

**T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**PUMA TİPİ BİR ROBOTUN BULANIK MANTIK
TABANLI KAYAN KIPLI KONTROLÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mak. Müh. Fatih ERMIŞ

Enstitü Anabilim Dalı : MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
Enstitü Bilim Dalı : MAKİNE TASARIMI VE İMALAT
Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Şinasi ARSLAN

EYLÜL 2010

T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**PUMA TİPİ BİR ROBOTUN BULANIK MANTIK
TABANLI KAYAN KİPLİ KONTROLÜ**

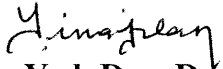
YÜKSEK LİSANS TEZİ


Mak. Müh. Fatih ERMiŞ


Enstitü Anabilim Dalı : MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ

Enstitü Bilim Dalı : MAKİNA TASARIM VE İMALAT

Bu tez 20 / 09 /2010 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Oybirliği ile kabul edilmiştir.


**Yrd. Doç. Dr.
Şinasi ARSLAN
Jüri Başkanı**


**Doç. Dr.
İmdat TAYMAZ
Üye**


**Doç. Dr.
Cemil ÖZ
Üye**

ÖNSÖZ

Gelişen teknoloji ile birlikte endüstride robot kullanımı da yaygın hale gelmiştir. Robot kullanımının uzun vadeli düşünüldüğünde kalite ve maliyet açısından büyük yarar sağladığı bilinmektedir. Robot talebindeki artışlar bu konuda yapılan çalışmaları da artırmıştır. Bu çalışmada dört serbestlik dereceli puma tipli endüstriyel bir robot kolunun kontrolü yapılmıştır.

Çalışmanın gerçekleşmesinde yardımlarını esirgemeyen, bilgi ve becerilerini benimle paylaşmaktan kaçınmayan değerli hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Şinasi ARSLAN' a, yardımları ve desteğiyle her zaman yanımda olan Mehmet KORKMAZ' a, karşılıksız maddi ve manevi desteğiyle beni bugünlere getiren çok sevgili annem Zeynep ERMİŞ, babam Mehmet ERMİŞ' e ve değerli kardeşlerime yürekten teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

| | |
|--------------------------------------|------|
| ÖNSÖZ..... | ii |
| İÇİNDEKİLER | iii |
| SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ..... | vii |
| ŞEKİLLER LİSTESİ..... | viii |
| TABLolar LİSTESİ..... | xiii |
| ÖZET..... | xiv |
| SUMMARY..... | xv |

BÖLÜM 1.

| | |
|---|---|
| GİRİŞ..... | 1 |
| 1.1. Robotların Sınıflandırılması..... | 2 |
| 1.1.1. Serbestlik derecelerine göre robotlar..... | 2 |
| 1.1.1.1. Kartezyen düzenleşim..... | 2 |
| 1.1.1.2. Silindirik düzenleşim..... | 4 |
| 1.1.1.3. Scara düzenleşim..... | 5 |
| 1.1.1.4. Küresel düzenleşim..... | 6 |
| 1.1.1.5. Dönel düzenleşim..... | 7 |
| 1.1.2. Kontrol yöntemlerine göre robotlar..... | 7 |
| 1.2.2.1. Noktasal kontrol edilen robotlar..... | 7 |
| 1.2.2.2. Sürekli yörünge kontrollü robotlar..... | 8 |
| 1.1.3. Robot eyleyicilerinin kullandığı güç kaynağına göre robotlar | 8 |
| 1.2.3.1. DC servo ve adım motorları..... | 8 |
| 1.2.3.2. Hidrolik robotlar..... | 8 |
| 1.2.3.3. Pnömatik eyleyiciler..... | 8 |
| 1.1.4. Kesinlik derecelerine göre robotlar..... | 8 |
| 1.1.4.1. Çözünürlük..... | 9 |

| | |
|--|-----------|
| 1.1.4.2. Doğruluk..... | 9 |
| 1.1.4.3. Yenilenebilirlik..... | 9 |
| 1.1.5. İkili harf kodunun kullanılmasıyla yapılan sınıflandırma..... | 9 |
| 1.2. Robotların Kullanıldığı Yerler..... | 12 |
| 1.2.1. Tıp alanında kullanılan robotlar..... | 13 |
| 1.2.2. Savaş silahları endüstrisinde kullanılan robotlar..... | 13 |
| 1.2.3. Evde ve ev çevresinde kullanılan basit robotlar..... | 13 |
| 1.2.4. Robotların sanayideki kullanım alanları..... | 14 |
| 1.3. Robotların Kullanım Avantajları..... | 15 |
| | |
| BÖLÜM 2. | |
| LİTERATÜR ÇALIŞMASI..... | 17 |
| | |
| BÖLÜM 3. | |
| FİZİKSEL SİSTEMİN TANIMI..... | 24 |
| | |
| BÖLÜM 4. | |
| ROBOT KİNEMATİĞİ ve DİNAMIĞI..... | 27 |
| 4.1. Robot Manipülatör Bileşenleri..... | 27 |
| 4.1.1. Mekanik unite..... | 27 |
| 4.1.2. Sensör ünitesi..... | 29 |
| 4.1.3. Kontrol ünitesi..... | 29 |
| 4.1.4. Güç ünitesi..... | 29 |
| 4.2. Uzaysal Yerleşim..... | 30 |
| 4.2.1. Uzaysal gösterim..... | 31 |
| 4.2.1.1. Konum..... | 31 |
| 4.2.1.2. Yönelim..... | 33 |
| 4.2.2. Yer değiştirme..... | 36 |
| 4.3. Robot Kinematığı..... | 38 |
| 4.3.1. Düz kinematik..... | 38 |
| 4.3.1.1. DH parametrelerinin belirlenmesi..... | 38 |
| 4.3.1.2. Dönüşüm matrislerinin hesaplanması..... | 44 |
| 4.3.1.3. Manipülatör dönüşüm matrisinin elde edilmesi..... | 46 |

| | |
|--|----|
| 4.3.1.4. Uç elemanın konum ve oryantasyonunun belirlenmesi..... | 46 |
| 4.3.2. Ters kinematik..... | 48 |
| 4.4. Dört Serbestlik Dereceli Robot Kolunun Kinematik Çözümlemesi..... | 48 |
| 4.4.1. Düz kinematik çözümleme..... | 48 |
| 4.4.2. Ters kinematik çözümleme..... | 49 |
| 4.5. Dört Serbestlik Dereceli Robot Kolunun Dinamik Çözümlemesi..... | 51 |

BÖLÜM 5.

| | |
|---|-----|
| ROBOT KONTROLÜ..... | 79 |
| 5.1. Giriş..... | 79 |
| 5.2. PID Kontrol..... | 80 |
| 5.2.1. PID kontrolörün yapısı ve özellikleri..... | 81 |
| 5.2.2. PID kontrolörün parametrelerinin tespiti..... | 83 |
| 5.2.2.1. Ziegler-Nichols yöntemi..... | 83 |
| 5.3. Bulanık Mantıklı Kontrol..... | 87 |
| 5.3.1. Bulanık mantık..... | 87 |
| 5.3.2. Bulanık kümeler..... | 88 |
| 5.3.3. Bulanık kontrolcü tasarımı..... | 88 |
| 5.3.3.1. Bulanıklaştırma..... | 89 |
| 5.3.3.2. Sonuç çıkarma..... | 90 |
| 5.3.3.3. Durulama..... | 92 |
| 5.4. Kayan Kipli Kontrol..... | 98 |
| 5.4.1. Kayan kipli kontrolün yapısı ve özellikleri..... | 98 |
| 5.4.2. Kayan kipli kontrolcü tasarımı..... | 100 |
| 5.5. Adaptif Kontrol..... | 105 |
| 5.5.1. Adaptif kontrolün yapısı ve özellikleri..... | 105 |
| 5.5.2. Adaptif kontrolcü tasarımı..... | 107 |
| 5.6. Bulanık Tabanlı PID Kontrol..... | 110 |
| 5.6.1. Bulanık tabanlı PID kontrolün yapısı ve özellikleri..... | 109 |
| 5.7. Bulanık Tabanlı Kayan Kipli Kontrol..... | 116 |

| | |
|--|------------|
| 5.7.1. Değişken kontrol kazancına sahip bulanık mantıklı kayan kipli kontrolcü tasarımı..... | 116 |
| 5.7.2. Değişken kayma yüzeyine sahip bulanık mantıklı kayan kipli kontrolcü tasarımı..... | 121 |
| 5.7.3. Değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip bulanık mantıklı kayan kipli kontrolcü tasarımı..... | 124 |
| | |
| BÖLÜM 6. | |
| SİMÜLASYON ÇALIŞMALARI..... | 126 |
| 6.1. Dört Kollu Puma Tipli Robotun Çember Takibi..... | 126 |
| 6.1.1. Dört kollu puma tipli robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle çember takibi. | 126 |
| 6.1.2. Dört kollu puma tipli robotun BMPIDK yöntemiyle çember takibi | 129 |
| 6.1.3. Dört kollu puma tipli robotun BMPIDK yöntemiyle çember takibi | 131 |
| 6.2. Dört Kollu Puma Tipi Robotun Dört Doğru Parçası Takibi..... | 134 |
| 6.2.1. Dört kollu puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle dört doğru parçası takibi..... | 134 |
| 6.2.2. Dört kollu puma tipi robotun BMPIDK yöntemiyle dört doğru parçası takibi..... | 136 |
| 6.2.3. Dört kollu puma tipli robotun adaptif kontrol yöntemiyle dört doğru parçası takibi..... | 139 |
| 6.3. Puma Tipi Robotun Dört Doğru Parçası Takibinin Başarım Sonuçları..... | 141 |
| | |
| BÖLÜM 7. | |
| SONUÇ VE İLERİ ÇALIŞMALAR..... | 143 |
| KAYNAKLAR..... | 146 |
| ÖZGEÇMİŞ..... | 150 |

KISALTMALAR LİSTESİ

| | |
|--------|--|
| PIC | : Programlanabilir Entegre Devre |
| DH | : Denavit-Hartenberg Dönüşümü |
| N-E | : Newton-Euler Metodu |
| PID | : Oransal-İntegral-Türevsel Kontrol |
| BMK | : Bulanık Mantık Kontrolörü |
| KKK | : Kayan Kipli Kontrol |
| EK | : Erişim Kuralı |
| BMPIDK | : Bulanık Mantık Tabanlı PID Kontrol |
| BMKKK | : Bulanık Mantık Tabanlı Kayan Kipli Kontrol |

ŞEKİLLER LİSTESİ

| | | |
|------------|--|----|
| Şekil 1.1. | Kartezyen robot ve çalışma uzayı..... | 3 |
| Şekil 1.2. | Epson-Seiko kartezyen robotu..... | 3 |
| Şekil 1.3. | Silindirik robot ve çalışma uzayı..... | 4 |
| Şekil 1.4. | Seiko RT3300 silindirik robotu..... | 4 |
| Şekil 1.5. | Scara robot ve çalışma uzayı..... | 5 |
| Şekil 1.6. | Epson E2L653S SCARA robotu | 5 |
| Şekil 1.7. | Küresel robot ve çalışma uzayı..... | 6 |
| Şekil 1.8 | Stanford arm küresel robotu..... | 6 |
| Şekil 1.9 | Dönel robot ve çalışma uzayı..... | 7 |
| Şekil 1.10 | Huang ve Milenkovic tarafından tanımlanan mekanizma..... | 10 |
| Şekil 1.11 | İkili harf kombinasyonunun kullanılmasıyla oluşan on iki adet düzenleşim | 11 |
| Şekil 1.12 | RS ve SR kullanışlı robotları..... | 12 |
| Şekil 1.13 | RN ve CR kullanışsız robotları..... | 12 |
| Şekil 3.1 | Endüstriyel PUMA tipi robotun fiziksel gösterimi..... | 24 |
| Şekil 3.2 | Endüstriyel PUMA tipi robotun model şekli | 25 |
| Şekil 3.3 | Puma tipi robotun çember takibi grafiği için başlangıç noktasının 3 boyutta gösterimi | 26 |
| Şekil 3.4 | Puma tipi robotun dört doğru parçası grafiği için başlangıç noktasının 3 boyutta gösterimi | 26 |
| Şekil 4.1 | Yaygın robot kolu düzenleşimleri | 28 |
| Şekil 4.2 | R^2 ve R^3 kartezyen koordinatların vektör olarak gösterimi | 31 |
| Şekil 4.3 | Polar koordinatın gösterimi | 32 |
| Şekil 4.4 | Silindirik koordinatın gösterimi | 32 |
| Şekil 4.5 | Küresel koordinatın gösterimi | 33 |
| Şekil 4.6 | OUV sisteminin OXY referans sistemine göre oryantasyonunu .. | 34 |

| | | |
|------------|---|-----|
| Şekil 4.7 | Eklem türleri ve değişik varyasyonları | 39 |
| Şekil 4.8 | 1.tip bağlantı şekli | 40 |
| Şekil 4.9 | 2.tip bağlantı şekli | 40 |
| Şekil 4.10 | 3.tip bağlantı şekli | 41 |
| Şekil 4.11 | 4.tip bağlantı şekli | 41 |
| Şekil 4.12 | 5.tip bağlantı şekli | 42 |
| Şekil 4.13 | Dört serbestlik dereceli robot kolunun DH parametrelerinin gösterimi..... | 43 |
| Şekil 4.14 | i. bağa etkiyen kuvvet ve momentler | 52 |
| Şekil 4.15 | Koordinat sistemlerinin yerleşimi ve kütle gösterimi..... | 56 |
| Şekil 5.1 | PID Kontrolörün blok diyagramı | 82 |
| Şekil 5.2 | PID Kontrolörünün birim basamak giriş cevabı | 84 |
| Şekil 5.3 | Dört serbestlik dereceli puma tipinde endüstriyel robot kolunun PID kontrollü simulink diyagramı | 86 |
| Şekil 5.4 | Bulanık mantık kontrolörün genel yapısı | 89 |
| Şekil 5.5 | Hava sıcaklığını gösteren üçgen üyelik fonksiyonu | 90 |
| Şekil 5.6 | Fan hızını gösteren üçgen üyelik fonksiyonu | 91 |
| Şekil 5.7 | Ağırlık merkezi durulama yöntemi grafiği..... | 92 |
| Şekil 5.8 | Fan hızı çıkış değerinin ağırlık merkezi durulama yöntemiyle hesaplanması | 93 |
| Şekil 5.9 | Birinci kol için hatanın üyelik fonksiyonu | 93 |
| Şekil 5.10 | Birinci kol için aç hataının türevinin üyelik fonksiyonu | 94 |
| Şekil 5.11 | Çıkış üyelik fonksiyonu | 94 |
| Şekil 5.12 | Kontrol kural yüzeyi | 95 |
| Şekil 5.13 | Dört serbestlik dereceli puma tipinde endüstriyel robot kolunun bulanık mantık kontrollü simulink diyagramı..... | 97 |
| Şekil 5.14 | Doğrusal kayma yüzeyi | 99 |
| Şekil 5.15 | Dört serbestlik dereceli puma tipinde endüstriyel robot kolunun kayan kipli kontrollü simulink diyagram..... | 104 |
| Şekil 5.16 | Dört serbestlik dereceli puma tipinde endüstriyel robot adaptif kontrollü simulink diyagram | 109 |
| Şekil 5.17 | Birinci kolun hatası (e) üyelik fonksiyonu..... | 112 |
| Şekil 5.18 | Birinci kolun hatasının türevi (de) üyelik fonksiyonu..... | 112 |

| | | |
|------------|---|-----|
| Şekil 5.19 | Bulanık kontrolörün birinci kol için K_p çıkış üyelik fonksiyonu... | 113 |
| Şekil 5.20 | Bulanık kontrolörün 1.kol için K_i çıkış üyelik fonksiyonu..... | 113 |
| Şekil 5.21 | Bulanık kontrolörün birinci kol için K_d çıkış üyelik fonksiyonu.. | 114 |
| Şekil 5.22 | Dört serbestlik dereceli puma tipinde endüstriyel robot kolunun BTPID kontrollü simulink diyagramı | 115 |
| Şekil 5.23 | Değişken kontrol kazancına sahip Bulanık tabanlı kayan kipli kontrolörün genel yapısı | 117 |
| Şekil 5.24 | Hata (e) üyelik fonksiyonu şekli | 119 |
| Şekil 5.25 | Hatanın türevi (de) üyelik fonksiyonu şekli | 119 |
| Şekil 5.26 | Kontrol kazancı parametresi üyelik fonksiyonu..... | 120 |
| Şekil 5.27 | Kontrol kazancı tespiti için giriş ve çıkış ilişkileri..... | 120 |
| Şekil 5.28 | Değişken kayma yüzeyine sahip bulanık tabanlı kayan kipli kontrolörün genel yapısı | 121 |
| Şekil 5.29 | Hata (e) üyelik fonksiyonu şekli | 122 |
| Şekil 5.30 | Hatanın türevi (de) üyelik fonksiyonu şekli | 123 |
| Şekil 5.31 | Kayma yüzeyi parametresi üyelik fonksiyonu..... | 123 |
| Şekil 5.32 | Kayma yüzeyi tespiti için giriş ve çıkış ilişkileri..... | 124 |
| Şekil 5.33 | Kontrolörün genel yapısı..... | 125 |
| Şekil 6.1 | Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle uzayda çember takibi | 127 |
| Şekil 6.2 | Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle 4. ekleminin tork-zaman grafiği | 127 |
| Şekil 6.3 | Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle 4. ekleminin açısız hata- zaman grafiği | 128 |
| Şekil 6.4 | Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle 4. ekleminin faz diyagramı grafiği ... | 128 |
| Şekil 6.5 | Puma tipi robotun BMPIDK yöntemiyle uzayda çember takibi... | 129 |
| Şekil 6.6 | Puma tipi BMPIDK yöntemiyle 4. ekleminin tork-zaman grafiği | 130 |
| Şekil 6.7 | Puma tipi robotun BMPIDK yöntemiyle 4. ekleminin açısız hata- zaman grafiği | 130 |

| | | |
|------------|--|-----|
| Şekil 6.8 | Puma tipi robotun BMPIDK yöntemiyle 4. ekleminin faz diyagramı grafiği | 131 |
| Şekil 6.9 | Puma tipi robotun adaptif kontrol yöntemiyle uzayda çember takibi | 132 |
| Şekil 6.10 | Puma tipi robotun adaptif kontrol yöntemiyle 4. ekleminin tork-zaman grafiği | 132 |
| Şekil 6.11 | Puma tipi robotun adaptif kontrol yöntemiyle 4. ekleminin açısal hata- zaman grafiği | 133 |
| Şekil 6.12 | Puma tipi robotun adaptif kontrol yöntemiyle 4. ekleminin faz diyagramı grafiği | 133 |
| Şekil 6.13 | Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle uzayda dört doğru parçası takibi..... | 134 |
| Şekil 6.14 | Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle 4. ekleminin tork-zaman grafiği | 135 |
| Şekil 6.15 | Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle 4. ekleminin açısal hata- zaman grafiği..... | 135 |
| Şekil 6.16 | Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle 4. ekleminin faz diyagramı grafiği.... | 136 |
| Şekil 6.17 | Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMPIDK yöntemiyle uzayda dört doğru parçası takibi..... | 137 |
| Şekil 6.18 | Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMPIDK yöntemiyle 4. ekleminin tork-zaman grafiği | 137 |
| Şekil 6.19 | Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMPIDK yöntemiyle 4. ekleminin açısal hata- zaman grafiği | 138 |
| Şekil 6.20 | Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMPIDK yöntemiyle 4. ekleminin faz diyagramı grafiği.... | 138 |
| Şekil 6.21 | Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip adaptif kontrol yöntemiyle uzayda dört doğru parçası takibi | 140 |
| Şekil 6.22 | Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip adaptif kontrol yöntemiyle 4. ekleminin tork-zaman grafiği | 140 |

| | | |
|------------|---|-----|
| Şekil 6.23 | Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip adaptif kontrol yöntemiyle 4. ekleminin açısal hata- zaman grafiği | 140 |
| Şekil 6.24 | Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip adaptif kontrol yöntemiyle 4. ekleminin faz diyagramı grafiği | 141 |

TABLolar LİSTESİ

| | | |
|------------|---|-----|
| Tablo 4.1. | DH tablosunun gösterimi..... | 44 |
| Tablo 5.1. | Ziegler-Nichols yöntemine göre kontrolör parametrelerinin tespiti..... | 84 |
| Tablo 5.2. | Ziegler-Nichols Frekans Yanıtı Metodu ile Kontrolör Parametrelerinin Tespiti..... | 84 |
| Tablo 5.3. | Kapalı çevrimli bir sistemde PID parametrelerinin performans ölçütlerine etkisi..... | 85 |
| Tablo 5.4. | Birinci kol için kural tablosu..... | 95 |
| Tablo 5.5. | BTPID kontrolörün kural tablosu..... | 111 |
| Tablo 5.6. | Değişken kontrol kazançlı bulanık kontrolörün kural tablosu..... | 118 |
| Tablo 5.7. | Değişken kayma yüzeyli bulanık kontrolörün kural tablosu..... | 124 |
| Tablo 6.1. | Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK verilen noktalara giderken elde edilen başarımların sonuç tablosu..... | 142 |
| Tablo 6.2. | Puma tipi robotun BMPIDK yöntemiyle verilen noktalara giderken elde edilen başarımların sonuç tablosu..... | 142 |
| Tablo 6.3. | Puma tipi robotun adaptif kontrol yöntemiyle verilen noktalara giderken elde edilen başarımların sonuç tablosu..... | 142 |

ÖZET

Anahtar kelimeler: Manipülator, Robot, Bulanık Mantık, Kayan Kipli Kontrol, Bulanık Mantık Tabanlı Kayan Kipli Kontrol.

Robot manipülatorleri, endüstride çoğunlukla yüksek hassasiyet ve tekrarlanabilirlik gerektiren işlerde kullanılmaktadır. Bu yüzden, robot manipülatorlerinin kontrolü stratejileri üzerinde yoğun çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada, puma tipi dört serbestlik dereceli bir robot kolunun değişik kontrol yöntemlerinden yararlanılarak konum kontrolü gerçekleştirilmiş ve performans değerlendirmeleri yapılmıştır.

Bu çalışmada, doğrusal olmayan sistemlerin ve yüksek takip kabiliyetinin arzu edildiği dinamik sistemlerin kontrolünde en yaygın olarak kullanılan “Kayan Kipli Kontrol” yapısı tasarlanmıştır. Ancak bütün bu avantajlarına rağmen kayan kipli kontrolde çatırtı büyük bir problem oluşturmaktadır. Bu sebeple hem çatırtı sorununu ortadan kaldırmak ve hem de kontrol parametrelerini en iyi şekilde tayin edebilmek için “Bulanık Mantık Tabanlı Kayan Kipli Kontrol” yapısı geliştirilerek kontrolör performansı iyileştirilmeye çalışılmıştır.

SLIDING MODE CONTROL BASED FUZZY LOGIC OF A PUMA TYPE INDUSTRIAL ROBOT

SUMMARY

Key Words: Manipulator, Robot, Fuzzy Logic, Sliding Mode Control, Sliding Mode Control Based Fuzzy Logic.

Robot manipulators are mostly used in industry, which are required high sensitivity and repeatability. Thus, many research efforts on control strategies have been carried out. In this study, the position control and the performance analysis of a PUMA type robot manipulator with four degrees of freedom have been performed by utilizing different types of control strategies.

The controller used in this study for optimum position tracking is “Sliding Mode Controller” which is widely used for the control of dynamical systems requiring a good position tracking capability and having nonlinear structure. Despite all these advantages, the chattering phenomenon is still a serious problem in the sliding mode control. To avoid the chattering problem and perfectly define the controller variables, a “Sliding Mode Control Based Fuzzy Logic” has been also designed and applied to the system. The results have successfully met the performance criteria.

BÖLÜM 1. GİRİŞ

Bilgisayar destekli tasarım ve bilgisayar destekli üretim gibi tekniklerin bulunmasıyla, endüstriyel otomasyon sistemleri kısa zamanda çok hızlı gelişmiştir. Bu hızlı gelişmenin sonucunda endüstriyel robotların kullanımı ivme kazanmıştır. Günümüze kadar büyük aşama kaydeden robotlar, madde taşınması, boyacılık, kaynak endüstrisi, tıp vs. gibi birçok sektörde kullanılmaktadır.

Robot kelimesi ilk olarak Çek filozofu ve oyun yazarı Karel Capek' in "Rossum's Universal Robot " isimli oyunu içerisinde 1922' de kullanılmıştır. Çek dilinde robot "işçi" veya "esir" anlamındadır. Daha sonra 1940'lı yıllarda, bir bilim kurgu yazarı olan Isaac Asimov tarafından Robot kelimesine yeni anlamlar kazandırılmıştır. Yazar robotları uymak zorunda oldukları 3 kuralla tanımlamıştır.

- I. Robot hiçbir zaman insana zarar verecek hareketler yapmamalı ve insanın zarar görebileceği hallerde hareketsiz kalmalıdır.
- II. Birinci kanunu çiğnememek şartıyla robot, insana her zaman itaat etmelidir.
- III. Birinci ve ikinci kanunu çiğnememek şartıyla robot, kendini de korumalıdır.

Amerikan Robot Enstitüsüne göre; robot değişik türdeki işlerin yerine getirilmesi, programlanmış hareketler ile malzemeleri, parçaları, takım ve özel araçları taşıyabilecek, yeniden programlanabilme özelliğine sahip çok amaçlı bir manipülatördür [1].

İngiliz Robot Birliğine göre; robot belirli imalat işlemlerinin yapılması için parça, takım ve alet ya da özel imalat aygıtlarının programlanmış değişik hareketlerle taşınması, yerinin değiştirilmesi veya kullanılması için tasarlanmış, programlanabilir bir aygıttır [1].

Japonya Endüstriyel Robotlar Birliği ise; sanayide kullanılan robotları, bilgi girdileri, eğitim açısından ele alarak sınıflandırmaktadır. Bu sınıflandırmaya göre robot tanımına, el ile idare edilen manipülatör ve sabit işlem sıralı robotlar da dâhil edilmektedir [2].

1.1. Robotların Sınıflandırılması

Çok farklı sınıflandırmalar yapılmışsa da, sıklıkla robotlar, serbestlik derecelerine, kontrol yöntemlerine, eyleyicilerin kullandığı güç kaynağına, kesinlik derecelerine ve ikili harf kodu olmak üzere beş farklı şekilde sınıflandırılabilir.

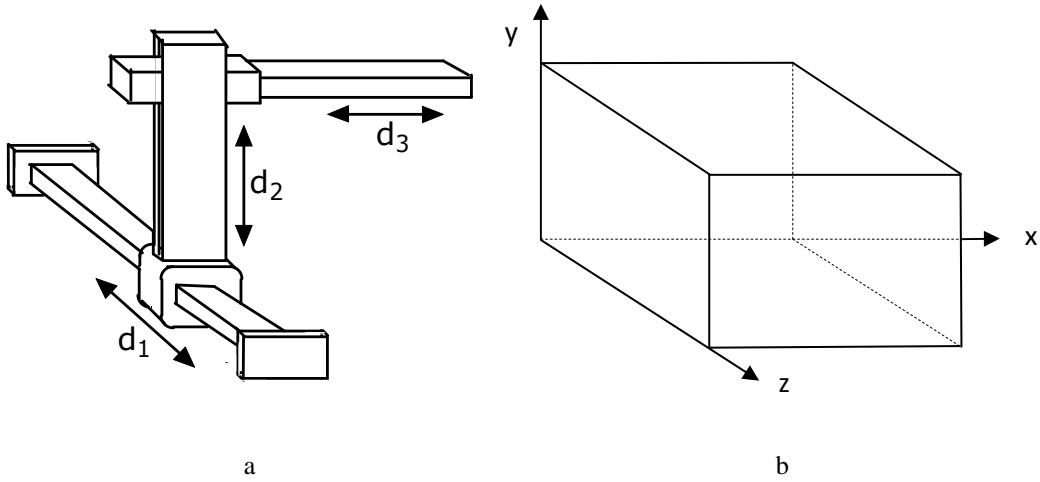
1.1.1. Serbestlik derecelerine göre robotlar

Günümüz endüstrisinde genellikle altı serbestlik derecesine sahip robotların kullanılması tercih edilmektedir. Robotlar serbestlik derecelerine göre sınıflandırılırken ilk üç bağın eklem özelliği dikkate alınır. Eğer ilk üç bağın tamamı prizmatik (P) eklemlere sahipse, sonuçta oluşan kinematik düzenleme kartezyen (PPP), ilk bağ döner, ikinci ve üçüncü bağ prizmatik eklemlere sahipse, bu tip sınıflandırma silindirik (RPP), ilk iki bağ döner (R), üçüncü bağ prizmatik eklemlere sahipse ve bütün eklemler bir birine paralelse, Scara (RRP), ilk iki bağ döner, üçüncü bağ prizmatik eklemlere sahipse küresel (RRP), ilk üç bağın tamamı döner eklemlere sahipse, sonuçta oluşan kinematik düzenleme ise dönele (RRR) sınıflandırma denir.

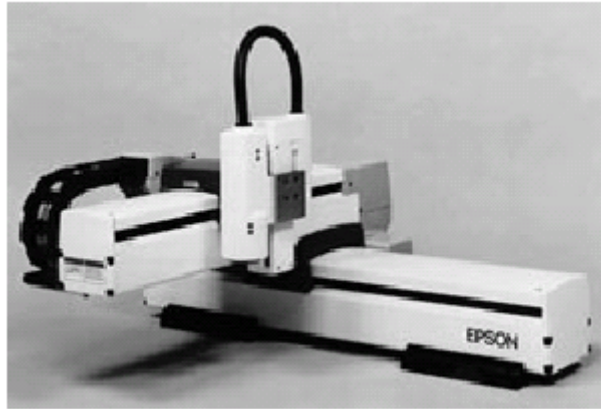
1.1.1.1. Kartezyen düzenleme

Daha önce de belirtildiği gibi ilk üç eklem tamamı prizmatikse bu şekilde tasarlanan robota kartezyen (PPP) manipülatör denir. Kinematik düzenlemesi en basit

olan robot türüdür. Bu tip robotlar madde ve kargo taşınması gibi ağır materyal transferinde kullanılırlar. Şekil 1.1’de kartezyen robot ve çalışma uzayı, Şekil 1.2’de ise endüstride kullanılan Epson-Seiko kartezyen robotu görülmektedir.



Şekil 1.1a. Kartezyen robot ve b. Çalışma uzayı



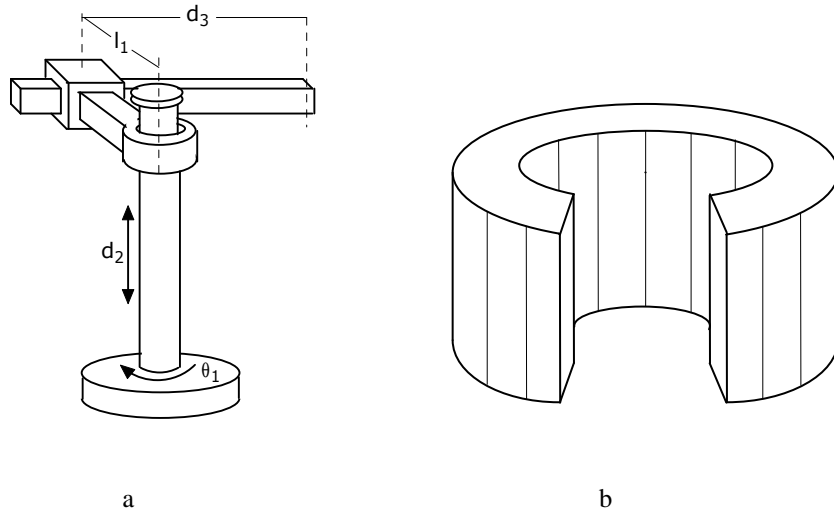
Şekil 1.2. Epson-Seiko kartezyen robotu

Kartezyen robotların kontrolü, kinematik denklemleri basit olduğu için, kolaydır ve yeni eleman kolayca eklenebilir. Gövde yapıları sağlam olduğundan yük kaldırma kapasiteleri ve çalışma uzayının her noktasında geniş çaplı hareket kabiliyeti ayıdır.

Kartezyen robotların yukarıdaki avantajlarının yanında bazı dezavantajları da vardır. Çalışma uzayının hacmi küçük olduğu için, robot kendi ana gövdesine ulaşamaz. Prizmatik eklemlerin çalışma ortamındaki tozlardan korunması güçtür.

1.1.1.2. Silindirik düzenleşim

Silindirik (RPP) düzenleşime sahip bir robotun ilk eklemi dönel, ikinci eklemi birinci ekleme paralel ve prizmatik, üçüncü ekleme ikinci ekleme dik ve prizmatiktir. Şekil 1.3'te silindirik düzenleşime sahip bir robot ve çalışma uzayı, Şekil 1.4'te ise endüstride kullanılan Seiko RT3300 silindirik robotu görülmektedir.



Şekil 1.3a. Silindirik robot ve b. Çalışma uzayı



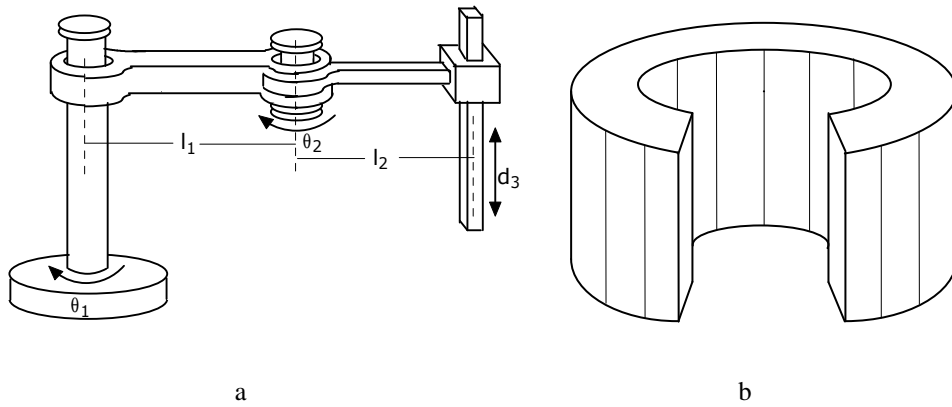
Şekil 1.4. Seiko RT3300 silindirik robotu

Silindirik düzenleşime sahip robotların da, kinematik denklemleri basit olduğundan kontrolü kolaydır, ancak kartezyen robotlara göre daha büyük çalışma uzayına sahiptir. Temel çerçevesinin dönel olmasından dolayı uç işlevci hızla hareket eder.

Geniş çaplı hareket kabiliyetinin kol uzunluğuna göre değişmesi ve küresel robotlara göre daha küçük çalışma uzayına sahip olmaları dezavantaj olarak görülebilir.

1.1.1.3. Scara düzenleşim

Scara düzenleşime sahip bir robot eklem yapısı (RRP) itibariyle küresel düzenleşime benzemesine rağmen eklemlerin geometrisi açısından tamamen küresel robottan farklıdır. Scara düzenleşimde ilk üç eklemin tamamı bir birine paraleldir ve endüstride sıklıkla tercih edilmektedir. Şekil 1.5'te Scara düzenleşime sahip bir robot ve çalışma uzayı, Şekil 1.6'da ise endüstride kullanılan Epson E2L653S Scara robotu görülmektedir.



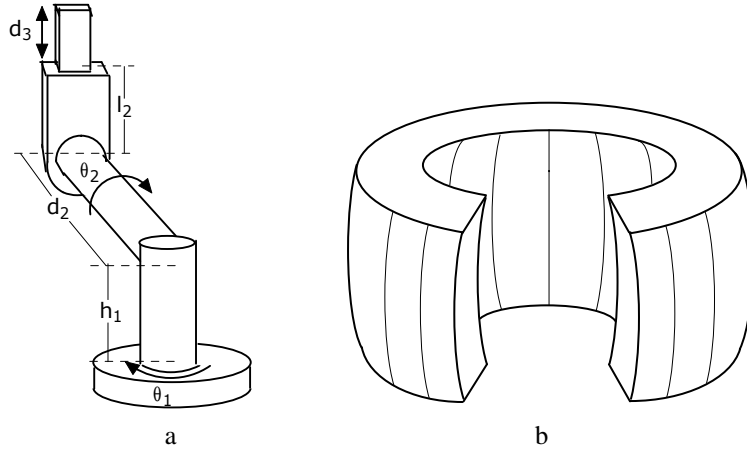
Şekil 1.5a. Scara robot ve b. Çalışma uzayı



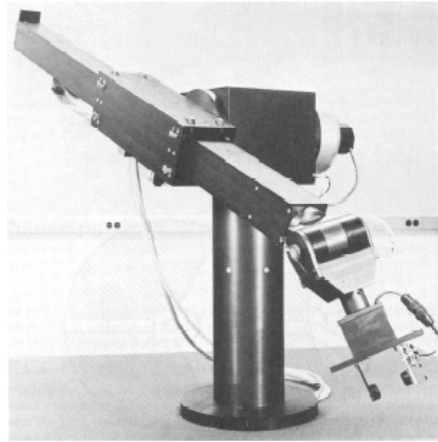
Şekil 1.6. Epson E2L653S SCARA robotu

1.1.1.4. Küresel düzenleşim

Küresel (RRP) düzenleşime sahip bir robotun ilk iki eklemi dönel, üçüncü eklemi ise prizmatiktir. Çok büyük çalışma uzayına sahiptir. Bu düzenleşime sahip robotlar da Scara gibi endüstride oldukça fazla tercih edilir. Çok karmaşık kinematik denklemlere sahip olduğu için kontrolü zordur. Geniş çaplı hareket kabiliyeti her noktada farklıdır. Özellikle ana çerçeve civarında çok düşük olduğundan eklem açılarındaki küçük bir değişim uç işlevcinin daha büyük bir yerdeğiştirmesine neden olur. Şekil 1.7'de küresel düzenleşime sahip bir robot ve çalışma uzayı, Şekil 1.8'de ise endüstride kullanılan Stanford arm küresel robotu görülmektedir.



