



TÜBİTAK

2009-326

3h

TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU
THE SCIENTIFIC AND TECHNOLOGICAL RESEARCH COUNCIL OF TURKEY

Elektrik, Elektronik ve Enformatik Araştırma Grubu
Electrical, Electronical and Informatics Research Group

108205

**Karmaşık Haritalamaya Dayalı Gözü Kapalı
Süper-çözünürlük Yöntemi**

Proje No: 107E193

Doç. Dr. Cabir VURAL
Dr. Fatih KARA

AĞUSTOS 2009
SAKARYA

ÖNSÖZ

Süper-çözünürlük sayısal işaret işleme teknikleri kullanarak, gözlemlenmiş birkaç adet düşük çözünürlüklü görüntüden yüksek çözünürlüklü bir görüntü elde etmek olarak tanımlanabilir. Süper-çözünürlüklü görüntü oluşturma, mevcut görüntüleme sistemlerinin çözünürlük sınırlamasını giderip sayısal görüntü işleme uygulamalarının performansını arttırdığından sayısal görüntü işleme alanındaki en güncel araştırma konularından birisi olmuştur. Çoğu süper-çözünürlük yönteminde bulanıklık operatörünün bilindiği varsayılmaktadır. Ancak, pratik uygulamalarda bulanıklık operatörü genelde bilinmemekte veya kısmen bilinmektedir. O halde, bulanıklık operatörünün kestirilmesi süper-çözünürlük yöntemlerine eklenerek pratik uygulamalar için uygun gözü kapalı yöntemler geliştirilmelidir. Bu konuda literatürde yok denecek kadar az sayıda çalışma yapılmıştır. Bu projede bu boşluğu doldurmak amacıyla yeni gözü-kapalı süper-çözünürlük yöntemleri geliştirilmiştir. Yapılan çalışmalar, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TUBİTAK) tarafından desteklenmiştir.

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	ii
İÇİNDEKİLER	iii
ŞEKİLLER LİSTESİ	vi
TABLO LİSTESİ	viii
ÖZET	ix
SUMMARY	x
BÖLÜM 1.	
GİRİŞ	1
BÖLÜM 2.	
SÜPER-ÇÖZÜNÜRLÜK YÖNTEMLERİ	4
2.1. Düzgün Olmayan Aradeğerleme Yöntemi	4
2.2. Frekans Bölgesi Yaklaşımı	5
2.3. Düzenleştirilmiş Süper-Çözünürlük	6
2.4. Yinelemeli Geri-İzdüşüm Yöntemi	8
2.5. Dışbükey Kümelere İzdüşüm Yaklaşımı (POCS)	9
2.6. Gözü Kapalı Yüksek Çözünürlüklü Görüntü Restorasyonu	9
2.7. Çalışmanın Kapsamı	9
BÖLÜM 3.	
KARMAŞIK FİLTRELEMeye DAYALI GÖZÜ-KAPALI RESTORASYON VE SÜPER- ÇÖZÜNÜRLÜK	11
3.1. Sistemin Tanımlanması	12
3.2. Algoritmanın geliştirilmesi	15
3.3. Simülasyon Sonuçları	20
3.4. Sonuç	23

BÖLÜM 4.

KARMAŞIK HARİTALAMANIN SEÇİLMESİ VE DİĞER YÖNTEMLERLE KARŞILAŞTIRMA	25
4.1. Karmaşık Haritalamanın Seçilmesi	25
4.2. Önerilen Yöntemin Literatürdeki Diğer Yöntemlerle Karşılaştırılması	29
4.2.1 Karşılaştırma Yapılacak Yöntemler	29
4.2.1.1. IBD Yöntemi	30
4.2.1.2. SA Yöntemi	32
4.2.1.3. Wiener Ters-Filtreleme Yöntemi	34
4.2.2. Sonuçlar	34

BÖLÜM 5.

ÖNERİLEN MODEL DEĞİŞİKLİĞİ	37
5.1. Gözlem Modeli	37
5.2. Simülasyon ve Sonuçlar	45

BÖLÜM 6.

YENİDEN OLUŞTURMA FİLTRELEMELERİ İÇİN VARLIK-TEKLİK ANALİZİ	54
6.1. Problem Tanımlama	54
6.2. Yeniden-Oluşturma Filtrelerinin Varlık-Teklilik Koşulları	59
6.3. Hatasız Bir Süper-Çözünürlük Algoritması	63
6.4. Test Sonuçları	64
6.5. Sonuç	71

BÖLÜM 7.

YAKINSAKLIK ANALİZİ	73
7.1. Görüntü Restorasyonu ve Görüntü Süper-çözünürlüğü Arasındaki İlişki.....	73
7.2. Görüntü Süper-çözünürlüğünde Optimum Wiener Çözümü	74
7.3. Öngörü Hatası Fonksiyonu ve Özellikleri	75
7.4. Statik Yakınsaklık Analizi	76
7.5. Dinamik Yakınsaklık Analizi	77

7.6. Simülasyon ve Sonuçlar	79
BÖLÜM 8.	
SONUÇLAR ve ÖNERİLER	83
KAYNAKLAR	85
EKLER	88
TÜBİTAK PROJE ÖZET BİLGİ FORMU	91

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1.	Süper-çözünürlük için gereken ilk iki şart	2
Şekil 1.2.	DÇ görüntüleri YÇ görüntülerle ilişkilendiren ters problem model	3
Şekil 2.1.	Süper-çözünürlük şeması	4
Şekil 2.2.	Hareket kestirimi ve aradeğerleme dayalı süper-çözünürlük	4
Şekil 2.3.	Yinelemeli Geri-İzdüşüm Yöntemi	8
Şekil 3.1.	Basitleştirilmiş gözlem modeli	14
Şekil 3.2.	Yeniden oluşturma filtresi	15
Şekil 3.3.	4-bit görüntüler için karmaşık eşleme diyagramı	16
Şekil 3.4.	Performans karşılaştırması	21
Şekil 3.5.	Süper-çözünürlük durumu	23
Şekil 3.6.	Süper-çözünürlük durumu	24
Şekil 3.7.	Süper-çözünürlük durumu	24
Şekil 4.1.	Dört bitlik görüntü için karmaşık haritalama	28
Şekil 4.2.	Gözü-kapalı ters evrişim algoritmalarının genel gösterilimi.....	29
Şekil 4.3.	Gözü-kapalı görüntü ters evrişime dayalı süper-çözünürlük yöntemi	30
Şekil 4.4.	IBD Algoritması	31
Şekil 4.5.	Performans karşılaştırması	35
Şekil 5.1.	Gözlem modeli	38
Şekil 5.2.	Basitleştirilmiş gözlem modeli	39
Şekil 5.3.	Yeniden-oluşturma filtre seti	39
Şekil 5.4.	Önerilen model değişikliği	40
Şekil 5.5.	Tipik kamera hareketleri	40
Şekil 5.6.	İğne-deliği bir kameradaki perspektif izdüşüm modeli, F ve O sırasıyla kameranın odak uzaklığını ve merkezini göstermektedir	41
Şekil 5.7.	Yeni modele göre problemin iki aşamada çözümü	45
Şekil 5.8.	Performans karşılaştırması	46
Şekil 5.9.	Performans karşılaştırması	50

Şekil 6.1.	Gözlem modelinin açık gösterimi	54
Şekil 6.2.	Basitleştirilmiş gözlem modeli	55
Şekil 6.3.	Yeniden-oluşturma aşaması	56
Şekil 6.4.	Tek bir DÇ görüntü durumunda alt-örnekleme matrisinin oluşturulması ...	58
Şekil 6.5.	İdeal durum için sonuç	66
Şekil 6.6.	Düşük çözünürlüklü görüntü sayısının etkisi	67
Şekil 6.7.	Sinyal / artık gürültü oranının düşük çözünürlüklü görüntü sayısına göre değişimi	67
Şekil 6.8.	Yeniden-oluşturma filtre boyutunun etkisi	69
Şekil 6.9.	Sinyal / artık gürültü oranının yeniden-oluşturma filtre boyutuna göre değişimi	69
Şekil 6.10.	Doğrusal bağımlı bulanıklık filtre sayısının etkisi	70
Şekil 6.11	Toplanır gürültünün etkisi	70
Şekil 6.12.	Ortalama karesel hatanın toplanır gürültü sinyal/gürültü oranına göre değişimi	71
Şekil 6.13.	Hareketin etkisi	72
Şekil 7.1.	Gauss bulanıklığı için D'nin filtre boyutuna bağımlılığı	80
Şekil 7.2.	Uniform bulanıklık için D'nin filtre boyutuna bağımlılığı	81

TABLolar LİSTESİ

Tablo 3.1.	Önceki ve yeni yöntem ve farklı bit seviyeleri, farklı tipte bulanıklıklar için ISNR değerleri	22
Tablo 4.1.	Çeşitli karmaşık haritalama diyagramları (5 bit için) ve karşılık gelen saçılma sabiti ile normalleştirilmiş savruluk tabloları	26
Tablo 4.2.	Yöntemlerin görüntü sinyal/gürültü oranlarında sağladıkları iyileşme	28
Tablo 4.3.	ISNR değerleri	36
Tablo 5.1.	Atmosferik burgaç bulanıklık 5x5	44
Tablo 5.2.	θ açısıyla döndürülmüş 6x6 atmosferik burgaç bulanıklık	44
Tablo 6.1.	Değişik durumlarda hatasız süper-çözünürlük için yeniden-oluşturma filtre boyutları	65

ÖZET

Süper-çözünürlüklü görüntü oluşturma, birbirine göre kaymış çok sayıda düşük kaliteli ve düşük çözünürlüklü (DÇ) görüntüden yüksek kaliteli ve yüksek çözünürlüklü (YÇ) bir görüntü elde etme olarak tanımlanabilir. Aynı manzaranın birden çok görüntüsünün mevcut olduğu uydu fotoğrafçılığı ve tıbbi görüntüleme gibi uygulamalarda süper-çözünürlük kullanılabilir. YÇ bir görüntünün sunduğu detay DÇ bir görüntünün sunduğu detaya göre daha fazla olduğundan çoğu elektronik görüntüleme uygulamalarda görüntülerin YÇ olması istenir. Literatürde süper-çözünürlük, elde edilmesi amaçlanan yüksek kaliteli ve YÇ görüntünün DÇ görüntülere bükme, bulanıklaştırma, alt-örnekleme ve toplamsal gürültü gibi operatörler aracılığıyla ilişkilendirildiği ters bir problem olarak ele alınmıştır. YÇ bir görüntü oluşturmak için önerilen tüm yöntemlerde bulanıklık ve hareket operatörlerinin önceden bilinmesi gereklidir. Hareket vektörleri, bilinen hareket kestirim algoritmaları kullanılarak kestirilebilir. Ancak, bildiğimiz kadarıyla önerilen yöntemlerin hemen hemen tamamında bulanıklık operatörünün bilindiği varsayılmaktadır. Pratikte, bulanıklık operatörü bilinmediğinden ya kestirilmeli ya da YÇ görüntü bulanıklık operatörüne ihtiyaç duyulmadan oluşturulabilmelidir. Diğer bir deyişle, gerçek uygulamalar için kullanılacak bir süper-çözünürlük yöntemi gözü kapalı bir yöntem olmalıdır. Bu projede, ilk önce DÇ görüntüler arasındaki hareketin global kayma şeklinde olduğu özel durum için gözü kapalı bir süper-çözünürlük yöntemi geliştirilecek, daha sonra ise bu sınırlama kaldırılacaktır.

Proje süresince yapılacak çalışmalar aşağıdaki gibi özetlenebilir. İlk önce, değişik karmaşık haritalama seçeneklerinden hangisinin süper-çözünürlük için en iyi sonuç vereceği araştırılacaktır. İkinci olarak, karmaşık haritalama tabanlı gözü kapalı süper-çözünürlük yöntemi yazılımla gerçekleştirilip performansı sentetik ve gerçek görüntüler üzerinde test edilecektir. Üçüncü olarak, DÇ görüntüler arasındaki hareketin global kayma olduğu varsayımını ortadan kaldırmak için gözlem modelinde alt örnekleme ve bulanıklık operatörlerinin sırasının yer değiştirilmesi önerilecek, bu durumda sunulacak yöntemin bulanıklığı giderilmiş DÇ görüntüler vereceği gösterilecektir. O halde, model değişikliğine dayalı yöntem bilinen herhangi bir gözü kapalı olmayan süper-çözünürlük yönteminden önce kullanılabilir. Alt örnekleme ve bulanıklık operatörlerinin sırasının yer değiştirilebilmesi için gerekli koşulların tespit edilmesi araştırılması gereken bir konudur. Son olarak, gerçekleştirilecek yöntemler uyarlamalı olduğundan, yakınsaklık analizleri yapılacaktır. Yakınsaklık analizi statik ve dinamik olmak üzere iki aşamada gerçekleştirilecektir. Statik yakınsaklık analizinde, maliyet fonksiyonunun en küçük olduğu noktaların konumları, dinamik yakınsaklık analizinde ise uyarlamalı filtre parametreleri gözü kapalı olmayan Wiener çözümüne yakınsama için gerekli koşullar araştırılacaktır.

Anahtar Kelimeler: Görüntü işleme, gözü kapalı görüntü süper-çözünürlüğü, sabit genlik algoritması, uyarlanabilir sistemler.

SUMMARY

Superresolution image reconstruction can be defined as obtaining a high quality and high resolution (HR) image from a set of low quality and low resolution (LR) images that are shifted with respect to each other. Superresolution can be used in applications such as satellite and medical imaging where more than one image of the same scene is available. Since detail provided by a HR image is more than that provided by a LR image, it is desired to have HR images in many electronics imaging applications. In the literature, superresolution has been treated as an inverse problem, where the desired high quality and HR image is linked to the LR images through a series of operators such as warping, blurring, subsampling and additive noise. The knowledge of blurring and motion (warp) operators is required in all superresolution methods proposed to obtain a HR image. Motion vectors can be estimated by using known motion estimation algorithms. However, to the best of our knowledge, blurring operator is assumed to be known in almost all methods. In practice, since blurring operator is unknown, either it must be estimated or HR image should be obtained without the need for the blurring operator. In other words, a superresolution method that will be used for real time applications must be a blind method. In this project, first, a blind superresolution algorithm for the special case of global motion between LR images will be developed, then this constraint will be relaxed.

The work that will be performed during the project can be summarized as follows. First, the question of among different mappings, which one gives the best performance for superresolution will be addressed. Second, the proposed complex mapping based blind superresolution method will be implemented in software and its performance will be tested on synthetic and real images. Third, the order of the subsampling and the blurring operators in the observation model will be changed in order to relax the global motion assumption, and it will be shown that the observation model change based superresolution method yields blur free LR images. Hence, it can be used before a known any non-blind superresolution algorithm. Conditions under which the order of the subsampling and the blurring operators can be changed must be investigated. Finally, convergence analysis will be performed since the proposed methods are adaptive. Convergence analysis will be done in two steps consisting of static and dynamic convergence analysis. In static convergence analysis, locations of the minimum points of the cost function will be determined, while in dynamic convergence analysis conditions for mean convergence of the adaptive filters when they are in the vicinity of the non-blind Wiener solution will be found.

Keywords: Image processing, blind image superresolution, constant modulus algorithm, adaptive systems.

BÖLÜM 1. GİRİŞ

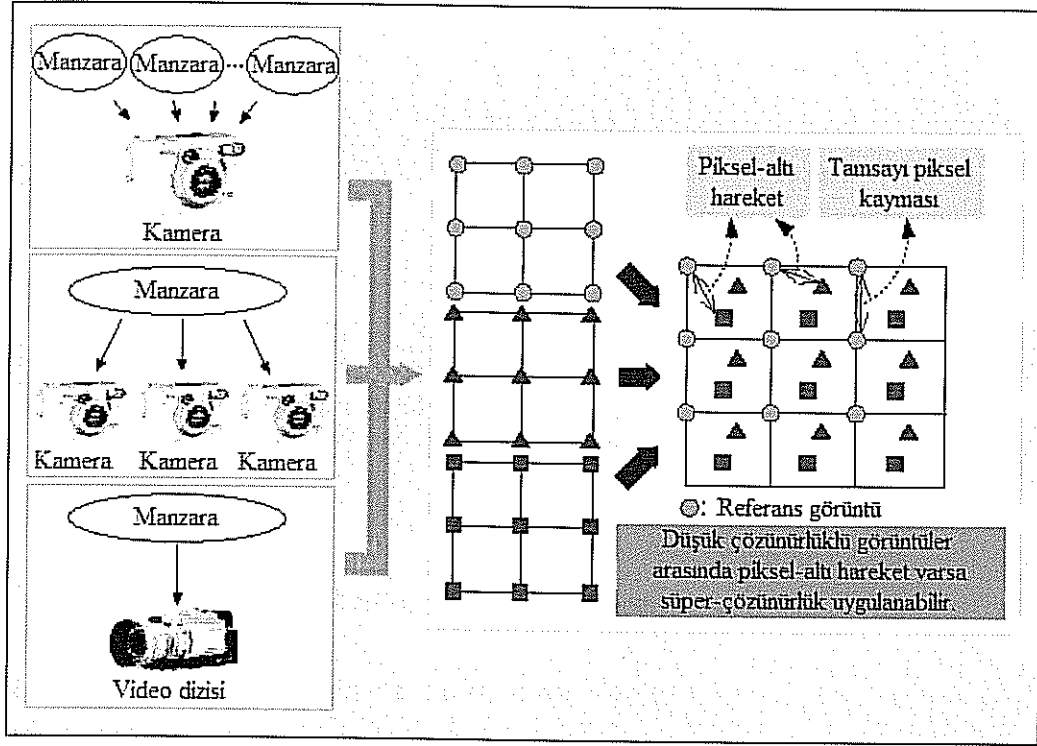
Elektronik görüntülerde görüntünün sunduğu detayın fazla olması istenmektedir. Bu yüzden, sayısal görüntü uygulamalarında görüntünün yüksek çözünürlüklü (YÇ) olmasının önemi giderek artmaktadır. Örneğin, yüksek çözünürlükteki bir görüntü doktorun doğru tanı koymasına yardımcı olabilir ya da uydudan alınan görüntülerin yüksek çözünürlükte olması nesnelerin birbirinden ayırt edilmesini sağlayabilir. Bir diğer uygulama da NTSC veya PAL video işaretlerinin bozunum olmadan yüksek çözünürlüklü televizyon (HDTV) işaretine dönüştürülmesidir.

Sayısal bir görüntü elde etmek için 1970'lerden beri CCD ve CMOS algılayıcılar kullanılmaktadır. Bu algılayıcılar günümüzdeki görüntü uygulamaları için yeterli olsa da gelecekteki talebi karşılayamayacaklardır. Dolayısıyla, çözünürlük seviyesini arttırmak karşılanması gereken bir ihtiyaçtır.

Çözünürlüğü arttırmanın temelde iki yolu vardır. İki, birim alana düşen piksel miktarının artırılması yani piksel boyutunun küçülmesidir. Fakat boyutun küçülmesiyle beraber sensör üzerine düşen ışık miktarı da azalmakta ve *dürtü gürültüsü* adı verilen gürültüye sebep olmaktadır [1]. 0.35 μm CMOS algılayıcı için en küçük piksel boyutu optik olarak yaklaşık 40 μm^2 olabilir. Günümüzdeki görüntü algılayıcılarda bu sınıra neredeyse erişilmiştir [2]. Çözünürlüğü arttırmanın bir diğer yolu ise yonga boyutunu arttırmaktır. Boyuttaki bu değişim kapasiteyi arttırmakta, dolayısıyla da yük transfer oranını düşürmektedir [3].

Algılayıcı üretim teknolojilerindeki bu sınırlamaları aşmak için yeni yaklaşımların gerekliliği açıktır. Bu alanda umut veren yaklaşımlardan biri de işaret işleme tekniklerini kullanarak çok sayıdaki düşük çözünürlüklü (DÇ) görüntüden YÇ bir görüntü elde etmektir. Literatürde *süper-çözünürlük* (SÇ) olarak nitelendirilen bu yaklaşım üzerine son zamanlarda çok sayıda araştırma yapılmıştır. İşaret işleme tekniklerinin kullanıldığı SÇ yaklaşımının temel artıları maliyetinin düşük olması ve mevcut düşük çözünürlüklü görüntüleme sistemlerinin kullanılabilmesidir.

Bir nesneye farklı açılardan bakmanın nesne hakkında daha fazla bilgiye sahip olmamızı sağlayacağı prensibinden hareket eden SÇ yönteminde uzamsal çözünürlüğü arttırmak için gereken ilk şart, aynı manzaradan alınmış çok sayıda görüntüye sahip olmaktır. DÇ bu görüntüler eğer birbirlerine göre bir pikselin tam sayı katlarında kaymışlarsa her görüntü aynı bilgiyi içerecektir. Dolayısıyla YÇ görüntü elde etmek için elde edilebilecek yeni bir bilgi yoktur. DÇ görüntülerin alt-örneklenmiş, örtüşmüş olmalarının yanında birbirlerine göre piksel-altı hassasiyetinde ötelemeye (harekete) sahip olmaları gerekmektedir. Böylece her DÇ görüntüdeki yeni bilgi, YÇ görüntü elde edilmesinde kullanılabilir. Çok sayıda görüntü, manzaranın bir kamera vasıtasıyla farklı açılardan çekilmesi veya değişik yerlerdeki kameralar ile kaydedilmesiyle elde edilebilir (Şekil 1.1).

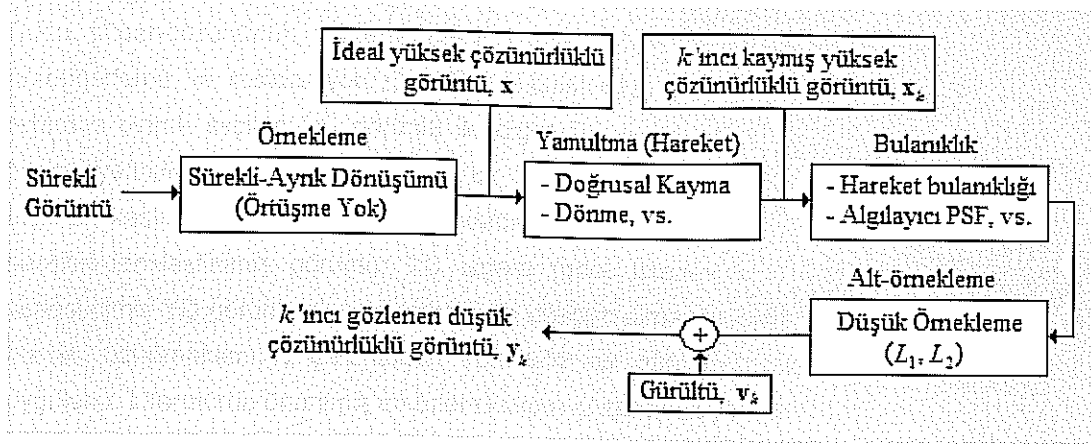


Şekil 1.1 – Süper-çözünürlük için gereken ilk iki şart [3]

Sayısal görüntünün kaydedilmesi sırasında meydana gelen bozulmalar (nesneye tam odaklanamama, kırınım limiti vb.), hareketten kaynaklanan bulanıklık veya fiziksel sebeplerden dolayı oluşan gürültü ya da algılayıcı yoğunluğunun yetersiz olması gibi nedenlerden dolayı uzamsal çözünürlükte her zaman doğal bir kayıp vardır. Bu sebeple kaydedilen görüntü bulanıklık, gürültü ve örtüşme etkilerine maruz kalmaktadır.

Süper-çözünürlük, elde edilmesi amaçlanan yüksek kaliteli YÇ görüntünün DÇ görüntüleri bükme, bulanıklaştırma, alt-örnekleme ve toplamsal gürültü gibi operatörler aracılığıyla ilişkilendirildiği ters bir problem olarak ele alınabilir. $L_1N_1 \times L_2N_2$ boyutlarındaki yüksek çözünürlüklü görüntüyü leksikografik notasyonda vektör olarak $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$, $N = L_1N_1 \times L_2N_2$ şeklinde ele alalım. \mathbf{x} , bant-sınırlı olduğu varsayılan sürekli bir görüntüden Nyquist oranında veya daha yüksekte örneklenmiş ideal bozulmamış görüntüdür. L_1 ve L_2 , gözlem modelindeki yatay ve dikey yönlerdeki alt-örnekleme katsayılarını göstermektedir. Gözlenen tüm DÇ görüntüler ise $N_1 \times N_2$ boyutlarındadırlar. k 'inci DÇ görüntü, leksikografik notasyonda $\mathbf{y}_k = [y_{k,1}, y_{k,2}, \dots, y_{k,M}]^T$, $k=1, 2, \dots, p$ ve $M = N_1 \times N_2$ şeklinde gösterilir. \mathbf{x} 'in, düşük çözünürlüklü görüntüler elde edilirken model tarafından izin verilen hareket veya bozulmalar haricinde sabit kaldığı kabul edildiğinde gözlenen düşük çözünürlüklü görüntüler, YÇ görüntü \mathbf{x} üzerine uygulanan bükme, bulanıklaştırma ve alt-örnekleme işlemlerinin sonucu oluşurlar. Her DÇ görüntünün toplamsal gürültüye maruz kaldığı varsayıldığında gözlem modeli şu şekilde verilebilir:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{S}\mathbf{B}_k\mathbf{W}_k\mathbf{x} + \mathbf{v}_k, \quad 1 \leq k \leq p$$



Şekil 1.2 – DÇ görüntüleri YÇ görüntülerle ilişkilendiren ters problem modeli [3]

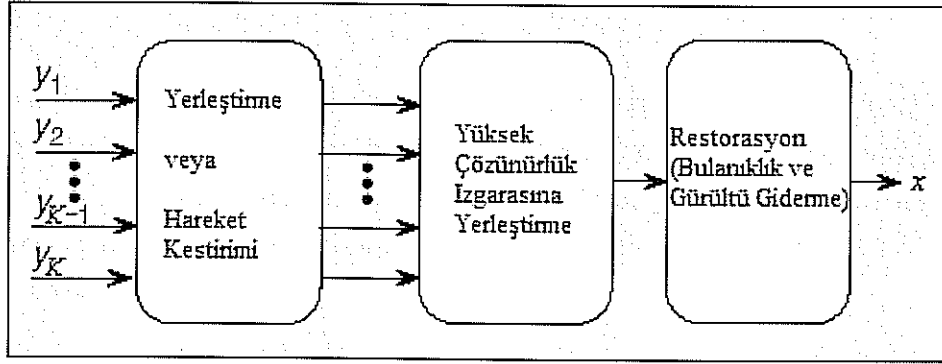
\mathbf{W}_k , $L_1 N_1 L_2 N_2 \times L_1 N_1 L_2 N_2$ boyutlarında olmak üzere bükme matrisini, \mathbf{B}_k $L_1 N_1 L_2 N_2 \times L_1 N_1 L_2 N_2$ boyutlarındaki bulanıklık matrisini temsil eder. \mathbf{S} $(N_1 N_2)^2 \times L_1 N_1 L_2 N_2$ boyutlarındaki alt-örnekleme matrisidir ve \mathbf{v}_k ise leksikografik şekilde sıralanmış gürültü vektörünü temsil eder. Belirtilen gözlem modeline ait blok diyagram Şekil 1.2'de gösterilmiştir.

\mathbf{W}_k bükme matrisi, görüntü elde edilirken meydana gelen hareketi göstermektedir. Görüntüler arası hareket global olabileceği gibi bölgesel kayma veya dönme şeklinde de olabilir. Hareket bilgisi genellikle olmadığından kestirilmesi gerekmektedir. \mathbf{B}_k matrisi bulanıklık operatörünü göstermektedir. Bulanıklığın sebebi genellikle görüntüleme sistemi ile manzara arasındaki göreceli harekettir. Süper-çözünürlük yöntemlerinin çoğunda bulanıklık operatörü bilinmiyor varsayılmaktadır. Pratikte, bu bilginin kestirilmesi gereklidir.. Alt-örnekleme matrisi \mathbf{S} , bükülmüş ve bulanık YÇ görüntüden örtüşmüş DÇ görüntüleri oluşturur. Gözlem modelinde, DÇ görüntülerin boyutlarının aynı olduğu varsayılmıştır, daha genel durumlarda değişik alt-örnekleme matrisleri kullanılarak değişik boyutlardaki DÇ görüntülerin ele alınması da modele dahil edilebilir.

Rapor aşağıdaki şekilde düzenlenmiştir. Bölüm 2'de, ilk önce sıklıkla kullanılan bazı süper-çözünürlük yöntemleri kısaca anlatılmış, daha sonra çalışmada yapılanlar özetlenmiştir. Bölüm 3'de, karmaşık filtrelemeye dayalı gözü kapalı bir süper-çözünürlük algoritması geliştirilmiştir. Bölüm 4'de, karmaşık haritalamanın nasıl seçildiği ayrıntılarıyla verilmiş, yöntemin diğer yöntemlerle olan karşılaştırılması yapılmıştır. Bölüm 5'de, hareketin sadece genel kayma kabul edildiği Bölüm 3'teki yöntemde gözlem modelinde değişiklik yapılarak genel hareket modelleri için geçerli bir yöntem sunulmuştur. Bölüm 6'da, yeniden oluşturma filtreleri için varlık-teklik analizi yapılmıştır. Bölüm 7'de, geliştirilen uyarlamalı algoritmanın statik ve dinamik yakınsaklık analizi yapılmıştır. Bölüm 8'de, çalışmadan elde edilen ana gözlemler özetlenmiştir.

BÖLÜM 2. SÜPER-ÇÖZÜNÜRLÜK YÖNTEMLERİ

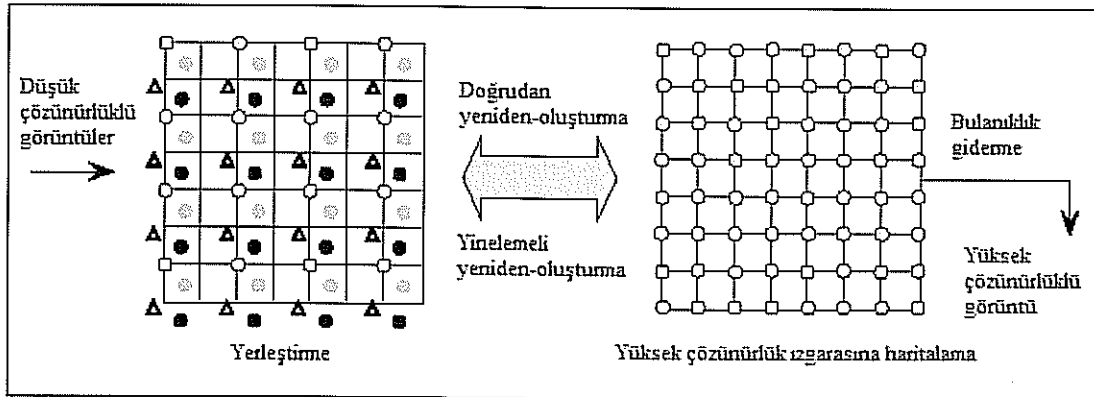
Çoğu süper-çözünürlük yöntemi Şekil 2.1'de gösterilen üç adımdan oluşur: Hareket kestirme, aradeğerleme ve restorasyon (gürültü ve bulanıklığın giderilmesi). Hareket bilgisinin kestiriminde, referans olarak seçilen DÇ görüntü ile diğer DÇ görüntüler arasındaki bağılı hareket kesirli piksel hassasiyetinde tespit edilir. Herhangi bir SÇ algoritmasının başarısında piksel-altı hareketin doğru biçimde kestirilmesinin büyük önemi vardır. DÇ görüntüler arasındaki hareket rastgele olduğundan hareket-denkleştirilmiş görüntü, YÇ ızgara (grid) üzerine tam oturmayacaktır. O halde düzgün yerleştirilmiş YÇ görüntüyü elde etmek için düzgün olmayan aradeğerleme kullanmak gereklidir. Son olarak, üst-örnekleme görüntüden bulanıklık ve gürültüyü gidermek için görüntü restorasyonu uygulanır. Literatürde önerilmiş en önemli süper-çözünürlük yöntemleri aşağıda kısaca açıklanmıştır.



Şekil 2.1. Süper-çözünürlük şeması

2.1. Düzgün Olmayan Aradeğerleme Yöntemi

Bu yaklaşımda, yukarıda bahsedilen üç adım sırayla uygulanır: i) eğer bilinmiyorsa göreceli hareketin kestirimi, (ii) çözünürlüğü iyileştirilmiş görüntü elde etmek için düzgün olmayan aradeğerleme, iii) bulanıklık giderme işlemi. Yöntem Şekil 2.2'de özetlenmiştir.



Şekil 2.2. Hareket kestirimi ve aradeğerleme dayalı süper-çözünürlük.

Bu yönteminin üstünlüğü, düşük işlem yüküne sahip olması, dolayısıyla gerçek-zamanlı uygulamaları mümkün kılmasıdır. Bununla birlikte bozulma modelleri sınırlıdır (bulanıklık ve gürültü karakteristikleri tüm DÇ görüntüler için aynı ise uygulanabilir). Ayrıca bütün olarak algoritmanın optimal oluşu garanti değildir, çünkü restorasyon adımı, aradeğerleme adımında ortaya çıkan hataları yok sayar [4, 5, 6].

2.2. Frekans Bölgesi Yaklaşımı

Frekans bölgesi yaklaşımı, YÇ görüntüyü oluşturmak için DÇ görüntülerde var olan örtüşme bilgisini kullanır [7]. Bu yöntem şu üç prensip kullanılarak oluşturulmuştur: i) Fourier dönüşümünün öteleme özelliği, ii) orijinal YÇ görüntünün sürekli-zaman Fourier dönüşümü (CTFT) ile gözlenen DÇ görüntülerin ayrık-zaman Fourier dönüşümleri (DTFT) arasındaki örtüşme ilişkileri, iii) orijinal YÇ görüntünün bant-sınırlı olduğunun varsayılması. Bahsedilen üç özellik DÇ görüntülerin örtüşmüş DTFT katsayılarını bilinmeyen YÇ orijinal görüntünün CTFT'si cinsinden yazılabilmesine imkân verir.

$x(t_1, t_2)$ sürekli YÇ görüntüyü, $X(w_1, w_2)$ ise onun CTFT'sini temsil etsin. Frekans bölgesi yaklaşımında ele alınan tek hareket biçimi olan global hareket sonucunda k . ötelenmiş görüntü $x_k(t_1, t_2) = x(t_1 + \delta_{k1}, t_2 + \delta_{k2})$, $k=1, 2, \dots, p$ şeklinde oluşur. δ_{k1} ve δ_{k2} bilinen fakat gelişigüzel olan hareket değerlerini göstermektedir. CTFT'nin öteleme özelliği kullanılarak ötelenmiş görüntünün CTFT'si aşağıdaki denklem ile verilebilir:

$$X_k(w_1, w_2) = \exp[j2\pi (\delta_{k1}w_1 + \delta_{k2}w_2)] X(w_1, w_2)$$

Ötelenmiş görüntü $x_k(t_1, t_2)$, gözlenen DÇ görüntü $y_k[n_1, n_2]$ 'yi oluşturmak için T_1 ve T_2 periyotlarında örneklenir. Örtüşme ilişkisinden ve $X(w_1, w_2)$ 'nin bant-sınırlı olduğu varsayımından ($|w_1| \geq (L_1\pi/T_1)$ ve $|w_2| \geq (L_2\pi/T_2)$ için $|X(w_1, w_2)| = 0$), YÇ görüntünün CTFT'si ile k . DÇ görüntünün DTFT'si arasındaki ilişki şu şekilde yazılabilir:

$$\gamma_k \left[\Omega_1, \Omega_2 \right] = \frac{1}{T_1 T_2} \sum_{n_1=0}^{L_1-1} \sum_{n_2=0}^{L_2-1} X_k \times \left(\frac{2\pi}{T_1} \left(\frac{\Omega_1}{N_1} + n_1 \right), \frac{2\pi}{T_2} \left(\frac{\Omega_2}{N_2} + n_2 \right) \right)$$

Denklemin sağ tarafında n_1, n_2 için, sol tarafında ise k için leksikografik sıralama kullanırsak şu şekilde bir matris-vektör denklemi elde ederiz:

$$Y = \Phi X$$

Y , $y_k[n_1, n_2]$ 'nin k . DTFT katsayılarından oluşan $p \times 1$ 'lik sütun vektörü, X , $x(t_1, t_2)$ 'nin bilinmeyen CTFT'sinin örneklerinin oluşturduğu $L_1 L_2 \times 1$ 'lik sütun vektörü, Φ ise eldeki DÇ görüntülerin DTFT'sini

sürekli YÇ görüntünün örneklerine ilişkilendiren $p \times L_1L_2$ 'lik bir matristir. Dolayısıyla arzulanan YÇ görüntünün oluşturulması, Φ 'nın belirlenip ortaya çıkan ters problemin çözümüne bağlıdır.

