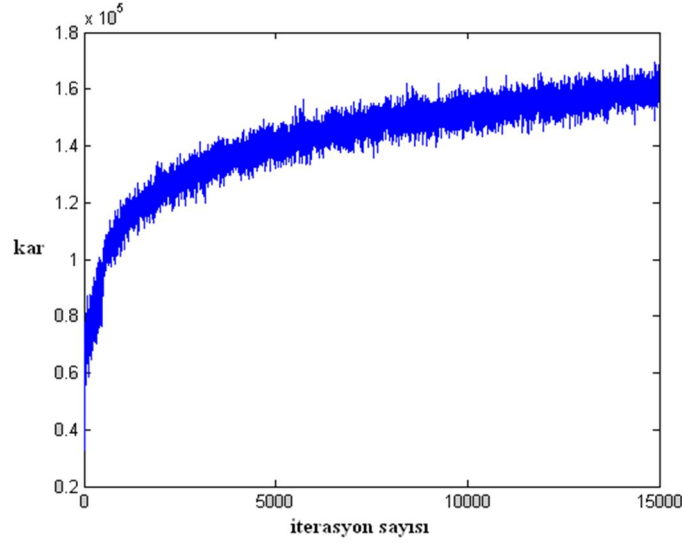
			Hafta									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Temel durum</b>	Optimal politika	Ürün1	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
		Ürün2	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
<b>İkame etkisi olmadığı</b>	Optimal politika	Ürün1	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21
		Ürün2	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
<b>Zaman etkisi olmadığı</b>	Optimal politika	Ürün1	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
		Ürün2	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

İkame olmadığı durumda talepteki azalmalardan dolayı birinci ürünün fiyatında düşüş gözlenmiştir. Dolayısıyla karda da düşüş gözlenmiş ve 114,890 TL olarak hesaplanmıştır. Deterministik modelde elde edilen 99,000 TL kardan çok farklı olmadığı görülmektedir. 15,000 iterasyon için yakınsama grafiği Şekil 95’te görülmektedir.



**Şekil 95 İkame olmadığı durumda sistemin yakınsama grafiği**

Zaman etkisinin olmadığı durumda ise talepler arttığı için fiyatlarda indirime gidilmemiş, 160,510 TL kâr elde edilmiştir. Deterministik modelde elde edilen kâr ise 106,255 TL’dir. Bu durumun yakınsama grafiği de Şekil 96’da görülmektedir.



**Şekil 96 Zaman etkisi olmadığı durumda sistemin yakınsama grafiği**

Analiz edilen bu üç senaryo için ilk durum sonuçları Tablo 52’de verilmiştir.

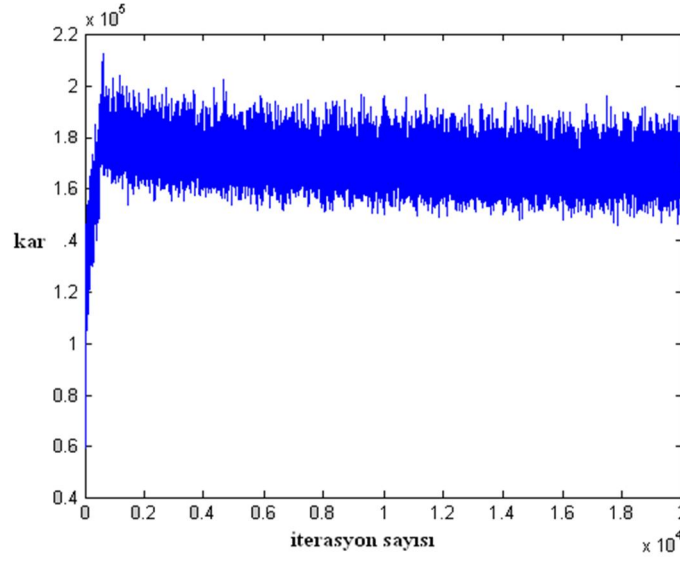
**Tablo 52 Üç senaryo için ilk durum analiz sonuçları**

Periyot	İlk durum indeksi	İterasyon sayısı	Standart sapma	İlk durumun beklenen değeri	95% güven aralığı L	95% güven aralığı U	Örnek patika için elde edilen kar
Temel durum	7,650,001	15,000	523	152,701	152,693	152,709	159,850
İkame etkisi olmadığı	7,650,001	15,000	402	103,073	103,067	103,079	114,890
Zaman etkisi olmadığı	7,650,001	15,000	257	159,508	159,504	159,512	160,510

Tablo 52’de görüldüğü gibi ikame olmadığına taleplerde düşüş olduğundan kâr azalmış, zaman etkisi olmadığına ise taleplerde artış olduğundan kâr artmıştır.

## 7.5.2. Üçlü Ürün Grubu için Analizler

Aynı üçlü ürün grubu için analizler SHAPE algoritması ile gerçekleştirilmiş, optimal politika ve gelir sonuçları elde edilmiştir. İkamenin ve zamanın optimal politika ve gelir üzerindeki etkileri ayrıca incelenmiştir. Her bir ürün 3000 envanter düzeyine sahip olduğundan toplam  $3000 \times 3000 \times 3000 + 1 = 27,000,000,001$  tane durum vardır. İlk durum indeksi bununla ifade edilmektedir. Sistem 20,000 iterasyon çalıştırılmış, yakınsama grafiği Şekil 97’de verilmiştir.



**Şekil 97 Temel durum yakınsama grafiği**

Temel durum sonuçları Tablo 53'te görülmektedir. 8, 9 ve 10. haftalarda envanter kalmadığı için ziyaret edilen durum indeksi 1 ile ifade edilmektedir.

**Tablo 53 Temel durum için elde edilen analiz sonuçları**

Periyot	Ziyaret edilen durum indeksi	Ziyaret edilen duruma ziyaret sayısı	Standart sapma	Ziyaret edilen farklı durum sayısı	Ziyaret edilen durumun beklenen değeri	%95 güven aralığı	
						L	U
1	27000000001	20000	260	1	150116	150112	150120
2	19842908422	2	9379	19999	137439	124440	150438
3	3214567234	1	0	20000	112334	112334	112334
4	4870669067	2	907	19993	100005	98748	101262
5	1196997848	2	405	11488	55613	55052	56174
6	2438997001	6	161	1773	19838	19709	19967
7	1511997001	4	213	363	1133	924	1342
8	1	19985	60	16	0	0	0
9	1	20000	60	1	0	0	0
10	1	20000	60	1	0	0	0

Temel durumda elde edilen optimal politika ise Tablo 54'te verilmiştir. Buna göre ikinci ve üçüncü ürünler için hiçbir dönem indirim yapılmamış, birinci üründe ise ikinci dönem %30 indirim kararı alınmış ve sezon sonuna kadar aynı devam etmiştir. Daha fazla iterasyon gerçekleştirildiğinde optimal politikaya daha da yaklaşılabilecektir. Çünkü 2, 3 ve 4. dönemlere bakıldığında hemen hemen her iterasyonda farklı durumlara gidilmiştir. Yani ziyaret edilen durumlara tekrar ziyaret sağlanmamıştır. Bu durum sonucunda 256,007 TL kâr elde edilmiştir.

İkame etkisi kaldırıldığında, talep azaldığından fiyatlarda düşüş gözlenmiş, dolayısıyla kâr 181,397 TL'ye düşmüştür. İkinci ve üçüncü üründe yine indirim uygulanmamış, birinci üründe ise ikinci ve üçüncü dönemlerde %50 indirim uygulanmış ve sezon sonuna kadar bir daha indirim uygulanmamıştır.

Zaman etkisi kaldırıldığında ise fiyatlarda indirime gidilmemiş, talep arttığından kâr 278,660 TL'ye yükselmiştir.

**Tablo 54 Her üç durum için elde edilen optimal politikalar**

			Hafta									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Temel durum</b>	Optimal politika	Ürün1	31	21.7	21.7	21.7	21.7	21.7	21.7	21.7	21.7	21.7
		Ürün2	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
		Ürün3	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36
<b>İkame etkisi olmadığına</b>	Optimal politika	Ürün1	31	15.5	7.75	7.75	7.75	7.75	7.75	7.75	7.75	7.75
		Ürün2	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
		Ürün3	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36
<b>Zaman etkisi olmadığına</b>	Optimal politika	Ürün1	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
		Ürün2	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
		Ürün3	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36

Deterministik modelde ise temel durumda ve zaman etkisini kaldırdığımız durumda ürünlerde hiç indirimle gidilmemiş, sırasıyla 283,995 TL ve 284,673 TL kâr elde edilmiştir. İkame etkisini kaldırdığımızda ise üçüncü ürün sezona 18 TL ile başlamış ve sezon sonuna kadar hiç indirim uygulanmamıştır. Elde edilen kâr ise 146,340 TL'dir.

## 7.6. Kullanılan Algoritmaların Kıyaslamaları

Proje kapsamında değer fonksiyonlarının tahmini için 2 algoritma kullanılmıştır (SARSA, Yaklaşık Değer Yineleme algoritmaları) ve bu algoritmalarda değer fonksiyonlarının tahmini için iki teknik kullanılmıştır: kümeleme tekniği ve fonksiyon uydurma tekniklerinden olan SHAPE algoritmalarıdır. Tablo 55'te ikili ürün grubu için, Tablo 56'da üçlü ürün grubu için algoritma kıyaslamaları yer almaktadır. Kıyaslamalar ikame ve zaman etkilerinin dâhil olduğu temel durumlar için yapılmıştır.

Algoritmalara bakıldığında ilk durum için beklenen karın yaklaşık aynı olduğu görülmekte, standart sapmada ise YDY'de elde edilen sonucun SARSA'da elde edilenden daha az olduğu görülmektedir. 3000 iterasyon için koşum sürelerine bakıldığında SHAPE algoritması en az süreye sahiptir. Bu



algoritmada tüm envanter düzeyleri incelendiğinden (kümeleme yapılmamakta) ve standart sapması da çok daha az olduğundan, algoritma 15,000 ve 30,000 iterasyon çalıştırılmış, iterasyon sayısı arttıkça sonuçların deterministik modele daha da yaklaştığı görülmüştür.