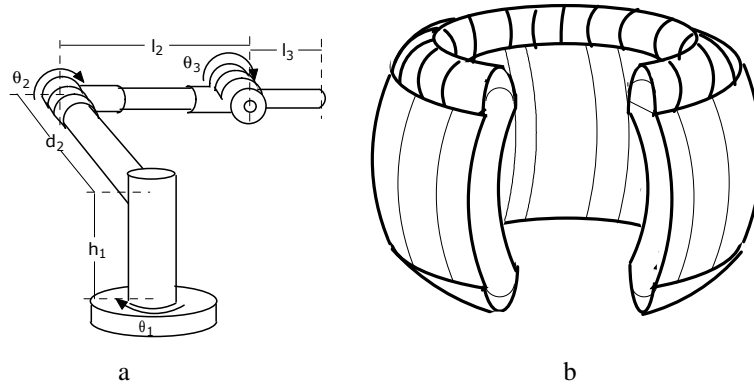
Şekil 1.7a. Küresel robot ve b. Çalışma uzayı



Şekil 1.8. Stanford arm küresel robotu.

1.1.1.5. Dönel düzenleşim

Dönel düzenleşime sahip bir robotun üç eklemi de döneldir. Tamamı dönel olan eklemlerin hareket ettirilmesi kolaydır, dolayısıyla çok esnek ve hızlıdır. Çok büyük bir çalışma uzayına sahiptir. Şekil 1.9'da dönel düzenleşime sahip bir robot ve çalışma uzayı görülmektedir. Ancak, geniş çaplı hareket kabiliyeti her noktada farklı olduğundan, çalışma uzayında her noktaya ulaşamaz. Doğruluğu düşüktür, her eklem oluşturduğu küçük hatalar toplanarak daha büyük bir hataya neden olabilir. Ayrıca, çok karmaşık kinematik denklemlere sahip olduğundan, kontrolleri de zordur.



Şekil 1.9a. Dönel robot ve b. Çalışma uzayı

1.1.2. Kontrol yöntemlerine göre robotlar

Kontrol yöntemlerine göre robotlar iki alt sınıfa ayrılabilir.

1.1.2.1. Noktasal kontrol edilen robotlar

Bu tür robotlar için özellikle belirtilmiş bir çalışma alanı yoktur. Bu sınıfa giren robotların serbestlik derecesi altıdan küçüktür ve genellikle bir nesneyi bir yerden başka bir yere taşıma ve yerleştirmede (tut ve yerleştir) kullanılır.

1.1.2.2. Sürekli yörünge kontrollü robotlar

Bu tip robotlar bir kullanıcı tarafından belli bir yörüngeyi izleyecek şekilde kontrol edilirler. Kaynak işlemleri gerçekleştiren robotlar bu sınıf için uygun bir örnektir.

1.1.3. Robot eyleyicilerinin kullandığı güç kaynağına göre robotlar

Bu grup temel olarak elektrik, pnömatik ve hidrolik olmak üzere üçe ayrılır.

1.1.3.1. DC servo ve adım motorları

DC servo motorların robotlarda kullanılmasının en önemli nedeni, düşük gerilimde yüksek tork üretmeleridir. Adım motorları ise daha basit uygulamalarda (tut ve yerleştir) kullanılırlar. Çünkü bu uygulamalarda yüksek tork ihtiyacı yoktur.

1.1.3.2. Hidrolik robotlar

Bu tip robotlar, daha çok ağır endüstride kullanılırlar. Ürettikleri yüksek torka oranla tükettikleri güç düşüktür. Bu avantajlarına rağmen performansları doğrusal olmadığından, elektrik motorlarına göre kontrolleri daha zordur.

1.1.3.3. Pnömatik eyleyiciler

Robot uygulamalarında kullanılan en basit tasarıma sahip sürücülerdir. Prensip olarak hidrolik robotlara benzerler. Fakat hareket eden robot pistonlarının ataletini hızla ortadan kaldıracak hava basıncının üretilmemesinden dolayı pnömatik sürücülerin kontrolü zordur. Bu yüzden basit uygulamalarda kullanılırlar.

1.1.4. Kesinlik derecelerine göre robotlar

Bu sınıf, çözünürlük, doğruluk ve yinelenebilirlik şeklinde üçe ayrılır.

1.1.4.1. Çözünürlük

Çok küçük bir yer değiştirmeyi gerçekleştirme yeteneği olarak tanımlanabilir. Çözünürlüğü yüksek olan robotların hareket hassasiyeti de yüksek olur. Örneğin tekstil ürünlerinde işlenen nakışlar, çok yüksek çözünürlüklere sahip robotları gerektirir. Endüstriyel gelişmelere paralel olarak çözünürlüğü yüksek olan robotlar her geçen gün artmaktadır.

1.1.4.2. Doğruluk

Doğruluğu tanımlamak oldukça güçtür. Doğruluk daha çok çevrim dışı uygulamalarda kullanılan bir özelliktir ve bir robotun hareket edebilmesi için yazılan programın, uç işlevci tarafından gerçekleştirilme derecesidir.

1.1.4.3. Yinelenebilirlik

Robotun uç işlevcisinin bir çok işlemi gerçekleştirdikten sonra tekrar aynı noktaya gelebilme özelliğidir. Bir robotun ‘‘tut ve yerleştir’’ özelliği için programlandığında her seferinde aynı noktadan nesneyi alabilmesi örnek olarak verilebilir. Günümüzde kullanılan robotların tekrar edebilirliği 0.05 ile 0.005 inç arasındadır.

1.1.5. İkili harf kodunun kullanılmasıyla yapılan sınıflandırma

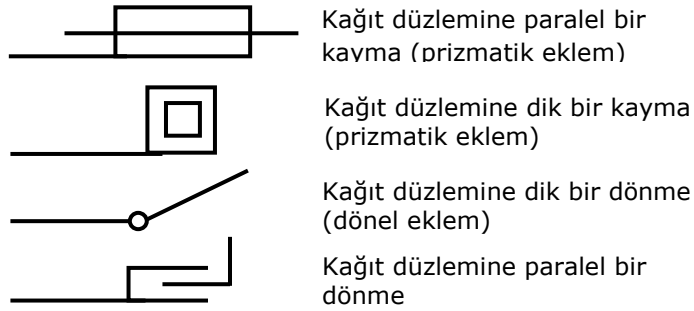
İkili harf kodunun kullanılmasıyla yapılan sınıflandırma Huang ve Milenkovic [2] tarafından ileri sürülmüştür. Huang ve Milenkovic robot türlerini tanımlamak için iki harften oluşan bir kod kullanmıştır. İlk harf, birinci eklem özelliğini ve ikinci eklem göre nasıl döndüğünü açıklamaktadır. İkinci harf ise, üçüncü eklem ve ikinci eklem ile üçüncü eklem arasındaki ilişkiyi tanımlar. Tanımlanan bu mekanizma Şekil 1.10’da verilmiştir. Kullanılan harfler ve anlamları da şu şekildedir:

S: Kayma,

C: Kayma eksenine dik dönme,

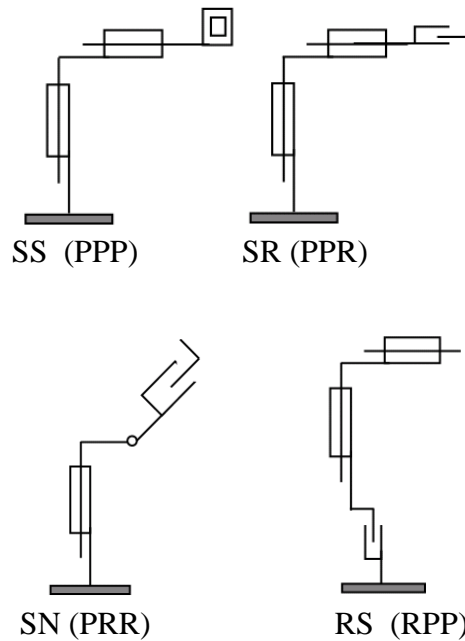
N: Dönme eksenine dik dönme,

R: Kayma eksenine paralel dönme veya dönme eksenine paralel dönme.

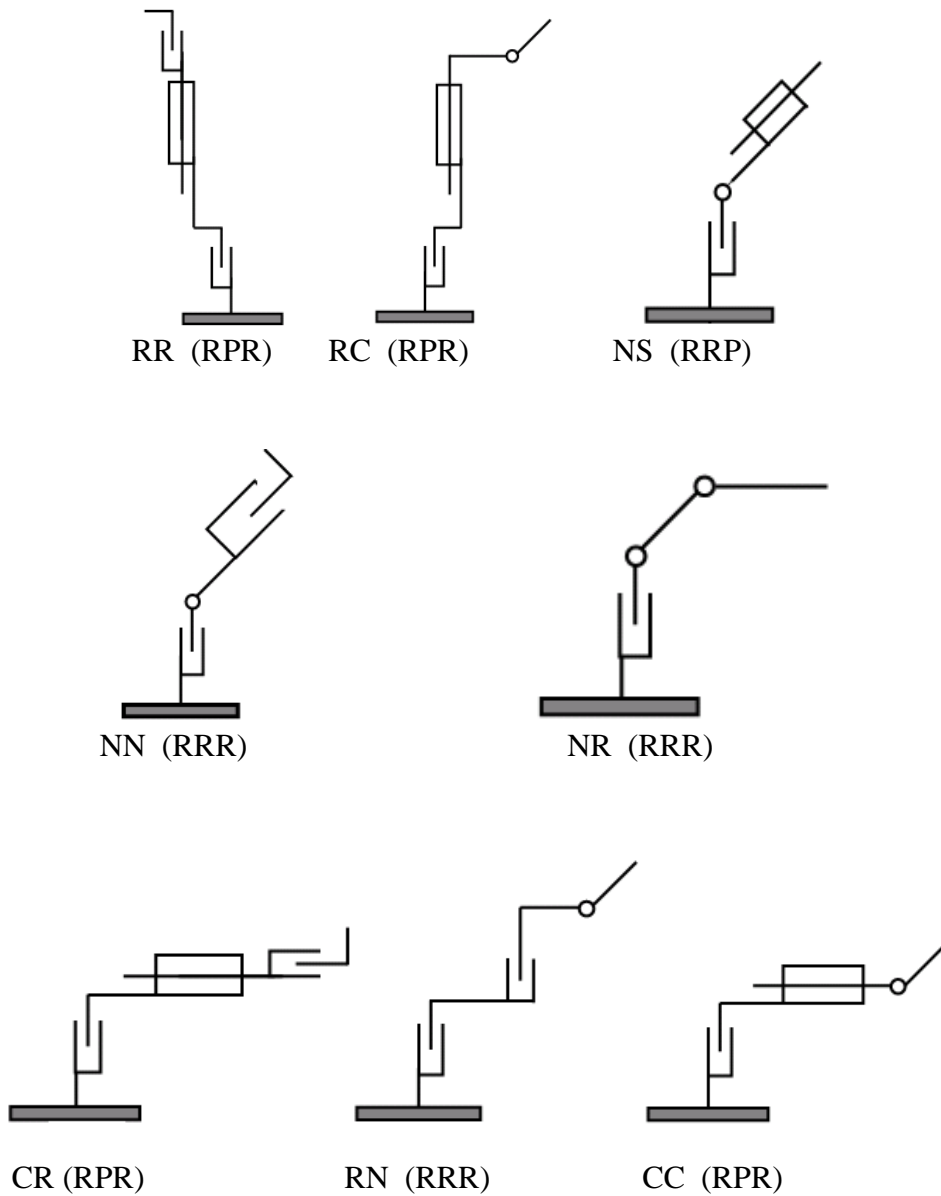


Şekil 1.10. Huang ve Milenkovic tarafından tanımlanan mekanizma

Huang ve Milenkoviç robot bağları için 16 adet 2 harf kombinasyonu kullanmıştır. Fakat bunların tamamı robot bağları için kullanışlı ve farklı değildir. Kullanışlı bir bağ, 3 boyutlu uzayda geniş çaplı hareket edebilme yeteneğine sahip olmalıdır. Farklılık ise her bir bağın kinematik olarak diğer kategoriler arasında tek olmasıdır. İkili harf kombinasyonun kullanılmasıyla oluşan 16 olası kod aşağıdaki gibidir. CC, CN, CR, CS, NC, NN, NR, NS, RC, RN, RR, RS, SC, SN, SR, SS. Ayrıca, Şekil 1.11, 1.12 ve 1.13’de ise ikili harf kombinasyonun kullanılmasıyla oluşan 16 adet düzenleşim görülmektedir [3].



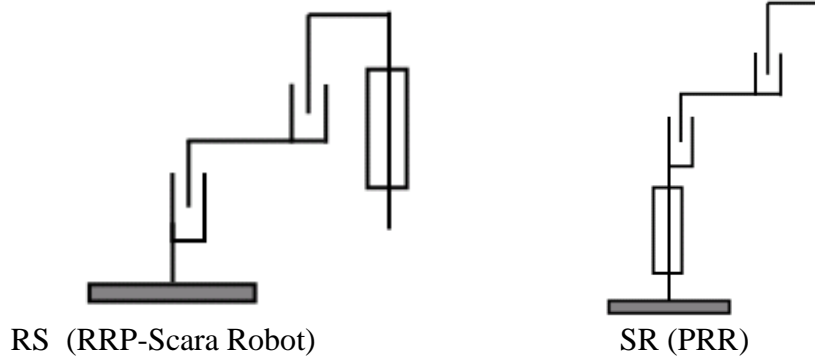
Şekil 1.11. İkili harf kombinasyonun kullanılmasıyla oluşan on iki adet düzenleşim



Şekil 1.11. (DEVAM) İki harf kombinasyonunun kullanılmasıyla oluşan on iki adet düzenleşim

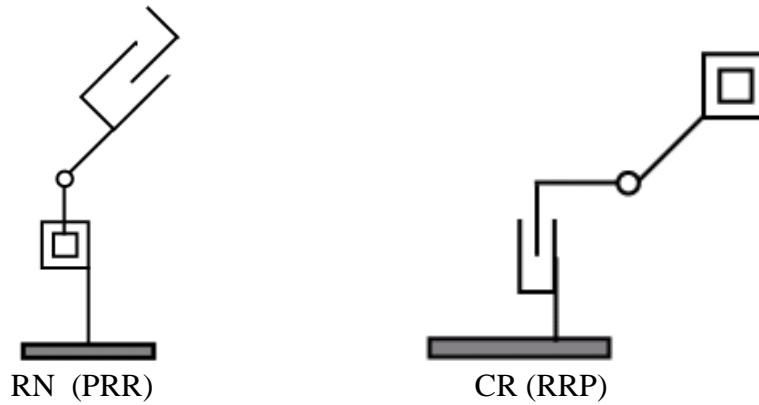
Huang ve Milenkovic yukarıdaki kodlardan CN, NC, RS, ve SR'yi kullanışlı ve farklı bulmamıştır. Bunun nedeni CS robotu ile aynı alanı taramalarından kaynaklanmaktadır. Dolayısı ile bu robot türlerini sınıflandırma dışı bırakmışlardır. Buna rağmen bu robotlar silindirik çalışma alanları nedeniyle sık tercih edilirler. RS kodu endüstride çok popüler olan “Scara” robotunu, SR kodu da kullanışlı bir düzenleşimi temsil eder (Şekil 1.12). Bu düzenleşimlerin her ikisi de üç boyutlu

hareket etmesine rağmen düzlemsel robotlar olarak kabul edilirler. CN ve RC ise herhangi bir robot düzenleşimi olarak kabul edilmez.



Şekil 1.12. RS ve SR kullanışlı robotları

Şekil 1.13'de gösterilen RN ve CR kodlarının tanımladıkları robot düzenleşimleri kullanışsızdırlar.



Şekil 1.13. RN ve CR kullanışsız robotları.

1.2. Robotların Kullanıldığı Yerler

Robotlar uzun zamandan beri sanayide ve çeşitli endüstri dallarında kullanılmaktadır. Bunlar bazen sabit makine şekillendirirler ve kendilerine verilmiş az ya da çok karmaşık görevlerin yerine getirilmesi için planlanmışlardır. Bazen de algılayıcılar ve bilgisayarlarla donatılmış hareketli araçlar biçiminde olabilirler.

1.2.1. Tıp alanında kullanılan robotlar

Japonların geliştirdiği hastabakıcı robotlar hastayı yatağından yavaşça kaldırarak röntgen odasına veya ameliyathaneye götürebilmektedir. Ayrıca tıp öğrencilerini yetiştirmek için vücut sıcaklığı, nabız ve kalp atışı olan ve verilen programa göre öğrencinin tespiti gereken değişik hastalık numaralarını yaparak tıp öğrencilerinin geliştirilmesi sağlanabilmektedir.

Bugün laboratuvar düzeyinde de olsa robot cerrahlar ile yapılan, oldukça ileri uygulamalar bilinmektedir. Bir cerrahın denetimindeki bir makinenin bir ameliyatı gerçekleştirmesi, robotların yaptığı ameliyata örnek verilebilir. Bir tarafta görüntü sistemleri ve cerrahi el aletlerindeki gelişme ve değişim; diğer tarafta robot sistemler ve mikro makinelerdeki değişim robot cerrahisinin temellerini oluşturacaktır.

1.2.2. Savaş silahları endüstrisinde kullanılan robotlar

Askeri endüstri alanında geliştirilen pilotsuz uçaklar, yerdeki mevzilenmiş askerlere her türlü olay hakkında kuşbakışı görüntü verebilmektedir. Savaş esnasında işgalci tarafın tahrip gücü yüksek olan silahları harekete geçirmek için gönderdikleri sinyalleri karıştırarak, etkisiz hale getirebilmektedir. Başarılı gözcülükleri ile olayları anında savaş kontrol merkezine iletmeleri sayesinde, savaşların kazanılmasına büyük ölçüde yardımcı olmaktadır. Askeri endüstri alanında çalışan bilim adamları tüm bu işlemleri gerçekleştirmek için uzaktan kumandalı pilotsuz uçaklar geliştirmişlerdir.

1.2.3. Evde ve ev çevresinde kullanılan basit robotlar

Çiçeklerin sulanması, tozların alınması, gazetenin getirilmesi, mumların yakılması ve meşrubat servisinin yapılması gibi işlerde kullanılmak üzere Omnibot 2000 robotu geliştirilmiştir. Ayrıca görme engelliler için düşünülen kılavuz robotlar üretilmiştir.

1.2.4. Robotların sanayideki kullanım alanları

Sanayi robotlarının başlıca uygulama alanları aşağıdaki şekilde sıralanabilir.

Pres Döküm: Robotların pres döküm sanayinde kullanılmalarına önemli iki etken neden olmaktadır. İlki, kalıplama işleminde sıcak metalin dikkatli ve düzenli bir şekilde pres altında kalıplanması işlemidir. İkincisi, robotların döküm işleminde kullanılmasında yardımcı materyali asgariye indirmedir. İnsan sağlığı açısından uygun olmayan çalışma şartlarından olan dökümcülükte robotların kullanılması uygulamayı kolaylaştırmaktadır.

Nokta Kaynağı: 1969 yılında ilk elektrikli nokta kaynağı sanayi robotlarının başlıca uygulama alanı olan otomobil sanayinde kullanılmaya başlanmıştır. Bugün otomobil sanayisinde nokta kaynaklarının hemen hemen tümü robotlarla yapılmaktadır.

Ark Kaynağı: Ark kaynağı daha kompleks bir işlem gerektirmektedir ve nokta kaynağından daha zordur. Bu işlem için karmaşık robotların kullanılması gerekmektedir.

Dökümcülük: Kompleks ve nitelikli parçaların üretiminde döküm kalıplarının bir araya getirilmesinde kullanılır.

Dövmecilik: İnsan sağlığı açısından tehlikeli olan elle yapılan sıcak işlemcilik yerine robot kullanılmaktadır.

Presleme: Otomobil parçası, kaportası, uçaklar ve sanayi içinde birçok işlemde pres kullanılmaktadır. Yapılan presleme işlemlerinde robot istihdam edilmektedir.

Yüzey işleme ve Spreyleme: İnsan sağlığına birinci derecede zararlı, püskürtme ile boyama işleminde özellikle otomobil sanayinde kullanılır. Ayrıca beyaz

eşyada, mobilya ve marangozluk sanayinde boyama, cilalama ve porselen gibi malzemelerin yüzey düzenlemesi işlemlerinde kullanılmaktadır.

Plastik Kalıplama: Robotlar palet, yükleme, boşaltma, ayarlama, püskürtme makinelerinde malzemelerin boşaltılmasında kullanılmaktadır.

Takım Tezgâhları Yükleneğinde: Robotlar takım tezgâhları depolarında artan önemde rol oynamaktadır. Takım tezgâhları yanında parka kaldırma, yerleştirme, yerini değiştirme vb. birçok yerlerde kullanılmaktadır.

Paketleme İşinde: Sanayi robotları ticari, dağıtımda ve üretimde özellikle paketlemede yararlı bir şekilde kullanılmaktadır.

Montaj Hattı Uygulamasında: Robotlar montaj hattında, aletlerde, makine mühendisliğinde, otomobil elektrik malzemesinde, elektrik ve elektronik makinelerinin imalatında kullanılmaktadır.

Ayrıca ısı işlem, boya işleri, radyoaktif malzeme kullanan alanlar, uzay çalışmaları ve sualtı çalışmalarında robotlar çok sık kullanılmaktadır [3].

1.3. Robot Kullanım Avantajları

Günümüz çalışma koşulları ve rekabet ortamında, yapılan işin mükemmelliği ve kalitesi yanında daha kısa sürede ve daha az maliyetle, insan sağlığını tehdit etmeyecek şekilde üretim yapabilmek önemlidir. Robot kullanımı, standart üretime olanak vermekte, dolayısıyla kalite artmaktadır. İşçilik ve malzeme giderleri azaltılmaktadır. Robot sistemine sahip şirketlerin rekabet güçleri de artmaktadır.

Robot kullanımı ile dar alanlarda birçok işlemin yapılabilme imkânını sağlar. İnsanların monoton ve ağır hacimli işlerden, kaynakhane ve boyahanelerin zehirleyici ortamından korunması mümkün olur.

Son zamanlarda yapılan ve gelişmiş ülkeleri kapsayan bir araştırmada, son 130 yılda kişi başına üretkenliğin yaklaşık 25 kat arttığı saptanmıştır. Bu üretkenlik artışının yarısından, yani 13 kat kadarından fiziki ürün artışı, diğer yarısından da insanların çalışma sürelerinin yaklaşık %50 azalmasının sorunlu olduğu ileri sürülmüştür.

Fiziki ürün artışı, ancak otomasyon, kısa sürede ve esnek üretim ile gerçekleştirilebilir. Robot kullanımı bunu sağlayabilir.

Robot kullanımının bu faydaları göz önüne alınarak, aşağıdaki koşullarda, herhangi bir alanda robot kullanımı düşünülebilir [4] :

- I. Üretimde esneklik ve üretkenliğin artırılması,
- II. İnsan sağlığını tehdit eden bir tehlikenin bulunması,
- III. İş gücü bulunmasının zor ve pahalı olması, insanların bu işlerden kaçınması
- IV. Üretimde bozuk parça sayısının azaltılması ve malzeme tasarrufu,
- V. Eğitim, hizmet, sağlık, güvenlik alanlarında çeşitli kolaylıkların sağlanmasıdır.

BÖLÜM 2. LİTERATÜR ÇALIŞMASI

Birinci bölümde robotun tanımı ve çeşitleri anlatılmıştır. Bu bölümde ise robot kontrolü ile ilgili çalışmalar gösterilecek ve bu çalışmaların değerlendirilmesi yapılacaktır. Üzerinde çalıştığımız robot endüstride yaygın olarak kullanılan 4 serbestlik dereceli bir robot koludur. Amaç, bu robot kolunun kontrolünü istediğimiz ölçülerde sağlamaktır. Bu bölümde yapacağımız değerlendirme dinamik ve kinematik ifadelerle birlikte kontrol hakkında olacaktır. Çalışmalar ilk önce kinematik ve dinamik olarak daha sonra kontrol yöntemi olarak incelenecektir.

Bir sistemin kontrolünü yapabilmek için ilk önce o sistemi matematiksel olarak ifade etmek gerekmektedir. Bunu yaparken de fizik kuralları kullanılmaktadır. Robot kolunun matematiksel ifadesi de kinematik ve dinamik denklemlerdir. Sarıkaya [6] tarafından yapılan bir çalışmada tek ve iki serbestlik dereceli robot kolunda kuvvet kontrol teorisi ve bu teoriye göre robot kolunun temas halinde olduğu cisim veya ortama uyguladığı F kuvveti, model ve servo kontrol parametrelerine bağlı olarak tayin edilmiştir. Yapılan çalışmada kinematik ifadeler bulunmamaktadır. Bir başka deyişle herhangi bir hedef pozisyon için gerekli olan kol açıları tespit edilmemiştir. Bir ve iki serbestlik derecesine göre tork ifadeleri elde edilmiştir.

Robot kolu ile ilgili diğer bir çalışmada iki serbestlik derecesine sahip, dönel eklemlerli düzlemsel robot kolunun ileri ve ters kinematik analizi yapılmış ve hareket denklemleri çıkartılmıştır. Daha sonra robot kolunun izleyeceği yörünge tayin edildikten sonra çeşitli kontrol yöntemleri uygulanmıştır [7]. Çalışmada analiz edilen kinematik ifadeler ve hareket denklemleri çıkarılmış fakat iki serbestlik dereceli olduğundan yeterli görülmemiştir.

Bir başka çalışmada ise iki serbestlik derecesine sahip bir robot kolunun kontrolü amaçlanmıştır. Ters kinematik yöntem kullanılarak kinematik denklemler elde

edilmiş daha sonra da Lagrange denklemleri kullanılarak sistemin matematik modeli oluşturulmuştur. Bu çalışmada da diğer çalışmalarda olduğu gibi literatürde kabul görmüş ve yaygınlaşmış denklemler elde edilmiştir [8]. Yukarıda da ifade ettiğim gibi bu iki serbestlik dereceli robot kolları günümüzün ihtiyaçlarını karşılamada yetersiz kalmaktadır.

Bingül ve Karahan [9], Staubli RX-60 Robot'unun dinamik modelini, Lagrange-Euler yöntemi kullanılarak çıkarmışlardır. Çıkarılan dinamik model ayrık parametreler cinsinden ifade edilerek bilinen parametreleri içeren matris ve bilinmeyen parametreleri içeren sistem parametre vektörü elde edilmiştir. Bu vektörden, robotun dinamik modeli üzerinde herhangi bir etkiye sahip olmayan parametreler çıkarılarak, robotun bilinmeyen atalet parametreleri elde edilmiştir. Staubli RX-60 Robot'unun atalet parametreleri, en küçük kareler hata yöntemi ile hesaplanmış, birçok deneyler yapılmıştır. Bu deneylerde robotun konum, hız ve ivme değerleri ile FTC-L50 kuvvet sensörü kullanılarak tork değerleri alınmış, bu veriler ile robotun atalet parametreleri kestirilmiştir.

Durmaz [10], tarafından yapılan çalışmada bir, iki ve üç serbestlik dereceli robot kolunun dinamik denklemleri türetilmiştir. Denklemleri elde edilen robotların çeşitli kontrol yöntemleri ile kontrolü sağlanmıştır.

Robot kolunun kontrolünde kullanılan çok çeşitli yöntemler bulunmaktadır. Bu yöntemlerden PID, Kayan Kipli Kontrol, Fuzzy ve MRAC gibi kontrol yöntemleri ile ilgili literatür çalışmaları incelenecektir.

Kayan kipli kontrol kavramı 1950'li yılların sonlarına doğru Rusya'da ortaya çıkmıştır. Daha sonra Avrupa'ya yayılan bu kontrol yöntemi, elektrik motorlarının, robotların kontrolü ve otomatik uçuş kontrolü gibi birçok alanda başarıyla uygulanmıştır [11].

Kayan Kipli Kontrolcülü sistemlerde kontrol kuralı, kontrol işlemi sırasında, sistemin durumuna bağlı olarak, daha önceden belirlenen kurallara göre, bilerek değiştirilmektedir. Bunun amacı sistemin kararlı veya kararsız yörüngeler arasında

geçiş yaparak bir kayma yüzeyine ulaşmasını ve bu yüzeyde kayarak sıfır hataya ulaşmasını sağlamaktır.

Son yıllarda bulanık mantıklı kontrol ile kayan kipli kontrolün iyi özelliklerini bir araya getirmek için çalışmalar yapılmıştır. Bunlardan bir kısmı bulanık mantıklı kontrolcüyü kayan kipli kontrol mantığı ile oluşturarak yapılmıştır. Yani kural tabanı oluşturulurken faz planı, bir kayma çizgisi varmış gibi ikiye ayrılmaktadır. Kontrol kuvveti çizginin bir yanında pozitif diğer yanında ise negatiftir. Bu bulanık mantıklı kontrolcünün girişleri hata ve hatanın türevi, çıkışı ise sisteme uygulanan kuvvettir. Kontrolcü kuvveti, sistem kayma çizgisinden uzaklaştıkça büyümekte, yaklaştıkça azalmaktadır [7].

Kayan kipli kontrol hakkında yapılan bir diğer çalışmada ise Kayan kipli kontrol tasarımının nasıl yapılacağı anlatılmıştır. Kontrol edilecek sistem ikinci dereceden seçilmiştir. Kayan yüzey olarak önce doğrusal bir kayan yüzey seçilmiştir. Tasarlanan kayan yüzey ile doğrusal olmayan bir sistem kontrol edilmiştir. Ancak buradaki sonuçlar kararsız geldiği için, doğrusal yüzey yerine doğrusal olmayan yüzey tasarlanmıştır. Tasarlanan doğrusal olmayan kayan yüzey ile yapılan kontrolör sonuçları incelenmiş ve bunları daha da iyi hale getirebilmek için günümüzde tercih edilen bulanık mantık ile kayan kipli kontrolör oluşturulmuştur. Oluşturulan kayan kipli kontrolörde ki bazı parametreler değiştirilerek, iki farklı çeşit bulanık kayan yüzey tasarlanmıştır. Tasarlanan kayan yüzeyler arasında farklı başlangıç noktaları alınarak karşılaştırmalar yapılmıştır. Bu sayede kayan yüzeyde oluşturulabilecek farklı kontrolör yapıları incelenmiştir [12].

Endüstride en çok kullanılan kontrolcüler PID kontrolcülerdir. Bunun nedeni basit bir yapıya sahip olmaları ve iyi neticeler vermesidir. Bilindiği üzere PID kontrolcünün tasarımı sırasında üç parametrenin belirlenmesi gerekmektedir. Bunlar oransal katsayı K_p , türev katsayısı T_d ve integral katsayısı K_i 'dir. Bu katsayıların belirlenmesinde en çok Ziegler–Nichols yöntemi kullanılmaktadır [13]. Fakat sistemlerin nonlineerlik içermesi bu katsayıların değişmesini gerektirmektedir. Bir başka değişle bu katsayılar sabit kalmamalıdır. Bunun için Zhao ve diğerleri [14] PID kontrolcünün katsayılarını belirlemek için bulanık mantık kullanmışlardır.

Bulanık mantıklı kontrolcünün girişleri hata ve hatanın türevi, çıkışları ise PID kontrolcünün katsayılarıdır. Elde edilen sonuçların sabit katsayılı kontrolcüye göre daha iyi olduğu görülmüştür. Bu katsayıların hangi aralıkta değişebileceğini deneyler yaparak belirlemişlerdir [15].

Robotlar yaygınlaştıkça, robot kontrolü ile ilgili çalışmaların önemi de giderek artmaktadır. Artan çalışmalarda alternatif kontrol yöntemlerinin doğmasına neden olmuştur. İşte bu alternatif kontrol yöntemlerinden biride Klasik PID ve Bulanık kontrolörün akıllı bir yöntemle harmanlanmasından meydana gelen Akıllı Melez Bulanık PID kontrolör yapısıdır. Temel olarak bu tasarım metodunda, sistemde oluşan hatayla ilişkili bir fonksiyona bağlı harmanlama mekanizması yardımıyla klasik PID Kontrolör ve Bulanık Kontrolör birleştirilmiştir. Buna ek olarak, akıllı bir anahtarlama mekanizması, harmanlama mekanizmasının hangi kontrolörün (Klasik PID veya Bulanık Kontrolör) kontrol eyleminde öncelikli olarak baskın kullanılacağına kararını vermiştir. Yeni Akıllı Melez Kontrolör yapısı ile çeşitli sistemler için simülasyonlar yapılmakta ve değerlendirmeler sonucu hem geçici hal cevabında hem de kararlı hal cevabında her iki kontrolörden de (klasik PID kontrolör ve Bulanık kontrolör) daha iyi performans sergilediği görülmüştür. Kontrolör parametreleri genetik algoritmalar yardımıyla belirlenmiştir [16].

İki kontrol yönteminin bir arada kullanıldığı bir başka çalışmada robot kontrolü amaçlı bulanık yapay sinir ağı denetleyicisi tasarlanmıştır. Eklemlerine zamanla değişen bozucu yükler uygulanan iki serbestlik dereceli düzlemsel robota sinüs ve basamak girişleri uygulanmış ve oldukça iyi bir referans model izleme performansı gözlenmiştir. Yine eklemlerine zamanla değişen bozucu yükler uygulanan iki serbestlik dereceli düzlemsel robota çember ve kare şeklinde iki ayrı yörünge izletilmiş ve oldukça iyi bir yörünge izleme performansı gözlenmiştir [17].

Birden fazla kontrol yönteminin başarıyla kullanıldığı çalışmada yapay sinir ağları, bulanık mantık ve model referans adaptif kontrol dinamik sinirsel bulanık mantık kontrolörü yapısı altında birleştirilmiştir. Önerilen kontrolör bulanık kural yapısını ve üyelik fonksiyonlarının parametrelerini ayarlayabilmek için öğrenme yeteneğine

sahiptir. Çalışmanın sonunda bir, iki ve üç serbestlik dereceli robot kollarına verilen yörüngeler izlettirilmiş ve performans değerleri gözlemlenmiştir [7].

Yıldırım ve diğerleri [18], çalışmalarında yapay sinir ağı ve bulanık mantığın birleştirilmesiyle oluşan bulanık mantıklı yapay sinir ağı'nın (BMYSA) doğrusal olmayan dinamik sistem modellemeye uygulanmasını ele almışlardır. Yöntemlerinde, doğrusal olmayan sistemin girişleri birkaç bulanık çalışma bölgesine ayrılmış her bir bulanık çalışma bölgesi için, sistemi temsil edebilecek azaltılmış dereceli doğrusal modeller kullanılmıştır. Modelin bütünüünün çıkışı, çalışma bölgeleri çıkışlarının ağırlık merkezi ile berraklaştırma metodu ile birleştirilmesiyle elde edilmektedir. Dinamik sistem örneği alınmış ve simülasyon programı ile modelleme yapılmıştır. Sistem bilgileri, bulanıklaştırma katmanındaki bulanık bölge sayılarının belirlenmesinde ve bu bölgelere ait üyelik fonksiyonlarını belirleyen ağırlıkların başlangıç değerlerinin atanmasında kullanılmış, sistem giriş-çıkış verileri ise ağı'nın eğitiminde kullanılmıştır. Bulanıklaştırma katmanındaki ağırlıklar, bulanık çalışma bölgelerinin üyelik fonksiyonlarını; fonksiyon katmanındaki ağırlıklar yerel çalışma bölgelerindeki modelleri belirlediği gözlemlenmiş, bu sebeple, bulanık mantıklı yapay sinir ağının yorumlanması, klasik yapay sinir ağının yorumlanmasından daha kolay olduğu görülmüştür.

Kontrol yöntemleri birçok farklı sistemlere uygulanabilir. Literatür çalışmasında sadece robot kontrolünün olduğu çalışmalar değil diğer çalışmalar da incelenmiştir. Bu çalışmalardan birinde karma tip uyarlanabilir bir neuro-fuzzy model referans kontrolörü pnömatik bir silindirin kontrolünde kullanılmıştır. Sistemde kullanılan bir röle ile hata değerinin yüksek, orta ya da düşük olması durumunda devreye giren ayrı kontrolörler ile dış yükler altında eş zamanlı çalışan pnömatik silindirlerde başarılı bir performans izlenmiştir [19].

Kontrol ile ilgili bir diğer çalışmada taşıt süspansiyon sistemi için gerekli olan PID katsayıları, bulanık mantıklı başka bir kontrolcü vasıtasıyla ayarlanarak ve yol girişine bağlı oluşan titreşimlerin sönümlenmesi için en uygun katsayılar dinamik olarak belirlenmiştir [20].