Frekans bölgesi yaklaşımının teorik olarak basit olması en büyük avantajıdır. Paralel uygulamaya uygundur, böylece donanım karmaşıklığı azalır. Yöntemin sadece genel kayma hareketi ve ötelemeden bağımsız bulanıklık ile sınırlı oluşu ve ayrıca frekans bölgesindeki veri ilişkisinin yeterli olmaması nedeniyle düzenleme için uzamsal bölgeye ait önsel bilgisinin uygulanmasındaki zorluklar en büyük dezavantajlarıdır.

2.3. Düzenlenmiş Süper-Çözünürlük

Yetersiz sayıdaki DÇ görüntü ve tam koşullanmamış bulanıklık operatörleri yüzünden süper-çözünürlüklü görüntü oluşturmak *tam-belirlenmemiş* (ill-posed) bir problem olarak tanımlanmaktadır. Tam-belirlenmemiş bir problemin çözümünü kararlı hale getirmek için uygulanan yöntemlere *düzenleme* denir. Süper-çözünürlüklü görüntü oluşturmak için deterministik ve stokastik düzenleme yöntemleri önerilmiştir.

a) Deterministik Yaklaşım:

Hareket parametrelerinin kestirilmesiyle $y_k = W_k x + n_k$ ile verilen gözlem modeli tamamiyle belirlenebilir. Deterministik düzenlenmiş SÇ yaklaşımı bu ters problemi, çözüm hakkındaki önsel bilgiyi kullanarak çözer [8, 9]. Örneğin, x 'i kestirmek amacıyla aşağıda verilen sınırlamalı en küçük kareler (CLS) maliyet fonksiyonu kullanılabilir:

$$\left[\sum_{k=1}^p \|y_k - W_k x\|^2 + \alpha \|Cx\|^2 \right]$$

C genellikle yüksek-geçirgen bir filtredir ve $\|\cdot\|$ notasyonu bir vektörün boyunu göstermektedir.

Yukarıda, istenen çözümü ilgilendiren önsel bilgi düzgünlük şartıyla temsil edilir, çünkü çoğu görüntü genellikle düzgün, diğer bir deyişle fazla yüksek frekans bileşeni yoktur. O halde, kestirim sonucunda elde edilen görüntüde yüksek-frekans enerjisinin miktarını sınırlandırmak uygun olacaktır. α ,

$\sum_{k=1}^p \|y_k - W_k x\|^2$ ile ifade edilen veriyle olan tutarlılık ile $\alpha \|Cx\|^2$ ile gösterilen çözümün düzgünlüğü

arasındaki ödünleşimi kontrol eden düzenleme parametresidir. α 'nın büyük olması çözümü daha düzgün yapacaktır. Bu durum, elde düşük sayıda DÇ görüntü var veya eldeki verilerin doğruluğu, hareket kestirim hataları ve gürültü nedeniyle geçerli değilse faydalıdır. Bunun yanında, eğer çok sayıda DÇ görüntü varsa ve gürültü azsa α 'yı küçük seçmek daha iyi sonuçlar verecektir. Yukarıdaki

maliyet fonksiyonu dışbükeydir olduğundan bir adet global minimumu vardır. Çözüm elde edilirken, karasız sonuçlar veren matris tersi hesaplama yerine aşağıda verilen uyarlamalı algoritma kullanılır:

$$\hat{x}^{n+1} = \hat{x}^n + \beta \left[\sum_{k=1}^p W_k^T (y_k - W_k \hat{x}^n) - \alpha C^T C \hat{x}^n \right]$$

β , adım aralığı olup, algoritma yakınsayacak şekilde seçilir.

b) Stokastik Yaklaşım:

Stokastik süper-çözünürlük yaklaşımı, çözümlerle ilgili istatistiksel önsel bilgiyi kullanan esnek ve güçlü bir yöntemdir. Bayes kestirim metotları, orijinal görüntünün sonsal olasılık-yoğunluk fonksiyonu elde edilebildiğinde kullanılabilirler. x 'in maksimum sonsal olasılık (MAP) kestirimi, aşağıda verilen olasılık yoğunluk fonksiyonunun x 'e göre en büyüklenmesi sonucunda elde edilir:

$$X_{\text{MAP}} = \arg \max P(x | y_1, y_2, \dots, y_p)$$

Bu ifadenin logaritmasını alındığında ve koşullu olasılık için Bayes teoremi uygulandığında MAP optimizasyon problemi

$$X_{\text{MAP}} = \arg \max \{ \ln P(y_1, y_2, \dots, y_p | x) + \ln P(x) \}$$

şeklinde yeniden düzenlenebilir. Burada hem önsel görüntü modeli $P(x)$, hem de koşullu yoğunluk fonksiyonu $P(y_1, y_2, \dots, y_p | x)$, YÇ görüntü x ile ilgili önsel bilgi ve gürültünün istatistiksel bilgisi tarafından tanımlanacaklardır. MAP optimizasyonu, $P(x)$ ile ifade edilen önsel şartlar içerdiğinden düzenlenmiştir (kararlı) süper-çözünürlük kestirimleri sağlar.

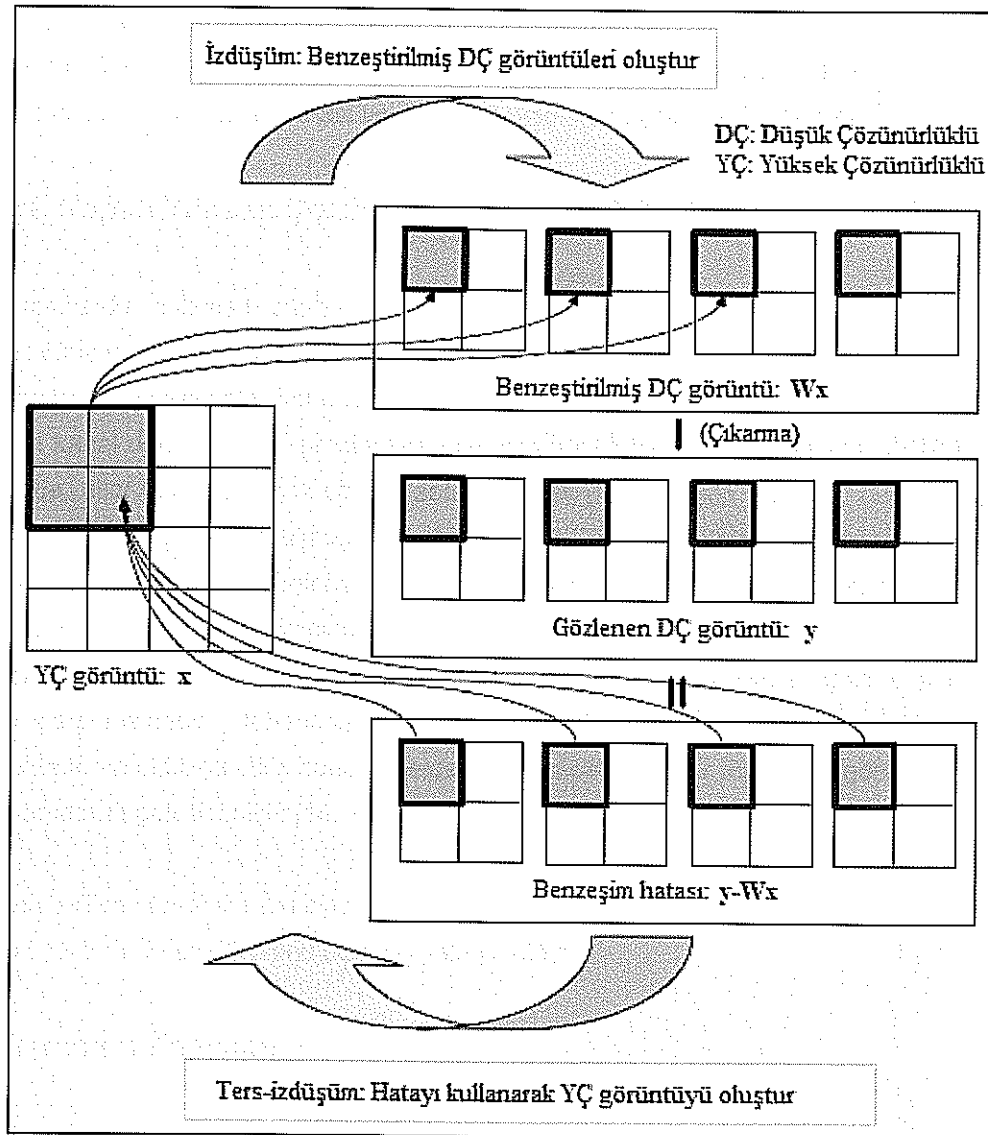
Süper-çözünürlük problemine en büyük olasılırlık (ML) kestirimi uygulanması da önerilmiştir. Ancak, bu yöntem ön bilginin modellenmesini içermediğinden MAP kestirimi tercih edilmektedir.

Stokastik yaklaşımın avantajı, ön bilgi ve gürültünün modellenmesinde sağlamlık ve esneklik sağlamasıdır. Ayrıca seçilmesi gereken olasılık-yoğunluk fonksiyonları uygun şekilde seçildiğinde çözümün tek olması sağlanır, böylece yüksek çözünürlüklü görüntünün kestiriminde uyarlamalı yöntemler uygulanabilir. Ayrıca hareket bilgisini ve yüksek çözünürlüklü görüntüyü birlikte kestirmek mümkündür [10, 11].

2.4. Yinelemeli Geri-İzdüşüm Yöntemi

Yinelemeli geri-izdüşüm (YGI) SÇ restorasyon yaklaşımı, tomografide kullanılan geri izdüşüm yöntemine benzemektedir. Bu yöntemde, elde edilmek istenen SÇ görüntü gözlenen DÇ görüntüler ile bulanıklaştırılıp alt-örneklenmiş suni DÇ görüntüler arasındaki hata sayesinde bulunur. Yöntem yinelemeli olarak hatayı en küçüklemeye etmeye çalışır [12]. YGI ait yöntem Şekil 2.3'te gösterilmiştir.

Yinelemeli geri-izdüşüm yönteminin avantajı sezgisel olarak kolay anlaşılabilir olmasıdır. Bununla beraber tam belirlenmemiş bir problem olmasından dolayı tek bir çözüm yoktur ve geri-izdüşüm maskesinin belirlenmesi de kolay değildir.



Şekil 2.3. Yinelemeli Geri-İzdüşüm Yöntemi

2.5. Dışbükey Kümelere İzdüşüm Yaklaşımı (POCS)

POCS, restorasyon sürecine çözüme ait önsel bilgiyi ekleyen alternatif bir yinelemeli yöntemdir [13]. Restorasyon parametrelerinin kestirimine bağlı olarak POCS yöntemi aradeğerleme ve restorasyon işlemlerini eş zamanlı yaparak YÇ görüntüyü kestirmeye çalışır. C_i belirli özellikleri sağlayan bir vektörler kümesi olmak üzere POCS yaklaşımına göre, çözüm dışbükey kümelerin bir üyesi olacak şekilde sınırlandırılır. Eğer koşullar kümesi boş olmayan bir kesişime sahipse çözüm yine bir dışbükey küme olan $C_s = \bigcap_{i=1}^m C_i$ kesişim kümesine ait olacaktır. Kesişim kümesindeki herhangi bir sonuç önsel koşulların hepsini sağlayacağından en uygun sonuç bulunacaktır.

POCS yönteminin en önemli avantajı basit olması ve uzamsal-bölge gözlem modelinden yararlanmasıdır. Aynı zamanda, çözüme önsel bilgiyi katmak için oldukça kullanışlıdır. Yinelemeli gerizdüşüm yönteminin tersine önsel koşulları uygulamak kolaydır. Bununla beraber, yöntemin en büyük dezavantajları çözümün tek olmaması ve yüksek hesaplama gücü gerektirmesidir.

2.6. Gözü Kapalı Yüksek Çözünürlüklü Görüntü Restorasyonu

Önceki kısımlarda anlatılan süper-çözünürlük yöntemlerinin hemen hemen hepsinde bulanıklık operatörü biliniyor varsayılmaktadır. Çoğu uygulamada bu varsayım geçerli değildir. Bu çalışmada, süper-çözünürlük probleminin, haberleşmede önemli bir problem olan çok girişli / çok çıkışlı (MIMO) gözü-kapalı kanal denkleştirme problemine olan benzerliğinden yararlanılacaktır. MIMO haberleşme sistemlerinde, alıcı tarafından çok sayıda anten vasıtasıyla gözlenen işaretler, değişik kaynaklardan gönderilmiş birçok işaretin bozulmuş ve birbiri üzerine binmiş halleridir. Bu nedenle, alıcıda birbiri üzerine binmiş işaretlerin ayrıştırılması ve kanalın bir etkisi olan semboller arası girişimin giderilmesi gerekmektedir. Pratik çoğu uygulamada, durumda kanal parametreleri bilinmemektedir. O halde, işaret ayrıştırma ve semboller arası girişim etkisini giderme işlemlerinin gözü-kapalı bir biçimde yapılması gerekmektedir. Haberleşmedeki bu problemin çözümünde uyarlanabilir filtreler yaklaşımı kullanılmaktadır ve oldukça etkin sonuçlar elde edilmektedir. Benzer yöntemler görüntüdeki bulanıklığı gidermek amacıyla geliştirilmiştir [14, 15, 16].

Burada bahsedilen yöntemler haricinde diğer belli başlı süper-çözünürlük yöntemleri hareketsiz süper-çözünürlük yöntemi ve çeşitli hibrid (karma) yaklaşımlardır.

2.7. Çalışmanın Kapsamı

Literatürde son yıllarda süper-çözünürlük ile ilgili araştırmalar artmakla beraber henüz üzerinde fazla çalışmanın yapılmadığı alanlar mevcuttur. Gözü-kapalı süper-çözünürlük problemi üzerinde sınırlı sayıda çalışma vardır. Çoğu yöntem, ya bulanıklık operatörlerinin DÇ görüntülerin hepsi için aynı olduğunu ya da parametrik olarak modellenilebildiğini varsaymaktadır. Bu çalışmada, bu iki sınırlamayı

ortadan kaldıran yeni bir gözü-kapalı süper-çözünürlük yöntemi geliştirilmiştir. Çalışmada sunulan gözü kapalı süper-çözünürlük yöntemi geliştirilirken, süper-çözünürlüğün haberleşme sistemlerinde önemli bir problem olan MIMO gözü kapalı kanal denkleştirme problemine olan benzerliğinden yararlanılmıştır. Haberleşme sistemlerinde bu problemin çözümü için uyarlanabilir filtreler yaklaşımına dayalı sabit genlik algoritması (CMA) kullanılmış ve oldukça etkin sonuçlar elde edilmiştir. Ancak, MIMO kanal denkleştirme ve süper-çözünürlük problemleri arasında önemli bazı farklar vardır. İlk olarak, kanal denkleştirme probleminde örnekleme frekansının değişimi söz konusu değilken süper-çözünürlük probleminde mevcut DÇ görüntüler alt örnekleme frekansında örnekleme frekansının değişimi söz konusu değilken süper-çözünürlükte mevcut DÇ görüntüler birbirlerine göre global ya da bölgesel harekete sahip olabilir. Son olarak, sayısal bir görüntünün pikselleri sonlu bitle temsil edilip sabit genlik varsayımını sağlamaz. Birinci farkın getireceği güçlük, DÇ görüntülerin herhangi bir ara değerlendirme yöntemi kullanılarak YÇ hale getirilmesiyle ortadan kalkar. İkinci farkın oluşturacağı zorluğun üstesinden gelmek için, gözlem modeli üzerinde bazı sınırlamalar yapılabilir. Eğer mevcut DÇ görüntüler arasındaki hareket sadece global kayma şeklinde ise bükme (warping) ve bulanıklık operatörleri tek bir bulanıklık operatörüne indirgenebilir. Üçüncü problemi çözmek için, görüntünün piksel değerleri uygun bir haritalama aracılığıyla genliği sabit olan karmaşık sayılar şeklinde temsil edilebilir. Bu sayede, bit sayısı artsa bile sabit genlik varsayımı geçerli olacaktır. Bu gözlemlerden hareketle, ilk önce sadece genel kayma hareketi için iyi sonuçlar veren iki boyutlu CMA algoritmasına dayalı yeni bir yöntem geliştirilmiştir. Geliştirilen yöntemin dayandığı hareketin sadece global kayma olması durumu gerçek zamanlı uygulamalar için her zaman geçerli olmayacaktır. Daha sonra, gözlem modelinde önerilen değişiklik ile bu sınırlandırma kaldırılmıştır. Son olarak, sunulan uyarlamalı algoritma için statik ve dinamik yakınsaklık analizleri yapılmıştır.

Özetle, projenin sonunda literatüre aşağıda sıralanan katkılar yapılmıştır:

1. Görüntülerin piksel değerlerinin gerçek sayılar yerine karmaşık sayılarla temsil edilmesinin gözü-kapalı süper çözünürlük yöntemi için uygun olduğu gösterilmiştir.
2. Karmaşık haritalama seçenekleri arasından hangisinin en iyi sonuç verdiği tespit edilmiştir.
3. Haberleşme sistemleri için kullanılan CMA, gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra gözü kapalı süper-çözünürlük problemine uyarlanmıştır.
4. Gözlem modelinde değişiklik önerilerek alt örnekleme ve bulanıklık operatörlerinin sırasının değiştirilebilmesi için gerekli koşullar araştırılmıştır. Gözlem modeli değişikliğine dayanan yöntemin bilinen gözü-kapalı olmayan bir süper-çözünürlük yöntemi öncesinde kullanılabileceği gösterilmiştir.
5. Geliştirilen yöntemlerin statik yakınsaklık analizinde, maliyet fonksiyonunun en küçük olduğu noktaların konumları, dinamik yakınsaklık analizinde ise uyarlamalı filtre parametreleri gözü kapalı olmayan Wiener çözümüne yakinken yakınsama için gerekli koşullar araştırılmıştır.

BÖLÜM 3. KARMAŞIK FİLTRELEMeye DAYALI GÖZÜ-KAPALI RESTORASYON VE SÜPER-ÇÖZÜNÜRLÜK

Yüksek çözünürlüklü görüntü oluşturmak için önceki bölümde verilen hemen hemen tüm yöntemlerde bulanıklık ve hareket operatörleri önceden bilinmelidir. Hareket parametreleri önceden bir dereceye kadar kestirilebiliyor ise de bildiğimiz kadarıyla yöntemlerin büyük bir kısmında bulanıklık operatörünün bilindiği varsayılmaktadır. Fakat pratik çoğu durumda bu varsayım geçerli değildir. O halde, bulanıklık parametreleri süper-çözünürlük aşamasından önce kestirilmeli ya da yüksek çözünürlüklü görüntü bulanıklık parametrelerine ihtiyaç duyulmadan oluşturulmalıdır. Bilinmeyen bulanıklık operatörü durumunda süper-çözünürlüklü görüntü oluşturma *gözü kapalı süper-çözünürlük* olarak adlandırılır.

Bugüne kadar geliştirilen gözü kapalı süper-çözünürlük yöntemleri kabaca ana üç grupta sınıflandırılabilir: (i) öğrenmeye dayalı yöntemler, (ii) parametrik PSF'ler için geçerli teknikler ve (iii) keyfi PSF'ler için geçerli metotlar. İlk sınıfa dahil olan yöntemler, eğitim aşamasını gerçekleştirmek için bir veritabanında mevcut yüksek çözünürlüklü görüntüleri kullanmaktadır [14, 17]. Eğitim amacıyla kullanılacak veritabanının oluşturulması bu yöntemlerin en önemli kısıtlamasıdır. Ayrıca, veritabanındaki görüntülerin özelliklerini taşımayan bir görüntü için bu yöntemler iyi sonuç vermeyecektir. İkinci gruptaki yöntemler, PSF'lerin özel bir yapıda olduğunu ve yalnızca bir parametre ile ifade edilebileceğini varsaymaktadır. Ancak, bu varsayım birçok uygulama için gerçekçi değildir. Genelleştirilmiş çapraz geçerlilik sınama [15] ve beklenen değeri yinelemeli en büyüme [18] algoritmaları bu gruba dahildir. İlk iki sınıfa dahil olmayan gözü-kapalı süper çözünürlük yöntemleri daha gerçekçi durumu temsil eden üçüncü kategoriyi oluşturmaktadır. Yüksek çözünürlüklü görüntülerin gözü kapalı çok kanallı geri çatılması için geliştirilen üç aşamalı bir yöntem [19]'te tanımlanmıştır. Aşamalar çok kanallı restorasyon, dalgacık tabanlı füzyon ve maksimum entropi görüntü aradeğerlemedir. Bulanıklık operatörleri aralarında bağıl asal olduğunda, yöntemin yüksek çözünürlüklü bir görüntüyü kestirilebileceği iddia edilmektedir. Normalde tek girişli çok çıkışlı (SIMO) olarak modellenen süper-çözünürlük [20] ve [21]'deki çalışmalarda çokfazlı bileşenler kullanılarak çok girişli çok çıkışlı (MIMO) modele dönüştürülmüştür. [22]'daki çalışmada düzenlileştirilmiş bir maliyet fonksiyonu oluşturularak ve fonksiyonu orijinal görüntü ve PSF'lere göre en küçük yaparak bir gözü-kapalı görüntü süper-çözünürlüğü yöntemi geliştirilmiştir.

Gözü kapalı restorasyon, yalnızca orijinal görüntünün gürültülü ve bulanık bir gözleminden orijinal görüntünün kestirilmesi işlemidir. Diğer bir deyişle, gözü kapalı görüntü restorasyon, gözü kapalı süper-çözünürlüğün alt-örneklemenin olmadığı ve yalnızca tek bir düşük çözünürlüklü görüntünün var olduğu özel bir durumu olarak düşünülebilir. Konuyla ilgili detaylı çalışmaları [23] ve [24]'de bulunabilir. Bu çalışmada anlatılacak olan yöntem aynı zamanda gözü kapalı görüntü restorasyonunda da uygulanabilir.

Sabit genlik algoritması (CMA), amacı semboller arası girişimi (ISI) bastırmak olan gözü kapalı kanal denkleştirme alanında kullanılan yaygın bir yöntemdir [25, 26]. Eğer kaynak sabit bir genliğe sahip ya da sonlu bir alfabeden değer alıyor ise iletilen işaret üzerindeki kanal bozunumlarını azaltmak için alıcıda CMA kullanılabilir. Vural ve Sethares, sayısal görüntülerin her bir pikselinin sonlu sayıda bit ile temsil edilmesi özelliğini kullanarak tek görüntüler için CMA tabanlı gözü kapalı bulanıklık giderici bir algoritma geliştirmişlerdir [27]. Vural ve Sethares'in çalışması, gözü-kapalı çözünürlük iyileştirme problemini kapsayacak şekilde [28]'de genişletilmiştir. Düşük çözünürlüklü görüntülerin, katsayıları iki boyutlu (2-D) CMA ile güncellenen farklı iki boyutlu sonlu impuls yanıtı (2-D FIR) uyarlamalı filtrelerden geçirilip birleştirilmesiyle yüksek çözünürlüklü görüntü kestirilmektedir. Yöntem hareketin global kayma olduğu durumlar için geçerlidir. Ancak, her bir pikseli temsil etmek için kullanılan bit sayısı arttıkça görüntünün savrukluğunun artmasından dolayı yöntemlerin performansının azalacağı hem [27] hem de [28]'de ifade edilmiştir.

Bu bölümde tanıtılan yöntem aslında [28]'ye dayanmaktadır, ancak piksel başına bit sayısı arttıkça performans kötüleşmesinin önüne geçebilmek için önemli iki değişiklik yapılmıştır. İlk değişiklik, piksel değerlerinin gerçek tamsayılar yerine sabit genlikli karmaşık değerler olduğu varsayımdır. L görüntüdeki grilik seviyesi sayısı olmak üzere, piksel değerlerinin $-(L - 1)$ ve $+(L - 1)$ aralığındaki tek sayılar kabul edildiği [28]'deki çalışmanın tersine, piksel değerlerinin sabit genlikli karmaşık sayılar seçilmesiyle görüntünün savrukluğu bit sayısı arttıkça artmayacaktır. Gerçekte görüntü pikselleri karmaşık değerli grilik seviyelerine sahip değildir, ancak görüntünün gerçek piksel değerlerini karmaşık sayılara çeviren uygun bir ön işlem kullanılarak karmaşık değerli piksel varsayımı sağlanabilir. İkinci değişiklik ise, gerçek değerli FIR geri çatım filtrelerinin yerine karmaşık değerli olanlarının kullanılmasıdır. Bu, sonuç karmaşık değerli bir maliyet fonksiyonu kullanmanın doğrudan bir sonucudur.

3.1. Sistemin Tanımlanması

Süper-çözünürlük, istenilen ve gözlemlenmesi mümkün olmayan yüksek çözünürlüklü görüntünün gözlemlenen düşük çözünürlüklü görüntülerden elde edildiği ters bir problemdir. Yüksek çözünürlüklü ve gözlemlenen görüntüler geometrik yamultma, bulanıklaştırma, alt-örnekleme ve toplanır gürültü gibi bir takım operatörler aracılığıyla birbirleriyle ilişkilendirilir [29]. Geometrik yamultma operatörü, bir referans görüntüye göre sahne/kameranın piksel altı hareketini temsil eder. Hareket genel ya da yerel öteleme, dönme vs. olabilir. Hareket bilgisi genellikle elde olmadığından bir çerçeve referans alınarak her çerçeve için piksel-altı hassasiyetinde hesaplanmalıdır. Bulanıklık operatörü, görüntüleme sistemi ile manzara arasındaki bağıl hareket, tam odaklanamama, algılayıcının nokta-dağılım fonksiyonu, vb. gibi etkenlerden kaynaklanır. Bulanıklık operatörü, genel olarak doğrusal, ötelemeden bağımsız 2-D FIR bir filtre olarak modellenir. Bazı süper-çözünürlük yöntemlerinin her bir görüntü için bulanıklığı aynı kabul etmesine karşın, gözlemlenen düşük çözünürlüklü tüm görüntüler için bulanıklık operatörünün farklı olması daha genel ve doğru bir durumdur. Bulanıklığın hareketten ve optik

faktörlerden kaynaklandığı tek görüntülü restorasyon probleminden farklı olarak süper-çözünürlük düşük çözünürlüklü algılayıcıların boyutunun sonlu olmasından kaynaklanan bulanıklığı da ele almaktadır. Bu, gözlem modelinde uzamsal ortalama olarak dahil edilmektedir. Algılayıcının yamulmuş ve bulanıklaşmış yüksek çözünürlüklü görüntüyü alt-örneklemeyle örtüşmüş düşük çözünürlüklü görüntü oluşturulur. Model, aynı zamanda kuantalama hataları, model hataları, algılayıcının yanlış ölçümü vs. gibi nedenlerden kaynaklanan toplanır gürültünün de varsaymaktadır. Sonuç olarak, gözlem modeli aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

$$y_i(l_1, l_2) = S \left(b_i * W(x(n_1, n_2)) \right) + v_i(l_1, l_2) \quad (3.1)$$

Denklem (3.1)'deki x orijinal görüntüyü, y_i gözlenen düşük çözünürlüklü görüntüleri, (n_1, n_2) yüksek çözünürlüklü piksellerin koordinatlarını, (l_1, l_2) düşük çözünürlüklü görüntülerin koordinatlarını, b_i bulanıklık operatörünü (yamultma ile birleştirilmiştir), $i = 1 \dots M$ olmak üzere M düşük çözünürlüklü görüntülerin sayısını, S alt-örnekleme operatörünü, W yamultma operatörünü ve son olarak v_i de toplanır gürültüyü göstermektedir.

Hareketin kontrol edildiği bazı uygulamalarda yerel hareketin olmadığı, düşük çözünürlüklü görüntüler arasında hareketin sadece öteleme olduğu durumlar vardır. Örneğin bir tarayıcının çözünürlüğünü taranacak dokümanın başlangıç noktasını ufak değişimlerle değiştirip birden fazla tarayarak arttırabiliriz. Hatta bir video dizisinde sahne sabittir ve görüntü dizisi video kameranın öteleme hareketleriyle elde edilir. Literatürde süper-çözünürlüğün bu özel durumlarını dikkate alan çalışmalar vardır [30, 31]. Bu bölümde de bu özel durumu ele alan bir yöntem yer geliştirilecektir.

Düşük çözünürlüklü görüntüler arasındaki hareket yalnızca global bir ötelemeyse yamultma ve bulanıklık tek bir operatörde birleştirilir ve yukarıda bahsedilen gözlem modeli Şekil 3.1'deki (toplanır gürültü gösterilmemiştir) duruma sadeleşir. Şimdilik alt-örnekleme operatörünün olmadığını varsayalım. Bu durumda, $\mathbf{y}(n_1, n_2)$ 'yi sistem çıkış vektörü ve $\mathbf{B}(n_1, n_2)$ 'yi sistem dürtü yanıtı matrisi olarak aşağıdaki şekilde tanımlansın

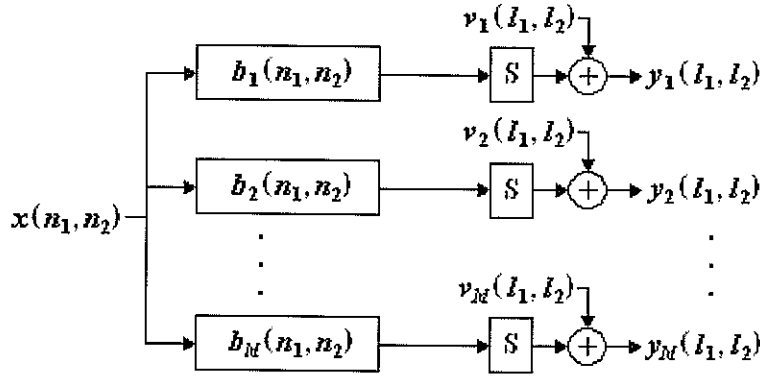
$$\mathbf{y}(n_1, n_2) = \begin{bmatrix} y_1(n_1, n_2) \\ \vdots \\ y_M(n_1, n_2) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}(n_1, n_2) = \begin{bmatrix} b'_1(n_1, n_2) \\ \vdots \\ b'_M(n_1, n_2) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Bu özel düşük çözünürlüklü görüntü oluşum sistemi için giriş-çıkış ilişkisi şu şekilde ifade edilebilir:

$$\mathbf{y}(n_1, n_2) = \mathbf{B}(n_1, n_2) * x(n_1, n_2) \quad (3.3)$$

* işareti, iki boyutlu vektör (veya matris) dizileri için evrişim işlemi göstermektedir. $a_{ij}(n_1, n_2)$ ve $b_{ij}(n_1, n_2)$ ile gösterilen genel iki boyutlu matris dizilerinin evrişimi şu şekilde gösterilir:

$$[a_{ij}(n_1, n_2)] * [b_{ij}(n_1, n_2)] = \left[\sum_k a_{ik}(n_1, n_2) * b_{kj}(n_1, n_2) \right] \quad (3.4)$$



Şekil 3.1. Basitleştirilmiş gözlem modeli

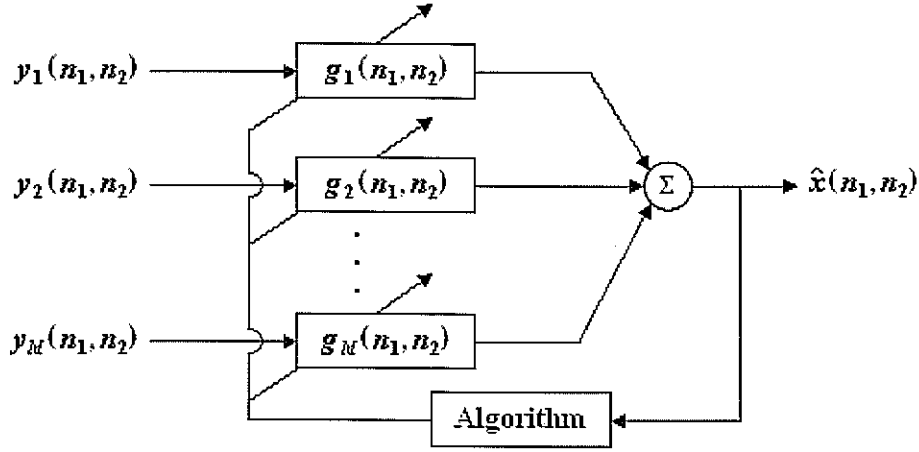
$x(n_1, n_2)$ ile gösterilen yüksek çözünürlüklü ve bozucu etkilerden kurtulmuş görüntüyü elde etmek için $y(n_1, n_2)$ ile gösterilen düşük çözünürlüklü görüntülere yeniden-oluşturma filtre seti uygulanır (Şekil 3.2). FIR yeniden-oluşturma filtrelerini kullanarak kararsızlık probleminde kurtulmuş oluruz. [32]'de de belirtildiği gibi gözü kapalı görüntü ters evrişim için kullanılan sonsuz dürtü yanıtı (IIR) yeniden oluşturma filtreleri hesapsal karmaşıklığa neden olan özyineleme içinde özyineleme gerektirmektedir. İdeal durum için filtrelerin dürtü yanıtı dizisi, $G(n_1, n_2)$, şunu sağlar:

$$G(n_1, n_2) * B(n_1, n_2) = \alpha \cdot \delta(n_1 - S_1, n_2 - S_2) \quad (3.5)$$

Denklem (3.4)'teki α , S_1 , S_2 gözü kapalı görüntü ters evrişim probleminde olduğu gibi gözü kapalı süper-çözünürlükte de var olan sırasıyla kazanç ve ötelemedeki belirsizliği belirtmektedir. $G(n_1, n_2)$ şu şekilde tanımlanır:

$$G(n_1, n_2) = \begin{bmatrix} g_1(n_1, n_2) \\ \vdots \\ g_M(n_1, n_2) \end{bmatrix}$$

Böylece amaçlanan gözü kapalı süper-çözünürlük problemi şöyle özetlenebilir: Bulanıklık operatörü bilgisine ihtiyaç kalmaksızın yüksek çözünürlüklü görüntünün ölçeklenmiş ve ötelenmiş halini yeniden oluşturabilmek için gözlenen düşük çözünürlüklü görüntülere uygulanacak 2-D bir FIR filtre seti tasarlanır.