**Tablo 55 İkili ürün grubu için algoritma kıyaslamaları**

Algoritma	İterasyon sayısı	Koşum Süresi	İlk durum std.sapma	İlk durum beklenen kâr	95% Alt sınır	95% Üst sınır	Örnek patika için elde edilen kâr
SARSA_50	3000	14.6 dk.	8671	114,345	114,035	114,655	153,000
SARSA_100	3000	17 dk.	9275	117,970	117,638	118,302	140,580
SARSA_karışık	3000	18.33 dk.	5718	127,660	127,455	127,865	155,953
YDY_50	3000	8.95 dk.	4327	119,206	119,051	119,361	146,661
YDY_100	3000	7.53 dk.	4116	138,857	138,710	139,004	158,040
YDY_karışık	3000	9.56 dk.	3729	133,111	132,978	133,244	156,474
SHAPE	3000	6.33 dk.	866	98,949	98,918	98,980	159,850
SHAPE	15000	1.87 saat	523	152,701	152,693	152,709	159,850
SHAPE	30000	6.8 saat	304	111,425	111,422	111,428	159,850
Deterministik	-	-	-	-	-	-	104,877

**Tablo 56 Üçlü ürün grubu için algoritma kıyaslamaları**

Algoritma	İterasyon sayısı	Koşum Süresi	İlk durum std.sapma	İlk durum beklenen kâr	95% Alt sınır	95% Üst sınır	Örnek patika için elde edilen kâr
SARSA_50	5000	2.91 saat	7422	230,907	230,701	231,113	208,720
SARSA_100	5000	2.84 saat	7357	224,319	224,115	224,523	223,380
SARSA_karışık	5000	5.33 saat	6492	218,227	218,047	218,407	230,225
YDY_50	5000	5.53 saat	5648	213,123	212,966	213,279	241,100
YDY_100	5000	2.84 saat	6853	236,286	236,096	236,476	212,370
YDY_karışık	5000	11 saat	6065	200,195	200,027	200,363	212,370
SHAPE	5000	27 dk.	213	163,916	163,910	163,922	277,572
SHAPE	20000	4.25 saat	260	150,116	150,112	150,120	256,007
Deterministik	-	-	-	-	-	-	283,995

Üçlü ürün grubu analizlerinde 5000 iterasyon için SHAPE algoritmasının koşum süresi ve standart sapma açısından diğerlerine göre çok daha iyi sonuçlar verdiği görülmüş, bu nedenle SHAPE

algoritması 20,000 iterasyon için çalıştırılmıştır. Örnek patika için elde edilen beklenen gelirin deterministik çözümde elde edilen değere çok yakın olduğu görülmüştür.

### **7.7. Sistematik Karşılaştırma**

Stokastik yöntemlerin kıyaslaması için 5 ikili ürün grubu, 5 üçlü ürün grubu seçilmiş, SARSA ve YDY algoritmalarının kıyaslamaları ikamenin olduğu ve olmadığı durumlar için yapılmıştır. Karışık kümeleme daha iyi sonuçlar verdiği için (standart sapması daha düşük) sadece karışık kümeleme için algoritmalar çalıştırılmıştır.

Seçilen ürün gruplarının talep dağılımları **ikame etkisi olduğunda** aşağıdaki gibidir:

#### **İkili ürün grupları:**

Seçilen 5 ikili ürün grubu için de başlangıç envanter düzeyleri sırasıyla 4500 adet ve 3000 adet olarak, başlangıç fiyatları da 30 TL ve 20 TL olarak alınmıştır. Her envanter düzeyi için  $4 \times 4 = 16$  indirim kararı alınabileceğinden kümeleme yapılmıyorsa  $4500 \times 3000 \times 16 = 216 \times 10^6$  tane durum oluşacaktı ki bu durumları öğrenmek çok fazla iterasyon gerektirecektir. Bu nedenle analizlerde karışık kümeleme yöntemi kullanılmıştır.

Birinci ürün grubu:

$$D_{1t}(price_{1t}, price_{2t}) = 950 - 25t - 19price_{1t} + 15price_{2t} + \varepsilon_t$$

$$D_{2t}(price_{1t}, price_{2t}) = 700 - 15t + 10price_{1t} - 10price_{2t} + \varepsilon_t$$

İkinci ürün grubu:

$$D_{1t}(price_{1t}, price_{2t}) = 800 - 20t - 15price_{1t} + 10price_{2t} + \varepsilon_t$$

$$D_{2t}(price_{1t}, price_{2t}) = 600 - 10t + 8price_{1t} - 12price_{2t} + \varepsilon_t$$

Üçüncü ürün grubu:

$$D_{1t}(price_{1t}, price_{2t}) = 750 - 18t - 15price_{1t} + 11price_{2t} + \varepsilon_t$$

$$D_{2t}(price_{1t}, price_{2t}) = 600 - 8t + 10price_{1t} - 6price_{2t} + \varepsilon_t$$

Dördüncü ürün grubu:

$$D_{1t}(price_{1t}, price_{2t}) = 500 - 15t - 14price_{1t} + 10price_{2t} + \varepsilon_t$$

$$D_{2t}(price_{1t}, price_{2t}) = 450 - 15t + 10price_{1t} - 9price_{2t} + \varepsilon_t$$

Beşinci ürün grubu:

$$D_{1t}(price_{1t}, price_{2t}) = 550 - 10t - 12price_{1t} + 17price_{2t} + \varepsilon_t$$

$$D_{2t}(price_{1t}, price_{2t}) = 700 - 10t + 9price_{1t} - 12price_{2t} + \varepsilon_t$$

### **Üçlü ürün grupları:**

Seçilen ürün gruplarında her ürün 3000 adet başlangıç envanter düzeyine ve sırasıyla 31 TL, 31 TL ve 36 TL başlangıç fiyatlarına sahiptir. Talep dağılımları aşağıdaki gibidir:

Birinci ürün grubu:

$$D_{1t}(price_{1t}, price_{2t}, price_{3t}) = 400 - 25t - 10 price_{1t} + 5 price_{2t} + 11 price_{3t} + \varepsilon_t$$

$$D_{2t}(price_{1t}, price_{2t}, price_{3t}) = 950 - 15t - 20 price_{1t} - 8 price_{2t} + 17 price_{3t} + \varepsilon_t$$

$$D_{3t}(price_{1t}, price_{2t}, price_{3t}) = 800 - 10t - 12 price_{1t} + 12 price_{2t} - 9 price_{3t} + \varepsilon_t$$

İkinci ürün grubu:

$$D_{1t}(price_{1t}, price_{2t}, price_{3t}) = 300 - 10t - 10 price_{1t} + 7 price_{2t} + 11 price_{3t} + \varepsilon_t$$

$$D_{2t}(price_{1t}, price_{2t}, price_{3t}) = 750 - 11t - 17 price_{1t} - 8 price_{2t} + 14 price_{3t} + \varepsilon_t$$

$$D_{3t}(price_{1t}, price_{2t}, price_{3t}) = 600 - 12t - 8 price_{1t} + 10 price_{2t} - 8 price_{3t} + \varepsilon_t$$

Üçüncü ürün grubu:

$$D_{1t}(price_{1t}, price_{2t}, price_{3t}) = 350 - 15t - 8 price_{1t} + 5 price_{2t} + 7 price_{3t} + \varepsilon_t$$

$$D_{2t}(price_{1t}, price_{2t}, price_{3t}) = 650 - 15t - 13 price_{1t} - 10 price_{2t} + 12 price_{3t} + \varepsilon_t$$

$$D_{3t}(price_{1t}, price_{2t}, price_{3t}) = 750 - 10t - 10 price_{1t} + 9 price_{2t} - 10 price_{3t} + \varepsilon_t$$

Dördüncü ürün grubu:

$$D_{1t}(price_{1t}, price_{2t}, price_{3t}) = 300 - 12t - 6 price_{1t} + 8 price_{2t} + 9 price_{3t} + \varepsilon_t$$

$$D_{2t}(price_{1t}, price_{2t}, price_{3t}) = 500 - 10t - 9 price_{1t} - 5 price_{2t} + 15 price_{3t} + \varepsilon_t$$

$$D_{3t}(price_{1t}, price_{2t}, price_{3t}) = 700 - 15t - 7 price_{1t} + 6 price_{2t} - 9 price_{3t} + \varepsilon_t$$

Beşinci ürün grubu:

$$D_{1t}(price_{1t}, price_{2t}, price_{3t}) = 250 - 11t - 10 price_{1t} + 10 price_{2t} + 7 price_{3t} + \varepsilon_t$$

$$D_{2t}(price_{1t}, price_{2t}, price_{3t}) = 350 - 20t - 6 price_{1t} - 8 price_{2t} + 10 price_{3t} + \varepsilon_t$$

$$D_{3t}(price_{1t}, price_{2t}, price_{3t}) = 550 - 7t - 5 price_{1t} + 12 price_{2t} - 11 price_{3t} + \varepsilon_t$$

Ürünler arası **ikame olmadığında** ise ürünlerin talep dağılımları aşağıdaki gibi değişmiştir. Ürün talepleri sadece kendi fiyat değişimlerinden etkilenmektedir.

