

**T.C.  
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**KARE MİNİ KANALDAKİ AKIŞ YÖNÜNÜN  
KÜTLE TRANSFERİNE ETKİSİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Mak. Müh. Semih KEÇECİ**

**Enstitü Anabilim Dalı : MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ**  
**Enstitü Bilim Dalı : ENERJİ**  
**Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Hakan S. SOYHAN**

**Mart 2009**

T.C.  
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KARE MİNİ KANALDAKİ AKIŞ YÖNÜNÜN  
KÜTLE TRANSFERİNE ETKİSİ

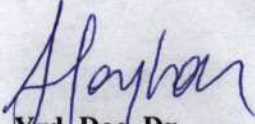
YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mak.Müh. Semih KEÇECİ

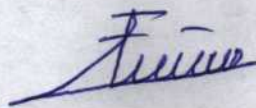
Enstitü Anabilim Dalı : MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ

Enstitü Bilim Dalı : ENERJİ

Bu tez 12/02/2009 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Oybirliği ile kabul edilmiştir.

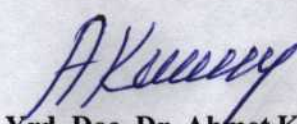


Yrd. Doç. Dr.  
Hakan Serhad SOYHAN  
Jüri Başkanı



Prof. Dr. Fethi HALICI

Üye



Yrd. Doç. Dr. Ahmet KOLİP

Üye

## ÖNSÖZ

Dairesel kılcal bir kanalda ve heterojen reaksiyon oranlarında yukarı eşyönlü akışın, aşağı eşyönlü akıştan daha yüksek sıvı-katı kütle transfer oranlarını verdiği deneysel incelemelerden bilinmektedir. Bu özellik sıvı ara akış bölmesinin farklı devridaim zamanlarıyla ilişkilendirilmiştir. Çeşitli parametreler için (birim hücre uzunluğu, sıvı ara akış bölmesi uzunluğu, hava kabarcığı uzunluğu) aynı yönlü yukarı akışta homojen/heterojen kimyasal reaksiyon dikkate alınarak ve alınmayarak kütle transferi üzerinde çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışmanın, ülkemiz açısından yakın gelecekte daha fazla önem kazanacak yekpare reaktörlerde tercih edilecek akış yönünün anlaşılmasına fayda sağlaması umulmaktadır.

Yüksek lisans öğrenimim süresince hiçbir desteğini esirgemeyen, sürekli yol gösteren ve bu çalışmanın uluslararası bir grup ile gerçekleşmesini sağlayan danışmanım Yrd. Doç. Dr. Hakan Serhad SOYHAN'a, araştırmalarım sırasında tecrübesini paylaşan Karlsruhe Nükleer ve Enerji Teknolojileri Enstitüsü'nden (Almanya) Dr. Martin WOERNER'e ve Dr. Alexandru Aurelian ONEA'ya çok teşekkür ederim.

# İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ.....	ii
İÇİNDEKİLER .....	iii
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ.....	v
ŞEKİLLER LİSTESİ .....	vii
TABLolar LİSTESİ.....	ix
ÖZET.....	x
SUMMARY.....	xi
BÖLÜM 1.	
GİRİŞ.....	1
1.1. Kütle Transferinin Etkisi.....	2
BÖLÜM 2.	
TEMEL KAVRAMLAR.....	4
2.1. Yekpare (Monolith) Reaktörler.....	4
2.2. İki Fazlı Akış Rejimleri.....	7
2.3. Akışkanlar Dinamiği Temelleri ve Temel Eşitlikler.....	9
2.4. Kütle Transferi Fenomeni ve Mevcut Çalışmalar.....	12
2.4.1. Kütle transferinde temel ilişkiler.....	12
2.4.1.1. Moleküler kütle transferi temel kavramları.....	13
2.4.1.2. Konvektif kütle transferi temel kavramları.....	14
2.4.2. Kütle transferi ile ilişkili yerel denklemler.....	16
2.4.2.1. Parçacıkların (species) korunumu denklemi.....	16
2.4.2.2. Henry kanunu.....	18
2.4.2.3. Arayüzey koşulları ve kabuller.....	19
2.4.2.4. Sınır şartlar.....	20

2.4.3. Literatürdeki çalışmalar.....	21
2.4.3.1. Kütle transferi çalışmaları için teorik çözümler.....	22
2.4.3.2. Kütle transferi çalışmaları için deneysel incelemeler.	22
2.4.3.3. Kütle transferinin nümerik simülasyonları ile ilgili çalışmalar.....	23
2.4.3.4. Kimyasal reaksiyon olması durumunda kütle transferi ile ilgili çalışmalar.....	25
2.4.3.5. Devridaim zamanı ile ilgili çalışmalar.....	26
BÖLÜM 3.	
ANALİTİK İNCELEMELER.....	28
3.1. Kabarcık Dizisi Akışında Devridaim ve Devridaim Zamanı.....	28
3.2. Dairesel Kesitli Kanallar İçin Devridaim Zamanı.....	30
3.3. Kare Kesitli Kanallar İçin Devridaim Zamanı.....	36
BÖLÜM 4.	
NÜMERİK SİMÜLASYONLAR .....	48
4.1. Turbit-Vof Kodu.....	48
4.1.1. Turbit kodu hakkında genel bilgi.....	48
4.1.2. Akışkan hakim metodu (volume-of-fluid).....	50
4.2. Nümerik Simülasyonlar.....	52
4.2.1. Nümerik model ve parametreler.....	52
4.2.2. Devridaim zamanını hesaplamak için yapılan simülasyonlar	53
4.2.3. Kütle transferi simülasyonları.....	61
4.2.4. Ağ düzeninin sonuçlara etkisi.....	65
BÖLÜM 5.	
SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME	68
KAYNAKLAR.....	70
EKLER.....	75
ÖZGEÇMİŞ.....	79

## SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

$a$	$[m]$	: Dikdörtgen kanalın yarı genişliği
$B$	$[m]$	: Dikdörtgen kanalın yarı yüksekliği
$C$	$[mol/m^3]$	: Molar konsantrasyon
$d_B$	$[m]$	: Kabarcık çapı
$D_h$	$[m]$	: Hidrolik çap
$D_{AB}$	$[m^2/s]$	: A bileşenin B içerisinde moleküler difüzyon katsayısı
$E$	$[-]$	: Birim vektör
$f$	$[-]$	: Hacimsel gaz kesri
$g$	$[m/s^2]$	: Yerçekimi ivmesi
$H$	$[-]$	: Boyutsuz Henry sayısı
$J$	$[m/s]$	: Fiktif hız
$k^{(n)}$	$\left[ \frac{mol^{1-n}}{m^{2-3n} \times s} \right]$	: n'inci dereceden heterojen kimyasal reaksiyon katsayısı
$k_c$	$[m/s]$	: Kütle transferi katsayısı
$L, l$	$[m]$	: Karakteristik uzunluk
$n$	$[-]$	: Karışımda bulunan parçacık miktarı
$n$	$[-]$	: Birim normal vektör
$P$	$[N/m^2]$	: Karışımın toplam basıncı
$T$	$[s]$	: Zaman
$U$	$[m/s]$	: Hız
$v$	$[m/s]$	: Hız vektörü
$\alpha$	$[-]$	: Parçacıklar
$\varepsilon$	$[-]$	: Gaz hacim kesri
$\mu$	$[kg/m \ s]$	: Dinamik viskozite
$\rho$	$[kg/m^3]$	: Yoğunluk
$\kappa$	$[m]$	: Arayüzey eğriliği

av	:	Ortalama
m	:	Karışım
B	:	Kabarcık
Htg	:	Heterojen
cir	:	Devridaim
ref	:	Referans
UC	:	Birim hücre
Ca	[-]	Kılcallık sayısı (viskoz kuvvetlerin yüzey gerilimine oranı)
Eö	[-]	Eötvös sayısı (kaldırma kuvvetinin yüzey gerilimine oranı)
Eu	[-]	Euler sayısı (yerel basınç düşümünün kinetik enerjiye oranı)
Pe	[-]	Peclet sayısı (bir akışta adveksiyonun difüzyona oranı)
Re	[-]	Reynolds sayısı (atalet kuvvetlerin viskoz kuvvetlere oranı)
We	[-]	Weber sayısı (atalet kuvvetlerin yüzey gerilimine oranı)
Sh	[-]	Sherwood sayısı (konvektif kütle transferinin difüzyon kütle transferine oranı)

## ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1.	Farklı tipteki reaktörler.....	5
Şekil 2.2.	Tipik yekpare reaktör örnekleri.....	5
Şekil 2.3.	Dar kanallarda iki fazlı akış tipleri.....	7
Şekil 2.4.	Kabarcık dizisi akışında temel tanımlar.....	8
Şekil 2.5.	Dikey kanalda yukarı eşyönlü akış rejim haritası ve yatay kanalda eşyönlü akış rejim haritası.....	9
Şekil 2.6.	Farklı türlerin suya göre Henry sayısı.....	19
Şekil 2.7.	Süreksiz arayüzey konsantrasyon alanının transformasyonu.....	20
Şekil 2.8.	Thulasidas'ın çalışmasında kullandığı deney tertibatı.....	26
Şekil 3.1.	Sıvı ara akış bölmesi içerisindeki devridaimin temsili.....	28
Şekil 3.2.	$r_0$ mesafesinin temsili.....	29
Şekil 3.3.	Boyutsuz devridaim zamanı ile kılcallık sayısının değişimi.....	33
Şekil 3.4.	$W(r)$ hız profili ve elde edilen değerlerin gösterimi.....	36
Şekil 3.5.	a ve b uzunluklarının dikdörtgen bir kanal için şematik gösterimi	41
Şekil 3.6.	$\Phi$ değerine bağlı olarak devridaim zamanının ( $T_{cir}$ ) değişimi.....	47
Şekil 4.1.	$f$ değerinin fazlara ve arayüzeye göre değişiminin temsili gösterimi.....	50
Şekil 4.2.	Düzlemlerin merkezleri tarafından oluşturulan noktalar ile şekillendirilmiş TURBIT üçgensel hücresi.....	51
Şekil 4.3.	Hızlarla alakalı (i, j, k) arayüzey düğüm noktasının temsili gösterimi.....	52
Şekil 4.4.	Durum A için sıvı ara akış bölmesi ve kabarcık içerisindeki akışın görüntülenmesi.....	55
Şekil 4.5.	Durum A için sıvı ara akış bölmesinin ortasında, y doğrultusundaki hız profili.....	56



Şekil 4.6.	Durum B için sıvı ara akış bölmesi ve kabarcık içerisindeki akışın görüntülenmesi.....	57
Şekil 4.7.	Durum B için sıvı ara akış bölmesinin ortasında, y doğrultusundaki hız profili.....	58
Şekil 4.8.	Durum B için analitik hesaplamalarda kullanılan hız profili ile simülasyonlardan elde edilen hız profilinin karşılaştırılması.....	59
Şekil 4.9.	TURBIT-VOF vasıtası ile kare kesit alanına sahip kanallarda devridaim zamanı için elde edilen sonuçların literatürdeki sonuçlarla karşılaştırılması.....	60
Şekil 4.10.	$t \approx 0.025s$ sonrasında, $H=0.003$ için yukarı ve aşağı eşyönlü akış durumları için kanal duvarlarında birinci dereceden heterojen kimyasal reaksiyon olması durumunda konsantrasyon alanları.....	61
Şekil 4.11.	$H=0.003$ için yukarı ve aşağı eşyönlü akış durumları için kanal duvarlarında birinci dereceden heterojen kimyasal reaksiyon olması durumunda kabarcık içerisindeki konsantrasyonun zamanla değişimi.....	62
Şekil 4.12.	$H=100$ için yukarı ve aşağı eşyönlü akış durumları için kanal duvarlarına yakın tanımlanmış başlangıç konsantrasyon alanı.....	63
Şekil 4.13.	$t \approx 0.06s$ sonra $H=100$ için yukarı ve aşağı eşyönlü akış durumları için kanal duvarlarına yakın tanımlanmış başlangıç konsantrasyon alanının değişimi.....	63
Şekil 4.14.	Enjekte edilmiş parçacıkların zaman içerisindeki değişimi.....	65
Şekil 4.15.	Ağ düzeninin sonuçlar üzerindeki etkisi.....	66

## TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 2.1.	Kanal duvarlarındaki sınır şartlar.....	21
Tablo 2.2.	Hücre yüzünün difüzyonluğunu hesaplamak için çeşitli metotlar.	24
Tablo 4.1.	Fiziksel parametreler.....	53
Tablo 4.2.	Simülasyonları yapılan durumlara ilişkin bilgiler.....	54

## ÖZET

Anahtar kelimeler: Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği, Akışkan Hacmi Metodu, İki Fazlı Akış, Kütle Aktarımı, Kimyasal Reaksiyon

Hava kabarcığı akışı, mükemmel kütle transferi özelliklerinden dolayı katalitik yekpare reaktörler için çok cazip bir akış rejimidir. Bu rejim, birbirlerini takip eden gaz kabarcıklarından oluşur. Çok fazlı yekpare reaktörler, aşağı eşyönlü veya yukarı eşyönlü olarak çalıştırılabilirler. Bir kare mini kanaldaki hava kabarcığı akışı için güncel deneysel araştırmalar, sıvı akış ara bölmesi ve kanal duvarı arasındaki kütle transferinin, yukarı eşyönlü akışta aşağı eşyönlü akışa nazaran daha verimli olduğunu iddia etmektedir. Bu olgu, daha düşük devridaim zamanı ( $\tau_{cir}$ ) ile ilişkilendirilmiştir.

Bu çalışmada kare bir kanal içerisindeki hava kabarcığı akışı analitik olarak incelenmiştir. Devridaim zamanı, akışı tam gelişmiş laminer akış olarak kabul ederek, hava kabarcığının hızının ( $U_B$ ) görünür (superficial) hıza ( $J$ ) olan oranının ( $\psi$ ) bir fonksiyonu olarak ( $\tau_{cir} = \tau_{cir}(\psi)$ ) elde edilmiştir. Sıvının uyguladığı kaldırma kuvvetinin etkisiyle bu  $\psi$  oranı, belli bir  $U_B$  veya  $J$  için yukarı eşyönlü akış için daha büyük olmaktadır. Bu  $\tau_{cir}(\psi)$  ilişkisi, daha verimli kütle transferine sebep olacak şekilde devridaim zamanının aşağı eşyönlü akış için daha küçük olduğunu göstermektedir. Bu analitik sonuç, literatürde bir fiziki dayanak olmaksızın belirtilenlerin tersi olmakla beraber, küçük geometriler nedeniyle bu ölçümlerin hatalı yapılmış olabileceğini göstermektedir. Aynı zamanda elde edilen analitik sonuçlar akışkan hacmi metoduna dayanan TURBIT hesaplamalı akışkanlar kodu sayesinde üç boyutlu nümerik simülasyonlarla da kare mini kanal içerisinde hava kabarcığı dizisi akış rejimi için doğrulanmış, sıvı akış ara bölmesi ve kanal duvarı arasındaki kütle transferinin aşağı eşyönlü akış için gerçekten daha verimli olduğu görülmüştür.

# INFLUENCE OF FLOW ORIENTATION ON MASS TRANSFER IN A MINI- CHANNEL

## SUMMARY

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Volume-of-Fluid Method, Two Phase Flow, Mass Transfer, Chemical Reaction

Bubble train flow (BTF) constitutes a very attractive flow pattern for catalytic multiphase monolith reactors because of its excellent mass transfer properties and it consists of a sequence of bubbles. Multiphase monolith reactors can be operated in co-current upward or co-current downward flow. Recent experimental investigations of BTF in a square mini-channel suggest that mass transfer between the slug and the channel wall may be more efficient in upward than in downward flow. This is attributed to the lower recirculation time,  $\tau_{\text{cir}}$ .

In this study the recirculation time in bubble train flow through a rectangular channel is investigated analytically. By assuming a fully developed laminar liquid slug, a relation  $\tau_{\text{cir}} = \tau_{\text{cir}}(\psi)$  is obtained, where  $\psi = U_B/J$  and  $U_B$  and  $J$  are the magnitude of the bubble velocity and the total superficial velocity, respectively. The relation  $\tau_{\text{cir}}(\psi)$  shows that  $\tau_{\text{cir}}$  is smaller in downward than in upward flow, indicating that mass transfer in downward flow may be more efficient. This analytical result is in contrast to some results in literature and indicates that the measurements may be erroneous because of small dimensions. The present analytical results are confirmed by 3D numerical simulations of upward and downward bubble train flow in a square mini-channel with the volume-of-fluid method based CFD code (TURBIT), which show that mass transfer between the wall and the liquid slug is indeed more efficient for downward flow.

## BÖLÜM 1. GİRİŞ

Günümüz endüstriyel ihtiyaçları doğrultusunda kompakt sistem kavramı gittikçe önem kazanmaktadır. Buna göre büyük, pahalı, enerji gereksinimi yüksek ekipmanlar yerine küçük, görece ucuz ve birkaç değişik işlemi bünyesinde gerçekleştirilebilen sistemler tercih edilmektedirler. Özellikle kimya endüstrisinde slurry veya yatak reaktörler yerine, bu tip reaktörlere nazaran birçok avantajı bulunan yekpare reaktörler tercih edilmeye başlanmıştır. Bu ilgi, yekpare reaktörün kullanım alanlarının artmasına sebep olmuş (araçlarda bulunan katalitik konvektörler gibi) ve bu alanda yapılan deneysel ve nümerik çalışmalar da artmaya başlamıştır. Ancak bu reaktörlerin yapısından ileri gelen küçük geometriler nedeniyle, deneysel ölçümler oldukça güç olup ve ancak pahalı ekipmanlarla vasıtası ile mümkün kılınmaktadır. Bu sebeptendir ki, hesaplamalı akışkanlar dinamiği (HAD) yazılımları ile yapılacak çalışmalar zaman ve para tasarrufu sağlayabileceği gibi verimlilik öngörüsünde bulunabilmek ve meydana gelen akış rejimlerinin davranışlarını anlayabilmek için de iyi bir alternatiftir. Bu husus göz önüne alındığında küçük geometrilerdeki davranışların HAD yazılımlarının kolayca başa çıkamayacakları bir unsur olması yanı sıra kütle transferinin de hesaplamaların içine dahil edilmesi mevcut zorluk derecesini artırmaktadır. Özellikle kanal duvarlarında kimyasal reaksiyon görülmesi durumunda ise bu simülasyonlar çok tercih edilen ticari HAD kodları için iyice içinden çıkılmaz bir hal almaktadır. Bunların yanı sıra mevcut durum için analitik çözümler de aynı derecede güç olmaktadır.

Kütle transfer oranlarının yekpare reaktörler için yüksek olmasının bu ekipmanların kullanımında temel tercih sebebi olmasından dolayı, akış yönünün bu kütle transferine etkisi araştırılmalıdır. İşte bu sayılan nedenlerden ötürü, dar kare kanaldaki iki fazlı akışın yönünün kütle transfer oranları ile ilişkisini anlamak, bu

cihazlardan elde edilecek verimi artırabilecek olmasının yanı sıra hidrodinamik olayların anlaşılmasına da vesile olacaktır.

### 1.1 Kütle Transferinin Etkisi

Kütle transferi fenomeni, bir etkiyen kuvvet neticesinde bileşenlerin molekül hareketi olarak tanımlanabilir ve doğada, mühendislik sistemlerinde sıklıkla karşılaşılır. Kütle transferi prosesi için en sık karşılaşılan etkin kuvvet ise konsantrasyon gradyenidir. Kütle transferi aynı zamanda kimyasal reaksiyon gösteren durumlarda da meydana gelir ve temelde iki şekilde olabilir:

- a. Moleküler difüzyon ile meydana gelen kütle transferi: Parçacıkların makroskopik hareketini temsil eden difüzyon şeklidir ve moleküler difüzyonun kaynağı, karışımın konsantrasyon farkını azaltmaya çalışan moleküllerin rastgele hareketleridir.
- b. Konvektif kütle transferi: Hareket eden bir sıvı ile yüzey arasında veya iki birbirine karışmayan sıvı arasında, bileşenlerin hareketini temsil eden kütle transferidir.

Endüstride kütle transferi için sıklıkla kullanılan ekipmanların genel gayesi aynı olup, gaz ve sıvı arasındaki temas alanını mümkün olduğunca büyütmektir. Bu sayede gerçekleştirilen kütle transferi, gaz absorpsiyonu, adsorpsiyon, damıtma ve yoğunlaşmayı da içerir [1, 2, 3].

Ekonomik ve endüstriyel ihtiyaçlar doğrultusunda üretimi artıracak çözümlerden ilki bu ekipmanların boyutunu artırmaktır. Ancak son yüzyılda bu çözüm yerine sayıyı artırmak yöntemi üzerinde yoğunlaşmıştır. Laboratuvar ölçeğindeki birçok ekipmanın kullanılması sayesinde de istenen nihai üretim oranlarına ulaşmak mümkün olmuştur [4]. Bunun getirdiği farklılık ise küçük boyuttaki ekipmanların, konvensiyonel ekipmanlara oranla farklı akışlar içermesidir [5]. Makro ölçekli

reaktörlerde yer çekimi etkisi ve atalet etkin rol oynarken, mikro ölçekli olanlarda yüzey gerilimi etkisi, viskozite ve difüzyon etkin rol üstlenir.

Yekpare reaktörler (monolith reactor) mikro yapıdaki dizayn anlayışını temsil eder ve etkin gaz-sıvı temas alanına sahiptirler. Bunun yanı sıra yekpare reaktörler mükemmel basınç düşümü sayesinde yüksek kütle transfer oranlarına da sahiptirler. Kimyasal reaksiyon hücre duvarlarında meydana gelir ve katalizatörün varlığı da kütle transferi hususunda avantajını artırır. En sıklıkla karşılaşılan akış rejimi ise kabarcık dizisi akışı (Taylor akışı veya slug flow) olup, yüksek kütle transfer oranlarının, kabarcık ve duvar arasında kalan çok ince sıvı filmleri ile sıvı akış ara bölmesi içerisinde meydana gelen devridaimden kaynaklandığı düşünülmektedir [6].

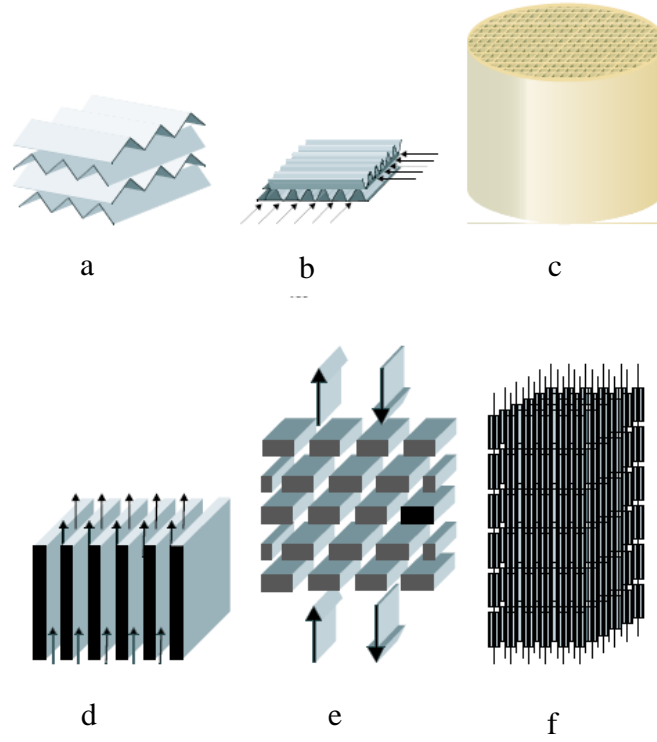
## **BÖLÜM 2. TEMEL KAVRAMLAR**

### **2.1 Yekpare (Monolith) Reaktörler**

Yekpare reaktörler mühendislik uygulamalarında sıklıkla karşılaşılan reaktör tiplerindedir. İlk geliştirme amaçları ise büyük ölçekteki enerji santrallerinde ve otomobillerde yanma proseslerinden meydana gelen egzoz gazlarının temizlenmesidir. Sıklıkla kullanıldıkları alanlar ise katalitik konvertörler, hidrojenasyon prosesleri, destilasyon ve absorpsiyon gibi kütle transfer operasyonlarıdır. Bu tip yekpare reaktörlerin kullanılmasının temel nedeni ise diğer konvansiyonel reaktörlere göre bazı üstünlüklerinin olmasıdır. Bu üstünlükler: etkin kütle transferi, düşük basınç düşümü, düşük aksel dağılım ve uzun katalizör ömrüdür.

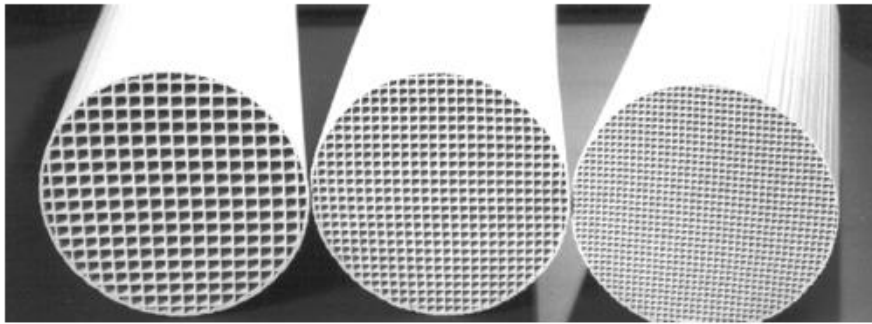
Bu tip katalitik reaktörler diğer konvansiyonel reaktörlerle yapısal olarak da farklılıklar göstermektedir. Genel yapı olarak tüm reaktör katalitik maddeden yapılıp veya yüzey aktif madde ile kaplanır. Kısaca tanımlamak gerekirse yekpare reaktörler, tek bir maddeden yapılmış olan, birbirlerine paralel olarak yer alan ve birinden diğerine madde geçişe sebep olacak bağlantılar içermeyen, reaktörde boylu boyunca uzanan ve birbirlerinden ince duvarlarla ayrılmış birçok kanaldan meydana gelmektedirler. Bu kanalların geometrileri çeşitlilik göstermekle beraber üretim kolaylığı sağlaması bakımından genelde dairesel kesitli kanallar veya kare kesitli kanallar tercih edilir. Çoğu yekpare reaktör tek bir seramik maddeden yapılıp ve genelde maksimum uzunlukları bir metreye kadar olup çapları da yarım metreyi bulabilir.