Erdoğan [21], kontrol edilecek sisteme ait modele uygun olarak PID kontrolörü tasarımı yapmıştır. Tasarlanan kontrolöre ait gerçek sistem yanıtları ile simülasyon yanıtları karşılaştırılmıştır. Kontrolör tasarımında ikinci aşamada ise bulanık kontrolör yapıları ele alınmış, yapıları itibariyle bir PID kontrolörüne benzeyen, bulanık PID tipi kontrolörler hakkında teorik bilgiler verilmiştir. Daha sonra sisteme öz uyarlamasız bulanık PID tipi kontrolör tasarlanmış ve yapılan simülasyonlarda β parametre değerinin düşürülmesi ile beraber oransal kontrol bileşeninin değerinin de azaldığı ve böylelikle sistemin hataya karşı olan tepkisinin de yavaşladığı görülmüştür. Aşım gözleyicisi, fonksiyon ayarlayıcısı ve bağıl hız gözleyicisi yoluyla iki adet ölçekleme faktörü uyarlanan öz uyarlamalı bulanık PID tipi kontrolör anlatılmış ve fonksiyon ayarlayıcısı yöntemine ilişkin elde edilen sistem yanıtları ile model temelli fonksiyon ayarlayıcısı yöntemine ilişkin elde edilen sistem yanıtları karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlarda, ölçekleme faktörleri düzgün olarak ayarlanmayan bir bulanık kontrolör yanıtının uygulanan bu yöntemler neticesinde iyileştirilebildiği görülmüştür.

İki serbestlik dereceli bir robot koluyla ilgili diğer bir çalışmada ise Sarıkaya [6], tarafından yapılan çalışmadan daha iyi bir sonuç verdiğini görmekteyiz. Yapılan çalışmada iki serbestlik dereceli bir robot kolunun bulanık mantıklı PD kontrolcü ile kontrolü hakkında bir yaklaşım sunmuşlardır. Doğrusal sistemlerin kontrolü için kullanılan PD kontrolcü ile dinamik modeli çok karmaşık ya da elde edilemez sistemlere uygulanan bulanık mantık kontrolörünün avantajlarını birleştiren alternatif bir kontrol yöntemi sunmuşlardır. Simülasyon sonuçlarını değerlendirerek önerilen kontrol yönteminin iki farklı yöntemin güçlü ve avantajlı olduğu yönlerinin birleştirilmesinden ötürü daha kararlı ve sağlam bir kontrol yöntemi olduğunu göstermişlerdir [8]. Kontrolör bakımından başarılı olmasına rağmen serbestlik derecesinin düşük olması bu çalışmanın eksi yönünü oluşturmaktadır.

Serbestlik derecesi robot kolu için en önemli faktörlerden birisidir. Çünkü bu faktör robotun hareket kabiliyetini arttırmaktadır. Dolayısıyla robotun daha spesifik hareketleri yapabilmesini sağlamaktadır. Bayrak [22], tarafından yapılan çalışmada 5 eksenli bir robot kolunun ters kinematik hesaplamaları ve yörünge planlaması yapılmış, robotun hareketi esnasında önüne çıkabilecek engeli tanımlayacak bir

sistem geliştirilmiş ve robot kolunun hareketi bilgisayar ortamında simüle edilmiştir. Nesne tanımlandıktan ve robot kolunun eklem açıları hesaplandıktan sonra, robot kolunun hareketi bilgisayarda 3 boyutlu olarak simüle edilmiştir. Simülasyon sonunda robot kolu eklemlerinin açı-zaman, hız-zaman ve ivme-zaman grafikleri çizdirilmiştir. Bu çalışmada ters kinematik ifadeler elde edilmesine rağmen robot kolunun hareketinin hızını ve torkunu istenilen seviyelerde kontrol edebilecek bir kontrolcü tasarımı yapılmamıştır. Ayrıca robotun dinamik denklemleri de çıkarılmamıştır.

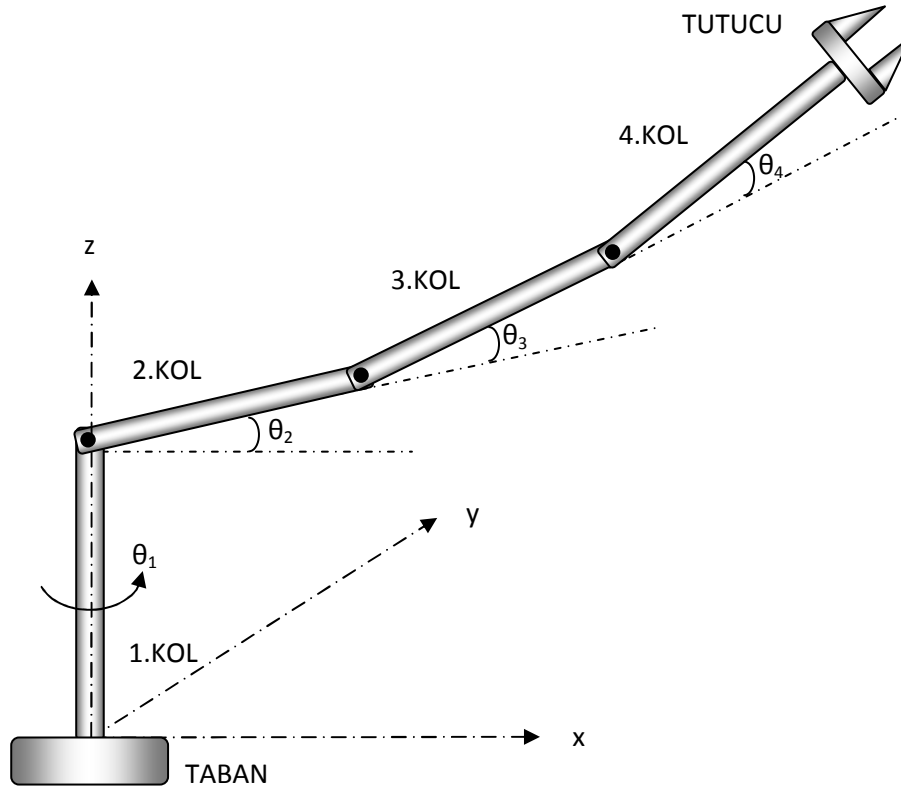
BÖLÜM 3. FİZİKSEL SİSTEMİN TANIMI

PUMA tipi endüstriyel robotun kontrolü için ilk önce robotun fiziksel modelini tanımlamak gerekmektedir. Bu bölümde robotu oluşturan genel parçalardan bahsedilecektir.



Şekil 3.1. Endüstriyel PUMA tipi robotun fiziksel gösterimi

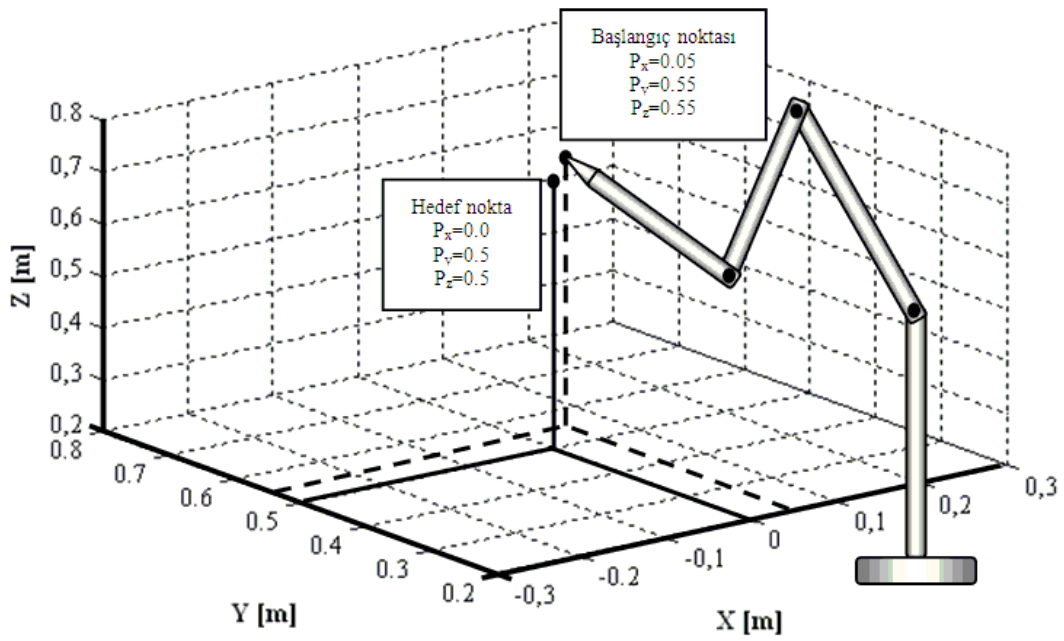
Robotun ana bileşenleri; PIC kontrol ünitesi, taban (1. kol), omuz (2. kol), dirsek (3.kol), bilek (4. kol) ve tutucu olmak üzere toplam 6 ana parçadan oluşmaktadır. 1.kol ile 2. kolün birleştiği mafsalda 2 adet servo motor bulunmaktadır. Diğer 3 mafsalda birer tane servo-motor bulunmaktadır. Toplam olarak 5 adet servo-motordan oluşmaktadır. Robotun kollarında paslanmaz çelik malzeme kullanılmıştır.



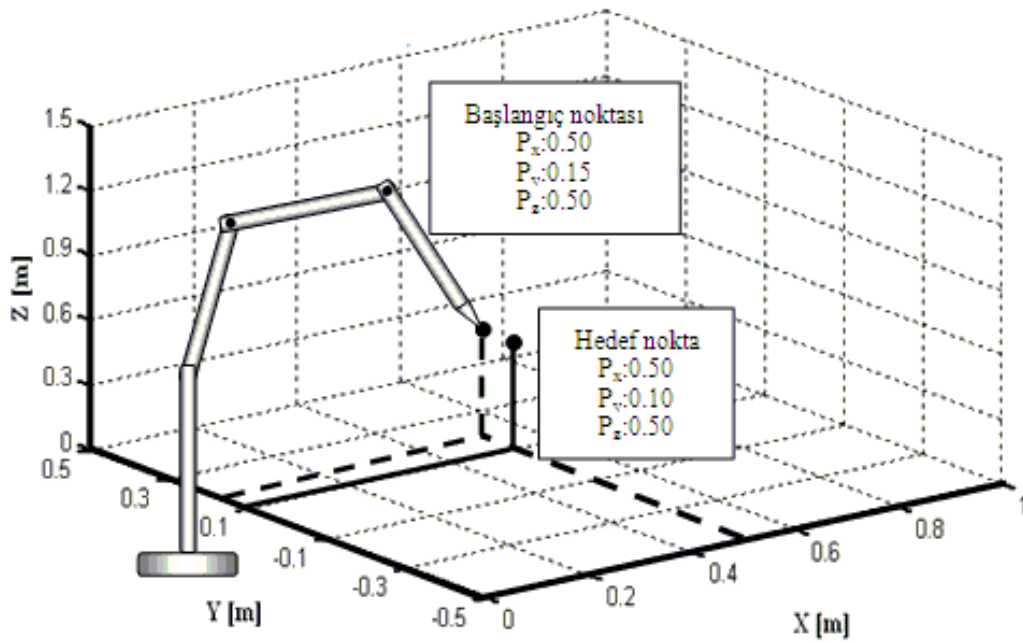
Şekil 3.2. Endüstriyel PUMA tipi robotun model şekli

Robotun her bir kolu 1 [m] olarak belirlenmiştir. Robot kollarının ağırlıkları çalışmada 1kg olarak belirlenmiştir.

Yapılan çalışmada çizilen her bir geometrik şekil için başlangıç noktaları tayin edilmiştir. Daire grafiği için başlangıç noktası Şekil 3.3, elips grafiği için başlangıç noktası Şekil 3.4, dikdörtgen grafiği için başlangıç noktası Şekil 3.5, helis grafiği için başlangıç noktası Şekil 3.6 ve 4 nokta grafiği için başlangıç noktası Şekil 3.7’de verilmiştir.



Şekil 3.3. Puma tipli robotun çember takibi grafiği için başlangıç noktasının 3 boyutta gösterimi



Şekil 3.4. Puma tipli robotun dört doğru parçası grafiği için başlangıç noktasının 3 boyutta gösterimi

BÖLÜM 4. ROBOT KİNEMATİĞİ VE DİNAMIĞI

Kontrol edilecek sistemin tam olarak anlaşılabilmesi için robot sisteminin morfolojisinin tanımlanması gerekmektedir.

4.1. Robot Manipülator Bileşenleri

Robot sistemlerinde mekanik, elektriksel ve hesaba dayalı yapılar değişiklik gösterse de çoğu aşağıdaki 4 ana bileşeni bulundurur:

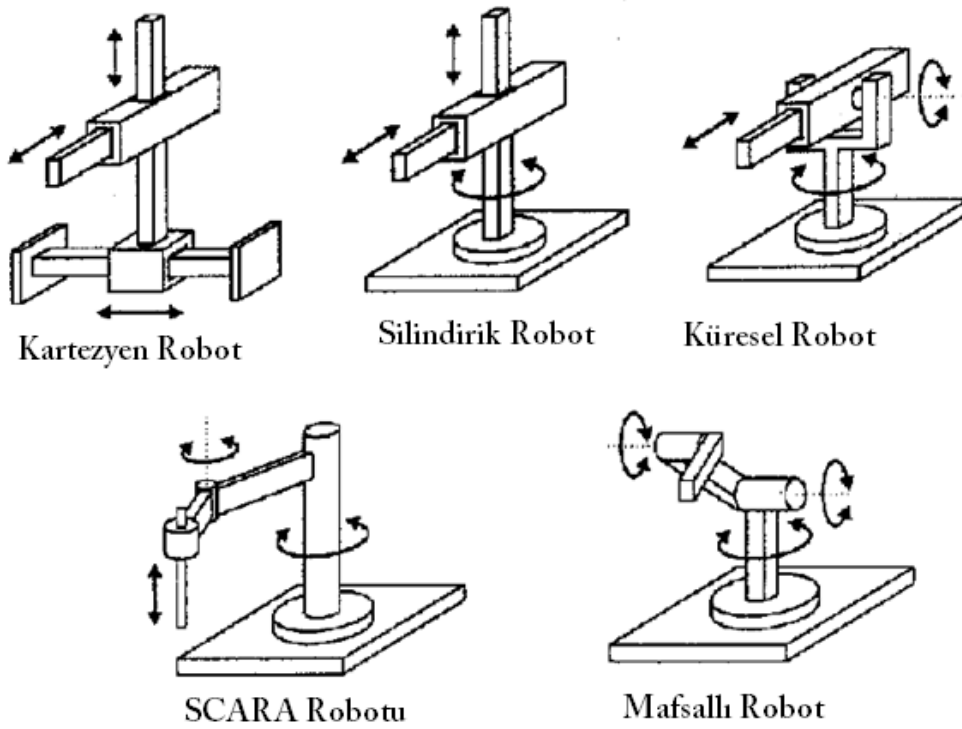
- I. Manipülator veya kol (Mekanik ünite)
- II. Bir veya daha çok sensör (Sensör ünitesi)
- III. Kontrolör (Kontrol ünitesi)
- IV. Güç ünitesi

Bazı robotlarda mekanik yapı içerisinde uç eleman da bulunur. Uç elemanlar, spesifik görevleri yerine getirmek için kullanışlı araçlardır.

4.1.1. Mekanik ünite

Bir robot manipülatorü, eklemler aracılığıyla birbirine bağlanan bağlantı kollarından meydana gelir ve bir açık kinematik zincir oluşturur. Bu açık kinematik zincir, ardışık iki bağlantı elemanı arasında izafi hareketin oluşturulabilmesini sağlar. Her bir eklem hareketi yer değiştirme, dönme veya her ikisinin bir kombinasyonu şeklinde gerçekleşebilir. Altı çeşit muhtemel hareket çeşidinden (küresel, düzlemsel, helisel, prizmatik, dönme, silindirik) yalnızca üçü (prizmatik, dönme, küresel) normalde kullanılan hareket çeşitlerini teşkil eder.

Bir eklemin diğer bir ekleme oranla gerçekleştirebildiği bağımsız harekete serbestlik derecesi denir. O halde eklem sayısı, robotun serbestlik derecesini ifade eder. Bu üç eklemin farklı kullanışı ile farklı robot düzenleşimleri elde edilebilir. Şekil 4.1’de en yaygın robot düzenleşimleri gösterilmiştir [23].



Şekil 4.1. Yaygın robot kolu düzenleşimleri

Eklem-bağlantı elemanı yapısı ile tanımlanmış olan bir manipülatör, çoğunlukla kol, bilek ve uç eleman olmak üzere üç ana yapı elemanını içerir. Bu kısım cihazlar tahrik elemanları olarak adlandırılırlar ve pnömatik, hidrolik veya elektrikselle yapıya sahip olabilirler. Bir nesneyi manipülatörün çalışma uzayı içerisindeki bir noktaya yerleştirebilmek için altı parametrenin tanımlanması gerekir. Bu parametrelerin üçü konum ve üçü de dönme ile ilgilidir. Bu sebeple genellikle altı serbestlik derecesine ihtiyaç duyulur. Bununla beraber endüstriyel amaçlı olarak kullanılan birçok robot, verilen bir görevi yerine getirmede yeterli olmaları sebebiyle dört veya beş serbestlik derecesine sahiptir.

4.1.2. Sensör ünitesi

Bir robotun verilen bir görevi tam olarak, hızlı ve hassas bir biçimde yerine getirebilmesi için robot yapısının iç ve dış durumlarına yönelik bilgiye ihtiyaç duyulur. Bu bilgi sensörlerden elde edilir. İç sensörler eklemlerin konum, hız ve ivmeleri hakkında, dış sensörler ise ortam hakkında bilgi toplarlar.

4.1.3. Kontrol ünitesi

Bu ünite, verilen görevi yerine getirebilmeleri için diğer mekanizmaların uyarlama işlemlerini yürütür. Robot kontrolörleri çoğunlukla üç temel işlevin yürütülmesinde kullanılırlar:

- I. İstenilen sıklıkta ve belirli noktalarda manipülatörün her bir bileşeninin hareketini başlatmak ve durdurmak,
- II. Konum ve sıklık bilgilerini hafızalarında kaydetmek,
- III. İşlemin gerçekleştirildiği alan içerisinde sensörlerden yardım alarak robot ile dış dünya arasında bir arabirim olarak görev yürütmek.

Bu işlemlerin yerine getirilebilmesi için kontrolörlerin, doğru manipülatör yolunun, hızının ve konumunun belirlenmesini sağlayacak aritmetik hesaplamaları yerine getirebilmeleri gerekir. Kontrolörlerin ayrıca kolu hareket ettirecek olan mekanizmalara sinyal göndererek sensörlerden alınan bilgiyi değerlendirmeleri gereklidir. Bunun yanında manipülatör ile harici cihazlar arasında bağlantıya izin vermelidirler.

4.1.4. Güç ünitesi

Bu bileşenin amacı, manipülatörün tahrik elemanlarına gerekli enerjiyi sağlamaktır. Servo motor tahrikli sistemlerde ise güç yükseltici halini alabilir.

4.2. Uzaysal Yerleşim

Manipülasyon, nesnelerin başarılı bir şekilde tutulması ve hareket ettirilmesi, yani kaldırılması, bir yerden bir yere götürülmesi, birbirlerine tutturulması ve üzerlerinde gerekli araçlar ile işlem yapılabilmesi işlemidir [24]. Bir robot tarafından nesnelerin manipülasyonu, robot elemanlarının uzaydaki hareketleri yardımıyla gerçekleştirilir. Robotun uç elemanını hareket ettirerek nesneye yaklaştırabilmek için nesnenin robotun temel koordinatına göre konum ve dönme bilgisine ihtiyaç duyulur. Bu bilgi, nesnenin robotun tutucusuna göre konumunun belirlenmesi ve tutucunun da hareketinin bu bilgiye göre tayin edilmesinde kullanılacak bir programlama yönteminin geliştirilmesini gerektirir.

Bir uç elemanın hareketini kontrol etmek karmaşık bir hal alabilir. Çünkü uç elemanın, hedef nesne üzerine yerleştirilmesi işlemi bazen birkaç farklı şekilde mümkün olabilir. Bu durum ise optimal bir yerleşim şeklinin seçilmesi ihtiyacını doğurmaktadır. Bir robotun el kısmının bir nesneye yaklaşacağı oryantasyon biçimi yalnızca nesneye değil, çevreye de bağlıdır. Örneğin, ortam içerisinde bazı engeller bulunabilir. Bu sebeple eldeki mevcut takip yolu sayısı, bu çevresel sınırlandırmalar sebebiyle azalabilir. Bunun yanı sıra, eğer hedef nesne hareket halindeki bir nesne ise, nesnenin konumunun yanı sıra hedef nesnenin bir sonraki muhtemel konumunun da hesaplanması, böylece robotun bu tahmini noktaya yönelmesi sağlayacak bilginin elde edilmesi gerekir.

Uç eleman hareketinin kontrolünü güçleştiren diğer bir durum, robota ait her bir eklemin tek serbestlik derecesi olması, ancak insan eklemlerinin ulaşabildiği hareket miktarından daha fazlasını sağlayabilmeleridir.

Bir robot, kol yapısına ait kinematik modeli kullanarak uç elemanının konum ve oryantasyonunu hesaplar. Bu sebeple de, manipüle edilecek olan nesnenin yanı sıra uç elemanın da konum ve oryantasyonunun belirlenebilmesi için matematiksel araçlara ihtiyaç duyulur. Bu araçların da farklı nesneler arasında ve özellikle nesneler ile manipülatör arasında uzaysal ilişkiyi sağlayabilecek derecede güçlü olmaları gerekmektedir [23,24].

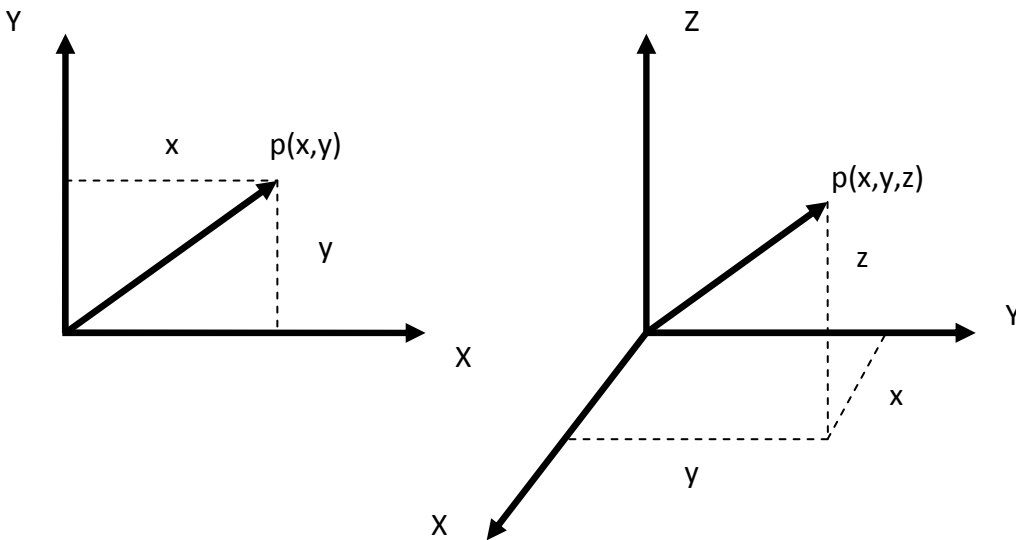
4.2.1. Uzaysal gösterim

Bir uç elemanın veya eklemin uzaysal gösterimi konum ve oryantasyon olmak üzere iki bileşenden oluşur. Konum bir nesnenin n -boyutlu bir uzaydaki durumunu, oryantasyon ise nesnenin verilen bir referans sisteme göre dönme durumunu ifade eder.

4.2.1.1. Konum

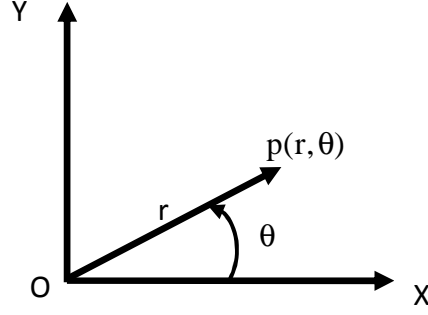
Bir nesnenin konum gösterimi uzayın kaç boyutlu olduğuna bağlıdır. Bir nesnenin iki boyutlu uzaydaki konumunu ifade etmek için kullanılan ortak sistemler Kartezyen ve Polar koordinat sistemler, üç boyutlu uzaydaki konumunu ifade etmek için kullanılan ortak sistemler ise Kartezyen, Silindirik, Küresel koordinat sistemleri olarak sınıflandırılır.

I. Kartezyen koordinatlar: R^2 'de bir nesnenin p pozisyonu $p(x,y)$ olarak gösterilir. Burada x , X ekseninin orijininden olan uzaklığı, y de Y-ekseninin orijininden olan uzaklığı ifade etmektedir. R^3 'de ise bir nesnenin p pozisyonu $p(x,y,z)$ olarak ifade edilir. Burada R^2 'ye benzer şekilde x ve y , X-ekseni ile Y-ekseninin orijinlerine olan uzaklıkları, z de Z-eksenine olan uzaklığı ifade ederler. Her iki gösterim Şekil 4.2'de verilmiştir.



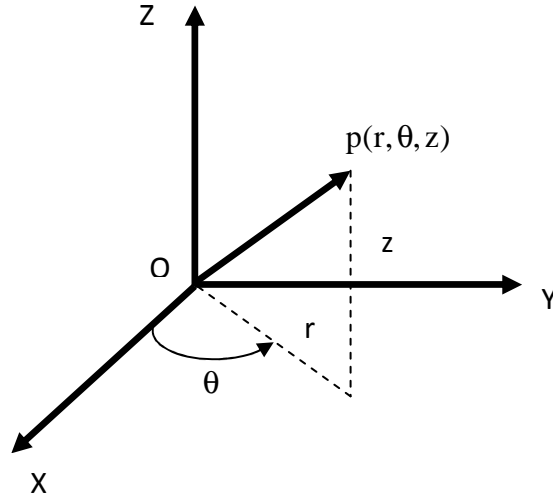
Şekil 4.2. R^2 ve R^3 kartezyen koordinatların vektör olarak gösterimi

II. Polar koordinatlar: \mathbb{R}^2 'de bir nesnenin p pozisyonu $p(r, \theta)$ olarak gösterilir. Burada r , p noktasının orijinine olan uzaklığı, θ da p vektörünün X-ekseni ile oluşturduğu açıyı ifade eder. Bu gösterim Şekil 4.3 'de verilmiştir.



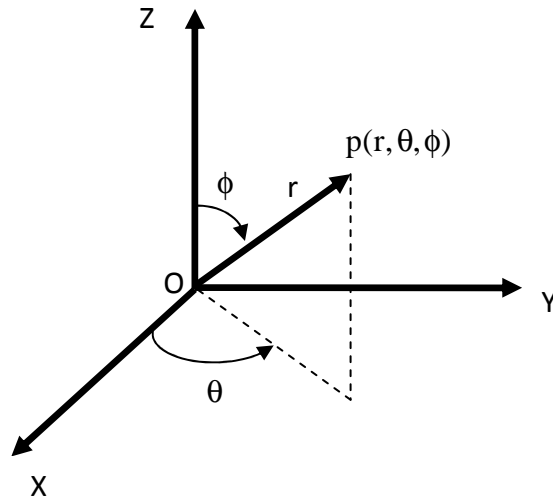
Şekil 4.3 Polar koordinatın gösterimi

III. Silindirik koordinatlar: \mathbb{R}^3 'de bir nesnenin p pozisyonu $p(r, \theta, z)$ olarak ifade edilir. Burada r ve θ , polar koordinatlarda olduğu gibi p noktasının orijininden olan uzaklığı ve p vektörünün X-ekseni ile oluşturduğu açıyı ifade ederken z de, p vektörünün Z-ekseni üzerindeki izdüşümünü ifade etmektedir. Bu koordinat sistemine ait gösterim Şekil 4.4'de verilmiştir.



Şekil 4.4 Silindirik koordinatın gösterimi

IV. Silindirik koordinatlar: Şekil 4.5'te de gösterildiği gibi bir nesnenin p pozisyonu $p(r, \theta, \phi)$ ile gösterilir. Burada r , p noktasının orijininden olan uzaklığı, θ da p 'nin OXY düzlemi üzerindeki izdüşümünü, ϕ ise p vektörünün Z-ekseni ile oluşturduğu açıyı gösterir.



Şekil 4.5 Küresel koordinatın gösterimi

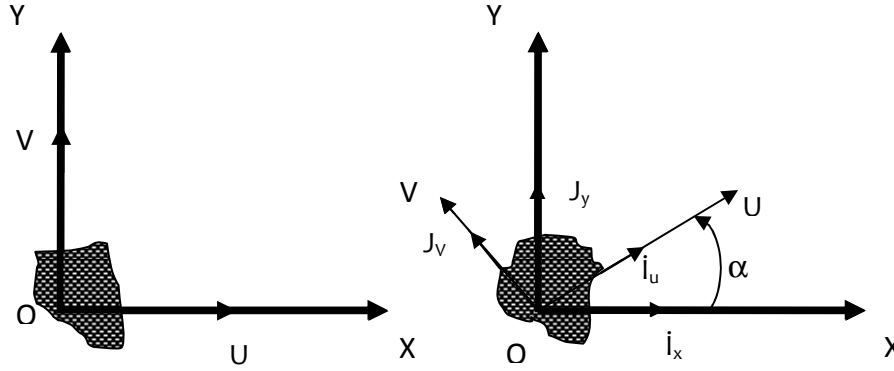
4.2.1.2. Yönelim

Katı bir nesne uzaya yalnızca konumu itibariyle değil, referans bir sisteme göre oryantasyonu itibariyle de yerleştirilir. R2'de dönme işlemi X-eksenine göre yapılabilirken R3'de X-ekseninin yanı sıra Y-eksenine ve Z-eksenine göre dönme işlemi de gerçekleştirilebilir. Oryantasyon işlemini göstermede kullanılan ortak yöntem dönme matrislerini, Euler açı setini, dönme çiftlerini ve dördey dönme işlemlerini içermektedir.

Dönme Matrisleri: Dönme matrisleri, cebirsel ve matris özellikleri sebebiyle oryantasyon tanımlama işlemlerinde en yaygın olarak kullanılan yöntemdir. Sabit bir OXY referans sistemi ve aynı orijine sahip nesnenin OUV sistemi olmak üzere iki referans sistemi göz önüne alındığında i_x ve j_y , nesnenin sabit referans sistemine ait birim vektörleri olur (Şekil 4.6). Bir p vektörü Denklem 4.1 ve 4.2'deki gibi gösterilir:

$$p_{xy} = [p_x, p_y]^t = p_x \cdot i_x + p_y \cdot i_y \quad (4.1)$$

$$p_{uv} = [p_u, p_v]^t = p_u \cdot i_u + p_v \cdot i_v \quad (4.2)$$



Şekil 4.6 OUV sisteminin OXY referans sistemine göre oryantasyonunu

Doğrusal yer değiştirme uygulanırsa, OUV sisteminin OXY referans sistemine göre oryantasyonunu ifade eden dönme matrisi olup nesnenin referans sistemi içerisindeki bir vektörün koordinatlarının sabit OXY referans sistemi gibi diğer bir sisteme çevrilmesi işleminde kullanılan 4.3 elde edilir. R2'deki oryantasyon, OXY üzerindeki açı olarak tanımlanan α ile gösterilir.

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} p_u \\ p_v \end{bmatrix}, \quad \text{Burada } R = \begin{bmatrix} i_x i_u & i_x j_v \\ j_y i_u & j_y j_v \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Dönme matrisi ise 4.4'te ifade edilir:

$$R = \begin{bmatrix} \cos a & -\sin a \\ \sin a & \cos a \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

R3'de de R2'dekine benzer şekilde, bir p nesnesinin oryantasyonu 4.5, 4.6 ve 4.7'de ifade edilmiştir.

$$p_{uvw} = [p_u, p_v, p_w]^t = p_u \cdot i_u + p_v \cdot j_v + p_w \cdot k_w \quad (4.5)$$

$$p_{xyz} = [p_x, p_y, p_z]^t = p_x \cdot i_x + p_y \cdot j_y + p_z \cdot k_z \quad (4.6)$$

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} p_u \\ p_v \\ p_w \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Bir nesnenin OUVW sistemi U-ekseni, X-ekseni ile çakışacak şekilde bir OXYZ sisteminin üzerine konulduğunda dönme matrisi 4.8 elde edilir.

$$R(X, a) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos a & -\sin a \\ 0 & \sin a & \cos a \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

V-ekseni dönme işleminden sonra Y-ekseni ile çakışırsa dönme matrisi:

$$R(Y, \gamma) = \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

W-ekseni dönme işleminden sonra Z-ekseni ile çakışırsa dönme matrisi:

$$R(Y, \phi) = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Yukarıda verilen matrisler üç boyutlu uzaysal sistemde temel dönme matrisleri olarak adlandırılırlar.

I. Euler açısı seti: OUVW referans sisteminin OXYZ referans sistemine göre dönme işlemi Euler açıları olarak bilinen α, γ ve ϕ olmak üzere üç açı ile tanımlanır. Ancak açıların değerlerinin yanı sıra dönme eksenlerinin de bilinmesi gerekir. Bir koordinat sisteminin döndürülmesi işleminde 24 tanımlı muhtemel durum söz konusudur. Aşağıda en çok kullanılan dönme şekilleri verilmiştir:

II. ZYX Euler Aç ı Seti: S ırasıyla z-ekseni, y-ekseni, z-ekseni etrafında ardış ık d önd ürmeler yapılmasıyla oluş an aç ı seti.

III. RPY (Roll, Pitch, Yaw) Aç ı Seti: x-ekseni etrafında dönme (yaw), y-ekseni etrafında dönme (pitch), z-ekseni etrafında dönme (roll) ardış ık dönme işlemlerinin uygulanmasıyla oluş an aç ı seti.

IV. Dönme Çiftleri: OUVW koordinat sisteminin OXYZ referans sistemine göre oryantasyonunu göstermede kullanılan diğ er bir gösterim şekli, $K=(k_x, k_y, k_z)$ ve θ aç ısı ile ifade edilen dönme çiftleridir. Bir p vektörünü θ aç ısı kadar K üzerinde d önd ürecekle olan d önd ürmeye çifti Denklem 4.11'de ifade edilmiştir.

$$\text{Rot}(K, \theta)p = p \cos \theta - (K \times p) \sin \theta + K(K \cdot p)(1 - \cos \theta) \quad (4.11)$$

V. Dördey Operatörler: Dördey operatörler, dönme ve oryantasyonlar ile çalışmada çok yönlü bir matematiksel araçtır. Dördey operatörler, dört elemandan (q_0, q_1, q_2, q_3) oluşurlar ve bu elemanlar temel bir $\{e, i, j, k\}$ dördeyinin koordinatlarını ifade ederler. $e:q$ elementi skaler bir değ er olmakla beraber (i, j, k) bir vektördür. Dönme çiftleri ile dördey operatörler arasındaki eşdeğ erlik durumu Denklem 4.12 ve 4.13'de verilmiştir [25].

$$Q = [q_0, q_1, q_2, q_3] = [s, v] \quad (4.12)$$

$$Q = \text{Rot}(K, \theta) = \left(\cos \frac{\theta}{2}, K \sin \frac{\theta}{2} \right) \quad (4.13)$$

4.2.2. Yer değ iştirme

Bağımsız bir gösterim için robot kolunun uç elemanının sabit bir referans sistemine göre konum ve oryantasyonuna ihtiyaç duyulur. Yukarıda gösterilen yöntemlerin hiçbiri bunu yapmak için yeterli değildir. Konum ile oryantasyonun her ikisini içeren bir gösterim elde etmek için homojen koordinatlar kullanılabilir. Katı nesnelere n -boyutlu uzay içerisinde yerleşimini ifade edecek homojen koordinata dayalı bir gösterim, $(n+1)$ boyutlu uzayın koordinatlarından yola çıkılarak hesaplanabilir. Yani,

n boyutlu bir uzay, homojen koordinatlar yardımıyla $(n+1)$ boyutlu bir uzayda gösterilebilir. Örneğin, bir $p(x,y,z)$ vektörü, $p(w_x, w_y, w_z, w)$ ile gösterildiğinde, w , ölçek değeri olarak bilinir ve keyfi herhangi bir değer alabilir. i, j, k X, Y, Z- eksenlerine ait birim vektörler olarak alındığında bir $p=ai+bj+ck$ vektörü homojen koordinatlar kullanılarak genellikle Denklem 4.14'deki gibi gösterilebilir [26].

$$p = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aw \\ bw \\ cw \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ c \\ c \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{eğer } w = 1 \text{ ise}) \quad (4.14)$$

Homojen koordinatların tanımından yola çıkarak homojen matris kavramına ulaşmak mümkündür. T homojen matrisi, 4×4 'lük bir matris olup bir vektöre ait homojen koordinatların bir sistemden başka bir referans sistemine taşınması işlemini ifade eder. Bu ifade matematiksel olarak Denklem 4.15'te verilmiştir.

$$T = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & P_{3 \times 1} \\ f_{1 \times 3} & W_{1 \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Dönüşüm} & \text{Çeviri} \\ \text{Perspektif} & \text{Ölçek} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

T 'nin bir diğer ifade şekli ise 4.16'daki gibidir:

$$T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Bu ifadede (n, o, a) oryantasyonu ifade eden üçlü bir birim matris olup p konumu ifade eden vektördür.