### **İkili ürün grupları:**

Birinci ürün grubu:

$$D_{1t}(price_{1t}, price_{2t}) = 950 - 25t - 19 price_{1t} + \varepsilon_t$$

$$D_{2t}(price_{1t}, price_{2t}) = 700 - 15t - 10 price_{2t} + \varepsilon_t$$

İkinci ürün grubu:

$$D_{1t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}) = 800 - 20t - 15\text{price}_{1t} + \varepsilon_t$$

$$D_{2t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}) = 600 - 10t - 12\text{price}_{2t} + \varepsilon_t$$

Üçüncü ürün grubu:

$$D_{1t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}) = 750 - 18t - 15\text{price}_{1t} + \varepsilon_t$$

$$D_{2t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}) = 600 - 8t - 6\text{price}_{2t} + \varepsilon_t$$

Dördüncü ürün grubu:

$$D_{1t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}) = 500 - 15t - 14\text{price}_{1t} + \varepsilon_t$$

$$D_{2t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}) = 450 - 15t - 9\text{price}_{2t} + \varepsilon_t$$

Beşinci ürün grubu:

$$D_{1t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}) = 550 - 10t - 12\text{price}_{1t} + \varepsilon_t$$

$$D_{2t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}) = 700 - 10t - 12\text{price}_{2t} + \varepsilon_t$$

### **Üçlü ürün grupları:**

Birinci ürün grubu:

$$D_{1t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}, \text{price}_{3t}) = 400 - 25t - 10\text{price}_{1t} + \varepsilon_t$$

$$D_{2t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}, \text{price}_{3t}) = 950 - 15t - 20\text{price}_{1t} - 8\text{price}_{2t} + \varepsilon_t$$

$$D_{3t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}, \text{price}_{3t}) = 800 - 10t - 12\text{price}_{1t} - 9\text{price}_{3t} + \varepsilon_t$$

İkinci ürün grubu:

$$D_{1t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}, \text{price}_{3t}) = 300 - 10t - 10\text{price}_{1t} + \varepsilon_t$$

$$D_{2t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}, \text{price}_{3t}) = 750 - 11t - 17\text{price}_{1t} - 8\text{price}_{2t} + \varepsilon_t$$

$$D_{3t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}, \text{price}_{3t}) = 600 - 12t - 8\text{price}_{1t} - 8\text{price}_{3t} + \varepsilon_t$$

Üçüncü ürün grubu:

$$D_{1t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}, \text{price}_{3t}) = 350 - 15t - 8\text{price}_{1t} + \varepsilon_t$$

$$D_{2t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}, \text{price}_{3t}) = 650 - 15t - 13\text{price}_{1t} - 10\text{price}_{2t} + \varepsilon_t$$

$$D_{3t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}, \text{price}_{3t}) = 750 - 10t - 10\text{price}_{1t} - 10\text{price}_{3t} + \varepsilon_t$$

Dördüncü ürün grubu:

$$D_{1t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}, \text{price}_{3t}) = 300 - 12t - 6\text{price}_{1t} + \varepsilon_t$$

$$D_{2t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}, \text{price}_{3t}) = 500 - 10t - 9\text{price}_{1t} - 5\text{price}_{2t} + \varepsilon_t$$

$$D_{3t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}, \text{price}_{3t}) = 700 - 15t - 7\text{price}_{1t} - 9\text{price}_{3t} + \varepsilon_t$$

Beşinci ürün grubu:

$$D_{1t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}, \text{price}_{3t}) = 250 - 11t - 10\text{price}_{1t} + \varepsilon_t$$

$$D_{2t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}, \text{price}_{3t}) = 350 - 20t - 6\text{price}_{1t} - 8\text{price}_{2t} + \varepsilon_t$$

$$D_{3t}(\text{price}_{1t}, \text{price}_{2t}, \text{price}_{3t}) = 550 - 7t - 5\text{price}_{1t} - 11\text{price}_{3t} + \varepsilon_t$$

### 7.7.1. İkili ürün grupları için algoritma kıyaslamaları

Aşağıdaki tablolarda SARSA ve YDY algoritmalarının ürünler arasında ikame olduğu ve olmadığı durumlardaki kıyaslamaları verilmiştir. İkame olmadığında her iki algoritma sonucuna göre kârda azalma görülmektedir. Çünkü, ikame ortadan kalktığında taleplerde düşüş gözleneceğinden (çünkü bir ürün çok pahalı olduğunda, bu ürünün daha ucuz olan bir ikamesi varsa ikame ürün alınacaktır, yoksa o ürün alınmayacaktır ve talepte azalma olacaktır) fiyatlarda düşüş olacak, bundan dolayı da kâr azalacaktır. Tablo 58’de aynı talep örneklemini için her iki algoritmadan elde edilen fiyat politikaları görülmektedir.

Her iki algoritma sonucunda benzer sonuçlar elde edilmekle birlikte SARSA algoritmasında ilk durum için oluşan standart sapma YDY algoritmasına göre daha yüksektir. Bu nedenle YDY algoritmasında elde edilen ilk durum beklenen kârı daha hassas bir aralıkta olduğundan SARSA’ya göre daha iyidir diyebiliriz.

**Tablo 57 Birinci ürün grubu için algoritma kıyaslamaları**

Algoritma		İterasyon sayısı	İlk durum std.sapma	İlk durum beklenen kâr (TL)	95% Alt sınır	95% Üst sınır	Örnek patika için elde edilen kâr (TL)
SARSA algoritması	İkame olduğunda	3000	8827	128,329	128,013	128,644	142,906
	İkame olmadığına	3000	10,815	82,509	82,151	82,926	136,296
YDY algoritması	İkame olduğunda	3000	4332	152,911	152,756	153,066	162,310
	İkame olmadığına	3000	5643	124,289	124,087	124,491	159,337

**Tablo 58 Birinci ürün gurubu için elde edilen yaklaşık optimal fiyat politikaları, (seçilen örnek patika için)**

Algoritma		Ürün	Hafta					Kâr (TL)
			1	2	3	4	5-10	
SARSA	İkame olduğunda	P1	30	30	30	30	30	142,906
		P2	14	7	6.3	5.67	2.835	
	İkame olmadığına	P1	30	27	27	27	27	136,296
		P2	10	10	10	9	4.5	
YDY	İkame olduğunda	P1	30	27	27	27	27	162,310
		P2	20	18	18	18	18	
	İkame olmadığına	P1	27	27	27	27	27	159,337
		P2	18	18	18	18	18	

**Tablo 59 İkinci ürün grubu için algoritma kıyaslamaları**

Algoritma		İterasyon sayısı	İlk durum std.sapma	İlk durum beklenen kâr	95% Alt sınır	95% Üst sınır	Örnek patika için elde edilen kâr
<b>SARSA algoritması</b>	İkame olduğunda	3000	13,460	109,160	108,673	109,641	150,778
	İkame olmadığına	3000	18,920	65,419	64,741	66,096	128,080
<b>YDY algoritması</b>	İkame olduğunda	3000	2786	139,472	139,372	139,571	158,958
	İkame olmadığına	3000	4728	107,460	107,290	107,629	151,363

**Tablo 60 Üçüncü ürün grubu için algoritma kıyaslamaları**

Algoritma		İterasyon sayısı	İlk durum std.sapma	İlk durum beklenen kâr	95% Alt sınır	95% Üst sınır	Örnek patika için elde edilen kâr
<b>SARSA algoritması</b>	İkame olduğunda	3000	6611	110,086	109,849	110,322	68,199
	İkame olmadığına	3000	8491	80,740	80,436	81,043	67,632
<b>YDY algoritması</b>	İkame olduğunda	3000	5507	144,595	144,397	144,792	155,653
	İkame olmadığına	3000	5326	124,682	124,491	124,872	149,750

**Tablo 61 Dördüncü ürün grubu için algoritma kıyaslamaları**

Algoritma		İterasyon sayısı	İlk durum std. sapma	İlk durum beklenen kâr	95% Alt sınır	95% Üst sınır	Örnek patika için elde edilen kâr
<b>SARSA algoritması</b>	İkame olduğunda	3000	7787	73,367	73,088	73,645	68,949
	İkame olmadığına	3000	17,379	66,640	66,018	67,262	55,093
<b>YDY algoritması</b>	İkame olduğunda	3000	4319	109,077	108,922	109,231	70,643
	İkame olmadığına	3000	10,207	101,567	101,201	101,932	68,702

**Tablo 62 Beşinci ürün grubu için algoritma kıyaslamaları**

Algoritma		İterasyon sayısı	İlk durum std.sapma	İlk durum beklenen kâr	95% Alt sınır	95% Üst sınır	Örnek patika için elde edilen kâr
<b>SARSA algoritması</b>	İkame olduğunda	3000	24,752	87,633	86,747	88,518	90,880
	İkame olmadığına	3000	19,206	68,868	68,180	69,555	87,525
<b>YDY algoritması</b>	İkame olduğunda	3000	7455	144,765	144,498	145,031	123,452
	İkame olmadığına	3000	4375	91,192	91,035	91,348	109,134

### 7.7.2. Üçlü ürün grubu için algoritma kıyaslamaları

Üçlü ürün grupları için yapılan algoritma kıyaslamalarında da aynı sonuçlar elde edilmiştir. İkame etkisi ortadan kaldırıldığında tüketicilerin seçenekleri azaldığından taleplerde azalma, dolayısıyla karlarda düşüş gözlenmiştir. Tablo 64’te birinci ürün grubu için elde edilen yaklaşık optimal fiyat politikaları görülmektedir. İlk durum için elde edilen kâra bakıldığında SARSA ve YDY algoritmalarının çok benzer sonuçlar verdiği görülmektedir. Örnek patika için daha farklı sonuçlar vermesi çok normaldir, çünkü binlerce durumun olduğu bu problemler 3000 kez çalıştırılmış ve örnek patikada yer alan durumlara belkide çok az ziyaret sağlanmıştır yani bu durumlar daha az öğrenilmiştir. Ürün sayısı arttığında YDY algoritmasının ilk durum standart sapması SARSA algoritmasına göre daha yüksek çıkmıştır. Yani SARSA algoritmasına göre ilk durum beklenen kârın güven aralığı YDY’ ye göre daha hassastır.