Şekil 2.1. Farklı tipteki reaktörler: a) sulzer paket b) çapraz akış c) yekpare d) paralel e) üç seviyeli poroz f) boncuk dizi

Bahsedilen prosesler için yekpare reaktörler düşük basınç düşümünün ve yüksek yüzey alanının mükemmel kombinasyonu sayesinde çok başarılı olmuşlardır. Son zamanlarda, yekpare reaktörlerin üç fazlı akışlar ve zıt akışlı prosesler gibi farklı alanlarda da kullanılmasına yönelik çalışmalar yapılmaktadır [7].



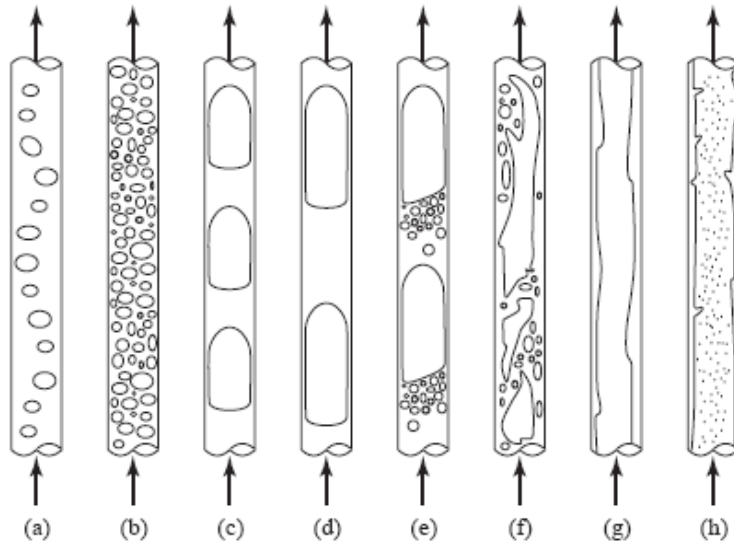
Şekil 2.2. Tipik yekpare reaktör örnekleri

Yekpare reaktörlerde kabarcık dizisi akışından (bubble train flow veya Taylor flow veya slug flow) ilk kez 1973'te sıvı-katı kütle transferini artırmak amacıyla Horvath'da bahsedilmiştir [8]. Yekpare reaktörlerin mühendislik alanında ilk kez kullanımı ise 1980lerde Chalmers'ta nitroaromatiklerin hidrojenasyon prosesi esnasındadır [9]. Günümüzde ise Akzo-Nobel tarafından hidrojen peroksit üretimi için, sıvı hidrokarbonun hidrojenasyon prosesinde, enzimatik reaksiyonlarda, asetik asidin ıslak hava ile oksidasyonunda ve benzeri operasyonlarda kullanılmaktadırlar [10, 11, 12, 13].

Yekpare reaktörlerin kullanımının sıklıkla karşılaştığı yerlerden bir tanesi de otomobillerde bulunan konvertörlerdir. 1970 yılında ilk kez denenen bu yöntemle  $\text{NO}_x$  ve CO gibi atmosfere zararlı gazların daha az zararlı olanlara dönüştürülmesi amaçlanmıştır ve ilk aşamada paket yatak (packed bed) reaktörler kullanılmıştır. Ancak günümüzde yekpare reaktörlerin tercih edilmesi için önemli sebepler vardır. Bunlardan ilki basınç düşümüdür; çünkü egzoz gazının yüksek sıcaklıklarda olması neticesinde reaksiyon da çok hızlı olmakta ve konvertörün gerektiği gibi çalışabilmesi için yüksek yüzey alanına ihtiyaç duyulmaktadır. Paket yatak reaktörlerde ise yekpare reaktörlere göre basınç çok yüksektir ve göreceli olarak motor performansını da düşürmektedir. Yekpare reaktörlerin tercih edilmesinin diğer bir nedeni de katalizör kütesidir. Basınç düşümünü kontrol edebilmek için katalizör kütesi artırıldığında, otomobil dizaynında çok önemli bir faktör olan boyut ve ağırlık unsurları öne çıkmaktadır. Ayrıca petro-kimyasal reaktörlerin aksine otomobillerdeki reaktörler kararlı koşullarda çalışmazlar. İlk çalışma esnasında katalizör hala soğuk durumdadır ve sistem de aktif değildir. Bugün bile araçlardaki yekpare reaktörler çok ince duvarlardan meydana gelmelerine rağmen emisyonların çoğu ilk çalışma esnasında açığa çıkmaktadır. Bu yüzden de öncelikle katalizörün ısıtılması çok önemlidir. Bu işlemin yapılması durumunda ise ortaya başka bir sorun olan ısıl genişleme çıkar. Otomobillerdeki yekpare reaktörün hızlıca ısıtılması ısıl genişleme problemlerine yol açar çünkü reaktörün giriş kısmı sıcakken çıkış tarafı hala soğuktur ve ısıl genişleme ile kırılmaya çok müsaittir. Bu sebeple daha düşük ısıl genişleme katsayısına sahip seramikten yapılmış olan yekpare reaktörlerin kullanılması da oldukça mantıklıdır.

## 2.2 İki Fazlı Akış Rejimleri

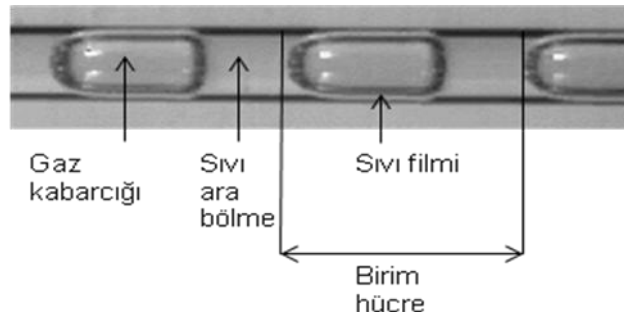
İki ayrı fazın dar bir kanal içerisinde beraber bulunabilecekleri birden fazla şekil mevcuttur. Bunların her birinin bir rejim olarak tabir edilmesi mümkünse de bazen iki farklı rejimi birbirlerinden ayırt etmek oldukça zor olabilir. Bu sebeple iki fazlı akış tiplerini ve bu çalışmada konu edilecek kabarcık dizisi akışını da tanımlamak faydalı olacaktır. İki fazlı akışlar adından da anlaşılacağı üzere bir sürekli fazdan bir de ayrık fazdan meydana gelir. Bu durumu örneklemek gerekirse dar bir kanalda basınç farkında ileri gelen bir kuvvetle tahrik edilen suya hava kabarcıkları enjekte edilirse bu durumda sürekli olan faz su iken ayrık olan faz da havadır.



Şekil 2.3. Dar kanallarda iki fazlı akış tipleri: a,b) kabarcıklı akış c,d) kabarcık dizisi akışı e) ara geçiş rejimi f) çalkantılı akış g) film akışı h) borusal akış [14]

*Kabarcıklı akış:* Sürekli faz sıvı olup ıslanmamış gaz küçük kabarcıklar şeklinde, değişik boyut ve hacimlerde sürekli fazın içinde dağılmıştır. Genelde ortalama hızlarda ve düşük gaz hacmi söz konusu olduğunda gözlemlenir, kabarcıkların birleşmesi durumuyla fazla karşılaşılmaz.

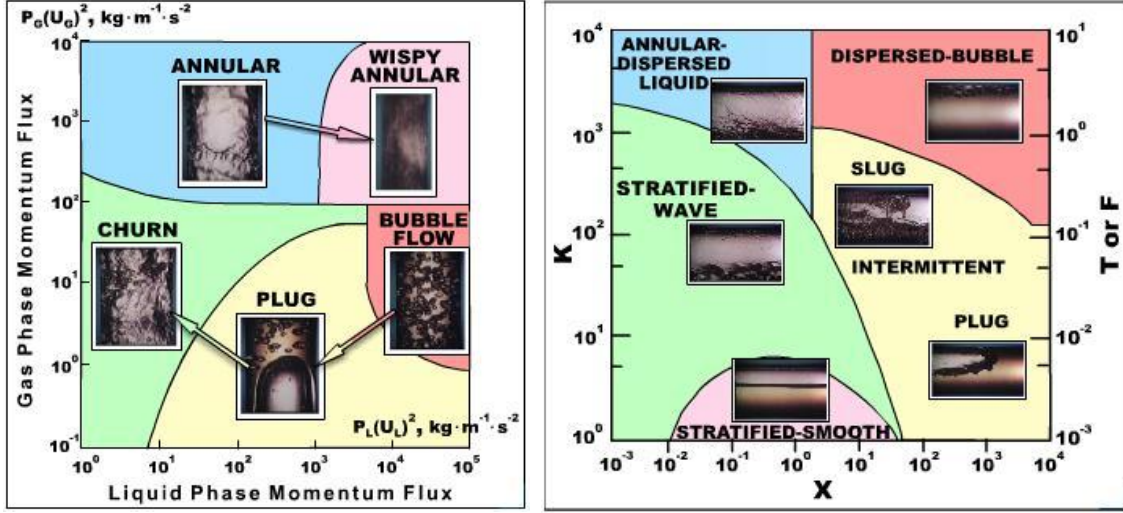
*Kabarcık dizisi akışı:* Bazen Taylor akış rejimi olarak da adlandırılır ve bu çalışmada ele alınan akış tipidir. Kabarcık dizisi akış rejimi ile ilgili temel uzunluklar büyük ölçüde giriş şartları ile belirlenir. Bu akış rejiminde uzun ve kanalın kesit alanının hemen hepsini kaplayan ve birbirlerini takip eden kabarcıklardan bahsedilebilir. Kabarcıklar arasında kalan kısım ise sıvı ara akış bölmesi (slug) olarak adlandırılır. Böylece bu akış rejimini modellemek maksadıyla bir hava kabarcığından ve bir sıvı ara akış bölmesinden ibaret olan sadece bir birim hücre tanımlamak ve sınır şartlarını belirlemek yeterli olacaktır. Bahsedilen birim hücre kavramından ve hava kabarcığı dizisi akışından ileriki bölümlerde bahsedilecektir.



Şekil 2.4. Kabarcık dizisi akışında temel tanımlar

*Ara geçiş rejimi ve çalkantılı akış:* Hız, önceki akış rejimlerinde olduğundan daha da artırılırsa kabarcıkların ardında ana kabarcıktan daha küçük ve dağınık olarak yer alan bazı uydu kabarcıklar meydana gelir. Hızın daha da artırılması neticesinde ise kaotik bir akış rejimi olan ve modellenmesi oldukça zor olan çalkantılı akış meydana gelir.

*Film akışı ve borusal akış:* Hızın daha da artırılması sonucunda kanal çeperlerinde ince ve dalgalı bir sıvı filmi meydana gelirken içerdeki çekirdek kısmı gaz fazı oluşturur ve bu akış rejimi film akışı olarak adlandırılır. Eğer hız daha da artırılırsa kanal çeperlerinde dalgalı şekilde meydana gelen sıvı filminden kopan küçük damlacıklar merkezdeki gaz faz içerisinde dağınık şekilde yer alırlar ve bu akış rejimi borusal akış olarak adlandırılır.



Şekil 2.5. Dikey kanalda yukarı eşyönlü akış rejim haritası ve yatay kanalda eşyönlü akış rejim haritası [15, 16]

### 2.3 Akışkanlar Dinamiği Temelleri ve Temel Eşitlikler

Bu bölümde gerekli temel matematiksel bağlantılar, iki fazlı akış ile ilgili olarak ana hatlarıyla verilecektir. Benzerlik analizi, boyutsuz sayılar ve temel eşitlikler sıra ile irdelenecektir.

Sonsuz sıvı içerisinde yükselen bir sıvı parçacığına etkiyen kuvvetler için aşağıdaki eşitlik yazılabilir:

$$F^*(g^*, \rho^*, \mu_c^*, \sigma^*, \rho_d^*, d_v^*, U_T^*) = 0 \quad (1)$$

Bu kısımda \* ile ifade edilen büyüklükler genelde kullanılan notasyonun aksine boyutlu büyüklükleri temsil etmektedir. Benzerlik analizi gösterir ki; yukarıda sözü edilen denklem beş bağımsız ve boyutsuz grup halinde yeniden yazılabilir [17, 18].

Örneğin kabarcık için Reynolds sayısı  $Re_b = \frac{\rho_l^* \cdot d_v^* \cdot U_T^*}{\mu_l^*}$ , Morton sayısının

$$M = \frac{(\rho_l^* - \rho_g^*) \cdot g^* \cdot \mu_l^{*4}}{\rho_l^{*2} \cdot \sigma^{*3}}, \text{ kabarcık Eötvös sayısının } Eo_b = \frac{(\rho_l^* - \rho_g^*) \cdot g^* \cdot d_v^{*2}}{\sigma^*}, \text{ ayrık}$$

fazın yoğunluğunun sürekli fazın yoğunluğuna oranının  $\Gamma_\rho = \frac{\rho_g^*}{\rho_l^*}$  ve ayrık fazın

viskozitesinin sürekli fazın viskozitesine oranının  $\Gamma_\mu = \frac{\mu_g^*}{\mu_l^*}$  fonksiyonları olarak

boyutsuz kabarcık yükseliş hızı şekline dönüştürülebilir:  $Re_b = f(M, Eo_b, \Gamma_\rho, \Gamma_\mu)$

Yukarıdaki eşitlikte yer alan  $Re_b$ ,  $M$  ve  $Eo_b$  boyutsuz sayı gruplarından herhangi biri

$$We_b = \frac{\rho_l^* \cdot d_v^* \cdot U_T^{*2}}{\sigma^*} = Re_b^2 \cdot \sqrt{\frac{M}{Eo_b}} \text{ denklemi uyarınca Weber sayısı ile değiştirilebilir.}$$

Ancak bu esnada boyutsuz sayı gruplarından sadece  $Re_b$ 'nin yükselme hızı  $U_T^*$ 'ı ve sadece  $Eo_b$ 'nin denk çap  $d_v^*$ 'ı içerdiği unutulmamalıdır.

Bir kontrol hacmi için boyutsuz süreklilik denklemi ise  $\nabla \cdot \vec{u}_m = 0$  olarak verilir ve boyutsuz Navier-Stokes denklemi de aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\frac{\partial q_m}{\partial t} \vec{u}_m + \nabla \cdot q_m \vec{u}_m \vec{u}_m = -\nabla P + \frac{1}{Re_{ref}} \nabla \cdot \mu_m \left( \nabla \vec{u}_m + \left( \nabla \vec{u}_m \right)^T \right) - (1-f) \frac{Eo_{ref}}{We_{ref}} \frac{g^*}{g^*} + \frac{\kappa n a_{int}}{We_{ref}} \vec{a}_{int} \quad (2)$$

Yukarıdaki denklemde yer alan terimler için aşağıdaki boyutsuz büyüklükler de kullanılabilir:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{\vec{x}^*}{L_{ref}^*}$$

$$\vec{u} = \frac{\vec{u}^*}{U_{ref}^*}$$

$$t = \frac{t^* \cdot U_{ref}^*}{L_{ref}^*}$$

$$\rho = \frac{\rho^*}{\rho_c^*}$$

$$\mu = \frac{\mu^*}{\mu_c^*}$$

$$p = \frac{P^* - \rho_c^* \cdot \vec{g}^* \cdot \vec{x}^*}{\rho_c^* \cdot U_{ref}^{*2}}$$

Burada  $L_{ref}^*$  ve  $U_{ref}^*$  referans uzunluk ve referans hızlardır.  $\vec{u}_m$  ise kütle merkezinin boyutsuz hızıdır ve aşağıdaki formülle ifade edilebilir:

$$\vec{u}_m = \frac{1}{U_{ref}^*} \frac{f \rho_l^* \vec{u}_l^* + (1-f) \rho_g^* \vec{u}_g^*}{f \rho_l^* + (1-f) \rho_g^*} \quad (3)$$

Yukarıdaki denklemde bahsedilen ve ileride nümerik analiz kısmında tekrar değinilecek olan  $f$ , kontrol hacmi  $V$  içerisindeki sürekli fazın hacimsel oranını ifade ederken,  $\rho_m$  ve  $\mu_m$  de sırasıyla karışımın yoğunluk ve viskozitesini temsil eder:

$$\rho_m = \frac{f \rho_l^* + (1-f) \rho_g^*}{\rho_l^*} = f + (1-f) \Gamma_\rho \quad (4)$$

$$\mu_m = \frac{f \mu_l^* + (1-f) \mu_g^*}{\mu_l^*} = f + (1-f) \Gamma_\mu \quad (5)$$

Boyutsuz basınç için hidrostatik etkiler dikkate alınırsa momentum denklemindeki yer çekimi kuvveti yerini kaldırma kuvvetine bırakır. Bu nedenle boyutsuz formda Froude sayısı yerine Eötvös sayısı ortaya çıkar.

Ayrıca yukarıda yer alan boyutsuz Navier-Stokes denkleminde  $\kappa$ , arayüzey eğriliğini,  $\vec{n}$  arayüzeye dik normal vektörü ve  $a_{\text{int}}$  de ağ hacmindeki arayüzey alanının konsantrasyonunu ifade ettiğinden Navier-Stokes denkleminin bu hali yüzey gerilimini de ifade etmektedir.

Böylece Navier-Stokes denklemindeki referans Reynolds sayısı, referans Eötvös sayısı ve referans Weber sayısı, sırası ile yukarıda bahsedilen  $Re_b$ ,  $Eö_b$  ve  $We_b$ 'ye eşit olup  $U_T^*$ ,  $U_{\text{ref}}^*$  ile  $d_V^*$  ise  $L_{\text{ref}}^*$  ile değiştirilmiştir.

Temel eşitlikler, sıvı hacimsel oranı için transport denkleminin yazılması ile tamamlanır:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot (f \cdot \vec{u}_m) = 0 \quad (6)$$

Üstte yer alan ifade içerisinde yer alan f-denkleminin çözümü için ise bu çalışmadaki nümerik analizler için kullanılan TURBIT-VOF yazılımı, EPIRA adındaki bir algoritmayı kullanır. Bu algoritmaya ilerideki nümerik analiz bölümünde kısmen değinilecektir.

## 2.4 Kütle Transferi Olgusu ve Mevcut Çalışmalar

### 2.4.1 Kütle transferinde temel ilişkiler

Kütle transferinin iki şekilde vuku bulabileceği hususuna ilk bölümde kısaca değinilmişti. Şimdi bu iki temel kavram biraz daha ayrıntılı incelenecek ve bu çalışma içerisinde ne şekilde yer aldıkları da takip eden bölümde anlatılacaktır.



### 2.4.1.1 Moleküler kütle transferi temel kavramları

Moleküler kütle transferi iki bileşeni olan bir sistemde, konveksiyondan bağımsız olarak kütlenin makroskopik hareketini temsil eder ve konsantrasyon farkı ile ilişkilidir. Moleküler kütle transferi moleküllerin rastgele hareketlerinden ileri gelir. Siste dengede değilse bir bileşen, karışım konsantrasyonunu dengeye getirecek şekilde hareket eder. Kütle transferi yüksek derecede moleküller arası boşlukla ilgilidir ve doğal olarak gazlarda sıvılardakine oranla ve sıvılarda da katılardakine oranla daha hızlı gerçekleşir.

Difüzyon çok yavaş bir proses olabilir. Gazlarda difüzyon için ortalama 10cm/min oranlarından bahsedilirken, sıvılar için bu oran 0,05cm/min ve katılar için de  $10^{-5}$ cm/min civarındadır.

A.Fick, molar akış için aşağıdaki ampirik ifadeyi geliştirmiştir:

$$J_{A,z} = -D_{AB} \frac{dc_A}{dz} \quad (7)$$

burada  $dc_A/dz$  [kmol/m<sup>4</sup>] z yönünde konsantrasyon gradyenidir.  $c_A=n_A/V$  karışımın birim hacminde, A türünden olan parçacıkların mol sayısını ifade ederken  $J_{A,z}$ , molar ortalama hız  $V$ 'ye göre aynı yöndeki molar akımı belirtir. Molar ortalama hız  $V$  ise aşağıdaki denklemle ifade edilir:

$$V = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^n c_i v_i \quad (8)$$

Bu hıza denk kütleli ortalama hız ise:

$$v = \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^n \rho_i v_i \quad (9)$$

Eğer karışım yoğunluğu  $\rho$ ,  $z$  koordinatından bağımsız ise; kütleli ortalama hız  $v$ 'ye göre  $z$  yönündeki denk kütleli akım aşağıdaki formülle ifade edilebilir.

$$j_{A,z} = -\rho D_{AB} \frac{d\omega_A}{dz} \quad (10)$$

Yukarıdaki denklemde yer alan  $d\omega_A/dz$  terimi konsantrasyon gradyeni olarak tanımlanmış olup,  $\omega_A$  ise  $\rho_A/\rho$  oranıdır. Buradaki  $\rho$ , birim hacim için  $n$ , karışımındaki bileşenlerin sayısını belirtiyorsa  $\rho = \sum_{i=1}^n \rho_i$  formülü ile tanımlanır. Karışımın molar konsantrasyonu ise  $c = \sum_{i=1}^n c_i$  formülü ile verilir.  $z$  yönündeki molar akım ise  $z$  yönünde sabit bir ortalama hıza sahip iki fazlı sistemin ortalama molar akımına göre  $J_{A,z} = c_A (v_{A,z} - V_z)$  formülü ile ifade edilir. Bu denklemde yer alan  $v_{A,z}$ , A bileşeninin sabit  $z$  eksenine göre molar hızını,  $V_z$  ise  $z$  yönündeki molar ortalama hız bileşenini temsil eder.

Sabit uzaysal koordinat sistemine göre molar akımın vektörel formu Welty tarafından aşağıdaki formülle verilmiştir [19].

$$N_A = J_A + c_A V = -c D_{AB} \nabla y_A + y_A (N_A + N_B) \quad (11)$$

Yukarıdaki denklemde  $y_A$ , A gazının molar oranını, ayrıca  $N_A = c_A V_A$  ve  $N_B = c_B V_B$  olarak sabit eksen takımına göre münferit akımları temsil etmektedir.

#### 2.4.1.2 Konvektif kütle transferi temel kavramları

Konvektif kütle transferi bir hareket eden sıvı ile başka bir sıvının/katının yüzeyi arasında veya iki birbirine karışmayan ve hareket eden sıvı arasında meydana gelebilir. Eğer sıvı hareketi, bir cihaz tarafından (pompa gibi) oluşturulmuşsa, bu

durum zorlanmış konveksiyon olarak adlandırılır. Eğer sıvı hareketi, bileşenlerin yoğunluğundaki farklar sebebiyle konsantrasyon, basınç veya sıcaklık gradyeni tarafından oluşturulmuşsa bu durum serbest veya doğal konveksiyon olarak adlandırılır.

A çözüneninin sabit bir oranda bir yüzeyden, hareket eden sıvıya difüze olduğu bir akış ele alınırsa konvektif kütle transfer oranı aşağıdaki bağıntı ile formüle edilebilir:

$$N_A = k_c (c_{A,S} - c_A) \quad (12)$$

Yukarıdaki formülde  $N_A$ , birim arayüzeyden, birim zamanda ayrılan A çözüneninin mol miktarını,  $c_A$  akış yığmındaki ortalama A bileşeni konsantrasyonunu,  $c_{A,S}$  ise aynı bileşenin yüzeydeki konsantrasyonunu temsil etmektedir.

Kütle transferi sabiti genelde akış tipine, sistemin geometrisine ve konsantrasyon gradyeni  $\Delta c_A$ 'ya bağlıdır. Bir akışkan diğer bir akışkanın üzerinden akarken yüzeyde ince bir tabaka oluşur. Bu tabakada akış hızı çok düşüktür ve yüzeyde de sıfıra iner. Bu nedenle yüzey civarında konvektif kütle transferi düşer ve difüzyon kütle transferi dominant rol oynamaya başlar. Böylece yukarıda bahsedilen denklem Sherwood sayısını elde etmek için Fick'in birinci yasasına eşitlenebilir.

$$Sh = \frac{\text{kütle transfer hızı}}{\text{difüzyon hızı}} = \frac{\left. \frac{d(c_A - c_{A,S})}{dz} \right|_{z=0}}{\frac{c_{A,S} - c_A}{L}} = \frac{k_c L}{D_{AB}} \quad (13)$$

Bu denklemde L, karakteristik uzunluğu ifade ederken, denklemin sol tarafı da moleküler kütle transferi direncinin, konvektif kütle transfer direncine oranı olarak değerlendirilebilir.

Konvektif kütle transfer katsayısının belirlenmesi için ise film teorisi, penetrasyon teorisi, rastgele yüzey yenileme teorisi gibi çeşitli yaklaşımlar mevcuttur. Bu yaklaşımlara burada detaylıca değinilmeyecektir. İki fazlı akış problemleri için her bir faza farklı modeller uygulanabilir.