Şekil 3.2. Yeniden oluşturma filtresi

3.2. Algoritmanın geliştirilmesi

Sabit-büyüklik algoritması [25, 26], haberleşme gözü-kapalı kanal denkleştirme alanında kullanılan bir yöntemdir. Yöntem gözü kapalı görüntü ters evrişim [27] ve süper-çözünürlük [28] alanında kullanılmak üzere iki boyutlu duruma uyarlanmıştır. $x(n_1, n_2)$ grilik seviyelerinin sıfır ortalamalı, bağımsız ve eşit dağılımlı (i.i.d.) rastgele değişkenler varsayıldığı gerçek bir görüntü için iyi boyutlu (2-D) sabit büyüklik (CM) maliyet fonksiyonu:

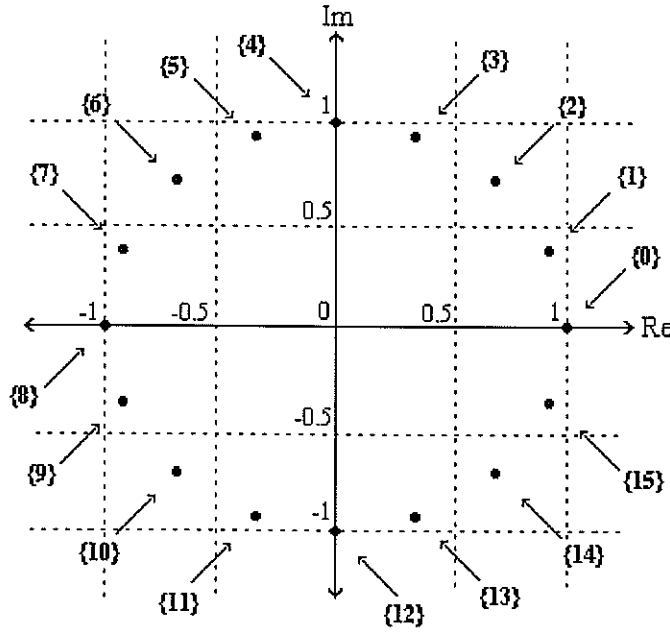
$$\begin{aligned}
 J_{CM} &:= E\left[\left(\hat{x}^2(n_1, n_2) - \gamma\right)^2\right] \\
 &= E\left[\hat{x}^4(n_1, n_2)\right] - 2\sigma_x^2 \kappa_x E\left[\hat{x}^2(n_1, n_2)\right] + \sigma_x^4 \kappa_x^2
 \end{aligned} \quad (3.6)$$

denklemlerle verilir. γ ve κ_x , gerçek görüntünün saçılma sabitini ve normalleştirilmiş savrukluğunu göstermektedirler ve şu şekilde tanımlanırlar:

$$\gamma = \frac{E[x^4(n_1, n_2)]}{E[x^2(n_1, n_2)]}, \quad \kappa_x = \frac{E[x^4(n_1, n_2)]}{(E[x^2(n_1, n_2)])^2} \quad (3.7)$$

$\gamma = \sigma_x^2 \kappa_x$ 'tir. J_{CM} maliyet fonksiyonunun gerçek görüntü $x(n_1, n_2)$ 'nin kestirimi üzerinde iki etkisi vardır. Öncelikle, $\hat{x}^2(n_1, n_2)$ 'nin beklenen değerinin nokta dağılım fonksiyonunun (PSF) sebep olduğu saçılma sabiti γ 'dan sapmasını engeller. İkinci olarak, gerçek görüntü nokta dağılım fonksiyonundan (PSF) etkilenmez, histogram eğrisi geniştir. Etkiye maruz kalan bulanık görüntülerde ise histogram eğrisi dar olma meyillidir. Sabit büyüklik algoritması uygulanarak görüntüye netlik kazandıracak şekilde histogram eğrisi geniş olmaya zorlanır. Yalnızca PSF'in alçak geçiren filtre karakteristiği gösteren tipi histogram eğrisini darlaştırır bu yüzden sabit büyüklik algoritması kameranın sarsıntısından dolayı meydana gelen daha az düzenli bulanıklık maskeleri üzerinde etkili değildir.

CM maliyet fonksiyonu gerçek görüntüler için iki özel nitelik varsayar. İki sıfır ortalama varsayımıdır. Yüksek çözünürlüklü görüntünün piksel değerlerinin $-(L-1)$ ve $+(L-1)$ arasında tek tamsayı değerlerine sahip olduğu varsayılmıştır [27, 28]. L yüksek çözünürlüklü orjinal görüntüdeki grilik seviyesi sayısını göstermektedir. Maalesef bu yaklaşımda grilik seviyesinin sayısı arttıkça (bir pikseli ifade eden bit sayısı) görüntü savrukluğunun artması sonucu CM maliyet fonksiyonunun yüzeyi yassılaştacaktır. Böylece bu yaklaşıma bağlı olarak CM maliyet fonksiyonu kullanıldığında her bir pikseli ifade eden bit sayısı arttıkça yöntemin performansı kötüleşecektir. [28, 27]. Mevcut problemin üstesinden gelebilmek için bu çalışmada gerçek görüntünün piksel değerlerinin sabit büyüklükte karmaşık değerler olduğu varsayılmıştır. Örneğin, Şekil 3.3'te gösterilen haritalama kullanılarak görüntünün pikselleri sabit genlikli karmaşık sayılar olarak temsil edilebilir. Haritalama seçimi önemli olup bir sonraki bölümde tartışılmıştır. Şekil 3.3'te verilen diyagram 4-bitlik görüntüler içindir. Diğer bit seviyelerine sahip görüntüler için de benzer şekilde diyagramlar oluşturulabilir. Şekilde gerçek görüntünün piksel değerleri $\{.\}$ ile gösterilmiştir ve siyah kalın noktalar haritalama sonucunda karşılık gelen piksellerin karmaşık değerlerini göstermektedir. Bu yaklaşımda maliyet yüzeyi bit sayısı arttıkça yassılaşmayacaktır çünkü görüntü savrukluğu [28]'deki yaklaşıma ters olarak tüm bit seviyeleri için sabit (1'e eşit) olacaktır.



Şekil 3.3. 4-bit görüntüler için karmaşık eşleme diyagramı

İkinci varsayım gerçek görüntünün her bir grilik seviyesinin bağımsız ve eşit dağılımlı (i.i.d.) rastgele değişkenler olmasıdır. Bu varsayım piksellerin i.i.d. olduğunu değil, grilik seviyelerinin eşit olasılıkta olduğunu gösterir. Tek bir görüntü için geçerli olmasa da genel görüntü işleme uygulamaları için geçerli bir yaklaşımdır.

Denklem (3.6)'da verilen maliyet fonksiyonunu geri çatım filtre katsayılarına göre en küçükleme problemi için kapalı formda bir çözüm olmadığından olasılıksal bir gradyan-düşüş (GD) en küçükleme metodu kullanılmıştır. Sabit-büyüklik maliyetinin uyarlanırlı filtre parametrelerine göre çizilmesiyle *sabit - maliyet yüzeyi* denen bir yüzey oluşturulur. En küçültme algoritması, yüzey üzerinde bir noktadan başlayarak, ardından en dik inişin yörüngesini takip ederek maliyeti en küçültmeye çalışır. J_{CM} 'nin anlık bir kestirimi şu şekilde verilir:

$$J := \frac{1}{4} (\hat{x}^2(n_1, n_2) - \gamma)^2 \quad (3.8)$$

Şekil 3.2'de iki boyutlu sonlu dürtü yanıtı uyarlanırlı süzgeçlerin, bulanıklığı gidermek ve yüksek çözünürlüklü görüntüyü oluşturmak için $y_i(n_1, n_2)$ ile verilen düşük çözünürlüklü görüntülere uygulandığı gösterilmektedir (alt-örnekleme operatörünün hale ihmal ediliyor olduğuna dikkat edin). Uyarlanırlı yöntemde, gerçek görüntünün bu anlık kestirimi bir sonraki uzamsal bölge için kullanılacak filtre katsayılarının daha iyi kestirilebilmesi için kullanılır. Uyarlanırlı filtrelerin sonucu olarak j . yinelemede gerçek görüntünün bir kestirimi şu şekilde verilir:

$$\hat{x}_j(n_1, n_2) = \sum_{i=1}^M \sum_{a=-A}^A \sum_{b=-B}^B g_{i,j}(a, b) y_i(a - n_1, b - n_2) \quad (3.9)$$

$A \times B$ uyarlanırlı süzgeçlerin boyutudur ve $g_{i,j}(a, b)$ i . süzgecin j . yinelemedeki katsayılarıdır. GD'yi en küçük yapmak için J 'nin uyarlanırlı süzgeç katsayılarına göre türevi gerekmektedir. \mathbf{g}_j , j . yinelemede uyarlanırlı süzgeçlerin katsayılarından oluşan ve leksikografik şekilde sıralanmış vektörü gösterebilir:

$$\mathbf{g}_j := \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{1,j} \\ \mathbf{g}_{2,j} \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{M,j} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g}_{i,j} = \begin{bmatrix} g_{i,j}(-A, -B) \\ g_{i,j}(-A, -B + 1) \\ g_{i,j}(-A, -B + 2) \\ \vdots \\ g_{i,j}(A, B) \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, M,$$

$\mathbf{y}(n_1, n_2)$ ise j . yinelemede (n_1, n_2) 'inci piksel için uyarlanırlı filtre giriş vektörünü gösterebilir:

$$\mathbf{y}(n_1, n_2) := \begin{bmatrix} y_1(n_1, n_2) \\ y_2(n_1, n_2) \\ \vdots \\ y_M(n_1, n_2) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}_i(n_1, n_2) = \begin{bmatrix} y_i(n_1 + A, n_2 + B) \\ y_i(n_1 + A, n_2 + B - 1) \\ y_i(n_1 + A, n_2 + B - 2) \\ \vdots \\ y_i(n_1 - A, n_2 - B) \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, M.$$

Denklem (3.6)'da verilen maliyet fonksiyonunu geri çatım filtre katsayılarına göre en küçükleme problemi için kapalı formda bir çözüm olmadığından olasılıksal bir gradyan-düşüş (GD) en küçükleme metodu kullanılmıştır. Sabit-büyüklik maliyetinin uyarlanırlı filtre parametrelerine göre çizilmesiyle *sabit - maliyet yüzeyi* denen bir yüzey oluşturulur. En küçültme algoritması, yüzey üzerinde bir noktadan başlayarak, ardından en dik inişin yörüngesini takip ederek maliyeti en küçültmeye çalışır. J_{CM} 'nin anlık bir kestirimi şu şekilde verilir:

$$J := \frac{1}{4} (\hat{x}^2(n_1, n_2) - \gamma)^2 \quad (3.8)$$

Şekil 3.2'de iki boyutlu sonlu dürtü yanıtı uyarlanırlı süzgeçlerin, bulanıklığı gidermek ve yüksek çözünürlüklü görüntüyü oluşturmak için $y_i(n_1, n_2)$ ile verilen düşük çözünürlüklü görüntülere uygulandığı gösterilmektedir (alt-örnekleme operatörünün hale ihmal ediliyor olduğuna dikkat edin). Uyarlanırlı yöntemde, gerçek görüntünün bu anlık kestirimi bir sonraki uzamsal bölge için kullanılacak filtre katsayılarının daha iyi kestirilebilmesi için kullanılır. Uyarlanırlı filtrelerin sonucu olarak j . yinelemede gerçek görüntünün bir kestirimi şu şekilde verilir:

$$\hat{x}_j(n_1, n_2) = \sum_{i=1}^M \sum_{a=-A}^A \sum_{b=-B}^B g_{i,j}(a, b) y_i(a - n_1, b - n_2) \quad (3.9)$$

$A \times B$ uyarlanırlı süzgeçlerin boyutudur ve $g_{i,j}(a, b)$ i . süzgecin j . yinelemedeki katsayılarıdır. GD'yi en küçük yapmak için J 'nin uyarlanırlı süzgeç katsayılarına göre türevi gerekmektedir. \mathbf{g}_j , j . yinelemede uyarlanırlı süzgeçlerin katsayılarından oluşan ve leksikografik şekilde sıralanmış vektörü gösterebilir:

$$\mathbf{g}_j := \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{1,j} \\ \mathbf{g}_{2,j} \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{M,j} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g}_{i,j} = \begin{bmatrix} g_{i,j}(-A, -B) \\ g_{i,j}(-A, -B+1) \\ g_{i,j}(-A, -B+2) \\ \vdots \\ g_{i,j}(A, B) \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, M,$$

$\mathbf{y}(n_1, n_2)$ ise j . yinelemede (n_1, n_2) 'inci piksel için uyarlanırlı filtre giriş vektörünü gösterebilir:

$$\mathbf{y}(n_1, n_2) := \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1(n_1, n_2) \\ \mathbf{y}_2(n_1, n_2) \\ \vdots \\ \mathbf{y}_M(n_1, n_2) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}_i(n_1, n_2) = \begin{bmatrix} y_i(n_1 + A, n_2 + B) \\ y_i(n_1 + A, n_2 + B - 1) \\ y_i(n_1 + A, n_2 + B - 2) \\ \vdots \\ y_i(n_1 - A, n_2 - B) \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, M.$$

\mathbf{g}_j ve $\mathbf{y}(n_1, n_2)$ kullanılarak j . yinelemede (n_1, n_2) 'nci piksel için gerçek görüntünün kestirimi şu şekilde yazılabilir:

$$\hat{x}_j(n_1, n_2) = \mathbf{g}_j^T \mathbf{y}(n_1, n_2) \quad (3.10)$$

J 'nin \mathbf{g}_j 'ye göre türevi, türevin zincir kuralından

$$\frac{dJ}{d\mathbf{g}_j} = \frac{dJ}{d\hat{x}} \cdot \frac{d\hat{x}}{d\mathbf{g}_j} \quad (3.11)$$

olarak yazılabilir. İlk terimi hesaplamak kolaydır ve

$$\frac{dJ}{d\hat{x}} = \left(\hat{x}_j^2(n_1, n_2) - \gamma \right) \hat{x}_j(n_1, n_2) \quad (3.12)$$

olduğu gösterilebilir. İkinci terim, Ek A'da anlatılan kavramlardan yararlanılarak

$$\frac{d\hat{x}}{d\mathbf{g}_j} = \mathbf{y}^*(n_1, n_2) \quad (3.13)$$

şeklinde hesaplanabilir. O halde J 'nin \mathbf{g}_j 'ye göre türevi, (*) karmaşık eşleniği göstermek üzere

$$\frac{dJ}{d\mathbf{g}_j} = \left(\hat{x}_j^2(n_1, n_2) - \gamma \right) \hat{x}_j(n_1, n_2) \mathbf{y}^*(n_1, n_2) \quad (3.14)$$

ile verilir. Uyarlanırlar süzgeçlerin katsayıları:

$$\mathbf{g}_{j+1} = \mathbf{g}_j - \mu \frac{dJ}{d\mathbf{g}_j} \quad (3.15)$$

eşitliği kullanılarak güncellenir. μ , algoritma kararlılığını sağlayacak şekilde seçilmiş küçük ve pozitif adım aralığıdır. [28] ve [27]'den farklı olarak bir pikseli ifade eden piksel sayısı arttıkça daha küçük adım aralıkları seçilmesine gerek yoktur. Bu çalışmada, adım aralığı bit seviyesinden bağımsız olarak sabit kabul edilmiş ve simülasyonlarda 10^{-3} olarak seçilmiştir.

Yukarıdaki tartışmada, alt-örnekleme operatörünün ihmal edildiği varsayılmıştır. Fakat durum böyle değildir, $y(l_1, l_2)$ 'den $y(n_1, n_2)$ 'yi elde etmek, yani uyarlanırlar filtre setine girdi olarak kullanılacak yüksek çözünürlüklü görüntüleri oluşturmak amacıyla uygun bir aradeğerleme yönteminin kullanılması

gereklidir. Yapılan simülsayonlar sonucunda, sıfır eklenerek aradeğerlemenin çift doğrusal veya çift kübik gibi daha karmaşık aradeğerlemelerden daha iyi sonuç verdiği gözlemlenmiştir.

CM maliyeti dışbükey değildir bundan dolayı algoritma uyarlamalı filtrelerin başlangıç değerlerine bağlı olarak genel minimum yerine yerel minimum noktasında sonuçlanabilir. Her uyarlanırlı süzgeç için, konumu karşılık gelen filtre girdisinin hareket vektörü tarafından belirlenen sıfırdan farklı sadece bir katsayı tarafından belirlenen ilk değerler kullanılmasının faydalı görülmüştür:

$$g_{i,0} = \delta(n_1 + H_i, n_2 + V_i), \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (3.16)$$

İlk değerlerin bu şekilde seçilmesi, aradeğerleme uygulanmış düşük çözünürlüklü görüntülerin her şeyden önce hareket-öncesi yerlerine kaydırıldığı için yamultma etkisini ortadan kaldırır. Hareketin sadece öteleme kabul edilmesinden dolayı hareket kestirim amacıyla piksel-altı hareketi de göz önüne alan basit bir blok eşleştirme yöntemi [32, 33] kullanılmıştır.

Buraya kadar anlatılanlar ışığında önerilen gözü-kapalı görüntü süper-çözünürlük yöntemi şu şekilde özetlenebilir:

- I. Referans görüntüye göre düşük-çözünürlüklü görüntüler için yatay ve dikey hareket miktarlarını yüksek çözünürlük piksel birimi cinsinden kestir (H_i ve V_i)
- II. Uyarlanırlı filtre katsayılarını Denklem (3.16)'yı kullanarak ilk değerlendir,
- III. $y_i(l_1, l_2)$ ile verilen düşük çözünürlüklü görüntülerden aradeğerleme ile (sıfır ekleyerek) $y_i(n_1, n_2)$ 'i elde et.
- IV. Üst sol pikselden başla
- V. Denklem (3.9)'u kullanarak piksel değerinin kestirimini elde et,
- VI. Denklem (3.14)'ü kullanarak maliyet fonksiyonun uyarlanırlı filtre katsayılarına göre türevini bul,
- VII. Uyarlanırlı filtre parametrelerini Denklem (15) aracılığıyla güncelle,
- VIII. Yakınsama gerçekleşmişse ix. adıma atla. Aksi halde, bir sonraki piksele geç ve v. adıma atla.
- IX. Gerçek görüntünün kestirimini Denklem (3.9)'u kullanarak elde et.

Uyarlamalı filtre parametrelerinin yeterli sayıda yenilenmesinden sonra aradaki ortalama fark önceden belirlenen bir eşik değerinin altına düştüğünde algoritma sonlanır. Algoritmanın sonlanması için gereken durum sağlanmamışsa tüm görüntü pikselleri yeniden taranır. Bulanıklık filtresi piksel koordinatlarına göre yavaş ve yumuşakça değişiyorsa tasarlanan uyarlamalı filtre parametrelerinin maliyet fonksiyonunun anlık gradyanına göre güncellenmesinden dolayı süper-çözünürlük yöntemi uzamsal olarak değişen bulanıklık filtreleri için de iyi sonuçlar verir. Ayrıca, algoritma gözü kapalı tek-görüntü ters evrişim problemi için de bir çözüm olarak kullanılabilir. Bu durumda i. ve iii. adımlar iptal edilir, karmaşık uyarlamalı filtreler $H_i = V_i = 0$ ile ilk değerlendirilir ve diğer tüm denklemlerde $M = 1$ olur.

3.3. Simülasyon Sonuçları

Bu kısımda restorasyon ve süper-çözünürlük durumları için anlatılan yöntemle ait bazı simülasyon sonuçları gösterilecektir.

a) Gözü Kapalı Restorasyon:

Önerilen yöntemin gözü kapalı tek-görüntü ters evrişim durumundaki performansını görmek için Şekil 3.4a'da verilen bot görüntüsü üzerinde simülasyon yapılmıştır. 8-bitlik görüntüye önce histogram eşitleme uygulanmış ardından kısım 3.2'de verilen eşleme diyagramı uygulanarak karmaşık değerlere sahip pikseller elde edilmiştir. Sonra varyansı bir olan 7x7 boyutlarındaki Gauss bulanıklık operatörü orijinal görüntüye (karmaşık değerli) uygulanmıştır. Gauss PSF genellikle hava fotoğrafçılığı ve uzak algılayıcılarda görülen bir bulanıklık tipidir. Son olarak düşük çözünürlüklü görüntülere Bulanık İşaret Gürültü Oranı (BSNR) değeri 30 dB olacak şekilde Gauss gürültü eklenmiştir. Önerilen yöntemin giriş değeri olan bulanık ve gürültülü görüntü Şekil 4b'de gösterilmektedir.

[28]'deki çalışmadan (karmaşık eşlemlenin kullanılmadığı), önerilen yöntemden ve optimum Wiener filtreme yönteminden elde edilen sonuçlar sırasıyla Şekil 3.4.c, 3.4.d ve 3.4.e'de karşılık gelen İşaret Gürültü Oranındaki iyileştirme (ISNR) değerleriyle beraber verilmiştir. ISNR görüntü restorasyonu alanında sıklıkla kullanılan bir ölçüttür ve

$$ISNR = 10 \log_{10} \left\{ \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N [f(m,n) - g(m,n)]^2}{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N [f(m,n) - \hat{f}(m,n)]^2} \right\} \quad (3.14)$$

denklemlerle verilir. $f(n_1, n_2)$ ve $y(n_1, n_2)$ sırasıyla orijinal ve gürültülü bulanık görüntüler, $\hat{x}(n_1, n_2)$ ise kestirilen (geri çatılan) görüntüdür. ISNR orijinal görüntünün bilinmediği durumlarda kullanılamaz ancak farklı yöntemler arasındaki performansı karşılaştırmak için kullanılabilir.

Wiener filtresi, orijinal görüntü ile kestirilen görüntü arasındaki karesel ortalama hatayı küçültmeye çalışır ve frekans uzayında

$$\hat{X}(u_1, u_2) = \left[\frac{1}{|B(u_1, u_2)| |B(u_1, u_2)|^2 + K} \right] Y(u_1, u_2) \quad (3.15)$$

denklemlerle verilir [34]. $\hat{X}(u_1, u_2)$, $Y(u_1, u_2)$ ve $B(u_1, u_2)$ sırasıyla kestirilen görüntünün, gürültülü bulanık görüntünün ve PSF'nin Fourier dönüşümlerini göstermektedir. K orijinal görüntünün ve toplanır gürültünün spektral güç yoğunluğuna bağlı bir parametredir ve değerine göre ISNR en büyük olur.



Şekil 3.4. Performans karşılaştırması

(a) Orijinal görüntü, (b) Bulanıklaştırılmış görüntü, (c) [28]'deki yöntem (ISNR= 0.23),
 (d) Önerilen yöntem (ISNR= 3.42), (e) Wiener bulanıklık giderme (ISNR= 4.01)

Hem görsel sonuçlar hem de ISNR değerleri önerilen yöntemin [28]'dekine göre daha iyi sonuçlar verdiğini göstermektedir. Bu durum karmaşık haritalamanın katkısı olarak yorumlanabilir. Maliyet yüzeyi düzleşmemektedir ve bir pikseli ifade eden bit sayısı arttıkça (bu çalışmada 8-bit) daha küçük adım aralığı seçme gerekliliği ortadan kalkmaktadır. [28]'deki yöntem bu problemlerden etkilenmiş ve yüksek bit seviyeli görüntülerdeki iyileştirme önerilen yöntemle göre çok düşük olmuştur. Hatta yeni yöntem önceden PSF parametrelerine sahip olmanın avantajına sahip olan Wiener filtrelemeye hem görsel hem de ISNR değeri bakımından yakın sonuçlar vermiştir.

b) Gözü Kapalı Süper-Çözünürlük:

Önerilen yöntemin çözünürlük arttırmadaki etkisini gözlemlemek için farklı iki bulanıklık (Gauss ve 2-D düzgün) ile beraber iki test görüntüsü (Lena, araba) kullanılmıştır. 2-D düzgün bulanıklık görüntüdeki tam odaklanamama bulanıklığını göstermektedir. Hem Lena hem de araba görüntüsü 8-bittir ve boyutları sırasıyla 128x128 ve 176x132'dir. Bu çalışmada kabul edilen modele göre görüntü önce histogram eşitlemeden geçirilir, ardından düzgün kuantalama yoluyla görüntü istenen bit sayısına

düşürülür. Ardından kısım 3.2.'de verilen haritalam diyagramı kullanılarak karmaşık değerli pikseller elde edilir. Ardından düşük çözünürlüklü görüntüler elde etmek için (i) global öteleme, (ii) varyansı 1 olan 5x5 boyutlarındaki Gauss bulanıklık maskesi, (iii) her iki yönde de alt-örnekleme ve (iv) SNR değeri 40 dB olacak şekilde toplanır gürültü test görüntüsüne uygulanır. (i)'den (iv)'e kadar tüm adımlar dört tane düşük çözünürlük görüntüye sahip olabilmek için üç kez daha tekrarlanır. Bu görüntüler önerilen yöntemin girişleri olacaktır. Aynı adımlar araba görüntüsüne de uygulanır. Yalnızca uygulanan bulanık maskesi 5x5 boyutlarında 2-D düzgün bir operatördür.

Her iki durum için de görsel sonuçlar Şekil 3.5 ve 3.6'da gösterilmiş ve farklı bit seviyeleri için ISNR değerleri Tablo 3.1'de verilmiştir. Karşılaştırma amaçlı olarak gözü kapalı Lucy ters evrişim algoritmasını [35] kullanan ikiyönlü öteleme ve ekleme yönteminin [36] sonuçları da Şekil 3.5e ve 3.6e'de gösterilmiştir. İkiyönlü öteleme-ve-ekleme yönteminin parametreleri ve gözü kapalı Lucy ters evrişim için yineleme sayısı en iyi görsel sonucu verecek şekilde seçilmiştir. Kısıtlı alana sahip olduğumuz için görsel sonuçlar sadece 8-bit görüntüler için verilmiş diğer durumlar ele alınmamıştır. Hem görsel sonuçlar hem de ISNR değerleri ele alındığında yeni yöntem [28]'deki çalışmadan daha iyi sonuçlar vermiştir. İlk bakışta önerilen yöntem ile ikiyönlü öteleme-ve-ekleme yöntemi birbirine benziyormuş gibi gözükse de detaylı incelendiğinde yeni yöntemin bulanıklığı gidermede daha başarılı olduğu görülecektir.

Tablo 3.1. [28]'deki ve yeni yöntem kullanılarak farklı bit seviyeleri, farklı tipte bulanıklıklar için elde edilen ISNR değerleri

Bir pikseli ifade eden bit sayısı	Gauss Bulanıklık		2-D Uniform Bulanıklık	
	[28]'deki Yöntem	Yeni Yöntem	[28]'deki Yöntem	Yeni Yöntem
1	4.46	4.38	2.87	2.79
2	2.46	4.30	1.32	2.70
3	1.65	4.29	0.97	2.72
4	1.19	4.10	0.65	2.45
5	0.88	4.00	0.42	2.37
6	0.80	3.82	0.30	2.10
7	0.57	3.55	0.22	1.99
8	0.24	3.26	0.09	1.93

Son olarak, önerilen yöntem bir dizi gerçek görüntü kullanılarak da test edilmiştir. Şekil 3.7a orijinal yüksek çözünürlüklü görüntüyü ve Şekil 7b düşük çözünürlü görüntülerden bir tanesini (aradeğerlendirilmiş, eşik değeri 2 bit) göstermektedir. Hareket parametreleri piksel altı hareketi de hesaba katan ilinti-tabanlı blok-eşleştirme yöntemiyle hesaplanmıştır. [28]'deki yöntem ve yeni

düşürülür. Ardından kısım 3.2.'de verilen haritalam diyagramı kullanılarak karmaşık değerli pikseller elde edilir. Ardından düşük çözünürlüklü görüntüler elde etmek için (i) global öteleme, (ii) varyansı 1 olan 5x5 boyutlarındaki Gauss bulanıklık maskesi, (iii) her iki yönde de alt-örnekleme ve (iv) SNR değeri 40 dB olacak şekilde toplanır gürültü test görüntüsüne uygulanır. (i)'den (iv)'e kadar tüm adımlar dört tane düşük çözünürlük görüntüye sahip olabilmek için üç kez daha tekrarlanır. Bu görüntüler önerilen yöntemin girişleri olacaktır. Aynı adımlar araba görüntüsüne de uygulanır. Yalnızca uygulanan bulanık maskesi 5x5 boyutlarında 2-D düzgün bir operatördür.

Her iki durum için de görsel sonuçlar Şekil 3.5 ve 3.6'da gösterilmiş ve farklı bit seviyeleri için ISNR değerleri Tablo 3.1'de verilmiştir. Karşılaştırma amaçlı olarak gözü kapalı Lucy ters evrişim algoritmasını [35] kullanan ikiyönlü öteleme ve ekleme yönteminin [36] sonuçları da Şekil 3.5e ve 3.6e'de gösterilmiştir. İkiyönlü öteleme-ve-ekleme yönteminin parametreleri ve gözü kapalı Lucy ters evrişim için yineleme sayısı en iyi görsel sonucu verecek şekilde seçilmiştir. Kısıtlı alana sahip olduğumuz için görsel sonuçlar sadece 8-bit görüntüler için verilmiş diğer durumlar ele alınmamıştır. Hem görsel sonuçlar hem de ISNR değerleri ele alındığında yeni yöntem [28]'deki çalışmadan daha iyi sonuçlar vermiştir. İlk bakışta önerilen yöntem ile ikiyönlü öteleme-ve-ekleme yöntemi birbirine benziyormuş gibi gözükse de detaylı incelendiğinde yeni yöntemin bulanıklığı gidermede daha başarılı olduğu görülecektir.

Tablo 3.1. [28]'deki ve yeni yöntem kullanılarak farklı bit seviyeleri, farklı tipte bulanıklıklar için elde edilen ISNR değerleri

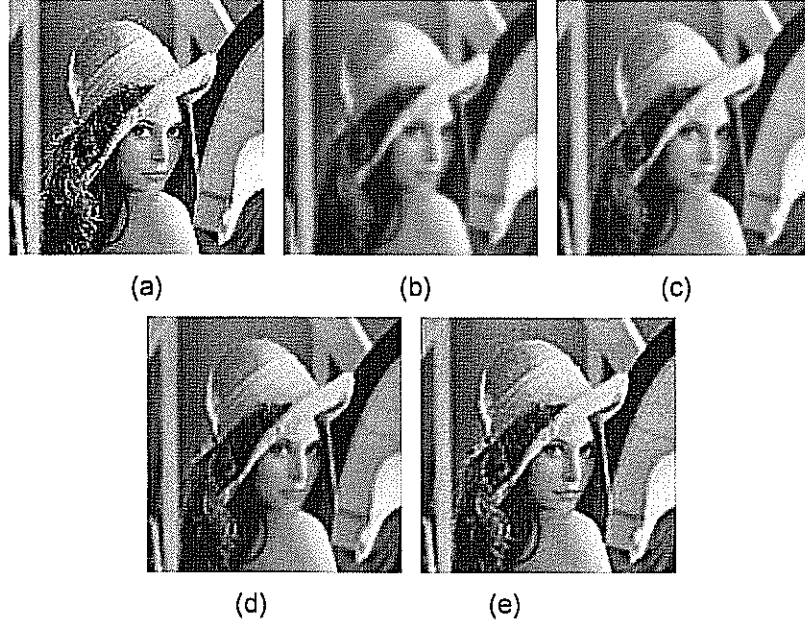
Bir pikseli ifade eden bit sayısı	Gauss Bulanıklık		2-D Uniform Bulanıklık	
	[28]'deki Yöntem	Yeni Yöntem	[28]'deki Yöntem	Yeni Yöntem
1	4.46	4.38	2.87	2.79
2	2.46	4.30	1.32	2.70
3	1.65	4.29	0.97	2.72
4	1.19	4.10	0.65	2.45
5	0.88	4.00	0.42	2.37
6	0.80	3.82	0.30	2.10
7	0.57	3.55	0.22	1.99
8	0.24	3.26	0.09	1.93

Son olarak, önerilen yöntem bir dizi gerçek görüntü kullanılarak da test edilmiştir. Şekil 3.7a orijinal yüksek çözünürlüklü görüntüyü ve Şekil 7b düşük çözünürlü görüntülerden bir tanesini (aradeğerlendirilmiş, eşik değeri 2 bit) göstermektedir. Hareket parametreleri piksel altı hareketi de hesaba katan ilinti-tabanlı blok-eşleştirme yöntemiyle hesaplanmıştır. [28]'deki yöntem ve yeni

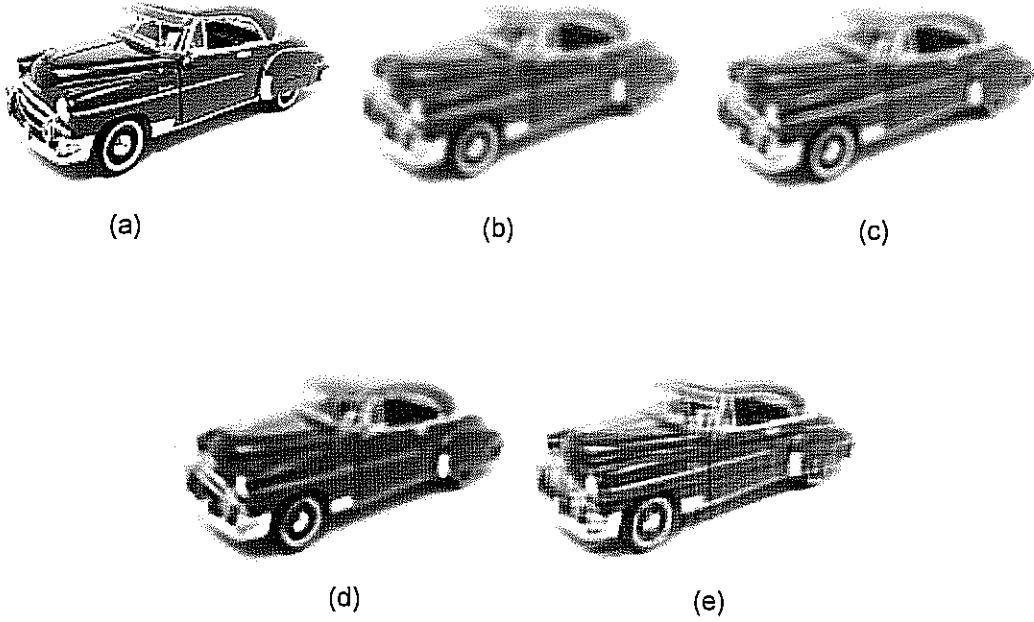
yöntemin sonuçları sırasıyla Şekil 3.7e ve 3.7d'de verilmiştir. İkiyönlü öteleme-ve-ekleme yönteminin sonuçları da Şekil 3.7e'de gösterilmiştir. Okunaklılık bakımından yeni yöntem eskisine oranla daha başarılıdır hatta ikiyönlü öteleme-ve-ekleme yöntemiyle de rekabet edecek düzeydedir.

3.4. Sonuç

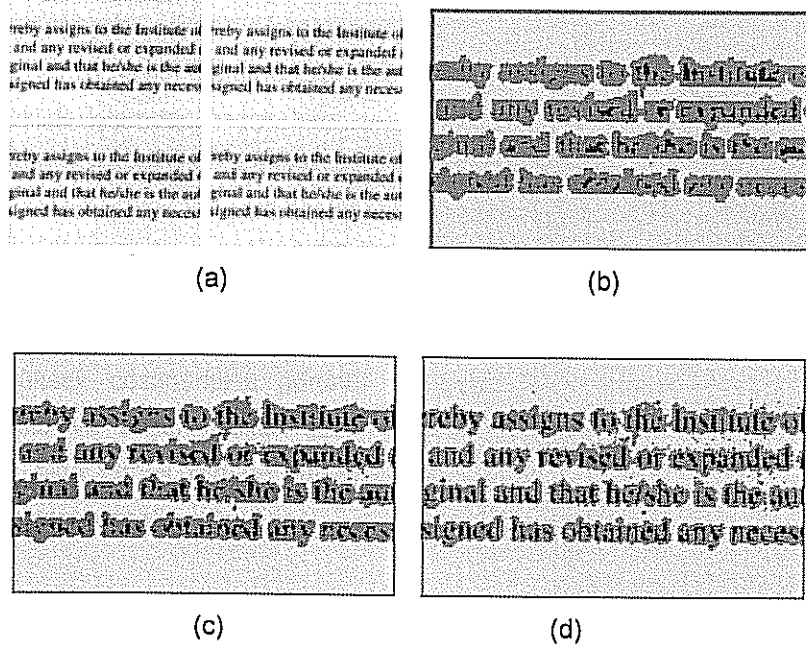
Bu bölümde 2-D sabit büyüklük algoritmasına ve karmaşık filtrelemeye dayalı yeni bir gözü kapalı süper-çözünürlük ve görüntü restorasyonu yöntemi geliştirilmiştir. Bir pikseli ifade eden bit sayısı arttıkça önerilen yöntemin performansı [28]'deki yöntemde olduğu gibi azalmamaktadır. Karmaşık eşlemeden dolayı bit sayısı arttıkça görüntünün de sivrüklüğü artmamaktadır. PSF eğer alçak geçiren filtre karakteristiğine sahipse önerilen yöntem herhangi bit seviyesindeki görüntüler için bulanıklığı giderip, çözünürlüğü arttırabilmektedir. Yöntemin en büyük eksikliği hareketi sadece global öteleme olarak kabul etmesidir. Daha genel hareket modellerini de kapsayacak şekilde çalışmalar yapılabilir.