**Tablo 63 Birinci ürün grubu için algoritma kıyaslamaları**

Algoritma		İterasyon sayısı	İlk durum std.sapma	İlk durum beklenen kâr	95% Alt sınır	95% Üst sınır	Örnek patika için elde edilen kâr
<b>SARSA algoritması</b>	İkame olduğunda	3000	9187	221,418	221,089	221,746	265,114
	İkame olmadığına	3000	15,759	120,497	119,933	121,061	206,934
<b>YDY algoritması</b>	İkame olduğunda	3000	37,364	202,372	201,034	203,709	166,545
	İkame olmadığına	3000	25,458	142,922	142,010	143,833	132,591

**Tablo 64 Birinci ürün grubu için elde edilen yaklaşık optimal fiyat politikaları**

Algoritma			Hafta					Kar (TL)
			1	2	3	4	5	
SARSA	İkame olduğunda	P1	27.9	25.11	25.11	25.11	25.11	265,114
		P2	31	31	31	31	31	
		P3	36	36	36	36	36	
	İkame olmadığına	P1	21.7	19.53	19.53	19.53	19.53	206,934
		P2	21.7	19.53	19.53	19.53	19.53	
		P3	36	32.4	32.4	32.4	32.4	
YDY	İkame olduğunda	P1	15.5	15.5	15.5	15.5	15.5	166,545
		P2	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9	
		P3	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4	
	İkame olmadığına	P1	15.5	15.5	15.5	15.5	15.5	132,591
		P2	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9	
		P3	18	18	18	18	18	

**Tablo 65 İkinci ürün grubu için algoritma kıyaslamaları**

Algoritma		İterasyon sayısı	İlk durum std.sapma	İlk durum beklenen kâr	95% Alt sınır	95% Üst sınır	Örnek patika için elde edilen kâr
<b>SARSA algoritması</b>	İkame olduğunda	3000	8630	198,396	198,087	198,704	187,762
	İkame olmadığına	3000	7902	87,412	87,129	87,694	180,373
<b>YDY algoritması</b>	İkame olduğunda	3000	20,047	175,314	174,596	176,031	209,632
	İkame olmadığına	3000	23,642	94,673	93,826	95,519	135,466

**Tablo 66 Üçüncü ürün grubu için algoritma kıyaslamaları**

Algoritma		İterasyon sayısı	İlk durum std.sapma	İlk durum beklenen kâr	95% Alt sınır	95% Üst sınır	Örnek patika için elde edilen kâr
<b>SARSA algoritması</b>	İkame olduğunda	3000	16,900	178,692	178,260	179,663	169,444
	İkame olmadığına	3000	11,468	101,591	101,180	102,001	160,889
<b>YDY algoritması</b>	İkame olduğunda	3000	20,453	188,645	187,693	189,377	217,712
	İkame olmadığına	3000	19,955	179,538	178,823	180,252	188,796



**Tablo 67 Dördüncü ürün grubu için algoritma kıyaslamaları**

Algoritma	İterasyon sayısı	İlk durum std.sapma	İlk durum beklenen kâr	95% Alt sınır	95% Üst sınır	Örnek patika için elde edilen kâr	
<b>SARSA algoritması</b>	İkame olduğunda	3000	8325	201,796	201,498	202,094	196,214
	İkame olmadığına	3000	8884	65,833	65,515	66,150	187,653
<b>YDY algoritması</b>	İkame olduğunda	3000	20,453	188,645	187,913	189,377	200,255
	İkame olmadığına	3000	17,252	97,845	97,227	98,462	167,342

**Tablo 68 Beşinci ürün grubu için algoritma kıyaslamaları**

Algoritma	İterasyon sayısı	İlk durum std.sapma	İlk durum beklenen kâr	95% Alt sınır	95% Üst sınır	Örnek patika için elde edilen kâr	
<b>SARSA algoritması</b>	İkame olduğunda	3000	14,253	144,989	144,478	145,499	161,342
	İkame olmadığına	3000	7076	57,832	57,578	58,085	133,800
<b>YDY algoritması</b>	İkame olduğunda	3000	28,540	155,112	154,090	156,133	137,180
	İkame olmadığına	3000	10,108	94,646	94,284	95,007	65,416

Sonuçları genelleştirecek olursak, ikamenin fiyatlar ve dolayısıyla kar üzerinde pozitif etkileri olduğu görülmektedir. İkame olmadığına kârı artırmak için sistem fiyatları düşürme yoluna gitmektedir. Çünkü tüketici ürün pahalı olduğunda satın almama kararı verebilir ve talepte kayıp olabilir. Talep düştüğü için de elde stok kalmaması için fiyatları düşürme kararı alınarak kârı artırmaya çalışılır. Oysa ki o pahalı ürünün bir ikamesi olsa tüketici bu ikame ürüne yönelebilir ve böylece ikame ürünün talebi artar. Talep arttığı için bu kez fiyatlarda indirim gidilmez veya daha az indirim gidilir ve kâr artar. Dolayısıyla ürünler birbirinin ikamesi olduğunda daha az kalıcı indirim yapılmakta ve talepte de daha az kayıp olduğundan ve kar artmaktadır.

## **7.8. Bulgular**

Ürünler arasında korelasyon olduğundan, bir ürünün (ikame ürün) fiyatını düşürdüğümüzde diğer ürünün talebinde artış olmuştur. Talep arttığı için sistem kârı artırmak için fiyatları artırma yönüne gitmiş, dolayısıyla karda artmıştır. İndirimlere yönelik iki analiz yapılmıştır. Birincisi sezon boyunca indirim kısıtının olmaması, ikincisi indirim sayısının sınırlı olmasıdır. İndirim sayısına kısıt konulmadığında, sistem küçük küçük indirimler yaparak kârı artırmaya çalışmıştır. Aniden büyük bir indirim yapılmadığından ilk dönemlerde fiyat daha yüksek olmuş ve daha büyük kâr elde edilmiştir. Fakat indirim sayısında kısıt olduğunda, sistem elinde envanter kalmaması için daha büyük indirimlere karar vermiştir. Fiyatlar daha düşük olduğundan dolayı da diğer duruma göre daha az kâr elde edilmiştir.

Diğer incelenen bir etki ise zamanın kalıcı indirimler üzerindeki etkisidir. Zamanın talep üzerinde negatif etkisi olduğundan, zaman etkisini kaldırdığımız durumda taleplerde artış olmuştur. Talepler arttığı için sistem yine fiyatları artıma yönüne gitmiş, dolayısıyla beklenen kâr artmıştır. Sonuç olarak zamanın optimal politika üzerinde negatif etkisi olduğu görülmüştür.

## 8. SONUÇLAR ve FİRMA İLE DEĞERLENDİRMELER

Bilindiği gibi bu proje çalışmasında iki farklı veri seti kullanılmıştır: Bunlar 2007 ve 2008 yaz dönemlerine ait verilerdir. Bu iki veri seti arasındaki farklar 3. Bölüm’de ayrıntıları ile verilmiştir. 2007 verilerini projemiz için hazırlayan yetkili kişi artık LC Waikiki’de çalışmadığı için maskelenmiş verilerin gerçek verilerle ilişkisi kaybedilmiştir. Bu yüzden firma ile ortak değerlendirmelerde sadece 2008 verilerinden elde edilen sonuçların değerlendirilmesi yapılmıştır.

Öncelikle Bölüm 3.2.1’de bulunan pozitif ve negatif (ikame) ilişkiler firma ile paylaşılmıştır. Kullandığımız maskelenmiş veride bulunan model ürün kodları gerçek kodlarla birleştirilmiş ve bu ürünlere ait gerçek bilgiler firma tarafından hazırlanmıştır. Daha sonra bulunan ilişkilerin anlamlılıkları üzerine incelemeler yapılmıştır. Bu incelemelerde Tablo 69’da verilen örnek pivot tablolar elde edilmiş ve bulunan sonuçlar değerlendirilmiştir. Firma yetkilileri ile yapılan değerlendirmede, bazı promosyon ürünlerinin ürün ilişkilerinde yer aldığı belirlenmiştir. Promosyon ürünler gerçekte genel ve anlamlı kurallar için kullanılmamalıdır. Çünkü promosyon ürünlerin fiyatları normalde olması gerekenden daha düşük olduğundan müşteriler olağan satın alma davranışlarından ayrılarak bu ürünleri satın almaktadırlar. Dolayısı ile promosyon ürünleri ile diğer ürünler arasında bulunan ikame ve tamamlayıcı etkiler, ürünler arasındaki gerçek etkileşimi temsil etmez, geçici bir davranışın göstergesidir.

Bilindiği gibi çalışmamızda 2008 verileri için toplam 2153 pozitif ve negatif (ikame) ilişkileri bulunmuştu. Bu ilişkilerden promosyon ürünlerine ait ilişkiler çıkarıldığında geriye toplam 1981 ilişki kalmaktadır. Bunların 1096’sı pozitif, geri kalan 885 ilişki ise negatiftir. Bu ilişkiler 444 farklı ürüne aittir. Yani 1981 ilişki, toplam 444 üründen elde edilmiştir.

Bu ilişkiler daha da filtrelenerek temel ürünler dışında kalan ürünlere ait ilişkiler bulunabilir. Bilindiği gibi temel ürünler çok satan ve sezon boyunca mağazalarda bulunan ürünlerdir. Bu tip ürünlerde fiyat indirimleri ya çok az yapılmakta ya da hiç yapılmamaktadır. Temel ürünlerin ilk fiyatları da diğer ürünlere göre düşüktür. Temel ürünler çıkarılınca, içinde temel ürün bulunmayan toplam 357 kural kalmıştır. Bunlardan 126’sı pozitif, geri kalan 231 ilişki negatiftir. Bu ilişkiler incelendiğinde ilgimizi çeken ve örnek olarak bulunan ilişki Tablo 70’te verilmiştir. Buna göre CESTA ve RELATE pantolonları birbirleri ile negatif ilişkilidir. Bununla beraber CESTA pantolon DUBAR kısa kol tişört ile pozitif ilişkiye sahiptir.