## 2.4.2 Kütle transferi ile ilişkili yerel denklemler

### 2.4.2.1 Parçacıkların (species) korunumu denklemi

İki izotermal, sıkıştırılmaz akışkanın iki fazı oluşturduğu bir durum göz önüne alınırsa, akışkanlar  $v_k(x,t)$  olarak farklı hızlarda akar ve  $\Omega_k$  olarak farklı alanları kaplarlar.

$$k \begin{cases} \text{sıvı fazı için, 1} \\ \text{gaz fazı için, 2} \end{cases}$$

$\alpha$  parçacıkları ve  $k$  fazı için, parçacıkların korunumu denklemi konveksiyon, difüzyon ve kimyasal reaksiyon tarafından oluşturulan kararsız kütle transferini ifade ederken aşağıdaki korunum formunda yazılabilir [20]:

$$\frac{\partial c_k^{\alpha*}}{\partial t^*} + \nabla^* \cdot (c_k^{\alpha*} v_k^{\alpha*}) = -\nabla^* \cdot j_k^{\alpha*} + r_k^{\alpha*} \quad (14)$$

Bu bölümde de  $*$  boyutlu büyüklükleri ifade ederken  $r_k^{\alpha*}$ , homojen kimyasal bir reaksiyon için reaksiyon oranını göstermektedir. Eğer parçacıklar reaksiyon tarafından oluşturulduysa kaynak terim de pozitif olacaktır. Reaksiyon oranı, tüm akış hacmi ve zamanında reaksiyondan dolayı üretilen/tüketilen  $\alpha$  parçacıklarının mol olarak miktarını belirtir ve aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$r_k^{\alpha*} = \frac{1}{V^*} \frac{dN_i}{dt^*} = \frac{\text{mol sayısı}}{\text{akışkanın hacmi} \times \text{zaman}} \quad (15)$$

Birinci dereceden kimyasal reaksiyon için ise  $k^{(1)\alpha*}$ , birinci dereceden homojen kimyasal reaksiyon katsayısını temsil ediyorsa, asıl reaksiyon oranı aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$r_k^{\alpha*} = k_k^{(1)\alpha*} c_k^{\alpha*} \quad (16)$$

Molar difüzyif akım ise izotermal ve izobarik durumlar için molar ortalama hıza göre Fick yasası ile ifade edilebilir:

$$j_k^{\alpha*} = -D_k^{\alpha*} \nabla^* c_k^{\alpha*} \quad (17)$$

Yukarıdaki denklemde  $\nabla^* c_k^{\alpha*}$  terimi sistem dengede olmadığı sürece meydana gelen konsantrasyon farkı gibi bir zorlayıcı kuvveti ifade etmektedir. Difüzyon sabiti  $D_k^{\alpha*}$  ise basıncın, sıcaklığın ve bileşiğin doğal bir fonksiyonudur [20]. Sıvılardaki difüzyivite, gazlardakine oranla çok daha küçüktür. Treybal ise difüzyon için gerçek zorlayıcı kuvvetin konsantrasyon değil aktivite olduğunu belirtmiştir [21, 3]. Bununla birlikte konsantrasyon alanı çoğu kez molar difüzyif akımı ifade etmek için kullanılır.

Difüzyif akım için izotermal ve izobarik durumlar tarafından sınırlanmayan daha genel bir ilişki ise Groot tarafından aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir [22]:

$$j_k^{\alpha*} = -c_k^* D_k^{\alpha*} \nabla^* x_k^{\alpha} \quad (18)$$

Yukarıdaki ilişkide  $x_k^{\alpha} = c_k^{\alpha*} / c_k^*$  gazlar için mol kesrini ve  $c_k^* = \sum_{\alpha=1}^n c_k^{\alpha*}$  ise k fazı içerisindeki tüm parçacıkların konsantrasyonunu temsil etmektedir.

n bileşenli bir karışım için faz molar ortalama hızı, korunum terimi içinde yer alır ve aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$v_k^* = \frac{\sum_{\alpha=1}^n c_k^{\alpha*} v_k^{\alpha*}}{c_k^*} \quad (19)$$

Yukarıdaki denklemde  $v_k^{\alpha*}$ , sabit koordinat eksen takımına göre  $\alpha$  parçacıklarının mutlak hızını temsil etmektedir.

#### 2.4.2.2 Henry kanunu

Kütle transferi, konsantrasyon profilinin denge konumundan sapması sonucu meydana gelir. Klasik kütle transferi teorisi ise denge durumunda fazlar arasındaki arayüzeyde konsantrasyonun eşit olamayabileceğini söyler [2, 3]. Ancak yerel olarak arayüzeyde bir dengenin hemen kurulduğu da kabul edilir [23]. Birçok akışkanın seyreltilmiş hali için arayüzeydeki denge ilişkisi Henry kanunu ile verilir. Bu kanun, gaz fazı içerisindeki  $\alpha$  parçacıklarının denge koşulları altındaki kısmi basıncı ile ilişkili olarak sıvı çözücü içerisindeki çözülmüş parçacıkların konsantrasyonunu ifade eden bir ilişkidir [24].

$$p_2^{\alpha*} = H_{cp}^{\alpha*} c_1^{\alpha*} \quad (20)$$

Bu çalışmada Henry sayısı sıvı fazdaki ve gaz fazdaki parçacıkların konsantrasyonunun oranı olarak ele alınmıştır:

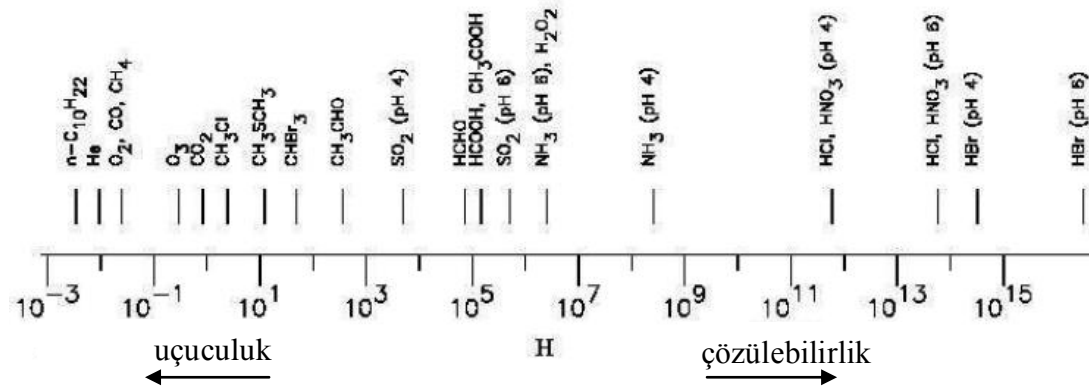
$$c_{1i}^{\alpha*} = H^{\alpha} c_{2i}^{\alpha*} \quad (21)$$

Yukarıdaki eşitlikte  $i$  indisi arayüzeydeki miktarı belirtmek için kullanılmıştır. Böylece Henry sayısı ( $H^{\alpha}$ )  $\alpha$  parçacıklarının çözünebilirliğini ifade eder.

Henry kanunu, sadece  $\alpha$  parçacıkları sıvı faz içerisinde çözünebilir ise geçerlidir. Eğer fazları oluşturan bileşenler arayüzeyde reaksiyona giriyorlarsa parçacıkların toplam konsantrasyonuna değil sadece reaksiyona girmeyen parçacıklar için Henry kanunu uygulanabilir.

Henry sayısı sıcaklığa ve basınca bağlıdır ( $P > 20 \text{ atm}$  için) ancak bunun yanında bu çalışmadaki durumlarda akışlar izotermal olduğundan ve sadece küçük bir basınç gradyanı etkilediğinden Henry sayısı sabit olarak kabul edilmiştir.

Farklı türlerin, suya göre Henry sayısını gösterecek şekilde, Henry kanunu için kullanılan değişik formülasyonlar Sander tarafından verilmiştir [25].



Şekil 2.6. Farklı türlerin suya göre Henry sayısı [25]

### 2.4.2.3 Arayüzey koşulları ve kabuller

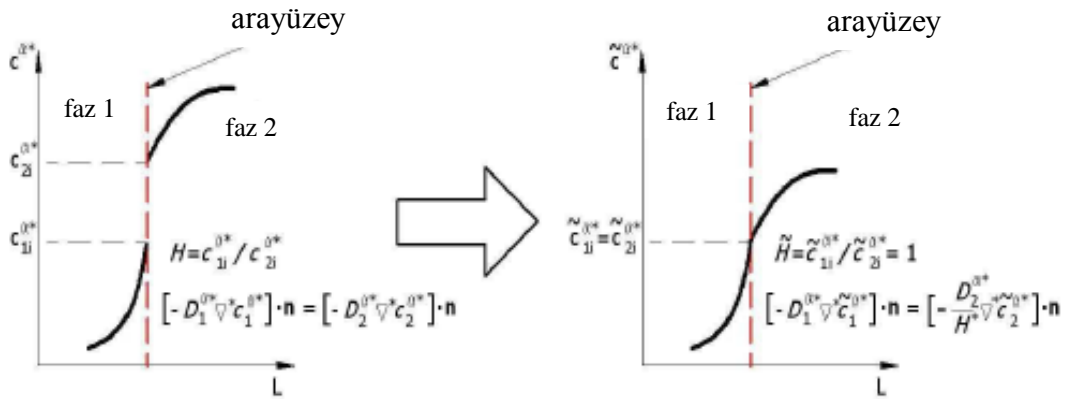
Bu çalışma sırasında yapılmış olan simülasyonlarda kullanılan yazılımın (TURBIT-VOF) imkanları dahilinde iki faz arasındaki arayüzeyde aşağıdaki kabuller yapılmıştır:

- Parçacıklarda birikme olmamaktadır
- Kütle transferi kabarcığın hacmini etkilememektedir

- Kimyasal reaksiyon meydana gelmemektedir
- Yüzey taşınması meydana gelmemektedir
- Faz değişimi yoktur

Arayüzeyde fiziksel konsantrasyon süreksiz olabilir ve arayüzeydeki bu süreksizlik simülasyonlar açısından bakıldığında çözümlenmek için oldukça zordur. Konsantrasyon atlaması ile ilgili olarak nümerik zorluklarla karşılaşmamak için arayüzeydeki konsantrasyon alanı sürekliliği sağlayacak şekilde transformasyona uğramıştır. Bu değişiklik sayesinde arayüzeydeki sürekli konsantrasyon alanının sağladığı avantajlardan yararlanılacak olup, aşağıdaki ifade de bu değişiklik kapsamındadır:

$$\tilde{c}^{\alpha*} = \begin{cases} \text{sıvı faz için,} & c_1^{\alpha*} \\ \text{gaz fazı için,} & H^\alpha c_2^{\alpha*} \end{cases}$$



Şekil 2.7. Süreksiz arayüzey konsantrasyon alanının transformasyonu [26]

#### 2.4.2.4 Sınır şartlar

Simülasyonlarda kullanılan TURBIT-VOF yazılımı dahilinde kanal duvarlarında iki çeşit sınır şart (Dirichlet veya Neumann) tanımlanabilmektedir. Bu sınır şartlara ait temel matematiksel formülasyonlar Tablo 2.1'de verilmektedir.



Tablo 2.1. Kanal duvarlarındaki sınır şartlar

Sınır şart	Matematiksel formülasyonu
Dirichlet	$c_{1w}^{\alpha^*} = ct$
Neumann	$D_{1w}^{\alpha^*} \nabla^* c_{1w}^{\alpha^*} \cdot n_{1w} = ct$

Duvarlarda birinci dereceden heterojen kimyasal reaksiyon olması durumunda,  $k_1^{(1)\alpha^*}$  birinci derece kimyasal reaksiyon katsayısını temsil edecek şekilde sınır şart, aşağıdaki formu alır:

$$D_{1w}^{\alpha^*} \nabla^* c_{1w}^{\alpha^*} \cdot n_{1w} = k_1^{(1)\alpha^*} c_1^{\alpha^*} \quad (22)$$

### 2.4.3 Literatürdeki çalışmalar

Son yüzyılda arayüzeydeki kütle transferini tanımlamak için birçok model geliştirilmiştir. Absorpsiyon prosesinin ilk kez analizi ise Whitman tarafından yapılmıştır. Higbie ise daha sonraları kütle transferi için penetrasyon teorisini geliştirmiştir. Danckwerts ise bu modeli ele alarak daha kapsamlı bir hale kavuşturmuştur [27, 28, 29].

Takip eden alt bölümlerde kütle transferi için teorik ve deneysel çalışmalar ile kimyasal reaksiyon olması durumunda kütle transferinin ele alındığı, ayrıca nümerik çözümler için literatürdeki çalışmalar özetlenecektir. Son kısımda ise bu çalışmanın yapılması için asıl motivasyonu sağlayan literatürdeki iki çalışmadan, ayrıntıları ile ayrıca bahsedilecektir.

### 2.4.3.1 Kütle transferi çalışmaları için teorik çözümler

İki fazlı akış denklemlerinin analitik çözüm zorluklarından ileri gelen nedenlerden ötürü kütle transferinin teorik incelemesi sürünme akışı, potansiyel akış ve basitleştirilmiş geometriler ile sınırlanmıştır. Ruckenstein sınır tabak teorisi basitleştirmesini kullanarak konsantrasyon alanının diferansiyel denklemini çözümlenmiştir [30]. Ancak bu çalışma ReSc sayılarının yüksek değerleri ile sınırlanmıştır. Bu çalışma daha sonraları Ramirez ve Korchinsky tarafından genişletilmiş ve hız alanı Galerkin metodu ile elde edilmiştir [31].

Elperin ve Fominykh ise bir gaz kabarcığının arkasında kalan kısımda meydana gelen kütle transferini küçük ve büyük Reynolds sayıları için modellemiştir [32]. Kabarcığın ardi, ön kısmı ve orta kısmı için kütle transferi katsayısı aynı büyüklüğe sahip olduğu da bu çalışmada belirtilmiştir. Bu çalışmada belirtildiği üzere, kabarcığın alt kısmı, küçük kabarcıklar için toplam kütle akımında önemli rol sahibidir ve büyük kabarcıklar için ise ihmal edilebilecek kadar etkisi düşüktür. Kütle akımı, birim hücre sayısı arttıkça düşmektedir. Hacimsel kütle transferi sabiti  $k_L a^*$ , gaz ve sıvı görünür hızlar ile direkt orantılıdır. Bu olgu, Bercic ve Pintar'ın çalışmasında da belirtilmiştir [33].

### 2.4.3.2 Kütle transferi çalışmaları için deneysel incelemeler

İki fazlı akışlardaki kütle transferi incelemelerinde son zamanlarda lazerle indüklenmiş flüoresan tekniği (LIF) kullanılmaktadır. Bu optik teknikle incelenen sistemin fiziksel olarak içine girmeye gerek olmadığından, mekanik olarak sistem bütünlüğünü etkilememesi gibi bir avantaja sahiptir.

Bu teknikle yapılan çalışmalarda önemli bir gelişme Roy ve Duke tarafından, suda çözülmüş oksijen konsantrasyonunun iki boyutlu olarak incelenmesinde LIF tekniğinin kullanılmasıyla sağlanmıştır [34, 35].

Literatürdeki birkaç çalışmada ise kabarcığın ardında kalan sıvı ara akış bölmesinde meydana gelen vortekslerin kütle transferine etkisini anlamak için parçacık imaj velosimetri (PIV) yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde izleyici parçacıkları sıvı içerisine kanal girişinde enjekte edilir ve yüksek güçlü bir lazer ile bu görüntüyü yakalayabilecek yüksek hızlı kamera sistemi sayesinde bu parçacıkların takibi yapılmak suretiyle akış hareketleri gözlemlenebilir. Bu sistem ile kabaca 5mmx5mm ve birkaç metre karelik alanlar arasında gözlem yapılabilir.

#### **2.4.3.3 Kütle transferinin nümerik simülasyonları ile ilgili çalışmalar**

Kütle transferinin nümerik simülasyonları iki farklı şekilde incelenmektedir. İlk yaklaşım, parçacıkların korunumu eşitliğinin nümerik hesaplanması dikkate alınarak yapılmaktadır. Bu yöntemde akış alanı Navier-Stokes denklemleri çözülerek elde edilir. Arayüzeyin hareketi ise arayüzey takip yöntemi veya arayüzey yakalama yöntemiyle yapılmaktadır [36].

İkinci yaklaşım ise kütle transferini, belirlenmiş kütle transfer katsayısı sayesinde ele almaktır. Çoğunlukla akış tiplerinde ve geometrilerinde, modelin ideal akış rejimine benzetilmesi amacıyla bir takım yaklaşımlara gidilmektedir.

İki yöntemin de kendine göre avantajları ve dezavantajları vardır. İlk bahsedilen yöntemin en güçlü tarafı, ikincisindeki sınırlamaların aksine herhangi bir geometriye ve akış tipine uygulanabilirliği olmasıdır. Dezavantajı ise yüksek CPU zamanı gereksinimidir. Parçacıkların korunumu eşitliğini çözmek için önce Navier-Stokes denklemini çözmek, sonra da arayüzeyi bir takip veya yakalama yöntemiyle

değerlendirmek gerekir. Dolayısıyla ilk yöntemin bir dezavantajı da özellikle türbülanslı akışlarda Navier-Stokes denklemini çözmenin getirdiği zorluktur. Çözücü içerisinde çözünürlüğü çok yüksek parçacıklarda, Henry sayısının yüksek değerleri için ince sınır tabakayı yakalamak için daha sık bir ağ yapısı kullanmak gerekir.

Difüzyon teriminin ayrıştırılmasına bağlı olarak hücre yüzünde de difüzyon hesaplanmalıdır. Sadece bir faz içeren hücrelerde, o hücrenin difüzyonluğu içerdiği fazın difüzyonluğuna eşittir. Ancak arayüzey barındıran hücrelerde ise durum farklıdır. Bu difüzyonluğu hesaplamak için literatürde çeşitli formülasyonlar mevcuttur (Bkz. Tablo 2.2).

Tablo 2.2. Hücre yüzünün difüzyonluğunu hesaplamak için çeşitli metotlar

<i>Metot</i>	<i>Hücre yüzünün difüzyonluğu</i>
Aritmetik ortalama	$D_{k+1/2} = D_k + (D_{k+1} - D_k) \frac{z_{k+1/2} - z_k}{z_{k+1} - z_k}$
Patankar [37]	$D_{k+1/2} = \frac{2D_{k+1}D_k}{D_k + D_{k+1}}$
Davidson & Rudman [38]	$D_{k+1/2} = \frac{D_{k+1}D_k}{D_k(1.5 - \lambda) + D_{k+1}(\lambda - 0.5)}$
Liu & Ma [39]	$D_{k+1/2} = D(c_{k+1/2})$
Voller & Swaminathan [40, 41]	$D_{k+1/2} = \frac{1}{c_{k+1} - c_k} \int_{c_k}^{c_{k+1}} D(c)dc$

Bahsedilen metotlardan en fazla kullanılanı ise Patankar'ın metodudur. Bu yöntem tek boyutlu ısı/kütle transfer problemleri için geliştirilmiş olup arayüzeyde, ısı/kütle akımlarının eşit ve sürekli olduğu kabul edilmektedir. Davidson ve Rudman ise aynı kabullerden yola çıkarak hücre yüzünün difüzyonluğu hesaplayan bir formülasyonu

öne sürmüştür. Bu iki formülasyon TURBIT-VOF yazılımına dahil edilmiş olup, arayüzdeki konsantrasyon atlaması da hesaba katılmıştır. Bunlardan farklı olarak literatürde iki fomülasyon daha mevcuttur ancak bu formülasyonlarda difüzyonluk, konsantrasyona bağlı olmadığı için TURBIT-VOF yazılımında yer almamaktadır.

#### **2.4.3.4 Kimyasal reaksiyon olması durumunda kütle transferi ile ilgili çalışmalar**

Juncu tarafından yapılmış olan çalışmada Henry sayısına bağlı olarak, sürekli fazda veya ayrık fazda birinci dereceden bir kimyasal reaksiyon olması durumunda izotermal bir küreden olan kütle transferi ele alınmıştır [42]. Ele alınan yöntemde modeli oluşturan denklem sistemleri dört boyutsuz parametreye bağlıdır: Damköhler sayısı  $Da$ , Henry sayısı  $H$ , Peclet sayısı  $Pe$  ve difüzyon oranı  $D_G^*/D_L^*$ . Sürekli fazda meydana gelen kimyasal reaksiyon olması durumunda reaksiyon hızı, Damköhler sayısı ile alakalıdır ( $Da=1$ -yavaş,  $Da=100$ -orta hızlı,  $Da=1000$ -hızlı).

Irandoost ve Andersson, bir yekpare reaktör içerisindeki kabarcık dizisi akışı için, kimyasal reaksiyon olması durumunda kütle transferini incelemiştir [6, 43]. Bu çalışmada reaktörün yüksek performansını açıklayabilecek olası olgular da belirtilmiştir. Bunlar; gaz-sıvı ve sıvı-katı fazların kütle transferini artıracak şekilde yüksek arayüze sahip olmaları, kabarcığı kanal duvarından ayıran sıvı filminin düşük transfer direnci sağlayacak şekilde kısa difüzyon uzunluğuna sahip olması ve sıvı ara akış bölmesi içerisinde daha fazla parçacığın duvarla temasını artıran devridaimdir.

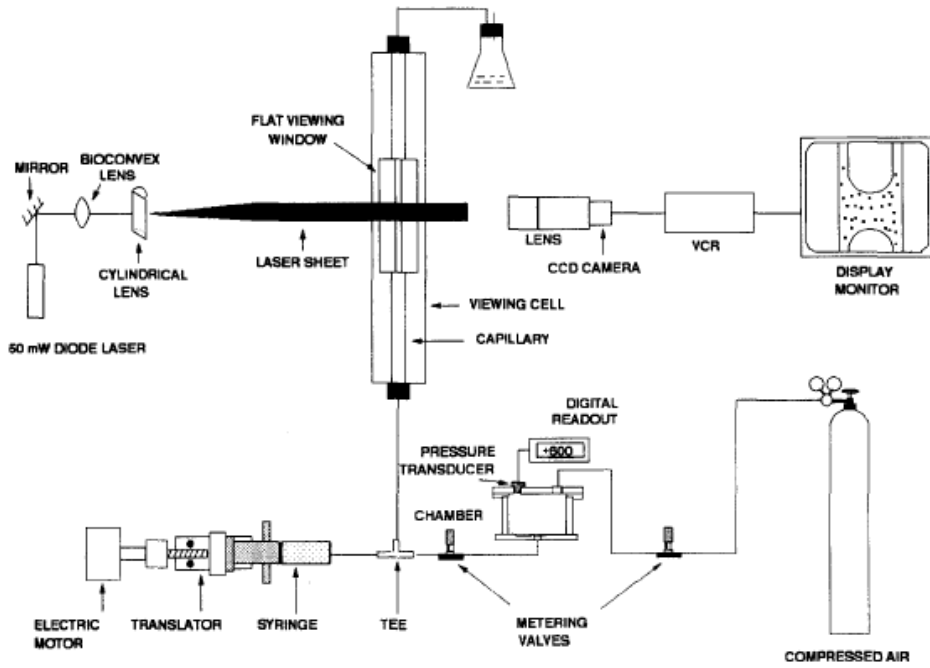
Bercic ve Pintar tarafından ise sabit bir sıvı ara akış bölmesi uzunluğu için kimyasal reaksiyon olması durumunda kabarcık uzunluğunun, kütle transferine etkileri incelenmiştir [33]. Buna göre kütle transferinde en önemli rolü oynayan parametreler, birim ücrenin ortalama hızı ve sıvı ara kış bölmesinin uzunluklarıdır. Bu çalışmada ayrıca, gaz ve sıvı arasındaki kütle transferinin önemli bir kısmını,

kabarcıkların baş ve son kısımlarındaki küresel bölgelerden sıvıya olan difüzyonun teşkil ettiği belirtilmiştir. Reaksiyonun önemli bir kısmı ise sıvı filmi tarafından kaplanmış katalitik duvarda meydana gelmektedir.

#### 2.4.3.5 Devridaim zamanı ile ilgili çalışmalar

Devridaim zamanı ileriki bölümlerde ayrıntılı bir şekilde irdelenecektir. Ancak bu kısımda konu üzerinde yapılmış çalışmalardan bahsetmekte fayda vardır. Bahsedilen çalışmalar aynı zamanda bu araştırmanın yapılması için de temel motivasyonu sağlamışlardır.

Thulasidas yapmış olduğu çalışmada kabarcık dizisi akışı için dar kanallarda deneysel incelemelerde bulunmuş ve akış rejimleri ile kütle transferi olgusunu da ele almıştır [44]. Thulasidas söz konusu çalışmasında, daha önce de bahsedilen PIV yöntemini kullanmıştır (Bkz. Şekil 2.8).



Şekil 2.8. Thulasidas'ın çalışmasında kullandığı deney tertibatı

Bu çalışmada sıvı ara akış bölmesi içerisinde yer alan devridaimin kütle transferinde önemli bir rol üstlendiğini belirtmiş ve devridaim zamanını tanımladıktan sonra, boyutsuz devridaim zaman formülünü vermiş, devridaim zamanının değişimini kılcılık sayısına bağlı olarak gösteren grafikleri de hem dairesel kesitli kanallarda hem de kare kesitli kanallarda elde etmiştir. Buna göre devridaim zamanları, dairesel kesitli kanallarda ve kare kesitli kanallarda benzer karakterlere sahiptir ve kılcılık sayısının küçük değerleri için çok az değişim gösterirler ( $T_{cir} \approx 3.0$ ).

Tsoligkas ise benzer bir deney düzeneği ve aynı gözlem tekniğiyle (PIV) çalışmıştır [45]. Bu çalışmada 1.5 ve 2mm genişliğe ve kare kesit alanına sahip dar kanallarda aşağı ve yukarı eşyönlü akış durumlarında, akışın hidrodinamikleri incelenmiştir. Çalışmalar sonucunda yukarı eşyönlü akışta, aşağı eşyönlü akışa nazaran 3-4 kat daha küçük devridaim zamanları elde edilmiş, bu sayede Kawakami'nin yekpare reaktörler için elde ettiği kütle transfer oranlarının kısmen açıklanabileceğini belirtmiştir [46].

Kawakami ise yekpare reaktörlerde farklı kanal yoğunlukları ile çeşitli gaz ve sıvı akış oranları için deneysel çalışmalarda bulunmuş ve yukarı eşyönlü akış tercih edilmesinin kütle transferi açısından daha verimli olacağını ifade etmiştir. Ancak bu olgunun ardındaki sebepler hakkında ise bir önermede bulunulmamıştır.