Karmaşık bir homojen yer değiştirme matrisi, basit dönüşümlerin artarda uygulanmasıyla elde edilebilir:

$$T = T_1, T_2 \dots T_N \quad (4.17)$$

4.3. Robot Kinematığı

Kinematik, hareketi etkileyen kuvvet veya benzeri diğer faktörlerden bağımsız olarak bir yapının referans bir sisteme göre hareketinin incelenmesi işlemidir. Robot kolunun uzaysal hareketini zamana bağlı olarak tanımlayan analitik bir ifadenin geliştirilmesi, kinematığın temel amacı olmakla beraber kısmen robot kolunun uç noktası ile eklemlerin koordinatları arasındaki konum ve oryantasyon ilişkisini de inceler. Robot kolu eklemleri ile robot kolunun uç noktasının hareket hızları arasındaki ilişki de kinematik tarafından incelenen bir diğer konudur. Kinematik işleminin temelinde düz ve ters kinematik olmak üzere iki ana kavram yer alır:

4.3.1. Düz kinematik

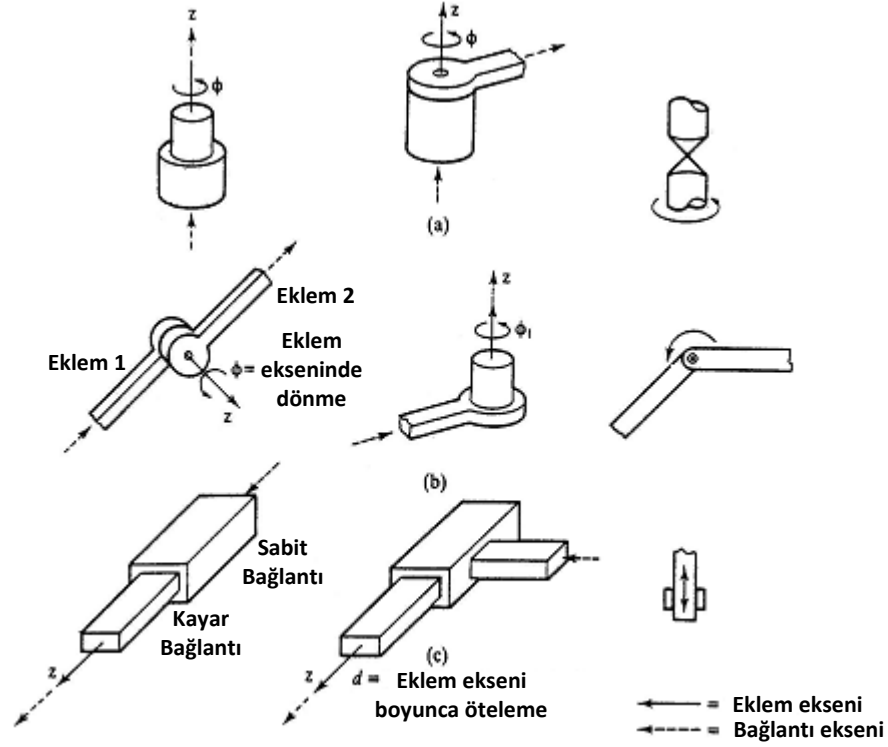
Düz kinematik işlemi, eklem açıları verilen bir robotun uç noktasına ait konum ve oryantasyonun sabit bir referans sisteme göre belirlenmesi işlemidir. Diğer bir deyişle, robot kolunun uç noktasının eklem koordinatları yardımıyla konum ve oryantasyonu ifade edecek olan bir T dönüşüm matrisinin bulunmasıdır. Eklem koordinatları, Denavit-Hartenberg (DH) tarafından geliştirilen nümerik algoritma ve homojen dönüşüm matrislerinin uygulanmasıyla tespit edilebilir. DH algoritmasına göre, her bir bağlantı elemanı üzerinde doğru bir koordinat sistemi seçildiği zaman, dört temel dönüşüm yardımıyla bir sonraki bağlantı elemanına taşınması mümkün olacaktır. Bu dönüşümler dönme ve yer değiştirme olup k'ıncı bağlantı elemanının koordinat sistemi ile k-1'inci bağlantı elemanının koordinat sistemi arasındaki bir ilişkinin kurulabilmesini sağlar.

4.3.1.1. DH parametrelerinin belirlenmesi

DH parametreleri robot kolunun sıfır konumuna getirilmesiyle, yani her bir ekleme ait değerlerin sıfır olduğu konuma getirilmesiyle, daha sonra da eklemlerin bağlantı elemanı ve eklem türüne göre referans bir karenin tanımlanması ile belirlenir.

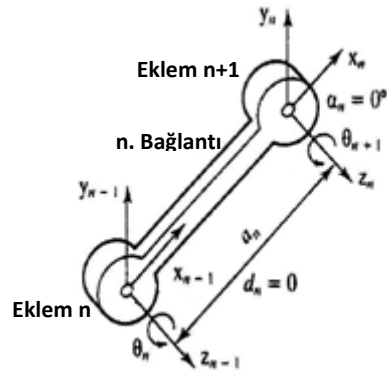
Robotlarda kullanılan eklem türleri döner ve prizmatik olmak üzere iki kısımdır. Şekil 4.7'de her iki eklem türü ve bunların varyasyonları gösterilmiştir. Eklemin

ekseni boyunca gerçekleştirilen dönme açısı ϕ ile gösterilmekle beraber DH gösteriminde θ değişkenine karşılık gelmektedir.



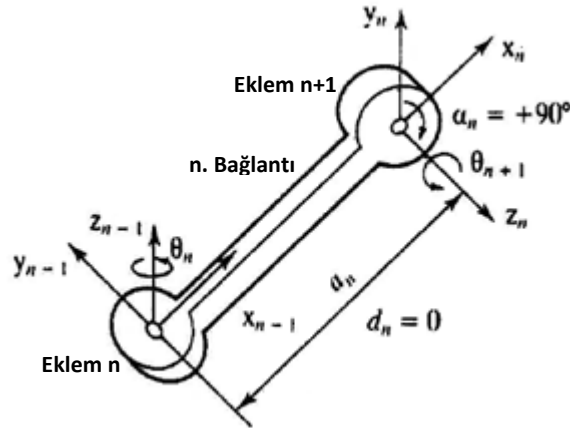
Şekil 4.7. Eklem türleri ve değişik varyasyonları

1. Tıp Bağlantı Şekli: En basit bağlantı çeşididir. Eksenleri arasında herhangi bir bükülme olmayan ve birbirlerine paralel olan iki dönme eklemi vardır. Eklem eksenleri de birbirlerine paraleldir ve bağlantı kolu uzunluğu olarak bilinen a_n kadar uzaklıktadırlar. Eklem değişkeni θ_{n+1} olarak bilinen dönme açısıdır. z_{n-1} eklem eksenini ile çakışık olacak şekilde ve x_{n-1} eksenini de eklemin merkez çizgisi ile çakışık olacak şekilde tayin edilir. y_{n-1} de sağ el kuralı yardımıyla bulunur.



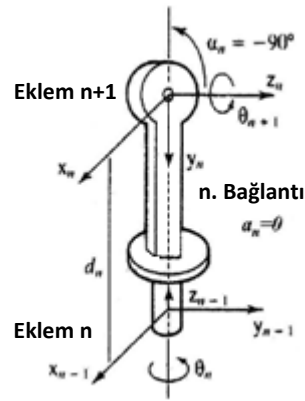
Şekil 4.8. 1.tip bağlantı şekli

2. Tip Bağlantı Şekli: Bu tip bağlantı, 1. tip bağlantının merkez çizgisi (x_{n-1} eksenini) boyunca α_n açısı kadar bükülmesiyle elde edilen bağlantı tipidir.



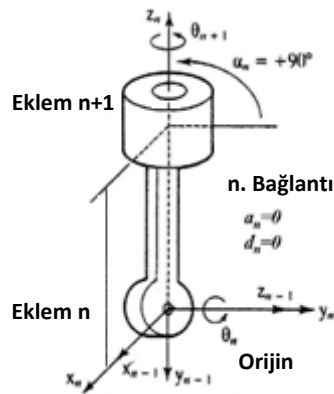
Şekil 4.9. 2.tip bağlantı şekli

3. Tip Bağlantı Şekli: Bu şekil konfigürasyonda eklem eksenleri birbirini keser ve z_{n-1} ile z_n eksenleri arasındaki mesafe sıfır olduğundan bağlantı kolu uzunluğu da sıfır olur. Ancak iki eklem arasında bir d_n mesafeli yer değiştirme söz konusudur ve bu mesafe eklem eksenlerinin (çoğunlukla x_{n-1} ve x_n eksenleri) ortak dik doğrultuları arasında ölçülen mesafeyi temsil eder.



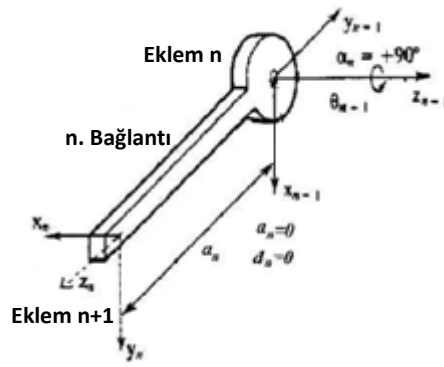
Şekil 4.10. 3.tip bağlantı şekli

4. Tip Bağlantı Şekli: Bu bağlantı şekli, 3. Tip bağlantı şekline benzerdir, ancak eklem yerleşimleri birbirine göre terstir ve bağlantı kolu parametreleri de birbirlerinden farklıdır. Her şeyden evvel iki eklemin eken orijinleri çakışıktırlar ve bu da bağlantı kolları arasındaki uzaklık ile bağlantı kolu uzaklığını sıfır yapar. İki eklem arasındaki fiziksel mesafe ise bir sonraki bağlantı şeklinde mevcuttur.



Şekil 4.11. 4.tip bağlantı şekli

5. Tip Bağlantı Şekli: Bu tip bir bağlantı şekli, ekseni bağlantı koluna dik olan döner bir eklemden ibarettir. Bu tip bir bağlantı şeklinde eklem eksenleri (z_{n-1} ve z_n) birbirlerini keserler. Bu tip bağlantılarda eklem değişkeni θ_{n+1} 'dir.



Şekil 4.12. 5.tip bağlantı şekli

Referans eksen takımının her bir ekleme uygulandışı aşağıda sıralanan adımların sırasıyla gerçekleştirilmesi ile sağlanır:

1. Robot kolu sıfır konumuna yerleştirildikten sonra, tabandan başlayarak eklemler sıfırdan N 'e kadar numaralandırılır.
2. Taban koordinat sisteminin eksenini, global eksen takımına paralel olacak şekilde yerleştirilir.
3. Eksen takımının orijini eklemlerin ortak dik doğrultuları ile merkezden uzak olan eklem ekseninin kesişim noktasına kondurulur. Eklem eksenlerinin paralel olması durumunda orijinin konumu, bağlantı elemanları arasındaki mesafeyi (d_n ve α_n) sıfır yapacak şekilde seçilir. Eklem eksenlerinin kesişmesi halinde ise orijin, eklemlerin kesişim noktasına kondurulur.
4. z-ekseni, eklem eksenini ile çakıştırılır. Döner bir eklem için z-ekseninin yönü, z-ekseni etrafında pozitif yönlü bir dönme ile belirlenir.
5. x-ekseni, bağlantı kolunun eklem eksenleri arasındaki ortak dik doğrultuya paraleldir. Paralel eksen halinde x-ekseni, bağlantı elemanının merkez çizgisi ile çakışıktır. Eksenlerin kesişmesi durumunda ise ortak bir doğrultudan bahsedilemez ve bu durumda eksen de z_{n-1} ve z_n 'in vektörel çarpımına paralel veya anti-paraleldir. Birçok durumda bu işlem x-ekseninin, bir önceki bağlantı kolunun x-ekseni ile aynı

yönde olması ile sonuçlanır. Bu noktada robot kolunun sıfır konumu ile x-ekseni atamasının birbiri ile uyumlu olup olmadığının kontrol edilmesi gerekir.

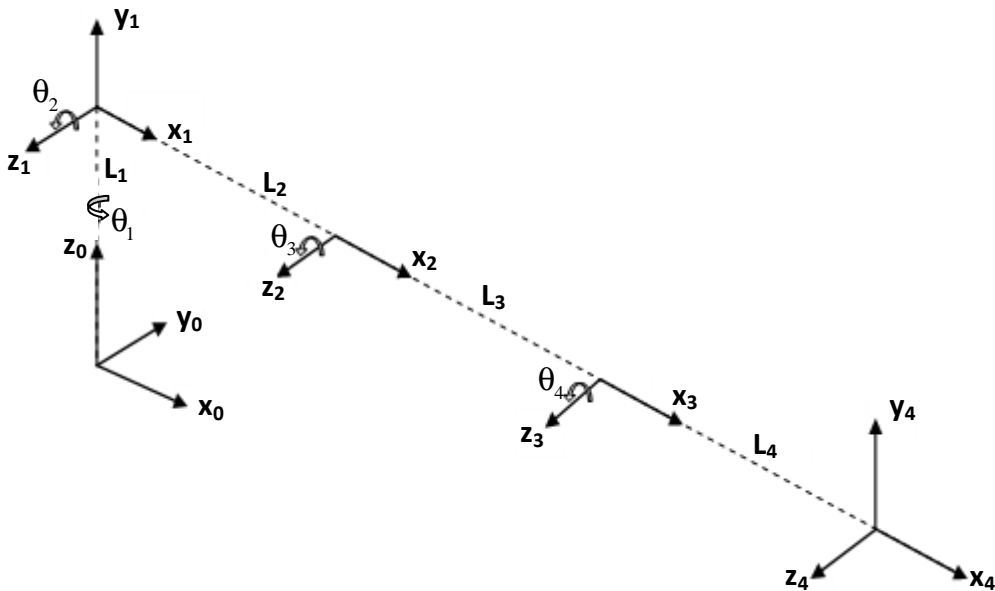
6. y-ekseninin yönü sağ el kuralı uygulanarak bulunabilir.

7. Son kolun (N) ucuna bir koordinat eksenini tutturulur.

Koordinat eksenini tanımlandıktan sonra DH parametreleri aşağıdaki şekilde tanımlanır:

1. θ_{n+1} -ekseni etrafındaki dönme açısı
2. d_{n+1} : z_n -ekseni üzerinde x_n ile x_{n+1} (veya y_n ile y_{n+1}) arasındaki mesafe
3. a_{n+1} : x_n -ekseni (veya y_n -ekseni) boyunca z_n ile z_{n+1} arasındaki mesafe
4. α_{n+1} : x_{n+1} -ekseni etrafındaki dönme
5. γ_{n+1} : y_{n+1} -ekseni etrafındaki dönme açısı

Şekil 4.12' ve Tablo 4.1'de dört eksenli robot koluna ait DH parametreleri gösterilmiştir.



Şekil 4.13. Dört serbestlik dereceli robot kolunun DH parametrelerinin gösterimi

Tablo 4.1. DH tablosunun gösterimi

| Link | Eklem | Tip | θ | d | a | α |
|------|-------|-----|------------|-------|-------|----------|
| 1 | 0-1 | II | θ_1 | L_1 | 0 | 0 |
| 2 | 1-2 | I | θ_2 | 0 | L_2 | 90 |
| 3 | 2-3 | IV | θ_3 | 0 | L_3 | 0 |
| 4 | 3-4 | III | θ_4 | 0 | L_4 | 0 |

4.3.1.2. Dönüşüm matrislerinin hesaplanması

Dönüşüm matrisinin genel ifadesi 4.18'de verilmiştir.

$${}^n A_{n+1} = \begin{bmatrix} t_{(1,1)} & t_{(1,2)} & t_{(1,3)} & t_{(1,4)} \\ t_{(2,1)} & t_{(2,2)} & t_{(2,3)} & t_{(2,4)} \\ t_{(3,1)} & t_{(3,2)} & t_{(3,3)} & t_{(3,4)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$t_{(1,1)} = \cos \theta_{n+1} \cos \gamma_{n+1} - \sin \theta_{n+1} \sin a_{n+1} \sin \gamma_{n+1}$$

$$t_{(1,2)} = -\sin \theta_{n+1} \cos a_{n+1}$$

$$t_{(1,3)} = \cos \theta_{n+1} \sin \gamma_{n+1} + \sin \theta_{n+1} \sin a_{n+1} \cos \gamma_{n+1}$$

$$t_{(1,4)} = a_{n+1} \cos \theta_{n+1}$$

$$t_{(2,1)} = \sin \theta_{n+1} \cos \gamma_{n+1} + \cos \theta_{n+1} \sin a_{n+1} \sin \gamma_{n+1}$$

$$t_{(2,2)} = \cos \theta_{n+1} \cos a_{n+1}$$

$$t_{(2,3)} = \sin \theta_{n+1} \sin \gamma_{n+1} - \cos \theta_{n+1} \sin a_{n+1} \cos \gamma_{n+1}$$

$$t_{(2,4)} = a_{n+1} \sin \theta_{n+1}$$

$$t_{(3,1)} = -\cos a_{n+1} \sin \gamma_{n+1}$$

$$t_{(3,2)} = \sin a_{n+1}$$

$$t_{(3,3)} = \cos a_{n+1} \cos \gamma_{n+1}$$

$$t_{(3,4)} = d_{n+1}$$

4.18'de yer alan genel yapıya göre hesaplanan dönüşüm matrisleri:

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & \sin \theta_1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & 0 & \sin \theta_2 & L_2 \\ -\sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 & L_3 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$${}^3A_4 = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & -\sin \theta_4 & 0 & L_4 \\ \sin \theta_4 & \cos \theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

gösterilmiştir [26].

4.3.1.3. Manipülötör dönüşüm matrisinin elde edilmesi

Manipülötör dönüşüm matrisi, bütün dönüşüm matrislerinin art arda çarpılmasıyla aşağıdaki gibi elde edilir.

$${}^0T_4 = {}^0A_1 \times {}^1A_2 \times {}^2A_3 \times {}^3A_4 = {}^R T_H \quad (4.23)$$

Trigonometrik ifadelerde kısaltma yapılarak manipülötör dönüşüm matrisleri:

$${}^0T_4 = \begin{bmatrix} C_1 C_{234} & -C_1 S_{234} & S_1 & C_1 (L_2 C_2 + L_3 C_{23} + L_4 C_{234}) \\ S_1 C_{234} & -S_1 S_{234} & -C_1 & S_1 (L_2 C_2 + L_3 C_{23} + L_4 C_{234}) \\ C_4 (S_{23} + C_{23}) & C_{234} & 0 & L_1 + L_2 S_2 + L_3 S_{23} + L_4 S_{234} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

şeklinde elde edilebilir.

Denklemlerde geçen bazı kısaltılmış terimler Denklem 4.25 ve Denklem 4.26'da verilmiştir.

$$\sin \theta_i \cos \theta_j + \cos \theta_i \sin \theta_j = \sin(\theta_i + \theta_j) = s_{ij} \quad (4.25)$$

$$\cos \theta_i \cos \theta_j + \sin \theta_i \sin \theta_j = \cos(\theta_i + \theta_j) = c_{ij} \quad (4.26)$$

4.3.1.4. Uç elemanın konum ve oryantasyonunun belirlenmesi

Euler açısı seti yardımıyla ZYX dönüşümü uygulandığında oryantasyon $[n \ o \ a]_{3 \times 3}$ ile ve konum da p ile gösterilerek Denklem 4.27'deki eşitlik elde edilir.

$$\begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \gamma & \cos \phi \sin \gamma \sin a - \sin \phi \cos a & \cos \phi \sin \gamma \cos a + \sin \phi \sin a & p_x \\ \sin \phi \cos \gamma & \sin \phi \sin \gamma \sin a + \cos \phi \cos a & \sin \phi \sin \gamma \cos a - \cos \phi \sin a & p_y \\ -\sin \gamma & \cos \gamma \sin a & \cos \gamma \cos a & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = {}^0T_4 \quad (4.27)$$

Uç elemanın konum ve oryantasyonu :

$$P_x = C_1 (L_2 C_2 + L_3 C_{23} + L_4 C_{234}) \quad (4.28)$$

$$P_y = S_1 (L_2 C_2 + L_3 C_{23} + L_4 C_{234}) \quad (4.29)$$

$$P_z = L_1 + L_2 S_2 + L_3 S_{23} + L_4 S_{234} \quad (4.30)$$

$$n_x = C_1 C_{234} \quad (4.31)$$

$$n_y = S_1 C_{234} \quad (4.32)$$

$$n_z = C_4 (S_{23} + C_{23}) \quad (4.33)$$

$$o_x = -C_1 S_{234} \quad (4.34)$$

$$o_y = -S_1 S_{234} \quad (4.35)$$

$$o_z = C_{234} \quad (4.36)$$

$$a_x = S_1 \quad (4.37)$$

$$a_y = -C_1 \quad (4.38)$$

$$a_z = 0 \quad (4.39)$$

şeklinde belirlenir [25].

4.3.2. Ters kinematik

Ters kinematik işlemi, bir robot kolunun uç noktasına ait koordinatların verilmesi durumunda robot kolunun gerekli konuma ve oryantasyona ulaşmasını sağlayacak olan eklem açılarının bulunması işlemidir. Matematiksel olarak Denklem 4.40 ve Denklem 4.41'deki gibi gösterilebilir.

$$\theta_k = f_k(x, y, z, \alpha, \gamma, \phi) \quad (4.40)$$

$$k = 1, \dots, N \quad (4.41)$$

Bu ifadede θ_k eklem açılarını ve $(x, y, z, \alpha, \gamma, \theta)$ da konum ve oryantasyonu ifade etmektedir.

Ters kinematik işleminin birçok değişik çözüm yöntemi mevcuttur. Ancak ters kinematik işleminin çözümü, kinematik zincirin karmaşık bir hal alması ile daha da zorlaşır.

4.4. Dört Serbestlik Dereceli Robot Kolunun Kinematik Çözümlemesi

4.4.1. Düz kinematik çözümleme

Dört serbestlik dereceli puma tipi robotun düz kinematik ifadesi robotun uç kısmının verilen açı değerlerine göre x, y ve z eksenlerindeki mesafesinden ibarettir. Belirtilen eksenlerdeki hedef noktalar P_x, P_y ve P_z olarak tanımlanırsa bu ifadeler aşağıdaki gibidir.

$$P_x = \cos \theta_1 [L_2 \sin \theta_2 + L_3 \sin(\theta_2 + \theta_3) + L_4 \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)] \quad (4.42)$$

$$P_y = \sin \theta_1 [L_2 \sin \theta_2 + L_3 \sin(\theta_2 + \theta_3) + L_4 \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)] \quad (4.43)$$

$$P_z = L_1 + L_2 \sin \theta_2 + L_3 \sin(\theta_2 + \theta_3) + L_4 \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \quad (4.44)$$

Denklemlerde yer alan L_1, L_2, L_3 ve L_4 robotun kol uzunluklarını ifade etmektedir. Düz kinematik daha önce belirtildiği gibi açılar ve kol uzunlukları bilindiğinde robotun uç noktasının belirtilen açılarda konum koordinatlarını hesaplamakta kullanılır.

4.4.2. Ters kinematik çözümleme

Ters kinematikte amaç Robot hedef noktasının konumu belirli iken mafsal hareketlerinin (açılarının) belirlenmesidir. Bir başka deyişle P_x, P_y ve P_z değerlerine sahipken bu değerlere karşılık gelen kol açıları $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ ve θ_4 'ü tespit etmekte kullanılan bir metottur.

Robot kolunun uç noktasının ulaşması gerektiği hedef noktanın koordinatları aşağıda gösterildiği gibidir.

$$P_x = X_{ref} \quad (4.45)$$

$$P_y = Y_{ref} \quad (4.46)$$

$$P_z = Z_{ref} \quad (4.47)$$

Yukarıda verilen referans değerlerine göre birinci kolun açısı (θ_1) Denklem 4.48'deki gibi bulunabilir.

$$\theta_1 = \pm \text{atan}\left(\frac{P_y}{P_x}\right) \quad (4.48)$$

Yukarıda verilen ifadeden anlaşıldığı üzere θ_1 açısı biri pozitif diğeri negatif olmak üzere iki değer alabilmektedir.

Birinci kolun açı ifadesinin yardımıyla üçüncü kolun açısı Denklem 4.49'da elde edilir.

$$\theta_3 = \text{atan}\left(\frac{\pm\sqrt{(1-\sigma^2)}}{\sigma}\right) \quad (4.49)$$

Denklem 4.49'da yer alan bazı ifadelerin açık şekli şu şekildedir.

$$\sigma = \frac{((P_{z3} - L_1)^2 + (P_{x3}^2 + P_{y3}^2) - L_2^2 - L_3^2)}{2L_2L_3} \quad (4.50)$$

$$P_{x3} = P_x - L_4 \cos(\theta_1) \cos(\alpha_2) \quad (4.51)$$

$$P_{y3} = P_y - L_4 \sin(\theta_1) \cos(\alpha_2) \quad (4.52)$$

$$P_{z3} = P_z - L_4 \cos(\alpha_2) \quad (4.53)$$

θ_3 ifadesi görüldüğü üzere biri pozitif diğeri negatif olmak üzere iki farklı değer alabilmektedir.

θ_1, θ_3 ifadelerinden yola çıkarak θ_2 açısı hesaplanabilir. θ_2 açısının ters kinematiksel ifadesi Denklem 4.54'de verilmiştir.

$$\theta_2 = \frac{(P_{z3} - L_1)(L_3 \cos(\theta_3) + L_2) - L_3 \sin(\theta_3)(\cos(\theta_1)P_{x3} + \sin(\theta_1)P_{y3})}{(P_{z3} - L_1)(L_3 \sin(\theta_3)) + (L_3 \cos(\theta_3) + L_2)(\cos(\theta_1)P_{x3} + \sin(\theta_1)P_{y3})} \quad (4.54)$$

$\theta_1, \theta_2, \theta_3$ değerleri için 8 farklı kombinasyon oluşturulabilir. Çünkü bu üç açının ikili kombinasyonlarına bağlı olarak 4 farklı değer alabilmektedir. Ayrıca bu 4 farklı değerlerin zıt işaretlilerinin de olasılığa eklenmesiyle 8 farklı kombinasyon ortaya çıkar.

θ_1, θ_2 ve θ_3 açıları bulunduktan sonra θ_4 ifadesi Denklem 4.55'de verilmiştir.

$$\theta_4 = \text{atan}\left(\pm\frac{\sqrt{(1-\eta^2)}}{\eta}\right) \quad (4.55)$$

θ_4 ifadesinde yer alan η değeri Denklem 4.56'daki gibidir.

$$\eta = \frac{\cos(\theta_2 + \theta_3) [\cos(\theta_1) P_x + \sin(\theta_1) P_y - L_2 \cos(\theta_2)] + \sin(\theta_2 + \theta_3) [P_z - L_1 - L_2 \sin(\theta_2)] - L_3}{L_4} \quad (4.56)$$

Benzer şekilde θ_4 içinde 4'ü artı işaretli 4'ü de eksi işaretli olan toplam 8 tane açı bulunmaktadır. Bu durumda istenilen hedef noktaya ulaşmayı sağlayacak farklı 8 açı kombinasyonu mevcuttur. Fakat açı sınırlandırmalarına bağlı olarak bir çözüm kabul edilebilir [27].

4.5. Dört Serbestlik Dereceli Robot Kolunun Dinamik Çözümlemesi

Dinamik çözümlemelerde en çok kullanılan yöntemlerin başında Langrange-Euler ve Newton-Euler gelir. Langrange-Euler denkleminde kinetik ve potansiyel arasındaki fark olan Langrange fonksiyonundan faydalanılarak dinamik denklemler üretilir. Newton-Euler denkleminde ise bir robot kolunun doğrusal ve açısal hareketlerinden faydalanarak ardışık işlemler sonucunda dinamik denklemleri üretir. Newton-Euler yöntemi her bir eklemdaki tork ve kuvvetleri vermesinden dolayı robot tasarımcıları açısından son derece avantajlı bir yöntemdir. Çünkü ekleme yerleştirilecek motorlar bu tork-kuvvet değerlerine göre belirlenebilir.

Newton ve Euler denklemleri kullanılarak her bir eklemin kütle merkezine etkiyen kuvvet ve torklar hesaplanabilir. Newton denklemi Denklem 4.57'de Euler deklemini ise Denklem 4.58'de verilmiştir [28].

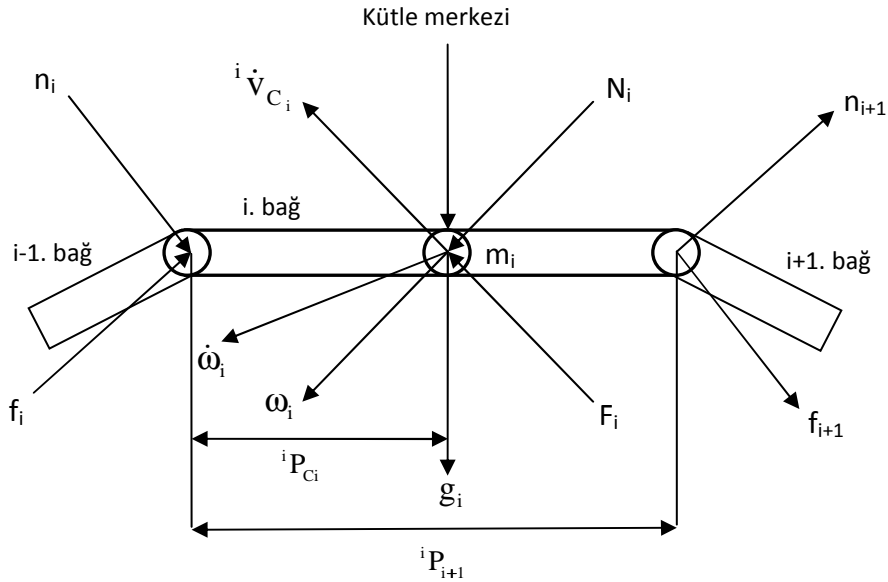
$$F_i = m \dot{v}_{C_i} \quad (4.57)$$

$$N_i = {}^{C_i} I \dot{\omega}_i + \omega_i \times {}^{C_i} I \omega_i \quad (4.58)$$

Her bir eklemin kütle merkezine etkiyen kuvvet ve tork ifadelerini hesaplamak için ana koordinat sisteminden, uç işlevciadaki koordinat sistemine doğru dışadönük denklemlerin ardışık olarak kullanılmasıyla hız ve ivmelerin bulunması gerekir.

Eklem torklarını hesaplamak için her bir eklemin serbest vucüt diyagramını temel alan kuvvet, denge ve moment denklemlerinin yazılması gerekir. Bu kuvvet ve tork denklemleri, n. Eklemden robotun ana yani birinci eklemine doğru içe dönük denklemlerin ardışık olarak gerçekleştirilmesiyle elde edilir.

Özetle, eklemlerin kütle merkezlerine etkiyen kuvvet ve tork ifadelerinin hesaplanması için dışa dönük ardışık denklemler bulunur. Aynı zamanda, bu net kuvvet ve torkları üretmek için gerekli olan eklem torklarının bulunması için ise içe dönük ardışık denklemler elde edilir. Şekil 4.13'te i. bağa etkiyen kuvvet ve momentler gösterilmiştir.



Şekil 4.14. i. bağa etkiyen kuvvet ve momentler

\dot{V}_i : i. bağın doğrusal ivmesi

\dot{V}_{C_i} : i. bağın kütle merkezinin doğrusal ivmesi

ω_i : i. bağın açısal hızı

$\dot{\omega}_i$: i. bağın açısal ivmesi

m_i : i. bağın kütlesi

g_i : i. bağıın yerçekimi ivmesi

${}^{i+1}_i R$: i ile i+1. bağlar arasındaki dönme matrisi

${}^C_i I$: i. bağıın kendi kütle merkezine göre atalet tensörü

${}^i P_{C_i}$: i. bağıın kütle merkezine konumu

${}^i P_{i+1}$: i. bağıın i+1. bağına göre konumu

F_i : i. bağıın kütle merkezine etkiyen kuvvet

N_i : i. bağıın kütle merkezine etkiyen tork

f_i : i. ekleme i-1. Eklem tarafından uygulanan kuvvet

n_i : i. ekleme i-1. Eklem tarafından uygulanan tork

Dışa dönük ve içe dönük ifadelerin genel halleri iki kısımda incelenebilir.

I. Dışa dönük denklemlerin genel ifadeleri aşağıdaki gibidir.

i+1. bağıın i. bağına göre hız ifadesi ise ${}^i w_{i+1} = {}^i w_i + {}^i R_{i+1} \dot{\theta}_{i+1} \hat{Z}_{i+1}$ şeklinde tanımlanır. Bir eklemden diğerine doğru iletilen açısal hız, i+1. bağıın i. bağına göre hız ifadesinin ${}^{i+1}_i R$ dönüşüm matrisiyle çarpılmasıyla elde edilir.

Bir eklemden diğerine doğru iletilen açısal hız,

$${}^{i+1} \omega_{i+1} = {}^{i+1}_i R {}^i \omega_i + \dot{\theta}_{i+1} \hat{Z}_{i+1} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (4.59)$$

şeklinde ifade edilir. Bir eklemin açısal dönmesi her zaman z ekseninde gerçekleştiğinden, i+1. eklem etrafında gerçekleşen i+1. bağıın açısal hız ifadesi

$\dot{\theta}_{i+1} \hat{Z}_{i+1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\theta}_{i+1} \end{bmatrix}^T$ şeklinde tanımlanır. Denklemden yer alan ${}^i w_i$ ifadesi ise i.

bağıın açısal hızı şeklinde ifade edilir.

Bir dönel eklem için açısıl ivme,

$${}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} = {}^{i+1}\mathbf{R}^i \dot{\omega}_i + \ddot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} + {}^{i+1}\mathbf{R}^i \omega_i \times \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} \quad (4.60)$$

şeklinde tanımlanır. Bir dönel eklemin doğrusal ivme ifadesi,

$${}^{i+1}\dot{v}_{i+1} = {}^{i+1}\mathbf{R}^i (\dot{\omega}_i \times {}^i P_{i+1} + \omega_i \times (\omega_i \times {}^i P_{i+1})) + \dot{v}_i \quad (4.61)$$

Şeklinde tanımlanır. Kütle merkezinin doğrusal ivmesi,

$${}^{i+1}\dot{v}_{C_{i+1}} = {}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} \times {}^{i+1}P_{C_{i+1}} + \omega_{i+1} \times (\omega_{i+1} \times {}^{i+1}P_{C_{i+1}}) + \dot{v}_{i+1} \quad (4.62)$$

şeklinde tanımlanır. Her bir bağı kütle merkezine etkiyen kuvvet ve tork

$${}^{i+1}F_{i+1} = m_{i+1} {}^{i+1}\dot{v}_{C_{i+1}} \quad (4.63)$$

$${}^{i+1}N_{i+1} = {}^{C_{i+1}}I_{i+1} {}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} + \omega_{i+1} \times ({}^{C_{i+1}}I_{i+1} \omega_{i+1}) \quad (4.64)$$

şeklinde ifade edilir [29].