Tablo 69 Örnek Pivot Tablo

merchgrup	BG							
merchgrup2	BG							
Buyergrup	ÖRME							
Buyergrup2	ÖRME							
label	+							
Count of ad	Colu mn Labels							
Row Labels	ÖRME ATLET	ÖRME BODY- TSHIRT K.KOL	ÖRME BODY- TSHIRT U.KOL	ÖRME CAPRİ	ÖRME HIRKA- GÖMLEK- MONT	ÖRME PANT OLON	ÖRME SORT	Grand Total
ÖRME ATLET	5%	1%	0%	0%	0%	0%	0%	7%
ÖRME BODY- TSHIRT K.KOL	11%	33%	8%	5%	0%	9%	0%	65%
ÖRME BODY- TSHIRT U.KOL	0%	3%	12%	0%	0%	3%	0%	17%
ÖRME CAPRİ	0%	0%	0%	1%	0%	0%	0%	2%
ÖRME HIRKA- GÖMLEK- MONT	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
ÖRME PANTOLON	1%	3%	1%	0%	1%	2%	0%	8%
ÖRME SORT	0%	0%	0%	0%	0%	0%	1%	1%
ÖRME YELEK	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
<b>Grand Total</b>	<b>17%</b>	<b>40%</b>	<b>20%</b>	<b>6%</b>	<b>1%</b>	<b>14%</b>	<b>1%</b>	<b>100%</b>

Tablo 70 Örnek Çoklu İlişkiler

Ürün Adı_1	Ürün Adı_2	label	ITEM1	ITEM2
PNT,CESTA	PNT,RELATE	-	393415	393440
PNT,CESTA	KK.TSH,B.Y.DUBAR	+	393415	400479

Firma yetkilileri ile yapılan görüşmelerde Tablo 70’te verilen örnek ürün grubu ve diğer ürün grupları arasında bulduğumuz ikame ve tamamlayıcı etki ilişkileri değerlendirilmiş ve 33 ilişki haricinde kalan 324 ilişki firma yetkililerince doğrulanmıştır. Örneğin Tablo 70’te gösterilen üçlü grup için yapılan değerlendirmede CESTA (393415) ile RELATE (393440) pantolonlarının DOKUMA PANTOLON klasmanında yer aldığı ve birçok müşterinin iki model arasında seçim yapmasının doğal olduğu

belirtilmiştir. Öte yandan Tablo 71, CESTA pantolon ile DUBAR (400479) kısa kol tişört arasında tamamlayıcı etki olduğunu göstermektedir. Firma yetkilileri bu ilişkiyi de doğrulamışlardır.

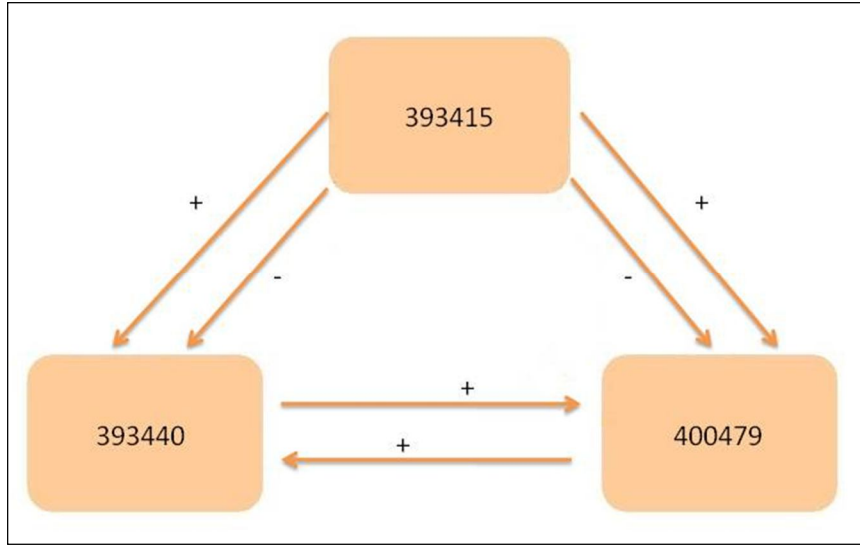
Firma yetkililerinin doğru olmadığını düşündükleri 33 ilişkiye örnek olarak çocuk grubunda bulunan ANGRY (393302) pantolonunun erkek grubunda bulunan DUBAR (400479) kısa kol tişört ile ikame ilişkisinin bulunmasıdır. Bu ilişkinin anlamlılığı tartışılabilir.

Tablo 71’de Tablo 70’te verilen örnek çoklu ilişkiler dikkate alınarak oluşturulan doğrusal regresyon modellerine ait parametrelerin değerleri verilmektedir. Örneğin ilk satırda Model Ürün 393415 için regresyon modeline ait parametreler bulunmaktadır. Bu sonuçlara göre bahsi geçen ürüne ait haftalık satış miktarı kendi fiyatı ile ters yönde, 393440 nolu ürünün fiyatı ve 400479 nolu ürünün fiyatı ile doğru yönde ilişkiye sahiptir. Bu ilişkilere ait yönler, Şekil 98’de etki diyagramı olarak ifade edilmişlerdir.

Ürünlerin regresyon ilişkilerine bakıldığında, 393415 nolu ürünün (ürün 1) diğer iki ürünle negatif ilişkiye sahip olduğu yani birbirine ikame ürünler olduğu görülmektedir. Çünkü bu ürünlerin fiyatları arttığında 393415 nolu ürünün talebinde artış gözlenecek, düştüğünde ise talepte azalış gözlenecektir. 393447 nolu ürünün (ürün 2) ikamesi 400479 nolu ürün (ürün 3), 393415 nolu ürünün ise tamamlayıcı ürün olduğu görülmektedir. Çünkü 393415 nolu ürünün fiyatı arttığında 393447 nolu ürünün talebinde düşüş gözlenecektir. 400479 nolu ürüne bakıldığında 393415 nolu ürünün tamamlayıcı ürün 393447 nolu ürünün de ikame ürün olduğu görülmektedir. Tüketicilerin talepleri sezon sonuna doğru genellikle azaldığından zamanın etkisi ise negatif olarak görülmektedir. Kalıcı indirim politikası SARSA, Yaklaşık Değer Yineleme (YDY) ve Fonksiyon yaklaşımı kullanılarak çözülmüş ve bu yöntemlerden elde edilen politikalar kıyaslanmış ve deterministik eniyileme probleminden elde edilen çözüm ile kıyaslanmıştır.

**Tablo 71 Örnek Çoklu İlişki Regresyon Modelleri**

Model	Katsayılar				
	Sabit Terim	393415_prc	393440_prc	400479_prc	Hafta
393415	400	-10	5	11	-20
393440	950	-20	-8	17	-15
400479	800	-12	12	-9	-10



Şekil 98 Regresyon Modellerine Göre Ürünler Arası Etkileşim

### SARSA Algoritması Sonuçları

Her ürünün başlangıç fiyatları sırasıyla 31 TL, 31 TL ve 36 TL olarak, başlangıç envanter düzeyleri ise 3000 adet/ürün olarak alınmıştır. Her dönem 4 indirim oranı (0%, 10%, 30%, 50%) kararı verilebileceği varsayılmıştır (Bu varsayım firma tarafından önerilmiştir). Bu durumda toplam karar sayısı üç ürün için  $4 \times 4 \times 4 = 64$  adet olmaktadır. Her birinin envanter düzeyi 3000 adet olduğundan ve sistem durumu envanter düzeyleri ve kararlardan oluştuğu için toplamda  $3000 \times 3000 \times 3000 \times 64 = 17.28 \times 10^{11}$  adet durum oluşmaktadır. Kümeleme yöntemi kullanılmadığında bu problemin çözümü en gelişmiş bilgisayarla dahi mümkün değildir. Bu yüzden 50'lik ve 100'lük kümeleme ve karışık kümeleme tekniği uygulanarak sonuçlar elde edilmiştir. Karışık kümeleme ile standart sapmada düşüş ve ziyaret edilen durumlara ziyaret sayılarının arttığı gözlenmiştir (Tablo 72).

Tablo 72 Üçlü ürün grubunda her kümeleme düzeyi için analiz sonuçları

Kümeleme düzeyi	Periyot	Başlangıç kümesinin kaç kez ziyaret edildiği	Std. Sapma	Başlangıç kümesinin beklenen karı	95% güven aralığı Alt sınır L	95% güven aralığı Üst sınır U	
<b>Tekil</b>	50	1	5000	7422	230907	230701	231113
	100	1	5000	7357	224319	224115	224523
<b>Karışık</b>	50	1	5000	7356	230391	230187	230595
	100	1	5000	6492	218227	218047	218407

Her iterasyona aynı durumla yani envanter düzeyleri ile (3000 adet/ürün) ile başladığından ve 5000 iterasyon gerçekleştirildiğinden başlangıç kümesinin ziyaret sayısı 5000'dir. Beklenen değerler yaklaşık aynı olmakla birlikte ilk duruma olan ziyaret sayısı fazla olduğundan istatistiksel açıdan 95% olasılıkla tatmin edici bir aralıkta olduğu görülmektedir.

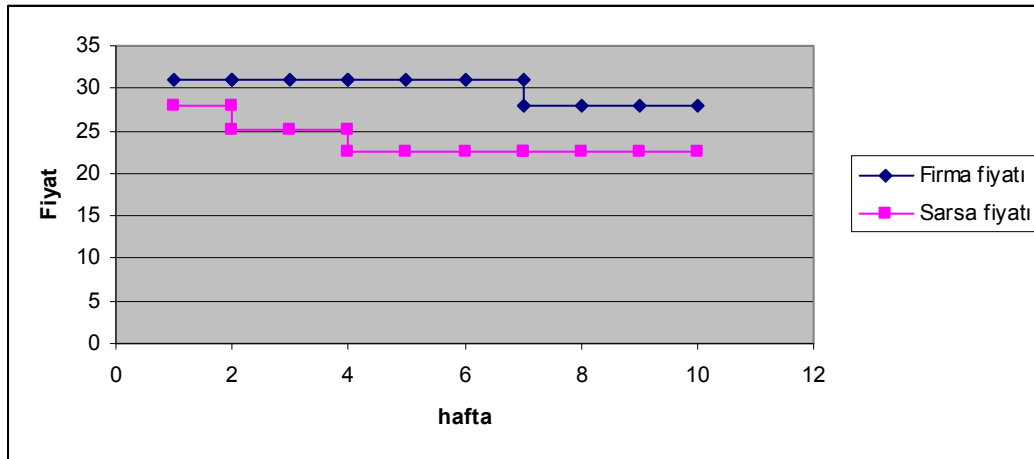
Deterministik talep miktarlarının örnek patika talep değerleri olarak kullanıldığı durumda elde edilen optimal politikalar incelendiğinde, Tablo 73'teki sonuçlar elde edilmiştir. Tablo 73'te ürün talepleri 10 haftalık satış döneminde her üç ürün için seçilen örnek talep patikaları göstermektedir. Örneğin seçilen örnek patika için ürün 1,2 ve 3 ürün talepleri ilk hafta sırasıyla 751, 1282 ve 651 adet, bir sonraki hafta ise sırasıyla 718, 1208 ve 631 adet olmuş, 9. Hafta ise stokta ürün 2 ve ürün 3 kalmadığından satış yapılamamış, aynı hafta ürün 3 talebi ise 352 adet olmuştur. Söz konusu örnek patika için yaklaşık optimal kalıcı indirim politikaları Tablo 73'ün alt kısmında verilmiştir.