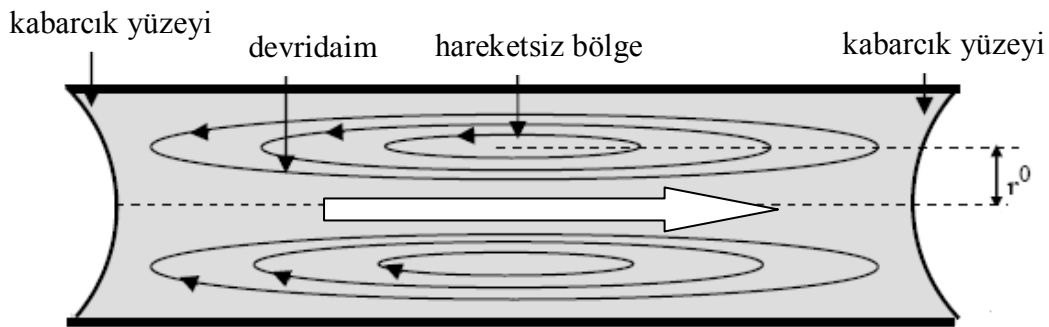
## BÖLÜM 3. ANALİTİK İNCELEMELER

Bu bölümde, kare ve dairesel kesitli kanallarda kütle transferini karşılaştırmak için ele alınan temel parametre olan devridaim zamanı açıklanacak ve dairesel kesitli kanallardan yola çıkarak kare kanal için ilk kez bu çalışmada elde edilen devridaim zamanını, kabarcık hızının görünür hıza oranına bağlı olarak veren formülün geliştirilmesi anlatılacaktır.

### 3.1 Kabarcık Dizisi Akışında Devridaim ve Devridaim Zamanı

Daha önceki bölümde de kısaca değinildiği gibi kabarcık dizisi akışını (Taylor akış rejimi) sadece bir birim hücre ile tanımlamak mümkündür. Bu birim hücre, bir boyca uzamış kabarcıktan bir de bu kabarcık ve diğer kabarcık arasında kalan sıvı ara akış bölmesinden (slug) meydana gelmektedir.

Devridaim ise bu sıvı ara akış bölmesi içerisinde meydana gelen girdaplar (vortex) sonucu oluşan ve bu sıvı ara akış bölmesinin kendi içerisinde sirkülasyonuna sebep olan hidrodinamik olgudur.



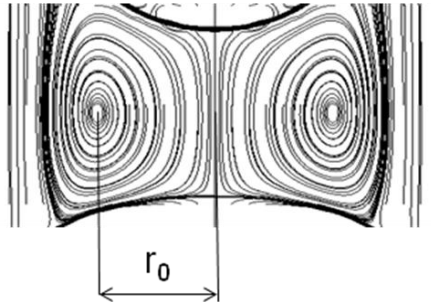
Şekil 3.1. Sıvı ara akış bölmesi içerisindeki devridaimin temsili



Boyutsuz devridaim zamanını ilk kez Shearer tarafından tanımlanmıştır [47]. Buna göre, boyutsuz devridaim zamanı, sıvı akış ara bölmesi içerisindeki bir parçacık için bu bölmenin bir ucundan diğerine gidene kadar geçen zamanın, bu bölmenin kendi uzunluğu kadar bir mesafeyi kat edeceği zamana oranı olarak ifade edilebilir. Böylece devridaim zamanı formülü de aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\tau_{\text{cir}} = \frac{\tau_L}{\tau_B} = \frac{L_s r_0^2}{2 \frac{L_s}{U_B} \int_0^{r_0} V(r) r dr} = \frac{U_B r_0^2}{2 \int_0^{r_0} V(r) r dr} \quad (23)$$

Yukarıdaki ilişkide  $L_s$ , sıvı akış ara bölmesinin uzunluğunu,  $V(r)$ , hız profilini (kabarcıkla hareket eden koordinat eksenine göre),  $U_B$ , kabarcığın hızını temsil etmektedir.  $r_0$  ise vorteks merkezi ile kanalın yarı genişliğini belirten eksen çizgisi arasındaki mesafedir.



Şekil 3.2.  $r_0$  mesafesinin temsili

Burada göz önünde bulundurulması gereken bir nokta da sıvı ara akış bölmesinin içerisinde devridaim oluşabilmesi için boyutsuz kılcallık sayısının 0.5'ten küçük olması gerektiğidir. Aksi takdirde akım çizgileri herhangi bir devridaim oluşturmadan takip eden kabarcık yüzeyine ulaşır ve kabarcık ile kanal çeperleri arasında kalan alanda sıkışma göstererek aynı şekilde kesintisiz devam eder. Burada bahsedilen kılcallık sayısı, kılcal kanallarda viskoz kuvvetlerin yüzey gerilimine karşı etkisini tanımlayan boyutsuz bir sayıdır ve aşağıdaki şekilde tanımlanabilir:

$$Ca = \frac{\mu_L^* U_B^*}{\sigma^*} \quad (24)$$

Devridaimin dar kanallardaki kabarcık dizisi akışında kütle transferi üzerinde etkisi ise büyüktür. Tsoligkas'ın da belirttiği gibi yukarı eşyönlü akış durumunda kütle transferinin aşağı eşyönlü akış durumundakine kıyasla yüksek olması, devridaimin yüksek, yani devridaim zamanının küçük olmasına bağlanmaktadır [45]. Devridaimin kuvvetli olması reaksiyon olmaması durumunda, kabarcıktan sıvı ara akış bölgesine difüze olan parçacıkların kabarcık yüzeyinden uzaklaşmasını kolaylaştıracak ve kabarcık yüzeyine yakın noktalarda konsantrasyon farkının korunmasına yardım edecek ve dolayısıyla kütle transferini artırır yönde etki edecektir. Kanal duvarlarında heterojen reaksiyon olması durumunda ise kanal duvarları civarına daha fazla parçacığın taşınması, reaksiyonun performansını artıracak ve yine kütle transferini olumlu yönde etkileyecektir. Homojen reaksiyon durumunda da devridaimin kuvvetli olması benzer şekilde etkiler gösterecek, sıvı ara akış bölmesi içerisinde daha iyi bir karıştırma meydana gelecek ve reaksiyon performansı da yine artacaktır. İşte tüm bu nedenlerden ötürü devridaim zamanı, yukarı ve aşağı eşyönlü akış durumlarında kütle transferini anlamak için kullanışlı bir parametre olarak karşımıza çıkmaktadır.

### 3.2 Dairesel Kesitli Kanallar İçin Devridaim Zamanı

Thulasidas'ın ifade ettiği devridaim zamanını hesaplamak için öncelikle çapı R olan silindirik bir kılcal boru ele alınırsa ve sıvı ara akış bölmesi içerisinde akışın Poiseuille ve tam gelişmiş olduğu kabul edilirse hız profili aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$W(r) = U_{\max} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (25)$$

Kabarcıkla beraber hareket eden hareketli eksen takımına göre yazılacak olursa ise:

$$V(r) = U_{\max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) - U_B = 2J \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) - U_B \quad (26)$$

Burada, J görünür hız olup aşağıdaki formülle verilmektedir:

$$J_{\text{total}} = \varepsilon U_B + (1 - \varepsilon) U_L \quad (27)$$

Görünür hız formülünde bahsi geçen  $\varepsilon$ , başlangıç koşullarında hacimsel olarak birim hücre içerisinde gaz fazının kapladığı hacmi,  $U_B$  ve  $U_L$  ise sırasıyla kabarcık ve sıvı fazın hızlarını temsil etmektedir. Görünür hız bu durumda, maksimum hızın yarısı olur ve  $U_{\text{mean}}$  olarak tabir edilebilir:

$$J = U_{\max} / 2 = U_{\text{mean}} \quad (28)$$

Eksenel bir pozisyon  $z_{\text{fd}}$ 'ye göre sıvı ara akış bölmesi içerisindeki ortalama hız da takip eden formülle verilir:

$$v_{\text{cir}}(z_{\text{fd}}) = \frac{1}{A_+} \iint_{A_+} V(r) dA \quad (29)$$

Burada,  $A_+$  kanal kesitinde hızın pozitif olduğu alanı temsil etmektedir.  $r_0$ , sıvı ara akış bölmesi içerisinde hızın sıfır olduğu yerin radyal konumu olduğuna göre bu alan  $A_+ = \pi r_0^2$  ile tanımlanabilir. Böylece  $dA$  ise  $dA = 2\pi r dr$  formunu alır ve yukarıdaki integral aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$v_{\text{L,cir}}(z_{\text{fd}}) = \frac{1}{A_+} \iint_{A_+} V dA = \frac{1}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} 2\pi r V(r) dr = \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} V(r) r dr \quad (30)$$

Eğer  $L_S$  sıvı ara akış bölmesinin uzunluğu olarak kabul edilirse, boyutsuz devridaim zamanı aşağıdaki şekle kavuşur:

$$\tau_L = \frac{L_S}{v_{\text{L,cir}}} = \frac{L_S r_0^2}{2 \int_0^{r_0} V(r) r dr} \quad (31)$$

Kabarcığın  $L_S$  kadar bir mesafeyi gitmek için ihtiyaç duyduğu zaman ise  $\tau_B = L_S / U_B$  ile verilir. Böylece, boyutsuz devridaim zamanını elde etmek üzere sıvının devridaim zamanı  $\tau_L$ , yukarıda bahsedilen zamana bölünürse Thulasidas'ın çalışmasında bahsettiği formül elde edilir:

$$\tau_{\text{cir}} = \frac{\tau_L}{\tau_B} = \frac{L_S r_0^2}{2 \frac{L_S}{U_B} \int_0^{r_0} V(r) r dr} = \frac{U_B r_0^2}{2 \int_0^{r_0} V(r) r dr} \quad (32)$$

Laminer bir akış durumunda yarıçapı  $R$  olan dairesel kesit alanına sahip kılcal kanallar için sıvı ara akış bölmesinin ortasındaki hız profili yukarıdaki boyutsuz devridaim zaman formülündeki yerine koyulursa:

$$\begin{aligned} \tau_{\text{cir}} &= \frac{U_B r_0^2}{2 \int_0^{r_0} V(r) r dr} = \frac{U_B r_0^2}{2 \int_0^{r_0} \left[ 2J \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) - U_B \right] r dr} = \frac{U_B r_0^2}{\int_0^{r_0} \left[ 4J \left( r - r^3 / R^2 \right) - 2U_B r \right] dr} \\ &= \frac{U_B r_0^2}{\left[ J \left( 2r^2 - r^4 / R^2 \right) - U_B r^2 \right]_0^{r_0}} = \frac{U_B r_0^2}{J \left( 2r_0^2 - r_0^4 / R^2 \right) - U_B r_0^2} \\ &= \frac{U_B}{J \left( 2 - r_0^2 / R^2 \right) - U_B} \end{aligned} \quad (33)$$

$r_0$  ise  $V(r_0) - U_B = 0$  ilişkisi ile tanımlanabilir. Böylece hız profili aşağıdaki şekli alır:

$$2J \left[ 1 - \left( \frac{r_0}{R} \right)^2 \right] = U_B \quad (34)$$

Yukarıdaki ilişki sayesinde  $r_0/R$  oranı aşağıdaki şekilde yazılabilir. Bu eşitlikte ifadeyi kolaylaştırmak için  $U_B/J$  oranı yerine  $\psi$  kullanılmıştır.

$$\frac{r_0}{R} = \sqrt{1 - \frac{U_B}{2J}} = \sqrt{\frac{2 - \psi}{2}} \quad (35)$$

Böylece Thulasidas'ın tanımladığı boyutsuz devridaim zamanı dairesel kesitli kanallar için sadece  $U_B/J$  oranına bağlı olarak elde edilebilir.

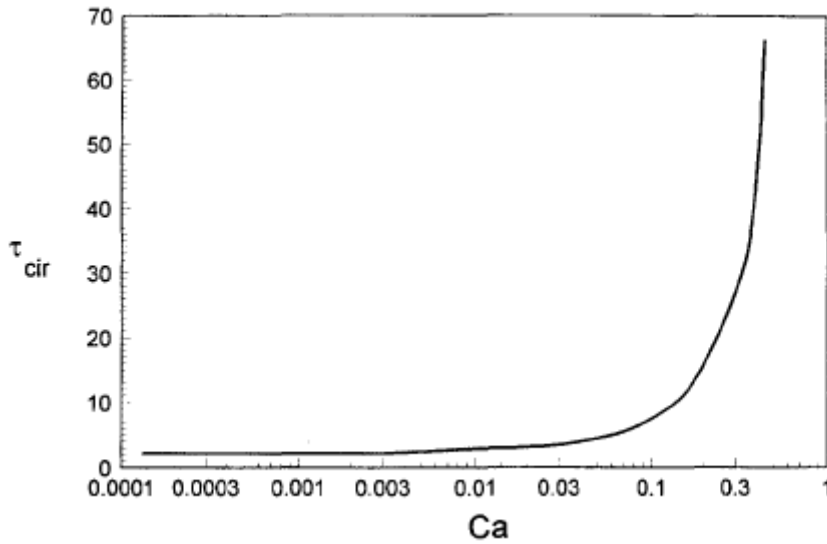
$$\begin{aligned}\tau_{\text{cir}} &= \frac{U_B}{J(2-r_0^2/R^2)-U_B} = \frac{U_B}{J\left[2-\left(1-\frac{U_B}{2J}\right)\right]-U_B} = \frac{U_B}{J\left(1+\frac{U_B}{2J}\right)-U_B} \\ &= \frac{U_B}{J-U_B/2} = \frac{1}{J/U_B-1/2} = \frac{1}{1/\psi-1/2} = \left(\frac{1}{\psi}-\frac{1}{2}\right)^{-1}\end{aligned}\quad (36)$$

Burada  $\psi$  değerinin  $1 \leq \psi \leq 2$  aralığında olduğu göz önünde tutulmalıdır. Çünkü kabarcık hızının maksimum değeri, ancak görünür hızın iki katı kadar olabilmektedir.

$\psi$  'nin en küçük değeri için ise ( $\psi = 1$  ve kılcılık sayısının küçük değerleri için):

$$\tau_{\text{cir}} = \frac{1}{1/\psi-1/2} = \frac{1}{1-1/2} = 2 \quad (37)$$

Devridaim zamanının  $U_B/J$  oranının en küçük değeri için 2 bulunması Thulasidas'ın deneysel sonuçları ile de uyum göstermektedir.(Bkz. Şekil 3.3)



Şekil 3.3. Boyutsuz devridaim zamanı ile kılcılık sayısının değişimi

Burada dikkat edilmesi gereken unsur, sabit bir  $U_B$  için kılcılık sayısı ( $Ca$ ) ve  $\psi = U_B/J$  oranının yukarı eşyönlü akış için aşağı eşyönlü akıştan büyük çıkacağıdır. Çünkü yukarı eşyönlü akışta basınç gradyeni ve kabarcığa etkileyen

kaldırma kuvveti aynı yönde iken aşağı eşyönlü akış şartlarında bu kuvvetler ters yönde etkir. Dolayısıyla kabarcığın hızı görünür hıza göre yukarı eşyönlü akış koşullarında yüksek olması kaçınılmazdır.

Yukarıda bahsedilen olgular sonucunda yukarı eşyönlü akış için sabit bir kılcallık sayısı için  $\psi = U_B / J$  oranının yüksek olması, dairesel kesitli kanallar için elde edilmiş olan boyutsuz devridaim zamanı formülü gereğince devridaim zamanının da yukarı eşyönlü akış için yüksek çıkmasına sebep olur.

$$\begin{aligned}
 \psi_{up} &> \psi_{down} \\
 \frac{1}{\psi_{up}} &< \frac{1}{\psi_{down}} \\
 \frac{1}{\psi_{up}} - \frac{1}{2} &< \frac{1}{\psi_{down}} - \frac{1}{2} \\
 \tau_{cir,up} &= \frac{1}{\frac{1}{\psi_{up}} - \frac{1}{2}} > \frac{1}{\frac{1}{\psi_{down}} - \frac{1}{2}} = \tau_{cir,down}
 \end{aligned} \tag{38}$$

Bu sonuçlar ise Thulasidas'ın ve Tsofigkas'ın çalışmalarında yer verdikleri sonuçlarla ters düşmektedir. Elde edilen sonucun doğruluğu nu tespit etmek için küçük bir sağlama işlemi şu şekilde yapılabilir:

Devridaime katılmayan ve kanal cidarı civarında kalan ilk akım çizgisinin (dividing streamline) radyal konumu aşağıdaki koşuldan yola çıkılarak hesaplanabilir:

$$2\pi \int_{r_1}^R V(r) r dr = A_{channel} (U_B - J) = \pi R^2 (U_B - J) \tag{39}$$

Eğer dairesel kesitli kılcal kanal için ilk kabul edilen hız profili yerine yazılırsa:

$$2\pi \int_{r_1}^R V(r) r dr = 2\pi \int_{r_1}^R \left[ 2J \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) - U_B \right] r dr = 2\pi \int_{r_1}^R \left[ 2J \left( r - \frac{r^3}{R^2} \right) - U_B r \right] dr$$

$$\begin{aligned}
&= 2\pi \left[ 2J \left( \frac{r^2}{2} - \frac{1}{4} \frac{r^4}{R^2} \right) - U_B \frac{r^2}{2} \right]_r^R \\
&= 2\pi \left[ 2J \left( \frac{R^2}{2} - \frac{1}{4} \frac{R^4}{R^2} \right) - U_B \frac{R^2}{2} \right] - 2\pi \left[ 2J \left( \frac{r_1^2}{2} - \frac{1}{4} \frac{r_1^4}{R^2} \right) - U_B \frac{r_1^2}{2} \right] \\
&= \pi R^2 (J - U_B) - \pi r_1^2 \left[ J \left( 2 - \frac{r_1^2}{R^2} \right) - U_B \right]
\end{aligned} \tag{40}$$

Böylece akım çizgisi için yazılan ilişki aşağıdaki şekli alır:

$$\pi R^2 (J - U_B) - \pi r_1^2 \left[ J \left( 2 - \frac{r_1^2}{R^2} \right) - U_B \right] = \pi R^2 (U_B - J) \tag{41}$$

ve  $r_1/R$  oranı ise:

$$\frac{r_1}{R} = \sqrt{2 - \frac{U_B}{J}} = \sqrt{2 - \psi} \tag{42}$$

$r_1/R$  değeri, Thulasidas'ın verdiği  $r_0/R$ 'a oranlanırsa  $r_1/r_0$  oranı,  $U_B/J$ 'den bağımsız olarak sabit bir sayıya eşit olarak bulunur.

$$\frac{r_1}{r_0} = \frac{\sqrt{2 - \psi}}{\sqrt{\frac{2 - \psi}{2}}} = \sqrt{2} \tag{43}$$

Bu sayede kesen akım çizgisindeki hız da yukarıda elde edilen oran  $r_1^2/R^2$  yerine koyularak aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$\begin{aligned}
V_1 = V(r = r_1) &= 2J \left[ 1 - \left( 2 - \frac{U_B}{J} \right) \right] - U_B = 2J \left( 1 - 2 + \frac{U_B}{J} \right) - U_B \\
&= 2J \left( \frac{U_B}{J} - 1 \right) - U_B = 2U_B - 2J - U_B = U_B - 2J = U_B - U_{\max}
\end{aligned} \tag{44}$$

Eğer sabit eksen takımına göre yazılacak olunursa:

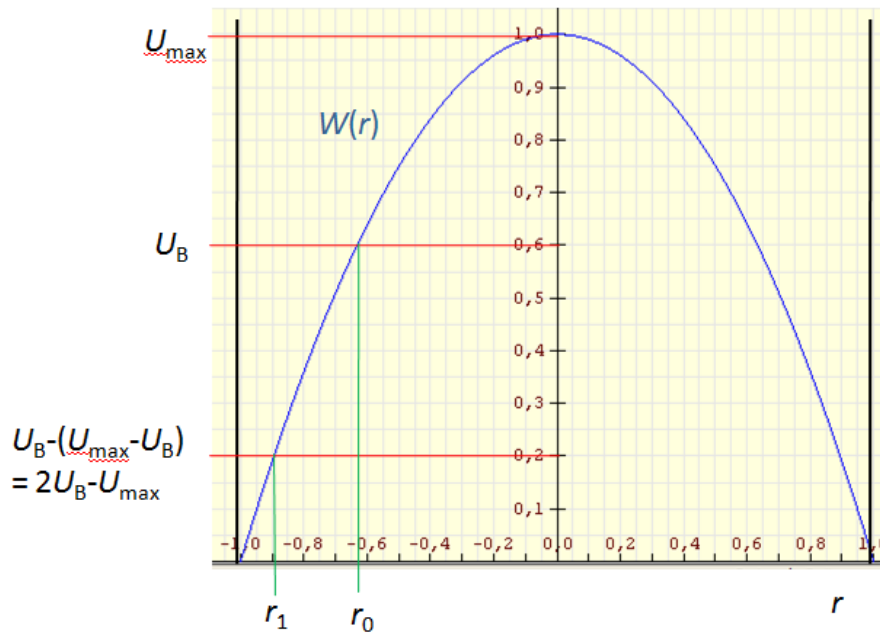
$$W(r = r_0) = U_B \quad (45)$$

$$W(r = r_1) = U_B - (U_{\max} - U_B) = 2U_B - U_{\max} \quad (46)$$

Bu değerlerin, ilk kabul edilen hız profilini sağlaması gerekmektedir.

$W(r) = U_{\max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$  profili, 2mm'lik bir kanal ele alınarak çizdirilir ve elde edilen

değerler işaretlenirse, bu değerlerin hız profilini sağladığı görülebilir. (Bkz. Şekil 3.4)



Şekil 3.4. W(r) hız profili ve elde edilen değerlerin gösterimi

### 3.3 Kare Kesitli Kanallar İçin Devridaim Zamanı

Bu bölümde kare kesit alanına sahip kılcal kanallarda boyutsuz devridaim zamanının nasıl elde edildiği anlatılacaktır. Bugüne kadar literatürde  $U_B/J$  oranına bağlı olarak kare kesitli kanallarda devridaim zamanını veren bir formül bulunmamaktadır. Bu



vesile ile de elde edilmesi bu konuda ileride yapılacak çalışmalar için önem arz etmektedir.

Kare kanallar için devridaim zamanını elde etmek için öncelikle dikdörtgen kesit alanına sahip bir kanaldan yola çıkılmıştır. Boyutsuz devridaim zamanının tanımından yola çıkarak dikdörtgen kanal için devridaim zamanını aşağıdaki gibi ifade etmek mümkündür:

$$\tau_{\text{cir}} = \frac{\tau_L}{\tau_B} = \frac{L_S / v_{L,\text{cir}}}{L_S / U_B} = \frac{U_B}{v_{L,\text{cir}}} \quad (47)$$

Burada yer alan  $v_{L,\text{cir}}$  terimi ise aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$v_{L,\text{cir}} = \frac{1}{\mathcal{V}'_{\text{cir}}} \iiint_{\mathcal{V}'_{\text{cir}}} V d\mathcal{V} \quad (48)$$

Yukarıdaki ilişkide  $\mathcal{V}'_{\text{cir}}$ , sıvı ara akış bölmesi içerisinde, hareketli eksen takımına göre  $V$  hızının pozitif olduğu hacmi göstermektedir. Eğer sıvı ara akış bölmesi içerisinde aksel yöndeki hız dağılımı üniform olarak kabul edilirse, sıvı ara akış bölmesinin ortasında yukarıdaki hacim integrali, alan integrali ile değiştirilebilir:

$$v_{L,\text{cir}} = \frac{1}{A_+} \iint_{A_+} V dA \quad (49)$$

Eğer elde edilen bu değer dikdörtgen kanal için devridaim zamanı formülünde yerine yazılırsa, formül aşağıdaki şekli alır:

$$\tau_{\text{cir}} = \frac{\tau_L}{\tau_B} = \frac{L_S / v_{L,\text{cir}}}{L_S / U_B} = \frac{U_B}{v_{L,\text{cir}}} = \frac{U_B}{\frac{1}{A_+} \iint_{A_+} V dA} = \frac{\iint_{A_{\text{cir}}} dA}{\iint_{A_+} (V / U_B) dA} \quad (50)$$

Kare bir kanal için ise  $A_+$  alanı içerisindeki hız profili, kanal eksenine göre simetriktir. Eğer  $V(r)$ 'nin sıfır olduğu konum için yarıçap  $r_0$  ile gösterilirse kare kanal için devridaim zamanı formülü dairesel kesitli kanaldakine benzer bir hal alır:

$$\tau_{\text{cir}} = \frac{\tau_L}{\tau_B} = \frac{\iint_{A_+} dA}{\iint_{A_+} (V/U_B) dA} \approx \frac{\pi r_0^2}{\int_0^{r_0} 2\pi r (V(r)/U_B) dr} = \frac{U_B r_0^2}{2 \int_0^{r_0} V(r) r dr} \quad (51)$$

Ancak, hız profili  $V(r)$  kare kesit alanına sahip kanalda dairesel kesit alanına sahip bir kanaldakine göre farklıdır. Bunun birçok sebebi olduğu gibi en önemlisi kare kanallarda meydana gelen farazi köşe akışlarıdır (so-called corner flow). Kesit alanı  $axb$  olan ( $-a \leq y \leq a$  ve  $-b \leq z \leq b$ ) bir dikdörtgen kanalda, tam gelişmiş laminar akış için aksel hızın tam çözümü aşağıdaki gibidir:

$$u(y, z) = \frac{16a^2}{\mu\pi^3} \left( -\frac{dP}{dx} \right) \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^3} \left[ 1 - \frac{\cosh\left(\frac{n\pi}{2a} z\right)}{\cosh\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)} \right] \cos\left(\frac{n\pi}{2a} y\right) \quad (52)$$

Yukarıdaki denklemde geçen  $a$  ve  $b$  parametreleri sırasıyla kanalın yarı genişliği ( $a = W/2$ ) ve yarı yüksekliğidir ( $b = H/2$ ). Kanaldaki debi ise:

$$\begin{aligned} Q &= \int_{-a}^a \int_{-b}^b u(y, z) dy dz = 4 \int_0^a \int_0^b u(y, z) dz dy \\ &= \frac{64a^2}{\mu\pi^3} \left( -\frac{dP}{dx} \right) \int_{y=0}^a \int_{z=0}^b \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^3} \left[ 1 - \frac{\cosh\left(\frac{n\pi}{2a} z\right)}{\cosh\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)} \right] \cos\left(\frac{n\pi}{2a} y\right) dz dy \end{aligned} \quad (53)$$