Şekil 3.5. Süper-çözünürlük durumu. (a) Orijinal görüntü, (b) Düşük çözünürlüklü görüntülerden birisi(aradeğerlendirilmiş), (c) [28]'deki yöntem, (d) Önerilen yöntem (e) Çakıştırma-aradeğerleme-Wiener bulanıklık giderme



Şekil 3.6. Süper-çözünürlük durumu. (a) Orijinal görüntü, (b) Düşük çözünürlüklü görüntülerden birisi (aradeğerlendirilmiş), (c) [28]'deki yöntem, (d) Önerilen yöntem (e) Çakıştırma-aradeğerleme-Wiener bulanıklık giderme



Şekil 3.7. Süper-çözünürlük durumu
 (a) Dört düşük çözünürlüklü görüntü, (b) Düşük çözünürlüklü görüntülerden birisi (doğrusal aradeğerlendirilmiş, eşik değeri 2 bit), (c) [28]'deki yöntem, (d) Önerilen yöntem

BÖLÜM 4. KARMAŞIK HARİTALAMANIN SEÇİLMESİ VE DİĞER YÖNTEMLERLE KARŞILAŞTIRMA

4.1. Karmaşık Haritalamanın Seçilmesi

Sabit-büyüklik algoritması tabanlı bir süper-çözünürlük yöntemi Kara ve Vural tarafından [28]'de tanıtılmıştır. Simülasyon sonuçları, yöntemin yüksek çözünürlüklü görüntüyü bir dereceye kadar elde edebildiğini, ancak gerçek görüntünün piksel değerlerini ifade eden bit sayısı arttıkça görüntü kalitesindeki iyileşmenin daha belirsiz olduğunu göstermiştir. Bu durumun nedenleri şunlardır: (i) görüntü savrukluğu arttıkça maliyet yüzeyi düzleşmektedir, bu yüzden belirgin bir iyileşme için gerekli yineleme sayısı aşırı miktarda artmaktadır ve (ii) algoritma kararlılığını sağlamak için adım aralığı çok daha küçük seçilmektedir. Bu sorunları gideren ve yüksek bit sayılarında iyi performansa sahip bir yöntem, karmaşık haritalama kavramı kullanılarak bir önceki bölümde geliştirilmiştir.

Karmaşık haritalama tabanlı süper-çözünürlük yöntemi temel olarak yine sabit-büyüklik algoritmasına dayanır. Ancak, [28]'de sunulan yöntemden çeşitli yönlerden ayrılmaktadır. Farkları şu şekilde sıralamak mümkündür:

- 1- [28]'deki yöntemde, orijinal yüksek çözünürlüklü görüntünün piksel değerleri, $\log_2(L)$ piksel başına düşen bit sayısı olmak üzere $-(L-1)$ ve $+(L-1)$ arasında tek tamsayı değerlerine sahip olacak şekilde işlemde geçiyorlardı, yeni yöntemde ise orijinal görüntünün piksel değerleri bire bir haritalama yoluyla karmaşık düzleme aktarılmaktadır. Yani, elimizde karmaşık piksel değerlerine sahip bir ilk-görüntü vardır. Haritalamanın nasıl olacağı konusunda çeşitli yaklaşımlar önerilebilir. Tablo 4.1'de çeşitli haritalama örnekleri (5 bit için) ve bu haritalara karşılık gelen saçılma sabiti ile normalleştirilmiş savruklu tablolara verilmektedir.
- 2- Orijinal yüksek çözünürlüklü görüntü karmaşık piksel değerli olunca elimizdeki düşük çözünürlüklü ve düşük kaliteli görüntüler de karmaşık piksel değerli olacaktır, orijinal görüntüyü elde etmek için de katsayıları karmaşık değerlere sahip olan uyarlanabilir filtreler kullanmak gerekecektir:

$$\begin{aligned}\hat{x}(n_1, n_2) &= \sum_{i=1}^M \hat{g}_i(n_1, n_2) * y_i(n_1, n_2) \\ &= \sum_{i=1}^M (\text{Re}\{\hat{g}_i(n_1, n_2)\} + j \text{Im}\{\hat{g}_i(n_1, n_2)\}) * (\text{Re}\{y_i(n_1, n_2)\} + j \text{Im}\{y_i(n_1, n_2)\}) \\ &= \sum_{i=1}^M (\text{Re}\{\hat{g}_i(n_1, n_2)\} * \text{Re}\{y_i(n_1, n_2)\} - \text{Im}\{\hat{g}_i(n_1, n_2)\} * \text{Im}\{y_i(n_1, n_2)\}) \\ &\quad + j(\text{Im}\{\hat{g}_i(n_1, n_2)\} * \text{Re}\{y_i(n_1, n_2)\} + \text{Re}\{\hat{g}_i(n_1, n_2)\} * \text{Im}\{y_i(n_1, n_2)\})\end{aligned}$$

Görüldüğü gibi karmaşık değerli bir filtre, dört adet gerçek değerli filtre kullanılarak gerçekleştirilebilmektedir. Ayrıca açıktır ki elimizde karmaşık uyarlanırlı filtre aşamasından sonra karmaşık değerli bir görüntü kalacaktır ve gerçek değerli görüntüyü elde etmek için ters-haritalama uygulamak gerekecektir.

- 3- Sabit-büyüklik fonksiyonunun uyarlanırlı filtre parametrelerine göre türevinin (dJ/dg) hesaplanması, karmaşık sayılar aritmetiği düşünüldüğünde ilk yöntemle göre farklılık arz etmektedir. (*) notasyonu karmaşık eşleniği göstermek üzere, sabit büyüklik maliyetinin uyarlanırlı filtre katsayılarına göre türevi

$$\frac{dJ}{dg_j} = \left(|\hat{x}_j^2(n_1, n_2)|^2 - \gamma \right) \hat{x}_j(n_1, n_2) y^*(n_1, n_2)$$

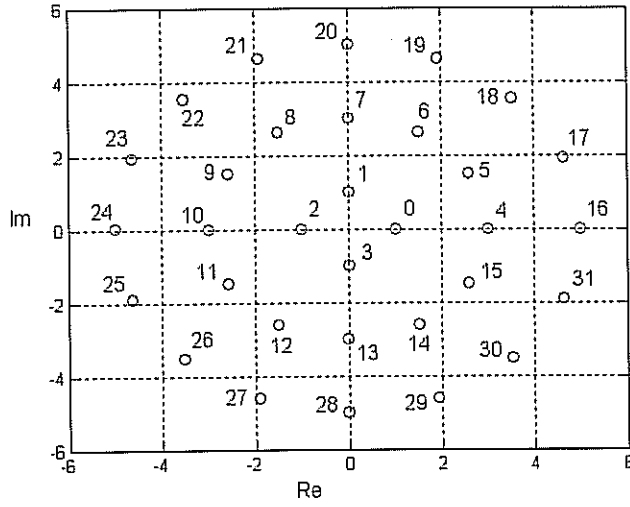
eşitliğiyle verilir.

Karmaşık haritalama tabanlı algoritma, çeşitli bit sayılarında Lena görüntüleri üzerinde test edilmiştir. Tablo 4.2'de, yukarıda verilen karmaşık haritalamalar ve [28]'deki yöntem kullanılarak elde edilen işaret/gürültü oranında iyileşme (ISNR) değerleri sunulmuştur. Elde edilen verilerden şu sonuçlar çıkarılabilir:

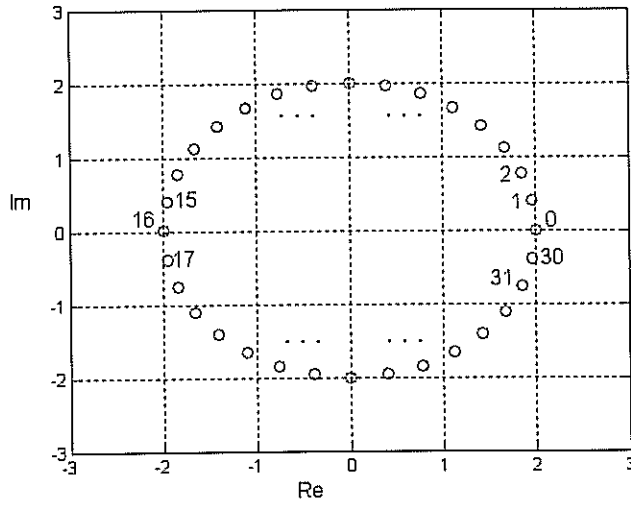
- 1- Bir bitlik görüntü için bütün yöntemler hemen hemen aynı sonucu vermiştir. Bu beklenen bir şeydir çünkü bir bit durumunda sabit büyüklik varsayımı geçerli olup karmaşık haritalamaya dayanan tüm yöntemler [28]'deki yöntem gibi çalışmaktadırlar.
- 2- Bit sayısı yükseldikçe özellikle dördüncü ve beşinci diyagramları kullanan karmaşık haritalamaya dayanan yöntemler [28]'deki yöntemle ve diğer diyagramları kullanan yöntemlere göre öne çıkmaktadırlar. Bit sayısı arttıkça görüntü kalitesindeki iyileşmenin azalması problemi, dördüncü ve beşinci diyagramları kullanan yöntemler için söz konusu değildir.

Sonuç olarak, Şekil 4.1'de dört bit için örneği görülen karmaşık haritalama diyagramı kullanılırsa en iyi sonucun elde edildiği görülmüştür.

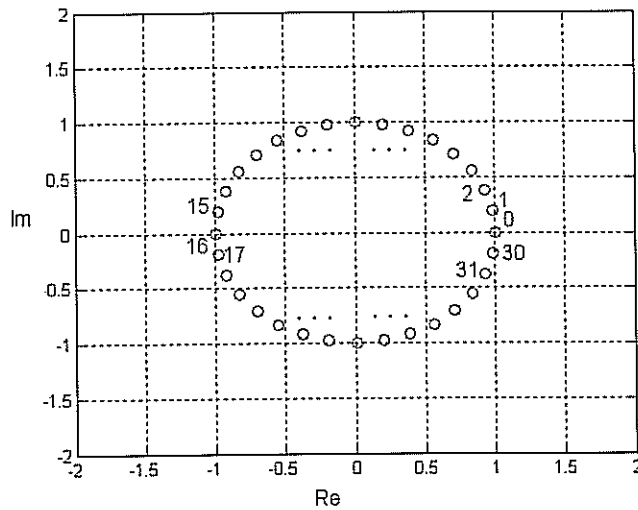
Tablo 4.1. Çeşitli karmaşık haritalama diyagramları (5 bit için) ve karşılık gelen saçılma sabiti ile normalleştirilmiş savruluk tabloları. Haritalamalar bundan sonraki tartışmalarda yukarıdan aşağıya doğru sırasıyla Harita 1, Harita 2,..., Harita 5 şeklinde temsil edilecektir.



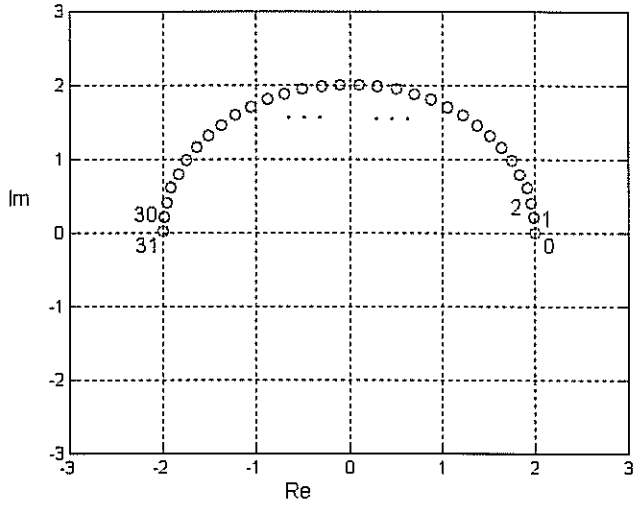
Grilik Seviyesi	γ	κ_x
2	1	1
4	1	1
8	8.2	1.64
16	8.7143	1.2449
32	21.4375	1.3398
64	40.6774	1.3122
128	87.6988	1.3544
256	168.6693	1.3281



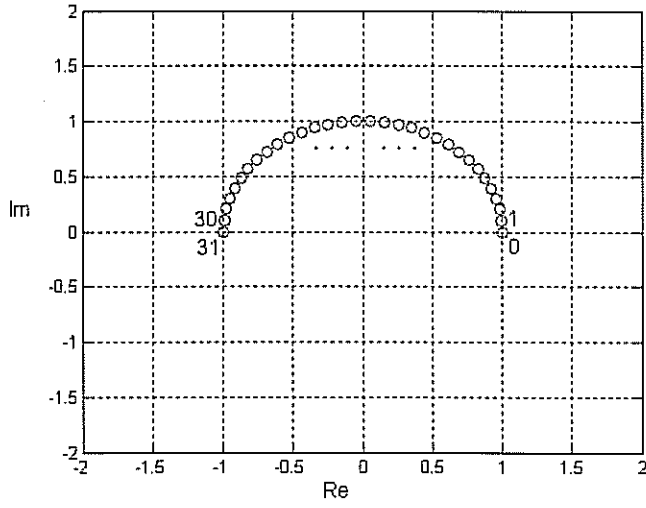
Grilik Seviyesi	γ	κ_x
2	1	1
4	1	1
8	1	1
16	1	1
32	4	1
64	16	1
128	64	1
256	256	1



Grilik Seviyesi	γ	κ_x
2	1	1
4	1	1
8	1	1
16	1	1
32	1	1
64	1	1
128	1	1
256	1	1



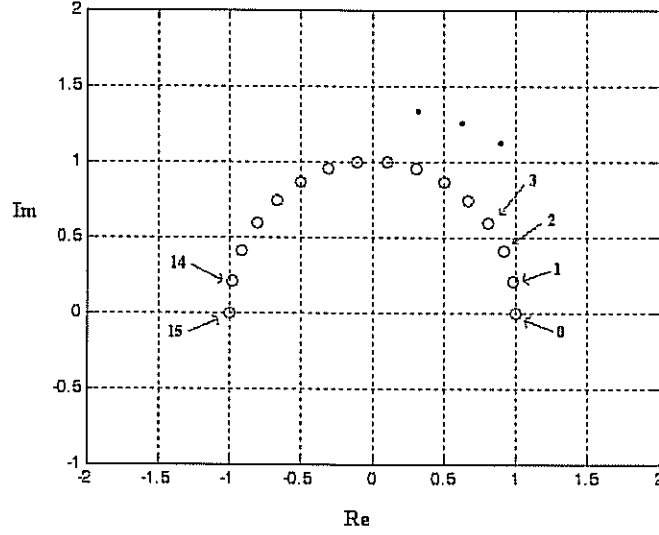
Grilik Seviyesi	γ	κ_x
2	1	1
4	1	1
8	1	1
16	1	1
32	4	1
64	16	1
128	64	1
256	256	1



Grilik Seviyesi	γ	κ_x
2	1	1
4	1	1
8	1	1
16	1	1
32	1	1
64	1	1
128	1	1
256	1	1

Tablo 4.2. Yöntemlerin görüntü sinyal/gürültü oranlarında sağladıkları iyileşme.

Bit Sayısı	Eski [28]	Harita 1	Harita 2	Harita 3	Harita 4	Harita 5
1	6.0554	5.7844	5.7844	5.7846	5.7845	5.7843
2	3.5691	5.2802	5.2803	5.2804	5.4884	5.4881
3	1.7015	-7.7570	4.1576	4.1577	5.3332	5.3332
4	0.9112	-6.4843	3.1176	3.1176	5.6553	5.6554
5	0.4283	-7.7220	1.7131	1.3391	5.0083	5.7851
6	0.1656	-10.0653	1.6930	0.8756	4.9096	5.8736
7	0.0910	-10.5731	0.6977	-1.0189	5.3791	5.9178
8	0.0505	-11.2614	-1.4168	-0.6268	5.7716	5.9181



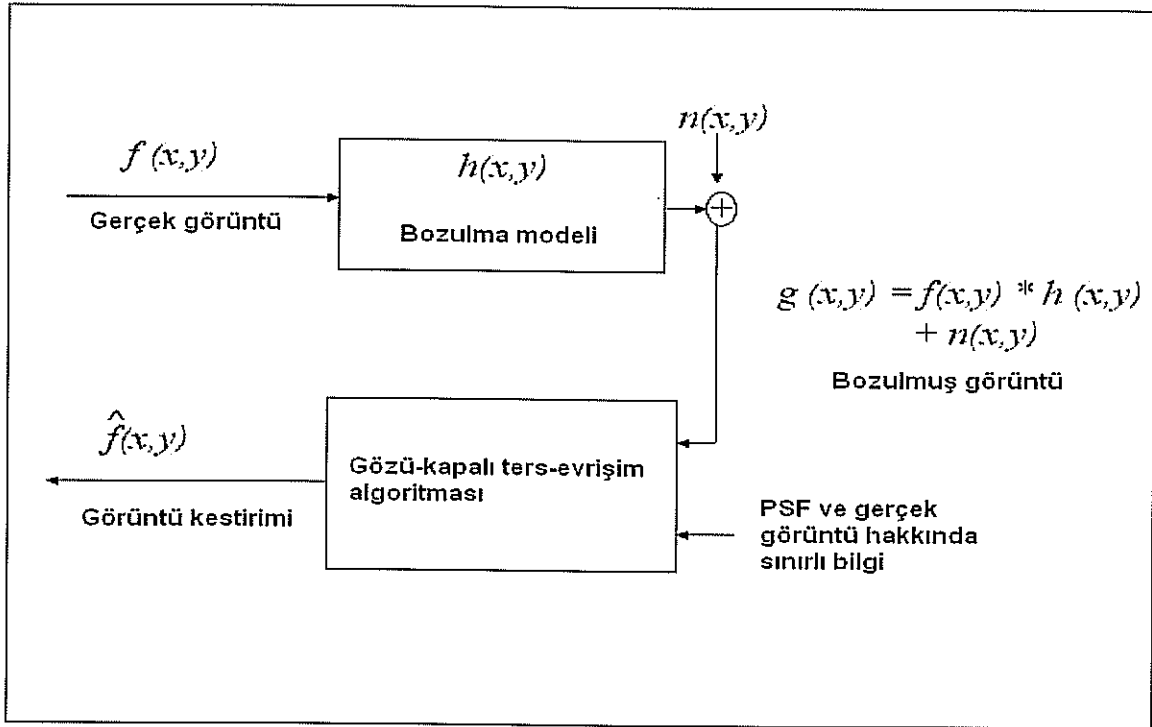
Şekil 4.1. Dört bitlik görüntü için karmaşık haritalama.

4.2. Önerilen Yöntemin Literatürdeki Diğer Yöntemlerle Karşılaştırılması

Önceki bölümde önerilen süper-çözünürlük algoritmasında kullanılan "karmaşık haritalamaya dayalı gözü-kapalı görüntü ters-evrişimi" yöntemini mevcut yöntemlerle karşılaştırmak amacıyla yinelemeli gözü-kapalı ters evrişim (iterative blind deconvolution, IBD) ve simüle edilmiş tavlama (simulated annealing, SA) yöntemleri kullanılmıştır. Bu yöntemler *parametrik olmayan deterministik görüntü kısıtlamaları iyileştirme teknikleri* sınıfına girmektedir. Bu sınıftaki algoritmalar görüntü veya bulanıklık operatörü için herhangi bir parametrik model varsaymazlar. Gerçek görüntü için pozitiflik, bilinen sınırlı boyut ve bulanıklığa göre değişmeyen kenarların varlığı gibi bazı deterministik koşullar varsayarlar. Bu yöntemlere ek olarak önerilen süper-çözünürlük yöntemi, bulanıklık operatörünü biliniyor varsayan bir yöntem olan Wiener ters-filtreleme yöntemiyle de kıyaslanmış ve bu yöntem ile elde edilen sonuçlara ne kadar yaklaşabildiği araştırılmıştır.

4.2.1 Karşılaştırma Yapılacak Yöntemler

Bu kısımda, karşılaştırma yapılacak yöntemler kısaca tanıtılacaktır. Yöntemlerin hepsinde temel amaç Şekil 4.2'de gösterildiği gibi, gerçek görüntüye mümkün olduğu kadar yakın bir kestirim elde etmektir. Yöntemlerin performansını karşılaştırmak amacıyla nesnel bir ölçüt gereklidir. İnsan görme sistemini tam olarak yansıtmamakla birlikte performans ölçütü olarak ISNR kullanılacaktır. Gözü-kapalı görüntü ters-evrişim algoritmasına dayalı süper-çözünürlük yönteminin detayları Bölüm 3'te anlatılmıştı. Bu sebeple yöntemin sadece şematik olarak gösterimi Şekil 4.3'de verilmiş, diğerleri ise kısaca açıklanmıştır.



Şekil 4.2. Gözü-kapalı ters evrişim algoritmalarının genel gösterilimi.

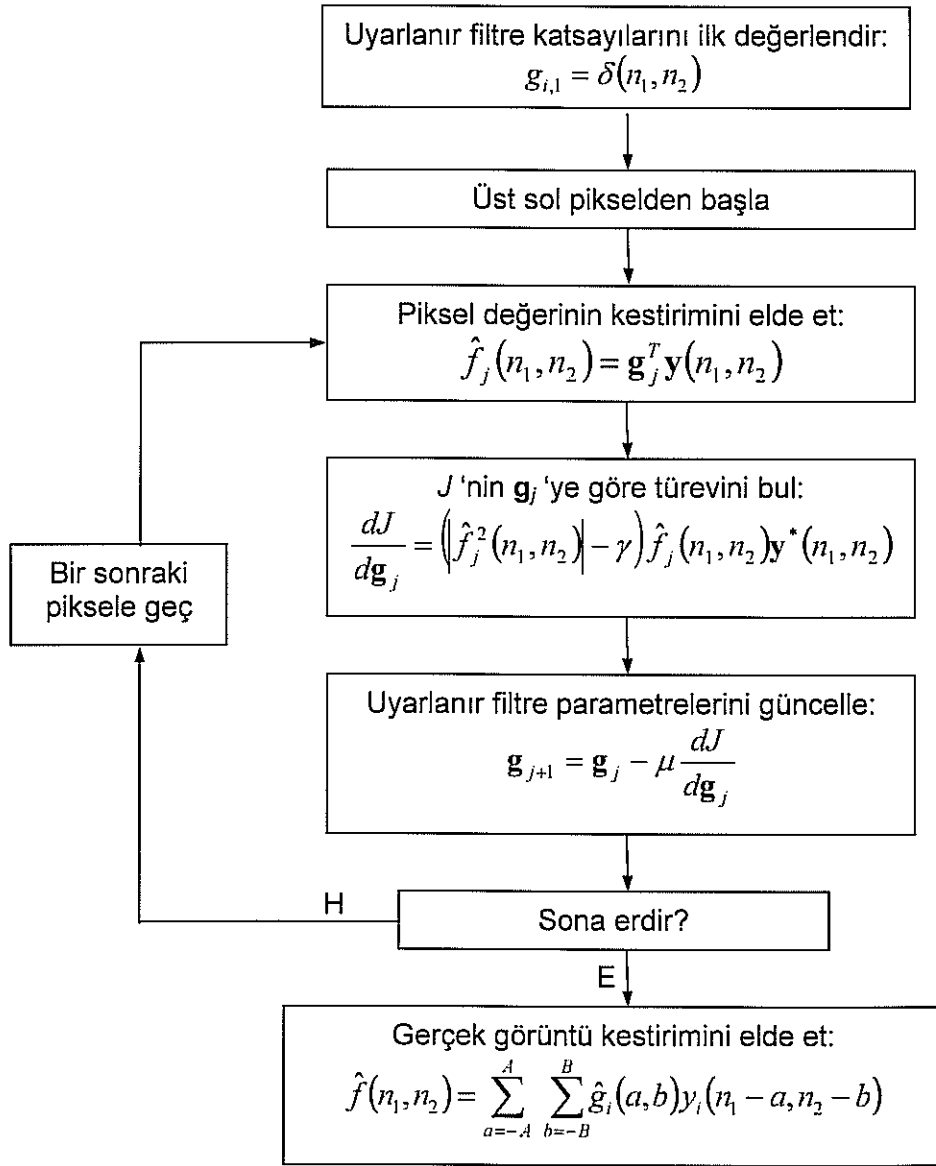
4.2.1.1. IBD Yöntemi

IBD yöntemi Ayers ve Dainty tarafından önerilmiştir ve sınıfının en popüler algoritmasıdır. Algoritmanın temel yapısı Şekil 4.4'de verilmiştir.

Öncelikle negatif-olmayan değerli bir ilk-kestirim $f_0(x,y)$ yinelemeli yonteme ilk-değer olarak girilir. Ardından Fourier dönüşümü uygulanarak $\hat{F}(u,v)$ elde edilir. $\hat{F}(u,v)$ ve $G(u,v)$ kullanılarak $\hat{H}(u,v)$ elde edilir. Sonra bir uzamsal-düzlem kısıtlaması olan negatif-olmamak bu fonksiyonun ters-dönüşümüne uygulanır. Bu uygulama şu şekilde yapılır: Fonksiyondaki bütün negatif değerlerin yerine sıfır konur. Ardından tekrar Fourier dönüşümü alınır, terslenir ve $G(u,v)$ ile çarpılır. Ardından ters-Fourier dönüşümü alınır ve negatif-olmamak şartı uygulanır. Böylece bir döngü tamamlanmış olur. Bu yinelemeli döngü $g(x,y)$ ile birlikte iki pozitif fonksiyon elde edilinceye kadar sürer.

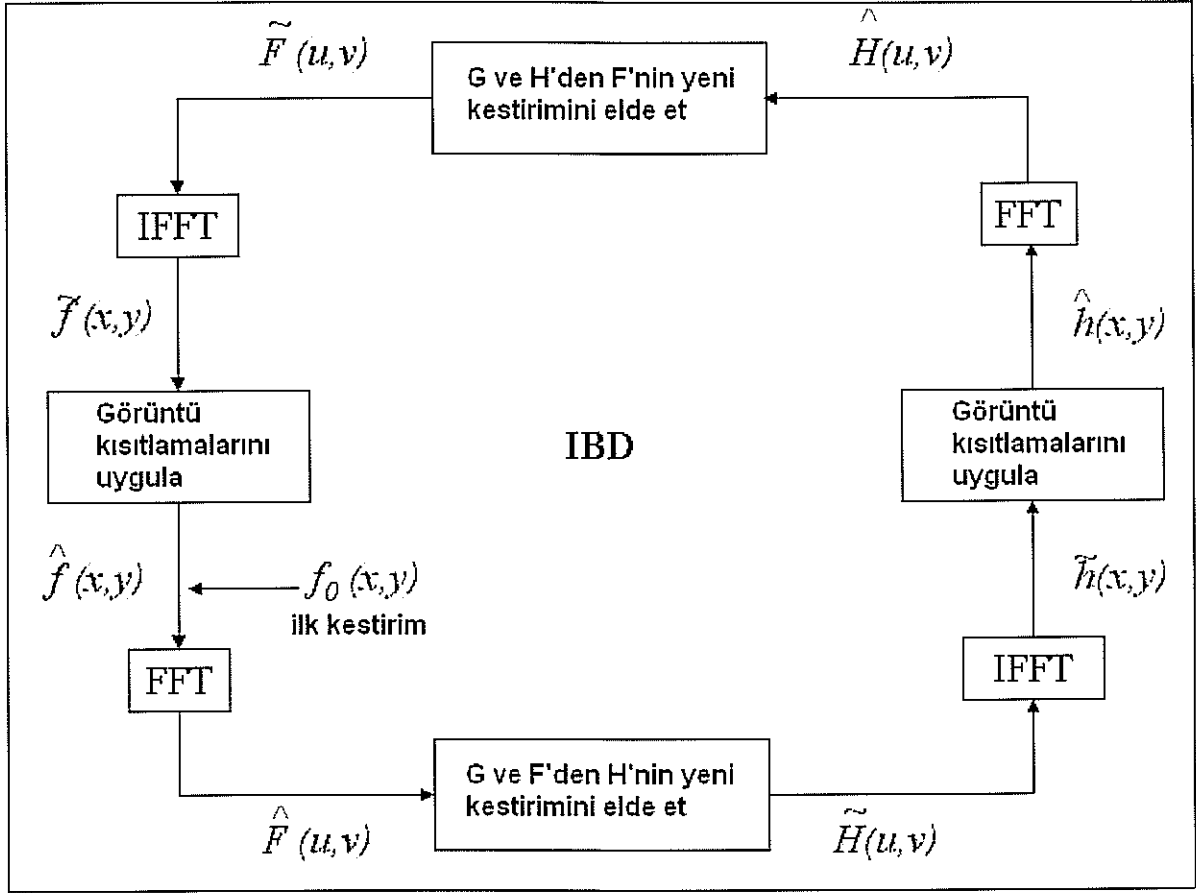
Bu yaklaşımın temel iki problemi vardır:

1. Terslenecek fonksiyonun düşük değerli olduğu bölgelerde terslenmiş fonksiyonu tanımlamanın güçlüğü.
2. $G(u,v)$ veya $F(u,v)$ 'nin hangi frekanslarda sıfır olduklarının bilinmemesi



Şekil 4.3. Gözü-kapalı görüntü ters evrişime dayalı süper-çözünürlük yöntemi

Bu problemlerin üstesinden gelmek için Fourier kısıtlamalarının gerçekleşmesinde değişiklik yapılır. Her yinelemede $F(u, v)$ için iki kestirim vardır. $\hat{F}(u, v)$ negatif olmayan bir ters-dönüşüme sahiptir ve $\tilde{F}(u, v)$ Fourier kısıtlamalarını sağlar. Her yinelemede bu iki kestirimin ortalaması alınır (Denklem 4.2). Yakınsaklık hızı için ağırlık parametresi β önemlidir. Evrişim içindeki gürültü seviyesinin altındaki bölgeler sadece $\hat{F}(u, v)$ kestirimi kullanılarak ele alınırlar (Denklem 4.1).



Şekil 4.4. IBD Algoritması

$\hat{H}(u,v)$ 'nin büyüklüğü $G(u,v)$ 'nin büyüklüğünden küçükse iki fonksiyon kestirimlerinin terslerinin ortalamaları alınır (Denklem 4.3). Bu işlem, muhtemelen gürültü olan $G(u,v)$ 'nin küçük değerleri problemini çözer. Bütün bu işlemler şu şekilde özetlenebilir:

$G(u,v) < \text{gürültü seviyesi}$ ise;

$$\tilde{F}_{i+1}(u,v) = \hat{F}_i(u,v) \quad (4.1)$$

$|\hat{H}_i(u,v)| \geq |G(u,v)|$ ise;

$$\tilde{F}_{i+1}(u,v) = (1 - \beta)\hat{F}_i(u,v) + \beta \frac{G(u,v)}{\hat{H}_i(u,v)} \quad (4.2)$$

$|\hat{H}_i(u, v)| < |G(u, v)|$ ise;

$$\frac{1}{\tilde{F}_{i+1}(u, v)} = \frac{(1 - \beta)}{\tilde{F}_i(u, v)} + \beta \frac{\hat{H}_i(u, v)}{G(u, v)} \quad (4.3)$$

4.2.1.2. SA Yöntemi

B. C. McCallum, SA algoritmasının (bir Monte Carlo global enküçültme tekniği) gözü-kapalı ters-evrişim problemine uygulanabileceğini göstermiştir. En küçültülecek maliyet fonksiyonu şu şekildedir:

$$Q(f, h, g) = \frac{En\{f * h - g\}}{En\{g\}} \quad (4.4)$$

$En\{a\}$ (görüntünün enerjisi) şu şekilde tanımlanır:

$$En\{a\} = \sum_{x=-\infty}^{\infty} \sum_{y=-\infty}^{\infty} [a(x, y)]^2. \quad (4.5)$$

Algoritma görüntüleri rastgele bozar ve maliyet fonksiyonundaki değişimi (ΔQ) hesap eder. $\Delta Q \leq 0$ ise bozulma kabul edilecektir. $\Delta Q > 0$ ise bozulma $\exp(-\Delta Q/T)$ olasılıkla kabul edilecektir (T : Sıcaklık parametresi). Algoritma yüksek bir T değeri ile başlayacak ve işlem sürdükçe T değeri aşamalı olarak düşürülecektir. T yüksek olduğu zaman algoritmanın bölgesel minimum içinde tūzağa düşme olasılığı küçüktür çünkü Q 'yu arttıran bozulmalar kabul edilmektedir.

Simüle edilmiş tavlama optimizasyonu metallerin tavlanaşına benzerdir. Eğer sıvı metal yavaşça soğutulursa metalin bütün atom sıralamasıyla ilişkin olan mutlak minimum enerji seviyesine ulaşacaktır. Sıvı metal aşırı hızlı şekilde soğutulursa atomlar optimal olmayan bir enerji seviyesine ulaşacaktır.

Algoritma, pikselleri yarı-rastgele olarak dağıtılmış $f_0(x, y)$ ve $h_0(x, y)$ görüntüleri ile başlar. Pozitiflik ve boyut (yani $S_f(x, y)$ 'nin dışında $f(x, y)$ 'nin ve $S_h(x, y)$ 'nin dışında $h(x, y)$ 'nin 0 olması) kısıtlamaları uygulanmaktadır. Algoritma şu şekilde işler:

1. Döngü sayıcısını ve tarama sayıcısını 1'e eşitle ($n_c = 1, n_s = 1$).
2. T (sıcaklık) ve α (bozulma ölçeği) parametrelerini hesapla.

3. $f(x, y)$ ve $h(x, y)$ 'yi, sırasıyla β ve $1/\beta$ değerleriyle ölçekle, β öyle seçilsin ki ölçeklenmiş görüntülerin rms değerleri eşit olsun.

4. Aşağıdaki dört maddeyi $S_f(x, y)$ içindeki her (x', y') pikseli için tekrarla:

4a. Bozulmuş görüntü $f_p(x, y)$ 'yi şu şekilde oluştur:

$$f_p(x, y) = f(x, y) + \alpha r_1, (x, y) = (x', y') \\ f(x, y), \text{ değilse}$$

r_1 yarı-rastgele ve $[-0.5, 0.5]$ arasında düzgün dağıtılmış bir sayıyı göstermektedir.

4b. $f_p(x', y') < 0$ ise $f_p(x', y') = 0$ yap.

4c. $\Delta Q = Q(f_p, h, g) - q(f, h, g)$ 'yi hesapla.

4d. $\Delta Q \leq 0$ ise veya $\Delta Q > 0$ ve $\exp(-\Delta Q/T) > r_2$ ise bozulmayı kabul et, yoksa reddet. (r_2 , $[0, 1]$ arasında düzgün olarak dağıtılmış yarı-rastgele bir sayıdır.)

5. $f(x, y)$, $f_p(x, y)$ ve $S_f(x, y)$ 'yi $h(x, y)$, $h_p(x, y)$ ve $S_h(x, y)$ ile değiştir ve Basamak 4'ü tekrar et.

6. $n_s < N_s$ ise n_s 'yi bir arttır ve Basamak 4'e dön.

7. $n_c < N_c$ ise n_c 'yi bir arttır ve Basamak 2'ye dön. Değilse bitir.

Basamak 2'de T ve α şu şekilde değiştirilirler: $T_{k+1} = 0.8T_k$ ve $\alpha_n = \sqrt{T_n}$.

4.2.1.3. Wiener Ters-Filtreleme Yöntemi

Wiener ters-filtreleme yöntemi, görüntü ve gürültüyü rastgele süreçler olarak ele alır. Amaç, gerçek görüntü ile kestirimi arasındaki ortalama karesel hata minimum olacak şekilde bir görüntü kestirimi elde etmektir. Bu hata ölçütü şu şekilde verilir:

$$e^2 = E \left\{ (f - \hat{f})^2 \right\} \quad (4.6)$$

Gürültü ve görüntünün ilişkisiz olduğu, herhangi birinin sıfır ortalamaya sahip olduğu ve kestirimdeki grilik seviyelerinin bozulmuş görüntüdeki grilik seviyelerinin doğrusal bir fonksiyonu olduğu

varsayılmıştır. Bu varsayımlar altında hata fonksiyonunun minimumu frekans uzayında şu şekilde verilir:

$$\begin{aligned}\hat{F}(u,v) &= \left[\frac{H^*(u,v)S_f(u,v)}{S_f(u,v)|H(u,v)|^2 + S_n(u,v)} \right] \\ &= \left[\frac{1}{H(u,v)} \frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2 + S_n(u,v)/S_f(u,v)} \right]\end{aligned}\quad (4.7)$$

$$S_n(u,v) = |H(u,v)|^2 = \text{Gürültünün güç spektrumu}$$

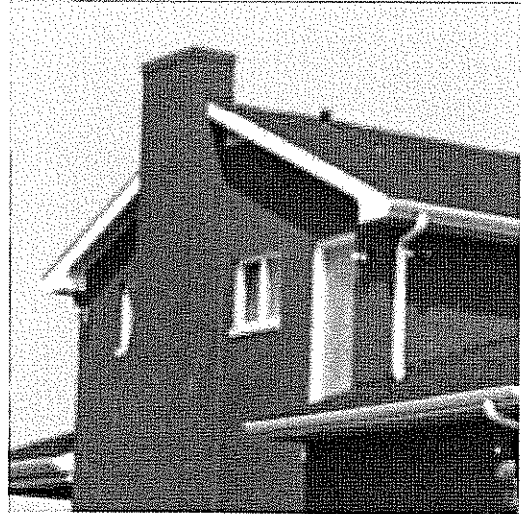
$$S_f(u,v) = |F(u,v)|^2 = \text{Gerçek görüntünün güç spektrumu}$$

4.2.2. Sonuçlar

Bölüm 3'de önerilen gözü-kapalı ters evrişim yöntemi, burada tanıtılan diğer yöntemlerle (IBD, SA, Wiener) görsel olarak ve ISNR açısından kıyaslanmışlardır. Bunun için 256x256 boyutlarındaki bir görüntü, 7x7 boyutlarında bir Gauss bulanıklık operatöründen geçirilmiş ve BSNR 30 dB olacak şekilde gürültü eklenmiştir. Şekil 4.5.a orjinal görüntüyü, 4.5.b ise bozulmuş görüntüyü vermektedir. 4.5.c IBD yöntemiyle, 4.5.d ise SA yöntemiyle elde edilen sonuçları vermektedir. 4.5.e karmaşık haritalama kullanmayan, 4.5.f ise karmaşık haritalama kullanan yöntemlerin sonuçlarını vermektedir. Şekil 4.5.g'de ise hem bulanıklık operatörünün, hem de gürültünün biliniyor olduğunu varsayan Wiener yönteminin sonucu verilmektedir. Görsel olarak karmaşık haritalama kullanan yöntem, diğer bütün yöntemlerden daha iyi sonuç vermiştir ve ideal durumu temsil eden Wiener yöntemiyle elde edilen çıktıya en yakın sonuçları sağlamıştır. Tablo 4.3'te verilen ISNR değerleri de bu durumu teyit etmektedirler. Tüm bu sonuçlar önerilen gözü-kapalı ters evrişim yönteminin süper-çözünürlük alanında da kullanılabileceğini göstermektedir.