Tablo 73'ten görüldüğü gibi sezona 27,9 TL, 31 TL ve 36 TL fiyatlarla başlanmış, birinci ürün için 2 ve 4. haftalarda 10% indirim kararı, ikinci ürün için 2 ve 3. haftalarda 10% indirim kararı ve üçüncü ürün için 2, 3 ve 4. haftalarda 10% indirim kararı verilmiştir. Beklenen kâr ise 230,200 TL olarak hesaplanmıştır. Deterministik modelle kıyasladığımızda stokastik eniyileme modelinden elde edilen kâr, deterministik modelden elde edilen kâr olan yaklaşık 280,000 TL'nin %82'i olmaktadır. Deterministik modelden elde edilen çözümün (Tablo 74) talebin bilindiği varsayımına dayandığından elde edilen kâr olabilecek en iyi kârı temsil etmektedir. Çünkü aslında talep önceden bilinmemektedir. Dolayısıyla, 280,000 TL stokastik eniyileme çözümden elde edilebilecek kârın üst sınırıdır. Yaklaşık dinamik programlama algoritması SARSA' Bu da stokastik modelden elde edilen model sonucunun tatminkâr olduğunu göstermektedir.

**Tablo 73 Karışık kümeleme Düzeyi için Seçilen Örnek Patika için Yaklaşık Optimal Politika**

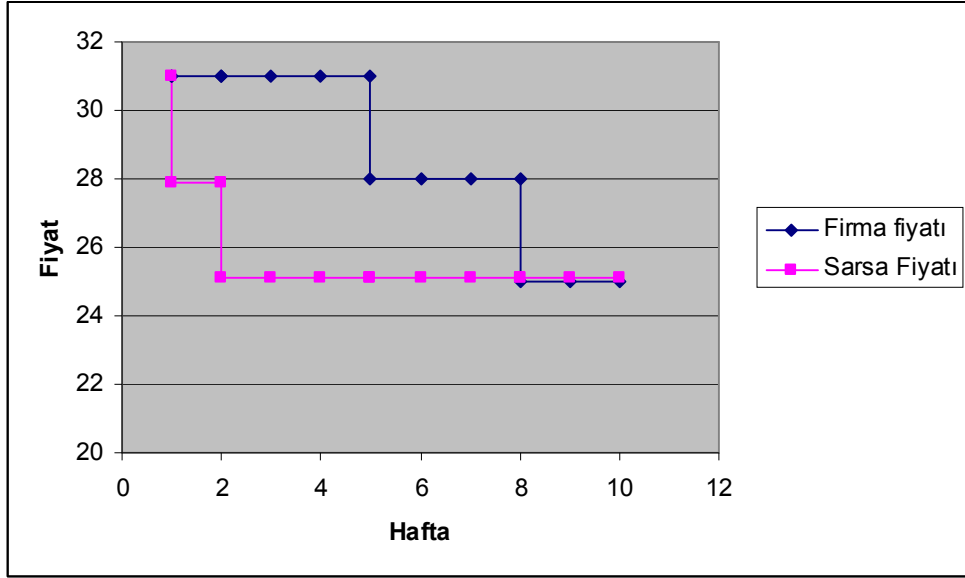
		Hafta									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Talep</b>	Ürün 1	751	718	685	652	619	586	553	436	-	-
	Ürün 2	1282	1208	1134	1060	316	-	-	-	-	-
	Ürün 3	651	631	611	591	571	551	531	511	352	-
<b>Optimal politika</b>	Ürün 1	27.9	25.11	25.11	22.59	22.59	22.59	22.59	22.59	22.59	22.59
	<b>Karar</b>	-	10%	-	10%	-	-	-	-	-	-
	Ürün 2	31	27.9	25.11	25.11	25.11	25.11	25.11	25.11	25.11	25.11
	<b>Karar</b>	-	10%	10%	-	-	-	-	-	-	-
	Ürün 3	36	32.4	29.16	29.16	26.24	26.24	26.24	26.24	26.24	26.24
	<b>Karar</b>	-	10%	10%	-	10%	-	-	-	-	-

Firmanın belirlediği fiyatlarla SARSA algoritmasından çıkan fiyatlar ise Şekil 99, Şekil 100 ve Şekil 101'de görülmektedir.

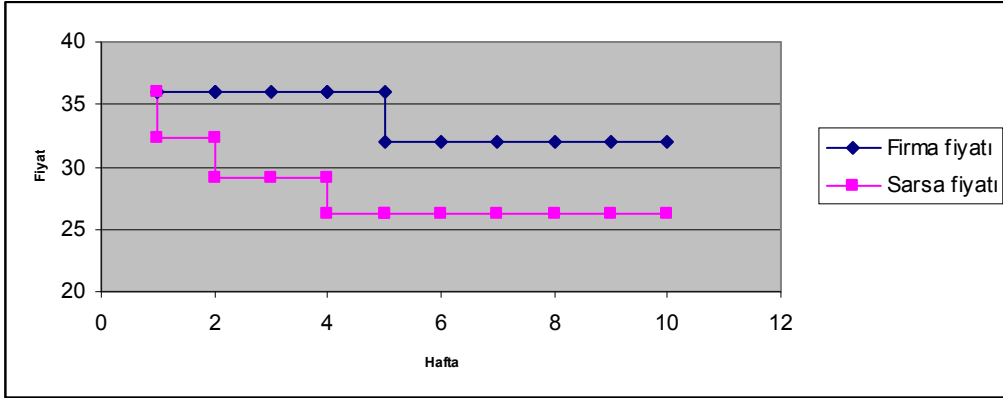


**Şekil 99 Temel durum için birinci ürünün fiyat karşılaştırması**





Şekil 100 Temel durum için ikinci ürünün fiyat kıyaslaması



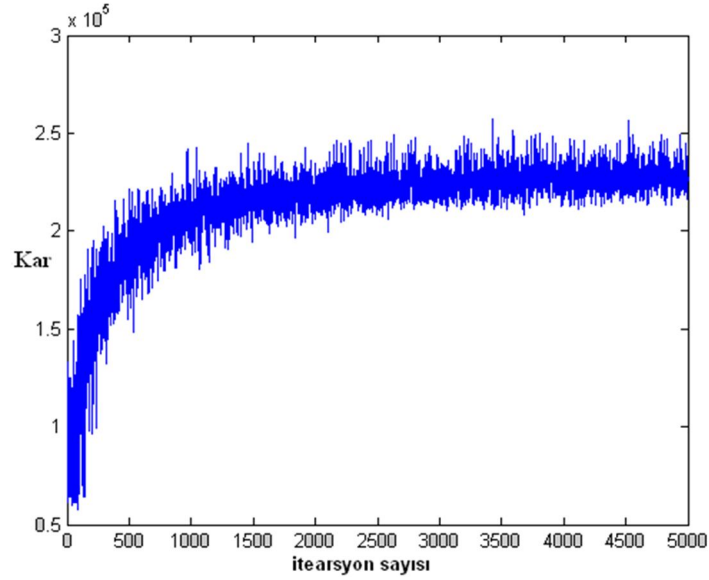
Şekil 101 Temel durum için üçüncü ürünün fiyat kıyaslaması

Tablo 74 Üçlü Ürün Grubu için Deterministik Model Optimal Politika

			Hafta											
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
Temel durum	Optimal politika	Ürün1	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
		Ürün2	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
		Ürün3	36	36	36	36	36	36	36	36	18	18	18	

## YDY Algoritması Sonuçları

Aynı ürün grubu için analizler YDY algoritması ile de yapılmış ve elde edilen sonuçlar SARSA algoritması ile karşılaştırılmıştır. Algoritma 50'lik, 100'lük kümeleme düzeyleri ve her iki düzeyin birlikte değerlendirildiği karışık kümeleme sonuçları Tablo 75'te verilmiştir. Temel durumun yakınsama grafiği ise Şekil 102'de görülmektedir.



Şekil 102 Üçlü ürün grubu için YDY algoritması yakınsama grafiği

Tablo 75 Üçlü ürün grubunda her kümeleme düzeyi için YDY analiz sonuçları

						95% güven aralığı	
Kümeleme düzeyi	Periyot	Başlangıç kümesinin kaç kez ziyaret edildiği	Standart sapma	Başlangıç kümesinin beklenen kârı	Alt sınır L	Üst sınır U	
Tekil	50	1	5000	5648	213123	212966	213279
	100	1	5000	6853	236286	236096	236476
Karışık	50	1	5000	5460	223938	223787	224089
	100	1	5000	6065	200195	200027	200363

Karışık kümeleme yapıldığında standart sapmalarda düşüş gözlemlendiğinden sadece, karışık kümeleme için elde edilen sonuçlara yer verilmiştir. İkame, tamamlayıcı ve zaman etkilerinin dâhil olduğu temel durumda elde edilen optimal politikalar ise Tablo 76'da verilmiştir.