Elde edilen denklem, aşağıdaki gibi basitleştirilmeye devam edilirse;

$$\begin{aligned} Q &= \frac{64a^2}{\mu\pi^3} \left( -\frac{dP}{dx} \right) \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^3} \int_0^a \cos\left(\frac{n\pi}{2a} y\right) dy \int_0^b \left[ 1 - \frac{\cosh\left(\frac{n\pi}{2a} z\right)}{\cosh\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)} \right] dz \\ &= \frac{64a^2}{\mu\pi^3} \left( -\frac{dP}{dx} \right) \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^3} \left[ \frac{2a}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{2a} y\right) \right]_0^a \left[ z - \frac{2a}{n\pi} \frac{\sinh\left(\frac{n\pi}{2a} z\right)}{\cosh\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)} \right]_0^b \\ &= \frac{64a^2}{\mu\pi^3} \left( -\frac{dP}{dx} \right) \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^3} \left[ \frac{2a}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right] \left[ b - \frac{2a}{n\pi} \frac{\sinh\left(\frac{n\pi}{2a} b\right)}{\cosh\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)} \right] \\ &= \frac{128a^3 b}{\mu\pi^4} \left( -\frac{dP}{dx} \right) \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^4} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \left[ 1 - \frac{2a}{n\pi b} \frac{\sinh\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)}{\cosh\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)} \right] \\ Q &= \frac{128a^3 b}{\mu\pi^4} \left( -\frac{dP}{dx} \right) \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^4} \sin\left(n \frac{\pi}{2}\right) \left[ 1 - \frac{2a}{n\pi b} \tanh\left(\frac{n\pi b}{2a}\right) \right] \end{aligned} \quad (54)$$

$n$ 'nin tek sayı değerleri için ( $n=1,3,5$ ),  $\sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)$  değeri  $(-1)^{\frac{n-1}{2}}$  değerine eşit

olduğundan ifade daha da basitleştirilebilir:

$$\begin{aligned}
Q &= \frac{128a^3b}{\mu\pi^4} \left(-\frac{dP}{dx}\right) \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^4} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \left[1 - \frac{2a}{n\pi b} \tanh\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)\right] \\
&= \frac{128a^3b}{\mu\pi^4} \left(-\frac{dP}{dx}\right) \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^4} \left[1 - \frac{2a}{n\pi b} \tanh\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)\right] \\
&= \frac{128a^3b}{\mu\pi^4} \left(-\frac{dP}{dx}\right) \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{n^4} \left[1 - \frac{2a}{n\pi b} \tanh\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)\right] \\
&= \frac{4a^3b}{3\mu} \left(-\frac{dP}{dx}\right) \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{96}{\pi^4 n^4} \left[1 - \frac{2a}{n\pi b} \tanh\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)\right] \\
&= \frac{4a^3b}{3\mu} \left(-\frac{dP}{dx}\right) \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left[\frac{96}{\pi^4 n^4} - \frac{192a}{\pi^5 n^5 b} \tanh\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)\right] \\
&= \frac{4a^3b}{3\mu} \left(-\frac{dP}{dx}\right) \left[\frac{96}{\pi^4} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{n^4} - \frac{192a}{\pi^5 b} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{n^5} \tanh\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)\right] \tag{55}
\end{aligned}$$

Eğer  $\sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{96}$  ilişkisi kullanılırsa son elde edilen debi formülü aşağıdaki gibi

yazılabilir:

$$Q = \frac{4a^3b}{3\mu} \left(-\frac{dP}{dx}\right) \left[1 - \frac{192a}{\pi^5 b} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{n^5} \tanh\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)\right] \tag{56}$$

Yukarıdaki denklemden faydalanılarak basınç gradyeni aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\left(-\frac{dP}{dx}\right) = \frac{3\mu}{4a^3b} Q \left[1 - \frac{192a}{\pi^5 b} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{n^5} \tanh\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)\right]^{-1} \tag{57}$$

Böylece elde edilen basınç gradyeni daha önce geliştirilmiş olan bir dikdörtgen kanalda, tam gelişmiş laminer akış için aksenal hız formülünde yerine yazılırsa:

$$u(y, z) = \frac{16a^2}{\mu\pi^3} \left(-\frac{dP}{dx}\right) \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^3} \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{n\pi}{2a} z\right)}{\cosh\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)}\right] \cos\left(\frac{n\pi}{2a} y\right)$$

$$= \frac{12}{\pi^3} \frac{Q}{ab} \frac{\sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^3} \left[ 1 - \frac{\cosh\left(\frac{n\pi}{2a} z\right)}{\cosh\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)} \right] \cos\left(\frac{n\pi}{2a} y\right)}{1 - \frac{192a}{\pi^5 b} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{n^5} \tanh\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)} \quad (58)$$

Görünür hız,  $J = \frac{Q}{A_{\text{channel}}} = \frac{Q}{4ab}$  ilişkisi ile ifade edilebileceğinden dolayı kare

kesit alanına sahip kanaldaki hız profili aşağıdaki nihai formuna kavuşur:

$$V(y, z) = u(y, z) - U_B = \frac{64}{\pi^3} J \frac{\sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^3} \left[ 1 - \frac{\cosh\left(\frac{n\pi}{2a} z\right)}{\cosh\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)} \right] \cos\left(\frac{n\pi}{2a} y\right)}{1 - \frac{192a}{\pi^5 b} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{n^5} \tanh\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)} - U_B \quad (59)$$

Kare kesit alanına sahip bir kanal için kanal ekseninde, sıvı ara akış bölmesindeki sıvının maksimum hızının ortalama hıza oranı 2.096 olarak verilir.

$$\frac{U_{\text{max}}}{U_{\text{mean}}} = 2.096 \quad (60)$$

Sıvı ara akış bölmesi içerisinde devridaim oluşması için gerekli  $U_B < U_{\text{max}}$  şartı, yukarıdaki ilişki ve burada belirtilen ortalama hızın görünür hıza eşit olmasından dolayı, aşağıdaki şekilde de ifade edilebilir:

$$\psi = \frac{U_B}{J} \leq 2.096 \quad (61)$$

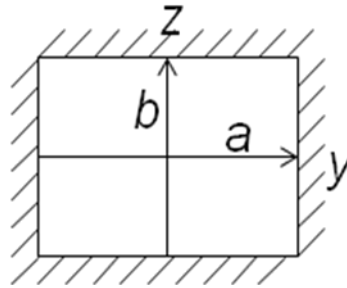
Burada dikkat çekilmek istenen noktalardan bir tanesi de elde edilen hız profilinin bulunduğu şekil ile direkt kullanılamaz olmasıdır. Hız profilinde bulunan sonsuz seriler ile trigonometrik fonksiyonlar, bu hız profilinin devridaim zaman formülünde kullanılmasını neredeyse imkansız hale getirmektedir. Bu yüzden de bir sonraki adımda açıklanacak olan bir takım yaklaşımlara ihtiyaç vardır.

Dikdörtgen kesit alanına sahip bir kanal için, yukarıda bahsedilen hız profiline iyi bir yaklaşım Natarajan & Lakshmanan'da aşağıdaki şekilde verilmiştir [48]:

$$u(Y, Z) = U_{\max} (1 - Y^m)(1 - Z^n) \quad (62)$$

Burada Y ve Z ile belirtilen parametreler, kesit alanında sırasıyla genişlik ve yükseklik için o doğrultulardaki pozisyonlardır ( $Y \equiv y/a$  ve  $Z \equiv z/b$ ). Bu hız profili için maksimum ve ortalama hız arasındaki oran aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\frac{U_{\max}}{U_{\text{mean}}} = \frac{m+1}{m} \frac{n+1}{n} \quad (63)$$



Şekil 3.5. a ve b uzunluklarının dikdörtgen bir kanal için şematik gösterimi

Görünür hız debinin, kanalın alanına oranı olarak tanımlanabileceğinden dolayı aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$J = \frac{Q}{A_{\text{channel}}} = \frac{4abU_{\text{mean}}}{4ab} = U_{\text{mean}} = U_{\max} \frac{m}{m+1} \frac{n}{n+1} \quad (64)$$

Böylece dikdörtgen kesitli bir kanalda hareketli eksen takımına göre hız aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$V(Y, Z) = u(Y, Z) - U_B = J \frac{m+1}{m} \frac{n+1}{n} (1 - Y^m)(1 - Z^n) - U_B \quad (65)$$

Bu noktada ifadeyi daha basitleştirmek için yeni bir değişken ( $\phi$ ) kullanmakta fayda vardır.

$$\phi \equiv \frac{m}{m+1} \frac{n}{n+1} \frac{U_B}{J} \quad (66)$$

Sıvı ara akış bölmesi içerisinde devridaimin oluşması için gerekli şart ise aşağıdaki şekilde yeniden düzenlenebilir:

$$1 \leq \psi \leq \frac{m+1}{m} \frac{n+1}{n} \quad (67)$$

Bu ilişkiden faydalanılarak  $\phi$ 'nin alabileceği değer aralığı da tespit edilebilir:

$$\frac{m}{m+1} \frac{n}{n+1} \leq \phi \leq 1 \quad (68)$$

$\phi$ 'nin tanımı kullanılarak dikdörtgen kesitli bir kanalda hareketli eksen takımına göre hız aşağıdaki formda yazılabilir:

$$\frac{V(Y, Z)}{U_B} = \frac{1}{\phi} (1 - Y^m)(1 - Z^n) - 1 \quad (69)$$

Hareketli eksen takımına göre hızın sıfır olduğu yerde  $Z_0(Y)$  eğrisinin durumu aşağıdaki şekilde verilir:

$$\frac{1}{\phi} (1 - Y^m)(1 - Z_0^n) - 1 = 0 \quad (70)$$

$$Z_0(Y) = \left( 1 - \frac{\phi}{1 - Y^m} \right)^{\frac{1}{n}} = \left( \frac{1 - \phi - Y^m}{1 - Y^m} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (71)$$

$Y_{\max} = (1 - \phi)^{\frac{1}{m}}$  olduğu durumda  $A_+$  alanı ise aşağıdaki şekildedir:

$$A_+ = 4 \int_0^{Y_{\max}} \int_0^{z_0(y)} dz dy = 4ab \int_0^{Y_{\max}} \int_0^{Z_0(Y)} dZ dY \quad (72)$$

Böylece az önce tanımlanan  $Z_0(Y)$  şu şekilde tekrar yazılabilir:

$$Z_0(Y) = \left( \frac{Y_{\max}^m - Y^m}{1 - Y^m} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (73)$$

Böylece  $A_+$  alanı da aşağıdaki forma kavuşur:

$$A_+ = 4ab \int_0^{Y_{\max}} \int_0^{Z_0(Y)} dZ dY = 4ab \int_0^{Y_{\max}} Z_0(Y) dY = 4ab \int_0^{Y_{\max}} \left( \frac{Y_{\max}^m - Y^m}{1 - Y^m} \right)^{\frac{1}{n}} dY \quad (74)$$

Burada  $Y = Y_{\max} u$  ve  $dY = Y_{\max} du$  ilişkileri kullanılarak:

$$\begin{aligned} A_+ &= 4ab \int_0^{Y_{\max}} \left( \frac{Y_{\max}^m - Y^m}{1 - Y^m} \right)^{\frac{1}{n}} dY = 4ab \int_0^1 \left( \frac{Y_{\max}^m - Y_{\max}^m u^m}{1 - Y_{\max}^m u^m} \right)^{\frac{1}{n}} Y_{\max} du \\ &= 4ab \int_0^1 \left( \frac{Y_{\max}^m - Y_{\max}^m u^m}{1 - Y_{\max}^m u^m} \right)^{\frac{1}{n}} Y_{\max} du = 4ab \int_0^1 \left( \frac{1 - u^m}{1/Y_{\max}^m - u^m} \right)^{\frac{1}{n}} Y_{\max} du \end{aligned} \quad (75)$$

$Y_{\max} = (1 - \phi)^{\frac{1}{m}}$  ilişkisinden faydalanılarak  $A_+$  alanı tekrar düzenlenirse:

$$A_+ = 4ab Y_{\max} \int_0^1 \left( \frac{1 - u^m}{1/Y_{\max}^m - u^m} \right)^{\frac{1}{n}} du = 4ab (1 - \phi)^{\frac{1}{m}} \int_0^1 \left( \frac{1 - u^m}{(1 - \phi)^{-1} - u^m} \right)^{\frac{1}{n}} du \quad (76)$$

Bu sayede asıl devridaim zamanı formülündeki payda daha kolay bir forma dönüştürülmüş olunur:

$$\begin{aligned} \iint_{A_+} \frac{V}{U_B} dA &= 4ab \int_0^{Y_{\max}} \int_0^{Z_0} \left[ \frac{1}{\phi} (1 - Y^m)(1 - Z^n) - 1 \right] dZ dY \\ &= 4ab \int_0^{Y_{\max}} \int_0^{Z_0} \left[ \left( \frac{1}{\phi} (1 - Y^m) - 1 \right) - \frac{1}{\phi} (1 - Y^m) Z^n \right] dZ dY \\ &= 4ab \int_0^{Y_{\max}} Z_0 \left[ \left( \frac{1}{\phi} (1 - Y^m) - 1 \right) - \frac{1}{\phi} \frac{1}{n+1} (1 - Y^m) Z_0^n \right] dY \end{aligned} \quad (77)$$

Bulunan  $Z_0(Y)$  eşitliğinden de yararlanılırsa:

$$\begin{aligned} \iint_{A_+} \frac{V}{U_B} dA &= \\ &4ab \int_0^{Y_{\max}} \left( \frac{Y_{\max}^m - Y^m}{1 - Y^m} \right)^{\frac{1}{n}} \left[ \left( \frac{1}{\phi} (1 - Y^m) - 1 \right) - \frac{1}{\phi} \frac{1}{n+1} (1 - Y^m) \left( \frac{Y_{\max}^m - Y^m}{1 - Y^m} \right)^{\frac{1}{n}} \right] dY \end{aligned} \quad (78)$$

Eğer  $\phi$  değeri,  $\phi = 1 - Y_{\max}^m$  ilişkisi uyarınca yerine yazılırsa:

$$\begin{aligned}
\iint_{A_+} \frac{V}{U_B} dA &= 4ab \int_0^{Y_{\max}} \left( \frac{Y_{\max}^m - Y^m}{1 - Y^m} \right)^{\frac{1}{n}} \left[ \left( \frac{1 - Y^m}{1 - Y_{\max}^m} - 1 \right) - \frac{1}{n+1} \frac{1 - Y^m}{1 - Y_{\max}^m} \left( \frac{Y_{\max}^m - Y^m}{1 - Y^m} \right) \right] dY \\
&= 4ab \int_0^{Y_{\max}} \left( \frac{Y_{\max}^m - Y^m}{1 - Y^m} \right)^{\frac{1}{n}} \left[ \frac{1 - Y^m - (1 - Y_{\max}^m)}{1 - Y_{\max}^m} - \frac{1}{n+1} \frac{Y_{\max}^m - Y^m}{1 - Y_{\max}^m} \right] dY \\
&= 4ab \int_0^{Y_{\max}} \left( \frac{Y_{\max}^m - Y^m}{1 - Y^m} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{Y_{\max}^m - Y^m}{1 - Y_{\max}^m} - \frac{1}{n+1} \frac{Y_{\max}^m - Y^m}{1 - Y_{\max}^m} \right) dY \\
&= 4ab \int_0^{Y_{\max}} \left( \frac{Y_{\max}^m - Y^m}{1 - Y^m} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{Y_{\max}^m - Y^m}{1 - Y_{\max}^m} \left( 1 - \frac{1}{n+1} \right) dY \\
&= 4ab \frac{n}{n+1} \int_0^{Y_{\max}} \left( \frac{Y_{\max}^m - Y^m}{1 - Y^m} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{Y_{\max}^m - Y^m}{1 - Y_{\max}^m} dY \\
&= \frac{4ab}{\phi} \frac{n}{n+1} \int_0^{Y_{\max}} \left( \frac{Y_{\max}^m - Y^m}{1 - Y^m} \right)^{\frac{1}{n}} (Y_{\max}^m - Y^m) dY \\
&= \frac{4ab}{\phi} \frac{n}{n+1} \int_0^{Y_{\max}} \left( \frac{(Y_{\max}^m - Y^m)^{n+1}}{1 - Y^m} \right)^{\frac{1}{n}} dY \tag{79}
\end{aligned}$$

Bu eşitlik,  $Y = Y_{\max} u$  ve  $dY = Y_{\max} du$  ilişkilerinden de yararlanılarak aşağıdaki şekilde geliştirilirse:

$$\begin{aligned}
\iint_{A_+} \frac{V}{U_B} dA &= \frac{4ab}{\phi} \frac{n}{n+1} \int_0^{Y_{\max}} \left( \frac{(Y_{\max}^m - Y^m)^{n+1}}{1 - Y^m} \right)^{\frac{1}{n}} dY \\
&= \frac{4ab}{\phi} \frac{n}{n+1} \int_0^1 \left( \frac{(Y_{\max}^m - Y_{\max}^m u^m)^{n+1}}{1 - Y_{\max}^m u^m} \right)^{\frac{1}{n}} Y_{\max} du \\
&= \frac{4ab}{\phi} \frac{n}{n+1} Y_{\max} Y_{\max}^m Y_{\max}^{m/n} \int_0^1 \left( \frac{(1 - u^m)^{n+1}}{1 - Y_{\max}^m u^m} \right)^{\frac{1}{n}} du \\
&= \frac{4ab}{\phi} \frac{n}{n+1} Y_{\max} Y_{\max}^m \int_0^1 \left( \frac{1}{1/Y_{\max}^m} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{(1 - u^m)^{n+1}}{1 - Y_{\max}^m u^m} \right)^{\frac{1}{n}} du
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= \frac{4ab}{\phi} \frac{n}{n+1} Y_{\max}^{m+1} \int_0^1 \left( \frac{(1-u^m)^{n+1}}{1/Y_{\max}^m - u^m} \right)^{\frac{1}{n}} du \\
&= 4ab \frac{n}{n+1} \frac{(1-\phi)^{\frac{m+1}{m}}}{\phi} \int_0^1 \left( \frac{(1-u^m)^{n+1}}{(1-\phi)^{-1} - u^m} \right)^{\frac{1}{n}} du
\end{aligned} \tag{80}$$

Böylece devridaim zamanına ait formül pay kısmının da daha kolay bir forma kavuşturulması ile aşağıdaki şekli alır:

$$\begin{aligned}
\tau_{\text{cir}} &= \frac{\iint_{A_*} dA}{\iint_{A_*} (V/U_B) dA} = \frac{4ab(1-\phi)^{\frac{1}{m}} \int_0^1 \left( \frac{1-u^m}{(1-\phi)^{-1} - u^m} \right)^{\frac{1}{n}} du}{4ab \frac{n}{n+1} \frac{(1-\phi)^{\frac{m+1}{m}}}{\phi} \int_0^1 \left( \frac{(1-u^m)^{n+1}}{(1-\phi)^{-1} - u^m} \right)^{\frac{1}{n}} du} \\
&= \frac{n+1}{n} \frac{\phi}{1-\phi} \frac{\int_0^1 \left( \frac{1-u^m}{(1-\phi)^{-1} - u^m} \right)^{\frac{1}{n}} du}{\int_0^1 \left( \frac{(1-u^m)^{n+1}}{(1-\phi)^{-1} - u^m} \right)^{\frac{1}{n}} du}
\end{aligned} \tag{81}$$

Bu formülde kullanılan  $\phi$  değeri ise daha önceden aşağıdaki şekilde kabul edilmişti:

$$\phi \equiv \frac{m}{m+1} \frac{n}{n+1} \frac{U_B}{J} = \frac{m}{m+1} \frac{n}{n+1} \psi \tag{82}$$

En son elde edilen devridaim zamanı denklemindeki her iki integral de ancak nümerik olarak alınabilir.

Sabit bir kabarcık hızı ( $U_B$ ) i.in kılcılık sayısı (Ca) ve  $\psi = U_B / J$  oranı yukarı eşyönlü akış durumunda aşağı eşyönlü akış durumundakine nazaran daha büyüktür.

$$\begin{aligned}
\phi_{\text{up}} &> \phi_{\text{down}} \\
\frac{\phi_{\text{up}}}{1-\phi_{\text{up}}} &> \frac{\phi_{\text{down}}}{1-\phi_{\text{down}}}
\end{aligned}$$

Bu ilişki neticesinde sabit bir kılcallık sayısı için yukarı eşyönlü akış dırımında devridaim zamanı da yüksek olmaktadır.

Kare bir kanaldaki  $m$  ve  $n$  değerleri için Natarajan & Lakshmanan'da [48] iyi bir yaklaşım verilmiştir ( $m = n = 2.2 = 11/5$ ). Bundan faydalanmak suretiyle kare kanallarda devridaim zamanını veren ve sadece  $U_B/J$  oranına bağlı, genelleştirilmiş nihai bir formüle kavuşmak mümkündür.

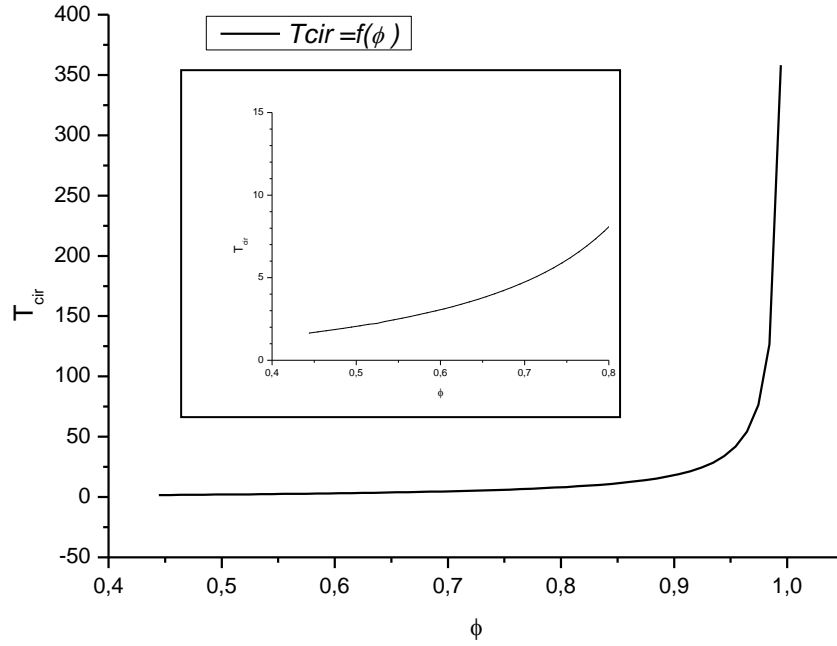
$$\tau_{\text{cir}} = \frac{16}{11} \frac{\phi}{1-\phi} \frac{\int_0^1 \left( \frac{1-u^{\frac{11}{5}}}{(1-\phi)^{-1}-u^{\frac{11}{5}}} \right)^{\frac{5}{11}} du}{\int_0^1 \left( \frac{(1-u^{\frac{11}{5}})^{\frac{16}{5}}}{(1-\phi)^{-1}-u^{\frac{11}{5}}} \right)^{\frac{5}{11}} du} \quad (82)$$

Buradaki  $\phi$  değeri ise aşağıdaki ilişkide gösterilmiştir:

$$\phi \equiv \frac{121}{256} \frac{U_B}{J} = \frac{121}{256} \psi \quad (83)$$

Bu çalışma neticesinde kare kesit alanına sahip kanallarda, kabarcık dizisi akış rejiminde devridaim zamanını sadece  $U_B/J$  oranına bağlı olarak hesaplamayı mümkün kılan formül geliştirilmiştir. Bu hesaplamayı sağlayacak herhangi bir formülasyona ise bu çalışmadan önce literatürde rastlanamamıştır.

$\phi$ 'nin alabileceği değer aralığı için ( $0.476 \leq \phi \leq 1.063$ ) yukarıdaki integraller MATLAB programı vasıtası ile nümerik olarak alınırsa pay ve paydadaki integrallerin sadece 1.34'ten 1.31'e değişmektedir. Bu bulgular ışığında kare kanaldaki devridaim zamanının aslen  $\frac{16}{11} \frac{\phi}{1-\phi}$  oranından etkilendiği açıktır.



Şekil 3.6.  $\phi$  değerine bağlı olarak devridaim zamanının ( $T_{cir}$ ) değişimi

$U_B/J$  oranı ile  $\phi$  değerinin doğru orantılı olması neticesinde  $U_B/J$  oranı arttıkça, devridaim zamanına ait formülde integrallerin önünde yer alan ve asıl etkin oran da artacak, dolayısıyla devridaim zamanı yüksek olacaktır. Daha önceki bölümde anlatıldığı üzere  $U_B/J$  oranı yukarı eşyönlü akışta daha yüksektir. Dolayısıyla yukarı eşyönlü akış koşulunda devridaim zamanı aşağı eşyönlü akışa göre yüksek olacak, sonuç olarak kütle transferi bu durumdan olumsuz etkilenecektir. Bu durum daha önce, dairesel kesitli kanallar için yapılan çalışmayla tutarlı olmakta ancak önceki bölümde de anlatıldığı gibi literatürdeki deneysel çalışma sonuçlarıyla farklılık göstermektedir. Bu bulguyu daha derinlemesine incelemek amacıyla yapılan nümerik simülasyonlar bir sonraki bölümde anlatılacaktır.

## **BÖLÜM 4. NÜMERİK SİMÜLASYONLAR**

Bu bölümde, kare kesit alanına sahip kanallarda kütle transferini karşılaştırmak için ele alınan temel parametre olan devridaim zamanı için bir önceki bölümde elde edilen formülün doğruluğunu teyit etmek ve akış yönünün kütle transferi üzerindeki etkisini daha derinlemesine incelemek için TURBIT-VOF yazılımı ile yapılmış olan nümerik simülasyonlar açıklanacaktır.