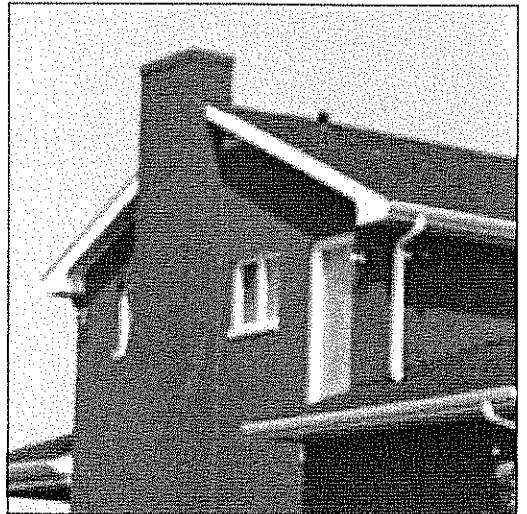
(a). Orijinal Görüntü



(b). Bozulmuş Görüntü



(c). IBD Yöntemiyle



(d). SA Yöntemiyle



(e). Karmaşık Haritalamayı Kullanmayan



(f). Karmaşık Haritalamayı Kullanan



(g). Wiener Yöntemi

Şekil 4.5. Performans karşılaştırması

Tablo 4.3. ISNR değerleri

IBD	0.23
SA	-0.47
Gerçek haritalama kullanan yöntem	0.02
Karmaşık haritalama kullanan yöntem	3.38
Wiener	6.16

BÖLÜM 5. ÖNERİLEN MODEL DEĞİŞİKLİĞİ

Bölüm 3'te anlatılan gözü kapalı süper-çözünürlük yöntemi hareketin sadece genel kayma olduğu durum için önerilmişti. Ancak gerçek zamanlı uygulamalar için bu sınırlandırma çoğu zaman geçerli olmayacaktır. Literatürde gözü kapalı süper-çözünürlük alanında yapılan çok az sayıda çalışma vardır. Bu çalışmaların çoğu bulanıklığı aynı varsayıp hareketi sadece öteleme olarak kabul etmektedir. Bu bölümde amaçlanan literatürde kabul edilen gözlem modelinde bir değişiklik yaparak bu iki sınırlamayı ortadan kaldıran gözü kapalı bir süper-çözünürlük yöntemi geliştirmektir.

5.1. Gözlem Modeli

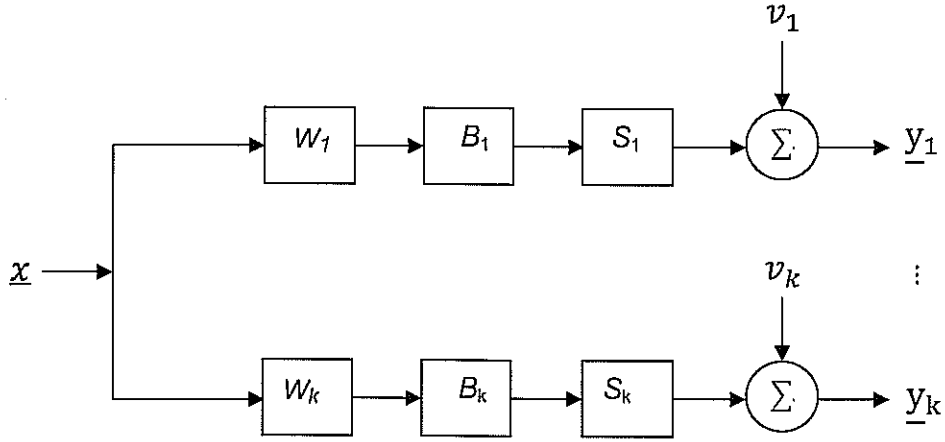
Süper-çözünürlük yöntemlerinde ilk adım, orijinal yüksek çözünürlüklü görüntüyü gözlenen düşük çözünürlüklü görüntülerle ilişkilendiren bir gözlem modeli kurmaktır. Literatürde sürekli zaman gözlem modeli aşağıdaki gibi verilir [2];

$$y_k(m, n) = s_k(b_k(l, t) * x(w_k(l, t))) + v_k(m, n) \quad (5.1)$$

* konvolüsyon işlemini, v_k toplamır gürültüyü göstermektedir. Buna göre ayrık zamanlı gözlem modeli için $L_1N_1 \times L_2N_2$ boyutlarında olan ve leksikografik notasyonda vektör olarak $x = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$, $N = L_1N_1 \times L_2N_2$ şeklinde yazılmış istenen yüksek çözünürlüklü görüntüyü ele alalım. x , bant-sınırlı olduğu varsayılan sürekli bir görüntüden Nyquist oranında veya daha yüksekte örnekleme katsayılarını gösteriyor olsunlar. Dolayısıyla tüm gözlenen düşük çözünürlüklü görüntüler $N_1 \times N_2$ boyutlarındadırlar. k 'inci düşük çözünürlüklü görüntü, leksikografik notasyonda $y_k = [y_{k,1}, y_{k,2}, \dots, y_{k,M}]^T$, $k=1, 2, \dots, p$ ve $M = N_1 \times N_2$ şeklinde gösteriliyor olsun. x 'in, düşük çözünürlüklü görüntüler elde edilirken model tarafından izin verilen hareket veya bozulmalar haricinde sabit kaldığı kabul edildiğinde gözlenen düşük çözünürlüklü görüntüler, yüksek çözünürlüklü görüntü x üzerine uygulanan yamultma, bulanıklaştırma ve alt-örnekleme işlemlerinin sonuçları olurlar. Her düşük çözünürlüklü görüntünün toplamır gürültüye maruz kaldığı varsayıldığında ayrık zamanlı gözlem modeli şu şekilde temsil edilebilir:

$$y_k = SB_kW_kx + v_k, \quad 1 \leq k \leq p \quad (5.2)$$

W_k , $L_1N_1L_2N_2 \times L_1N_1L_2N_2$ boyutlarındaki yamultma matrisidir, B_k $L_1N_1L_2N_2 \times L_1N_1L_2N_2$ boyutlarındaki bulanıklık matrisini temsil eder, S $(N_1N_2)^2 \times L_1N_1L_2N_2$ boyutlarındaki alt-örnekleme matrisidir, v_k ise leksikografik şekilde sıralanmış gürültü vektörünü temsil eder.



Şekil 5.1. Gözlem modeli

Gözlem modelinin daha açık gösterimi Şekil 5.1'de verilmiştir. Eğer yamultma operatörü sadece genel kayma hareketinden oluşuyorsa bulanık ve yamultulmuş yüksek çözünürlüklü görüntünün iki boyutlu z-dönüşümü şu şekilde yazılabilir:

$$x_{k,b}(z_1, z_2) = x(z_1, z_2) z_1^{-H_k} z_2^{-V_k} B_k(z_1, z_2) \quad (5.3)$$

$x_{k,b}(z_1, z_2)$, $x(z_1, z_2)$ ve $B_k(z_1, z_2)$ karşılık gelen uzamsal-bölge işaretlerinin iki boyutlu Z dönüşümleridir. H_k ve V_k ise k 'ninci düşük çözünürlüklü görüntü için ($k = 1, 2, \dots, p$) yüksek çözünürlüklü piksel değeri cinsinden yatay ve dikey kayma miktarını göstermektedir. Eğer

$$B'_k(z_1, z_2) = z_1^{-H_k} z_2^{-V_k} B_k(z_1, z_2)$$

veya başka bir gösterimle;

$$b'_k(n_1, n_2) = b_k(n_1 - H_k, n_2 - V_k)$$

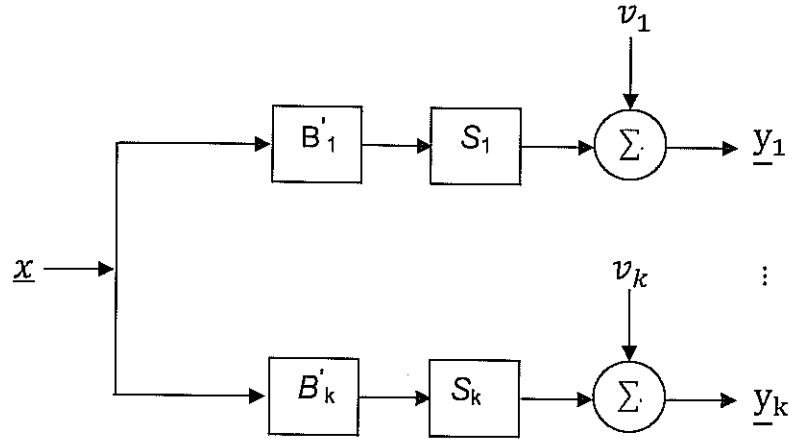
şeklinde bir tanımlama yaparsak Denklem (5.3) yeniden şu şekilde ifade edilebilir:

$$X_{k,b}(z_1, z_2) = X(z_1, z_2) B'_k(z_1, z_2) \quad (5.4)$$

veya alternatif olarak şöyle ifade edilebilir,

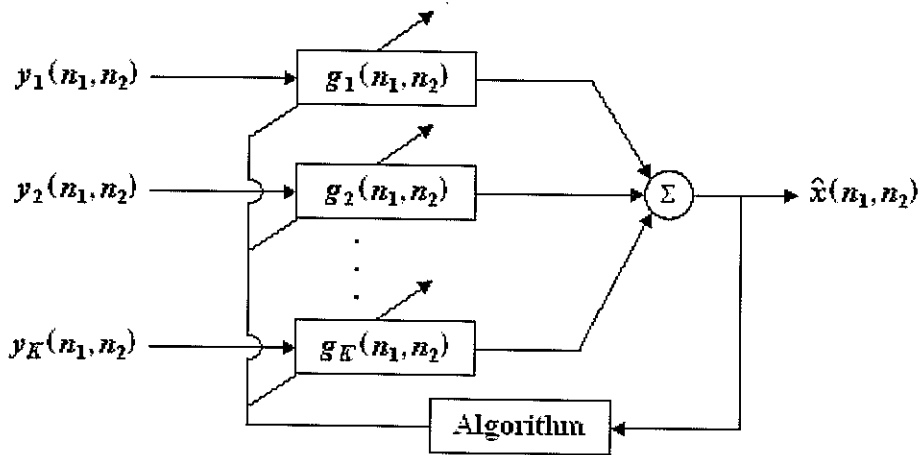
$$x_{k,b}(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) * b'_k(n_1, n_2) \quad (5.5)$$

Böylece eğer tek hareket genel kayma hareketiyse yamultma ve bulanıklık operatörleri tek bir bulanıklık operatörü içinde birleştirilebilir ve Şekil 5.1'deki gözlem modeli Şekil 5.2'de görülen haline dönüştürülebilir.



Şekil 5.2. Basitleştirilmiş gözlem modeli

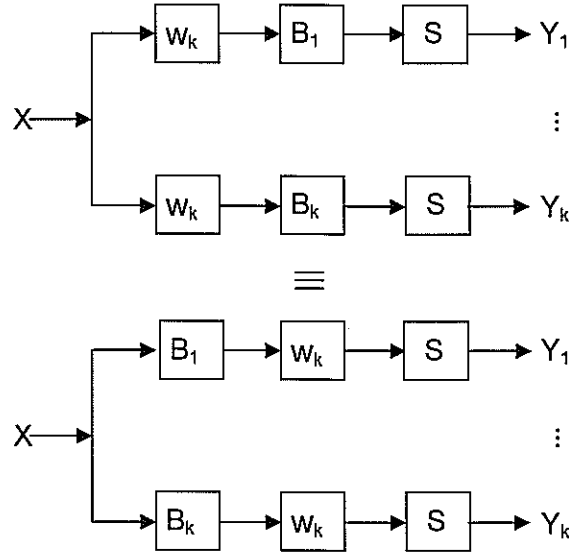
$x(n_1, n_2)$ ile gösterilen yüksek çözünürlüklü ve bozucu etkilerden kurtulmuş görüntüyü elde etmek için $y_k(n_1, n_2)$ ile gösterilen düşük çözünürlüklü görüntülere yeniden-oluşturma filtre seti uygulanır (Şekil 5.3).



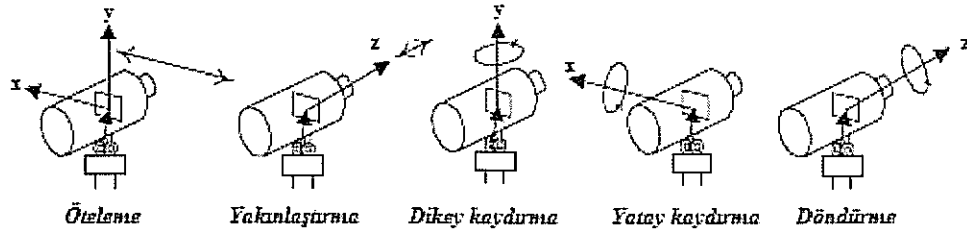
Şekil 5.3 Yeniden-oluşturma filtre seti

Buraya kadar, Bölüm 3'te önerilen hareketin yalnızca genel kayma olarak kabul edildiği gözü kapalı bir süper-çözünürlük yöntemi özetlenmiştir. Şekil 5.1'e dikkat edilirse bulanıklık operatörünün alt-örnekleme ve yamultma operatörlerinin arasında yer aldığı görülmektedir. Bu durum bulanıklığın giderildiği restorasyon aşaması için bazı zorluklar getirmektedir. Bizim buradaki amacımız gözlem modelini genel hareket modellerini de kapsayacak şekilde çok-kanallı gözü kapalı ters evrişim problemine indirgemektir. Model değişikliği şematik olarak Şekil 5.4'de gösterilmiştir.

Böylece önce aradeğerleme işlemini ardından restorasyonu gerçekleştirebiliriz. Dikkat edilmesi gereken nokta bu model değişikliğinin hangi şartlar altında sağlanabileceğidir. Geometrik bozunumların çoğu ilgin dönüşümler olarak modellenebilir. Bu modeller kameranın 3-D tüm hareketlerini kapsayan 3-D katı devinime denk gelen 2-D hareketlerdir. Tipik kamera hareketleri Şekil 5.5'da gösterilmiştir.



Şekil 5.4. Önerilen model değişikliği

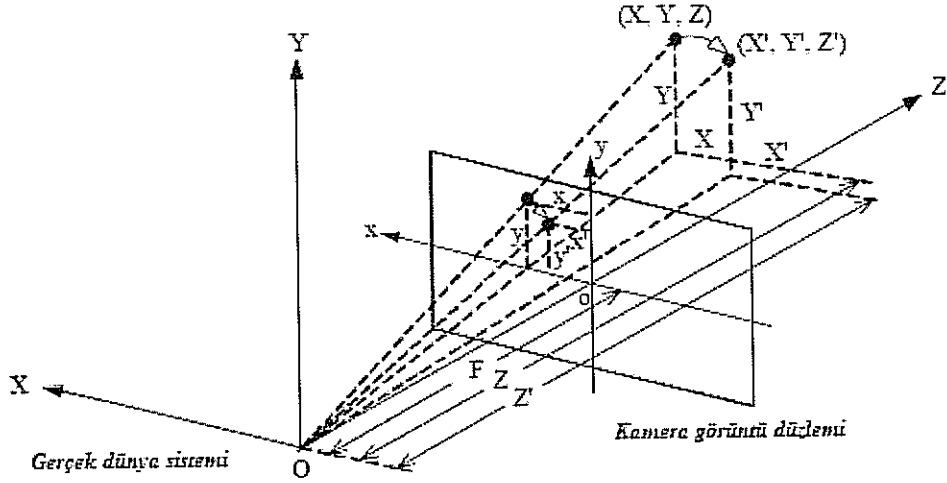


Şekil 5.5. Tipik kamera hareketleri

Bulanıklık ile yamultma operatörlerinin hareketin genel kayma olduğu durumda yer değiştirebileceği [30]'de gösterilmiştir. Pratikte ise hem kamera hem de görüntülenen sahnedeki nesnelere katı devinimler yapabilir. Böyle bir durumda hareketi ayırt etmek kolay değildir. Literatürde genel olarak kamera ya da sahneden birinin sabit olduğu diğerinin hareket halinde olduğu kabul edilir. Eğer işnedeliği kamera ve Şekil 5.6'de gösterilen Perspektif izdüşüm modeli ele alınırsa bir nesne üzerindeki herhangi bir noktanın 3-D katı devinimden sonraki yeni koordinatları;

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r1 & r2 & r3 \\ r4 & r5 & r6 \\ r7 & r8 & r9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + T \quad (5.6)$$

denklemlerle verilir. R dönme matrisini, T ötelemeyi, (x, y, z) ve (x', y', z') sırasıyla devinim öncesi ve sonrası nesne üzerindeki herhangi bir noktanın koordinatlarını göstermektedir.



Şekil 5.6. İğne-deliği bir kameradaki perspektif izdüşüm modeli, F ve O sırasıyla kameranın odak uzaklığını ve merkezini göstermektedir

Z eksenine göre 3-D dönme matrisi;

$$R_{z,\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} x' &= x \cos \theta - y \sin \theta \\ y' &= x \sin \theta + y \cos \theta \\ z' &= z \end{aligned}$$

ile verilir. Buna göre hareket artı ötelemeyi kabul eden model için herhangi bir noktanın 2-D devinim sonrası yeni koordinatları,

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} x' &= a + x \cos \theta - y \sin \theta \\ y' &= b + x \sin \theta + y \cos \theta \end{aligned}$$

denklemleriyle belirlenir. Denklem (5.1)'de geçen $b(l, t) * x(w(l, t))$ ifadesini $c(w(l, t))$ 'ye eşitlersek, bu ifadeyi

$$b(l, t) * x(w(l, t)) = c(w(l, t)) \quad (5.7)$$

$$c(l, t) = b(l, t) * x(l, t) \quad (5.8)$$

şeklinde yazabiliriz. Önce Denklem (5.8)'nin sağ tarafının Fourier dönüşümünü alırsak;

$$\mathcal{F}[x(w(l, t)) * b(l, t)] = \mathcal{F}[x(w(l, t))] B(u, v)$$

$$\mathcal{F}[x(w(l, t))] = \iint x(a + l \cos \theta - t \sin \theta, b + l \sin \theta + t \cos \theta) e^{-j(ul+vt)} dl dt$$

$$\begin{aligned} p_1 &= a + l \cos \theta - t \sin \theta & l &= (p_1 - a) \cos \theta + (p_2 - b) \sin \theta \\ p_2 &= b + l \sin \theta + t \cos \theta & t &= (p_2 - b) \cos \theta - (p_1 - a) \sin \theta \end{aligned}$$

değişken dönüşümü yapılırsa;

$$\mathcal{F}[x(w(l, t))] = \iint x(p_1, p_2) e^{-j\{u[(p_1-a) \cos \theta + (p_2-b) \sin \theta] + v[(p_2-b) \cos \theta - (p_1-a) \sin \theta]\}} |J| dp_1 dp_2$$

Burada $|J|$, (l, t) çiftinden (p_1, p_2) çiftine tanımlanan dönüşümün Jakobiyenin mutlak değeridir.

Jakobiyen

$$J = \det \begin{pmatrix} \frac{\partial l}{\partial p_1} & \frac{\partial l}{\partial p_2} \\ \frac{\partial t}{\partial p_1} & \frac{\partial t}{\partial p_2} \end{pmatrix} = \det \left\{ \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \right\} = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

olduğundan

$$\mathcal{F}[x(w(l, t))] = \iint x(p_1, p_2) e^{-j\{u[(p_1-a) \cos \theta + (p_2-b) \sin \theta] + v[(p_2-b) \cos \theta - (p_1-a) \sin \theta]\}} dp_1 dp_2$$

yazmak mümkündür. Burada üssü şöyle düzenleyebiliriz,

$$\begin{aligned} & u[(p_1 - a) \cos \theta + (p_2 - b) \sin \theta] + v[(p_2 - b) \cos \theta - (p_1 - a) \sin \theta] \\ &= up_1 \cos \theta - ua \cos \theta + up_2 \sin \theta - ub \sin \theta + vp_2 \cos \theta - vb \cos \theta - vp_1 \sin \theta + va \sin \theta \\ & \quad (-u \cos \theta + v \sin \theta)a - (u \sin \theta + v \cos \theta)b = G(a, b) \end{aligned}$$

dersek,

$$\mathcal{F}[x(w(l, t))] = \iint x(p_1, p_2) e^{-j\{p_1[u \cos \theta - v \sin \theta] + p_2[u \sin \theta + v \cos \theta] + G(a, b)\}} dp_1 dp_2$$

$G(a, b)$ p_1 ve p_2 'den bağımsız olduğu için integralin dışına çıkar.

$$\mathcal{F}[x(w(l, t))] = e^{-jG(a, b)} \iint x(p_1, p_2) e^{-j\{p_1[u \cos \theta - v \sin \theta] + p_2[u \sin \theta + v \cos \theta]\}} dp_1 dp_2 \quad (*)$$

$$\mathcal{F}[x(l, t)] = \iint x(p_1, p_2) e^{-j\{up_1 + vp_2\}} dp_1 dp_2 \quad (**)$$

olduğu göz önüne alınırsa (*) denkleminin $x(l, t)$ 'nin Fourier dönüşümünün (u, v) frekansındaki değil $(u \cos \theta - v \sin \theta, u \sin \theta + v \cos \theta)$ frekansındaki Fourier dönüşümüdür. (**) denkleminde u yerine $(u \cos \theta - v \sin \theta)$ ve v yerine $(u \sin \theta + v \cos \theta)$ yazılırsa (*) denkleminin elde edilir. Özetle

$$\mathcal{F}[x(w(l, t))] = e^{-jG(a, b)} Z(u \cos \theta - v \sin \theta, u \sin \theta + v \cos \theta)$$

olur. Bu durumda,

$$\mathcal{F}[x(w(l, t)) * b(l, t)] = e^{-jG(a,b)} Z(u \cos \theta - v \sin \theta, u \sin \theta + v \cos \theta) B(u, v) \quad (5.9)$$

olacaktır. Şimdi Denklem (5.8)'de sol tarafın Fourier dönüşümü alırsak

$$\mathcal{F}[c(w(l, t))] = e^{-jG(a,b)} Z(u \cos \theta - v \sin \theta, u \sin \theta + v \cos \theta) B(u \cos \theta - v \sin \theta, u \sin \theta + v \cos \theta) \quad (5.10)$$

olur. Denklem (5.9) ve (5.10) eşitlenirse $b(l, t)$ 'nin dairesel simetrik olması gerektiği görülmektedir.

$$B(u, v) = B_r(u^2 + v^2) \quad (5.11)$$

sağlanırsa önerdiğimiz model değişikliği de gerçekleştirilebilir.

Literatürde bilenen birçok bulanıklık modeli aşağıdaki gibidir:

1. Devinin bulanıklığı: Nesne yatay eksenle φ açısı yapacak şekilde V sabit hızıyla gitmektedir ($L=VT$ hareketin boyu)

$$h(m, n) = \begin{cases} \frac{1}{c}, & \sqrt{m^2 + n^2} \leq L \text{ ve } \frac{n}{m} = \tan(\varphi) \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases}$$

2. Düzgün odak dışı bulanıklık (R yarıçaplı)

$$h(m, n) = \begin{cases} \frac{1}{c}, & \sqrt{m^2 + n^2} \leq R \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases}$$

3. Atmosfer bulanıklığı:

$$h(m, n) = C e^{-\frac{m^2 + n^2}{2\sigma^2}}$$

4. Saçılma bulanıklığı:

$$h(m, n) = \frac{C}{(\beta^2 + (m^2 + n^2))^{3/2}}$$

Yukarıda da görüldüğü gibi bu bulanıkların hepsi dairesel simetrik özelliğini sağlamaktadır. Örneğin, atmosferik bulanıklık için 5×5 bir atmosfer bulanıklık matrisi Tablo 5.1 ve matrisin döndürülmüş hali Tablo 5.2'de verilmiştir. Dairesel simetrik şartının sağlandığı açıktır.

Tablo 5.1. 5x5 atmosfer bulanıklık matrisi

0.0183	0.0821	0.1353	0.0821	0.0183
0.0821	0.3679	0.6065	0.3679	0.0821
0.1353	0.6065	1	0.6065	0.1353
0.0821	0.3679	0.6065	0.3679	0.0821
0.0183	0.0821	0.1353	0.0821	0.0183

Tablo 5.2. θ açısıyla döndürülmüş 6x6 atmosfer bulanıklık matrisi

0	0.0181	0.0537	0.0584	0.0179	0
0.0190	0.1260	0.3070	0.3282	0.1208	0.0163
0.0587	0.3359	0.6645	0.6531	0.2968	0.0513
0.0530	0.3043	0.6572	0.6459	0.3163	0.0547
0.0179	0.1185	0.3238	0.2942	0.1137	0.0152
0	0.0163	0.0551	0.0506	0.0162	0

Diğer hareket modelleri için de hangi şartların sağlanması gerektiği incelenirse;

1. Hareket eğer yaklaşımıysa:

$$\begin{aligned} x' &= ax \\ y' &= by \\ B(u, v) &= \frac{1}{ab} B\left(\frac{u}{a}, \frac{v}{b}\right) \quad a, b \neq 1 \end{aligned} \quad (5.12)$$

için sağlanması mümkün değildir.

2. Hareket dikey yönde gerdirme ise:

$$\begin{aligned} x' &= x + by \\ y' &= y \\ B(u, v) &= B(u, v - ub) \end{aligned} \quad (5.13)$$

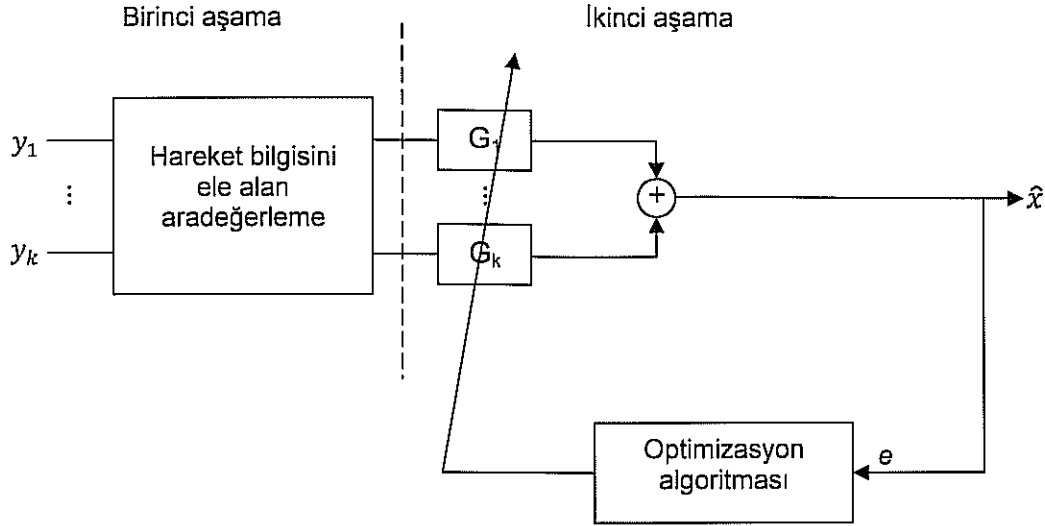
olmalıdır.

3. Hareket yatay yönde gerdirme ise:

$$\begin{aligned} x' &= x \\ y' &= ax + y \\ B(u, v) &= B(u - va, v) \end{aligned} \quad (5.14)$$

olmalıdır.

Yukarıda verilen şartlar sağlandığı takdirde model değişikliği geçerli olur ve problem çok-kanallı gözü kapalı ters evrişime indirgenir. Şekil 5.7'de önerilen yeni modele göre problemin çözümü iki adımda gösterilmektedir.



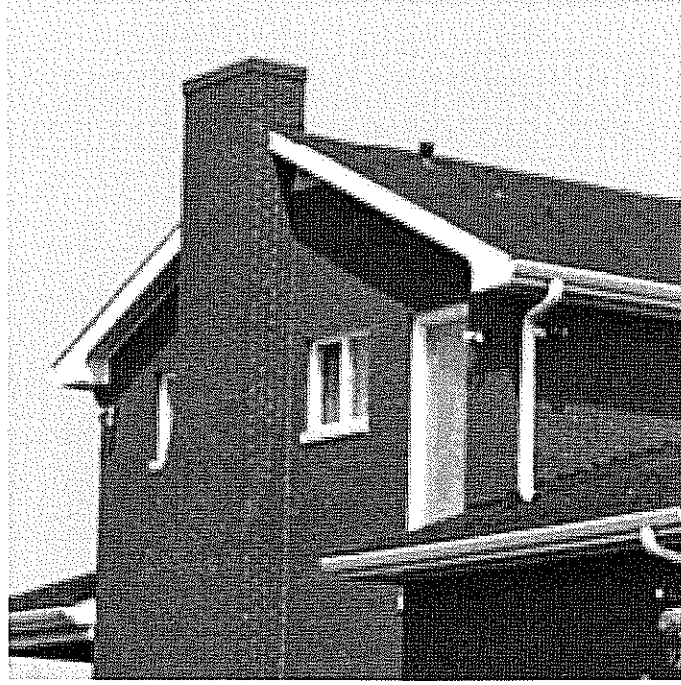
Şekil 5.7. Yeni modele göre problemin iki aşamada çözümü

Birinci adımda literatürdeki yöntemlerden herhangi birisi kullanılabilir. Yinelemeli olmayan yöntemler daha hızlı olduklarından tercih edilebilir. İkinci adım artık çok-kanallı gözü kapalı ters evrişim problemidir ve burada birinci rapordaki yöntem ya da literatürdeki başka bir yöntem kullanılabilir. Bu yöntem yukarıdaki analizde elde edilen hareket modelleri için de artık geçerli olacaktır. Hâlbuki, Bölüm 3'de tanıtilen yöntem sadece genel kayma için geçerliydi.

5.2. Simülasyon ve Sonuçlar

Bu kısımda yeni yöntem, Bölüm 3'te önerilen yöntem ve literatürdeki bazı yöntemlerin simülasyon sonuçları karşılaştırılacaktır. Test için Şekil 5.8.a ve 5.9.a'da sırasıyla görülen House ve Lena görüntüleri kullanılmıştır. Orijinal görüntüler 256x256 boyutlarındadır. Birinci simülasyonda (House) 5x5 düzgün bulanıklık, ikinci simülasyonda (Lena) varyansı iki olan 7x7 Gauss bulanıklık operatörü orijinal görüntüye uygulanmıştır. Düşük çözünürlüklü görüntüler elde edilirken alt örnekleme oranı 2 olarak alınmıştır. Son olarak düşük çözünürlüklü görüntülere Bulanık İşaret Gürültü Oranı (BSNR) 30 dB olacak şekilde Gauss gürültü eklenmiştir. Görüntülere uygulanan dönme ve öteleme hareketlerinin önceden bilindiği varsayılmıştır.

Simülasyon sonuçlarından da görüleceği üzere dönme ve öteleme etkisini göz önüne alan yeni yöntem diğer yöntemlere göre görsel olarak daha iyi sonuçlar vermiştir. Böylece genel hareket modellerini de içeren bulanıklığın her görüntü için farklı varsayıldığı gözü-kapalı bir süper-çözünürlük yöntemi geliştirilmiştir.



a. Orjinal görüntü (256x256) (House).



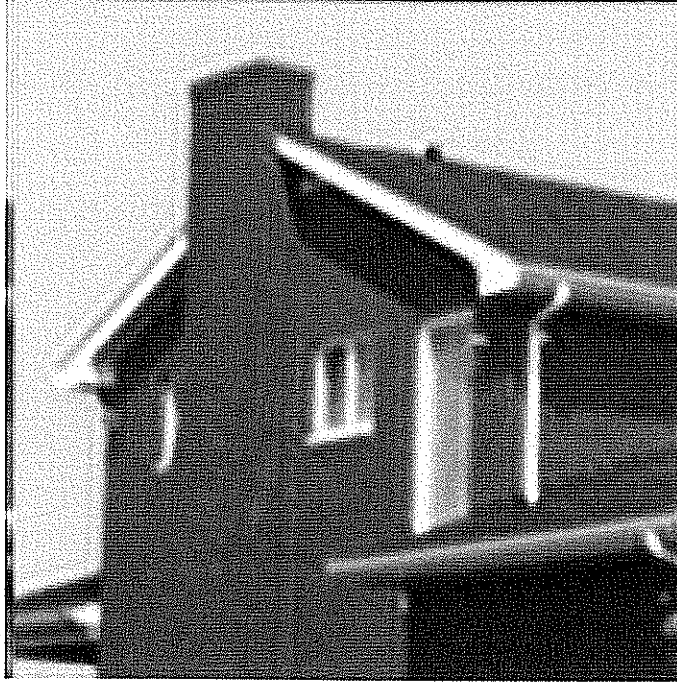
b. 4 Adet düşük çözünürlüklü görüntü (128x128).



c. Referans düşük çözünürlüklü görüntünün çift kübik aradeğerleme ile 256x256'ya çıkarılmış hali.



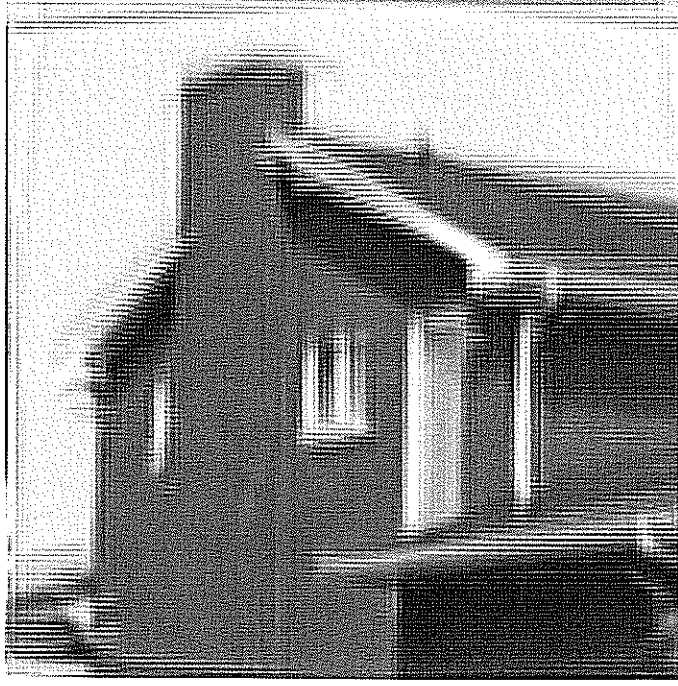
d. Bölüm 3'deki (sadece kayma için çalışan) yöntem ile elde edilen sonuç.



e. Yeni (dönme etkisini göz önüne alan) yöntem ile elde edilen sonuç.



f. Çift taraflı ötele-ve-ekle [36] yöntemi ile elde edilen sonuç.



g. Iterative Norm 2 [29] yöntemi ile elde edilen sonuç.