Tablo 76 Karışık kümeleme için elde edilen optimal politikalar

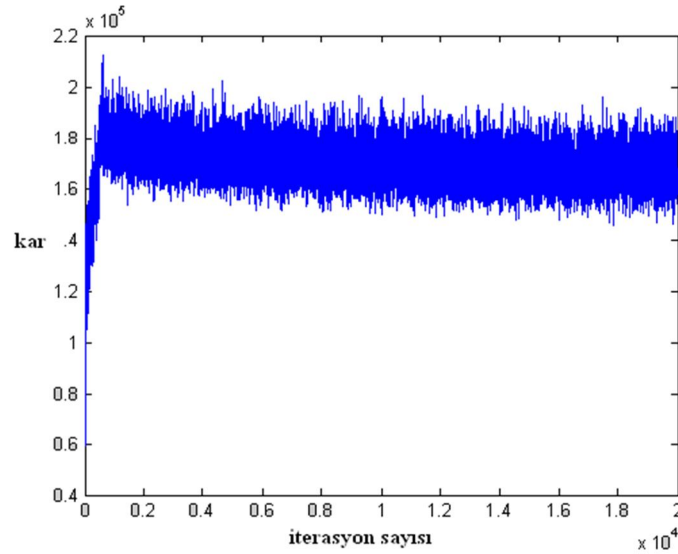
		Hafta									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Temel durum	Ürün1	15.5	15.5	15.5	15.5	15.5	15.5	15.5	15.5	15.5	15.5
	Ürün2	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9	27.9
	Ürün3	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4	32.4

YDY algoritmasına göre temel durumda sistem sezona sırasıyla 15,5 TL, 27,9 TL ve 32,4 TL fiyatlarla başlamış ve sezon sonuna kadar hiç indirim gitmemiştir (Tablo 76). Elde edilen kâr ise 212,370

TL'dir. 50'lik ve 100'lük kümeleme yapıldığında da yine aynı politikalar elde edilmiştir. Fakat ilk durumun standart sapması daha fazladır.

### Fonksiyon Yaklaşımına Göre Analiz Sonuçları

Aynı üçlü ürün grubu için analizler SHAPE algoritması ile gerçekleştirilmiş, optimal politika ve gelir sonuçları elde edilmiştir. Algoritma 20,000 iterasyon çalıştırılmış, yakınsama grafiği Şekil 103'te verilmiştir.



Şekil 103 Temel durum yakınsama grafiği

Başlangıç envanter düzeyleri için elde edilen optimal politika ise Tablo 77'de verilmiştir. Buna göre ikinci ve üçüncü ürünler için hiçbir dönem indirim yapılmamış, birinci üründe ise ikinci dönem 30% indirim kararı alınmış ve sezon sonuna kadar aynı devam etmiştir. Elde edilen beklenen kâr ise 256,007 TL'dir.

Tablo 77 Her üç durum için elde edilen optimal politikalar

		Hafta										
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Temel durum	Optimal	Ürün1	31	21.7	21.7	21.7	21.7	21.7	21.7	21.7	21.7	21.7
	politika	Ürün2	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
		Ürün3	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36

Uygulanan üç algortımanın sonuçlarının kıyaslamaları Tablo 78'de yapılmıştır.

**Tablo 78 Üçlü ürün grubu için algoritma kıyaslamaları**

Algoritma	İterasyon sayısı	Koşum Süresi	Başlangıç durumunun std. sapması	Başlangıç durumunun beklenen kârı	95% güven aralığı Alt sınır	95% güven aralığı Üst sınır	Örnek patika için elde edilen kâr
<b>SARSA_50</b>	5000	2.91 saat	7422	230,907	230,701	231,113	208,720
<b>SARSA_100</b>	5000	2.84 saat	7357	224,319	224,115	224,523	223,380
<b>SARSA_karışık</b>	5000	5.33 saat	6492	218,227	218,047	218,407	230,225
<b>YDY_50</b>	5000	5.53 saat	5648	213,123	212,966	213,279	241,100
<b>YDY_100</b>	5000	2.84 saat	6853	236,286	236,096	236,476	212,370
<b>YDY_karışık</b>	5000	11 saat	6065	200,195	200,027	200,363	212,370
<b>SHAPE</b>	5000	27 dk.	213	163,916	163,910	163,922	277,572
<b>SHAPE</b>	20000	4.25 saat	260	150,116	150,112	150,120	256,007
<b>Deterministik</b>	-	-	-	-	-	-	283,995

Örnek ürün grubu için yukarıda yapılan analizlerden kullanılan stokastik model eniyileme algoritmalarından elde edilen yaklaşık kâr farklılık göstermesine rağmen elde edilen optimal kalıcı indirim politikaları benzerdir. Sadece fonksiyon yaklaşım yönteminde 3 nolu ürün için SARSA ve YDY yöntemlerinden farklı olarak 2. Dönem %30'luk indirime gidilmiştir.

## 9. KAYNAKÇA

1. Agrawal, R., T. Imielinski, A. Swami. 1993, Mayıs. Mining associations between sets of items in massive databases. *Proc. of the ACM SIGMOD Int'l Conference on Management of Data*, Washington D.C., 207-216.
2. Agrawal, R., R., Srikant.1994, Eylül. Fast algorithms for mining association rules, *Proc. of the 20th Int'l Conference on Very Large Databases*, Santiago, Chile.
3. Ali, K., S. Manganaris, R. Srikant. 1997. Partial classification using association rules. In Heckerman, D., Mannila, H., Pregibon, D., and Uthurusamy, R., editors, *Proceeding of Third International Conference on Knowledge Discovery in Databases and Data Mining*. 115-118. AAAI Pres.
4. AMR Research. 2006. [www.amrresearch.com](http://www.amrresearch.com)
5. Berry, J.A., G. Linoff. 1997. *Data Mining Techniques For Marketing, Sales, and Customer Support*. Wiley Computer Publishing.
6. Berry, S., J. Levinsohn, A. Pakes. 1990. Automobile prices in market equilibrium. *Econometrica*, **63** 841-890.
7. Bertsekas, D. P. 1999. *Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods*. 2nd Edition, Athena Scientific, Belmont, MA.
8. Bitran, G., R. Caldentey, S.V. Mondschein. 1998. Coordinating Clearance Markdown Sales of Seasonal Products in Retail Chains. *Operations Research*. 46: s609–624.
9. Bitran, G., R. Caldentey. 2003. Dynamic Pricing in the Presence of Inventory Considerations: Research Overview, Current Practices, and Future Directions. *Management Science*. **5** (3) 203-229.
10. Bonsignore, E.M., Dunne, C., Rotman, D., Smith, M., Capone, T., Hansen, D.L., Shneiderman, B. (2009). "First Steps to NetViz Nirvana: Evaluating Social Network Analysis with NodeXL". International Symposium on Social Intelligence and Networking (SIN09), Aug 29-31, Vancouver, Canada.
11. Bouttier, J, Di Francesco, P., Guitter, E. (2003). "Geodesic distance in planar graphs". *Nuclear Physics B* 663 (3): 535–567. doi:10.1016/S0550-3213(03)00355-9
12. Brijs, T., Goethals, B., Swinnen, G., Vanhoof, K., Wets, G. 2000. *A Data Mining Framework for Optimal Product Selection in Retail Supermarket Data: The Generalized PROFSET Model*. *Proceedings of the Sixth ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, 300-304.
13. Brijs, T., Swinnen, G., Vanhoof, K., Wets, G. 1999. *Using Association Rules for Product Assortment Decisions: A Case Study*. *Proc. of ACM SIGKDD*, 254-260.
14. Chan, L. M. A., Z. J. Max Shen, D. Simchi-Levi, J. Swann. 2004. Coordination of pricing and inventory decisions: A survey and classification. D. Simchi-Levi, S. D. Wu, Z. J. Max Shen, eds. *Handbook of Quantitative Supply Chain Analysis: Modeling in the E-Business Era*, Chap. 9. Kluwer, Boston, MA.
15. Christensen, C., Réka, A. (2007). "Using graph concepts to understand the organization of complex systems". *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 17(7), 2201-2214.
16. Debrau, G. 1960. Review of R. D. Luce, individual choice behavior: A theoretical analysis. *American Economic Review*. **50** 186-188.
17. Demiriz, A. 2002a. webSPADE: A parallel sequence mining algorithm to analyze web log data. In *Proceedings of Second IEEE International Conference on Data Mining*, 755-758. Maebashi, Japan.
18. Demiriz, A. 2002b. Analyzing Service Order Data using Association Mining. Technical Report ,Verizon, A.B.D..
19. Demiriz, A. 2004a, Eylül, *Enhancing Product Recommender Systems on Sparse Binary Data*. *Journal of Data Mining and Knowledge Discovery*, 9-2: 147-170.
20. Demiriz, A. 2004b, 9-11 Kasım. *ASIPATH: A Simple Path Mining Algorithm*. *Proceedings of the 16th IASTED International Conference on Parallel and Distributed Computing and Systems (PDCS 2004)*, 638-644.
21. Demiriz, A. 2005. On analyzing web log data: A parallel sequence mining algorithm. In Kantardzic, M., Zurada, J., eds.: *New Generation of Data Mining Applications*, Chapter 19, IEEE-Wiley.
22. Demiriz, A.; Cihan, A. & Kula, U. 2009. Leung, C.; Lee, M. & Chan, J. (Eds.) *Analyzing Price Data to Determine Positive and Negative Product Associations* *Neural Information Processing, Springer, 5863*, 846-855.
23. Demiriz, A.; Ekizoglu, B. & Kula, U. 2010a .Clustering Products under Pairwise Positive and Negative Association Constraints in Retailing *Proceedings of ANNIE 2010, St. Louis, MO, USA* November, 2010.