### **4.1 TURBIT-VOF Kodu**

#### **4.1.1 TURBIT kodu hakkında genel bilgi**

TURBIT kodu ticari olmayan bir yazılım olup ilk kez Karlsruhe Araştırma Merkezi'nde yer alan Reaktör Emniyeti Enstitüsünde laminer ve türbülanslı tek fazlı akışların kanal ve borularda direkt nümerik simülasyonunu yapmak amacıyla geliştirilmiştir. Daha sonraları düzlem kanallarda kabarcıklı akışın direkt nümerik simülasyonunu gerçekleştirmek amacıyla geniş ölçüde geliştirilmiştir. Bahsedilen kod, arayüzey takibi için akışkan hacim metodunu kullanmaktadır. TURBIT kodu bazı başka çalışmalarda, dikdörtgen kesitli alanına sahip dar kanallar içerisinde kabarcık dizisi akış rejimi için ısı transfer prosesini ve kabarcığın tahrik ettiği akışlardaki sıvı türbülans kinetik enerjisini hesaplayabilecek şekilde daha da genişletilmiştir.

Sonlu hacimler metodu üzerine temellendirilmiş TURBIT-VOF kodu kütle, momentum ve enerji denklemlerini sıkıştırılamaz, birbirleri içerisinde karışmayan iki Newtonyen akışkan için değerlendirmektedir. Yüksek Reynolds sayısına sahip iki

fazlı akışlar için viskoz arayüzeyi çözmek için daha sık bir ağ yapısına ihtiyaç vardır. Daha sık bir ağ yapısı ise yüksek hesaplama maliyetleri ve işlemci zamanları gerektirdiğinden, ayrıca arayüzey yapılandırılmasının karmaşıklaşmasından ötürü pratikte her zaman kullanmak mümkün olmamaktadır. Yapılan simülasyonlar süresince de ağ yapısının ne kadar sık olacağına bahsedilen parametreler ışığında karar verilmiştir.

TURBIT-VOF kodunda ele alınan denklem sistemleri, aşağıdaki şekilde kısaca özetlenebilir.

Kütle korunumu:

$$\nabla \cdot v^m = 0 \quad (84)$$

Momentum korunumu:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho^m v^m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho^m v^m v^m) = \\ -\nabla P + \frac{1}{\text{Re}_{ref}} \nabla \cdot \mu^m [\nabla v^m + (\nabla v^m)^T] - (1-f) \frac{Eo_{ref}}{We_{ref}} + Eu_{ref} e_p + \frac{\kappa A_{int}}{We_{ref}} n \end{aligned} \quad (85)$$

Enerji korunumu:

$$\frac{\partial \rho^m h^m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho^m h^m v^m) = -\frac{1}{Pe_{ref}} \nabla \cdot q^m \quad (86)$$

Yukarıdaki eşitliklerde kullanılan  $v^m$ ,  $\rho^m$ ,  $\mu^m$  değerleri takip eden bölümde tanımlanacaktır.  $q^m$  ise geçirgen akışı temsil etmektedir. Diğer büyüklükler ise:

$$x = \frac{x^*}{l_{ref}^*} \quad \nabla = l_{ref}^* \nabla^* \quad v = \frac{v^*}{v_{ref}^*}$$

$$\rho = \frac{\rho^*}{\rho_{ref}^*} \quad t = \frac{t^*}{t_{ref}^*} = \frac{t^* v_{ref}^*}{l_{ref}^*} \quad \frac{\partial}{\partial t} = \frac{l_{ref}^*}{v_{ref}^*} \frac{\partial}{\partial t^*}$$

$$P = \frac{p^*}{\rho_{ref}^* v_{ref}^{*2}} \quad A_{int} = \frac{A_{int}^*}{l_{ref}^{*2}} \quad h = \frac{h^*}{h_{ref}^*}$$

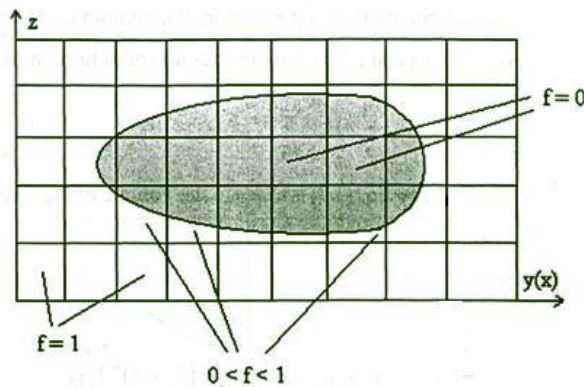
Boyutsuz referans Reynolds, Eötvös, Weber ve Peclet sayıları ise:

$$Re_{ref} = \frac{\rho_{ref}^* v_{ref}^* l_{ref}^*}{\mu_{ref}^*} \quad Eö_{ref} = \frac{(\rho_1^* - \rho_2^*) g l_{ref}^{*2}}{\sigma^*} \quad Eu = \frac{|\nabla P^*|}{\rho_{ref}^* v_{ref}^{*2}}$$

$$We_{ref} = \frac{\rho_{ref}^* v_{ref}^{*2} l_{ref}^*}{\sigma^*} \quad Pe_{ref} = \frac{\rho_{ref}^* c_p^* v_{ref}^* l_{ref}^*}{\lambda^*}$$

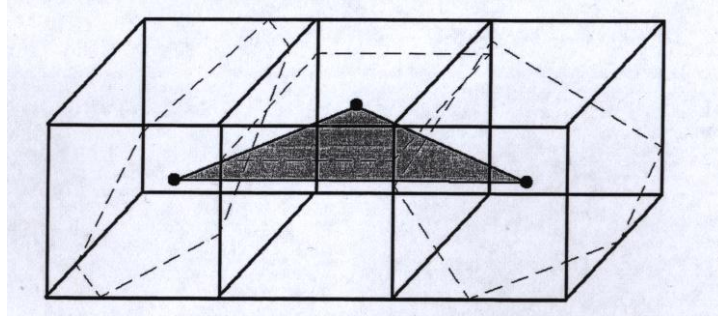
#### 4.1.2 Akışkan hacim metodu (Volume-of-fluid)

Akışkan hacim metodu (VOF), temelde skaler bir büyüklük olan  $f$ 'e bağlıdır. Eğer  $f=1$  ise ağ hücrelerinin sadece sıvı fazdan ibaret olduğunu,  $f=0$  ise ağ hücrelerinin sadece gazdan ibaret olduğunu ve  $0 < f < 1$  aralığındaysa ağ hücrelerinin arayüzey içerdiğini belirtmektedir.



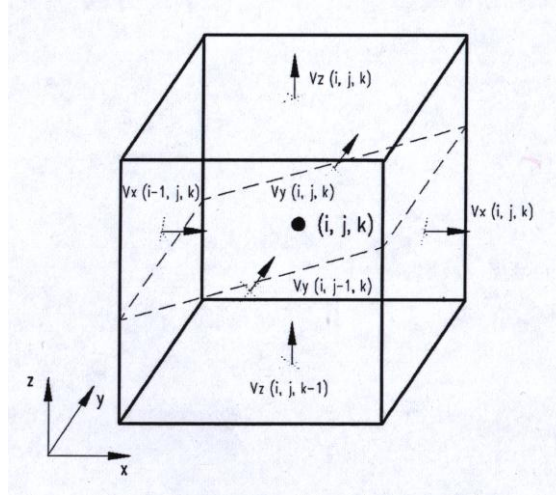
Şekil 4.1.  $f$  değerinin fazlara ve arayüze göre değişiminin temsili gösterimi

TURBIT kodu geometrik metot olan EPIRA'yı (Exact Plane Interface Reconstruction Algorithm) kullanmaktadır. Bu algoritma ise PLIC (Piecewise Linear Interface Calculation) metotlarına aittir. Arayüzey bir ağ hücresi içerisinde 3-6 kenarlı düzlemlerle meydana getirilmektedir. Her bir ağ hücresinin merkezi ise daha sonradan hesaplanmaktadır. Bu noktalar arayüzeyde interpolasyonla bulunan bir hız hücresi (UCD) oluşturmak için kullanılır. UCD formatında, arayüzeyi oluşturmak için ise 0-12 kenarlı hücreler kullanılabilir ancak TURBIT sadece üçgenel hücre tipini kullanır. Üç ağ hücresine ait merkezlerin oluşturduğu UCD hücresi Şekil 4.2'de temsili olarak görülebilir. Ağ hücresinin arayüzeyinde düzlemlerin süresiz olabileceği de buradan anlaşılabilir.



Şekil 4.2. Düzlemlerin merkezleri tarafından oluşturulan noktalar ile şekillendirilmiş TURBIT üçgenel hücresi

TURBIT kodu ayrı düğümlü ağ yapısı (staggered grid) kullandığından dolayı her bir üç boyutlu ağ hücresi, hücre yüzlerinde tanımlanan altı hız ile ilişkilendirilmiştir. Üç boyutlu bir ağ hücresi ele alındığında hız bileşeni  $V_x(i, j, k)$ , hücrenin sağ taraftaki y-z yüzüyle,  $V_y(i, j, k)$ , hücrenin ön tarafındaki x-z yüzüyle,  $V_z(i, j, k)$ , hücrenin üst tarafındaki x-y yüzüyle alakalıdır. Şekil 16'da  $(i, j, k)$  arayüzey düğüm noktası, x, y, z yönlerindeki hız bileşenlerini kullanarak, arayüzeye yaklaşmak amacıyla düzlemin ortasında tanımlanmıştır. Arayüzey, öncelikle üç boyutlu düzlemlerle yapılandırılmakta sonrasında da EPIRA algoritması ağ hücrelerinin yüzlerindeki sıvı akımlarını hesaplamaktadır.



Şekil 4.3. Hızlarla alakalı  $(i, j, k)$  arayüzey düğüm noktasının temsili gösterimi

## 4.2 Nümerik Simülasyonlar

### 4.2.1 Nümerik model ve parametreler

Nümerik simülasyonlar, önceki bölümlerde de bahsedildiği gibi TURBIT-VOF kodu ile gerçekleştirilmiştir. Birim hücrenin uzunluğu 1'den 1.75'e kadar değişmektedir. Hesaplama alanı ise  $l_{ref}^* \times L_{UC}^* \times l_{ref}^*$  ile bulunabilir. Referans uzunluk 0.002m'ye bölündüğünde ise boyutsuz alan  $1 \times L_{UC} \times 1$  olarak elde edilir. Tüm simülasyonlarda gaz kesri %33 olarak alınmıştır ( $\epsilon = \%33$ ). Bu büyüklük, başlangıçtaki kabarcığın birim hücredeki toplam hacmin %33'ünü oluşturduğunu ifade eder. Burada dikkat edilmesi gereken hususlardan bir tanesi de y doğrultusunun kanalın dikey uzunluğuna paralel olduğunu, x ve z doğrultularının ise kanal duvarlarına normal olan yönleri gösterdiğidir. Akışkanların fiziksel özellikleri ve kütle transferi ile alakalı genel parametreler Tablo 4.1'de verilmiştir. Tablodan da anlaşılacağı üzere gaz fazının yoğunluğu ve viskozitesi gerçek değerinden 10 kat fazla alınmıştır. Bu artırımın sebebi işlemci zamanından tasarruf etmek olup nümerik sonuçlar üzerindeki etkileri ise makul seviyededir (Bkz. [49]). Bu çalışmada kütle transferi için yapılmış olan tüm çalışmalarda izlenen yol şu şekildedir: öncelikle hidrodinamik



parametreler girdi olarak verilmiş ve basınç düşümü tanımlandıktan sonra gaz ve sıvı hızlarının denge koşullarına ulaşması beklenmiştir. Daha sonra ise başlangıç konsantrasyonu tanımlanarak, reaksiyon durumu ve Henry sayısı girdileri verilmiş ve simülasyonların nihai sonuçları alınmıştır.

Tablo 4.1. Fiziksel parametreler

Özellik	Sürekli faz	Ayrık faz
Yoğunluk $\rho^*$ [kg/m <sup>3</sup> ]	957	11.7
Dinamik viskozite $\mu^*$ [Pa s]	0.048	1.842 x 10 <sup>-4</sup>
Parçacıkların difüzyonluğu $D^*$ [m <sup>2</sup> /s]	2 x 10 <sup>-6</sup>	
Yüzey gerilimi $\sigma^*$ [N/m]	0.02218	
Reaksiyon sabiti $k_{Hmg}^*$ [1/s]	1500	
Reaksiyon sabiti $k_{Htg}^*$ [1/s]	50	
Henry sayısı H [-]	100	

#### 4.2.2 Devridaim zamanını hesaplamak için yapılan simülasyonlar

Bu bölümde, devridaim zamanını hesaplamak için yapılan simülasyonlardan bahsedilecektir. Devridaim zamanının hesabı sadece hidrodinamik olgularla ilişkili olduğundan kütle transferi simülasyonları bu bölümde yer almamaktadır.

Devridaim zamanını hesaplamak için gerekli olan temel formül daha önceki bölümlerde aşağıdaki şekilde tanımlanmıştı:

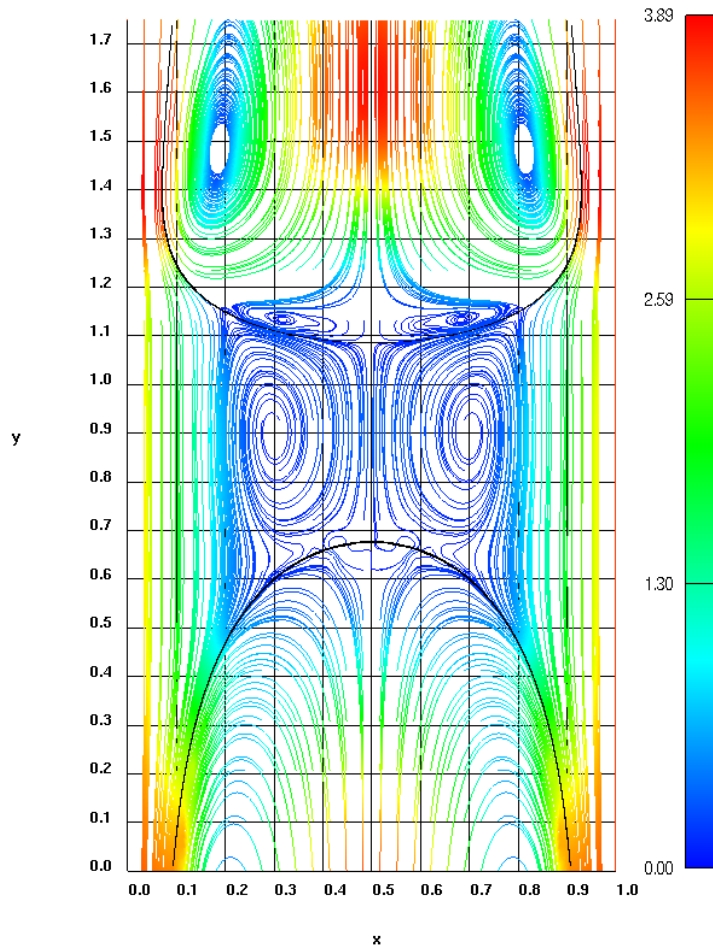
$$\tau_{\text{cir}} = \frac{\tau_L}{\tau_B} = \frac{L_S r_0^2}{2 \frac{L_S}{U_B} \int_0^{r_0} V(r) r dr} = \frac{U_B r_0^2}{2 \int_0^{r_0} V(r) r dr} \quad (86)$$

Bu hesaplama için takip edilecek prosedür şu şekildedir: kabarcık hızı ( $U_B$ ) simülasyon sonuçlarından okunacak,  $r_0$  uzunluğu AVS/Express programı ile yapılan görüntüleme sonucunda elde edilecektir.  $V(r)$  hız profili için ise sıvı ara akış bölmesindeki hız profili simülasyon sonuçlarından elde edilerek, daha sonra bu profile uydurulacak eğrinin denklemi kullanılarak integral işlemi direkt uygulanacaktır.

Tablo 4.2. Simülasyonları yapılan durumlara ilişkin bilgiler

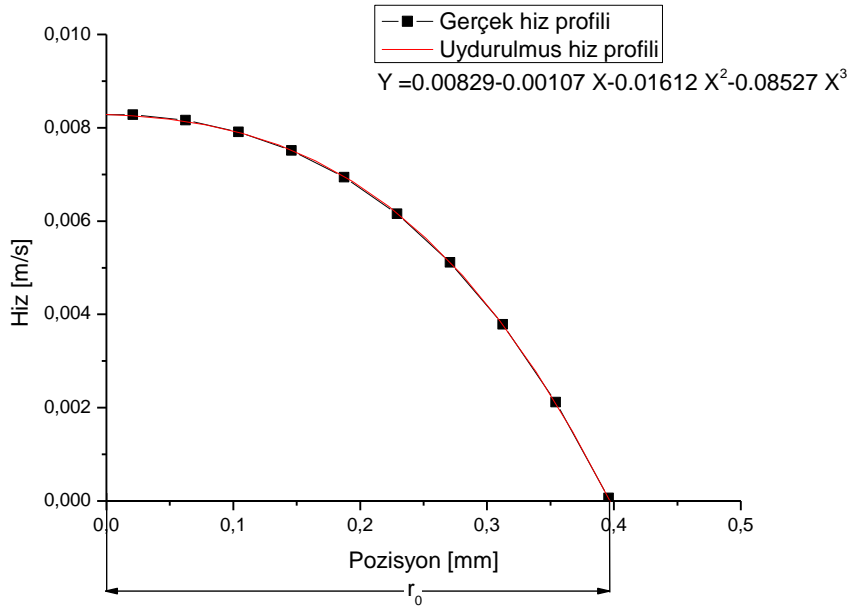
Özellik		DURUM A	DURUM B
<i>Ağ düzeni</i>	[-]	48x84x48	48x84x84
<i>Fiziksel alan</i>	[mm]	2x3.5x2	2x3.5x2
<i>Akış yönü</i>		Yukarı	Aşağı
$L_{film}$	[m]	$11.8 \times 10^{-4}$	$12 \times 10^{-4}$
<i>Film kalınlığı</i>	[m]	$14 \times 10^{-5}$	$13 \times 10^{-5}$
$L_{LS}$	[m]	$8.2 \times 10^{-4}$	$9.7 \times 10^{-4}$
$U_L$	[m/s]	0.0349	0.0402
$U_B$	[m/s]	0.0968	0.0857
$J_{total}$	[m/s]	0.0553	0.0552
$\varepsilon$	[-]	0.33	0.33
$Ca$	[-]	0.209	0.185

Yapılan ilk simülasyon neticesinde elde edilen akış, Şekil 4.4'te gösterilmektedir. Yapılan ölçümler neticesinde  $r_0$  uzunluğu 0.397 mm olarak ölçülmüştür. Kabarcık hızı ise simülasyon sonuçlarından 0.0968 m/s alınmıştır.



Şekil 4.4. Durum A için sıvı ara akış bölmesi ve kabarcık içerisindeki akışın görüntülenmesi

Sıvı ara akış bölmesi içerisinde,  $y$  doğrultusundaki hızların profili çıkarıldıktan sonra uydurulan eğri ise Şekil 4.5'deki grafikte gösterilmektedir. Buna göre hız alanına ait denklem de  $y=0.00829-0,00107x-0,01612x^2-0,08527x^3$  olarak elde edilmiştir. Bu noktada dikkat edilmesi gereken diğer bir nokta da  $x$ - $z$  kesit alanında yerel hızların sıfıra eşit olduğu alanın dairesel olması gerektiğidir. Aksi takdirde  $r_0$  uzunluğu sabit olmayacak, integral işlemi de gerçekleştirilemeyecektir.

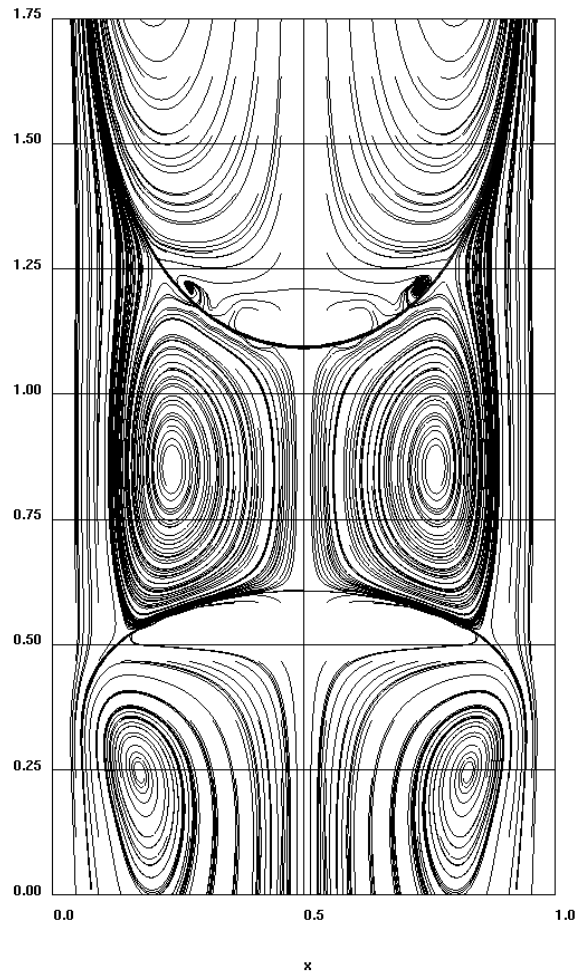


Şekil 4.5. Durum A için sıvı ara akış bölmesinin ortasında, y doğrultusundaki hız profili

Bu verilere göre yukarı eşyönlü akış için devridaim zamanı 21.05 olarak elde edilmiştir.

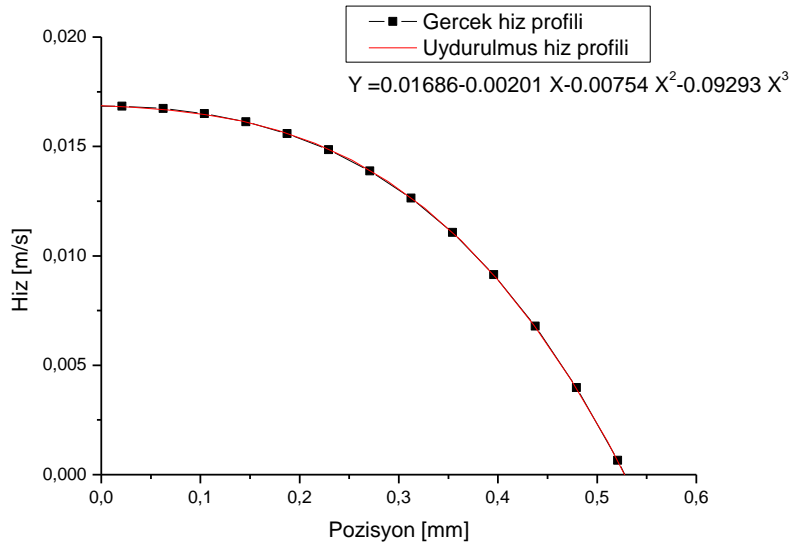
$$\tau_{\text{cir}} = \frac{U_B r_0^2}{2 \int_0^{r_0} V(r) r dr} = \frac{0.09688 \text{ ms}^{-1} \times 0.397^2 \text{ mm}}{2 \int_0^{0.397} (0.00829 - 0.00107r - 0.01612r^2 - 0.08527r^3) r dr} = 21.05$$

B durumu için yapılan simülasyon neticesinde elde edilen akış, Şekil 4.6'da gösterilmektedir. Yapılan ölçümler neticesinde  $r_0$  uzunluğu 0.5277 mm olarak ölçülmüştür. Kabarcık hızı ise simülasyon sonuçlarından 0.0857 m/s alınmıştır.



Şekil 4.6. Durum B için sıvı ara akış bölmesi ve kabarcık içerisindeki akışın görüntülenmesi

Sıvı ara akış bölmesi içerisinde, y doğrultusundaki hızların profili çıkarıldıktan sonra uydurulan eğri ise Şekil 4.7'deki grafikte gösterilmektedir. Buna göre hız alanına ait denklem de  $y=0.01686-0,00201x-0,00754x^2-0,09293x^3$  olarak elde edilmiştir.

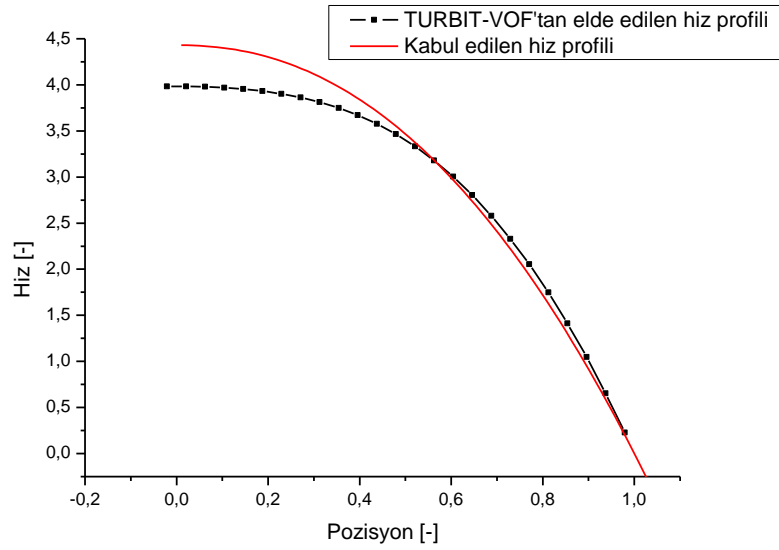


Şekil 4.7. Durum B için sıvı ara akış bölmesinin ortasında, y doğrultusundaki hız profili

Bu verilere göre aşağı eşyönlü akış için devridaim zamanı 8.89 olarak elde edilmiştir.