Şekil 5.8. Performans karşılaştırması



a. Orjinal görüntü (256x256) (House).



b. 4 Adet düşük çözünürlüklü görüntü (128x128).



c. Referans düşük çözünürlüklü görüntünün çift kübik aradeğerleme ile 256x256'ya çıkarılmış hali.



d. Bölüm 3'deki (sadece kayma için çalışan) yöntem ile elde edilen sonuç.



e. Yeni (dönme etkisini göz önüne alan) yöntem ile elde edilen sonuç.



f. Çift taraflı ötele-ve-ekle [36] yöntemi ile elde edilen sonuç.



g. Iterative Norm 2 [29] yöntemi ile elde edilen sonuç.

Şekil 5.9. Performans karşılaştırması

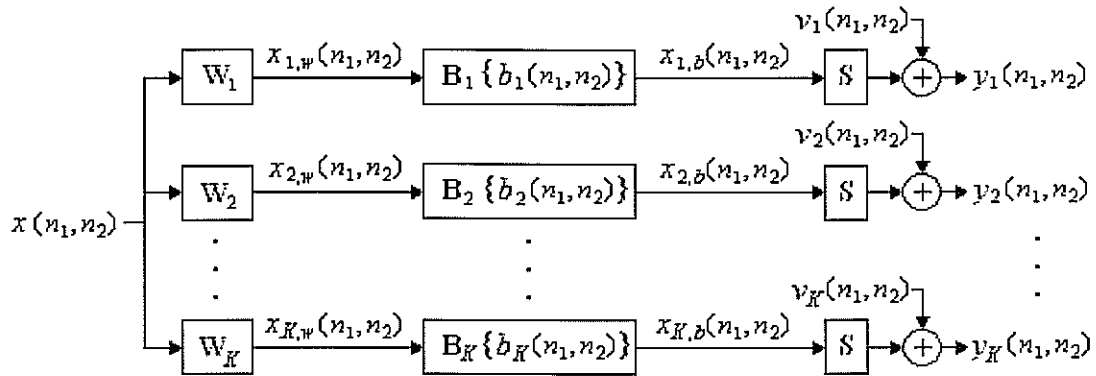
BÖLÜM 6. YENİDEN OLUŞTURMA FİLTRELEMELERİ İÇİN VARLIK-TEKLİK ANALİZİ

Bu bölümde, sadece kayma hareketi varken (veya hiç hareket yokken) ve kayma-bağımsız bulanıklık operatörleri durumunda yüksek çözünürlüklü (Y.Ç.) (ideal) görüntünün tam olarak geri kazanımı için kullanılacak iki boyutlu sonlu dürtü yanıtı (2-D FIR) filtrelerin varlık ve teklilik durumları araştırılmış ve gerekli şartlar çıkarılmıştır. Mevcut düşük çözünürlüklü görüntü sayısı belirli bir eşik değerinden yüksekse ve bulanıklık operatörleri belirli bir özelliği sağlıyorsa, hareket yok iken bile Y.Ç. görüntüyü tam olarak oluşturacak bir geri-kazanım filtre kümesi oluşturulabilir. Bu şartlar tam olarak sağlanmıyorsa, Y.Ç. görüntü bir miktar hata ile oluşturulabilir, ideal görüntü hatasız olarak geri elde edilemez.

Bu bölümde elde edilen sonuçlar, gözü-kapalı olan veya olmayan görüntü süper-çözünürlük yöntemleri tarafından iki açıdan kullanılabilir. Eğer bulanıklık fonksiyonlarının boyutlarının bilindiği varsayılıyorsa uygulanacak uyarlanabilir filtrelerin boyutu, bu bölümde çıkacak sonuçlara göre seçilebilir. İkinci olarak, bu bölümde sunulan (gözü-kapalı olmayan) yöntem aracılığıyla elde edilecek sonuç, gözü-kapalı yöntemlerin performanslarının değerlendirilmesinde bir üst sınır olarak kullanılabilir.

6.1. Problem Tanımlama

Bölüm 3'te, gözlemlenen düşük çözünürlüklü (D.Ç.) görüntüleri Y.Ç. görüntüye bağlayan bir gözlem modeli verilmiş (Şekil 3.1) ve detaylı bir şekilde anlatılmıştı. Şekil 6.1'de bu modelin açık bir hali gösterilmektedir. Gözlemlenemeyen Y.Ç. görüntü $x(n_1, n_2)$, gözlemlenen DÇ görüntüler $y_k(n_1, n_2)$ $k = 1, \dots, K$ ve bulanıklık operatörleri ise $b_k(n_1, n_2)$ ile belirtilmiştir.



Şekil 6.1. Gözlem modelinin açık gösterimi.

Geometrik bozulma (yamulma veya hareket) operatörü sadece genel kayma hareketinden

oluşuyorsa, Y.Ç. bulanık ve kaymış görüntünün iki boyutlu Z-dönüşümü

$$X_{k,b}(z_1, z_2) = X(z_1, z_2) z_1^{-H_k} z_2^{-V_k} B_k(z_1, z_2) \quad (6.1)$$

olarak yazılabilir. Denklem (3.1)'de $X(z_1, z_2)$, $X_{k,b}(z_1, z_2)$ ve $B_k(z_1, z_2)$, sırasıyla karşılık gelen uzamsal-bölge işaretlerinin iki boyutlu Z-dönüşümlerini, H_k ve V_k ise k . DÇ görüntü için ($k = 1, 2, \dots, K$) yüksek çözünürlük piksel değeri cinsinden yatay ve dikey kayma miktarlarını göstermektedirler.

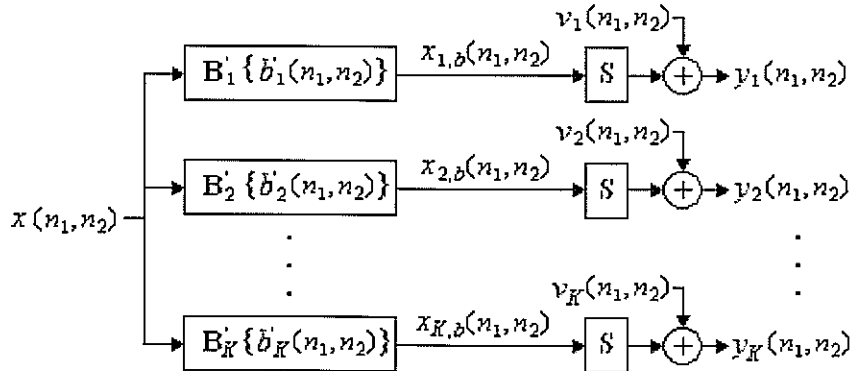
Eğer $B'_k(z_1, z_2) := z_1^{-H_k} z_2^{-V_k} B_k(z_1, z_2)$ veya eşdeğer olarak $b'_k(n_1, n_2) := b_k(n_1 - H_k, n_2 - V_k)$ şeklinde tanımlanırsa Denklem (6.1)

$$X_{k,b}(z_1, z_2) = X(z_1, z_2) B'_k(z_1, z_2) \quad (6.2)$$

şeklinde yeniden düzenlenebilir veya eşdeğer olarak

$$x_{k,b}(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) * b'_k(n_1, n_2) \quad (6.3)$$

olarak yazılabilir.



Şekil 6.2. Basitleştirilmiş gözlem modeli.

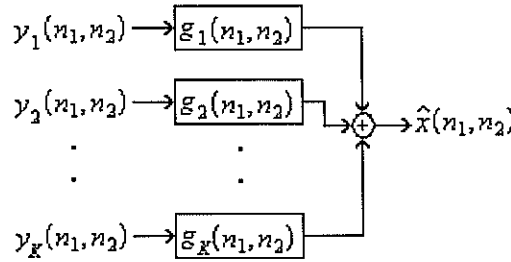
Özetle, hareket genel kayma şeklindeyse yamultma ve bulanıklık operatörleri tek bir bulanıklık operatörü içinde birleştirilebilir ve Şekil 6.1'deki gözlem modeli Şekil 6.2'de görülen haline dönüştürülebilir.

Y.Ç. ve bulanıklıktan arındırılmış görüntüyü elde etmek için D.Ç. görüntüler üzerine Şekil 6.3'deki gibi bir FIR yeniden-oluşturma filtre kümesi uygulanır. Sonsuz dürtü yanıtı (IIR) yerine FIR filtre kümesi uygulanması, IIR filtrelerden kaynaklanan kararsızlık ve işlem yükü gibi problemlerden uzak durmaktır.

Bu bölümde, bu filtre setinin varlık ve teklik koşulları araştırılacak ve (varsa) ortaya çıkarılacaktır. Şekil 6.3'de D.Ç. görüntülerin filtrelenmeden önce üst örneklendirmeleri gerektiğine dikkat ediniz. Bu bölüm için geçerli olmak üzere alt-örnekleme operatörünün görüntünün boyutunu düşürmediği, sadece istenen piksel değerlerini korurken diğer piksel değerlerini sıfırladığı varsayılmıştır. Bu nedenle, üst örnekleme operatörleri Şekil 6.3'de gösterilmemiştir.

Bu çalışma boyunca aşağıdaki varsayımlar ve notasyon kullanılmıştır:

- Toplanır gürültü ihmal edilmiştir.
- Tek kayma çeşidi genel kayma hareketidir ve bu etki Denklem (6.3)'de açıklandığı gibi bulanıklık operatörü ile birleştirilmiştir.
- Bulanıklık fonksiyonlarının her birinin boyutu $M \times M$, yeniden oluşturma filtrelerinin her birinin boyutu $N \times N$ ve hem yatay, hem de dikey yönde alt-örnekleme oranı D_s 'dir.
- $b_{ij} = b_k(i, j)$ ($0 \leq i, j < M$, $1 \leq k \leq K$) bulanıklık katsayılarını temsil eder.



Şekil 6.3. Yeniden-oluşturma aşaması.

- $g_{ij}^k = g_k(i, j)$ ($0 \leq i, j < N$, $1 \leq k \leq K$) yeniden-oluşturma filtrelerinin katsayılarını temsil eder.

Aşağıda yapılacak olan analizi daha genel durumlara (dikdörtgen bulanıklık ve yeniden-oluşturma filtreleri, vs.) uyarlamak kolaydır. Analizde, çok kanallı ters evrişim için geliştirilmiş kavramlardan yararlanılacaktır. Ancak, süper-çözünürlük probleminde alt örnekleme operatörleri var olduğundan iki problem farklıdır. Aşağıda verilecek analiz, bildiğimiz kadarıyla literatürde ilk kez yapılmaktadır.

Yeniden-oluşturma filtrelerinin varlık ve teklik koşullarını belirlemek için D.Ç. görüntüleri Y.Ç. görüntü, bulanıklık operatörleri ve alt-örnekleme operatörü, kestirilen görüntüyü ise D.Ç. görüntüler ve yeniden-oluşturma filtreleri cinsinden, vektör-matris notasyonu ile ifade etmek gereklidir. Giriş vektörü $x(n_1, n_2)$ 'yi, orjinal görüntü üzerinde (n_1, n_2) merkezli $(M+N-1) \times (M+N-1)$ boyutundaki görüntü parçasının leksikografik olarak gösterilmiş hali şeklinde tanımlayalım:

$$x(n_1, n_2) = \begin{bmatrix} f(n_1 - (M + N - 1)/2, n_2 - (M + N - 1)/2) \\ f(n_1 - (M + N - 1)/2, n_2 - (M + N - 1)/2 + 1) \\ \vdots \\ f(n_1 + (M + N - 1)/2, n_2 + (M + N - 1)/2) \end{bmatrix}^T$$

T, devrik alma işlemini göstermektedir. Giriş vektörü bir satır vektörüdür ve $(M+N-1)^2$ elemandan oluşmaktadır. (n_1, n_2) 'nin, bahsi geçen görüntü parçasının tam orta konumunda olması için $(M+N-1)$ tek sayı olmalıdır.

Çıkış vektörü, $y(n_1, n_2)$, şu şekilde oluşturulur: Her bir düşük çözünürlüklü görüntü için (n_1, n_2) merkezli $N \times N$ boyutlarında bir parça alınır ve leksikografik olarak ifade edilir. Ardından $y^k(n_1, n_2)$ ile gösterilen bu K adet alt-vektör yan yana dizilerek çıkış vektörü oluşturulur:

$$y(n_1, n_2) = [y^1(n_1, n_2) \quad y^2(n_1, n_2) \quad \dots \quad y^K(n_1, n_2)]$$

$$y^k(n_1, n_2) = \begin{bmatrix} y_k(n_1 - (N-1)/2, n_2 - (N-1)/2) \\ y_k(n_1 - (N-1)/2, n_2 - (N-1)/2 + 1) \\ \vdots \\ y_k(n_1 + (N-1)/2, n_2 + (N-1)/2) \end{bmatrix}^T$$

Çıkış vektörü bir satır vektörüdür ve KN^2 elemana sahiptir. Giriş vektörü durumundakine benzer bir şekilde, (n_1, n_2) 'nin D.Ç. görüntü parçalarının tam orta noktalarında konumlanması için N tek bir sayı olmalıdır. Bu şart, $(M+N-1)$ 'in de tek bir sayı olması gerektiği şartıyla birleştiği zaman hem M 'nin, hem de N 'nin tek sayı olması gerektiği ortaya çıkar. Eğer bulanıklık filtrelerinin boyutu, yani M , tek sayı değilse filtrelerin sağına ve altına sıfır eklenerek boyutları tek sayı haline getirilebilir.

Bulanıklık matrisi B, bulanıklık fonksiyonlarının katsayılarından oluşturulur ve

$$B = [B_1 \quad B_2 \quad \dots \quad B_K]$$

$$B_k = \begin{bmatrix} B_1^k & \underline{0} & \dots & \underline{0} \\ \vdots & B_1^k & & \vdots \\ B_M^k & \vdots & \ddots & \underline{0} \\ \underline{0} & B_M^k & & B_1^k \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{0} & \underline{0} & \dots & B_M^k \end{bmatrix}, \quad B_i^k = \begin{bmatrix} b_{i1}^k & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & b_{i1}^k & & \vdots \\ b_{iM}^k & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & b_{iM}^k & & b_{i1}^k \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & b_{iM}^k \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

şeklinde tanımlanır ($i = 1, \dots, M, k = 1, \dots, K$). B_i^k 'nin boyutu $(M+N-1) \times N$, B_k 'nin boyutu $(M+N-1)^2 \times N^2$, B'nin boyutu ise $(M+N-1)^2 \times KN^2$ 'dir. $\underline{0}$ uygun boyutlu sıfır matrisini göstermektedir. Alt-örnekleme matrisi S şu şekilde tanımlanabilir:

$$S_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad S_{xx} = \begin{bmatrix} S_x & \underline{0} & \dots & \underline{0} \\ \underline{0} & S_x & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \underline{0} \\ \underline{0} & \dots & \underline{0} & \end{bmatrix}$$

$$S_{xxx} = \begin{bmatrix} S_{xx} & \underline{0} & \dots & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{0} & \dots & \underline{0} \\ & & \ddots & \\ \vdots & \vdots & & S_{xx} & \vdots \\ \underline{0} & \underline{0} & \dots & \underline{0} & \ddots \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} S_{xxx} & \underline{0} & \dots & \underline{0} \\ \underline{0} & S_{xxx} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \underline{0} \\ \underline{0} & \dots & \underline{0} & S_{xxx} \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

S_x 'in boyutu $D_s \times D_s$, S_{xx} 'in boyutu $N \times N$, S_{xxx} 'in boyutu $N^2 \times N^2$, S 'nin boyutu ise $KN^2 \times KN^2$ 'dir. S_{xxx} 'in ana diyagonalindeki S_{xx} 'lerin oranı $1/D_s$ 'dir. Daha önce açıklandığı gibi, burada tanımlanan alt-örnekleme matrisi görüntünün boyunu küçültmez, sadece istenen piksellerin değerlerini korurken diğer piksel değerlerini sıfırlar.

Yukarıdaki gibi tanımlanan alt-örnekleme matrisinin bulanıklık operatöründen geçmiş giriş vektörü üzerinde alt-örnekleme nasıl yaptığını anlamak için görsel bir örnek, Şekil 6.4'de verilmiştir. Bu örnekte aşağıdaki değerler kullanılmıştır:

Düşük çözünürlüklü görüntü sayısı: $K = 1$,

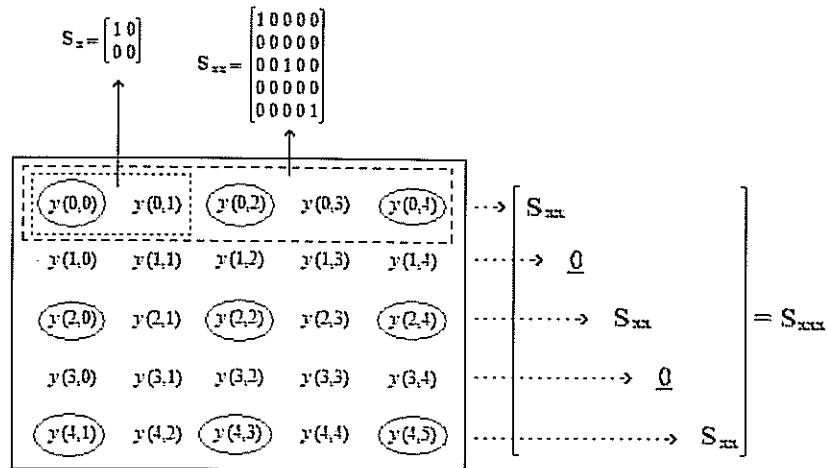
Alt-örnekleme oranı: $D_s = 2$,

Yeniden-oluşturma filtrelerinin eni ve boyu : $N = 5$,

Oluşturmak istediğimiz pikselin konumu: $(n_1, n_2) = (2, 2)$.

Yuvarlak içine alınmış pikseller, örnekleme istediğimiz piksellerdir. Örnek, sadece $K=1$ durumu için verilmiştir. K 'nin 1'den büyük olduğu durumlar için alt-örnekleme matrisi S , S_{xxx} 'in ana diyagonal üzerinde kendini tekrar etmesiyle oluşturulur.

Yukarıdaki tanımlara uygun olarak Şekil 6.2'de verilen gözlem modelinin giriş-çıkış ilişkisi, vektör-matris notasyonu



Şekil 6.4. Tek bir DÇ görüntü durumunda alt-örnekleme matrisinin oluşturulması.

$$y(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) \cdot B \cdot S \quad (6.6)$$

olarak yazılabilir.

6.2. Yeniden-Oluşturma Filtrelerinin Varlık-Teklik Koşulları

Orijinal görüntüyü yeniden oluşturmak için bozulmuş görüntüler üzerine Şekil 6.3'deki gibi bir sonlu dürtü yanıtı filtre seti uygulanmaktadır. Yeniden-oluşturma vektörü g 'yi, her bir filtrenin katsayılarının yan yana yazılması şeklinde tanımlayalım:

$$\mathbf{g} = \left[(g^1)^T \quad (g^2)^T \quad \dots \quad (g^K)^T \right]^T,$$

$$\mathbf{g}^k = \left[g_{11}^k \quad g_{12}^k \quad \dots \quad g_{(N-1)N}^k \quad g_{NN}^k \right]^T$$

g^k , N^2 elemandan oluşan bir sütun vektörüdür ve g ise KN^2 elemanlı bir sütun vektörüdür. Kestirilen Y.Ç. görüntü şu şekilde ifade edilebilir:

$$\hat{x}(n_1, n_2) = y(n_1, n_2) \cdot \mathbf{g} \quad (6.7)$$

Kusursuz yeniden oluşturma durumunda kestirilen Y.Ç. görüntü, tüm (n_1, n_2) değerleri için orijinal görüntünün kaymış bir şekline eşit olmalıdır:

$$\hat{x}(n_1, n_2) = x(n_1 - \alpha, n_2 - \beta) \quad (6.8)$$

Burada kayma (α, β) ile belirtilmektedir. Denklem (6.6) ve (6.7) birleştirildiğinde, kusursuz yeniden oluşturma için sağlanması gereken koşul

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{g} = \mathbf{e}_{\alpha, \beta} \quad (6.9)$$

olarak elde edilir. $\mathbf{e}_{\alpha, \beta}$, sıfırdan farklı tek elemanı (α, β) kayması tarafından belirlenen $(M+N-1)^2$ elemanlı bir sütun vektörüdür. B , S ve (α, β) verildiğinde, Denklem (6.9)'u sağlayan yeniden-oluşturma vektörü g , $B \cdot S$ 'nin (yarı) tersinin uygun (kaymaya bağlı) sütunu olur. Denklem (6.9)'daki sistemin tutarlı olması, yani Denklem (3.9)'u sağlayan yeniden-oluşturma filtrelerinin varlığı, $B \cdot S$ matris çarpımının tam satır derecesine sahip olmasına ve tekliliği de $B \cdot S$ matris çarpımının kare matris veya tam sütun derecesine sahip olmasına bağlıdır. Bunun için öncelikle $B \cdot S$ 'nin derece özellikleri araştırılacaktır.

Teorem 1: B ve S matrisleri, Denklem (6.4) ve Denklem (6.5) şeklinde tanımlansınlar. Bu durumda $B \cdot S$

çarpımının derecesi, aşağıdaki iki şart sağlandığında $(M+N-1)^2$ olur:

1. $K \cdot \lfloor N/D_s^2 \rfloor^2 \geq (M+N-1)^2$. $\lfloor x \rfloor$ notasyonu x 'den büyük en küçük tamsayıyı göstermektedir.
2. $b_1(n_1, n_2), b_2(n_1, n_2), \dots, b_K(n_1, n_2)$ şeklinde ifade edilen bulanıklık filtrelerinin iki boyutlu Z-dönüşümlerinin aralarında asal olması.

İspat: Teorem 1'in ispatında, matris çarpımlarının derecesi konusundaki Sylvester Eşitsizliği'nden faydalanılacaktır [37]. Sylvester Eşitsizliği,

$$\text{rank}(B \cdot S) \leq \min\{\text{rank}(B), \text{rank}(S)\} \quad (6.10)$$

şeklinde verilmektedir. Sylvester Eşitsizliği, B-S çarpımının derecesinin B'nin derecesinden veya S'nin derecesinden büyük olamayacağını ifade etmektedir. B matrisinin boyutlarının $(M+N-1)^2 \times KN^2$ olduğunu hatırlayalım. B-S çarpımının derecesinin $(M+N-1)^2$ olabilmesi için, Sylvester eşitsizliğine göre B matrisinin de derecesinin $(M+N-1)^2$ olması gerekmektedir, yani B matrisi tam satır derecesine sahip olmalıdır. B'nin tam satır derecesine sahip olması, alt-örnekleme olmadığı durum için, yani çok kanallı görüntü ters-evrişimi probleminde (S birim matris iken) Denklem (6.9)'u sağlayacak yeniden-oluşturma filtrelerinin varlığı anlamına gelmektedir. Bu durumun analizi [38]'de yapılmıştır ve gerekli şartlar şu şekilde çıkarılmıştır: (i) B matrisinin sütun sayısı satır sayısından daha büyük olmalıdır $\{KN^2 \geq (M+N-1)^2\}$, (ii) $b_1(n_1, n_2), b_2(n_1, n_2), \dots, b_K(n_1, n_2)$ şeklinde ifade edilen bulanıklık filtrelerinin iki boyutlu Z-dönüşümleri, aralarında asal olmalıdır.

Sylvester eşitsizliğine göre B-S'nin derecesinin $(M+N-1)^2$ olması için S'nin derecesi de en az $(M+N-1)^2$ olmalıdır. S'nin bir diyagonal matris olduğunu ve sıfırdan farklı elemanlarının sadece ana köşegende 1'ler şeklinde olduğunu düşünecek olursak S'nin derecesinin sahip olduğu 1'lerin sayısı olduğunu anlarız:

$$\begin{aligned} \text{rank}(S) &= (S_x \text{deki } 1 \text{ lerin sayısı}) \times (S_{xx} \text{deki } S_x \text{ lerin sayısı}) \times \\ &\quad (S_{xxx} \text{deki } S_{xx} \text{ lerin sayısı}) \times (S \text{deki } S_{xxx} \text{ lerin sayısı}) \\ &= \lfloor N/D_s^2 \rfloor \cdot \lfloor N/D_s^2 \rfloor \cdot K \end{aligned} \quad (6.11)$$

Sonuç olarak, S matrisinin derecesi için

$$K \cdot \lfloor N/D_s^2 \rfloor^2 \geq (M+N-1)^2 \quad (6.12)$$

şeklinde bir koşul ortaya çıkar. Dikkat edilirse Denklem (6.12) ile verilen koşul, B matrisinin derecesi ile

İlgili verilen $\{KN^2 \geq (M+N-1)^2\}$ koşulunu kapsamaktadır. B ve S matrislerinin dereceleri için belirtilen koşulların sağlandığı durumda Sylvester Eşitsizliği tekrar yazıldığında,

$$\text{rank}(B \cdot S) \leq (M + N - 1)^2 \quad (6.13)$$

şeklinde bir ifade elde ederiz. Teorem 1'i ispatlamak için son yapılması gereken, B ve S matrislerinin Denklem (6.4) ve Denklem (6.5) şeklinde tanımlandıkları durumda ve B ile S matrislerinin dereceleri için belirtilen koşullar geçerli iken Denklem (6.13) eşitsizliğinin eşitlik durumuna dönüştüğünü, yani B·S çarpımının derecesinin $(M+N-1)^2$ olduğunu göstermektir. Bunun için matris çarpımlarıyla ilgili üç adet özellikten faydalanılacaktır.

C, $m \times n$ boyutlarında, D ise $n \times p$ boyutlarında herhangi iki matris olmak üzere;

- Özellik 1: C^c , C matrisi üzerinde temel sütun işlemleri uygulanarak, D^r ise D matrisi üzerinde karşılık gelen temel satır işlemleri uygulanarak elde edilmiş matrisler olsun. Bu durumda aşağıdaki eşitlik geçerli olur:

$$C \cdot D = E \quad \Rightarrow \quad C^c \cdot B^r = E.$$

- Özellik 2: C matrisi $[C_1 \ 0]$ formunda ise ve D matrisini, D_2 'nin satır sayısı 0 matrisinin sütun sayısına eşit olacak şekilde $D = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix}$ şeklinde gösterirsek aşağıdaki eşitlik geçerli olur:

$$C \cdot D = C_1 \cdot D_1,$$

- Özellik 3: $\text{rank}(C) = n \Rightarrow \text{rank}(C \cdot D) = \min\{n, \text{rank}(D)\}$ [38].

Özellik 3'den faydalanabilmek için B·S matrisinin özel bir biçimde olması gerekmektedir. Bunun için Özellik 1 ve Özellik 2'yi kullanarak bazı işlemler yapmalıyız. Bu işlemler şöyledir:

$$(i) \quad (B \cdot S)^T = S^T \cdot B^T = S \cdot B^T.$$

B·S tam satır derecesine sahipse $(B \cdot S)^T$ tam sütun derecesine sahip olacaktır. B^T , $KN^2 \times (M+N-1)^2$ boyutlarındadır ve yukarıda açıklandığı şekilde tam sütun derecesine sahiptir.

(ii) S matrisi üzerinde sütun değiştirme işlemleri yapılarak tamamen 0'dan oluşan sütunlar sağ tarafa toplanacak şekilde ayarlanır. Aynı işlemler, satırlar üzerinde olmak üzere B^T matrisi üzerinde de uygulanır. Ortaya çıkan matrisleri S^c ve $B^{T,r}$ ile ifade edelim. Özellik 1'den dolayı $S \cdot B^T$ çarpımı, $S^c \cdot B^{T,r}$ çarpımı ile eşit olacaktır.

(iii) S^c matrisi, $[S_1^c \ 0]$ formundadır. $B^{T,r}$ matrisini $B^{T,r} = \begin{bmatrix} B_1^{T,r} \\ B_2^{T,r} \end{bmatrix}$ ile ifade edelim. Bu durumda

Özellik 2 kullanılarak $S \cdot B^T = S^c \cdot B^{T,r} = S_1^c \cdot B_1^{T,r}$ olduğu bulunur.

- (iv) S_1^c 'in boyutları $KN^2 \times K \cdot \lfloor N/D_s^2 \rfloor^p$ 'dir ve derecesi $K \cdot \lfloor N/D_s^2 \rfloor^p$ 'dir. $B_1^{T,r}$ (indirgenmiş devrik bulanıklık matrisi) $K \cdot \lfloor N/D_s^2 \rfloor^p \times (M+N-1)^2$ boyutlarındadır. Denklem (6.12) şartının geçerli olduğunu düşünecek olursak $B_1^{T,r}$ matrisinin satır sayısı, hala sütun sayısından daha yüksektir. Dolayısıyla $B_1^{T,r}$ matrisinin tam sütun dereceli olma özelliği devam etmektedir, yani derecesi $(M+N-1)^2$ 'dir. Artık özellik 3'ü kullanarak $S \cdot B^T$ matrisinin derecesini hesaplayabiliriz:

$$\begin{aligned} \text{rank}(S \cdot B^T) &= \text{rank}(S_1^c \cdot B_1^{T,r}) \\ &= \min \{ K \cdot \lfloor N/D_s^2 \rfloor^p, (M+N-1)^2 \} = (M+N-1)^2. \end{aligned} \quad (6.14)$$

- (v) Bir matrisin derecesi, devriğinin derecesine eşittir, yani $\text{rank}(B \cdot S) = \text{rank}(S \cdot B^T) = (M+N-1)^2$ 'dir. Buradan çıkan sonuç, Denklem (6.12) sağlandığında $B \cdot S$ 'nin tam satır derecesine sahip olduğudur. Böylece ispat tamamlanmış olur.

Teorem 1'de ifade edildiği ve ispatlandığı şekilde $B \cdot S$ çarpımının tam satır derecesine sahip olduğu varsayıldığında Denklem (6.9)'un varlık ve teklik koşulları, Teorem 2'de verilmektedir.

Teorem 2: $K \cdot \lfloor N/D_s^2 \rfloor^p \geq (M+N-1)^2$ eşitsizliğinin geçerli ve $B \cdot S$ çarpımının tam satır derecesine sahip, yani derecesinin $(M+N-1)^2$ olduğunu varsayalım. Bu durumda verilen bir kayma değeri (α, β) için Denklem (6.9)'u sağlayan bir g , yani yeniden-oluşturma filtre kümesi, vardır. Çözümün tekliği, eğer verilen eşitsizlik eşitlik olursa veya en küçük boy çözümü elde edilirse garanti olur.

İspat: Denklem (6.9)'da verilen sistemin en az bir çözümünün olabilmesi için $B \cdot S$ matrisinin tam satır derecesine sahip olması yeterlidir [38]. $B \cdot S$ matrisinin tam satır derecesine sahip olması için, sahip olduğu sütun sayısı satır sayısından fazla olmalıdır. $K \cdot \lfloor N/D_s^2 \rfloor^p \geq (M+N-1)^2$ eşitsizliği $B \cdot S$ matrisinin sütun sayısının satır sayısından fazla olduğunu anlamına gelmektedir. O halde, $K \cdot \lfloor N/D_s^2 \rfloor^p \geq (M+N-1)^2$ eşitsizliğinin geçerli ve $B \cdot S$ çarpımının tam satır derecesine sahip olması halinde Denklem (3.9)'da verilen sistemin en az bir çözümü vardır. Denklem (6.12), eşitlik olarak sağlanırsa $B \cdot S$ matrisi kare ve tekil olmayan bir matris olur, dolayısıyla çözüm tektir. Denklem (3.12) eşitsizlik olarak sağlanıyorsa, tek olduğu bilinen en küçük boy çözümü seçilir.

Özetlenecek olursa, Denklem (6.12)'de verilen koşul ve bulanıklık filtrelerinin iki boyutlu Z -dönüşümlerinin aralarında asal olması, yeniden-oluşturma filtrelerinin var olmaları için yeterli şartlardır. Bulunan sonuçlar alt-örneklemenin olmadığı durum, yani çok-kanallı görüntü ters-evrişimi probleminin

varlık-teklik koşulları ile karşılaştırılacak olursa benzer sonuçların bulunduğu, ancak Denklem (6.12)'de görüldüğü gibi yeniden-oluşturma filtre boyutlarını belirlerken alt-örnekleme oranına da dikkat edilmesi gerektiği ortaya çıkmaktadır. Denklem (6.12) eşitsizliğinin doğrudan bazı sonuçları şu şekilde sıralanabilir:

- K en az D_s^2+1 olmalıdır.
- Hareket olmadan süper-çözünürlük, aralarında asal olma koşulu ve Denklem (6.12) eşitsizliği sağlandığı sürece mümkündür.

6.3. Hatasız Bir Süper-Çözünürlük Algoritması

Denklem (6.9) kullanılarak yeniden-oluşturma filtre vektörü şu şekilde bulunabilir:

$$\mathbf{g} = \text{pinv}(\mathbf{B} \cdot \mathbf{S}) \cdot \mathbf{e}_{\alpha, \beta} \quad (6.15)$$

$\text{pinv}(A)$, herhangi bir A matrisinin yarı-tersini (pseudo-inverse) veya genelleştirilmiş tersini ifade eder. Bu çalışmada bir matrisin yarı-tersini almak için MATLABTM'in $\text{pinv}()$ fonksiyonu kullanılmıştır.

Denklem (6.15)'de elde edilen \mathbf{g} 'yi, orijinal görüntünün kaymış bir versiyonundan elde edildiği için $\mathbf{g}_{\alpha, \beta}$ şeklinde ifade edelim. Bu durumda kestirilen görüntü şu şekilde yazılabilir:

$$\hat{x}_{\alpha, \beta}(n_1, n_2) = \sum_{k=1}^K y_k(n_1, n_2) * g_{\alpha, \beta}^k(n_1, n_2) \quad (6.16)$$

*, iki boyutlu evrişim işlemini temsil etmektedir ve $g_{\alpha, \beta}^k(n_1, n_2)$ dikdörtgen formundaki yeniden-oluşturma filtrelerini göstermektedir. Denklem (6.16) ile bulunan görüntü kestirimi, orijinal görüntünün tamamını temsil etmekten uzaktır, orijinal görüntünün boyutları $D_s N_1 \times D_s N_2$ olmak üzere sadece $(n_1, n_2) = (i \cdot D_s, j \cdot D_s)$, $i = 0, 1, \dots, N_1, j = 0, 1, \dots, N_2$ noktaları için orijinal görüntüye eşittir (varlık şartları sağlanıyorsa). Diğer piksel bölgelerinde sıfıra eşittir. Bu durumun nedeni, aslında bir değil, D_s^2 kadar alt-örnekleme matrisi bulunmasıdır, bunun sonucunda da D_s^2 kadar yeniden-oluşturma filtre seti bulunacaktır. Orijinal görüntünün her $N_1 \times N_2$ boyutlarındaki alt-görüntüsü için farklı bir yeniden-oluşturma filtre seti kullanmak gerekecektir.

D_s^2 kadar alt-örnekleme matrisi oluşturmak yerine (α, β) ile verilen kayma miktarından yararlanılarak alternatif bir şekilde orijinal görüntünün (dış sınırlar hariç) tamamı oluşturulabilir. Bu yöntem şu şekildedir:

- M ve K verili iken Denklem (6.12)'yi kullanarak N 'yi bul.
- B ve S 'yi oluştur.
- Bütün $0 \leq \alpha, \beta < D_s - 1$ için Denklem (6.15)'i kullanarak $g_{\alpha,\beta}$ 'yi bul.
- Bütün α ve β 'lar için Denklem (6.16)'yi kullanarak $\hat{x}_{\alpha,\beta}(n_1, n_2)$ 'yi bul.
- Bütün α ve β 'lar için $\hat{x}_{\alpha,\beta}(n_1, n_2)$ 'yi $(-\alpha, -\beta)$ kadar kaydır.
- $\hat{x}(n_1, n_2) = x(n_1, n_2)$ 'yi, $\hat{x}(n_1, n_2) = \sum_{\alpha=0}^{D_s-1} \sum_{\beta=0}^{D_s-1} \hat{x}_{\alpha,\beta}(n_1, n_2)$ kullanarak oluştur.

Burada sunulan algoritmanın amacı Kısım 6.2'de sunulan teörinin doğruluğunu benzetim aracılığıyla göstermektir, yoksa gerçek durumlar için uygulanabilir olduğu iddia edilmemektedir. Gerçekte problem, burada sunulduğu gibi tamamen belirlenmiş değildir, başta bulanıklık operatörlerinin bilinmemesi olmak üzere toplanır gürültü, hareket parametrelerinin yanlış kestirimi, elde yeteri kadar düşük çözünürlüklü görüntü olmaması, vs. gibi nedenlerden ötürü kötü-konumlanmıştır.