24. Demiriz, A.; Ertek, G.; Atan, T. & Kula, U.. 2010b. Perner, P. (Ed.) Re-mining Positive and Negative Association Mining Results *Advances in Data Mining. Applications and Theoretical Aspects, Springer, 6171, 101-114*
25. Demiriz, A.; Ertek, G.; Atan, T. & Kula, U.. 2010c. Re-Mining Item Associations: Methodology and a Case Study in Apparel Retailing. Dergi değerlendirmesi için gönderilmiştir.
26. Elmaghraby, W., P. Keskinocak. 2003. Dynamic Pricing in the Presence of Inventory Considerations: Research Overview, Current Practices, and Future Directions. *Management Science*. **49** (10) 1287-1309.
27. Ertek, G., A. Demiriz. 2006. A Framework for Visualizing Association Mining Results. To be published in the Proceedings of International Symposium on Computer and Information Sciences, Istanbul.
28. Feng, Y., G. Gallego. 1995. Optimal starting times for end-of-season sales and optimal stopping times for promotional fares. *Management Science*. **41** 1371–1391.
29. Fruchterman, T. M. J., Reingold, E. M. (1991). "Graph Drawing by Force-Directed Placement". *Software – Practice & Experience (Wiley)* **21** (11): 1129–1164. doi:10.1002/spe.4380211102
30. Gallego, G., G. van Ryzin. 1994. Optimal dynamic pricing of inventories with stochastic demand over finite horizons. *Management Science* **40** (8), 999-1020.
31. Gallego, G., G. van Ryzin. 1997. A multiproduct dynamic pricing problem and its applications to network yield management. *Operations Research* **45** (1), 24-41.
32. Girard, G. 2002. Retailers should smart RRM ASAP. AMR Research Report. Boston, MA.
33. Giudici, P., G. Passerone. 2002. Data Mining of Association Structures to Model Consumer Behaviour. *Journal of Computational Statistics & Data Analysis*, **38** 533-541.
34. Gosavi, A., 2003: *Simulation-based optimization: Parametric Optimization Techniques and Reinforcement Learning*, Kluwer Academic Publishers, Netherlands
35. Gupta D., A.V. Hill, T. Bouzdine-Chameeva. 2006. A pricing model for clearing end-of-season retail inventory. *European Journal of Operations Research* **170** 518-540.
36. Hausman, J., D. McFadden. 1984. A specification test for the multinomial logit model. *Econometrica*. **52** 1219-1240
37. Heching, A., G. Gallego, G. van Ryzin. 2002. Mark-down Pricing: An Empirical Analysis of Policies and Revenue Potential at One Apparel Retailer. *Journal of Pricing and Revenue Management* **1** 139-160.
38. Hürriyet. 11 Ağustos 2006. *Her işe burnumu soktum Levi's'in zirvesine çıktım.*, s11.
39. I2. [http://www.i2.com/solution\\_library/c\\_p\\_Markdown\\_Price\\_Optimizer.cfm](http://www.i2.com/solution_library/c_p_Markdown_Price_Optimizer.cfm)
40. Kohavi, R., L. Mason, R. Parekh, Z. Zheng. 2004. Lessons and Challenges from Mining Retail e-commerce Data. *Machine Learning Journal*, "Special Issue on Data Mining Lessons Learned".
41. Korn, F., Labrinidis, A., Kotidis, Y., Faloutsos, C.. 2000. "Quantifiable Data Mining Using Ratio Rules". The VLDB Journal **8**: 254-266.
42. Lazear, E. P. 1986. Retail pricing and clearance sales. *Amer. Econom. Rev.* **76** 14–32.
43. Lee, T., M. Hersh. 1993. A model for dynamic airline seat inventory control with multiple seat bookings. *Transportation Sci.* **27** (3) 252–265.
44. Levy, M., B.A. Weitz. 2004. *Retailing Management*. 5e, McGraw-Hill/Irvin.
45. Lightship Partners (2009) *Next Generation Business And Retail Analytics*. 20.Aralık.2010 tarihinde ulaşılmıştır. <http://www.slideshare.net/LightshipPartners/next-generation-business-and-retail-analytics-webinar>
46. Maglaras, C., J. Meissner. 2006. *Manufacturing & Service Operations Management* **8** (2) 136 -148.
47. Mantrala, M. K., S. Rao. , 2001. A Decision-Support System that Helps Retailers Decide Order Quantities and Markdowns for Fashion Goods. *Interfaces*, **31** 146-165.
48. Manugistics. [http://www.manugistics.com/solutions/dmp/dmp\\_retail\\_mo.aspx?id=dmpR](http://www.manugistics.com/solutions/dmp/dmp_retail_mo.aspx?id=dmpR)
49. Markdown Management Inc. [www.markdown-management.com](http://www.markdown-management.com)
50. Meek C., D. Chickering, D. Heckerman. 2002, Autoregressive tree models for time-series analysis, Proceedings of the Second International SIAM Conference on Data Mining, 229-244.
51. Milliyet (2010) LC Waikiki 1.3 milyar dolar ciro hedefliyor. 1.Mayıs.2010. 20.Aralık.2010 tarihinde ulaşılmıştır. Kısa adres: <http://tinyurl.com/3a3jlfw>. Orjinal adres: <http://www.milliyet.com.tr/lc-waikiki-1-3-milyar-dolar-ciro-hedefliyor/ekonomi/sondakika/01.05.2010/1232309/default.htm>.

52. Monroe, K. B., A. J. D. Bitta. 1978. Models for pricing decisions. *J. Marketing Res.* **15** 413–428.
53. Montgomery, A. L. 2005. *The Implementation Challenge of Pricing Decision Support Systems for Retail Managers. Applied Stochastic Models in Business and Industry* **21** 367-378.
54. Opsahl, T., Agneessens, F, Skvoretz, J. (2010). "Node centrality in weighted networks: Generalizing degree and shortest paths". *Social Networks* **32**: 245. doi:10.1016/j.socnet.2010.03.006. <http://toreopsahl.com/2010/04/21/article-node-centrality-in-weighted-networks-generalizing-degree-and-shortest-paths/>.
55. Oracle. [http://www.oracle.com/applications/retail/mom/price\\_mgmt.html](http://www.oracle.com/applications/retail/mom/price_mgmt.html)
56. Page, L., Brin, S, Motwani, R., Winograd, T. (1999). "The PageRank Citation Ranking: Bringing Order to the Web". Stanford University. <http://ilpubs.stanford.edu:8090/422/>. 14 Aralık 2010 tarihinde erişilmiştir.
57. Pashigian, B. P. 1988. Demand uncertainty and sales: A study of fashion and markdown pricing. *Amer. Econom. Rev.* **78** 936–953.
58. Pazarlama ve Satış Terimleri Sözlüğü, <http://www.rcbadoor.com/makalevekitaplar/satissozluk.htm>
59. Pearson, B., 1994: Managing markdowns— It's not as bad as it sounds, *Stores*, Vol. 76, No. 9, 69–70.
60. Phillips, R. L. 2005. *Pricing and Revenue Optimization*. Stanford Business Books, California.
61. Powell, W.B., 2007: *Approximate Dynamic Programming: Solving the Curses of Diemensionality*, A John Wiley & Sons, Inc., New Jersey
62. Rajan, A., Rakesh, R. Steinberg. 1992. Dynamic pricing and ordering decisions by a monopolist. *Management Science* **38** 240-262.
63. Rao, R. C. 1984. Pricing research in marketing: The state of the art. *J. Bus.* **57** S39–S64.
64. Reda, S. 2003. Despite Early Positive Results, Retailers Haven't Jumped on Analytics Bandwagon. *Stores* (KhiMetrics, Inc.) **85** (3) 203-238.
65. SAP. [http://www.sap.com/industries/retail/pdf/BWP\\_SB\\_Markdown\\_Optimization\\_Decr.pdf](http://www.sap.com/industries/retail/pdf/BWP_SB_Markdown_Optimization_Decr.pdf)
66. SAS. [http://www.sas.com/industry/retail/rev\\_opt/mark\\_opt.html](http://www.sas.com/industry/retail/rev_opt/mark_opt.html)
67. Savasere, A., Omiecinski, E., Navathe, S. (1998). Mining for strong negative associations in a large database of customer transactions. *Proceedings of the 14th International Conference on Data Engineering*. pp 494-502
68. Smith, B. C. Leimkuhler, J. F. Darrow, R. M. 1992. Yield Management at American Airlines. *Interfaces* **22** 8-31.
69. Smith, D. 2005, 24-26 Mayıs. *Analyze Current Merchandise Performance Data*, Merchandising Innovation & Xcellence Summit.
70. Smith, S., D. Achabal. 1998. Clearance pricing and inventory policies for retail chains. *Management Science*, **44** 285-300.
71. Sullivan, L. 2005, 15 Ağustos. *Fine-Tuned Pricing : Revenue Management Software Promises Markdown Magic and Promotional Prowess. Does It Deliver?* InformationWeek, URL: <http://www.informationweek.com/story/showArticle.jhtml?articleID=168601052>
72. Sutton, S.S., Barto, A.G., 1998 . *Reinforcement Learning: An Introduction*. MIT Press.
73. Şen, A. 2003. *The US Apparel Industry: A Supply Chain Review*. [http://www.bilkent.edu.tr/~alpersen/Papers/ApparelReview\\_Sen\\_November\\_2003.pdf](http://www.bilkent.edu.tr/~alpersen/Papers/ApparelReview_Sen_November_2003.pdf).
74. Talluri, K. T. , G. J. van Ryzin, 2004. *The Theory and Practice of Revenue Management*. Springer, New York.
75. Tan, P.-N., V. Kumar, J. Srivastava. 2000, 13-16 Eylül. *Indirect Association : Mining Higher Order Dependencies in Data*, In Proc of the 4th European Conference on Principles and Practice of Knowledge Discovery in Databases, Lyon, France 632-637.
76. The Economist. 2006, 5-11 Ağustos. *Retailing in China*, 50-52.
77. Turkishtime. 2006, Ağustos. *En büyük 250 perakende şirketi: Alışveriş 250*.
78. Vizyon 2023. [http://vizyon2023.tubitak.gov.tr/Strateji\\_Belgesi-V211.pdf](http://vizyon2023.tubitak.gov.tr/Strateji_Belgesi-V211.pdf)
79. Watts, D. J., Strogatz, S. (1998). "Collective dynamics of 'small-world' networks". *Nature* **393** (6684): 440–442.
80. Whiting, R. 2006, 29 Mayıs. *Businesses Mine Data To Predict What Happens Next*. Information Week, URL: <http://www.informationweek.com/story/showArticle.jhtml?articleID=188500520>.

81. Wong ,R., F. Chi-Wing, W.-C. Ada, K. Wang. 2005. Data Mining for Inventory Item Selection with Cross-Selling Considerations. *Data Mining and Knowledge Discovery*, **11** (1) 81-112.
82. Wu, X., C. Zhang, S. Zhang. 2004. Efficient Mining of Both Positive and Negative Association Rules. *ACM Transactions on Information Systems* **22** (3) 381-405.
83. Yeoman, I., U. McMahon-Beattie. 2004. *Revenue Management and Pricing: Case Studies and Applications*. Thomson Business Press.
84. Zhao,W., Y.-S. Zheng. 2000. Optimal dynamic pricing for perishable assets with nonhomogeneous demand. *Management Science*. **46** (3) 375-388.