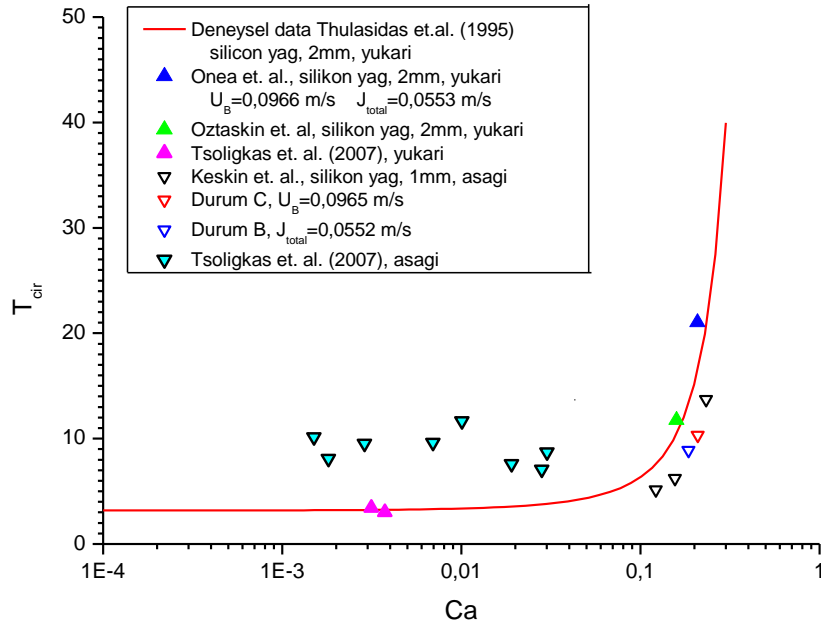
$$\tau_{\text{cir}} = \frac{U_B r_0^2}{2 \int_0^{r_0} V(r) r dr} = \frac{0.0857 \text{ ms}^{-1} \times 0.5277^2 \text{ mm}}{2 \int_0^{0.397} (0.01686 - 0.00201r - 0.00754r^2 - 0.09293r^3) r dr} = 8.89$$

Bu verilere sahip olunduktan sonra Bölüm 3'te kabul edilen hız alanının doğruluğunu tespit etmek ve simülasyon sonucunda elde edilen hız profili ile uygunluğunu gözlemlemek amacıyla da karşılaştırma yapılmıştır. Neticede analitik çıkarım için kullanılan hız alanının simülasyonlardan elde edilen hız alanı ile büyük ölçüde uyum gösterdiği gözlenmiştir (Bkz. Şekil 4.8).



Şekil 4.8. Durum B için analitik hesaplamalarda kullanılan hız profili ile simülasyonlardan elde edilen hız profilinin karşılaştırılması (boyutsuz hız ve boyutsuz konum kullanılmıştır)

Yapılan hesaplamalar neticesinde yukarı eşyönlü akış koşulları için hesaplanan devridaim zamanının, aşağı eşyönlü akış şartlarına nazaran daha yüksek olduğu görülmüştür. Bu bulgu, literatürdeki sonuçlarla tezat bir görüntü oluşturmasına rağmen (Bkz. Şekil 4.9) Bölüm 3'te elde edilen analitik sonuçlar ile uyum göstermektedir. Şekil 4.9'da yukarıda anlatılan ve devridaim zamanını hesaplamakta takip edilen prosedür aynen korunarak, kare kesit alanına sahip kanallar için daha önceden TURBIT-VOF koduyla gerçekleştirilmiş simülasyonlar kullanılarak devridaim zamanı için benzer neticeler elde edildiği de görülmektedir. Bu sonuçlar ışığında, kütle transferinde aşağı eşyönlü akışın, yukarı eşyönlü akıştan daha verimli olması gerektiğine işaret etmektedir. İşte bu nedenlerle de kimyasal tepkime olması durumunda akış yönünün kütle transferine etkisi, takip eden bölümde gerçekleştirilen simülasyon sonuçları vasıtası ile araştırılmıştır.



Şekil 4.9. TURBIT-VOF vasıtası ile kare kesit alanına sahip kanallarda devridaim zamanı için elde edilen sonuçların literatürdeki sonuçlarla karşılaştırılması

Yapılan nümerik analizler neticesinde sadece devridaim zamanı hesaplamaları yapılmamış sabit kabarcık hızları için aşağıdaki bulgular da gözlemlenmiştir:

- Kanal merkezinden vorteks mekezine kadar olan mesafe  $r_0$ , aşağı eşyönlü akış için daha küçüktür ( $r_0^{DF} > r_0^{UF}$ ).

-Film uzunluğu, aşağı eşyönlü akış için daha uzundur ( $L_{film}^{DF} > L_{film}^{UF}$ ). Bu olgu kimyasal reaksiyon olması durumunda verim artırıcı yönde etki eden bir unsurdur.

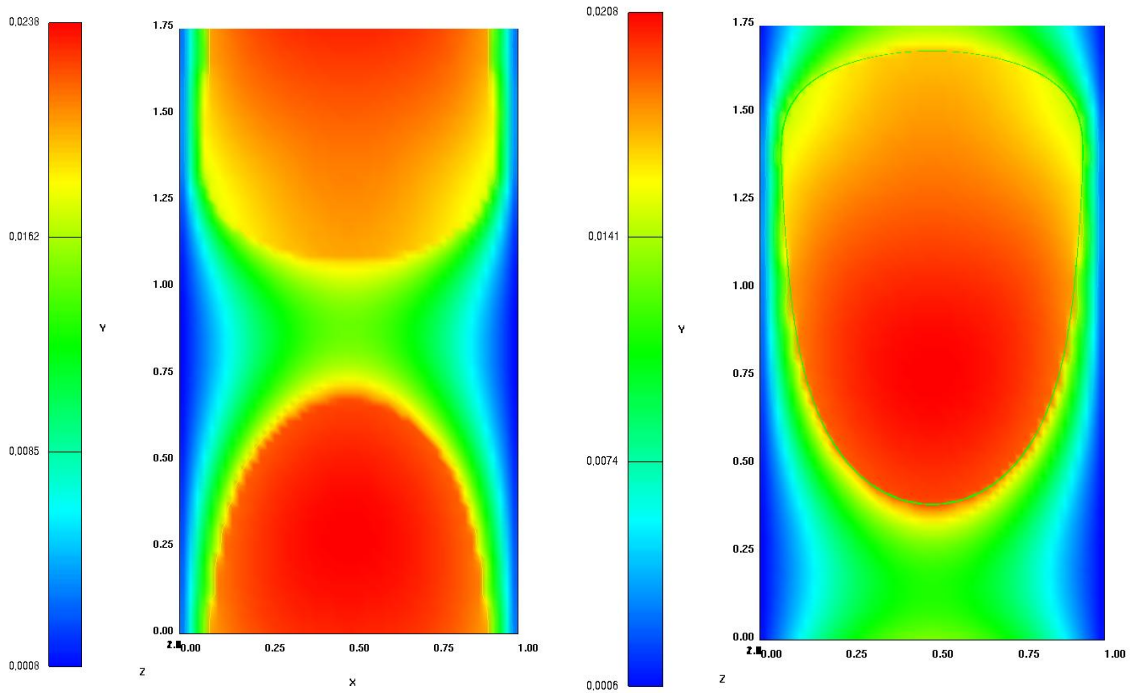
-Sıvı ara akış bölmesinin uzunluğu aşağı eşyönlü akışta daha uzun olmaktadır ( $L_{Ls}^{DF} > L_{Ls}^{UF}$ ).

Tüm bu gözlemler de aşağı eşyönlü akış koşullarının yukarı eşyönlü akış koşullarına nazaran kütle transferi için daha verimli olmasını göstermekte ve eldeki bulguları desteklemektedir.



### 4.2.3 Kütle transferi simülasyonları

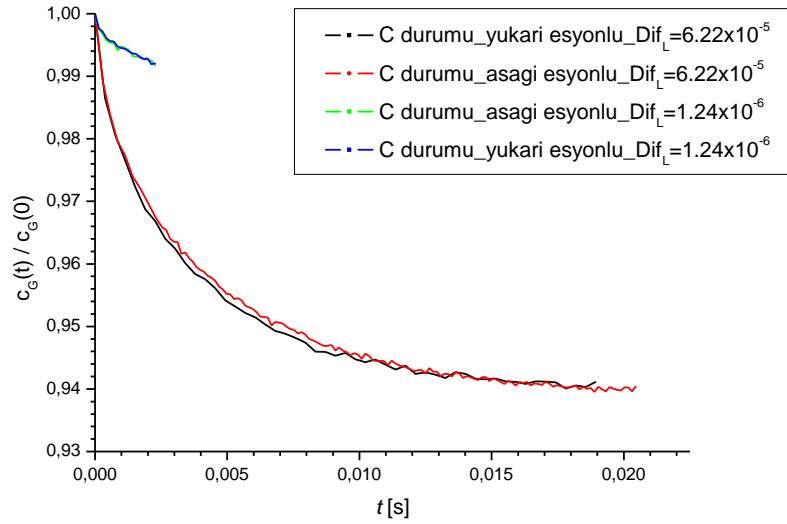
Yapılan simülasyonlara ek olarak heterojen kimyasal reaksiyon durumunda kütle transferini gözlemlemek amacıyla da çalışmalar yapılmıştır. İzlenen yöntem, önce kabarcık içindeki başlangıç konsantrasyon alanını tanımlamak ( $c_G^{\alpha*}(0) = 1 \text{ mol} / \text{m}^3$ ) daha sonra da kabarcık içindeki konsantrasyonun zamana göre değişimini takip ederek kütle transferi hakkında yorumlamaya gitmek şeklindedir.  $t \approx 0.025\text{s}$  sonra  $H=0.003$  için yukarı ve aşağı eşyönlü akışlar için elde edilen konsantrasyon alanları Şekil 4.10'da görülmektedir.



Şekil 4.10.  $t \approx 0.025\text{s}$  sonrasında,  $H=0.003$  için yukarı ve aşağı eşyönlü akış durumları için kanal duvarlarında birinci dereceden heterojen kimyasal reaksiyon olması durumunda konsantrasyon alanları

Sadece elde edilen görüntülere bakarak yapılan yorumlar yetersiz olacağından kabarcık içindeki konsantrasyonun zamana göre değişimini incelemek üzere farklı difüzyon oranları ile de nümerik çalışmalar yapılmış ancak konsantrasyon alanının zaman bağlı değişiminde belirgin bir fark görülemediği (Bkz. Şekil 4.11). Şekil

4.11’de görülen küçük farklar ise muhtemelen nümerik sonuçların küçük dalgalanmalarından ileri gelmektedir. Yukarı ve aşağı eşyönlü akış koşulları arasında belirgin bir fark görülemediği hususunda muhtemel sebep, hızlı kimyasal reaksiyon tercih edilmesinden ötürü parçacıkların kanal duvarları civarında hemen reaksiyona girerek tüketilmesi ve bu şartlar altında kütle transferinin büyük kısmının sıvı ara akış bölmesi içerisinde değil de kabarcık ve kanal duvarları arasında kalan sıvı filmi üzerinden meydana gelmesidir.

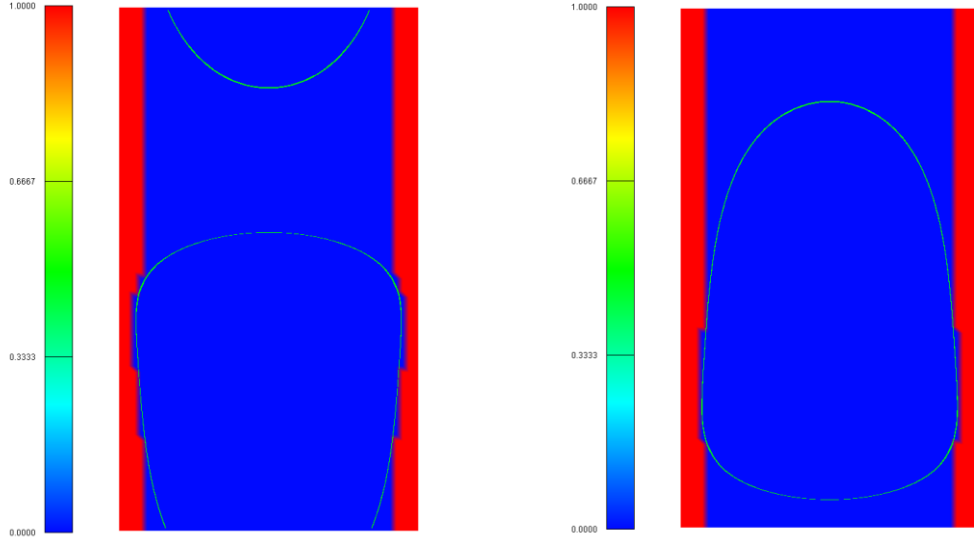


Şekil 4.11. H=0.003 için yukarı ve aşağı eşyönlü akış durumları için kanal duvarlarında birinci dereceden heterojen kimyasal reaksiyon olması durumunda kabarcık içerisindeki konsantrasyonun zamanla değişimi

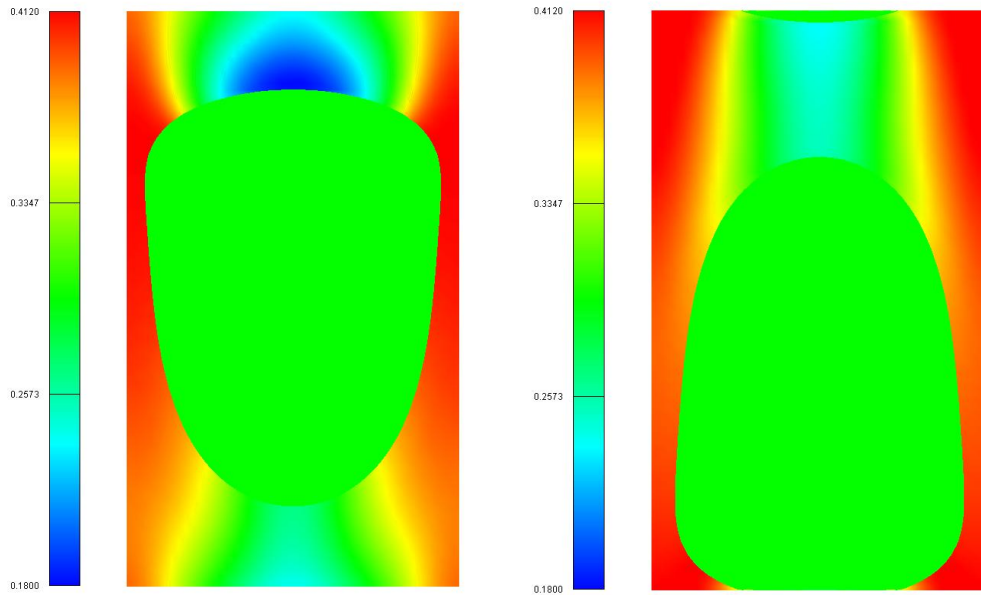
Yapılan nümerik simülasyonlara ek olarak yeterince uzun bir sıvı ara akış bölmesinde gerçekleşen devridaimin yukarı ve aşağı eşyönlü akış durumları üzerinde etkisini incelemek için başka simülasyonlar da yapılmıştır. Bu kez izlenen yöntemde ise kanal duvarına yakın ağ hücrelerinde konsantrasyon alanı yani parçacıklar tanımlanmış, daha sonra ise sıvı ara akış bölmesi içerisindeki devridaim sonucunda ne şekilde etkilendikleri ve bu konsantrasyon alanının değişimi gözlenmiştir.

D Durumu olarak adlandırılan bu simülasyonda kanal duvarı civarındaki 4 adet ağ hücresinde başlangıç konsantrasyonu daha önceki simülasyonda kabarcığın

içerisinde tanımlanana benzer şekilde verilmiştir (Bkz. Şekil 4.12). Yaklaşık 0.06s sonraki davranışları ve konsantrasyon alanının değişimi ise Şekil 4.13'te görülebilir.



Şekil 4.12.  $H=100$  için yukarı ve aşağı eşyönlü akış durumları için kanal duvarlarına yakın tanımlanmış başlangıç konsantrasyon alanı

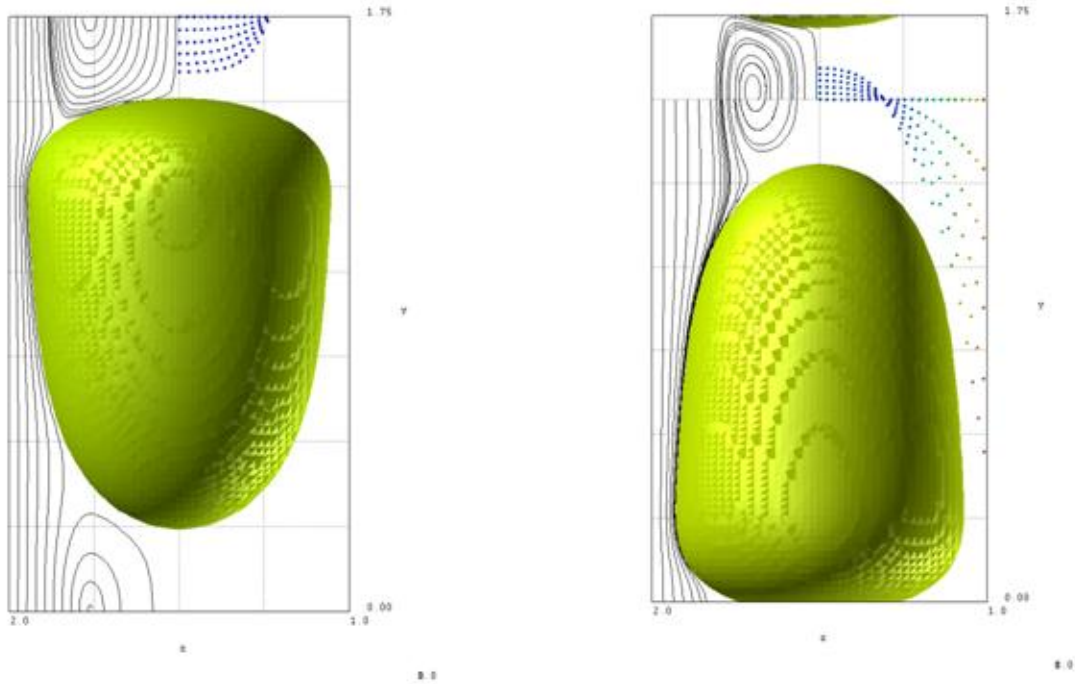


Şekil 4.13.  $t \approx 0.06s$  sonra  $H=100$  için yukarı ve aşağı eşyönlü akış durumları için kanal duvarlarına yakın tanımlanmış başlangıç konsantrasyon alanının değişimi

Yapılan nümerik simülasyonlar sonucu elde edilen görüntülerden çıkarılabilecek sonuç aşağı eşyönlü akış durumu için kanal duvarına yakın olan parçacıkların sıvı ara akış bölmesi içerisinde meydana gelen devridaimi takip etme eğiliminin, yukarı eşyönlü akış şartlarına göre yüksek bulunmasıdır. Şekil 4.13'teki aşağı eşyönlü akışa ait resme bakıldığında, kabarcığın önünde yer alan veya başka bir deyişle bir önceki kabarcığın ardında yer alan ve kanal duvarına yakın kısmın konsantrasyonunun yukarı eşyönlü akışinkine nazaran daha düşük olduğu da görülmektedir. Bu düşüşün sebebi ise o bölgedeki parçacıkların devridaimden etkilenerek sıvı ara akış bölmesi içerisine çekilmesidir. Bu olgu, sıvı ara akış bölmesi içerisinde daha iyi bir karışıma yol açacağı gibi kütle transferini de olumlu etkileyen bir durumdur. Kabarcıktan, önce sıvı ara akış bölgesine difüze olan parçacıklar devridaimin kuvvetli olması neticesinde eğer durumda homojen reaksiyon varsa daha iyi bir karışım elde edileceğinden, eğer kanal duvarlarında heterojen kimyasal reaksiyon var ise duvarlara yakın olan kısımda konsantrasyon farkının yüksek olmasına sebep olarak genel kütle transfer oranını arttırıcı etki yapacaktır. Bu elde edilen veriler, hem daha önce açıklanmış olan analitik sonuçlarla hem de TURBIT-VOF'tan elde edilen hız alanları ile yapılan devridaim zamanı hesaplamaları ile uyum göstermektedir.

Tüm bu bahsedilen simülasyonlardan ayrı olarak, aynı zamanda TURBIT-VOF'tan elde edilen nümerik sonuçların görüntülenmesinde de kullanılan AVS/Express yazılımı ile yapılmış bir simülasyon çifti daha mevcuttur. Devridaim zamanının parçacıklar üzerindeki etkisini anlamak amacıyla yapılmış bu simülasyonda kanal eksenini ile  $r_0$  mesafesi arasında kalan bir doğru boyunca enjekte edilmiş parçacıkların zaman içerisindeki değişimi gözlenmiştir (Bkz.Şekil 4.14).

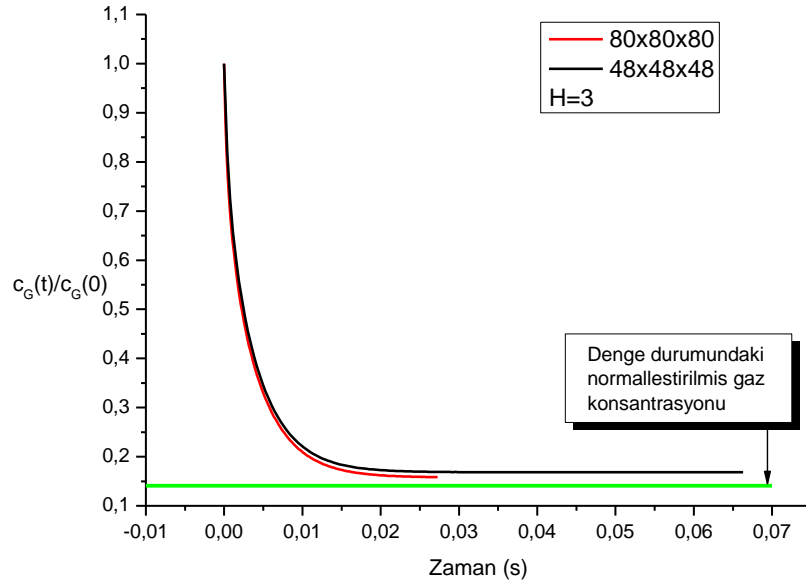
Bu analizler neticesinde elde edilen görüntülerde aynı süre içerisinde, aşağı eşyönlü akış durumunda enjekte edilen parçacıkların, yukarı eşyönlü akış durumunda enjekte edilenlere göre daha fazla yer değiştirdiğidir. Bu da yapılan diğer simülasyonlar neticesinde elde edilen bulgularla paralellik göstermekte ve aşağı eşyönlü akış durumunda devridaim zamanının daha düşük olduğunu göstermektedir.



Şekil 4.14. Enjekte edilmiş parçacıkların zaman içerisindeki değişimi

#### 4.2.4 Ağ düzeninin sonuçlara etkisi

Ağ düzeninin sonuçlara etkisini anlamak için aynı fiziksel parametrelere sahip ancak farklı ağ düzenlerinin kullanıldığı bir çift nümerik simülasyon daha yapılmıştır. Buradaki amaç seçilen ağ düzeninin sıklığının sonuçlara etki edip etmediği hakkında bir görüş sahibi olmaktır. Bu nedenle  $H=3$  alınarak, kanal duvarlarında birinci dereceden heterojen kimyasal reaksiyon olması durumunda, birim hücrenin hem  $48 \times 48 \times 48$  ağ hücrelerine ayrılması hem de  $80 \times 80 \times 80$  ağ hücrelerine ayrılması durumunda kabarcık içerisindeki konsantrasyonun zaman içerisindeki değişimi Şekil 4.15'deki grafikte verilmiştir.



Şekil 4.15. Ağ düzeninin sonuçlar üzerindeki etkisi

Grafikte görülen normalleştirilmiş gaz konsantrasyonu terimi, kabarcığın içerisindeki herhangi bir andaki gaz konsantrasyonunun, başlangıçtaki gaz konsantrasyonu ile normalleştirilmesi şeklinde ifade edilebilir. Böylece bahsedilen normalleştirilmiş gaz konsantrasyonu aşağıdaki formül vasıtası ile hesaplanabilir:

$$\frac{C_G^{*eq}}{C_G^*} = \frac{1}{1 + H \frac{1}{\varepsilon} - 1} \quad (86)$$

Böylece mevcut durum için Henry sayısı 3 olarak alındığından ve  $\varepsilon=0.33$  olduğundan denge durumundaki normalleştirilmiş gaz konsantrasyonu 0.1410 olarak bulunur. Nümerik analizler sonucu elde edilen değerlere bakıldığında normalleştirilmiş gaz konsantrasyonuna yeteri kadar yakınsadıkları görülebilir. İki farklı ağ düzeni arasında kıyaslama yapıldığında ise daha sık ağ düzenine sahip durumun daha hassas sonuç verdiği, ancak simülasyonlarda tercih edilen ağ düzeninden de bariz şekilde ayrılmadığı açıktır. Bu sonuçlar ışığında ağ düzeninin sıklığının simülasyonlar için yeterli düzeyde olduğu ve sonuçlar üzerinde yanlışlığa yol açacak şekilde etkilediği yorumu çıkarılabilir.

Bu çalışmadaki nümerik hesaplamalar için kullanılmış olan TURBIT-VOF yazılımının akışın, hem sadece kaldırma kuvveti ile hem de basınç gradyeni ile tahrik edilmesi durumunda gösterdiği performans ise literatürde incelenmiş olup, mevcut ticari akışkanlar dinamiği yazılımlarına göre avantaj ve dezavantajları gösterilmiştir (Bkz. [50]).

## BÖLÜM 5. SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME

Yapılmış olan çalışmada dar kanallardaki kabarcık dizisi akış rejimi için akış yönünün kütle transferi üzerindeki etkisi hem nümerik hem de analitik olarak incelenmiştir.