6.4. Test Sonuçları

Yukarıdaki analizi geerlemek üzere 200x200 boyutlarındaki bir Lena görüntüsü üzerinde bilgisayar benzetimleri gerçekleştirilmiştir. Görüntü önce bulanık hale getirilmiş, ardından alt-örneklenmifir (Testin sadece son kısmında hareket göz önüne alınmıştır, normalde şartlar sağlandığı sürece harekete gerek yoktur). Orijinal görüntüye bulanıklık ve alt-örnekleme uygulama, defalarca tekrar edilmiş ve çok sayıda düşük çözünürlüklü görüntü elde edilmiştir. Bulanıklık fonksiyonunun uzamsal bölge değerleri rastgele seçilmiştir. Değişik bulanıklık boyutları, alt-örnekleme oranları ve farklı sayılarda düşük çözünürlüklü görüntüler için çok sayıda deney yapılmıştır. Her durum için önceki bölümde anlatılan yöntem kullanılarak yüksek çözünürlüklü görüntü oluşturmaya çalışılmıştır.

Tablo 6.1'de orijinal görüntünün hatasız olarak yeniden oluşturması için seçilmesi gereken yeniden-oluşturma filtre boyutları; değişik alt – örnekleme miktarları, düşük çözünürlüklü görüntü sayıları ve bulanıklık filtre boyutları için verilmiştir. Yeniden-oluşturma filtrelerinin boyutları, Denklem (6.12) hesaplanarak bulunmuştur.

Tablo 6.1. Değişik durumlarda hatasız süper-çözünürlük için yeniden-oluşturma filtre boyutları.

D_s	K	M	N	D_s	K	M	N
2	≤ 4	> 1	∞	3	≤ 9	> 1	∞
	5	3	9		10	3	5
		5	25			5	37
		7	43			7	73
	6	3	5		11	3	5
		5	13			5	19
		7	23			7	37

Tablo 6.1'de D_s ile gösterilen sütun alt-örnekleme oranını, K elimizdeki düşük çözünürlüklü görüntülerin sayısını, M ise uygulanan bulanıklık filtrelerinin boyutunu göstermektedir. N ise tüm bu şartlar altında tam bir süper-çözünürlük olabilmesi için uygulanması gereken FIR filtrelerin boyutunu temsil etmektedir. Bütün bulanıklık filtrelerinin aynı boyutta olduğu, ayrıca bütün yeniden-oluşturma filtrelerinin boyutlarının da aynı olduğu varsayılmaktadır. Tabloda görülmektedir ki düşük çözünürlüklü görüntü sayısı alt-örnekleme oranının karesinden fazla olduğu sürece hatasız süper-çözünürlük için bir yeniden-oluşturma filtre kümesi tanımlanabilir. Düşük çözünürlüklü görüntü sayısı arttıkça hatasız süper-çözünürlük için gerekli olan filtrelerin boyutu azalmaktadır. Bulanıklık filtre boyutları ile yeniden-oluşturma filtre boyutları arasında ise doğru orantı vardır, bulanıklık filtre boyutu arttıkça tam geri kazanım için gerekli yeniden-oluşturma filtre boyutu da artmaktadır. Tüm bunlar teoriye uygun olduğu kadar mantığa da uygun gelmektedir.



a



b

Şekil 6.5. İdeal durum için sonuç.

a. Orijinal görüntü. b. İdeal durumda oluşturulmuş yüksek çözünürlüklü görüntü (MSE = 0).

Bundan sonraki bölümlerde çeşitli faktörlerin hatasız süper-çözünürlük üzerindeki görsel etkileri incelenecektir. Bu faktörler, (i) düşük çözünürlüklü görüntü sayısı, (ii) yeniden-oluşturma filtre boyutu, (iii) bulanıklık filtrelerinin Z-dönüşümlerinin aralarında asal olmama durumu, (iv) toplanır gürültünün var olması ve (v) hareketin olması durumlarıdır. Bunları incelemeden önce örnek bir ideal durum için ($D_s = 3$, $K = 11$, $M = 5$) ve yeniden-oluşturma filtre boyutu $N = 19$ seçilerek hatasız süper-çözünürlük gerçekleştirilmiştir. Orijinal görüntü Şekil 6.5a ile, yeniden oluşturulmuş görüntü ise Şekil 6.5b ile gösterilmektedir. Şekilde ayrıca orijinal görüntü ile kestirimi arasındaki ortalama karesel hata (mean-square error, MSE) de verilmektedir. Ortalama karesel hata şu şekilde gösterilmektedir:

$$\text{MSE} = \frac{1}{D_s^2 N_1 N_2} \sum_{i=0}^{D_s N_1 - 1} \sum_{j=0}^{D_s N_2 - 1} [x(i, j) - \hat{x}(i, j)]^2 \quad (6.17)$$

Hem görsel olarak, hem de MSE açısından orijinal görüntünün hatasız olarak yeniden oluşturulabildiği görülmektedir. Bu noktadan sonra, yukarıda bahsedilen faktörler teker teker denenerek hatasız süper-çözünürlüğe olan etkileri gözlenecektir.

(i) Düşük çözünürlüklü görüntü sayısının hatasız süper-çözünürlüğe etkisi: Diğer faktörler aynı tutularak ($D_s = 3$, $M = 5$, $N = 19$) $K = 10$ ve $K = 9$ için iki ayrı deney yapılmıştır. Deney sonuçları Şekil 6.6'da görülmektedir. $K = 10$ durumu için ortalama karesel hata biraz yüksek çıksa bile oluşturulan görüntü, görsel olarak



a

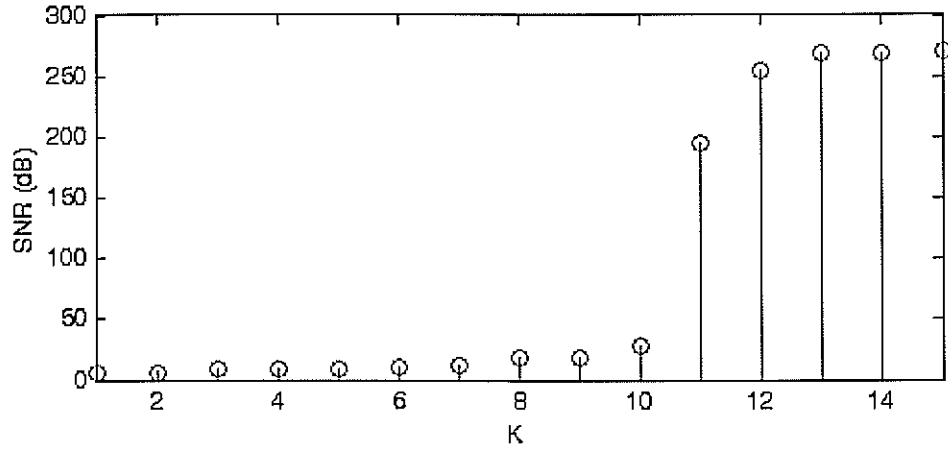


b

Şekil 6.6. Düşük çözünürlüklü görüntü sayısının etkisi.

a. $K = 10$ için sonuç (MSE = 9.89).

b. $K = 9$ için sonuç (MSE = 155.98).



Şekil 6.7. Sinyal / artık gürültü oranının düşük çözünürlüklü görüntü sayısına göre değişimi.

orijinal görüntüden çok farklı görünmemektedir. $K = 9$ durumunda hem ortalama karesel hata oldukça yüksek çıkmış, hem de gözle görülür bozulmalar ortaya çıkmıştır.

Şekil 6.7'de sinyal / artık gürültü oranının (signal to residual noise ratio, SNR) düşük çözünürlüklü görüntü sayısına göre değişimi verilmektedir. Artık gürültüden kastedilen, yöntem uygulanıp yüksek çözünürlüklü görüntü oluşturulduktan sonra arta kalan (giderilemeyen) hatadır. Sinyal / artık gürültü oranı şu şekilde verilmektedir:



a

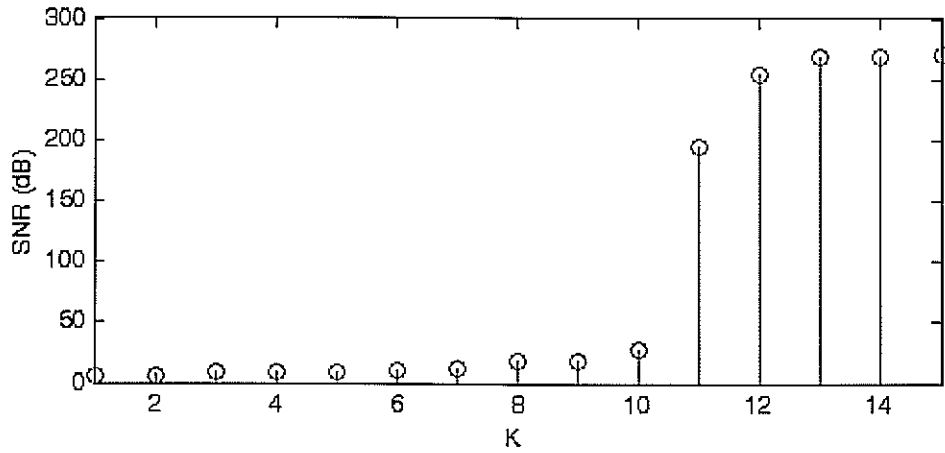


b

Şekil 6.6. Düşük çözünürlüklü görüntü sayısının etkisi.

a. $K = 10$ için sonuç (MSE = 9.89).

b. $K = 9$ için sonuç (MSE = 155.98).



Şekil 6.7. Sinyal / artık gürültü oranının düşük çözünürlüklü görüntü sayısına göre değişimi.

orijinal görüntüden çok farklı görünmemektedir. $K = 9$ durumunda hem ortalama karesel hata oldukça yüksek çıkmış, hem de gözle görülür bozulmalar ortaya çıkmıştır.

Şekil 6.7'de sinyal / artık gürültü oranının (signal to residual noise ratio, SNR) düşük çözünürlüklü görüntü sayısına göre değişimi verilmektedir. Artık gürültüden kastedilen, yöntem uygulanıp yüksek çözünürlüklü görüntü oluşturulduktan sonra arta kalan (giderilemeyen) hatadır. Sinyal / artık gürültü oranı şu şekilde verilmektedir:

$$\text{SNR} = \frac{\sum_{i=0}^{D_s M_1 - 1} \sum_{j=0}^{D_s N_2 - 1} [x(i, j)]^2}{\sum_{i=0}^{D_s M_1 - 1} \sum_{j=0}^{D_s N_2 - 1} [x(i, j) - \hat{x}(i, j)]^2} \quad (6.18)$$

70 dB'den büyük SNR'lar için hatasız yeniden oluşturmanın gerçekleştiği söylenebilir, çünkü bu gibi durumlarda kestirilen görüntü nicemlendiğinde (quantization) orijinal görüntü ile tamamen aynı olmaktadır. 30 dB'den büyük (ve 70 dB'den küçük) SNR'lar için ise hatasız kestirimden söz edilemez, ancak oluşturulan yüksek çözünürlüklü görüntüde rahatsızlık verici görsel bozukluklar bulunmaz. Şekil 3.7'de görüldüğü gibi $K=11$ ve daha büyük iken hatasız süper-çözünürlük gerçekleştirilmiştir. $K=10$ için (SNR: ~30 dB) hatasız süper-çözünürlük yoktur, ancak oluşturulan görüntüde ciddi bir görsel bozukluk da yoktur. $K=9$ ve daha küçük iken ise hem SNR düşük çıkmıştır, hem de oluşturulan görüntüde rahatsızlık verici bozukluklar vardır (Şekil 6.6b). Buradan çıkarılabilecek bir sonuç şudur: Eğer eldeki düşük çözünürlüklü görüntü sayısı ve yeniden-oluşturma filtre boyutları Denklem (6.12)'yi sağlamıyorsa, ancak düşük çözünürlüklü görüntü sayısı alt-örnekleme oranının karesinden fazlaysa (hatasız süper-çözünürlük olmasa bile) kabul edilebilir derecede bir yüksek çözünürlüklü görüntü kestirimi elde edilebilir.

(ii) Yeniden-oluşturma filtre boyutunun hatasız süper-çözünürlüğe etkisi: Diğer faktörler aynı tutularak ($D_s = 3$, $M = 5$, $K = 11$) $N = 15$ ve $N = 11$ için iki ayrı deney yapılmıştır. Deney sonuçları Şekil 6.8'de görülmektedir. $N = 15$ durumu için ortalama karesel hata biraz yüksek çıkmıştır, oluşturulan görüntü ile orijinal görüntü arasındaki fark, ancak dikkat edilirse görülebilecek niteliktedir. $N = 11$ durumunda hem ortalama karesel hata daha yüksek çıkmış, hem de gözle görülür bozulmalar ortaya çıkmıştır.

Şekil 6.9'da sinyal/artık gürültü oranının yeniden-oluşturma filtre boyutuna göre değişimi verilmektedir. Teoriye uygun bir biçimde $N=19$ ve daha büyük iken hatasız süper-çözünürlük elde edilmektedir. $N=17$, 15 ve 13 için hatasız süper-çözünürlük olmamakla birlikte görsel olarak kabul edilebilir sonuçlar elde edilmektedir. $N=11$ ve daha küçük değerler için ise hem SNR çok düşük çıkmakta, hem de oluşturulan



a

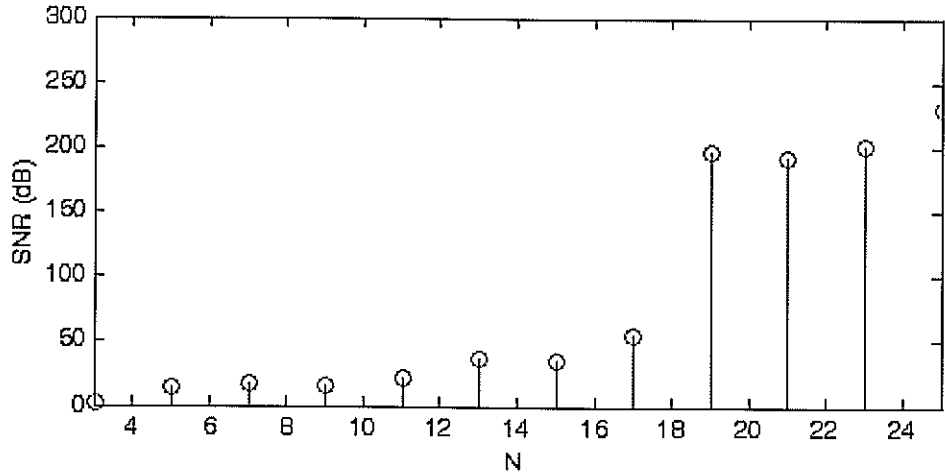


b

Şekil 6.8. Yeniden-oluşturma filtre boyutunun etkisi.

a. $N = 15$ için sonuç (MSE = 11.05).

b. $N = 11$ için sonuç (MSE = 35.34).



Şekil 6.9. Sinyal / artık gürültü oranının yeniden-oluşturma filtre boyutuna göre değişimi.

görüntü kabul edilemez görsel bozukluklar içermektedir. Buradan çıkarılabilecek bir sonuç şudur: Yeniden-oluşturma filtre boyutları Denklem (6.12)'yi sağlamıyorsa bile belli bir değerden yüksekse kabul edilebilir derecede bir yüksek çözünürlüklü görüntü kestirimi elde edilebilir.

(iii) Bulanıklık filtrelerinin Z-dönüşümlerinin aralarında asal olmama durumunun hatasız süper-çözünürlüğe etkisi: Bu denemede diğer faktörler aynı iken bulanıklık fonksiyonlarının bir ya da bir kaçının diğerlerine bağımlı olması durumu için iki adet deney yapılmıştır. Bulanıklık fonksiyonları birbirlerine göre doğrusal bağımsız



a



b

Şekil 6.10. Doğrusal bağımlı bulanıklık filtre sayısının etkisi.

a. Doğrusal bağımlı bulanıklık filtresi sayısı = 1 için sonuç (MSE = 42.84).

b. Doğrusal bağımlı bulanıklık filtresi sayısı = 3 için sonuç (MSE = 77.35).



a



b

Şekil 6.11. Toplanır gürültünün etkisi.

a. SNR = 60 dB için sonuç (MSE = 21.57).

b. SNR = 40 dB için sonuç (MSE = 1474.13).

değilse Z-dönüşümlerinin aralarında asal olma durumu da bozulmaktadır. Birinci deneyde bir adet bulanıklık fonksiyonu, ikincisinde ise üç adet bulanıklık fonksiyonu diğerlerine bağımlı yapılmıştır. Görsel sonuçlar Şekil 6.10'da verilmiştir. Doğrusal bağımsız bulanıklık filtresi sayısı, gerekenden bir tane bile az olursa kestirilen yüksek-çözünürlüklü görüntüde gözle görülür bozulmalar başlamaktadır.

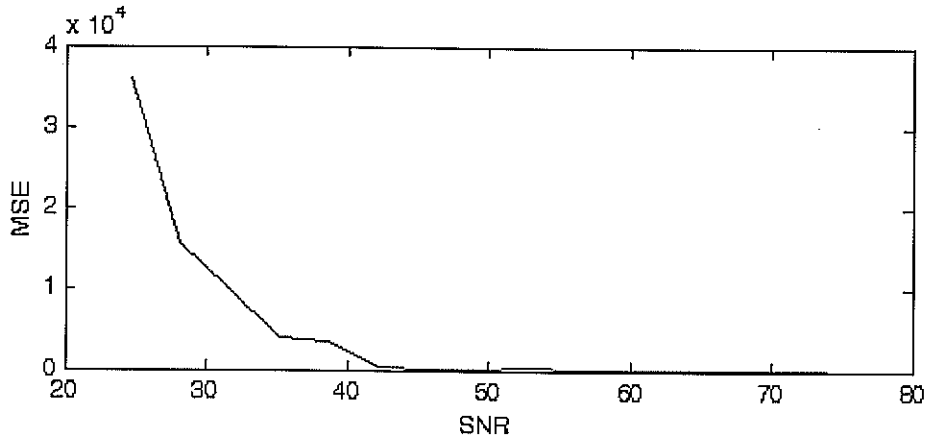
(iv) Toplanır gürültünün var olması durumunun hatasız süper-çözünürlüğe etkisi: Şimdiye kadarki bütün analizlerde ve geliştirilen yöntemlerde toplanır gürültü yok sayılmıştı. Bu denemede diğer faktörler aynı iken toplanır gürültünün var olması durumu için iki adet deney yapılmıştır. Düşük çözünürlüklü görüntülere sinyal/gürültü oranı birinci deneyde 60 dB, ikinci deneyde ise 40 dB olacak

şekilde gürültü eklenmiştir. Görsel sonuçlar Şekil 6.11'de verilmiştir. 60 dB için nispeten iyi bir sonuç çıkarken 40 dB için kabul edilemeyecek derecede kötü bir sonuç çıkmıştır. Şekil 6.12'de ortalama karesel hatanın sinyal/gürültü oranına göre değişim grafiği verilmektedir. 40-50 dB arasındaki bir noktadan sonra ortalama karesel hatada ciddi bir artma başlamaktadır.

(v) Hareketin hatasız süper-çözünürlüğe etkisi: Bu denemede hareketin var olması durumunda süper-çözünürlüklü görüntü oluşturmanın nasıl etkilendiği araştırılmıştır. Birinci deneyde 11 adet düşük çözünürlüklü görüntüden dört tanesinin bulanıklık operatörleri aynı yapılmıştır. Normalde bu durum (iii) no'lu denemelerde gösterildiği gibi hataya sebebiyet verecektir. Ancak bu dört görüntü, değişik piksel miktarlarıncaya kaydırılıp algoritmaya bu şekilde sokulmuşlardır. Şekil 6.13a'da görüldüğü gibi değişik piksel miktarlarıncaya kaydırma işlemi yapıldığı zaman aynı bulanıklık fonksiyonları kullanılıyor olmasına rağmen, (hareket ile) birleştirilmiş bulanıklık fonksiyonlarının doğrusal bağımsız oldukları anlaşılmıştır, bu sayede tam süper-çözünürlük mümkün olmuştur. Ardından aynı deneme dokuz düşük çözünürlüklü görüntünün aynı bulanıklığa sahip, ancak birbirlerine göre kaymış oldukları durum için tekrarlanmış ve aynı sonuç elde edilmiştir (Şekil 6.13b).

6.5. Sonuç

Bu bölümde, sadece kayma hareketi varken (veya hiç hareket yokken) ve kayma-bağımsız bulanıklık durumunda yüksek çözünürlüklü (ideal) görüntünün tam olarak geri kazanımı için kullanılacak sonlu dürtü yanıtı filtrelerin varlık ve teklik durumları araştırılmıştır ve gerekli şartlar çıkarılmıştır. Bu şartlar sağlandığında yüksek çözünürlüklü görüntünün hatasız bir biçimde kestirilebildiği görülmüştür. Şartların tam olarak sağlanamadığı durumlarda kestirimin nasıl etkilendiği araştırılmış, tam olmasa bile kabul edilebilir bir süper – çözünürlük için gerekli



Şekil 6.12. Ortalama karesel hatanın toplam gürültü sinyal/gürültü oranına göre değişimi.



a



b

Şekil 6.13. Hareketin etkisi.

a. Hareketli 4 çerçeve için sonuç (MSE = 0).

b. Hareketli 9 çerçeve için sonuç (MSE = 0).

koşullar çıkarılmıştır. Bunlar şu şekildedir: 1. Eldeki düşük çözünürlüklü görüntü sayısı, mutlaka alt-örnekleme oranının karesinden büyük olmalıdır. 2. Yeniden-oluşturma filtre boyutu, (6.12)'yi sağlamıyor bile olsa mutlaka o değere yakın olmalıdır. 3. Bulanıklık fonksiyonları mutlaka birbirine göre doğrusal bağımsız olmalıdır, bir tanesinin bile diğerlerine bağımlı olması, ciddi sıkıntılar oluşturmaktadır. 4. Düşük çözünürlüklü görüntüler üzerindeki toplanır gürültünün miktarı, SNR 50 dB'den düşük çıkmayacak şekilde olmalıdır.

BÖLÜM 7. YAKINSALIK ANALİZİ

Yakınsalık analizi statik ve dinamik olmak üzere iki adımda yapılacaktır. Statik yakınsalık analizi, sabit büyüklük maliyet fonksiyonunun minimum noktalarını belirler ve uygun koşullar altında maliyet fonksiyonunun istatistiksel optimum Wiener çözümüne yakın bir minimum olduğunu gösterir. Wiener çözümü, gürültü ve girişin olasılık yoğunluk fonksiyonlarının bilinmesini gerektirirken sabit büyüklük maliyetinin minimumu bu bilgi olmadan tespit edilebilir. Dinamik yakınsalık analizi, uyarlanırlı algoritmanın stokastik dinamiklerini araştırır. Optimum Wiener çözümüne yakınken, uyarlanırlı filtre katsayılarının ortalama yakınsaklığını tanımlayan sonuçlar çıkarılır. Bu analiz, geri çatım filtrelerinin sonlu sayıda katsayıdan oluşmasından kaynaklanan artık gürültü miktarını belirlemede kullanılabilir.

Sabit büyüklük maliyet fonksiyonuna dayalı gözü kapalı görüntü restorasyonu ve görüntü süper-çözünürlüğü oldukça yakından ilişkili problemlerdir. Görüntü restorasyon durumunda optimum Wiener çözümü [39]'de, statik ve dinamik yakınsalık analizi ise [27]'de ele alınmıştır. Görüntü süper-çözünürlüğü durumunda sonuçlar benzer şekilde elde edilebilir. Bu nedenle, sonuçlar ispatlanmadan verilmiştir. Meraklı okuyucu, ispatların nasıl yapıldığını [39] ve [27]'den araştırabilir. Ayrıca karmaşık değerli bir filtreleme dört adet gerçek değerli filtreleme kullanılarak gerçekleştirildiğinden sonuçlar gerçek değerli algoritma için verilecektir.

Bölümün geri kalanında uyarlanırlı filtre katsayılarının sabit büyüklük maliyet fonksiyonunun global minimumuna yakın olduğu varsayılmıştır. İlk önce, görüntü restorasyonu ve görüntü süper-çözünürlüğü problemleri arasındaki ilişki kısaca belirtilecektir. Daha sonra görüntü süper-çözünürlüğü durumunda istatistiksel optimum Wiener çözümü ispatlanmadan verilecektir. Verilen varsayım altında, statik yakınsalık analizinde uyarlanırlı filtre katsayıları için analitik bir çözüm elde edilecektir. Katsayıların yakınsaması ve tutarlılığı dinamik analizde incelenecektir.

7.1. Görüntü Restorasyonu ve Görüntü Süper-çözünürlüğü Arasındaki İlişki

Görüntü restorasyonu durumunda gözlem modelinde bir giriş ve bir çıkış olup [39]'de gösterildiği gibi gözlem modeli

$$y(n_1, n_2) = x(n_1, n_2)B + v(n_1, n_2) \quad (7.1)$$

denklemlerle verilir. Sabit-büyüklük maliyet fonksiyonunu minimum yapmak amacıyla uyarlanırlı filtre katsayıları

$$g_{j+1} = g_j - \mu \cdot [\hat{x}_j^2(n_1, n_2) - \gamma] \hat{x}_j(n_1, n_2) y(n_1, n_2) \quad (7.2)$$

eşitliği kullanılarak güncellenir. Denklem (7.1) ve (7.2)'de, g_{j+1} j. yinelemede leksikografik olarak düzenlenmiş uyarlanırlı filtre katsayı vektörünü, $y(n_1, n_2)$ (n_1, n_2) piksel konumundaki leksikografik olarak düzenlenmiş uyarlanırlı filtre giriş vektörünü, B elemanları bulanıklık filtresinde oluşturulan bir matrisi, $x(n_1, n_2)$ ve $v(n_1, n_2)$ ise (n_1, n_2) pikseli için leksikografik olarak düzenlenmiş sırasıyla orijinal görüntü ve gürültü vektörleridir. Görüntü süper-çözünürlüğü durumunda ise gözlem modeli bir giriş ve K adet çıkıştan olup Bölüm 3'te gösterildiği gibi

$$y(n_1, n_2) = x(n_1, n_2)BS + v(n_1, n_2)$$

denklemleriyle verilir. Uyarlanırlı filtre katsayılarını güncellemek için Denklem (7.2) kullanılır. O halde görüntü restorasyonu için verilen statik ve dinamik yakınsaklık analizi sonuçlarında B yerine BS yazmak yeterli olacaktır.

7.2. Görüntü Süper-çözünürlüğünde Optimum Wiener Çözümü

Optimum Wiener çözümü verilen bir (α, β) gecikmesi için orijinal yüksek çözünürlüklü görüntü ile kestirimi arasındaki

$$e(n_1, n_2) = \hat{x}(n_1, n_2) - x(n_1 - \alpha, n_2 - \beta) \quad (7.3)$$

eşitliğiyle verilen hatanın karesel ortalamasını en küçükleyen iki boyutlu FIR geri çatım filtresidir. Diğer bir deyişle optimum Wiener çözümü g_o ile belirtilirse

$$g_o = \min_g E[e^2(n_1, n_2)] \quad (7.4)$$

Denklem (7.3)'de $\hat{x}(n_1, n_2) = y(n_1, n_2)BSg + v(n_1, n_2) \cdot g$ ve $x(n_1 - \alpha, n_2 - \beta) = x(n_1, n_2)e_{\alpha, \beta}$ yazılırsa hata

$$e(n_1, n_2) = x(n_1, n_2)(BSg - e_{\alpha, \beta}) + v(n_1, n_2) \cdot g \quad (7.5)$$

şeklinde yeniden düzenlenebilir. Orijinal görüntü ve gürültünün istatistiksel ilişkisiz olduğu göz önünde bulundurulursa

$$\begin{aligned} E[e^2(n_1, n_2)] &= E[e^T(n_1, n_2)e(n_1, n_2)] \\ &= (BSg - e_{\alpha, \beta})^T E[x^T(n_1, n_2)x(n_1, n_2)](BSg - e_{\alpha, \beta}) + g^T E[v^T(n_1, n_2)v(n_1, n_2)]g \end{aligned} \quad (7.6)$$

elde edilir. $E[x^T(n_1, n_2)x(n_1, n_2)] = \sigma_x^2 I$ ve $E[v^T(n_1, n_2)v(n_1, n_2)] = \sigma_v^2 I$ olduğundan Denklem (7.6)

$$\begin{aligned}
E[e^2(n_1, n_2)] &= (BS\mathbf{g} - \mathbf{e}_{\alpha, \beta})^T \sigma_x^2 I (BS\mathbf{g} - \mathbf{e}_{\alpha, \beta}) + \mathbf{g}^T \sigma_v^2 I \mathbf{g} \\
&= \sigma_x^2 \|BS\mathbf{g} - \mathbf{e}_{\alpha, \beta}\|_2^2 + \sigma_v^2 \|\mathbf{g}\|_2^2
\end{aligned} \tag{7.7}$$

olarak düzenlenebilir. Son olarak ters işaret-gürültü-oranı $\lambda = \sigma_v^2 / \sigma_x^2$ olarak tanımlanırsa

$$E[e^2(n_1, n_2)] = \|BS\mathbf{g} - \mathbf{e}_{\alpha, \beta}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{g}\|_2^2 \tag{7.8}$$

elde edilir. Denklem (7.8)'deki $\|\mathbf{x}\|_2^2$ notasyonu \mathbf{x} vektörünün boyunu yani $\mathbf{x}^T \mathbf{x}$ 'i belirtmektedir. Optimum Wiener çözümü \mathbf{g}_o 'yu bulmak için Denklem (7.8)'in \mathbf{g} 'ye göre türevi alınıp sıfıra eşitlenir ve denklem \mathbf{g} için çözülür. Bir takım cebirsel işlemlerden sonra optimum Wiener çözümünün

$$\mathbf{g}_o = (S^T B^T B S + \lambda I)^{-1} S^T \beta \mathbf{e}_{\alpha, \beta} \tag{7.9}$$

eşitliğiyle verilebileceği gösterilebilir.

7.3. Öngörü Hatası Fonksiyonu ve Özellikleri

Denklem (7.2)'de, öngörü hatası fonksiyonu $\phi(\hat{x}_j(n_1, n_2)) = [\hat{x}_j^2(n_1, n_2) - \gamma] \hat{x}_j(n_1, n_2)$ olarak tanımlanırsa, uyarlanırsın algoritma öngörü hatası fonksiyonu cinsinden

$$\mathbf{g}_{j+1} = \mathbf{g}_j - \mu \phi(\hat{x}_j(n_1, n_2)) \mathbf{y}(n_1, n_2) \tag{7.10}$$

şeklinde yazılabilir. Statik ve dinamik yakınsaklık analizlerinden önce öngörü hatası fonksiyonunun özelliklerini belirtmekte fayda vardır. Bu özellikler analizlerde kullanılacaktır. Daha öncede belirtildiği gibi, önermelerin ispatı [27]'dekine benzer bir şekilde yapılabileceğinden verilmemiştir. Aşağıda verilen birinci önerme, algoritma yerel minimumlarından birine yakınsadığında Denklem (7.2)'de verilen yinelemelerdeki düzeltme teriminin (eşitliğin sağ tarafındaki ikinci terim) beklenen değerinin sıfır vektörüne eşit ve maliyet fonksiyonunun ikinci derece türev matrisinin kesin pozitif olduğunu gösterir.

Önerme 1:

$\bar{g}_j(n_1, n_2)$, sabit büyüklük maliyeti J_{CM} 'nin yerel minimumlarından birini veren uyarlamalı filtre katsayıları olsun. \bar{X} ve \bar{V} matrisleri

$$\bar{X} \triangleq E \left[\mathbf{x}^T(n_1, n_2) \phi'(\bar{x}_j(n_1, n_2)) \mathbf{x}(n_1, n_2) \right] \tag{7.11}$$

$$\bar{V} \triangleq E \left[\mathbf{v}^T(n_1, n_2) \phi'(\bar{x}_j(n_1, n_2)) \mathbf{v}(n_1, n_2) \right] \tag{7.12}$$

olmak üzere, bu katsayılarla elde edilen filtre çıkışı $\tilde{x}_j(n_1, n_2)$ aşağıdaki özellikleri sağlar:

- (a) $E[\phi(\tilde{x}_j(n_1, n_2))y(n_1, n_2)] = \mathbf{0}$
(b) $S^T B^T \bar{X} B S + \bar{V}$ matrisi kesin pozitifdir ■

İkinci önerme, J_{CM} 'nin global minimumuna yakın uyarlanırlı filtre katsayıları için analitik bir ifade çıkartmak amacıyla statik yakınsaklık analizinde kullanılacaktır.

Önerme 2:

Uyarlanırlı filtreler yeterince fazla sayıda katsayıya sahip, gerçek yüksek çözünürlüklü görüntü düzgün olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip ve toplamsal gürültü küçükse, öngörü hatası fonksiyonu tüm n_1, n_2 ve m_1, m_2 değerleri için

- (a) $E[\phi(x(n_1, n_2))x(m_1, m_2)] = 0$
(b) $E[\phi'(x(n_1, n_2))x^2(m_1, m_2)] = 0$

eşitliklerini sağlar ■

7.4 Statik Yakınsaklık Analizi

Bu kısımda, J_{CM} 'nin global minimumuna yakın uyarlanırlı filtre katsayıları için analitik bir ifade çıkartılacaktır.

Teorem 1:

$$R = S^T B^T X B S + V$$

$$X \triangleq E[x^T(n_1, n_2)\phi'(x(n_1, n_2))x(n_1, n_2)] \quad (7.13)$$

$$V \triangleq E[v^T(n_1, n_2)\phi'(x(n_1, n_2))v(n_1, n_2)] \quad (7.14)$$

olmak üzere, BS tam sütun derecesine sahipse ve yüksek çözünürlüklü görüntü $x(n_1, n_2)$ düzgün olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahipse, J_{CM} 'nin global minimumuna yakın uyarlanırlı filtre katsayıları

$$\tilde{g} = E[\phi'(x(n_1, n_2))x^2(n_1, n_2)]R^{-1}S^T B^T e_{\alpha, \beta} \quad (7.15)$$

olarak ifade edilebilir. ■

g_o optimum Wiener filtresi olmak üzere, Teorem 1 kullanılarak $\tilde{g} = g_o$ olması için gerek ve yeter bir koşul belirlenebilir. Hatırlanacağı gibi $E[(\hat{x}(n_1, n_2) - x(n_1 - \alpha, n_2 - \beta))^2]$ ortalama karesel hatayı en küçük yapan optimum Wiener filtresi

$$g_o = (S^T B^T B S + \lambda I)^{-1} S^T B^T e_{\alpha, \beta} \quad (7.16)$$

eşitliğiyle verilmektedir. Denklem (15) ve (16) karşılaştırılırsa, $\tilde{g} = g_0$ olması için gerek ve yeter bir koşul

$$S^T B^T B S + \lambda I = \frac{1}{E[\phi'(x(n_1, n_2))x^2(n_1, n_2)]} (S^T B^T X B S + V) \quad (7.17)$$

şeklinde elde edilir. Gürültüden dolayı yöntemin oluşturduğu gürültü,

$$D_1 \triangleq E \left[(\tilde{x}(n_1, n_2) - x(n_1 - \alpha, n_2 - \beta))^2 \right]$$

olarak tanımlansın. $\tilde{x}(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) B S \tilde{g} + v(n_1, n_2) \tilde{g}$ ve $x(n_1 - \alpha, n_2 - \beta) = x(n_1, n_2) e_{\alpha, \beta}$ yazılıp gerekli hesaplamalar yapıldıktan sonra D_1

$$D_1 = \| B S \tilde{g} - e_{\alpha, \beta} \|^2 \sigma_x^2 + \|\tilde{g}\|_2^2 \sigma_v^2$$

olarak yazılabilir. Uyarlanırlı filtrelerin boyutları arttıkça, J_{CM} 'nin global minimumu optimum Wiener çözümüne yakın olacağından D_1 küçülecektir. O halde, D_1 uyarlanırlı filtrelerin boyutları ile ters orantılıdır.

7.5 Dinamik Yakınsaklık Analizi

Denklem (7.2)'de verilen algoritma J_{CM} 'nin anlık kestirimini kullandığından gradyan gürültüsünden etkilenecektir. J_{CM} 'nin global minimumuna yakınsama yerine, uyarlanırlı filtre katsayıları minimum etrafında rastgele bir hareket gösterir. O halde \tilde{g} , J_{CM} 'nin global minimumu olmak üzere j . yinelemede

$$\varepsilon_j \triangleq g_j - \tilde{g} \quad (7.18)$$

olarak tanımlanan artık hata vektörü ile hesaplamaları yapmak mantıklıdır. Dinamik yakınsaklık analizinin amacı, uyarlanırlı filtrelerin ortalama yakınsama davranışını ve artık hata vektörünün korelasyon matrisini belirlemektir. Aşağıdaki teorem, bağımsızlık varsayımı kullanılarak kolayca ispatlanabilir.