II. İçe dönük denklemlerin genel ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Dışa dönük denklemlerle her bir bağı etkiyen kuvvet ve tork ifadeleri elde edildi. Bu kuvvet ve torklardan yararlanarak eklem torklarını bulmak için kuvvet denge ve moment denge ifadeleri yazılmalıdır. f_i , $i-1$. Eklem tarafından i . ekleme uygulanan kuvveti, n_i ise $i-1$. Eklem tarafından i . ekleme uygulanan torku göstermektedir. i . ekleme etkiyen kuvvetleri toplayarak kuvvet denge ilişkisi elde edilir.

$${}^i F_i = f_i - {}^i R^{i+1} f_{i+1} \quad (4.65)$$

Kütle merkezine göre torkları toplayarak ise tork denge ilişkisi elde edilir.

$${}^i N_i = {}^i n_i - {}^i n_{i+1} - ({}^i P_{C_i}) \times {}^i f_i - ({}^i P_{i+1} - {}^i P_{C_i}) \times {}^i f_{i+1} \quad (4.66)$$

Denklem 4.65'deki ${}^i f_i$ ifadesini çekip denklem 4.66'da yerine yazarak aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\begin{aligned} {}^i N_i &= {}^i n_i - {}^i n_{i+1} - ({}^i P_{C_i}) \times ({}^i F_i + {}^i R^{i+1} f_{i+1}) - ({}^i P_{i+1} - {}^i P_{C_i}) \times {}^i f_{i+1} \\ &= {}^i n_i - {}^i n_{i+1} - {}^i P_{C_i} \times {}^i F_i - {}^i P_{C_i} \times {}^i f_{i+1} - {}^i P_{i+1} \times {}^i R^{i+1} f_{i+1} + {}^i P_{C_i} \times {}^i f_{i+1} \\ &= {}^i n_i - {}^i R^{i+1} n_{i+1} - {}^i P_{C_i} \times {}^i F_i - {}^i P_{i+1} \times {}^i R^{i+1} f_{i+1} \end{aligned} \quad (4.67)$$

Son olarak, yukarıdaki ifadelerden yararlanarak n. Eklemden temel koordinat sistemine doğru içe dönük ${}^i f_i$ ve ${}^i n_i$ denklemleri,

$${}^i f_i = {}^i R^{i+1} f_{i+1} + {}^i F_i \quad (4.68)$$

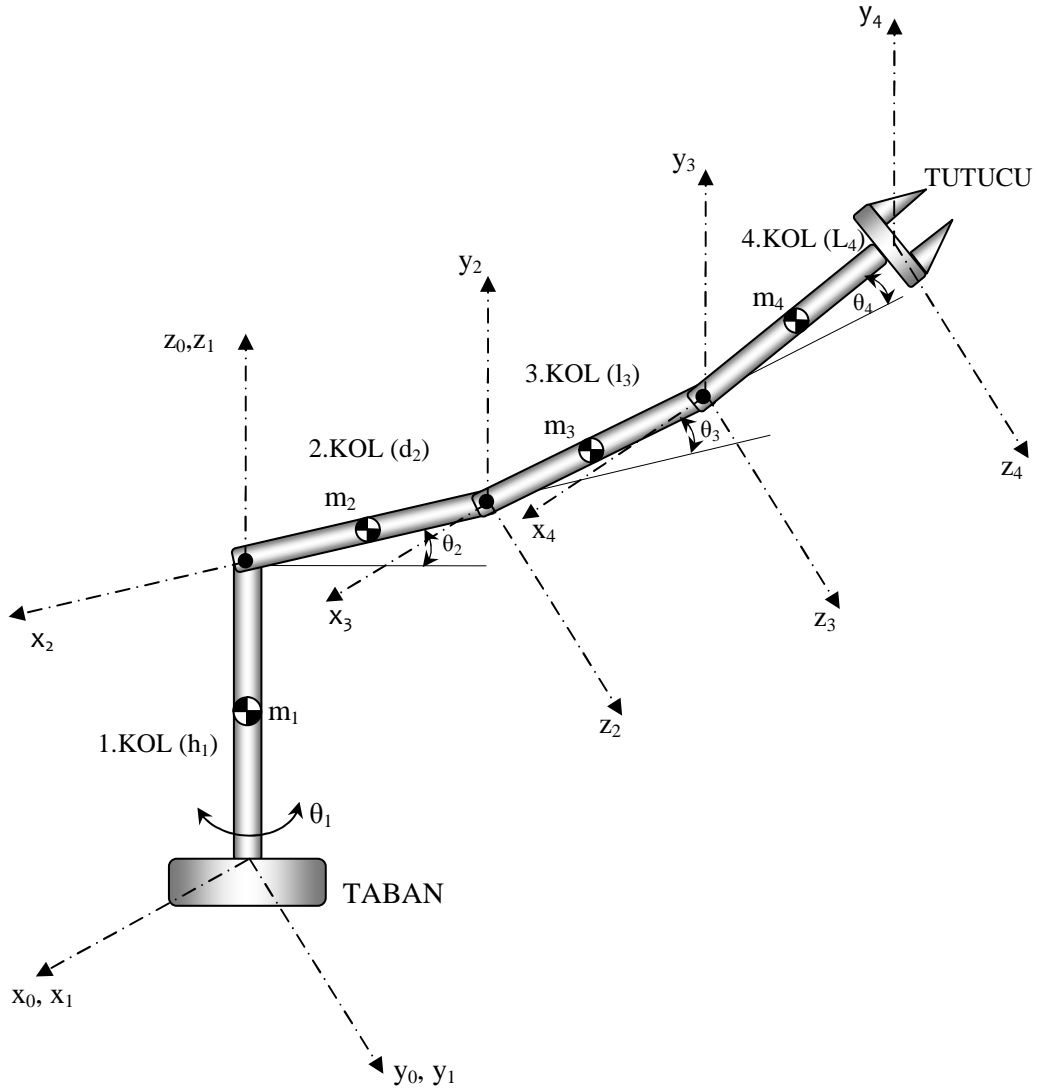
$${}^i n_i = {}^i N_i + {}^i R^{i+1} n_{i+1} + {}^i P_{C_i} \times {}^i F_i - {}^i P_{i+1} \times {}^i R^{i+1} f_{i+1} \quad (4.69)$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklemlerde n. Eklemden ana koordinat sistemine doğru adım adım uygulanır. Eklem torku,

$$\tau_i = {}^i n_i^T \hat{Z}_i \quad (4.70)$$

şeklinde bulunur [29]. Denklem 4.70'de yer alan ${}^i \hat{Z}_i$ ifadesi ${}^i \hat{Z}_i = [0 \ 0 \ 1]^T$ şeklinde yazılabilir. Yine Denklem 4.70'de yer alan τ_i ifadesi i. eklem torkunu göstermektedir. İçe ve dışa dönük ardışık dinamik denklemler eklemlerin konum, hız ve ivmelerinin verilmesiyle gerekli eklem torklarının hesaplanmasını sağlar.

Dışa dönük ve içe dönük denklemlerin genel gösterimlerini ifade ettikten sonra dört serbestlik dereceli puma tipli robotun koordinat sisteminin yerleşimi ve kütle gösterimi şekil 4.14'te gösterilmiştir. Kütleler robot kollarının orta noktasında alınmıştır.



Şekil 4.15. Koordinat sistemlerinin yerleşimi ve kütle gösterimi

Dört serbestlik dereceli puma tipili robot kolunun içe dönük ve dışa dönük denklemleri hesaplanacaktır. Hesaplamalarda bazı terimler kısaltılarak ifade edilmiştir. Bu terimlerin açık ifadeleri,

$$C_1 = \text{Cos}(\theta_1), C_2 = \text{Cos}(\theta_2), C_3 = \text{Cos}(\theta_3), C_4 = \text{Cos}(\theta_4)$$

$$S_1 = \text{Sin}(\theta_1), S_2 = \text{Sin}(\theta_2), S_3 = \text{Sin}(\theta_3), S_4 = \text{Sin}(\theta_4)$$

şeklinde gösterilir.

Robotun ana koordinat sistemi hareket etmediğinden açısal hız ($w_0 = 0$) ve açısal ivme sıfıra ($\dot{w}_0 = 0$) eşit olur. Yerçekimi vektörü ana koordinat sisteminin Z ekseninde olduğundan aşağıdaki gibi gösterilir.

$${}^0\dot{v}_0 = g {}^0\hat{Z}_0 \quad (4.71)$$

Birinci eklem için dışa dönük ardışık denklemler yazılacaktır. ${}^0w_0 = 0$ ve ${}^0\dot{w}_0 = 0$

Olduğundan birinci ekleme ait açısal hız,

$$\begin{aligned} {}^1\omega_1 &= {}^1R^0 \omega_0 + \dot{\theta}_1 {}^1\hat{Z}_1 \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.72)$$

açısal ivme,

$$\begin{aligned} {}^1\dot{\omega}_1 &= {}^1R^0 \dot{\omega}_0 + \ddot{\theta}_1 {}^1\hat{Z}_1 + {}^1R^0 \omega_0 \times \dot{\theta}_1 {}^1\hat{Z}_1 \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta}_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.73)$$

doğrusal ivme

$$\begin{aligned} {}^1\dot{v}_1 &= {}^1R^0 (\dot{\omega}_0 \times {}^0P_1 + \omega_0 \times ({}^0\omega_0 \times {}^0P_1)) + {}^0\dot{v}_0 \\ &= {}^1R^0 \dot{v}_0 \\ &= \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 \\ -S_1 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \\ &= [0 \quad 0 \quad g] \end{aligned} \quad (4.74)$$

bulunur.

Birinci eklemin kütle merkezinin doğrusal ivmesi

$$\begin{aligned}
 {}^1\dot{v}_{C_1} &= {}^1\dot{\omega}_1 \times {}^1P_{C_1} + {}^1\omega_1 \times ({}^1\omega_1 \times {}^1P_{C_1}) + {}^1\dot{v}_1 \\
 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta}_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{h_1}{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{h_1}{2} \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.75}$$

şeklinde bulunur. Birinci ekleme ait kuvvet vektörü,

$$\begin{aligned}
 {}^1F_1 &= m_1 {}^1\dot{v}_{C_1} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m_1 g \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.76}$$

moment vektörü

$$\begin{aligned}
 {}^1N_1 &= {}^{C_1}I_1 {}^1\dot{\omega}_1 + {}^1\omega_1 \times ({}^{C_1}I_1 {}^1\omega_1) \\
 &= \begin{bmatrix} I_{xx_1} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy_1} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} I_{xx_1} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy_1} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \right) \\
 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{zz_1} \ddot{\theta}_1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.77}$$

şeklinde elde edilir. İkinci ekleme ait dışa dönük denklemler hesaplanır. İkinci eklemin açısal hızı,

$$\begin{aligned}
{}^2\omega_2 &= {}^2_1R^1\omega_1 + \dot{\theta}_2 {}^2\hat{Z}_2 \\
&= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & -S_2 \\ S_2 & 0 & C_2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -S_2\dot{\theta}_1 \\ C_2\dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.78}$$

açısal ivmesi,

$$\begin{aligned}
{}^2\dot{\omega}_2 &= {}^2_1R^1\dot{\omega}_1 + \ddot{\theta}_2 {}^2\hat{Z}_2 + {}^2_1R^1\omega_1 \times \dot{\theta}_2 {}^2\hat{Z}_2 \\
&= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & -S_2 \\ S_2 & 0 & C_2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_2 & 0 & -S_2 \\ S_2 & 0 & C_2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -S_2\ddot{\theta}_1 + C_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ C_2\ddot{\theta}_1 + S_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.79}$$

doğrusal ivmesi,

$$\begin{aligned}
{}^2\dot{v}_2 &= {}^2_1R^1(\dot{\omega}_1 \times {}^1P_2 + {}^1\omega_1 \times ({}^1\omega_1 \times {}^1P_2)) + {}^1\dot{v}_1 \\
&= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & -S_2 \\ S_2 & 0 & C_2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} d_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} d_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \right) \\
&= \begin{bmatrix} -C_2d_2\dot{\theta}_1^2 - S_2g \\ -S_2d_2\dot{\theta}_1^2 + C_2g \\ d_2\ddot{\theta}_1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.80}$$

kütle merkezinin doğrusal ivmesi,

$$\begin{aligned}
{}^2\dot{v}_{C_2} &= {}^2\dot{\omega}_2 \times {}^2P_{C_2} + {}^2\omega_2 \times ({}^2\omega_2 \times {}^2P_{C_2}) + {}^2\dot{v}_2 \\
&= \begin{bmatrix} -S_2\ddot{\theta}_1 + C_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ -C_2\ddot{\theta}_1 + S_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} d_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -S_2\dot{\theta}_1 \\ C_2\dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} -S_2\dot{\theta}_1 \\ C_2\dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{d_2}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} -C_2d_2\dot{\theta}_1^2 - S_2g \\ -S_2d_2\dot{\theta}_1^2 + C_2g \\ d_2\ddot{\theta}_1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1^2(-C_2d_2 - \frac{d_2}{2}C_2^2) - \dot{\theta}_2^2(\frac{d_2}{2}) - S_2g \\ \dot{\theta}_1^2(-S_2d_2 - \frac{d_2}{2}S_2C_2) + \ddot{\theta}_2(\frac{d_2}{2}) + C_2g \\ (\frac{d_2}{2})(-2S_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 - C_2\ddot{\theta}_1 + 2\ddot{\theta}_1) \end{bmatrix} \tag{4.81}
\end{aligned}$$

kuvvet vektörü,

$$\begin{aligned}
{}^2F_2 &= m_2 {}^2\dot{v}_{C_2} \\
&= m_2 \begin{bmatrix} {}^2\dot{v}_{C_2}(x) \\ {}^2\dot{v}_{C_2}(y) \\ {}^2\dot{v}_{C_2}(z) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} m_2 {}^2\dot{v}_{C_2}(x) \\ m_2 {}^2\dot{v}_{C_2}(y) \\ m_2 {}^2\dot{v}_{C_2}(z) \end{bmatrix} \tag{4.82}
\end{aligned}$$

moment vektörü

$$\begin{aligned}
{}^2N_2 &= {}^{C_2}I_2 {}^2\dot{\omega}_2 + {}^2\omega_2 \times ({}^{C_2}I_2 {}^2\omega_2) \\
&= \begin{bmatrix} I_{xx_2} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy_2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -S_2\ddot{\theta}_1 + C_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ -C_2\ddot{\theta}_1 + S_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -S_2\dot{\theta}_1 \\ C_2\dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} I_{xx_2} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy_2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -S_2\dot{\theta}_1 \\ C_2\dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \right) \\
&= \begin{bmatrix} (I_{xx_2} + I_{zz_2} - I_{yy_2})C_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 - I_{xx_2}S_2\ddot{\theta}_1 \\ (I_{xx_2} + I_{zz_2} + I_{yy_2})S_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + I_{yy_2}C_2\ddot{\theta}_1 \\ (I_{xx_2} - I_{yy_2})S_2C_2\dot{\theta}_1^2 + I_{zz_2}\ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \tag{4.83}
\end{aligned}$$

hesaplanır. Üçüncü ekleme ait dışa dönük denklemler hesaplanır. Üçüncü eklemin açısal hızı,

$$\begin{aligned}
{}^3\omega_3 &= {}^3_2R^2\omega_2 + \dot{\theta}_3 {}^3\hat{Z}_3 \\
&= \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 \\ S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -S_2\dot{\theta}_1 \\ C_2\dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1(-C_3S_2 - S_3C_2) \\ \dot{\theta}_1(C_3C_2 - S_3S_2) \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \tag{4.84}
\end{aligned}$$

açısal ivmesi,

$$\begin{aligned}
{}^3\dot{\omega}_3 &= {}^3_2R^2\dot{\omega}_2 + \ddot{\theta}_3 {}^3\hat{Z}_3 + {}^3_2R^2\omega_2 \times \dot{\theta}_3 {}^3\hat{Z}_3 \\
&= \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -S\theta_2\ddot{\theta}_1 + C\theta_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ C\theta_2\ddot{\theta}_1 + S\theta_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -S\theta_2\dot{\theta}_1 \\ C\theta_2\dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1(-C_3S_2 - S_3C_2) + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2(C_3C_2 - S_3S_2) + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3(-S_3C_2 + C_3S_2) \\ \ddot{\theta}_1(-S_3S_2 + C_3C_2) + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2(S_3C_2 + C_3S_2) + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3(C_3S_2 + S_3C_2) \\ \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} \tag{4.85}
\end{aligned}$$

doğrusal ivmesi,

$$\begin{aligned}
{}^3\dot{v}_3 &= {}^3_2R({}^2\dot{\omega}_2 \times {}^2P_3 + {}^2\omega_2 \times ({}^2\omega_2 \times {}^2P_3) + {}^2\dot{v}_2) \\
&= \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} -S_2\ddot{\theta}_1 + C_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ C_2\ddot{\theta}_1 + S_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -S_2\dot{\theta}_1 \\ C_2\dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} -S_2\dot{\theta}_1 \\ C_2\dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \right) \\
&\quad + \begin{bmatrix} -C_2d_2\dot{\theta}_1^2 - S_2g \\ -S_2d_2\dot{\theta}_1^2 + C_2g \\ d_2\ddot{\theta}_1 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1^2 ((d_2 + l_3 C_2)(S_3 S_2 - C_3 C_2)) - \ddot{\theta}_2 S_3 l_3 - \dot{\theta}_2^2 C_3 l_3 - g(C_3 S_2 - S_3 C_2) \\ \dot{\theta}_1^2 (-(d_2 + l_3 C_2)(S_3 C_2 + C_3 S_2)) + \ddot{\theta}_2 C_3 l_3 - \dot{\theta}_2^2 S_3 l_3 + g(C_3 C_2 - S_3 S_2) \\ \ddot{\theta}_1 (d_2 - l_3 C_2) - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 (2l_3 S_2) \end{bmatrix} \quad (4.86)$$

ve kütle merkezinin doğrusal ivmesi

$$\begin{aligned} {}^3\dot{v}_{C_3} &= {}^3\dot{\omega}_3 \times {}^3P_{C_3} + {}^3\omega_3 \times ({}^3\omega_3 \times {}^3P_{C_3}) + {}^3\dot{v}_3 \\ &= {}^3\dot{w}_3 \times \begin{bmatrix} \frac{l_3}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -C_3 S_2 \dot{\theta}_1 - S_3 C_2 \dot{\theta}_1 \\ -S_3 S_2 \dot{\theta}_1 + C_3 C_2 \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} -C_3 S_2 \dot{\theta}_1 - S_3 C_2 \dot{\theta}_1 \\ -S_3 S_2 \dot{\theta}_1 + C_3 C_2 \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{l_3}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \\ &\quad + \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1^2 ((d_2 + l_3 C_2)(S_3 S_2 - C_3 C_2)) - \ddot{\theta}_2 S_3 l_3 - \dot{\theta}_2^2 C_3 l_3 - g(C_3 S_2 - S_3 C_2) \\ \dot{\theta}_1^2 (-(d_2 + l_3 C_2)(S_3 C_2 + C_3 S_2)) + \ddot{\theta}_2 C_3 l_3 - \dot{\theta}_2^2 S_3 l_3 + g(C_3 C_2 - S_3 S_2) \\ \ddot{\theta}_1 (d_2 - l_3 C_2) - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 (2l_3 S_2) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} {}^3\dot{v}_{C_3}(x) \\ {}^3\dot{v}_{C_3}(y) \\ {}^3\dot{v}_{C_3}(z) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.87)$$

şeklinde ifade edilir.

Denklem 4.87’de yer alan bazı kısaltmalar aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} {}^3\dot{v}_{C_3}(x) &= \dot{\theta}_1^2 \left((S_3 S_2 - C_3 C_2) \left(-\frac{l_3}{2} (S_3 S_2 - C_3 C_2) + (d_2 + l_3 C_2) \right) \right) \\ &\quad - \dot{\theta}_2^2 (C_3 l_3) - \left(\frac{l_3}{2} \right) (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 - \ddot{\theta}_2 (S_3 l_3) - g(S_3 C_2 + C_3 S_2) \\ {}^3\dot{v}_{C_3}(y) &= \dot{\theta}_1^2 \left(-\left(\frac{l_3}{2} \right) \left((S_2 C_2)(C_3^2 - S_3^2) + (S_3 C_3)(C_2^2 - S_2^2) \right) - (S_3 C_2 + C_3 S_2)(d_2 + l_3 C_2) \right) \\ &\quad - \dot{\theta}_2^2 (S_3 l_3) + \left(\frac{l_3}{2} \right) (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) + \ddot{\theta}_2 (C_3 l_3) + g(C_3 C_2 - S_3 S_2) \end{aligned}$$

$${}^3\dot{v}_{C_3}(z) = \ddot{\theta}_1 \left((d_2 - l_3 C_2) + \left(\frac{l_3}{2} \right) (S_3 S_2 - C_3 C_2) \right) + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \left(-l_3 (2S_2 + \frac{3}{2} (S_3 C_2 + C_3 S_2)) \right) - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 \left(\frac{l_3}{2} (C_3 S_2 + S_3 C_2) \right)$$

Üçüncü ekleme ait kuvvet vektörü,

$$\begin{aligned} {}^3F_3 &= m_3 {}^3\dot{v}_{C_3} \\ &= m_3 \begin{bmatrix} {}^3\dot{v}_{C_3}(x) \\ {}^3\dot{v}_{C_3}(y) \\ {}^3\dot{v}_{C_3}(z) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} m_3 {}^3\dot{v}_{C_3}(x) \\ m_3 {}^3\dot{v}_{C_3}(y) \\ m_3 {}^3\dot{v}_{C_3}(z) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.88)$$

ve moment vektörü

$$\begin{aligned} {}^3N_3 &= {}^C_3 I_3 {}^3\dot{\omega}_3 + {}^3\omega_3 \times ({}^C_3 I_3 {}^3\omega_3) \\ &= \begin{bmatrix} I_{xx_3} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy_3} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 (-C_3 S_2 - S_3 C_2) + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 (C_3 C_2 - S_3 S_2) + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 (-S_3 C_2 + C_3 S_2) \\ \ddot{\theta}_1 (-S_3 S_2 + C_3 C_2) + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 (S_3 C_2 + C_3 S_2) + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 (C_3 S_2 + S_3 C_2) \\ \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} -C_3 S_2 \dot{\theta}_1 - S_3 C_2 \dot{\theta}_1 \\ -S_3 S_2 \dot{\theta}_1 + C_3 C_2 \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{xx_3} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy_3} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -C_3 S_2 \dot{\theta}_1 - S_3 C_2 \dot{\theta}_1 \\ -S_3 S_2 \dot{\theta}_1 + C_3 C_2 \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (I_{xx_3} + I_{zz_3} - I_{yy_3}) (\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3) (C_3 C_2 - S_3 S_2) - I_{xx_3} \ddot{\theta}_1 (C_3 S_2 + S_3 C_2) \\ (I_{yy_3} + I_{zz_3} - I_{xx_3}) (\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3) (C_3 S_2 + S_3 C_2) + I_{yy_3} \ddot{\theta}_1 (C_3 C_2 - S_3 S_2) \\ (I_{xx_3} - I_{yy_3}) \dot{\theta}_1^2 (C_3 S_2 + S_3 C_2) (C_3 C_2 - S_3 S_2) + I_{zz_3} (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.89)$$

Şeklinde hesaplanır. Dördüncü ekleme ait dışa dönük denklemler hesaplanır.

Dördüncü eklemin açılmal hızı,

$$\begin{aligned}
{}^4\omega_4 &= {}^4_3R^3\omega_3 + \dot{\theta}_4 {}^4\hat{Z}_4 \\
&= \begin{bmatrix} C_4 & -S_4 & 0 \\ S_4 & C_4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1(-C_3S_2 - S_3C_2) \\ \dot{\theta}_1(C_3C_2 - S_3S_2) \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1(-C_4C_3S_2 - C_4S_3C_2 - S_4C_3C_2 + S_4S_3S_2) \\ \dot{\theta}_1(-S_4C_3S_2 - S_4S_3C_2 + C_4C_3C_2 - C_4S_3S_2) \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4 \end{bmatrix} \quad (4.90)
\end{aligned}$$

ve açısal ivmesi

$$\begin{aligned}
{}^4\dot{\omega}_4 &= {}^4_3R^3\dot{\omega}_3 + \ddot{\theta}_4 {}^4\hat{Z}_4 + {}^4_3R^3\omega_3 \times \dot{\theta}_4 {}^4\hat{Z}_4 \\
&= \begin{bmatrix} C_4 & -S_4 & 0 \\ S_4 & C_4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1(-C_3S_2 - S_3C_2) + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2(C_3C_2 - S_3S_2) + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3(-S_3C_2 + C_3S_2) \\ \ddot{\theta}_1(-S_3S_2 + C_3C_2) + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2(S_3C_2 + C_3S_2) + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3(C_3S_2 + S_3C_2) \\ \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta}_4 \end{bmatrix} \\
&\quad + \begin{bmatrix} C_4 & -S_4 & 0 \\ S_4 & C_4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1(-C_3S_2 - S_3C_2) \\ \dot{\theta}_1(C_3C_2 - S_3S_2) \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} {}^4\dot{\omega}_4(x) \\ {}^4\dot{\omega}_4(y) \\ {}^4\dot{\omega}_4(z) \end{bmatrix} \quad (4.91)
\end{aligned}$$

şeklinde ifade edilir. Denklem 4.91'de yer alan kısaltmalar aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}
{}^4\dot{\omega}_4(x) &= \ddot{\theta}_1(-C_4C_3S_2 - C_4S_3C_2 - S_4C_3C_2 + S_4S_3S_2) \\
&\quad + (\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_4)(C_4C_3C_2 - C_4S_3S_2 - S_4S_3C_2 - S_4C_3S_2) \\
{}^4\dot{\omega}_4(y) &= \ddot{\theta}_1(-S_4C_3S_2 - S_4S_3C_2 + C_4C_3C_2 - C_4S_3S_2) \\
&\quad + (\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_4)(S_4C_3C_2 - S_4S_3S_2 + C_4S_3C_2 + C_4C_3S_2) \\
{}^4\dot{\omega}_4(z) &= \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4
\end{aligned}$$

Dördüncü eklemün doğrusal ivmesi

$$\begin{aligned}
{}^4\dot{v}_4 &= {}^4R({}^3\dot{\omega}_3 \times {}^3P_4 + {}^3\omega_3 \times ({}^3\omega_3 \times {}^3P_4) + {}^3\dot{v}_3) \\
&= {}^4R \left(\begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} \ddot{\theta}_1(-C_3S_2 - S_3C_2) + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2(C_3C_2 - S_3S_2) + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3(-S_3C_2 + C_3S_2) \\ \ddot{\theta}_1(-S_3S_2 + C_3C_2) + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2(S_3C_2 + C_3S_2) + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3(C_3S_2 + S_3C_2) \\ \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 \end{array} \right] \times \begin{bmatrix} L_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ + \left[\begin{array}{c} \dot{\theta}_1(-C_3S_2 - S_3C_2) \\ \dot{\theta}_1(C_3C_2 - S_3S_2) \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{array} \right] \times \left(\left[\begin{array}{c} \dot{\theta}_1(-C_3S_2 - S_3C_2) \\ \dot{\theta}_1(C_3C_2 - S_3S_2) \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{array} \right] \times \begin{bmatrix} L_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} {}^3\dot{v}_3(1,1) \\ {}^3\dot{v}_3(2,1) \\ {}^3\dot{v}_3(3,1) \end{bmatrix} \end{array} \right) \\
&= \begin{bmatrix} {}^4\dot{v}_4(x) \\ {}^4\dot{v}_4(y) \\ {}^4\dot{v}_4(z) \end{bmatrix} \tag{4.92}
\end{aligned}$$

şeklinde ifade edilir. Denklem 4.92’de yer alan kısaltmalar aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}
{}^4\dot{v}_4(x) &= (\dot{\theta}_1^2) \left(\begin{array}{c} -L_4((-C_3C_2 + S_3S_2)(S_4(C_3S_2 + S_3C_2) - C_4(C_3C_2 - S_3S_2))) \\ + ((d_2 + C_2l_3)(S_4(S_3C_2 + C_3S_2) + C_4(S_3S_2 - C_3C_2))) \end{array} \right) \\
&\quad + \ddot{\theta}_2(-L_4S_4 + l_3(-C_4S_3 - S_4C_3)) + (\dot{\theta}_2^2)(-L_4C_4 + l_3(S_4S_3 - C_4C_3)) \\
&\quad + (\dot{\theta}_3^2)(-L_4C_4) - (\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3)2L_4C_4 - g(S_4(C_3C_2 - S_3S_2) + C_4(C_3S_2 + C_2S_3)) \\
&\quad - (\ddot{\theta}_3)L_4S_4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^4\dot{v}_4(y) &= (\dot{\theta}_1^2) \left(\begin{array}{c} -L_4((-C_3C_2 + S_3S_2)(-C_4(C_3S_2 + S_3C_2) - S_4(C_3C_2 - S_3S_2))) \\ + ((d_2 + C_2l_3)(-C_4(S_3C_2 + C_3S_2) + S_4(S_3S_2 - C_3C_2))) \end{array} \right) \\
&\quad + \ddot{\theta}_2(L_4C_4 + l_3(-S_4S_3 + C_4C_3)) + (\dot{\theta}_2^2)(-L_4S_4 + l_3(-C_4S_3 - S_4C_3)) \\
&\quad + (\dot{\theta}_3^2)(-L_4S_4) - (\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3)2L_4S_4 - g(-C_4(C_3C_2 - S_3S_2) + S_4(C_3S_2 + C_2S_3)) \\
&\quad + (\ddot{\theta}_3)L_4C_4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^4\dot{v}_4(z) &= \ddot{\theta}_1(L_4(S_3S_2 - C_3C_2) + (d_2 - C_2l_3)) + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2(-2L_4(S_3C_2 + C_3S_2) - 2S_2l_3) \\
&\quad + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3(-2L_4(C_3S_2 + S_3C_2))
\end{aligned}$$

Dördüncü eklemün kütle merkezinin doğrusal ivmesi,

$$\begin{aligned}
{}^4\dot{v}_{C_4} &= {}^4\dot{\omega}_4 \times {}^4P_{C_4} + {}^4\omega_4 \times ({}^4\omega_4 \times {}^4P_{C_4}) + {}^4\dot{v}_4 \\
&= {}^4\dot{w}_4 \times \begin{bmatrix} \frac{L_4}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + {}^4w_4 \times \left({}^4w_4 \times \begin{bmatrix} \frac{L_4}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} {}^4\dot{v}_4(1,1) \\ {}^4\dot{v}_4(2,1) \\ {}^4\dot{v}_4(3,1) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} {}^4\dot{v}_{C_4}(x) \\ {}^4\dot{v}_{C_4}(y) \\ {}^4\dot{v}_{C_4}(z) \end{bmatrix} \tag{4.93}
\end{aligned}$$

şeklinde ifade edilir. Denklem 4.93’de yer alan kısaltmalar aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}
{}^4\dot{v}_{C_4}(x) &= (\dot{\theta}_1^2) \left(\begin{aligned} &(-S_4^2 \frac{L_4}{2})(C_3S_2 + S_3C_2)^2 - (C_4^2 \frac{L_4}{2})(S_3S_2 - C_3C_2)^2 \\ &- (C_4S_4L_4)(C_3S_2 + S_3C_2)(-C_3C_2 + S_3S_2) \end{aligned} \right) \\
&\quad - \left(\frac{L_4}{2} (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4)^2 \right) + {}^4\dot{v}_4(x)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^4\dot{v}_{C_4}(y) &= (\dot{\theta}_1^2) \left(\begin{aligned} &(C_4S_4 \frac{L_4}{2})(-C_3C_2 - S_3S_2)^2 + (C_3S_2 + S_3C_2)^2 \\ &+ (-C_4^2 \frac{L_4}{2} + S_4^2 \frac{L_4}{2})(C_3S_2 + S_3C_2)(C_3C_2 - S_3S_2) \end{aligned} \right) \\
&\quad + \left(\frac{L_4}{2} (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4) \right) + {}^4\dot{v}_4(y)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^4\dot{v}_{C_4}(z) &= (\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_4)(S_4L_4(S_3S_2 - C_3C_2) - C_4L_4(C_3S_2 + S_3C_2)) \\
&\quad + (\ddot{\theta}_1)(S_4 \frac{L_4}{2}(C_3S_2 + S_3C_2) + C_4 \frac{L_4}{2}(S_3S_2 - C_3C_2)) + {}^4\dot{v}_4(z)
\end{aligned}$$

Dördüncü eklemin kuvvet vektörü,

$$\begin{aligned}
 {}^4F_4 &= m_4 {}^4\dot{v}_{C_4} \\
 &= m_4 \begin{bmatrix} {}^4\dot{v}_{C_4}(x) \\ {}^4\dot{v}_{C_4}(y) \\ {}^4\dot{v}_{C_4}(z) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} m_4 {}^4\dot{v}_{C_4}(x) \\ m_4 {}^4\dot{v}_{C_4}(y) \\ m_4 {}^4\dot{v}_{C_4}(z) \end{bmatrix} \tag{4.94}
 \end{aligned}$$

moment vektörü,

$$\begin{aligned}
 {}^4N_4 &= {}^{C_4}I_4 {}^4\dot{\omega}_4 + {}^4\omega_4 \times ({}^{C_4}I_4 {}^4\omega_4) \\
 &= \begin{bmatrix} I_{xx_4} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy_4} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz_4} \end{bmatrix} {}^4\dot{\omega}_4 + {}^4\omega_4 \times \left(\begin{bmatrix} I_{xx_4} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy_4} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz_4} \end{bmatrix} {}^4\omega_4 \right) \\
 &= \begin{bmatrix} {}^4N_4(x) \\ {}^4N_4(y) \\ {}^4N_4(z) \end{bmatrix} \tag{4.95}
 \end{aligned}$$

şeklinde ifade edilir. Denklem 4.95’de yer alan kısaltmalar aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}
 {}^4N_4(x) &= (I_{xx_4} + I_{zz_4} - I_{yy_4})(\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_4)(-S_4(C_3S_2 + S_3C_2) + C_4(C_3C_2 - S_3S_2)) \\
 &\quad + I_{xx_4}\ddot{\theta}_1(S_4(S_2S_3 - C_3C_2) - C_4(C_3S_2 - S_3C_2))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 {}^4N_4(y) &= (I_{yy_4} + I_{zz_4} + I_{xx_4})(\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_4)(C_4(C_3S_2 + S_3C_2) + S_4(C_3C_2 - S_3S_2)) \\
 &\quad + I_{yy_4}\ddot{\theta}_1(C_4(C_3C_2 - S_3C_2) - S_4(C_3S_2 - S_3C_2))
 \end{aligned}$$

$${}^4N_4(z) = (I_{yy_4} - I_{xx_4})\dot{\theta}_1^2 \left(C_4S_4((C_3S_2 + S_3C_2)^2 - (C_3C_2 - S_3S_2)^2) \right. \\ \left. + (S_4^2 - C_4^2)(C_3S_2 + S_3C_2)(C_3C_2 - S_3S_2) \right) \\ + I_{zz_4}(\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4)$$

Dışa dönük denklemlerle eklemlerin kütle merkezine etkiyen kuvvet ve tork ifadeleri hesaplanmıştır. Eklemlere etkiyen kuvvet ve torkların eldesi için içe dönük ardışık denklemler uygulanacaktır. Öncelikle dördüncü eklemin kuvvet ifadesi bulunacaktır. Robot manipülatörü uzayda serbestçe hareket ettiğinden, ${}^5f_5 = 0$ ve ${}^5n_5 = 0$ olur. Bu durumda kuvvet ifadesi

$${}^4f_4 = {}^4R^5f_5 + {}^4F_4 \\ = {}^4F_4 \quad (4.96)$$

şeklinde ifade edilir.. Dördüncü ekleme etkiyen tork ifadesi

$${}^4n_4 = {}^4N_4 + {}^4R^5n_5 + {}^4P_{c_4} \times {}^4F_4 + {}^4P_5 \times {}^4R^5f_5 \\ = \begin{bmatrix} {}^4N_4(x) \\ {}^4N_4(y) \\ {}^4N_4(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_4}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} {}^4F_4(x) \\ {}^4F_4(y) \\ {}^4F_4(z) \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} {}^4N_4(x) \\ {}^4N_4(y) - {}^4F_4(z)\frac{L_4}{2} \\ {}^4N_4(z) + {}^4F_4(y)\frac{L_4}{2} \end{bmatrix} \quad (4.97)$$

bulunur. Üçüncü ekleme etkiyen kuvvet

$${}^3f_3 = {}^3R^4f_4 + {}^3F_3 \\ = \begin{bmatrix} C_4 & S_4 & 0 \\ -S_4 & C_4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^4f_4(x) \\ {}^4f_4(y) \\ {}^4f_4(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^3F_3(x) \\ {}^3F_3(y) \\ {}^3F_3(z) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_4 {}^4f_4(x) + S_4 {}^4f_4(y) + {}^3F_3(x) \\ -S_4 {}^4f_4(x) + C_4 {}^4f_4(y) + {}^3F_3(y) \\ {}^4f_4(z) + {}^3F_3(z) \end{bmatrix} \quad (4.98)$$

ve tork

$$\begin{aligned} {}^3n_3 &= {}^3N_3 + {}^3R {}^4n_4 + {}^3P_{C_3} \times {}^3F_3 + {}^3P_4 \times {}^3R {}^4f_4 \\ &= \begin{bmatrix} {}^3N_3(x) \\ {}^3N_3(y) \\ {}^3N_3(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_4 & S_4 & 0 \\ -S_4 & C_4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^4n_4(x) \\ {}^4n_4(y) \\ {}^4n_4(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1_3}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} {}^3F_3(x) \\ {}^3F_3(y) \\ {}^3F_3(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times {}^3R \begin{bmatrix} {}^4f_4(x) \\ {}^4f_4(y) \\ {}^4f_4(z) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} {}^3N_3(x) + {}^4n_4(x)C_4 + {}^4n_4(y)S_4 \\ {}^3N_3(y) - {}^4n_4(x)S_4 + {}^4n_4(y)C_4 - \frac{1_3}{2} {}^3F_3(z) - L_4 {}^4f_4(z) \\ {}^3N_3(z) + {}^4n_4(z) + \frac{1_3}{2} {}^3F_3(y) + L_4(-S_4 {}^4f_4(x) + C_4 {}^4f_4(y)) \end{bmatrix} \quad (4.99) \end{aligned}$$