Elde edilen bulgular neticesinde tam gelişmiş akış durumu için geçerli olan sonuçlar, boyutsuz devridaim zamanının sadece kabarcık hızının, görünür hıza oranına ( $U_B/J$ ) bağlı bir fonksiyon olduğunu göstermiştir. Bu hesaplamayı kare kanallarda gerçekleştirebilmek için ise daha önce literatürde yer almayan ve ilk kez bu çalışmada yer bulmuş orijinal bir formül elde edilmiştir.

Hem dairesel hem de kare kesit alanına sahip kanallarda, sabit bir görünür hız ( $J$ ) için  $U_B/J$  oranının yukarı eşyönlü akışta aşağı eşyönlü akışa nazaran daha yüksek olduğu açıktır.  $U_B/J$  oranının yukarı eşyönlü akış durumu için daha yüksek olması nedeniyle, elde edilen formüller devridaim zamanının yukarı eşyönlü akış için daha yüksek, aşağı eşyönlü akış için ise daha düşük olduğunu göstermiştir. Bu olgu, aynı zamanda sıvı ara akış bölmesinden olan kütle transferinin aşağı eşyönlü akış için daha yüksek olması gerektiğini de kanıtlar niteliktedir.

Çalışmada ayrıca devridaim zamanına ( $T_{cir}$ ) ilişkin yukarı ve aşağı eşyönlü akış durumları için elde edilen analitik sonuçlar ile kütle transferi için yapılan öngörüler nümerik simülasyonlar vasıtası ile doğrulanmıştır. Yapılan simülasyonlardan elde edilen nümerik sonuçlardan faydalanılarak bir hız profili elde edilerek devridaim zamanı hesaplanmış ve literatürdeki sonuçlarla kıyaslanmıştır. Bu kısımda elde edilen ve akış, kabarcık, sıvı ara akış bölmesine ait fiziksel bulgular da aşağı eşyönlü



akışın kütle transferi açısından daha verimli olması gerektiğine işaret eden niteliktedir. Ayrıca kanal duvarlarında heterojen kimyasal reaksiyon olması ve kanal duvarına yakın ağ hücrelerinde başlangıç konsantrasyonu tanımlanması durumlarında konsantrasyon alanının zamanla değişimi de incelenmiştir.

Bu bağlamda, yapılan çalışmalar literatürde yer alan ve yukarı eşyönlü akış durumunun aşağı eşyönlü akış durumundan kütle transferi açısından verimli olduğu ve bu olgunun da temel nedeninin sıvı ara akış bölmesi içerisindeki devridaim zamanının yukarı eşyönlü akış durumu için daha küçük olmasından ileri geldiğini belirten sonuçların hatalı olabileceğini göstermiştir. Literatürde bahsedilen sonuçların, çok küçük geometrilere deneysel yöntemler kullanılarak elde edilmiş olması ve kütle transferinin yukarı eşyönlü akışta yüksek olmasının devridaim zamanı ile ilişkilendirilebileceğinin bir öngörü olarak yer alması da bu çalışmadaki savın doğruluğunu destekler niteliktedir. İleriki çalışmalarda ise daha yavaş kimyasal reaksiyon olması halinde, kütle transferi ile ilgili davranışların incelenmesi fayda sağlayacaktır. Bu hususta mevcut zorluk ise nümerik hesaplamalar için gereken işlemci zamanının ve maliyetinin yüksek olmasıdır.

## KAYNAKLAR

- [1] SHERWOOD, T.K., PIGFORD, R.L., Absorption and extraction. McGraw Hill, 1952.
- [2] SHERWOOD, T.K., PIGFORD, R.L., WILKE, C.R., Mass transfer. McGraw-Hill, 1975.
- [3] TREYBAL, R.E. Mass-transfer operations. McGraw-Hill Book Company, 3rd edition, 1980.
- [4] HESSEL, V., HARDT, S., LOWE, H., Chemical micro process engineering fundamentals, modelling and reactions, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2004.
- [5] GAD-EL HAK., M., The fluid mechanics of microdevices-the freeman scholar lecture, Journal of Fluids Engineering, 33, 121:5, 1999.
- [6] IRANDOUST, S., ANDERSSON, B., Mass transfer and liquid-phase reactions in a segmented two-phase flow monolithic catalyst reactor, Chemical Engineering Science, 43(4), 1983–1988, 1988.
- [7] GASCON, J., Monolith Reactors, Catalysis Engineering, TU Delft, Ders Notlari, 1999.
- [8] HORVATH, C., SOLOMON, B.A., ENGASSER, J.M., Measurement of radial transport in slug flow using enzyme tubes, Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals, 12, 431–439, 1973.
- [9] HATZIANTONIOU, V., ANDERSSON, B., The segmented two phase flow monolithic catalyst reactor, an alternative for liquid phase hydrogenations, Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals 23, 82–88, 1984.
- [10] EDVINSSON, A.R., NYSTROM, M., SIVERSTROM, M., SELLIN, A., DELLVE, A.C., ANDERSSON, U., HERRMANN, W., BERGLIN, T., Development of a monolith-based process for H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> production: from idea to largescale implementation, Catalysis Today, 69 (1–4), 247–252, 2001.
- [11] SMITS, H.A., STANKIEWICZ, A., GLASZ, W.C., FOGL, T.H.A., MOULIJN, J.A., Selective three-phase hydrogenation of unsaturated hydrocarbons in a monolithic reactor, Chemical Engineering Science 51

- (11), 3019–3025, 1996.
- [12] DE LATHOUDER, K.M., BAKKER, J.J.W., KREUTZER, M.T., KAPTEIJN, F., MOULIJN, J.A., WALLIN, S.A., Structured reactors for enzyme immobilization: advantages of tuning the wall morphology, *Chemical Engineering Science*, 59 (22–23), 5027–5033, 2004.
- [13] KLINGHOFFER, A.A., CERRO, R.L., ABRAHAM, M.A., Influence of flow properties on the performance of the monolith froth reactor for catalytic wet oxidation of acetic acid, *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 37 (4), 1203–1210, 1998.
- [14] KREUTZER, M.T., KAPTEIJN, F., MOULIJN, J.A., HEISZWOLF, J.J., Multiphase monolith reactors: Chemical reaction engineering of segmented flow in microchannels, *Chemical Engineering Science*, 60, 5895-5916, 2005.
- [15] HEWITT, G.F., ROBERTS, D.N., Studies of two-phase flow patterns by simultaneous x-ray and flash photography, , Ukaea, Rept Aere-M2159, Harwell, 1969.
- [16] TAITEL, Y., DUKLER, A.E., A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow, *AIChE Journal*, 22, 47-55, 1976.
- [17] CHURCHILL, S.W., A theoretical structure and correlating equation for the motion of single bubbles, *Chem. Eng. Process.*, 26, 269-279, 1989.
- [18] GRACE, J.R., Shapes and velocities of bubbles rising in infinite liquids, *Trans. Instn. Chem. Eng.*, 51, 116-120, 1973.
- [19] ONEA, A.A., Fundamentals of mass transfer with and without chemical reactions in miscible fluids and in systems containing a phase interface, *Forschungszentrum Karlsruhe, Interner Bericht, IRS-Nr. 17/03*, 2003.
- [20] BIRD, R.B., STEWART, W.E., LIGHTFOOT, E.N., *Transport phenomena*, John Wiley & Sons, 2nd edition, 2002.
- [21] TREYBAL, R.E., *Liquid extraction*, McGraw-Hill Book Company, 2nd edition, 1963.
- [22] DE GROOT, S.R., *Thermodynamics of irreversible processes*, North-Holland, Amsterdam, 1951.
- [23] SCHRAGE, R.W., *A theoretical study of interphase mass transfer*, Columbia University Press, New York, 1953.
- [24] PERRY, R.H., GREEN, D., *Perry's chemical engineers' handbook*, McGraw-Hill, 6th edition, 1987.

- [25] SANDER, R., Modeling atmospheric chemistry: interactions between gas-phase species and liquid cloud/aerosol particles, *Surveys in Geophysics*, 20, 1–31, 1999.
- [26] ONEA, A.A., Numerical simulation of mass transfer with and without first order chemical reaction in two-fluid flows, *Doktora Tezi*, Karlsruhe Üniversitesi, 2006.
- [27] WHITMAN, W.G., The two-film theory of gas absorption, *Chem. and Met. Eng.*, 29(4), 146–148, 1923.
- [28] HIGBIE, R., The rate of absorption of pure gas into a still liquid during short periods of exposure, *Transm. Am. Inst. Chem. Eng.*, 365, 365-389, 1935.
- [29] DANCKWERTS, P.V., Significance of liquid-film coefficients in gas absorption, *Industrial and Engineering Chemistry*, 43, 1460–1467, 1951.
- [30] RUCKENSTEIN, E., Mass transfer between a single drop and a continuous phase, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 10, 1785–1792, 1967.
- [31] URIBE-RAMIREZ, A.R., KORCHINSKY, W.J., Fundamental theory for prediction of single-component mass transfer in liquid drops at intermediate Reynolds numbers ( $10 \leq Re \leq 250$ ), *Chemical Engineering Science*, 55(16), 3305–3318, 2000.
- [32] ELPERIN, T., FOMINYKH, A., Two models of fluid flow and mass transfer at the trailing edge of a gas slug, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 38(18), 3341–3347, 1995.
- [33] BERCIC, G., PINTAR, A., The role of gas bubbles and liquid slug lengths on mass transport in the Taylor flow through capillaries, *Chemical Engineering Science*, 52(21-22), 3709–3719, 1997.
- [34] ROY, S., DUKE, S.R., Laser induced fluorescence measurements of dissolved oxygen concentration fields near air bubble surfaces, *Review of Scientific Instruments*, 71(9), 3494–3501, 2000.
- [35] ROY, S., DUKE, S.R., Visualization of oxygen concentration fields and measurement of concentration gradients at bubble surfaces in surfactant-contaminated water, *Experiments in Fluids*, 36(4), 654–662, 2004.
- [36] SCARDOVELLI, R., ZALESKI, S., Direct numerical simulation of free-surface and interfacial flow, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 31, 567–603, 1999.
- [37] PATANKAR, S.V., Numerical heat transfer and fluid flow, Taylor & Francis, 1980.

- [38] DAVIDSON, M.R., RUDMAN, M., Volume-of-fluid calculation of heat or mass transfer across deforming interfaces in two-fluid flow, *Numerical Heat Transfer B*, 41, 291–308, 2002.
- [39] LIU, Z., MA, C., A new method for numerical treatment of diffusion coefficients at control-volume surfaces, *Numerical Heat Transfer B*, 47(5), 491–505, 2005.
- [40] VOLLER, V.R., SWAMINATHAN, C.R., Treatment of discontinuous thermal conductivity in control-volume solutions of phase-change problems, *Numerical Heat Transfer B*, 24, 161–180, 1993.
- [41] VOLLER, V.R., Numerical treatment of rapidly changing and discontinuous conductivities, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 44(23), 4553–4556, 2001.
- [42] JUNCU, G., The influence of the Henry number on the conjugate mass transfer from a sphere; II. Mass transfer accompanied by a first-order chemical reaction, *Heat and Mass Transfer*, 38, 523–534, 2002.
- [43] IRANDOUST, S., ANDERSSON, B., Simulation of flow and mass transfer in Taylor flow through a capillary, *Computers Chem. Engineering*, 13(4-5), 519–526, 1989.
- [44] THULASIDAS, T.C., ABRAHAM, M.A., CERRO, R.L., Flow patterns in liquid slugs during bubble-train flow inside capillaries, *Chemical Engineering Science*, 52 (17), 2947–2962, 1997.
- [45] TSOLIGKAS, A.N., SIMMONS, M.J.H., WOOD, J., Influence of orientation upon the hydrodynamics of gas-liquid flow for square channels in monolith supports, *Chem. Eng. Sci.*, 62, 4365–4378, 2007.
- [46] KAWAKAMI, K., KAWASAKI, K., SHIRAIISHI, F., KUSUNOKI, K., Performance of a honeycomb monolith bioreactor in a gas-liquid-solid three-phase system, *Ind. Eng. Chem. Res.*, 28, 394–400, 1989.
- [47] SHEARER, C. J., Mixing of highly viscous liquids: flow geometries for streamline subdivision and redistribution, *Chem. Engng Sci.*, 28, 1091–1098, 1973.
- [48] NATARAJAN, N.M., LAKSHMANAN, S.M., Laminar flow in rectangular ducts: prediction of velocity profiles and friction factor, *Indian Journal of Technology*, 10, 435–438, 1972.
- [49] WÖRNER, M., Invariance of the velocity field induced by a bubble rising steadily through liquid under variation of the gas–liquid density ratio, *Proceedings of the German-Japanese Workshop on Multiphase Flow*, Karlsruhe, Germany, FZKA 6759, G10–G21, 2003.

- [50] ÖZKAN, F., WÖRNER, M., WENKA, A., SOYHAN, H.S., Critical evaluation of CFD codes for interfacial simulation of bubble-train flow in a narrow channel, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 55, 537-564, 2007.

## **EKLER**

## EK A

Mevcut çalışma aşağıda özeti yer alan hali ile “Catalysis Today” adlı periyodikte yayınlanması için gönderilmiştir.

### **Recirculation time and liquid slug mass transfer in co-current upward and downward Taylor flow**

Semih Kececi<sup>c</sup>, Martin Wörner<sup>a</sup>, Alexandru Onca<sup>b</sup>, Hakan Serhad Soyhan<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Forschungszentrum Karlsruhe, Institut für Kern- und Energietechnik,  
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe, Germany

<sup>b</sup> Forschungszentrum Karlsruhe, Institut für Reaktorsicherheit,  
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe, Germany

<sup>c</sup> University of Sakarya, Department of Mechanical Engineering,  
54187 Sakarya, Turkey

#### **Abstract**

Taylor flow constitutes an attractive flow pattern for catalytic multiphase monolith reactors because of its excellent mass transfer properties. Taylor flow consists of a sequence of elongated bubbles which almost fill the cross-section of a narrow channel and are separated by liquid slugs. Depending on the value of the capillary number, in the liquid slug either a recirculation pattern - which is favorable for mass transfer - or bypass flow may occur.

Multiphase monolith reactors can be operated in co-current upward or co-current downward flow. Recent experimental investigations of Taylor flow in a square mini-



channel [1] suggest that mass transfer between the slug and the channel wall may be more efficient in upward flow than in downward flow. This is attributed to the lower recirculation time,  $\tau_{\text{cir}}$ , which is defined as the ratio of the time needed by a particle in the liquid slug to travel from one end to the other and the time needed by the slug to travel a distance of its own length.

In the present study the recirculation time in bubble train flow through a rectangular channel is investigated analytically. By assuming a fully developed laminar liquid slug, a relation  $\tau_{\text{cir}} = \tau_{\text{cir}}(\psi)$  is obtained, where  $\psi = U_B/J$  and  $U_B$  and  $J$  are the magnitude of the bubble velocity and the total superficial velocity, respectively. Due to the effect of buoyancy, and for a given value of  $U_B$  or  $J$ , the ratio  $\psi = U_B/J$  is larger for upward flow than for downward flow. The evaluation of the relation  $\tau_{\text{cir}}(\psi)$  shows that  $\tau_{\text{cir}}$  is smaller in downward flow than in upward flow, indicating that mass transfer between the liquid slug and the solid wall may be more efficient in downward flow than in upward flow. This analytical result is in contrast to the experimental findings in [1]. The present analytical results are confirmed by three-dimensional time-dependent numerical simulations of upward and downward Taylor flow in a square mini-channel with a newly developed volume-of-fluid method [2]. These simulations show that mass transfer between the wall and the liquid slug is indeed more efficient for downward flow than for upward flow.

[1] A.N. Tsofigkas, M.J.H. Simmons, J. Wood. Influence of orientation upon the hydrodynamics of gas–liquid flow for square channels in monolith supports. *Chemical Engineering Science* 62 (2007) 4365–4378.

[2] A. Onea, M. Wörner, D.G. Cacuci. A qualitative computational study of mass transfer in upward bubble train flow through square and rectangular mini-channels. *Chemical Engineering Science* (to appear, available online at <http://www.sciencedirect.com/science/journal/00092509>)

Mevcut çalışma, Dechema and VDI-GVC'nin 2009 yılında organize ettiği ProcessNet adlı çalıştayda, aşağıdaki poster hali ile sunulmuştur.



# Theoretische und numerische Untersuchungen zum Stofftransport in auf- und abwärts gerichteter Taylor-Strömung

Semih Kececi<sup>a</sup>, Martin Wörner<sup>b</sup>, Alexandru Onea<sup>c</sup>, Hakan S. Soyhan<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Sakarya University, Department of Mechanical Engineering, Sakarya, Türkei  
<sup>b</sup>Forschungszentrum Karlsruhe, Institut für Kern- und Energietechnik, Karlsruhe  
<sup>c</sup>Forschungszentrum Karlsruhe, Institut für Reaktorsicherheit, Karlsruhe

## 1 Einführung

Monolith-Reaktoren für heterogen katalysierte Mehrphasenprozesse

- Keramische Trägerstruktur
  - Quadratische Kanäle
  - Hydraulischer Durchmesser  $d_h$  ca. 0,5 mm – 3 mm
  - Katalytisch beschichtete Wände
  - Anwendung z.B. für die Fischer-Tropsch-Synthese
- Vorteile der Taylor-Strömung**
- Große spezifische Phasengrenzfläche
  - Reduzierte axiale Dispersion
  - Kurzer Diffusionsweg von der Blase zur Wand
  - Gute Durchmischung im Flüssigkeitspropfen durch Rezirkulationsströmung
  - Sehr gute Wärme- und Stoffübertragung



## 3 Theoretische Ergebnisse

Theoretische Analyse der Rezirkulations-Zeit

3.1 Kreisförmiger Kanalquerschnitt (siehe [3])

$$\tau = U_B \frac{r_0^2}{2J} \int_0^1 V(r) dr$$

$$V(r) = 2J \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) - U_B$$

$V(r)$  = Geschwindigkeit im mit-bewegten System

$J = (Q_G + Q_L)/A = \text{Gesamt-Leerrohrgeschwindigkeit}$

$$V(r_0) = 0 \Rightarrow \frac{r_0}{R} = \sqrt{1 - \frac{U_B}{2J}} \Rightarrow \tau_{\text{Reiz}} = \left( \frac{J}{U_B} - 2 \right)^{-1}$$

$$\frac{U_B}{J} = \psi = \psi(Ca) \quad \text{mit} \quad Ca = \frac{\mu_L U_B}{\sigma} \quad \text{und} \quad 1 \leq \psi \leq 2$$

3.2 Rechteckiger Kanalquerschnitt

$$V(y, z) = u(y, z) - U_B = \frac{64}{\pi^2} J \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{m+1}{2}}}{m^{3,5}} \left[ 1 - \frac{\cosh\left(\frac{mz}{2a}\right)}{\cosh\left(\frac{m\pi b}{2a}\right)} \right] \cos\left(\frac{m\pi y}{2a}\right) - U_B$$

Approximation von Natarajan & Lakshmanan [4]:

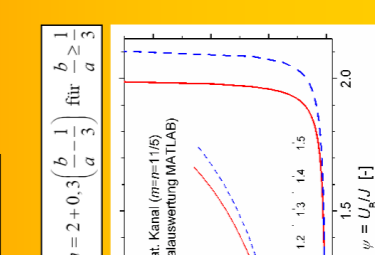
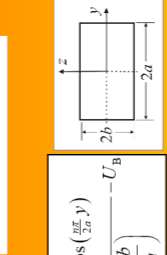
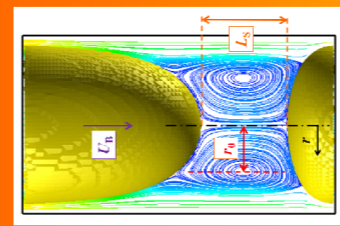
$$u(y, z) \approx U_{\text{max}} \left[ 1 - \left(\frac{y}{a}\right)^n \right] \left[ 1 - \left(\frac{z}{b}\right)^m \right]$$

$$\tau = \frac{n+1}{n} \frac{1}{1-\phi} \int_0^1 \left( \frac{1-u^m}{(1-\phi)^{n+1}-u^m} \right)^{\frac{1}{n}} du$$

$$\tau = \frac{m}{n} \frac{1}{1-\phi} \int_0^1 \left( \frac{1-u^m}{(1-\phi)^{n+1}-u^m} \right)^{\frac{1}{m}} du$$

$$\phi = \frac{m}{m+n} \frac{U_B}{J} - \psi$$

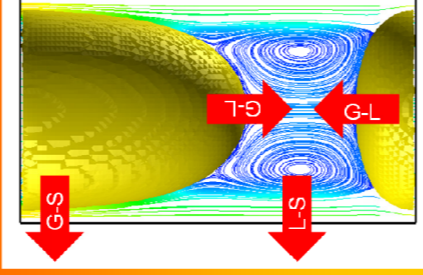
$$1 \leq \psi = \frac{U_B}{J} \leq \frac{m+1}{m} \frac{n+1}{n}$$



## 2 Problemstellung

Einfluss der Orientierung des Kanals auf die Effizienz der Stoffübertragung

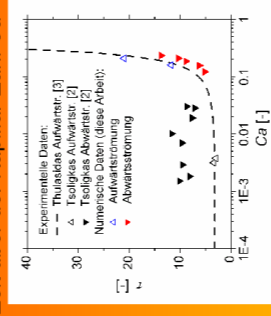
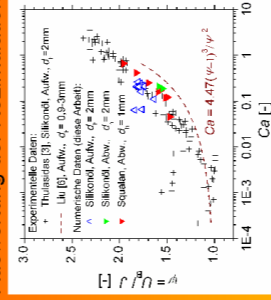
- Kawakami et al. [1]: Volumetrische Stoffübertragungskoeffizienten G-L und L-S sind in Aufwärts- höher als in Abwärtsström.
- Tsoligkas et al. [2] begründen dies mit einer kürzeren Rezirkulations-Zeit im Flüssigkeitspropfen bei Aufwärtsströmung
- Definition der Rezirkulations-Zeit: Verhältnis der Zeit, die ein Flüssigkeits-Teilchen benötigt, um sich vom einen zum anderen Ende des Flüssigkeitspropfens zu bewegen, zu der Zeit, die der Flüssigkeitspropfen benötigt, um sich eine seiner eigenen Länge entsprechenden Strecke weiter zu bewegen



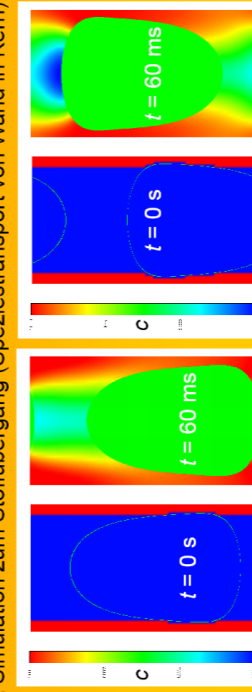
## 4 Numerische Ergebnisse

VoF-Simulation der Taylor-Strömung im quadratischen Mini-Kanal [5]

4.1 Auswertung der Rezirkulations-Zeit über der Kapillar-Zahl Ca



4.2 Simulation zum Stoffübergang (Speziestransport von Wand in Kern)



## 5 Schlussfolgerungen

- Die Rezirkulations-Zeit ist eine eindeutige Funktion von  $\psi = U_B/J$
- Bei gleichem  $J$  ist  $\psi$  in Aufwärts- größer als in Abwärtsstr. (Auftriebskraft)
- Bei gleicher Kapillar-Zahl ist die Rezirkulations-Zeit größer in Aufwärts- als in Abwärtsströmung (Widerspruch zu experiment. Ergebnissen in [2])
- Der Stoffübergang G-L und L-S ist kleiner in Aufwärts- als in Abwärtsstr.

## Literatur

[1] K. Kawakami, K. Kiyosuke, F. Shiraiishi, K. Kusunoki: Performance of a honeycomb monolith bioreactor in a gas-liquid-solid three-phase system, *Ind. Eng. Chem. Res.* **28** (1989) 394–400.  
 [2] A.N. Tsoligkas, M.J.H. Simmons, J. Wood: Influence of orientation upon the hydrodynamics of gas-liquid flow in square channels in monolith supports, *Chem. Eng. Sci.* **62** (2007) 4365–4378.  
 [3] T.C. Thulasidas, M.A. Abraham, R.L. Cerro: Flow patterns in liquid slugs during bubble-train flow inside capillaries, *Chem. Eng. Sci.* **52** (1997) 2947–2962.  
 [4] N.M. Natarajan, Lakshmanan: Laminar flow in rectangular ducts: prediction of velocity profiles & friction factor, *Ind. J. Technol.* **10** (1972) 435–438.  
 [5] A. Onea, M. Wörner, D.G. Cacuci: A qualitative computational study of mass transfer in upward bubble train flow through square and rectangular mini-channels, *Chem. Eng. Sci.* **64** (2009) 1416–1435.  
 [6] H. Liu, C.O. Vandu, R. Krishna: Hydrodynamics of Taylor flow in vertical capillaries: flow regimes, bubble rise velocity, liquid slug length, and pressure drop, *Ind. Eng. Chem. Res.* **44** (2005) 4884–4897.

## ÖZGEÇMİŞ

Semih Keçeci, 06.02.1984'de Sakarya'da doğdu. İlköğretimini Adapazarı Atatürk İlkokulu'nda tamamladıktan sonra orta ve lise eğitimini Sakarya Anadolu Lisesi'nde aldı. Daha sonra 2002 yılında Sakarya Üniversitesi Makine Mühendisliği bölümüne girdi ve 2006'da mezun oldu. Aynı yıl Sakarya Üniversitesi, Fen Bilimleri Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Enerji Ana Bilim Dalı'nda yüksek lisans öğrenimine başladı. 2007/2008 eğitim yılında ERASMUS öğrenci değişim programı çerçevesinde, Almanya Forschungszentrum Karlsruhe Araştırma Merkezi'nde ve Karlsruhe Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü'nde değişim öğrencisi olarak bir yıl süre ile bulunmuştur.