Teorem 2:

$\bar{R} = S^T B^T \bar{X} B S + \bar{V}$ matrisinin en büyük özdeğeri λ_{max} olsun. Uyarlanırlı filtrenin ortalama yakınsama davranışı \tilde{g} 'ye yakinken

$$E[\varepsilon_j] = [I - \mu(S^T B^T \bar{X} B S + \bar{V})]^j E[\varepsilon_0] \quad (7.19)$$

eşitliğini sağlar. Adım aralığı, $0 < \mu < (2/\lambda_{max})$ koşulunu sağlarsa uyarlanırlı filtre global çözüme yakınsar. Yani $E[g_j] \rightarrow \tilde{g}$ ■

Aşağıda verilen Teorem ε_j 'nin korelasyon matrisini hesaplamada kullanılır.

Teorem 3:

Uyarlanırlı filtre vektörü $g_j \rightarrow \tilde{g}$ tutarlı değildir. $\tilde{R}_g = S^T B^T \tilde{G} B S + \tilde{T}$ ve

$$\tilde{G} \triangleq E[x^T(n_1, n_2) \phi^2(x(n_1, n_2)) x(n_1, n_2)] \quad (7.20)$$

$$\tilde{T} \triangleq E[v^T(n_1, n_2) \phi^2(x(n_1, n_2)) v(n_1, n_2)] \quad (7.21)$$

$$\tilde{R} \triangleq S^T B^T \tilde{X} B S + \tilde{V} \quad (7.22)$$

olmak üzere, $0 < \mu < (1/\lambda_{max})$ koşulu sağlanıyorsa, J_{CM} 'nin global minimumuna yakın denge noktasında ε_j 'nin korelasyon matrisi R_ε

$$\tilde{R} R_\varepsilon + R_\varepsilon \tilde{R} = \mu \tilde{R}_g$$

ile verilen Lyapunov denkleminde verilir. λ_{max} , R 'nin en büyük özdeğeridir. ■

Uyarlanırlı filtre katsayıları, yakınsama gerçekleşikten sonra global minimum etrafında rastgele bir hareket gösterir. O halde, gradyan gürültüsünden kaynaklanan hata $tr(\cdot)$ notasyonu matrisin köşegen elemanlarının toplamını belirtmek üzere

$$\begin{aligned} D_2 &\triangleq E[\|BS\varepsilon\|^2] \\ &= E[tr(\varepsilon^T S^T B^T B S \varepsilon)] \\ &= tr(E[\varepsilon \varepsilon^T S^T B^T B S]) \\ &= tr(R_\varepsilon S^T B^T B S) \end{aligned}$$

olarak tanımlansın. Yakınsama durumunda $\tilde{x}(n_1, n_2) \approx x(n_1, n_2)$ (sıfır gecikme varsayıldığında) olacağından,

$$\begin{aligned} R_g &= S^T B^T G B S + T \\ G &\triangleq E[x^T(n_1, n_2) \phi^2(x(n_1, n_2)) x(n_1, n_2)] \\ T &\triangleq E[v^T(n_1, n_2) \phi^2(x(n_1, n_2)) v(n_1, n_2)] \end{aligned}$$

olmak üzere $\tilde{X} = X$ ve $\tilde{R}_g = R_g$ yazılabilir. Bu durumda

$$R R_\varepsilon + R_\varepsilon R = \mu R_g \quad (7.23)$$

Lyapunov denklemi elde edilir. $E[\phi'(x(n_1, n_2))x^2(n_1, n_2)] = \sigma_x^2 E[\phi'(x(n_1, n_2))]$ eşitliğinin sağlanması durumunda $R = \sigma_x^2 E[\phi'(x(n_1, n_2))]S^T B^T B S$ olacaktır. O halde,

$$\begin{aligned} D_2 &= \text{tr} \left(\frac{1}{2\sigma_x^2 E[\phi'(x(n_1, n_2))]} \mu R_g \right) \\ &= \frac{1}{2\sigma_x^2 E[\phi'(x(n_1, n_2))]} \mu \text{tr}(R_g) \end{aligned} \quad (7.24)$$

$E[\phi'(x(n_1, n_2))x^2(n_1, n_2)] = \sigma_x^2 E[\phi'(x(n_1, n_2))]$ eşitliğinin geçerli olmaması durumunda D_2 'yi yaklaşık olarak hesaplamak için Denklem (7.24) kullanılabilir. R_g boyutları uyarlanır filtrenin boyutları tarafından belirlenen köşegen bir matristir ve köşe elemanları pozitifdir. Dolayısıyla, uyarlanır filtrenin boyutları arttıkça D_2 de artacaktır.

Toplam bozunum $D = D_1 + D_2$ 'dir. D_1 'in uyarlanır filtrelerin boyutlarıyla ters orantılı, D_2 'nin ise doğru orantılı olduğu göz önünde bulundurulursa adım aralığı μ sabit tutulduğunda toplam hatayı en küçükleyen uyarlanır filtrenin optimum bir boyutunun olması gerektiği sonucuna varırız. Simülasyonlar kısmında bu gözlem, deney sonuçlarıyla desteklenecektir.

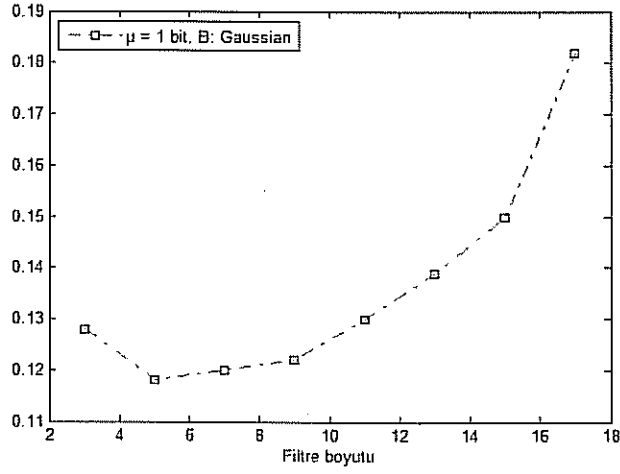
7.5 Simülasyon ve Sonuçlar

Önceki kısımlarda anlatılan teorik sonuçlar bu bölümde simülasyonlarla desteklenmiştir. Test görüntüsü olarak 128×128 boyutlarında 8-bitlik Lena görüntüsü kullanılmıştır. Tüm durumlar için yatay ve dikey yönlerde alt örnekleme oranı 2, düşük çözünürlüklü görüntülerin sayısı 4 ve BSNR 40 dB olacak şekilde belirlenmiştir. Kolaylık olması bakımından uyarlanır filtrelerin boyutu karesel varsayılmıştır.

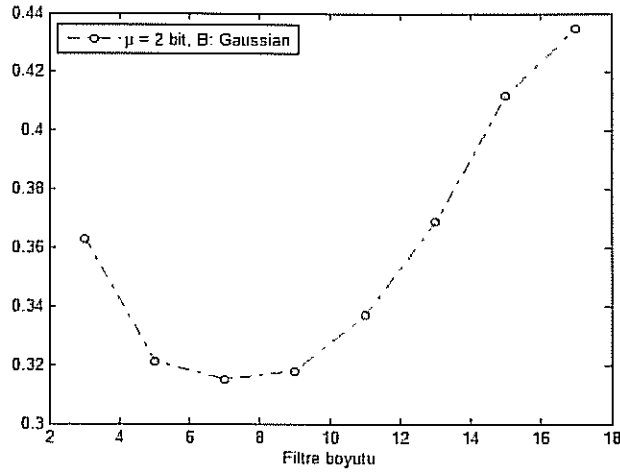
Teorinin geçerliliği ilk önce önce varyansı bir olan 5×5 boyutlarında Gauss bulanıklığı durumunda gösterilmiştir. Toplam bozunum D

$$D = \frac{1}{MN} \sum_{n_1=0}^{M-1} \sum_{n_2=0}^{N-1} (x(n_1, n_2) - \hat{x}(n_1, n_2))^2$$

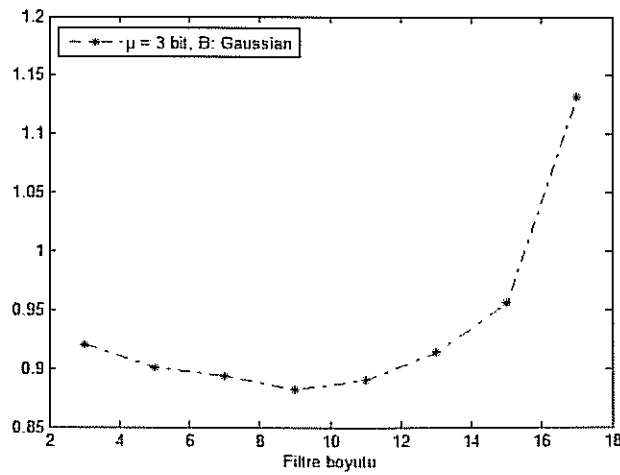
denklemlerle verilir. D ile uyarlamalı filtre boyutu arasındaki ilişkiler çeşitli bit sayıları için Şekil 7.1'de verilmiştir. Verilen bir adım aralığı için her durumda optimum bir uyarlamalı filtre boyutu olduğuna dikkat ediniz 1 bit durumunda optimum filtre boyutu 5 iken, 2 bit durumunda 7, 3 bit durumunda da 9 olarak bulunmuştur. Benzer sonuçlar, 5×5 boyutlarında düzgün bulanıklık durumunda da elde edilmiştir. Simülasyon sonuçları 7.2'de gösterilmiştir.



a

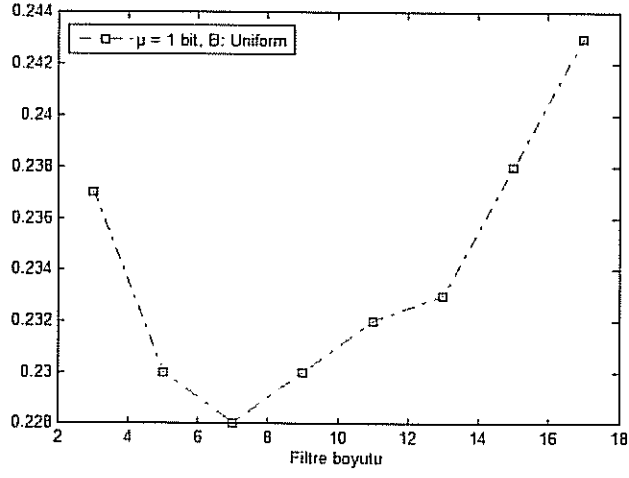


b

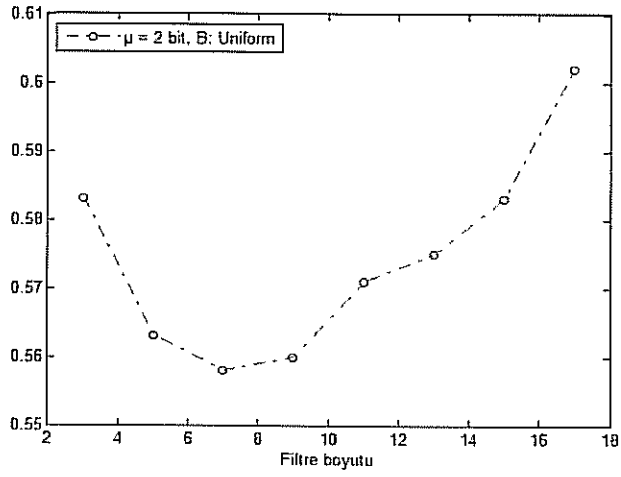


c

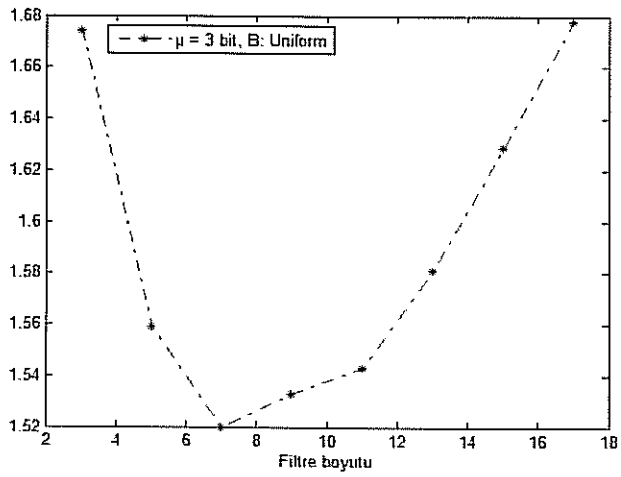
Şekil 7.1. Gauss bulanıklığı için D'nin filtre boyutuna bağımlılığı, adım aralığı sırasıyla 0.001 (1 bit), $2 \cdot 10^{-5}$ (2 bit), $5 \cdot 10^{-8}$ (3 bit)



a



b



c

Şekil 7.2. Düzgün bulanıklık için D'nin filtre boyutuna bağımlılığı, adım aralığı sırasıyla 0.001 (1 bit), $2 \cdot 10^{-5}$ (2 bit), $5 \cdot 10^{-8}$ (3 bit)

Bu bölümde, Bölüm 3'de sunulan yöntemin statik ve dinamik yakınsaklık davranışı incelenmiştir. Analiz sonucunda, sabit büyüklük maliyet fonksiyonunun global minimumunun uygun koşullar altında istatistiksel optimum Wiener çözümüne eşit olduğu görülmüştür. Ayrıca, adım aralığı sabit tutulduğunda geri çatım filtreleri için optimum bir boyutun olduğu tespit edilmiştir. Bu, uyarlamalı algoritmalarda FIR filtrenin boyutunu arttırmanın algoritmanın performansını arttıracığı yaygın kanısı ile çelişen bir gözlemdir. Teorik sonuçlar, simülasyonlarla desteklenmiştir.

Geri çatım filtreleri için FIR yerine IIR filtreler de kullanılabilir. Hatta, IIR geri çatım filtreleri kullanılması durumunda optimum filtre boyutunun deneysel olarak belirlenmesine gerek yoktur (optimum boyut, bilinmesi durumunda FIR filtrenin boyutuna eşittir). Ayrıca, yakınsama gerçekleştiğinde IIR uyarlamalı filtre katsayıları, bulanıklık filtre katsayılarının bir kestirimini verir. Ancak, IIR uyarlamalı algoritmanın çıkartılması ve gerçekleştirilmesi oldukça zordur. Ayrıca, algoritmanın yakınsaması her zaman garanti edilemez. Bu nedenlerden dolayı, uyarlamalı algoritmalarda FIR filtreler IIR filtrelere genelde tercih edilmektedir.

BÖLÜM 8. SONUÇLAR

Bu çalışmada, karmaşık haritalamaya dayalı yeni bir gözü-kapalı süper-çözünürlük yöntemi sunulmuştur. Yöntem, haberleşme sistemlerinde kanal denkleştirme amacıyla kullanılan sabit büyüklük algoritmasının (CMA) iki boyuta (2-D) genelleştirilmesiyle elde edilmiştir. [28]'deki çalışmada da CMA algoritması iki boyuta genellenmiştir. Ancak, elde edilmek istenen yüksek çözünürlüklü (YÇ) görüntünün parlaklık seviyelerinin karmaşık değerli sayılarla temsil edildiği varsayılmamıştır. Bu nedenle, görüntüdeki parlaklık seviyelerini temsil eden bit sayısı arttıkça sabit genlik varsayımı geçerli olmadığından [28]'de sunulan algoritmanın performansı kötüleşmektedir. YÇ görüntünün parlaklık seviyeleri sabit genliğe sahip karmaşık sayılarla temsil edildiğinde bit sayısı artsa dahi sabit genlik varsayımı geçerli olduğundan Bölüm 3'de geliştirilen karmaşık haritalamaya dayalı yöntemin performansı kötüleşmemektedir.

YÇ görüntünün parlaklık seviyelerini karmaşık sayılarla temsil etmeye imkan veren haritalamanın nasıl seçileceği önemli bir problemdir. Bu soruya yanıt bulmak amacıyla, çeşitli haritalama seçenekleri Bölüm 4'de araştırılmıştır. Seçenekler arasında işaret/gürültü oranında iyileşme (ISNR) değerini en büyükleyen haritalama Bölüm 3'deki yöntemde kullanılmıştır.

Ayrıca, literatürde mevcut gözü-kapalı çoğu süpeçözünürlük algoritmasında bulanıklık operatörlerinin düşük çözünürlüklü (DÇ) tüm görüntüler için aynı olduğu, bir parametre ile temsil edilebildiği ve DÇ görüntüler arasındaki hareketin sadece genel kayma şeklinde olduğu gibi gerçeği yansıtmayan varsayımlar yapılmaktadır. Çalışmada, bulanıklık operatörlerinin birbirinden farklı ve herhangi bir yapıda olabileceği varsayılmıştır. İlave olarak, DÇ görüntüler arasındaki hareketin dönme, öteleme, öçekleme, yatay ve dikey yönde germe gibi ilgin bir modelle temsil edilebildiği durumlarda da çalışan bir algoritma Bölüm 5'de geliştirilmiştir. Bu amaçla, yaygın olarak kullanılan gözlem modelinde bir değişiklik yapıldığında restorasyon ve aradeğerleme adımlarının birbirinden bağımsız olarak yapılabileceği gösterilmiştir. Gözlem modelinde sunulan değişikliğin geçerli olabilmesi için gereken koşullar da yine Bölüm 5'deki analiz aracılığıyla tespit edilmiştir.

Bölüm 3'de sunulan algoritma uyarlamalı bir algoritmadır. Son olarak, uyarlamalı algoritmalar için standart olarak yapılan geri çatım filtresinin varlığı ve tekliği için gerekli koşullar (varlık/teklik analizi), uyarlamalı algortmada kullanılan maliyet fonksiyonunun minimum noktalarının tespiti (statik yakınsaklık analizi) ve optimum Wiener çözümüne yakinken, uyarlanırlı filtre katsayılarının ortalama yakınsaklığını tanımlayan sonuçları (dinamik yakınsaklık analizi) belirlemek amacıyla Bölüm 6'da varlık/teklik analizi, Bölüm 7'de ise statik ve dinamik yakınsaklık analizleri yapılmıştır. Varlık/teklik analizinde, bazı koşullar altında DÇ görüntülerden YÇ görüntüyü hatasız olarak geri elde etmeye imkan veren bir filtre setinin var ve tek olabileceği bulunmuştur. Görüntü restorasyonu durumunda, hatasız geri çatıma imkan veren FIR geri çatım filtresinin bulunamayacağı iyi bilinmektedir. Restorasyon durumunda sadece bir gözlem, süper-çözünürlük durumunda ise birden fazla gözlem

vardır. Birden fazla gözlemin sağladığı ilave bilgi, hatasız geri çatım filtresinin elde edilmesine imkan vermektedir. Statik yakınsaklık analizi sonucunda, sabit büyüklük maliyet fonksiyonunun global minimumunun uygun koşullar altında istatistiksel optimum Wiener çözümüne eşit olduğu görülmüştür. Ayrıca, statik ve dinamik yakınsaklık analizlerinden sonra, adım aralığı sabit tutulduğunda geri çatım filtreleri için optimum bir boyutun olduğu tespit edilmiştir. Bu, uyarlamalı algoritmalarda FIR filtrenin boyutunu arttırmanın algoritmanın performansını arttıracığı yaygın kanısı ile çelişen bir gözlemdir.

Varlık/teklik ile statik ve dinamik yakınsaklık analizlerinin DÇ görüntüler arasındaki hareketin genel kayma şeklinde olduğu varsayılarak yapıldığını belirtmekte fayda vardır. İlerki araştırmalarda, bu analizlerin genel hareket modellerine genelleştirilmesi üzerinde durulacaktır.

KAYNAKLAR

1. CHOI, E., CHOI, J., KANG, M.G., Super-resolution approach to overcome physical limitations of imaging sensors: An overview, *Imag. Syst. Technol.*, 14, pp. 36-46, 2004.
2. PARK, S.C., PARK, M.K., KANG, M.G., Super-resolution image reconstruction: a technical overview, *IEEE Signal Process. Mag.*, 20, 5, pp. 21-36, 2003.
3. KOMATSU, T., AIZAWA, K., IGARASHI, T., SAITO, T., Signal-processing based method for acquiring very high resolution image with multiple cameras and its theoretical analysis, *Proc. Inst. Elec. Eng.*, 140, 1, pp. 19-25, 1993.
4. CLARK, J.J., PALMER, M.R., LAURENCE, P.D., A transformation method for the reconstruction of functions from nonuniformly spaced samples, *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, ASSP-33, pp. 1151-1165, 1985.
5. UR, H., GROSS, D., Improved resolution from sub-pixel shifted pictures, *CVGIP: Graphical Models and Image Processing*, 54, pp. 181-186, 1992.
6. NGUYEN, N., MILANFAR, P., An efficient wavelet-based algorithm for image superresolution, *Proc. Int. Conf. Image Processing*, 2, pp. 351-354, 2000.
7. TSAI, R.Y., HUANG, T.S., Multipleframe image restoration and registration, *Advances in Computer Vision and Image Processing*, JAI Press, Inc., pp. 317-339, Greenwich, CT, 1984.
8. HONG, M.C., KANG, M.G., KATSAGGELOS, A.K., A regularized multi-channel restoration approach for globally optimal high resolution video sequence, *SPIE VCIP*, San Jose, CA, pp. 1306-1317, 1997.
9. KANG, M.G., Generalized multichannel image deconvolution approach and its applications, *Opt. Eng.*, vol. 37, no. 11, pp. 2953-2964, 1998.
10. TOM, B.C., KATSAGGELOS, A.K., Reconstruction of a high-resolution image by simultaneous registration, restoration, and interpolation of low-resolution images, *Proc. IEEE Int. Conf. Image Processing*, Washington, DC, pp. 539-542, 1995.
11. SCHULZ, R.R., STEVENSON, R.L., Extraction of high-resolution frames from video sequences, *IEEE Trans. Image Processing*, 5, 6, pp. 996-1011, June 1996.
12. RANI, P., PELEG, S., Improving resolution by image registration, *CVGIP: Graphical Models and Image Processing*, 53, pp. 231-239, 1991.
13. STARK, H., OSKOUJ, P., High resolution image recovery from image-plane arrays, using convex projections, *J. Opt. Soc. Am. A.*, 6, pp. 1715-1726, 1989.
14. BAKER, S., KANADE, T., Limits on super-resolution and how to break them, *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 24, 9, pp. 1167-1183, 2002.
15. NGUYEN, N., MILANFAR, P., GOLUB, G., Efficient generalized cross-validation with applications to parametric image restoration and resolution enhancement, *IEEE Trans. Image Process.*, 10, 9, pp. 1299-1308, 2001.

16. EL-KHAMY, S.E., HADHOUD, M.M., DESSOUKY, M.I., SALAM, B.M., ABD EL-SAMIE, F.E., Blind multichannel reconstruction of high-resolution images using wavelet fusion, *Appl. Opt.*, 44, pp. 7349-7356, 2005.
17. D. CAPEL, A. ZISSERMAN, Super-resolution from multiple views using learnt image models, in: *Proc. IEEE Conf. Computer Vis. and Pattern Recognit.*, 2001, pp. 627-634.
18. N. WOODS, N. GALATSANOS, A.K. KATSAGGELOS, EM-based simultaneous registration, restoration, and interpolation of super-resolved images., in: *Proc. IEEE Int. Conf. Image Process.*, 2003, pp. 303-306.
19. S.E. EL-KHAMY, M.M. HADHOUD, M.I. DESSOUKY, B.M. SALAM, F.E. ABD EL-SAMIE, Blind multichannel reconstruction of high-resolution images using wavelet fusion, *Appl. Opt.* 44 (2005) 7349-7356.
20. WIRAWAN, P. DUHAMEL, H. MAITRE, Multi-channel high resolution blind image estimation, in: *Proc. IEEE ICASSP*, 1999, pp. 3229-3232.
21. A. YAGLE, Blind superresolution from undersampled blurred measurements, in: *Proc. Adv. Signal Process. Algorithms, Archit., Implement. XIII*, 2003, pp. 299-309.
22. F. SROUBEK, G. CRISTOBAL, J. FLUSSER, A unified approach to superresolution and multichannel blind deconvolution, *IEEE Trans. Image Process.* 16 (9) (2007) 2322-2332.
23. D. KUNDUR, D. HATZINAKOS, Blind image deconvolution, *IEEE Signal Process. Mag.* 13 (3) (1996) 43-64.
24. M. JIANG, G. WANG, Development of blind image deconvolution and its applications, *J. X-Ray Sci. Technol.* 11 (2003) 13-19.
25. D. GODARD, Self-recovering equalization and carrier tracking in two dimensional data communication systems, *IEEE Trans. Commun.* 28 (11) (1980) 1867-1875.
26. J.R. TREICHLER, B.G. AGEE, A new approach to multipath correction of constant modulus signals, *IEEE Trans. Commun.* 31 (2) (1983) 459-473.
27. C. VURAL, W.A. SETHARES, Blind image deconvolution via dispersion minimization, *Digit. Signal Process.* 16 (2006) 137-148.
28. F. KARA, C. VURAL, Blind image resolution enhancement based on a 2D constant modulus algorithm, *Inverse Probl.* 24 (1) (2008) doi:10.1088/0266-5611/24/1/015010.
29. M. ELAD, A. FEUER, Restoration of a single superresolution image from several blurred, noisy, and undersampled measured images, *IEEE Trans. Image Process.* 6 (12) (1997) 1646-1658.
30. M. Elad, Y. Hel-Or, A fast super-resolution reconstruction algorithm for pure translational motion and common space-invariant blur, *IEEE Trans. Image Process.* 10 (8) (2001) 1187-1193.
31. J.C. GILLETTE, T.M. STADTMILLER, R.C. HARDIE, Aliasing reduction in staring infrared images utilizing subpixel techniques, *Opt. Eng.* 34 (11) (1995) 3130-3137.
32. C. VURAL, W.A. SETHARES, Recursive blind image deconvolution via dispersion minimization, *Int. J. Adapt. Control and Signal Process.* 19 (8) (2005) 601-622.
33. G. DE HAAN, P. BLEZEN, Sub-pixel motion estimation with 3-D recursive search blockmatching, *Signal Process. Image Commun.* 9 (1994) 229-239.

34. GONZALES, R.C., WOODS, R.E., Digital Image Processing. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 2002.
35. F. TSUMURAYA, N. MIURA, N. BABA, Iterative blind deconvolution method using Lucy's algorithm, *Astronomy and Astrophysics* 282 (1994) 699-708.
36. S. FARSIU, D. ROBINSON, M. ELAD, P. MILANFAR, Robust shift and add approach to superresolution, in: *Proc. of the 2003 SPIE Conf. on Applications of Digital Signal and Image Process.*, Aug. 2003, pp. 121-130.
37. GANTMAKHER, F.R., *The Theory of Matrices*, American Mathematical Society, AMS Bookstore, Providence, RI, pp. 61-66, 2000.
38. GIANNAKIS, G.B., HEATH, J.R.W., Blind identification of multichannel FIR blurs and perfect image restoration, *IEEE Trans. Image Process.*, 9, 11, pp. 1877-1896, 2000.
39. C. VURAL, W.A. SETHARES, Convergence analysis of blind image deconvolution via dispersion minimization, *Int. J. Adapt. Control Signal Process*, 20:321-336, 2006

Ek A. Karmaşık Değerli Vektöre Göre Türev Alma

Optimizasyon teorisinde sıklıkla karşılaşılan bir durum, bir maliyet fonksiyonunun bir parametre vektörüne göre türevinin alınması gerekliliğidir. Bu parametre vektörü eğer karmaşık değerlere sahipse türev alma işlemi zorlaşır. Ek A'nin amacı, karmaşık değerli bir vektöre göre türev almayı açıklamaktır. Önce bazı temel tanımları yaparak başlayalım.

A.1. Temel Tanımlar

Bir parametre vektörü olan w 'ye bağımlı karmaşık değerli bir fonksiyon olan $f(w)$ 'yi ele alalım. w karmaşık değerli olduğunda dikkat edilmesi gereken iki matematiksel kavram vardır, (i) w 'nin vektör olma özelliği, (ii) w 'nin her elemanının karmaşık değerli olduğu.

Öncelikle karmaşık sayı konusuna bakalım. x_k ve y_k , sırasıyla w vektörünün k . elemanı olan w_k 'nin gerçek ve sanal kısımlarını temsil etsinler. Bu durumda w_k

$$w_k = x_k + jy_k \quad (\text{Ek A1})$$

olarak yazılabilir. Dolayısıyla gerçek büyüklükler olan x_k ve y_k 'ya bağlı bir fonksiyona sahip oluruz. Denklem (Ek A1)'i kullanarak w_k 'nin gerçek kısmını, karmaşık eşlenik koordinat çifti w_k ve w_k^* cinsinden

$$x_k = \frac{1}{2}(w_k + w_k^*) \quad (\text{Ek A2})$$

olarak, w_k 'nin sanal kısmını ise

$$y_k = \frac{1}{2j}(w_k - w_k^*) \quad (\text{Ek A3})$$

olarak ifade edebiliriz. (*) sembolü, karmaşık eşleniği göstermektedir. Gerçek büyüklükler x_k ve y_k , w_k ve w_k^* 'ya bağlı fonksiyonlardır. Sadece f fonksiyonu analitik olduğunda Cauchy-Riemann denklemleri sayesinde karmaşık-eşlenik terim olan w_k^* 'yi kullanmayabiliriz. Ancak pratikte karşılaşılan çoğu fonksiyon analitik değildir.

Türev kavramı, diferansiyel olgusuyla birlikte düşünülmelidir. Özel olarak, değişkenlerin değişimini de içeren zincir kuralına uyulmalıdır. Bu önemli noktalarla birlikte karmaşık türev, gerçek türevler cinsinden

$$\frac{\partial}{\partial w_k} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x_k} - j \frac{\partial}{\partial y_k} \right) \quad (\text{Ek A4})$$

ve

$$\frac{\partial}{\partial w_k^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x_k} + j \frac{\partial}{\partial y_k} \right) \quad (\text{Ek A5})$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (Ek A4) ve Denklem (Ek A5) ile verilen türevler aşağıdaki iki gerekliliği sağlar:

$$\frac{\partial w_k}{\partial w_k} = 1; \quad \frac{\partial w_k}{\partial w_k^*} = \frac{\partial w_k^*}{\partial w_k} = 0 \quad (\text{Ek A6})$$

Bu noktadan sonra ele alınması gereken kavram bir vektöre göre türev alınmasıdır. w_0, w_1, \dots, w_{M-1} , w vektörüne ait $M \times 1$ 'lik elemanları temsil etsinler. Denklem (Ek A4) ve Denklem (Ek A5)'i bu yeni duruma göre uyarlayabiliriz:

$$\frac{\partial}{\partial w} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_0} - j \frac{\partial}{\partial y_0} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} - j \frac{\partial}{\partial y_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial}{\partial x_{M-1}} - j \frac{\partial}{\partial y_{M-1}} \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial}{\partial w^*} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_0} + j \frac{\partial}{\partial y_0} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} + j \frac{\partial}{\partial y_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial}{\partial x_{M-1}} + j \frac{\partial}{\partial y_{M-1}} \end{bmatrix} \quad (\text{Ek A7})$$

Denklem (Ek A7)'de $k=0, 1, \dots, M-1$ için $w_k = x_k + jy_k$ şeklinde tanımlanmaktadır. $\partial / \partial w$, " w vektörüne göre türev" ve $\partial / \partial w^*$ ise " w vektörüne göre eşlenik türev" olarak adlandırılmaktadır. Birlikte ele alınması gereken bu iki türev,

$$\frac{\partial w}{\partial w} = 1; \quad \frac{\partial w}{\partial w^*} = \frac{\partial w^*}{\partial w} = 0 \quad (\text{Ek A8})$$

şartlarını sağlarlar. Denklem (Ek A8)'de 1 birim matrisi, 0 ise sıfır matrisini göstermektedir.

A.2. Vektöre Göre Türev ve Gradyan Vektörü Arasındaki İlişki

$J(w)$ ile ifade edilen gerçek değerli maliyet fonksiyonunu, parametre-ağırlık vektörü w olan çapraz doğrusal filtrenin hata-performans yüzeyi olarak ele alalım. Hata-performans yüzeyinin gradyan vektörü,

$$\nabla J = \begin{bmatrix} \frac{\partial J}{\partial x_0} + j \frac{\partial J}{\partial y_0} \\ \frac{\partial J}{\partial x_1} + j \frac{\partial J}{\partial y_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial J}{\partial x_{M-1}} + j \frac{\partial J}{\partial y_{M-1}} \end{bmatrix} \quad (\text{Ek A9})$$

olarak tanımlanır. $x_k + jy_k$, parametre-ağırlık vektörü w 'nin k . elemanıdır. Gradyan vektörü, hata-performans yüzeyine diktir. Denklem (Ek A7)'nin ikinci kısmı ve Denklem (Ek A9)'u karşılaştırdığımız zaman eşlenik türev $\partial J / \partial w^*$ ve gradyan vektörü ∇J arasında

$$\nabla J = 2 \frac{\partial J}{\partial w^*} \quad (\text{Ek A10})$$

şeklinde bir ilişki olduğunu görürüz. Sonuç olarak, gradyan vektörün tanımı, Denklem (Ek A7)'nin ikinci kısmı ile verilen eşlenik türev ile bir ölçeklendirme katsayısı hariç aynıdır.

**TÜBİTAK
PROJE ÖZET BİLGİ FORMU**

Proje No: 107E193
Proje Başlığı: Karmaşık Haritalamaya Dayalı Gözü Kapalı Süper-çözünürlük Yöntemi
Proje Yürütücüsü ve Araştırmacılar: Doç. Dr. Cabir VURAL, Dr. Fatih KARA,
Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi: Sakarya Üniversitesi Elektrik – Elektronik Mühendisliği Sakarya Üniversitesi, Esentepe, Sakarya 54187
Destekleyen Kuruluş(ların) Adı ve Adresi: Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TUBİTAK)
Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri: 01.02.2008 – 01.08.2009
Öz (en çok 70 kelime) Süper-çözünürlük sayısal işaret işleme teknikleri kullanarak, gözlemlenmiş birkaç adet düşük çözünürlüklü görüntüden yüksek çözünürlüklü bir görüntü elde etmek olarak tanımlanabilir. Süper-çözünürlüklü görüntü oluşturma, mevcut görüntüleme sistemlerinin çözünürlük sınırlamasını giderip sayısal görüntü işleme uygulamalarının performansını arttırdığından sayısal görüntü işleme alanındaki en güncel araştırma konularından birisi olmuştur. Çoğu süper-çözünürlük yönteminde bulanıklık operatörünün bilindiği varsayılmaktadır. Ancak, pratik uygulamalarda bulanıklık operatörü genelde bilinmemekte veya kısmen bilinmektedir. O halde, bulanıklık operatörünün kestirilmesi süper-çözünürlük yöntemlerine eklenerek pratik uygulamalar için uygun gözü kapalı yöntemler geliştirilmelidir. Bu konuda literatürde yok denecek kadar az sayıda çalışma yapılmıştır. Bu çalışmada, yeni gözü-kapalı süperçözünürlük yöntemleri geliştirilmiştir.
Anahtar Kelimeler: Görüntü işleme, gözü kapalı görüntü süper-çözünürlüğü, sabit genlik algoritması, uyarlanırlı sistemler.
Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu mu? Evet <input type="checkbox"/> Gerekli Değil <input checked="" type="checkbox"/> Fikri Ürün Bildirim Formu'nun tesliminden sonra 3 ay içerisinde patent başvurusu yapılmalıdır.
Projeden Yapılan Yayınlar: <ol style="list-style-type: none">1. F. Kara, C. Vural, <i>Blind Restoration and Resolution Enhancement of Images Based On Complex Filtering</i>, Digital Signal Processing (incelemede)2. F. Kara, C. Vural, <i>Analysis of exact image super-resolution conditions for pure translational motion and shift-invariant blur</i>, IEEE Trans. Image Processing (incelemede).3. F. Kara, C. Vural, <i>Exact Image Super-Resolution for Pure Translational Motion and Shift-Invariant Blur</i>, Proc. WASET, 2008.4. F. Kara, C. Vural, <i>A blind image super-resolution method using complex recovery filters</i>, Proc. VIIP, 2008.