şeklinde bulunur. ikinci ekleme etkiyen kuvvet

$$\begin{aligned} {}^2f_2 &= {}^2R {}^3f_3 + {}^2F_2 \\ &= \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^3f_3(x) \\ {}^3f_3(y) \\ {}^3f_3(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^2F_2(x) \\ {}^2F_2(y) \\ {}^2F_2(z) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} C_3 {}^3f_3(x) + S_3 {}^3f_3(y) + {}^2F_2(x) \\ -S_3 {}^3f_3(x) + C_3 {}^3f_3(y) + {}^2F_2(y) \\ {}^3f_3(z) + {}^2F_2(z) \end{bmatrix} \quad (4.100) \end{aligned}$$

ve tork

$$\begin{aligned}
{}^2n_2 &= {}^2N_2 + {}^2_3R {}^3n_3 + {}^2P_{C_2} \times {}^2F_2 + {}^2P_3 \times {}^2_3R {}^3f_3 \\
&= \begin{bmatrix} {}^2N_2(x) \\ {}^2N_2(y) \\ {}^2N_2(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^3n_3(x) \\ {}^3n_3(y) \\ {}^3n_3(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d_2}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} {}^2F_2(x) \\ {}^2F_2(y) \\ {}^2F_2(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times {}^2_3R \begin{bmatrix} {}^3f_3(x) \\ {}^3f_3(y) \\ {}^3f_3(z) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} {}^2N_2(x) + {}^3n_3(x)C_3 + {}^3n_3(y)S_3 \\ {}^2N_2(y) - {}^3n_3(x)S_3 + {}^3n_3(y)C_3 - \frac{d_2}{2} {}^2F_2(z) - 1_3 {}^3f_3(z) \\ {}^2N_2(z) + {}^3n_3(z) + \frac{d_2}{2} {}^2F_2(y) + 1_3(-S_3 {}^3f_3(x) + C_3 {}^3f_3(y)) \end{bmatrix} \quad (4.101)
\end{aligned}$$

bulunur. Birinci ekleme etkiyen kuvvet

$$\begin{aligned}
{}^1f_1 &= {}^1_2R {}^2f_2 + {}^1F_1 \\
&= \begin{bmatrix} C_2 & S_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -S_2 & C_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^2f_2(x) \\ {}^2f_2(y) \\ {}^2f_2(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^1F_1(x) \\ {}^1F_1(y) \\ {}^1F_1(z) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} C_2 {}^2f_2(x) + S_2 {}^2f_2(y) + {}^1F_1(x) \\ {}^2f_2(z) + {}^1F_1(y) \\ -S_2 {}^2f_2(x) + C_2 {}^2f_2(y) + {}^1F_1(z) \end{bmatrix} \quad (4.102)
\end{aligned}$$

ve tork

$$\begin{aligned}
{}^1n_1 &= {}^1N_1 + {}^1_2R {}^2n_2 + {}^1P_{C_1} \times {}^1F_1 + {}^1P_2 \times {}^1_2R {}^2f_2 \\
&= \begin{bmatrix} {}^1N_1(x) \\ {}^1N_1(y) \\ {}^1N_1(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_2 & S_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -S_2 & C_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^2n_2(x) \\ {}^2n_2(y) \\ {}^2n_2(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{h_1}{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} {}^1F_1(x) \\ {}^1F_1(y) \\ {}^1F_1(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times {}^1_2R \begin{bmatrix} {}^2f_2(x) \\ {}^2f_2(y) \\ {}^2f_2(z) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} {}^1N_1(x) + {}^2n_2(x)C_2 + {}^2n_2(y)S_2 - \frac{h_1}{2} {}^1F_1(y) \\ {}^1N_1(y) - {}^2n_2(z) + \frac{h_1}{2} {}^1F_1(x) - d_2(-{}^2f_2(x)S_2 + {}^2f_2(y)C_2) \\ {}^1N_1(z) - {}^2n_2(x)S_2 + {}^2n_2(y)C_2 + d_2 {}^2f_2(z) \end{bmatrix} \quad (4.103)$$

bulunur. İçer döñük denklemlerin son ifadesi olarak eklemlerinin tork ifadeleri hesaplanacaktır. denklem 4.70'de $i=1$ alınarak birinci eklemin tork ifadesi,

$$\begin{aligned} \tau_1 &= {}^1n_1^T {}^1\hat{Z}_1 \\ &= {}^1n_1(z) - {}^2n_2(x)S_2 + {}^2n_2(y)C_2 + {}^2f_2(z)d_2 \end{aligned} \quad (4.104)$$

aynı şekilde $i=2$ alınarak ikinci eklemin tork ifadesi,

$$\begin{aligned} \tau_2 &= {}^2n_2^T {}^2\hat{Z}_2 \\ &= {}^2n_2(z) + {}^3n_3(z) + \frac{d_2}{2} {}^2F_2(y) + l_3 ({}^3f_3(y)C_3 - {}^3f_3(x)S_3) \end{aligned} \quad (4.105)$$

$i=3$ alınarak üçüncü eklemin tork ifadesi,

$$\begin{aligned} \tau_3 &= {}^3n_3^T {}^3\hat{Z}_3 \\ &= {}^3N_3(z) + {}^4n_4(z) + \frac{l_3}{2} {}^3F_3(y) + L_4 ({}^4f_4(y)C_4 - {}^4f_4(x)S_4) \end{aligned} \quad (4.106)$$

$i=4$ alınarak dördüncü eklemin tork ifadesi,

$$\tau_4 = {}^4n_4^T {}^4\hat{Z}_4$$

$$= {}^4N_4(z) + \frac{L_4}{2} {}^4F_4(y) \quad (4.107)$$

elde edilir. Bu denklemler matris formunda yazıldığında tork denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$[\tau] = [M][\ddot{\theta}] + [H][\dot{\theta}] + [G]g \quad (4.108)$$

Burada ; [M]: Eylemsizlik momenti matrisi , [H]: Coriolis/Merkezkaç kuvveti matrisi ve [G]:Yerçekiminin neden olduğu terimlerden oluşan matristir. Denklem 4.108 açık olarak aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{(1,1)} & M_{(1,2)} & M_{(1,3)} & M_{(1,4)} \\ M_{(2,1)} & M_{(2,2)} & M_{(2,3)} & M_{(2,4)} \\ M_{(3,1)} & M_{(3,2)} & M_{(3,3)} & M_{(3,4)} \\ M_{(4,1)} & M_{(4,2)} & M_{(4,3)} & M_{(4,4)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{\theta}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_{(1,1)} & H_{(1,2)} & H_{(1,3)} & H_{(1,4)} \\ H_{(2,1)} & H_{(2,2)} & H_{(2,3)} & H_{(2,4)} \\ H_{(3,1)} & H_{(3,2)} & H_{(3,3)} & H_{(3,4)} \\ H_{(4,1)} & H_{(4,2)} & H_{(4,3)} & H_{(4,4)} \\ H_{(5,1)} & H_{(5,2)} & H_{(5,3)} & H_{(5,4)} \\ H_{(6,1)} & H_{(6,2)} & H_{(6,3)} & H_{(6,4)} \\ H_{(7,1)} & H_{(7,2)} & H_{(7,3)} & H_{(7,4)} \\ H_{(8,1)} & H_{(8,2)} & H_{(8,3)} & H_{(8,4)} \\ H_{(9,1)} & H_{(9,2)} & H_{(9,3)} & H_{(9,4)} \\ H_{(10,1)} & H_{(10,2)} & H_{(10,3)} & H_{(10,4)} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \\ \dot{\theta}_3^2 \\ \dot{\theta}_4^2 \\ \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_1\dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_2\dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_2\dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_3\dot{\theta}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{(1,1)} \\ G_{(2,1)} \\ G_{(3,1)} \\ G_{(4,1)} \end{bmatrix} g \quad (4.109)$$

Denklem 4.109'daki matris elemanlarının ifadesinde kullanılan bazı kısaltalar şöyledir.

$$C_1 = \text{Cos}(\theta_1), C_2 = \text{Cos}(\theta_2), C_3 = \text{Cos}(\theta_3), C_4 = \text{Cos}(\theta_4)$$

$$S_1 = \sin(\theta_1), S_2 = \sin(\theta_2), S_3 = \sin(\theta_3), S_4 = \sin(\theta_4)$$

$$S_{3+2} = \sin(\theta_2 + \theta_3), S_{4+3} = \sin(\theta_3 + \theta_4), C_{3+2} = \cos(\theta_2 + \theta_3), C_{4+3} = \cos(\theta_3 + \theta_4)$$

Denklem 4.109'daki matris elemanları;

$$M_{(1,1)} = \begin{pmatrix} m_2 \left(\frac{d_2^2}{4} (-C_2 + 2)^2 \right) \\ +m_3 \left((d_2 - C_2 l_3) - \frac{l_3}{2} (C_{2+3}) \right) \left(\frac{l_3}{2} (-C_{2+3} + 2(C_2 + d_2)) \right) \\ +m_4 \left(L_4 (C_{2+3}) + \frac{L_4}{2} (S_4 (S_{2+3}) - C_4 (C_{2+3})) - l_3 C_2 + d_2 \right)^2 \end{pmatrix} \quad (4.110)$$

$$M_{(1,2)} = 0 \quad (4.111)$$

$$M_{(1,3)} = 0 \quad (4.112)$$

$$M_{(1,4)} = 0 \quad (4.113)$$

$$M_{(2,1)} = 0 \quad (4.114)$$

$$M_{(2,2)} = \begin{pmatrix} (I_{zz_2} + I_{zz_3} + I_{zz_4}) + m_2 \left(\frac{d_2^2}{4} \right) + m_3 \left(l_3^2 \left(C_3^2 + S_3^2 + C_3 + \frac{1}{4} \right) \right) \\ +m_4 \left((S_4 L_4 + l_3 (S_{4+3}))^2 + \left(C_4 L_4 + \frac{L_4}{2} - l_3 (C_{4+3}) \right)^2 \right) \end{pmatrix} \quad (4.115)$$

$$M_{(2,3)} = \begin{pmatrix} (I_{zz_3} + I_{zz_4}) + m_3 \left(\frac{l_3^2}{4} (1 + 2C_3) \right) \\ +m_4 \left(L_4 \left(\left(S_4 + C_4 + \frac{1}{2} \right) (l_3 S_{4+3}) + \left(S_4^2 + C_4^2 + C_4 L_4 + \frac{L_4}{2} \right) \right) \right) \end{pmatrix} \quad (4.116)$$

$$M_{(2,4)} = \left(I_{zz_4} + m_4 \left(\frac{L_4}{2} \left(L_4 \left(C_4 + \frac{1}{2} \right) - l_3 C_{4+3} \right) \right) \right) \quad (4.117)$$

$$M_{(3,1)} = 0 \quad (4.118)$$

$$M_{(3,2)} = \left(\begin{array}{l} m_3 \left(\frac{l_3^2}{4} (2C_3 + 1) + I_{zz_3} + I_{zz_4} \right) \\ + m_4 \left((S_4 L_4 (S_4 L_4 + l_3 S_{4+3})) + \left(C_4 L_4 + \frac{L_4}{2} \right) \left(C_4 L_4 + \frac{L_4}{2} - l_3 C_{4+3} \right) \right) \end{array} \right) \quad (4.119)$$

$$M_{(3,4)} = \left(I_{zz_4} + m_4 \left(\frac{L_4^2}{4} (2C_4 + 1) \right) \right) \quad (4.120)$$

$$M_{(4,1)} = 0 \quad (4.121)$$

$$M_{(4,2)} = \left(I_{zz_4} + m_4 \frac{L_4}{2} \left(C_4 L_4 - l_3 C_{4+3} + \frac{L_4}{2} \right) \right) \quad (4.122)$$

$$M_{(4,3)} = \left(I_{zz_4} + m_4 \frac{L_4}{2} (C_4 L_4 + \frac{L_4}{2}) \right) \quad (4.123)$$

$$M_{(4,3)} = \left(I_{zz_4} + m_4 \frac{L_4^2}{4} \right) \quad (4.124)$$

$$H_{(1,1)} = 0 \quad (4.125)$$

$$H_{(2,1)} = 0 \quad (4.126)$$

$$H_{(3,1)} = 0 \quad (4.127)$$

$$H_{(4,1)} = 0 \quad (4.128)$$

$$H_{(5,1)} = \left(\begin{array}{l} m_2 \left(\left(\frac{d_2^2}{4} \right) (S_2 C_2 - 2S_2) \right) - \left(l_3 \left(2S_2 + \frac{3}{2} (C_{3-2}) \right) \right) \\ + m_3 \left(-\frac{l_3}{2} (C_{3+2} + 2C_2 - 2d_2) \right) \\ + m_4 \left(\left(L_4 C_{3+2} - \frac{L_4}{2} (S_4 (S_{2+3})) \right) \left(L_4 \left(\left((C_4 + 2) (S_{3+2}) \right) \right) \right) \right) \\ \left(+ C_4 (C_{3+2}) + l_3 C_2 - d_2 \right) \left(+ S_4 (C_{3+2}) \right) \end{array} \right) \quad (4.129)$$

$$H_{(6,1)} = \left(\begin{array}{l} \left(m_3 \frac{l_3^2}{4} (S_{3+2})(C_{3+2} + 2C_2 - 2d_2) \right) \\ + m_4 \left(\begin{array}{l} L_4(C_{3+2}) - \frac{L_4}{2}(S_4(S_{3+2})) \\ + C_4(C_{3+2}) + l_3 C_2 - d_2 \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} L_4 \left(((C_4 + 2)(S_{3+2})) \right) \\ + S_4(C_{3+2}) \end{array} \right) \end{array} \right) \quad (4.130)$$

$$H_{(7,1)} = \left(m_4 \left(\begin{array}{l} L_4(C_{3+2}) - \frac{L_4}{2}(S_4(S_{3+2})) \\ + C_4(C_{3+2}) + l_3 C_2 - d_2 \end{array} \right) \left(L_4(S_4(C_{3+2}) + (C_4(S_{3+2}))) \right) \right) \quad (4.131)$$

$$H_{(8,1)} = 0 \quad (4.132)$$

$$H_{(9,1)} = 0 \quad (4.133)$$

$$H_{(10,1)} = 0 \quad (4.134)$$

$$H_{(1,2)} = \left(\begin{array}{l} m_2 \left(\left(-S_2 \frac{d_2^2}{4} \right) (C_2 + 2) \right) \\ + m_3 \left(\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} + (2S_3 C_{3+2}) (2(d_2 + C_2 l_3) + l_3(C_{3+2})) \\ \left(\frac{l_3}{4} \right) \left(\begin{array}{l} S_2 C_2 (C_3^2 - S_3^2) \\ + S_3 C_3 (C_2^2 - S_2^2) \end{array} \right) \end{array} \right) \\ - (2C_3 + 1) \left(\begin{array}{l} \\ + 2(S_{3+2})(d_2 + C_2 l_3) \end{array} \right) \end{array} \right) \\ + \left(\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} S_4(C_{3+2}) \\ + C_4(S_{3+2}) \end{array} \right) \left(\frac{L_4}{2} \left(\begin{array}{l} l_3(C_{4+3}) \\ + L_4(C_4 + \frac{1}{2}) \end{array} \right) \right) \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} S_4(S_{3+2}) \\ - C_4(C_{3+2}) \end{array} \right) \\ + \left(\begin{array}{l} S_4(S_{3+2}) \\ - C_4(C_{3+2}) \end{array} \right) \left(\frac{L_4}{2} \left(\begin{array}{l} l_3(S_{4+3}) \\ + S_4 L_4 \end{array} \right) \right) \\ + m_4 \left(\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} S_4(S_{3+2}) \\ - C_4(C_{3+2}) \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} l_3(S_{4+3}) \\ + S_4 L_4 \end{array} \right) \right) \\ + \left(\begin{array}{l} S_4(C_{3+2}) \\ + C_4(S_{3+2}) \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} l_3(C_{4+3}) \\ + L_4(C_4 + \frac{1}{2}) \end{array} \right) \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} -L_4(C_{3+2}) \\ -(d_2 + C_2 l_3) \end{array} \right) \end{array} \right) \quad (4.135)$$

$$H_{(2,2)} = \left(m_4 \frac{L_4}{2} S_4 (1 - S_4) \right) \quad (4.136)$$

$$H_{(3,2)} = \left(m_3 \left(S_3 \frac{l_3^2}{2} \right) + m_4 \left(L_4 l_3 \left((C_4 - \frac{1}{2})(S_{4+3}) - (S_4(C_{4+3})) \right) \right) \right) \quad (4.137)$$

$$H_{(4,2)} = \left(m_4 \left(\frac{L_4}{2} (S_4 L_4 + l_3 (S_{4+3})) \right) \right) \quad (4.138)$$

$$H_{(5,2)} = 0 \quad (4.139)$$

$$H_{(6,2)} = 0 \quad (4.140)$$

$$H_{(7,2)} = 0 \quad (4.141)$$

$$H_{(8,2)} = \left(m_3 (S_3 l_3^2) + m_4 \left(L_4 l_3 \left(((2C_4 + 1)(S_{4+3})) - (2S_4(C_{4+3})) \right) \right) \right) \quad (4.142)$$

$$H_{(9,2)} = \left(m_4 L_4 (S_4 L_4 + l_3 (S_{4+3})) \right) \quad (4.143)$$

$$H_{(10,2)} = \left(m_4 L_4 (S_4 L_4 + l_3 (S_{4+3})) \right) \quad (4.144)$$

$$H_{(1,3)} = \left(\begin{array}{l} m_3 \left(\left(\frac{l_3}{4} \right) \left(\begin{array}{l} (-13(S_2 C_2 (C_3^2 - S_3^2) + S_3 C_3 (C_2^2 - S_2^2))) \\ -(2(S_{3+2})(d_2 + C_2 l_3)) \end{array} \right) \right) \\ + m_4 \left(\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} +(S_4 (C_{3+2}) + C_4 (S_{3+2})) \left(\frac{L_4^2}{2} (C_4 + \frac{1}{2}) \right) \\ +(S_4 (S_{3+2}) - C_4 (C_{3+2})) \left(\frac{L_4^2}{2} S_4 \right) \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} S_4 (S_{3+2}) \\ -C_4 (C_{3+2}) \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{l} +(S_4 (S_{3+2}) - C_4 (C_{3+2})) (L_4 S_4) \\ +(S_4 (C_{3+2}) + C_4 (S_{3+2})) \left(L_4 (C_4 + \frac{1}{2}) \right) \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} -L_4 (C_{3+2}) \\ -(d_2 + C_2 l_3) \end{array} \right) \end{array} \right) \end{array} \right) \quad (4.145)$$

$$H_{(2,3)} = \left(m_3 S_3 \frac{l_3^2}{2} + m_4 \left(\left(C_4 L_4 + \frac{L_4}{2} \right) (l_3 (S_{4+3})) - (S_4 L_4) (l_3 (C_{4+3})) \right) \right) \quad (4.146)$$

$$H_{(3,3)} = 0 \quad (4.147)$$

$$H_{(4,3)} = \left(m_4 S_4 \frac{L_4^2}{2} \right) \quad (4.148)$$

$$H_{(5,3)} = 0 \quad (4.149)$$

$$H_{(6,3)} = 0 \quad (4.150)$$

$$H_{(7,3)} = 0 \quad (4.151)$$

$$H_{(8,3)} = 0 \quad (4.152)$$

$$H_{(9,3)} = (m_4 S_4 L_4^2) \quad (4.153)$$

$$H_{(10,3)} = (m_4 S_4 L_4^2) \quad (4.154)$$

$$H_{(1,4)} = \left(\left(S_4 (C_{3+2}) + C_4 (S_{3+2}) \right) \left(\left(m_4 \frac{L_4^2}{4} \right) \left(-2((S_{3+2}) + (d_2 + C_2 l_3)) \right) \right) \right) \left(+ (S_4 (S_{3+2}) - C_4 (C_{3+2})) \right) \right) \quad (4.155)$$

$$H_{(2,4)} = \left(m_4 \left(-\frac{L_4}{2} \right) (S_4 L_4 + l_3 (C_4 S_3 + S_4 C_3)) \right) \quad (4.156)$$

$$H_{(3,4)} = \left(m_4 \left(-\frac{L_4}{2} \right) (S_4 L_4) \right) \quad (4.157)$$

$$H_{(4,4)} = 0 \quad (4.158)$$

$$H_{(5,4)} = 0 \quad (4.159)$$

$$H_{(6,4)} = 0 \quad (4.160)$$

$$H_{(7,4)} = 0 \quad (4.161)$$

$$H_{(8,4)} = m_4 (-S_4 L_4^2) \quad (4.162)$$

$$H_{(9,4)} = 0 \quad (4.163)$$

$$H_{(10,4)} = 0 \quad (4.164)$$

$$G_{(1,1)} = 0 \quad (4.165)$$

$$G_{(2,1)} = \left(\begin{array}{l} m_2 \left(C_2 \frac{d_2}{2} \right) + m_3 \left(l_3 \left((S_3)(S_{3+2}) + \left(C_3 + \frac{1}{2} \right) (C_{3+2}) \right) \right) \\ \left(\left(-S_4 \frac{L_4}{2} + l_3 (C_4 (S_{4+3}) - S_4 (C_{4+3})) \right) (S_{3+2}) \right) \\ m_4 \left(\begin{array}{l} L_4 \left(S_4^2 + C_4^2 + \frac{C_4}{2} \right) \\ + l_3 (C_4 (S_{4+3}) + S_4 (S_{4+3})) \end{array} \right) (C_{3+2}) \end{array} \right) \quad (4.166)$$

$$G_{(3,1)} = \left(m_3 \left(\frac{l_3}{2} C_{3+2} \right) + m_4 \left(L_4 \left(\begin{array}{l} \left((C_{4+3}) - \frac{S_4}{2} \right) (S_{3+2}) \\ + \left(S_4^2 + C_4^2 + \frac{C_4}{2} \right) (C_{3+2}) \end{array} \right) \right) \right) \quad (4.167)$$

$$G_{(4,1)} = m_4 \left(-\frac{L_4}{2} \right) (S_4 (S_{3+2}) - C_4 (C_{3+2})) \quad (4.168)$$

İfade edilir.

BÖLÜM 5. ROBOT KONTROLÜ

5.1. Giriş

Robot kontrolünün amacı, robotun uç noktasının verilen yörüngeyi veya bir noktayı en uygun şekilde izlemesini sağlamaktır. Bunun için önce sistem matematiksel olarak ifade elde edilmeli ve uygun bir kontrolör tasarlanmalıdır. Günümüzde robot kolu kontrol sistemlerinde genel yaklaşım, her bir kolun birbirinden bağımsız servo mekanizmalar olarak düşünülmesi üzerine yapılmaktadır [30].

Robot kollarının kontrolüyle ilgili hız kontrolü, tork kontrolü gibi çeşitli yaklaşımlar üzerinde çalışmalar yapılmıştır. Ancak bu çalışmalarda sistemin tam bir matematiksel modeli elde edilemediğinden kontrolörler çok iyi sonuç vermemiştir. Bu sebeple araştırmacılar bulanık mantık, kayan kipli kontrol ve adaptif kontrol gibi üst düzey kontrol yöntemlerini uygulamışlardır [30].

Kontrolün amacı, bir işlemdeki değişkenlerin istenilen şekilde davranması için giriş sinyalleri üretmektir. Bir başka ifadeyle sisteme uygun bir giriş uygulayarak, arzu edilen çıkışı elde etmektir. Mühendislik kontrol sistemleri açık çevrimli kontrol ve kapalı çevrimli kontrol olmak üzere iki gruba ayrılır. Bir kontrol çevriminde kontrol ve kumanda, sistemin çıkışlarına bağlı olarak belirlenmiyorsa kontrol çevrimi açıktır. Bir başka deyişle, çıkışlar kumandayı kontrol sistemi içinde doğrudan etkilememektedir. Bu tür kontrol genellikle sistem yapısının ve sistem girişlerinin önceden çok iyi bilindiği uygulamalarda kullanılır. Sisteme referans ile gerçek çıkış arasındaki farka (hata) göre giriş uygulanıyorsa, buna kapalı çevrimli kontrol adı verilir. Sistem çıkışındaki değişmeler, sisteme uygulanacak kumandanın belirlenmesi için geri gönderilir. Bu nedenle kapalı çevrimli kontrole "geri beslemeli kontrol" de denir.

Robot kontrol sisteminin yapısı, yerine getirilecek görevin karmaşıklığı ile değişir. Basit robotlar, hareketi kontrol etmek için pnömatik, mekanik veya basit elektriksel mantık kontrolörleri kullanırlar. Karmaşık endüstriyel robotlarda, her eklem konumu veya hareket eksenini kapalı döngülü servo sistemiyle kontrol edilir. Bu kontrolörler, eklem hareketlerini kontrol etmek için algılayıcılardan sürekli konum bilgisi alırlar.

Robotlara uygulanabilecek kontrol metotları, doğrusal ve doğrusal olmayan olmak üzere iki kısımda incelenebilir. Genel olarak, eğer sistemin matematiksel modeli doğrusal diferansiyel denklemlerle ifade edilebiliyorsa doğrusal kontrol kullanılabilir. Ancak robot dinamiğinin doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerle ifade edilmesi daha doğrudur. Buna rağmen bazı yaklaşımlarla robot modeli, doğrusal diferansiyel denklemlerle oluşturulmakta ve önemli sonuçlar alınabilmektedir. Bu yüzden doğrusal kontrol metotları hala endüstride sıkça uygulanmaktadır. Ayrıca doğrusal kontrol, doğrusal olmayan kontrolün de temelini oluşturmaktadır.

Bu bölümde “PID kontrol”, “Bulanık mantık kontrol”, “Kayan kipli kontrol”, “Adaptif kontrol”, “Bulanık tabanlı PID kontrol ve Bulanık tabanlı kayan kipli kontrol” yöntemleriyle dört serbestlik dereceli puma tipli endüstriyel robot kolu kontrolünün simülasyonu yapılacaktır.

5. 2. PID Kontrol

PID, modern kontrol teorisinin ortaya çıkışından bu yana en çok kullanılan kontrol sistemlerinden biridir. Ancak bu kontrol sistemi, endüstriyel uygulamalarda çok sık karşılaşılan, ayar noktasının değişimi, çalışma şartlarının değişimi, sistemin durdurulup tekrar çalıştırılması ve bir takım dış bozucu sinyaller nedenlerle sistemin en uygun hassasiyette kontrol edilmesine engel oluşturabilmektedir.

5.2.1. PID kontrolörün yapısı ve özellikleri

PID kontrolör, kontrolü güç ve karmaşık sistemlerde başarımlarına göre oransal, oransal+türevsel, oransal+integral ve oransal+integral+türevsel kontrolün kullanılmasına olanak veren bir yöntemdir.

Kısaca bu kontrolü tanımlayacak olursak; oransal kontrolde oluşan offset oransal+integral kontrolle giderilebilir. Ancak, meydana gelen aşımalar bu kontrole türevsel etkinin de eklenmesi ile minimum seviye indirilir veya tamamen kaldırılır. Bu kontrol yönteminin bu kadar yüksek oranda kullanılmasının sebeplerini şu şekilde açıklayabiliriz;

PID kontrolörleri dayanıklı ve tasarımları basittir, bu nedenle yaygın olarak kullanılan bir kontrol yöntemidir. PID ile sistem cevabına ait parametreler arasında belirgin bir ilişki mevcuttur. Bir PID kontrolörü sadece üç adet parametreye sahiptir. Bu nedenle operatörler bu parametrelerin etkileri ve sistem cevabı hakkında yeterli bilgiye sahip olabilirler.

PID, “Proportional”, “Integral”, “Derivative” sözcüklerinin baş harfinden oluşur:

- I. Oransal: herhangi bir geri besleme sisteminden alınan bilginin istenen değerle karşılaştırılması ve hata ile orantılı kontrol sinyali üretilmesi,
- II. İntegral: proses hatasının zaman integralinin alınarak belli bir oranda kontrol sinyaline eklenmesi,
- III. Türev: prosesin izlenmesi sonucu elde edilen birim zamandaki proses değişim bilgisinin belli bir oranda kontrol sinyaline katkıda bulunması.

Oransal, integral ve türev işlemlerinin hangi ağırlıkta çıkış sinyaline etki edeceğinin saptanmasına ise parametre ayarı denir.

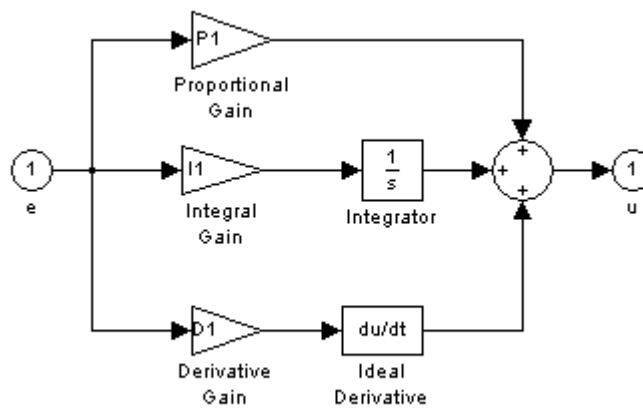
PID kontrolör doğrusal bir kontrolördür. Hata sinyali $e(t)$ ' yi kontrol sinyali $u(t)$ ' ye çevirir. Doğrusal bir kontrolör olduğundan zaman ve frekans tanım alanında incelenebilir. Zaman alanında kontrol sinyali şu şekildedir:

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{d}{dt} e(t) \right) \quad (5.1)$$

Bu gösterime standart gösterim adı verilir. Bu ifadede $u(t)$, kontrol işareti; $e(t)$, hata işareti; K_p , kazanç; T_i , integral zaman sabiti; T_d , türev zaman sabitidir. Laplace dönüşümü yapıldıktan sonra denklem şu şekilde ifade edilir:

$$U(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) E(s) \quad (5.2)$$

Temel olarak kontrolör üç terimden oluşur. Birinci terim hata sinyali ile ikinci terim hata sinyalinin integrali ve üçüncü terim hata sinyalinin türevi ile orantılıdır. Orantı işlemi (P), proses değerindeki bir değişime çabuk cevap verdiği için hızlıdır. Orantı terimi yüzünden sabit hata, sabit kontrol işlemine neden olur. İntegral işlemi (I), hata sabit kaldığı sürece kontrol işleminin büyümesine yol açar. Dolayısıyla İntegral kontrolör kullanılarak hata daima azaltılır. Oransal kontrolör ile kıyaslandığında İntegral kontrolör daha yavaş tepki verir. Bir hata ortaya çıktığı anda türev işlemi (D) çok çabuk devreye girer. Ancak hatanın değiştiği anlarda etkindir.



Şekil 5.1. PID Kontrolörün blok diyagramı

Şekil 5.1’ de görüldüğü üzere kapalı çevrim hatası (e) PID kontrole girmekte, çıkışta ise robot kolunun tork (u) ifadesi elde edilmektedir. PID denetleyici, üç temel denetleyici etkisinin üstünlüklerini tek bir birim içinde birleştiren bir kontrol etkisidir. İntegral etki sisteminde ortaya çıkabilecek kalıcı durum hatasını sıfırlarken türev etkide, yalnızca PI kontrolör etkisi kullanılması haline göre sistemin aynı bağıl kararlılığı için cevap hızını artırır. Buna göre PID kontrolör organı sistemde sıfır kalıcı durum hatası olan hızlı bir cevap sağlar. Burada K_p , K_i ve K_d parametrelerinin uygun bir ayarı ile uygun bir denetleyici sağlanabilir. Eğer bu katsayılar uygun bir şekilde ayarlanmayacak olursa, PID denetleyicinin sağlayacağı üstün özelliklerden yararlanılamaz [31].

5.2.2. PID kontrolörün parametrelerinin tespiti

Endüstriyel uygulamalarda, PID’lerin programlaması ve yapıları çok farklılık göstermez, bunların Standardt hale getirildiği bile söylenebilir. PID kontrolöründen azami derecede faydalanabilmek için parametre tayinini çok iyi yapmak gerekmektedir. Literatürde parametre tayininin birçok yöntemle yapılabildiği görülür. Bu yöntemlerden en çok kullanılan Ziegler-Nichols Metodudur.

5.2.2.1. Ziegler-Nichols yöntemi

1942 yılından buyana kullanılan yaygın bir yöntemdir. Metot, kontrolör parametrelerini çok basit formüllere dayanarak hesaplamaya imkân verdiği için uygulamada oldukça sık kullanılmaktadır. Ancak bu hesap kolaylığı, metodun her zaman en uygun çözümü vereceğini göstermez. Metot yine de, parametreler hakkında kabaca bir ön fikir edinmek için kullanılabilir.

Ziegler-Nichols Metodunun ilki basamak yanıt metodudur. Sistemin basamak yanıtından ölü zaman “L” ve yanıtın eğimi “K” olmak üzere $K=a/L$ şeklinde “a” parametresi tespit edilir. Daha sonra aşağıdaki Tablo 5.1’deki gibi kontrolör parametreleri belirlenir.

Tablo 5.1. Ziegler-Nichols yöntemine göre kontrolör parametrelerinin tespiti

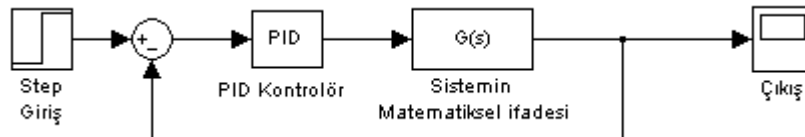
| Kontrolör Tipi | K | T_i | T_d |
|----------------|---------|---------|-------|
| P | L/a | - | - |
| PI | $0.9/a$ | $3.33L$ | - |
| PID | $1.2/a$ | $2L$ | $L/2$ |

Ziegler-Nichols ikincisi ise frekans yanıtı metodu'dur. Sistem oransal kontrolör kullanılarak kapalı çevrim çalıştırılır. Bu halde oransal kontrolör parametresi "K" sürekli artırılarak çıkış gözlenir. Sistem çıkışının osilasyon yapmaya başladığı ana ait "K" değeri " K_u ", bu osilasyonun periyodu ise " T_u " olarak tanımlanır. Tanımlanan değer Tablo 5.2'deki yerine konulur ve kontrolör parametreleri hesaplanır.

Tablo 5.2. Ziegler-Nichols Frekans Yanıtı Metodu ile Kontrolör Parametrelerinin Tespiti

| Kontrolör Tipi | K | T_i | T_d |
|----------------|-----------|-----------|-------------|
| PID | $0.6 K_u$ | $0.5 T_u$ | $0.125 T_u$ |
| 1. kol | 700 | 900 | 225 |
| 2. kol | 1300 | 1500 | 375 |
| 3. kol | 1100 | 1300 | 325 |
| 4. kol | 1000 | 1200 | 300 |

Ziegler-Nichols yöntemi her zaman parametrelerin tam değerlerini vermeyebilir ancak bir tahmin olanağı sağlar, dolayısıyla PID parametreleri tespitinden sonra istenilen özellikleri sağlayıp sağlamadığını test etmek amacıyla birim basamak cevabı elde etmek gereklidir. Bu amaçla şekil 5.2'deki gibi bir blok diyagramı tasarlanabilir.



Şekil 5.2. PID Kontrolörünün birim basamak giriş cevabı

Sistemin basamak cevabı kontrol edilirken dikkat edilmesi gereken bazı kavramlar vardır. Bunların bazıları; yükselme zamanı, aşım miktarı, oturma zamanı ve kalıcı hatalardır. Bunlar performans parametreleri diye de adlandırılabilir. Eğer bu değerler istenilen ölçülerde değilse tekrar parametre ayarlaması yapmak gerekecektir. PID parametrelerinin bu performans ölçütlerini ne şekilde değiştirdiği ifade edilebilir.

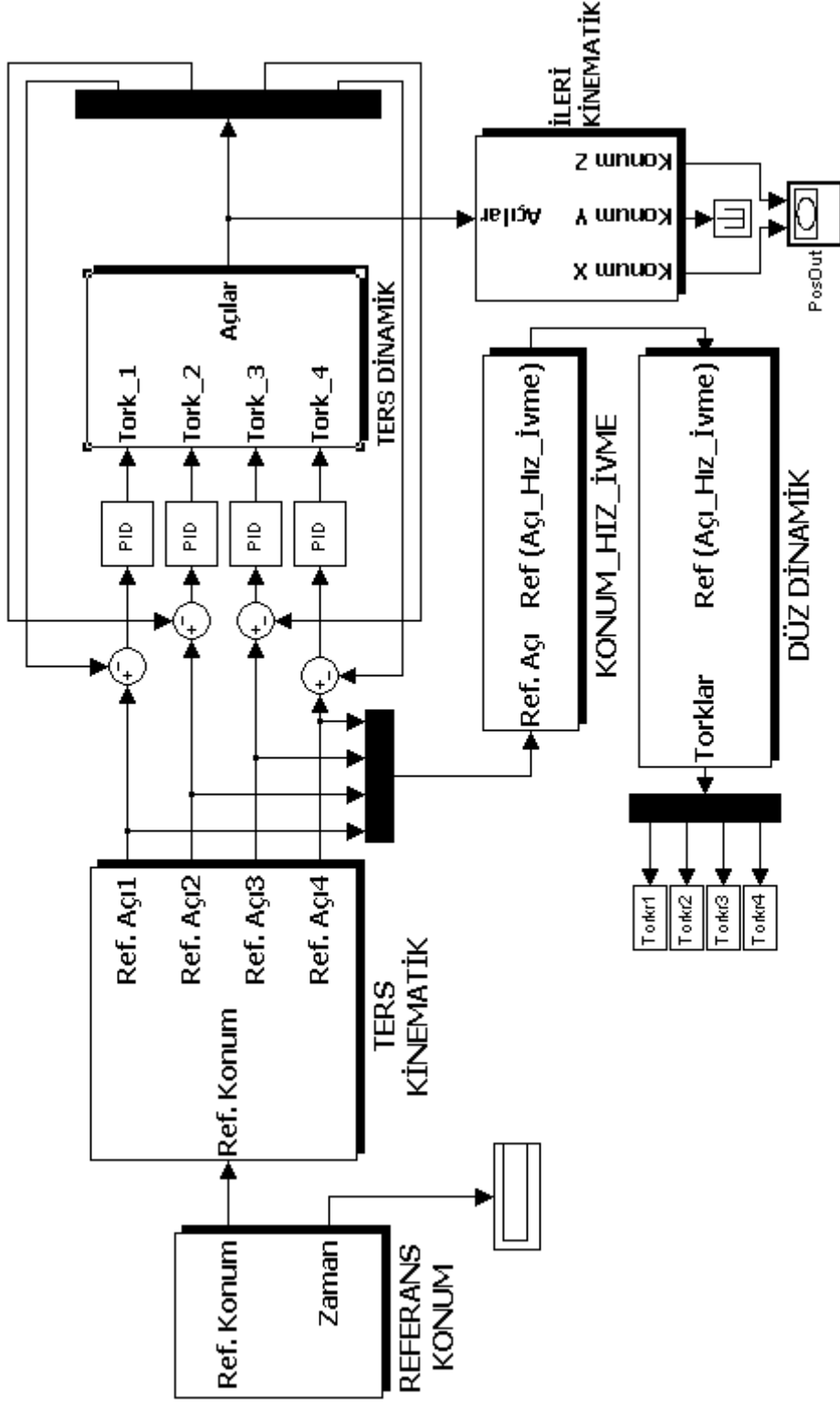
Oransal denetleyicilerin (K_p), yükselme zamanını azaltmada etkisi vardır ve azaltır, ama asla tamamen yok etmez (kararlı hal hatası). İntegral denetleyicinin (K_i) kararlı hal hatasının çıkarılmasında etkisi vardır, ancak bu geçici tepkinin daha kötü olmasına sebep olabilir. Türevsel denetleyicinin (K_d) sistemin kararlılığının artmasında etkisi vardır, aşmayı azaltır ve geçici tepkiyi düzeltir. Kapalı döngülü bir sistemde, her bir denetleyicinin etkisi K_p , K_d ve K_i tabloda özet olarak gösterilmiştir.

Tablo 5.3. Kapalı çevrimli bir sistemde PID parametrelerinin performans ölçütlerine etkisi

| Katsayılar | Yükselme Zamanı | Aşım Miktarı | Oturma Zamanı | Kalıcı Hata |
|------------|-----------------|--------------|---------------|-------------|
| K_p | Azalıır | Artar | Az Değişir | Azalıır |
| K_i | Azalıır | Artar | Artar | Yok olur |
| K_d | Az Değişir | Azalıır | Azalıır | Az Değişir |

Unutulmamalı ki bu düzeltmeler tam olarak geçerli değildir. Çünkü K_p , K_i ve K_d birbirlerine bağımlıdır. Yani değişkenlerden birinin değişimi diğer ikisinin etkisini değiştirebilir. Bu yüzden tablo K_i , K_p ve K_d değerlerinin belirlenmesinde sadece bir referanstır.

Şekil 5.3'de dört serbestlik dereceli puma tipinde endüstriyel robot kolunun PID Kontrollü simulink diyagramı gösterilmiştir. Diyagramda istenilen referans konuma göre ters kinematik ifadeler yardımıyla referans açıları belirlenir. PID kontrolör sistem hatasını girdi olarak kabul eder ve çıkış olarak tork ifadesini hesaplar. Hesaplanan tork ifadesi ters dinamik ifadeler yardımıyla açığa dönüştürülür. Düz dinamik ifadeler yardımıyla hesaplanan açıları konuma dönüştürülür. Elde edilen açı değerleri referans açı değerlerinden çıkarılarak sistem hatası hesaplanır.



Şekil 5.3. Dört serbestlik dereceli puma tipinde endüstriyel robot kolunun PID kontrollü simülünk diyagramı

5.3. Bulanık Mantıklı Kontrol

Gelişen teknoloji ile beraber kontrol alanındaki çalışmalar da hız kazandı. Evrendeki her şeyin siyah ve beyaz olmadığı, gri renklerin de var olduğu düşüncesi aslında bulanık mantığın ortaya çıkış nedenlerindedir. Dünyadaki birçok sistem karmaşık ve belirsiz yapıdadır, dolayısıyla bu sistemleri ifade etme noktasında kesin yargılar çoğu zaman yetersiz kalmaktadır. Bu nedenle, California Berkeley Üniversitesinden Lotfi Zadeh 1965 yılında klasik Aristo mantığına alternatif olarak Bulanık mantık teorisini tanımlamıştır [32]. Bilgisayar mantığındaki kesinliğin yerine insan düşünce sisteminde bulunan belirsizliklere göre matematiksel bir yöntem olarak bulanık mantığı sunmuştur. Bulanık mantığın amacı bilgisayarın insan gibi düşünmesini sağlamak amacıyla insan ile bilgisayar arasındaki engeli ortadan kaldırmaktır [33].

5.3.1 Bulanık mantık

Bulanık mantık, temel olarak yaklaşıklık ve kesin olmama gibi insan düşüncesinde ve doğada var olan belirsizliği kullanmaktadır. Bulanık mantıkla günlük konuşmalarda kullanılan belirsiz ifadeler tanımlanabilmekte ve bu dilsel niteleyiciler kullanılarak insan benzeri sonuç çıkarma işlemleri gerçekleştirilebilmektedir.

İnsan, çevresinde ilgisini çeken birçok durumun yorumlanmasında, sayısal bilgiden daha çok kendi görüş, değer yargısı, takdir ve düşüncelerini kullanmaktadır. Bu düşüncelerin anlamlı olmaları ve başkalarına iletilebilmesi için dil kullanılmaktadır. Fakat dil içinde de belirsizlik içeren birçok kelime bulunmaktadır. Örneğin, “hava sıcak” denildiğinde herkes hava kelimesinin günlük hayattaki kullanımını kesinlikle anlamaktadır ancak “sıcak” kelimesinin ifade ettiği anlam göreceli olarak birbirinden farklı olabilir. Kutuplarda bulunan bir kişinin sıcak için 15 °C’yi algılamasına karşılık ekvator civarındaki bir kişi için bu 35 °C olabilir. Arada birçok kişinin görüşü olarak başka dereceler de bulunabilir. Böylece “sıcak” kelimesi altında insanların anlatmaya çalıştığı, sayısal anlayışın sonucu olarak belirsiz bir durum ortaya çıkar. Bu şekilde kelimelerin kastettikleri belirsizliklere bulanıklık denir [34].

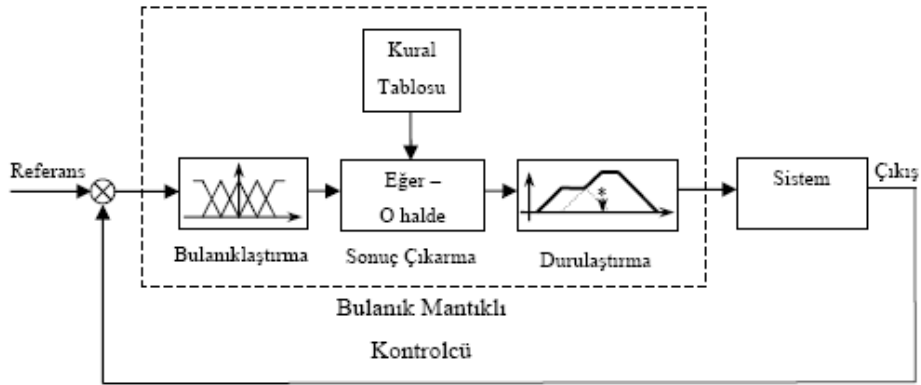
5.3.2. Bulanık kümeler

Bulanık mantık, günlük hayatımızda kullandığımız ve davranışlarımızı yorumladığımız yapıya ulaşmamızı sağlayan matematiksel bir disiplindir. Bulanık mantığın temelini bulanık küme kuramı oluşturmaktadır. Bulanık küme kuramı ise Aristo klasik küme kuramının biraz daha geliştirilmiş bir ifadesidir.

Klasik kümelerde bir eleman ya klasik kümeye aittir ya da ait değildir, dolayısıyla klasik kümelerde net bir kesinlik söz konusudur. İnsan davranışları ele alındığında, davranışların bu şekilde klasik kümeler kullanılarak yorumlanması mümkün değildir. Çünkü insanlar için varlık ve yokluk kavramlarının yanında kısmi varlık ve kısmi yokluk kavramları da vardır. Örneğin sıcak ve soğuk kavramlarının yanında ılık, hafif sıcak, çok sıcak ya da hafif soğuk gibi ara değerleri de içeren kavramlar insan anlayışı içinde yer tutmaktadır. Dolayısıyla bu ara değerleri de içermesiyle yani insan davranış ve düşüncelerini yorumlayacak ve kapsayacak bir matematiksel ifadelendirmeye ihtiyaç vardır. Bu ihtiyaç ise ara değerlerin de dikkate alındığı "Bulanık küme" teorisiyle ortadan kaldırılabilir. Böylece gerçek dünya dilinde kullanılan bir takım kavramsal değişkenler yardımıyla "biraz sıcak", "çok soğuk", "yavaş" gibi günlük yaşantıda da çok kullanılan kelimeler dikkate alınarak, insan mantığına en yakın doğrulukta, karmaşık sistemlerin kontrolü gerçekleştirilebilir.

5.3.3. Bulanık mantıklı kontrol tasarımı

Bulanık sistemler genelde "eğer - o halde" kuralları ile tanımlanmıştır. Bu tür sistemler, "Kural tabanlı bulanık sistemler" olarak adlandırılır. Bulanık sistemler modelleme, veri çözümlemesi, kestirim ve kontrol gibi farklı amaçlar için kullanılabilirler.

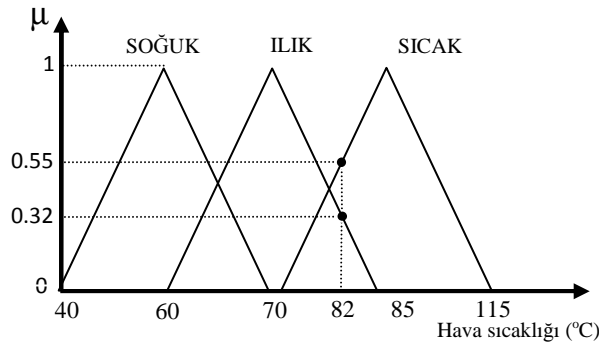


Şekil 5.4. Bulanık mantık kontrolörün genel yapısı

Bulanık mantıklı kontrolörün yapısı Şekil 5.4'te gösterilmiştir. Bulanık mantıklı kontrolör bulanıklaştırma, sonuç çıkarma ve durulaştırma aşamalarından oluşmaktadır. İlk aşamada kullanılan değişkenler için üyelik fonksiyonları tanımlanır ve böylece kesin değerler bulanık değerlere dönüştürülür. İkinci aşama olan sonuç çıkartmada ise daha önceden sistem hakkında sahip olunan bilgiye dayanarak hazırlanan kural tablosu kullanılarak, sisteme yapılan girişlere göre kontrolör çıkışının ne olacağına karar verilir. Durulaştırma aşamasında ise bulanık olarak elde edilen çıkış değerleri, kullanılabilir kesin değerlere dönüştürülür.

5.3.3.1. Bulanıklaştırma

Bulanık kontrolör gerçek dünyadaki değişkenleri kendi sistemi içinde tanımlayabilmek için, gerçel işaretleri, bulanık değişkenler kümesine dönüştürmektedir. Bulanıklaştırma safhasında, gelen gerçel sinyallere karşılık düşecek üyelik fonksiyonları oluşturulmaktadır.



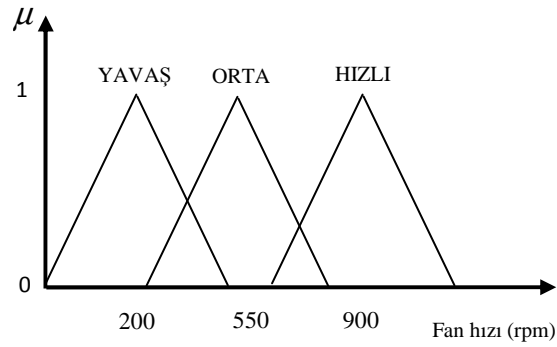
Şekil 5.5 Hava sıcaklığını gösteren üçgen üyelik fonksiyonu

Şekil 5.5'te hava sıcaklığı ölçümüne karşılık oluşturulan üyelik fonksiyonları gösterilmektedir ve görüleceği gibi sıcaklık değişkenini bulandırmak için, “soğuk”, “ılık” ve “sıcak” durumlarını gösteren 3 ayrı bulanık küme tanımlanmaktadır. Bu kümeler birbirlerini kısmı olarak kapsamaktadır. Dolayısı ile bir gerçel giriş, bir ya da daha fazla bulanık kümece tanımlanabilmektedir. Yukarıdaki örnekte 82 °C sıcaklık giriş değeri 0.32'lik üyelik derecesiyle “ılık” kümesine ve 0.55'lik üyelik derecesiyle “sıcak” kümesine aittir.

5.3.3.2. Sonuç çıkarma

Sonuç çıkarma, giriş ve çıkış değerleri için üyelik fonksiyonları belirlendikten sonra giriş değerleri ile çıkış cevapları arasında bağlantıyı belirlemek için oluşturulmaktadır. Sonuç çıkarma bir başka değişle kural tablosu oluşturmada kurallar; “eğer - o halde” şeklinde tanımlanmaktadır.

Hava sıcaklığını tanımlayan üyelik fonksiyonları Şekil 5.5, giriş değişkenlerini bulanık forma dönüştürmek için kullanılan üyelik fonksiyonları olarak alınır, çıkış değişkenleri için üyelik fonksiyonları Şekil 5.6'daki gibi tanımlanırsa, basit bir fan sistemi için kural tabanı oluşturulabilir [35].



Şekil 5.6. Fan hızını gösteren üçgen üyelik fonksiyonu

Hava sıcaklığını giriş üyelik fonksiyonları, fan hızını da çıkış üyelik fonksiyonları olarak alındığında aşağıdaki kurallar oluşturulabilir.

- I. Eğer Hava Sıcaklığı “sıcak” ise , o halde Fan “hızlı” çalışacak.
- II. Eğer Hava Sıcaklığı “ılık” ise , o halde Fan “orta” çalışacak.
- III. Eğer Hava Sıcaklığı “soğuk” ise, o halde Fan “yavaş” çalışacak.

Sekil 5.4’teki giriş üyelik fonksiyonundan görüleceği üzere, 82 °C giriş sıcaklık değeri için iki kural belirlenir, bunlar;

- I. Eğer Hava sıcaklığı “ılık” ise, o halde fan orta hızla çalışmaktadır ve 82 °C için 0.32’lik bir kuvvetle ateşlenmektedir.
- II. Eğer Hava sıcaklığı “sıcak” ise, o halde fan orta hızla çalışmaktadır ve 82 °C için 0.55’lik bir kuvvetle ateşlenmektedir.

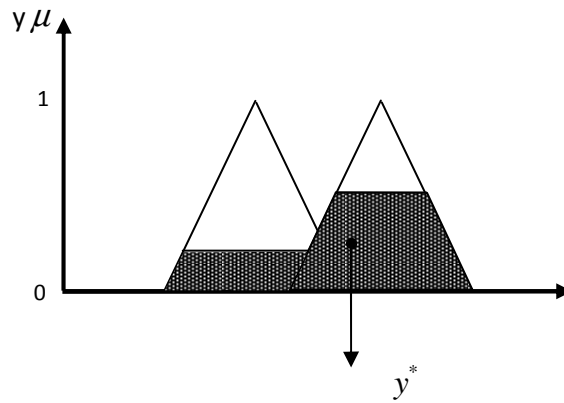
Bu örnekte, bulanık kural tabanı, fazla giriş/çıkış değişkenine bağlı olmasa da “eğer - o -halde” olarak tanımlanan kurallarla birden çok giriş ve çıkış değişkeni için bulanık kural tabanları oluşturulabilir. Bu bulanık kurallar dilsel değişkenlerle oluşturulduğu için, çok çeşitli kural tabanları oluşturmak mümkündür, bu da doğrusal yapıya sahip olmayan sistemlerin bile kontrolüne olanak sağlamaktadır.

5.3.3.3. Durulama

Bulanık kontrolörün son aşamasında elde ettiği bulanık çıkış değişkenlerini tekrar gerçel değişkenlere dönüştürmesi işlemine durulama denir. Durulama işlemi için ağırlıkların merkezi, alanlar toplamının merkezi, en büyük alanın merkezi, yüksekliklerin ortalaması gibi çeşitli yöntemler vardır. Bunların en yaygın olarak kullanılanı ağırlıkların merkezi yöntemidir.

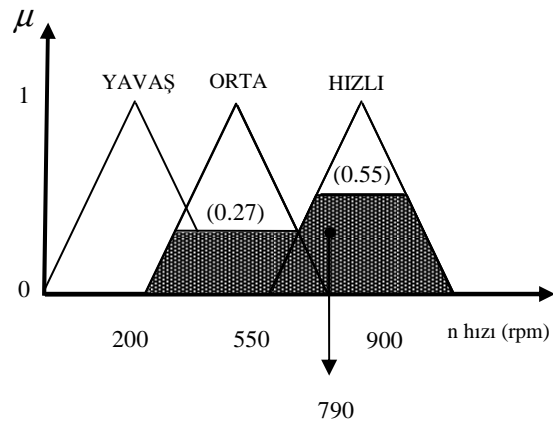
$\mu_B(y)$ bulanık bir küme olarak kabul edilirse, ağırlık merkezi durulama yöntemi denklemi, ayırık durumda 5.3'teki formül ile hesaplanmaktadır.

$$y^* = \frac{\sum y \mu_B(y)}{\sum \mu_B(y)} \quad (5.3)$$



Şekil 5.7 Ağırlık merkezi durulama yöntemi grafiği

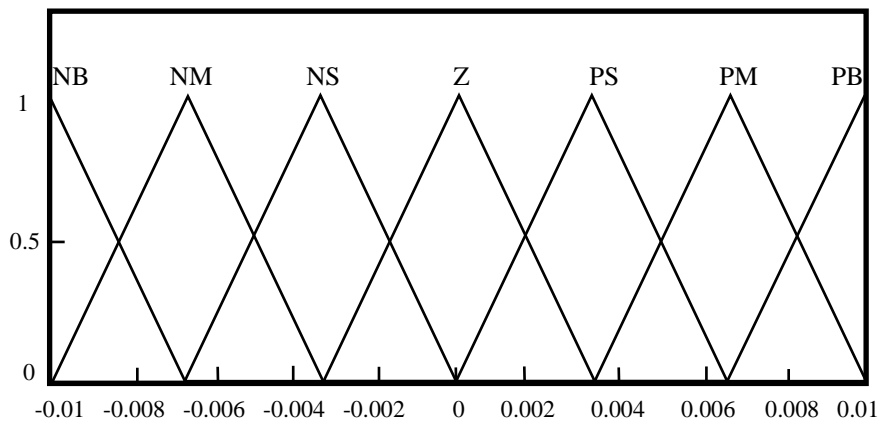
Ağırlık merkezi durulama yönteminin genel grafiği Şekil 5.7'de gösterilmiştir. Giriş ve çıkış üyelik fonksiyonları Şekil 5.5 ve Şekil 5.6'da gösterilen, bulanık kontrol tabanı oluşturulan 82 °C gerçel giriş için ağırlık merkezi durulama yöntemiyle durulanışı Şekil 5.8'de görülmektedir.



Şekil 5.8 Fan hızı çıkış değerinin ağırlık merkezi durulama yöntemiyle hesaplanması

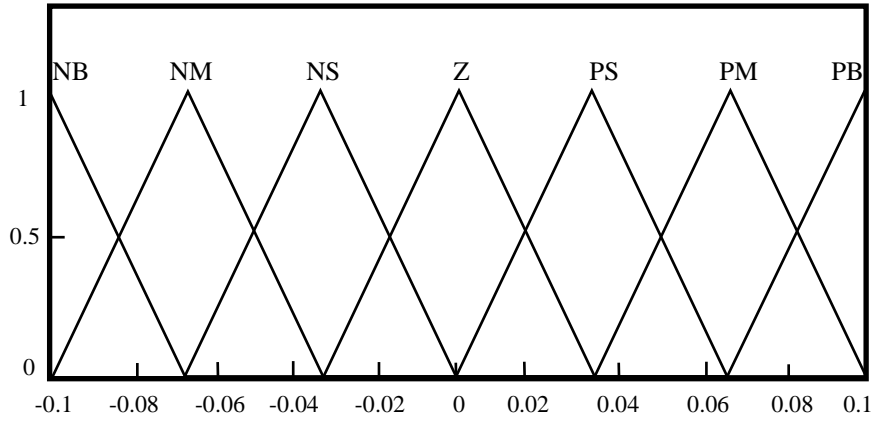
Sonuç olarak, örnekte verilen bulanık kontrolör ile, 82 °C sıcaklık girişi için 790 rpm'lik bir fan hızı çıkışı elde edilmektedir.

Çalışmadaki robot sisteminin birinci kolu için üyelik fonksiyonları ve kural tablosu oluşturulmuştur. Diğer kollar da aynı şekilde tasarlanabilir.



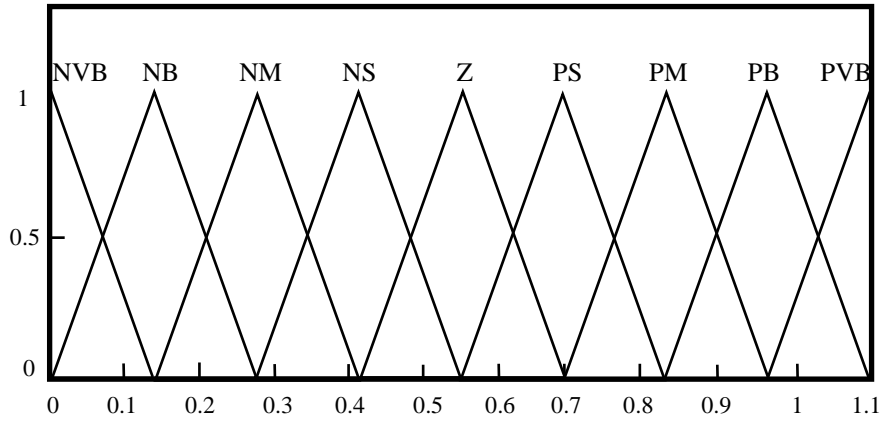
5.9. Birinci kol için hatanın üyelik fonksiyonu

Şekil 5.9'da birinci kol için, hata üyelik fonksiyonu bulanık mantığa göre [-0.01 0.01] aralığında oluşturulmuştur.



5.10. Birinci kol için açı hatasının türevinin üyelik fonksiyonu

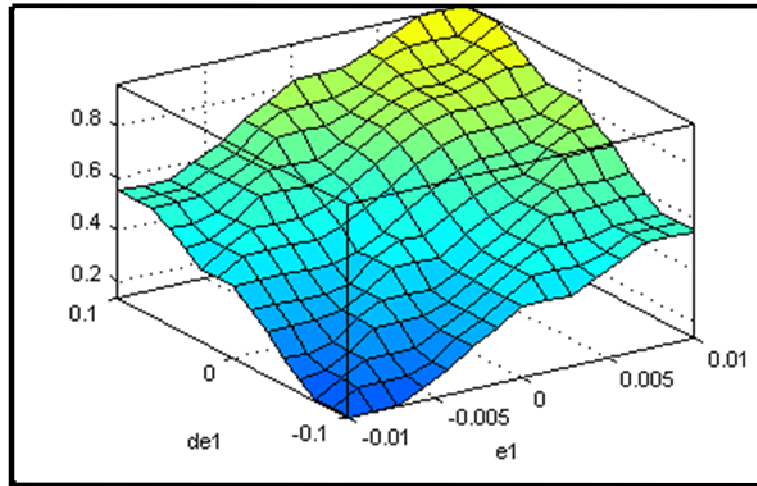
Şekil 5.10'da birinci kol için, hatanın türevi üyelik fonksiyonu bulanık mantığa göre [-0.1 0.1] aralığında oluşturulmuştur.



5.11. Çıkış üyelik fonksiyonu

Şekil 5.11'da birinci kol için, tork ifadesi üyelik fonksiyonu bulanık mantığa göre [0 1.1] aralığında oluşturulmuştur.

Şekil 5.9, 5.10 ve 5.11'de geçen hata (e) ve hatanın türevini (de) bulanık mantığa göre ifadesinde kullanılan "NVB" negatif çok büyük, "NB" negatif büyük, "NM" negatif orta, "NS" negatif küçük, "Z" sıfır, "PS" pozitif küçük, "PM" pozitif orta, "PB" pozitif büyük, "PVB" pozitif çok büyük olarak ifade edilir.



5.12. Kontrol kural yüzeyi

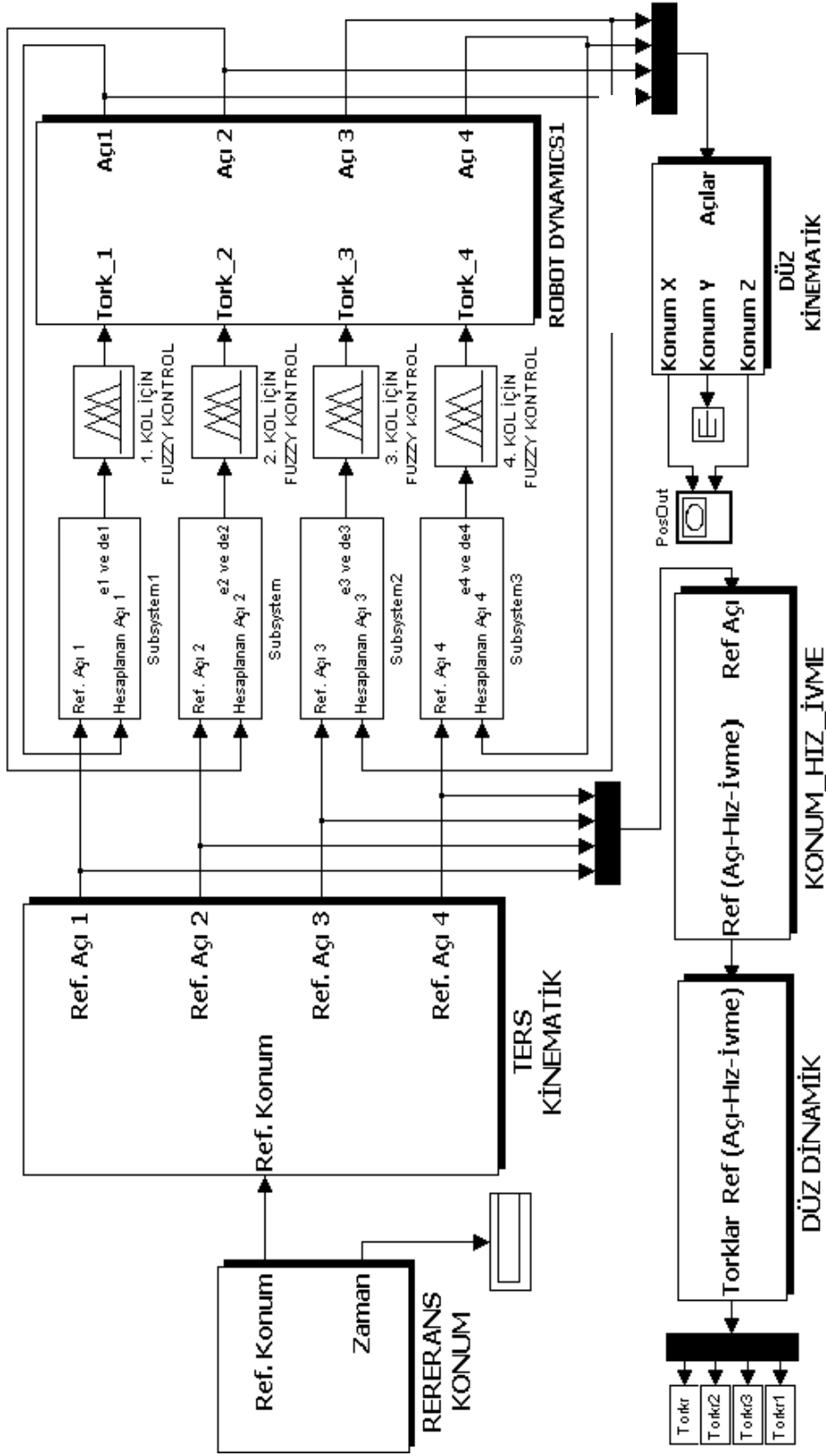
Şekil 5.12’de birinci kol için, kontrol kural yüzeyi bulanık mantığa göre oluşturulmuştur. Giriş üyelik fonksiyonu ile çıkış üyelik fonksiyonu arasında gerekli ilişkinin kurulması için kural tablosuna ihtiyaç duyulur. Kural tablosu Tablo 5.4’te verilmiştir.

Tablo 5.4 Birinci kol için kural tablosu

| e de | NB | NM | NS | Z | PS | PM | PB |
|-------------|-----|----|----|----|----|----|-----|
| NB | NVB | NB | NM | NS | NS | Z | Z |
| NM | NB | NM | NM | NS | Z | Z | Z |
| NS | NM | NM | NS | NS | Z | PS | PS |
| Z | NS | NS | NS | Z | PS | PS | PM |
| PS | NS | Z | Z | PS | PM | PM | PM |
| PM | Z | Z | PS | PS | PM | PM | PB |
| PB | Z | Z | PS | PM | PM | PB | PVB |

Yukarıdaki tabloda verilen (e) referans açısı ile ters dinamik ifadelerden hesaplanan açının farkı başka bir ifadeyle açısı hatası (de) ise bu açısı hatasının türevidir. Kullanılan kısaltmalar üyelik fonksiyonlarında kullanılan kısaltmalarla aynıdır. Bu tabloda toplam 49 adet kural belirlenmiştir.

Şekil 5.13’de dört Serbestlik Dereceli Puma Tipinde Endüstriyel robot kolunun Bulanık Mantık Kontrollü simulink diyagramı gösterilmiştir. Diyagramda istenilen referans konuma göre ters kinematik ifadeler yardımıyla referans açıları belirlenir. Bulanık mantıklı kontrolör sistem hatası ve türevini girdi olarak kabul eder ve çıkış olarak tork ifadesini hesaplar. Hesaplanan tork ifadesi ters dinamik ifadeler yardımıyla açılara dönüştürülür. Düz dinamik ifadeler yardımıyla hesaplanan açıları konuma dönüştürülür. Elde edilen açı değerleri referans açı değerlerinden çıkarılarak sistem hatası elde edilir.



Şekil 5.13 Dört serbestlik dereceli puma tipinde endüstriyel robot kolunun bulanık mantık kontrollü simülük diyagramı

5.4. Kayan Kipli Kontrol

Günlük yaşantımızda karşılaştığımız fiziksel sistemlerin hiçbiri doğrusal değildir. Bu sistemlerin çok büyük bir kısmında kontrolörler kullanılamaz ve çoğu zaman doğrusal olmayan dayanıklı bir kontrolöre ihtiyaç duyulur. Kayma Kipli Kontrol (KKK) ilk kez 1950'li yılların başlarında tek girişli yüksek dereceli diferansiyel eşitlikler ile ifade edilen sistemler için kullanılmıştır [36]. Ancak çatırdama probleminde ve tasarım aşamasının eksikliğinden dolayı 1970'li yıllara kadar profesyonel mühendislik uygulamalarında yer alamamıştır. 1970'lerde dayanıklı bir kontrol sağladığı kabul gören KKK yöntemi ile ilgili çalışmalar artmıştır. En çok çalışılan konular, çatırdama problemini azaltmaya, tasarım aşamalarını basitleştirmeye ve erişim modunun performansının denetimini sağlamaya yöneliktir.

Erişim Kuralı yaklaşımı, KKK yönteminin kullanımı için yeni bir metot olarak Gao ve Hung tarafından tanıtılmıştır [37]. Erişim Kuralı (EK) anahtarlama fonksiyonunun dinamiklerini belirtmek için kullanılan diferansiyel bir eşitliktir. Kontrol girişi, sistemin bilinen modeli ve bozucuların sınırlarının erişim kuralı ile birlikte sentez haline getirilmesi ile elde edilir.

Klasik KKK ile EK yaklaşımı arasındaki en önemli fark tasarım aşamasına başlama noktasıdır. EK yaklaşımında tasarım, ulaşılmak istenilen anahtarlama fonksiyonu (EK) dinamiğinin tanımlanmasıyla başlar. Kontrol kuralı, sistem ve EK eşitlikleri kullanılarak kolayca türetilir. Buna karşılık klasik yöntemde, önce bir Lyapunov fonksiyonu tanımlanır. Daha sonra kontrol kuralı bu fonksiyondan erişim şartını da sağlayacak şekilde türetilir. Böylece EK yaklaşımı metodu kontrol kuralının türetilmesini kolaylaştırır [37].

5.4.1. Kayan kipli kontrolün yapısı ve özellikleri

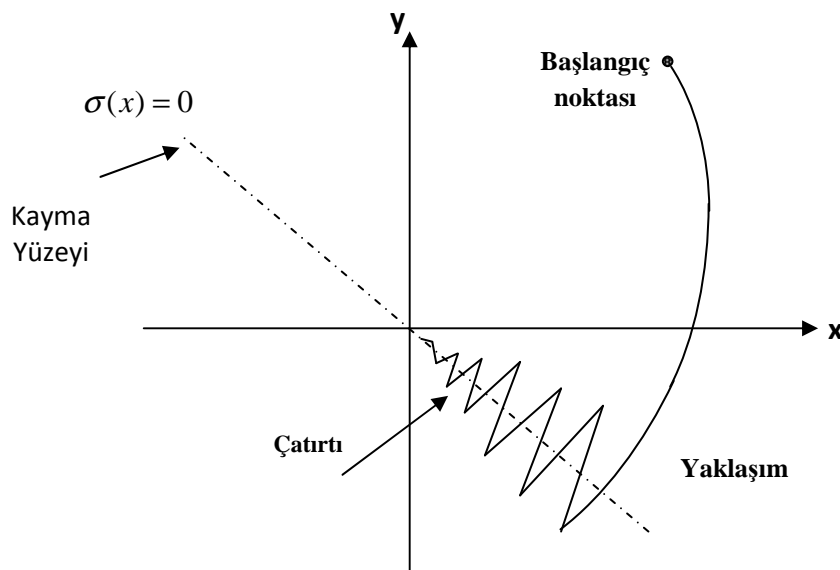
Kayan kipli kontrolde önce yüksek dereceli problemi birinci dereceden kararlılık problemine dönüştürülür, böylece incelenen problem daha kolay başa çıkılabilir hale gelir. Bu sistemlerde kontrol kuralı kontrol işlemi sırasında, önceden belirlenen ve sistemim durumuna bağlı olan kurallara göre, bilerek değiştirilmektedir. Böylece

sistem kararlı ve kararsız yörüngeler arasında geçiş yaparak kayma yüzeyine ulaşır ve bu yüzey üzerinde hata değerleri sıfıra gider. Sistem kayma yüzeyi üzerinde iken parametrik değişimlere ve dış bozucu etkilere karşı duyarsızdır. Ayrıca, kontrolörü tasarlamak için kullanılan model ile kontrolörün uygulanacağı gerçek model arasındaki uyumsuzluklara karşı da duyarsızdır.

Kayan Kipli Kontrol (KKK), değişen parametrelere sahip veya doğrusal olmayan sistemlerin kontrolü için kullanılan en etkili kontrol yöntemlerinden biridir [38].

Değişken Yapılı Kontrol, sistemin durum değişkenlerinin geri beslenmesine ek olarak kontrolör yapısının da kontrol işlemi sırasında değiştirilmesine dayanır [39].

Kayan Kipli Kontrol yönteminin amacı, kontrol edilecek sistemi, kayma yüzeyi olarak adlandırılan bir yüzeye yönlendirmek ve sistemi bu yüzey üzerinde tutarak denge noktasına yönelmesini sağlamaktır. Şekil 5.14’de ikinci dereceden bir sistem için doğrusal kayma yüzeyi görülmektedir. Sistemin faz düzlemi grafiğinde, başlangıç noktasından kayma yüzeyine kadar olan bölüme yaklaşım fazı adı verilir. Sistemin kayma yüzeyine ulaştığı andan, denge noktasına kadar olan hareketi ise kayma hareketi olarak tanımlanır. Kayma hareketi olayında istenmeyen zikzaklı bir kayma şekli olabilir, buna çatırtı adı verilir.



Şekil 5.14. Doğrusal kayma yüzeyi

Kayan Kipli Kontrol yönteminin uygulanmasında temel olarak iki faktör mevcuttur.

- I. Sistemi denge noktasına ulaştıracak ve $\sigma(x)=0$ ile tanımlanan bir kayma yüzeyinin bulunması
- II. Sistemi kayma yüzeyine yönlendirecek ve bu yüzey üzerinde kalmasını sağlayacak kontrolörün tasarlanması.

Kayma yüzeyinin ve kontrolörün tasarlanabilmesi için öncelikle uygun bir koordinat dönüşüm matrisi seçilerek sistem, kontrol teriminin olduğu ve olmadığı iki alt sisteme ayrılır. Kayma yüzeyi, kontrol teriminin olmadığı alt sistemi kararlı yapacak şekilde tasarlanır [40,41].

Kontrolör tasarımı ise sistemi kayma yüzeyine yönlendirecek kontrol terimi ve sistemi bu yüzey üzerinde tutacak kontrol terimi olmak üzere iki kısımdan oluşur. Kayma yüzeyine yönlenmeyi sağlayan kontrol terimi, eşdeğer kontrol (u_{eq}), kontrolörün düşük frekans kısmını, kayma yüzeyi üzerinde tutulmasını sağlayan kontrol terimi (u_n) ise kontrolörün yüksek frekans kısmını oluşturur.

Sistem kayma yüzeyi üzerine ulaştıktan sonra, sistemin davranışları yüzey davranışları ile ifade edilebilmektedir.

5.4.2. Kayan kipli kontrolör tasarımı

Puma tipi endüstriyel robot kolunun kontrol edilmesi gereken 4 açısı bulunmaktadır. Bu açılardan her biri kayan kipli kontrolör vasıtasıyla kontrol edilecektir. Çalışmada bir kol için kontrol tasarımı yapılacaktır. Diğer kollar da bu kola benzer şekilde tasarlanabilir.

Çalışmada KKK için gerekli olan ifadeler belirlenmiş, daha sonra simulink ortamında hazırlanan diyagram elde edilmiştir. KKK için gerekli olan α (kayma yüzeyi) ve Γ (kontrol kazancı) parametreleri elle girilmiştir.

Kontrolöre sahip bir doğrusal olmayan dinamik sistem için durum uzayı gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$\dot{x} = f(x) + [B]u \quad (5.4)$$

Bir kontrol sistemi için kayma yüzeyi aşağıdaki gibi seçilebilir.

$$\sigma = [G]\Delta x \quad (5.5)$$

Burada

$$\Delta x = x_r - x = e \quad (5.6)$$

Δx referans değeri ile sistem cevabı arasındaki farktır. $[G]$ ise kayma yüzeyi eğimlerini içermektedir.

$$\sigma_i = \alpha_i e_i + \dot{e}_i \quad (5.7)$$

α_i ilgili kayma yüzeyi eğiminin negatif değerini ifade etmektedir. Kararlılık için Lyapunov fonksiyonu adayı aşağıdaki gibi kendisi pozitif tanımlı, türevi ise negatif yarı tanımlı olmalıdır.

$$v(\sigma) = \frac{\sigma^T \sigma}{2} > 0 \quad (5.8)$$

$$\frac{dv(\sigma)}{dt} = \frac{\dot{\sigma}^T \sigma}{2} + \frac{\sigma^T \dot{\sigma}}{2} \leq 0 \quad (5.9)$$

Eğer Denklem 5.9'a limit durumu uygulanır, Denklem 5.4 ve Denklem 5.5 kullanılırsa, limit durumu için kontrolör kuvveti elde edilir.

$$u_{eq} = [GB]^{-1} \left(\frac{d\phi(t)}{dt} - [G]f(x) \right) \quad (5.10)$$

Eşdeğer kontrol sadece kayma yüzeyi üzerinde geçerli olduğundan sistemi kayma yüzeyine getirecek yeni bir terim tanımlamak gerekmektedir. Bu maksatla Lyapunov fonksiyonu aşağıdaki gibi seçilir [42].

$$v(\sigma) = \frac{\sigma^T \sigma}{2} \quad (5.11)$$

Kararlılık için Lyapunov fonksiyonun türevi, sıfırdan küçük veya eşit olacak şekilde, aşağıdaki gibi seçilsin.

$$\dot{v}(\sigma) = -\sigma^T [\Gamma] \text{sign}(\sigma) \leq 0 \quad (5.12)$$

$[\Gamma]$, pozitif tanımlı bir matristir. (5.11)'in zamana göre türevi alınırsa,

$$\dot{v}(\sigma) = \sigma^T \dot{\sigma} \quad (5.13)$$

(5.13) ve (5.12) aşağıdaki gibi düzenlenirse,

$$-[\Gamma] \text{sign}(\sigma) = \dot{\sigma} \quad (5.14)$$

(5.5)'in zamana göre türevi alınıp, (5.4) ile birlikte (5.14)'de yerine konulup u çekilirse,

$$u = [GB]^{-1} \left(\frac{d\phi(t)}{dt} - [G]f(x) \right) + [GB]^{-1} [\Gamma] \text{sign}(\sigma) \quad (5.15)$$

Eğer $f(x)$ ve $[B]$ ile ilgili bilgiler tam olarak bilinmiyorsa, hesaplanan eşdeğer kontrol değerleri, gerekli eşdeğer kontrol girişi değerlerinden tamamen farklı olacaktır. Bu yüzden bu çalışmada, eşdeğer kontrolün toplam kontrolün ortalaması olduğu kabul edilmiştir. Eşdeğer kontrolün kestiriminde kullanmak üzere aşağıdaki gibi bir alçak geçişli filtre tasarlanmıştır.

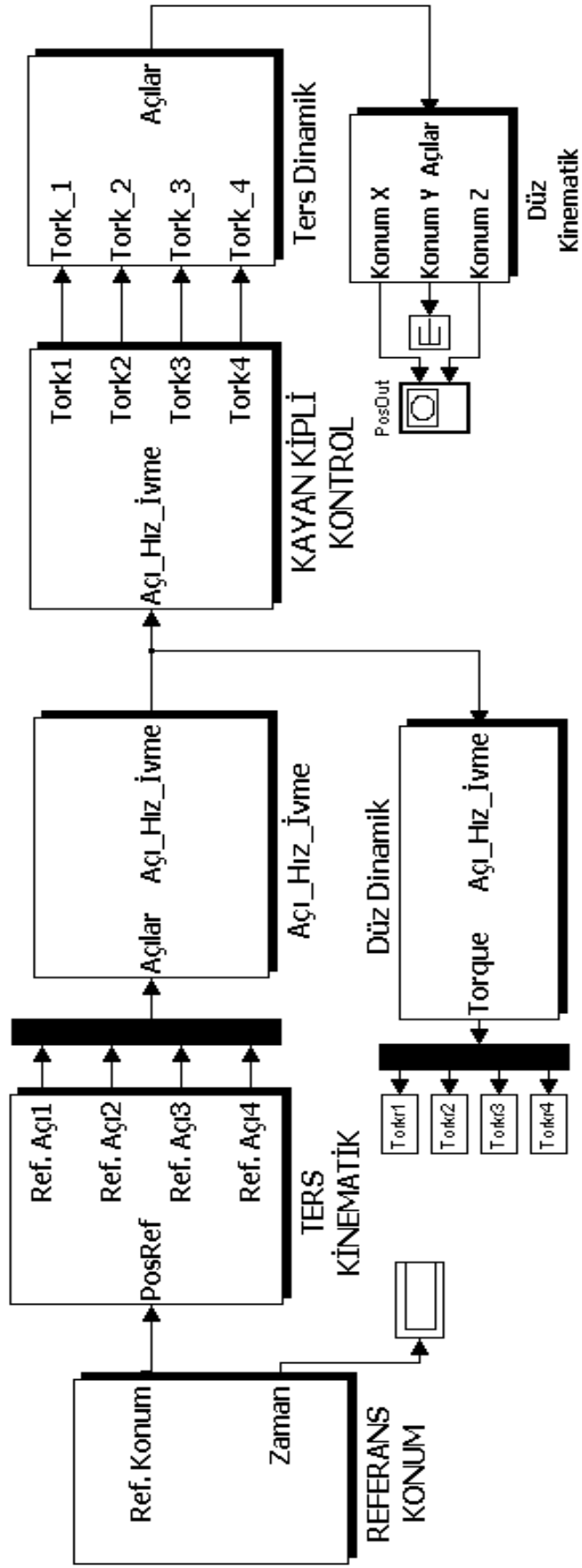
$$\hat{u}_{eq} = \frac{1}{\tau s + 1} u \quad (5.16)$$

Burada sinyalin özelliklerini alçak frekanslı bileşenlerin belirlediği, yüksek frekanslı bileşenlerin ise modellenmemiş bileşenlerden geldiği kabul edilir. Böylece çatırtısız kontrol girişi

$$u = \hat{u}_{eq} + [GB]^{-1} [\Gamma] \sigma \quad (5.17)$$

şeklinde ifade edilir .

Şekil 5.16'da dört serbestlik dereceli puma tipinde endüstriyel robot kolunun Kayan kipli kontrollü simulink diyagramı gösterilmiştir. Diyagramda istenilen referans konuma göre ters kinematik ifadeler yardımıyla referans açılar belirlenir. Kayan kipli kontrolör açı hız ve ivmeyi girdi olarak kabul eder ve çıkış olarak tork ifadesini hesaplar. Kontrolör bloğunun altında hata (e) hesaplanır. Bunun yanında yukarıda verilen denklemlerle ifade edilen terimler hesaplanmaktadır. Böylece çıkış olarak tork ifadesini hesaplamaktadır. Hesaplanan tork ifadesi ters dinamik ifadeler yardımıyla açığa dönüştürülür. Düz dinamik ifadeler yardımıyla hesaplanan açılar konuma dönüştürülür.



Şekil 5.15. Dört serbestlik dereceli puma tipinde endüstriyel robot kolunun kayan kipli kontrollü simülinik diyagram

5.5. Adaptif Kontrol

Kontrol edilecek çoğu dinamik sistem sabit ya da yavaş bir şekilde değişen belirsiz parametrelere sahiptir. Bir robot kolu eylemsizlik parametreleri belirsiz bir nesneyi taşıyabilir. Güç sistemleri, yüklenme koşullarında büyük değişikliklere maruz kalabilir. Bir uçağın kütlesi, yakıt deposunun doluluk oranına göre değişebilir. Adaptif kontrol, bu tip sistemleri kontrol etmek için bir yaklaşımdır. Adaptif kontroldeki temel düşünce, sistemin belirsiz parametrelerinin ya da bunlara bağlı kontrolör parametrelerinin ölçülen sistem sinyallerinin yardımı ile gerçek zamanlı olarak tahmin edilmesi ve tahmin edilen bu parametrelerin kontrol girdi hesaplamalarında kullanılması üzerine kurulmuştur. Bu durumda, bir adaptif kontrol sistemi, gerçek zamanlı parametre tahmini ile yapılan bir kontrol sistemi olarak tanımlanabilir.

Adaptif kontrol için ilk araştırmalar, 1950'li yılların başlarında başlamıştır. Bu yöntem ilk yüksek performanslı uçaklardaki oto-pilot sistemi için düşünülmüştür. Bu tip uçaklar, bir çalışma noktasından diğerine geçerken dinamiğinde çok büyük değişiklikler olmaktadır. Bu değişiklikler o kadar büyüktür ki, sabit kazançlı bir geri besleme kontrolü başarısız olmaktadır. Bu durumda, sistemin dinamiğindeki bu değişimleri öğrenecek ve sisteme adapte edecek, adaptif kontrol gibi kompleks bir kontrolöre ihtiyaç duyulmuş ve ilk adaptif uçuş kontrol çalışması gerçekleştirilmiştir [43]. Ancak, o dönemde gerek kararlılık ispatlarında gerekse önerilen kontrol yönteminin özelliklerinin anlaşılmasında boşlukların olması nedeniyle, yapılan uçuş testinde uçak düşerek parçalanmıştır. Bu olay, bu yöneme olan ilgiyi o dönemlerde azaltmıştır. Ancak geçen bunca zaman içerisinde, adaptif kontrol teorilerinde çok büyük gelişmeler olmuştur.

5.5.1. Adaptif kontrolün yapısı ve özellikleri

Adaptif kontrol için birkaç tanım verilebilir. Adaptif, 'öğrenme', 'kendi kendine düzenleyen', 'kendi kendini ayarlayan', 'optimalleştirme', 'kendi kendini optimalleştirme' gibi pek çok terim bu alanda çalışanlar tarafından ortaya atılmıştır.

Adaptif kontrol, bilinmeyen parametre değerlerini veya sistem yapısını gerçek zamanda tahmin eden alt sistem içeren ve tahmin edilen parametre değerlerine veya

sistem yapısına dayalı uygun giriş işareti üreten alt sistem içeren kontrolör yapısı ile belirsiz sistem kontrolüdür.

Bir adaptif kontrol sistemi, sistemin o andaki durumu hakkında sürekli bilgi sağlamalı, böylece işlemi tanımlamalı, o andaki sistem performansı ile istenen performansı karşılaştırmalı ve sistemi optimum performansa yöneltmek için adapte edecek karar vermeli ve son olarak sistemi optimuma sürecekle değişiklikleri başlatmalıdır. Bahsedilen bu üç fonksiyon (tanıma, karar verme ve değiştirme) adaptif sistem içindedir.

Sistem parametrelerinde ve giriş işaretinde belirsizliklerin ve önceden görülemeyen değişimlerin bulunduğu durumlarda birçok mühendislik problemi otomatik kontrole bağlıdır. Adaptif kontrolün genel olarak kullanım alanları aşağıda sıralanmıştır.

- I. Uçak kontrolü: yere uzaklığa bağlı olarak değişen hava yoğunluğu, sesteki hızlı uçakların davranışını etkiler.
- II. Füze kontrolü: yakıt tükendikçe kütle ve ağırlık merkezi hızla değişir.
- III. Süreç kontrol: bir kimyasal sistemin sürekli işlemlerinde sıcaklık giriş-çıkış hızlarında değişiklik olduğunda parametrelerde değişimler olabilir.
- IV. Elektriksel sürücüler: kağıt sarma, tel çekme makinaları gibi bazı elektriksel makinalarda gerilimin sabit kalması gereklidir.
- V. Gemilerde kontrol: gemilerde veya petrol tankerlerinde transfer fonksiyonun dinamik karakteristikleri geminin yüküyle, hızıyla suyun derinliğiyle ve içinde bulunulan çevre şartları ile (dalgalar, rüzgar, vb.) değişir.
- VI. Metalürjiye ait işlemler: çeşitli işlemlerin parametreleri fırından fırına farklılık gösterir. Başlangıç koşulları her zaman aynı değildir. Kullanılan malzemeler hiçbir zaman tam olarak aynı değildir. Reaktör karakteristikleri de onun ömrüne bağlı olarak değişir.

VII. Uydu konum kontrolü: Bazı uydular kısa süreli ve oldukça düzensiz atmosferdeki kullanılır. Uygun gözleme zamanının arttırılması için uydunun çok hızlı olarak yeniden yönlendirilmesi gerekir.

5.5.2. Adaptif kontrolör tasarımı

Dört serbestlik dereceli endüstriyel puma tipi robotun dinamik modeli adaptif kontrole uygun olarak denklem 5.18'de gösterildiği gibi ifade edilir.

$$\tau = I_{\text{etk}} \ddot{\theta} + b_{\text{etk}} \dot{\theta} + k_{\text{etk}} \theta \quad (5.18)$$

Yukarıdaki denklemde τ torku, I_{etk} kütle matrisini, b_{etk} Coriolis ve merkezkaç kuvvet vektörünü, k_{etk} ise yerçekimi vektörünü temsil etmektedir. Kontrol kuralı denklem 5.19'da ifade edilir.

$$\tau = \hat{I}_{\text{etk}} \ddot{\theta} + \hat{Q}(\theta, \dot{\theta}) \quad (5.19)$$

Denklem 5.19'da geçen \hat{I}_{etk} ve $\hat{Q}(\theta, \dot{\theta})$ sırasıyla I_{etk} ve $Q(\theta, \dot{\theta})$ ifadelerinin kestirimini gösterir. Dinamik modelde kullanılacak tork ifadesi kestirim ifadeleriyle birlikte denklem 5.20'de gösterildiği gibi yazılır.

$$\tau = \tau' \hat{I}_{\text{etk}} + \beta \quad (5.20)$$

Denklem 5.20'da yer alan τ' ve β ifadeleri sırasıyla Denklem 5.21 ve 5.22'de verilmiştir.

$$\tau' = \ddot{\theta}_d + k_v \dot{e} + k_p e \quad (5.20)$$

Denklem 5.20'de yer alan k_p ve k_v terimleri kazanç katsayıları olarak tanımlanabilir.

$$\beta = \hat{Q}(\theta, \dot{\theta}) \quad (5.21)$$

Denklem 5.21’de yer alan $\hat{Q}(\theta, \dot{\theta})$ kestirim ifadesi Denklem 5.22’de gösterilmiştir.

$$\hat{Q}(\theta, \dot{\theta}) = \hat{b}_{etk} \dot{\theta} + \hat{k}_{etk} \theta \quad (5.22)$$

Denklem 5.22’de geçen \hat{b}_{etk} ve \hat{k}_{etk} terimleri ve \hat{I}_{etk} terimi genel olarak sistemin geçek sabitlerinin kestirimi olarak tanımlanabilir. Bu terimler Denklem 5.23, 5.24 ve 5.25’de ifade edildiği gibidir.

$$\hat{I}_{etk} = \int \gamma_1 \ddot{\theta} \frac{1}{\hat{I}_{etk}} e_{hf} \quad (5.23)$$

$$\hat{b}_{etk} = \int \gamma_2 \dot{\theta} \frac{1}{\hat{I}_{etk}} e_{hf} \quad (5.24)$$

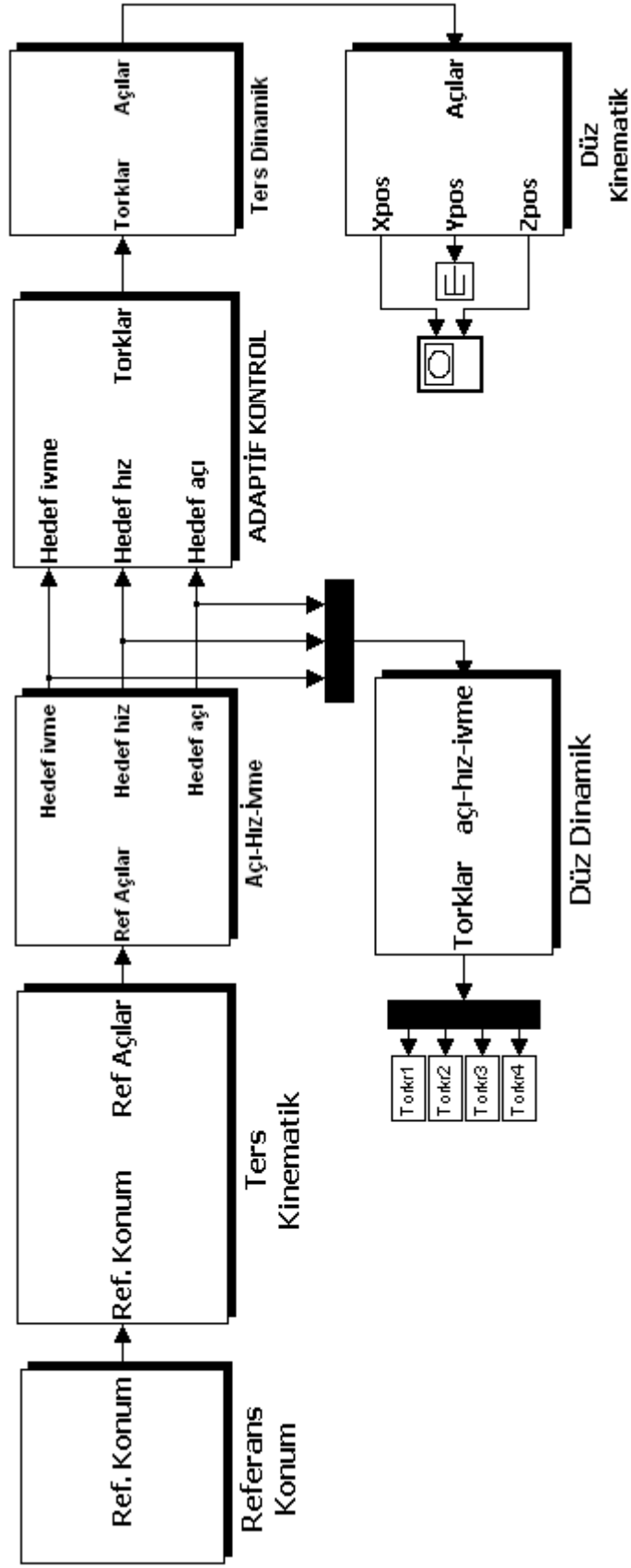
$$\hat{k}_{etk} = \int \gamma_3 \dot{\theta} \frac{1}{\hat{I}_{etk}} e_{hf} \quad (5.25)$$

Denklemlerde geçen γ ifadeleri adaptasyon kazançları olarak, e_{hf} hata filtresi olarak tanımlanır. Hata filtresinin matematiksel ifadesi Denklem 5.26’da verilmiştir.

$$e_{hf} = \dot{e} + e \psi \quad (5.26)$$

Denklemlerde geçen ψ ifadesi hata filtre sabiti olarak tanımlanır.

Şekil 5.16’da dört Serbestlik Dereceli Puma Tipinde Endüstriyel robot kolunun Adaptif kontrollü simülin diyagramı gösterilmiştir. Diyagramda istenilen referans konuma göre ters kinematik ifadeler yardımıyla referans açılar belirlenir. Adaptif kontrolör açı, hız ve ivmeyi girdi olarak kabul eder ve çıkış olarak tork ifadesini hesaplar. Kontrolör bloğunun altında hata (e) hesaplanır. Bunun yanında yukarıda verilen denklemlerle ifade edilen terimler hesaplanmaktadır. Böylece çıkış olarak tork ifadesini hesaplamaktadır. Hesaplanan tork ifadesi ters dinamik ifadeler yardımıyla açığa dönüştürülür. Düz dinamik ifadeler yardımıyla hesaplanan açılar konuma dönüştürülür.



Şekil 5.16. Dört serbestlik dereceli puma tipinde endüstriyel robot adaptif kontrollü simülünk diyagram

5.6. Bulanık Tabanlı PID Kontrol

Robot kolu kontrolünde uygulanan kontrol metotlarından biri PID kontrol yöntemidir. Yöntemin robot kontrolünde olduğu gibi sanayide de geniş kullanım alanları mevcuttur. Robot kontrolünde kullanılan PID kontrol yöntemi her ne kadar iyi sonuçlar verse de yöntemin eksik yanı PID katsayılarının sabit oluşudur. Oysa robotlar zamana göre değişen ifadeler içermektedir. Örneğin robot kolunun taşıdığı ve zamanla değişiklik gösteren bir yük, dışarıdan etki eden ve sistemi olumsuz yönde etkileyen bozucu büyüklükler, aslında sabit olmayan ama matematiksel ifade kolaylığından dolayı sabit kabul ettiğimiz büyüklükler bunlardan bazılarıdır. Bu nedenle PID kontrolörlerin yardımcı başka bir kontrolör ile beraber kullanılması fikri doğmuştur.

Robot kolu kontrolünde kullanılan diğer bir yöntem de bulanık mantıklı kontrolör uygulamalarıdır. Bulanık mantıklı kontrolörler gerek sisteme kolay uygulanabilirlikleri, gerekse de tasarımlarının kolaylıkları bakımından tercih edilmektedirler.

Gerek sanayide gerekse de robot kontrolü tasarımlarında tek bir kontrolör yerine birden fazla kontrolör kullanılmakta, böylelikle iki kontrolörün birleşmesinden oluşan bu yeni kontrolör bir kontrolörün eksikliğini giderebildiği gibi diğerinin üstün taraflarını da sisteme aktarabilmektedir. Birden fazla kontrol yönteminin bir arada etkin bir şekilde kullanıldığı yeni bir kontrol sistemi “Bulanık Tabanlı PID Kontrol (BTPID)” olarak adlandırılmaktadır. Tasarlanan bu kontrol yönteminde PID katsayıları, bulanık mantıklı başka bir kontrolör vasıtasıyla ayarlanacak, ayarlanan parametreler PID kontrolöründe kullanılarak tork hesaplanacaktır.

Bu sayede statik olan PID parametreleri sistemi etkileyen parametrelerin, hatanın ve hatanın türevinin değişimine göre değişiklik gösterecektir. Ayrıca, çıkış büyüklüğünün yerleşme zamanını iyileştirmede, aşımı miktarını ve sürekli hal hatasını azaltmada olumlu etkiler yapacağı da öngörülmektedir.

5.6.1. Bulanık tabanlı PID kontrolör tasarımı

BTPID kontrolörün tasarımı, Bölüm 5.3'te anlatılan bulanık kontrolör ile Bölüm 5.2'de anlatılan PID kontrolörün bir arada uygun bir şekilde kullanılmasıyla oluşmaktadır.

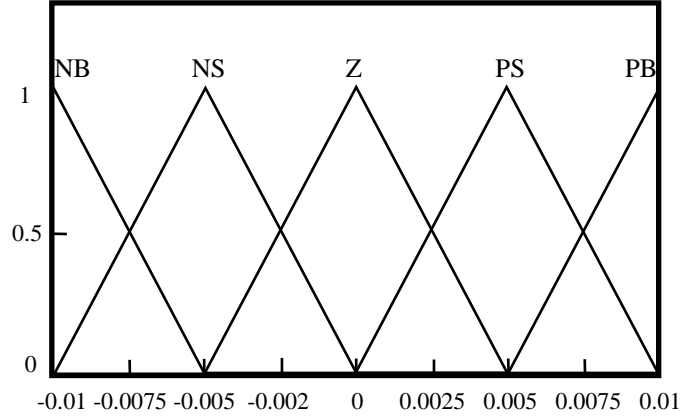
Bulanık kontrolörün tasarımında kullanılan kural tablosu ve üyelik fonksiyonlarına BTPID kontrolörde de ihtiyaç duyulmaktadır. PID için gerekli olan parametreler bulanık kontrolör vasıtasıyla elde edilecektir. Hata (e) ve hatanın türevini (de) bulanık mantığa göre ifade eden kural tablosu, Tablo 5.5'te verilmiştir.

Tablo 5.5. BTPID kontrolörün kural tablosu

| e de | NB | NS | Z | PS | PB |
|-----------------------|-----------|-----------|----------|-----------|-----------|
| NB | S | S | MS | MS | M |
| NS | S | MS | MS | M | MB |
| Z | MS | MS | M | MB | MB |
| PS | MS | M | MB | MB | B |
| PB | M | MB | MB | B | B |

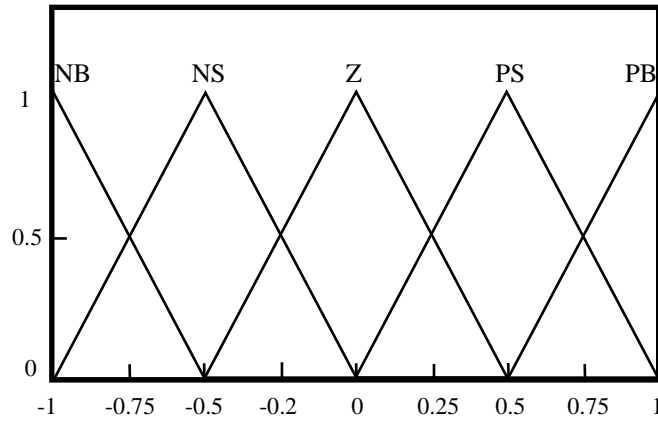
Yukarıdaki tablolarda verilen (e) referans açısı ile ters dinamik ifadelerden hesaplanan açının farkı başka bir değişle açısı (de) ise bu açısının türevidir. (e) ve (de) değerlerini bulanık mantığa göre ifade etmek için kullanılan terimlerden (NB) Negatif büyük, (NS) Negatif küçük, (Z) Sıfır, (PS) Pozitif küçük, (PB) Pozitif büyük şeklinde üyelik fonksiyonlarına ayrılmış. Kural tablosunda belirtilen hatalar için de oluşturulan üyelik fonksiyonlarındaki (S) Küçük, (MS) Orta küçük, (M) Orta, (MB) Orta büyük, (B) Büyük olarak ifade edilmiştir. Hazırlanan tabloda bu kurallara göre 3 ayrı çıkış yapılmaktadır (K_P , K_i , K_d). Eğer arzu edilirse 3 parametre içinde aynı kurallar değil farklı kurallarda kullanılabilir. Yukarıdaki tabloya göre 25 adet kural belirlenmiştir.

Bulanık kontrolöre uygun hata ve hatanın türevi aralıkları tespit edildikten sonra aynı şekilde çıkış parametreleri için uygun aralıklar tespit edilerek girilir.



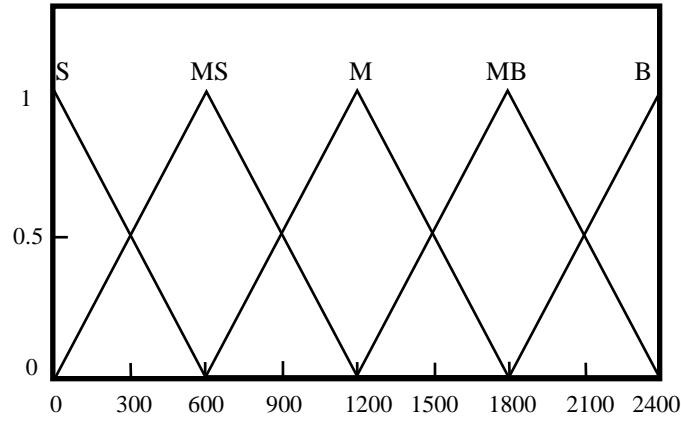
Şekil 5.17. Birinci kolun hatası (e) üyelik fonksiyonu

Şekil 5.17'de birinci kol için, hata üyelik fonksiyonu bulanık mantığa göre $[-0.01, 0.01]$ aralığında oluşturulmuştur.



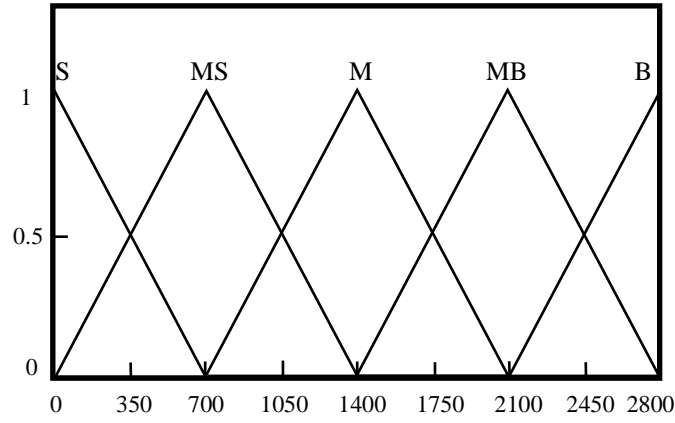
Şekil 5.18. Birinci kolun hatasının türevi (de) üyelik fonksiyonu

Şekil 5.18'de birinci kol için, hatanın türevi üyelik fonksiyonu bulanık mantığa göre $[-1, 1]$ aralığında oluşturulmuştur.



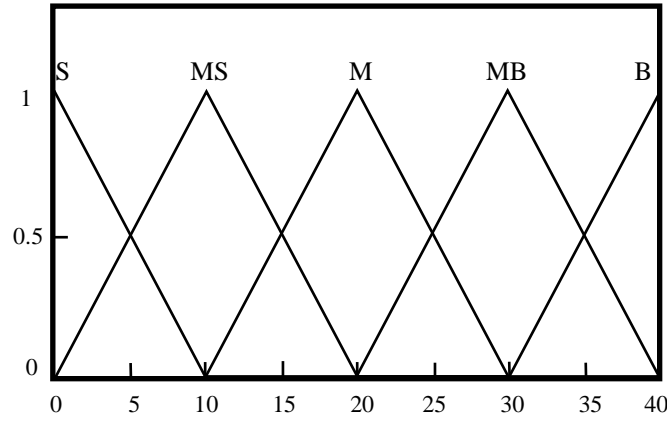
Şekil 5.19. Bulanık kontrolörün birinci kol için K_p çıkış üyelik fonksiyonu

Şekil 5.19'da birinci kol için, K_p üyelik fonksiyonu bulanık mantığa göre $[0, 2400]$ aralığında oluşturulmuştur.



Şekil 5.20. Bulanık kontrolörün 1.kol için K_i çıkış üyelik fonksiyonu

Şekil 5.20'de birinci kol için, K_i üyelik fonksiyonu bulanık mantığa göre $[0, 2800]$ aralığında oluşturulmuştur.



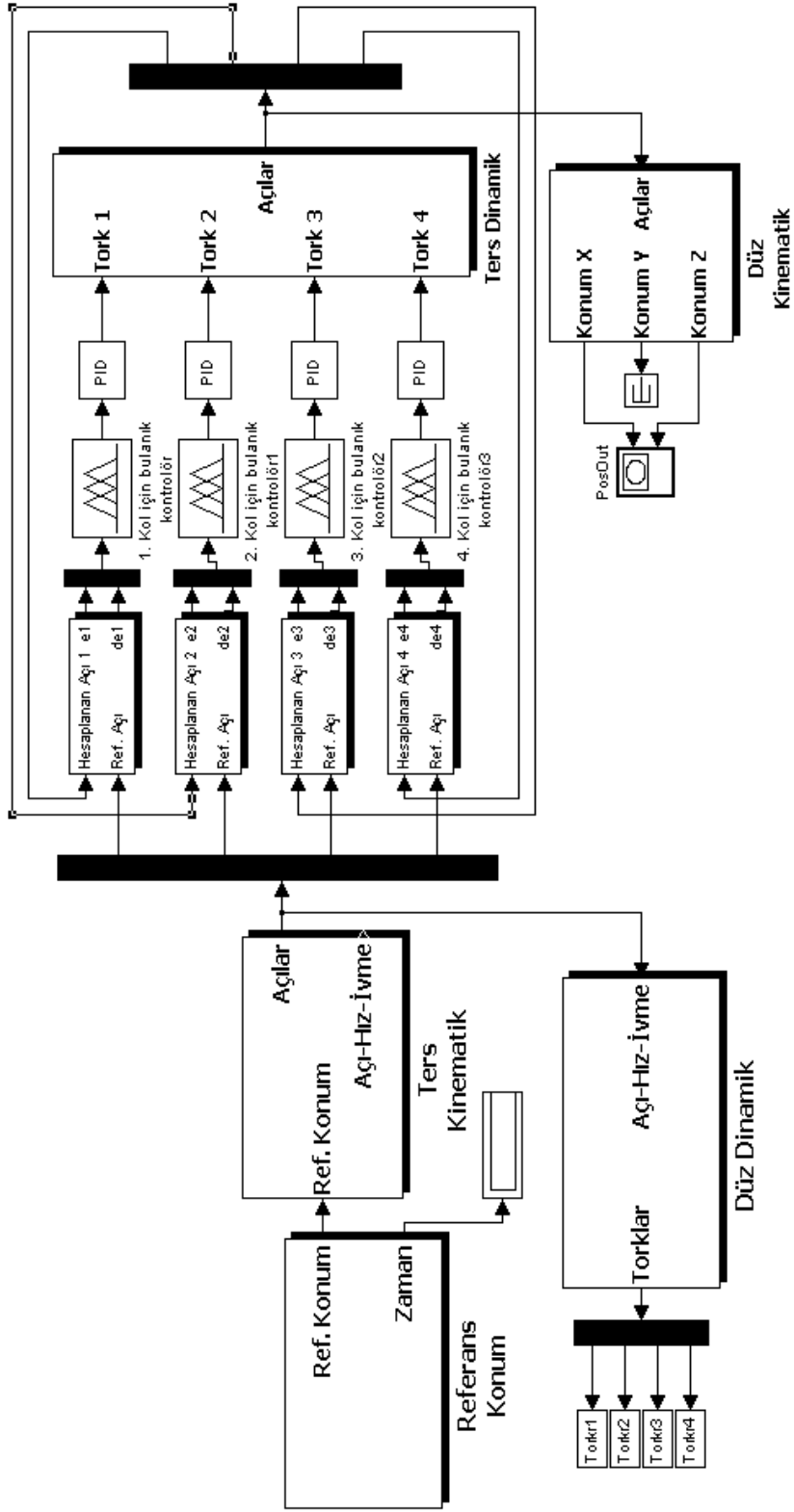
Şekil 5.21. Bulanık kontrolörün birinci kol için K_d çıkış üyelik fonksiyonu

Şekil 5.21'de birinci kol için, K_d üyelik fonksiyonu bulanık mantığa göre $[0, 40]$ aralığında oluşturulmuştur.

Robot kolu 4 serbestlik dereceli olduğundan her kol için ayrı bir kontrolöre ihtiyaç duyulmaktadır. Her kol için BTPID kontrolörü tasarlanacaktır. Her kol için, hata ve hatanın türevi ayrı ayrı olacaktır. Örneğin birinci kol için gerekli olan hata ve hatanın türevi değerleri bulanık kontrolör için giriş değerleri olacaktır.

BTPID kontrolörün tasarımı için referans açılar, bulanık kontrolör, PID kontrolör ve daha önceki bölümlerde anlatılan dinamik ifadelerle ihtiyaç duyulur. Dört serbestlik dereceli puma tipinde Endüstriyel robot kolunun BTPID Kontrollü simülasyon diyagramı Şekil 5.22' de gösterilmiştir.

Robot kolunun referans açıları (q_{ref}) ters kinematik ifadelerden elde edildikten sonra kontrolör yardımıyla da robot dinamiğinden elde edilen açı değerlerinin farkı alınarak hata (e) elde edilir. Bu hata (e) ve türevine (de) göre belirlenen kural tablosunun yardımıyla bulanık kontrolör PID için gerekli olan üç tane parametreyi (K_p , K_i , K_d) hesaplar. Bulanık kontrolörden aldığı parametrelerle beraber PID kontrolör tork ifadesini hesaplar. Elde edilen tork ifadesine göre ters dinamik ifadelerinin yardımıyla açı (q) tespit edilir.



Şekil 5.22 Dört serbestlik dereceli puma tipinde endüstriyel robot kolunun BTPID kontrollü simülünk diyagramı

5.7. Bulanık Tabanlı Kayan Kipli Kontrol

Bulanık kontrol prensipleri ile kayan-kipli kontrol teorilerinin eksikliklerini düzeltme imkânı vardır. Bulanık kayan-kipli kontrol, bulanık kontrol ve değişken yapılı sistem teorilerinin birleştirilmiş bir halidir. Bulanık kontrolün belirleyici niteliklerinden biri klasik kontrol strateji tabanlı “eğer – o halde” kuralları ve uzman kişinin deneyimleridir [44]. Bulanık kontrol kayma-kipli kontrol ile kullanıldığında oldukça üstün bir performans gösterir. Yörünge anahtarlama yüzeyini terk ederken büyük veya daha küçük bir kontrol işareti uygulanıp yörünge anahtarlama yüzeyine dönmesini sağlayabilir. Bulanık kayan-kipli kontrol metodu ile tasarlanan bir değişken yapılı sistem kontrolörü garantili kararlılık özellikleri sağlayabilir. Bu yaklaşımdaki temel problem ise kural tabanında kullanılan kural sayısının hayli yüksek olmasıdır [45].

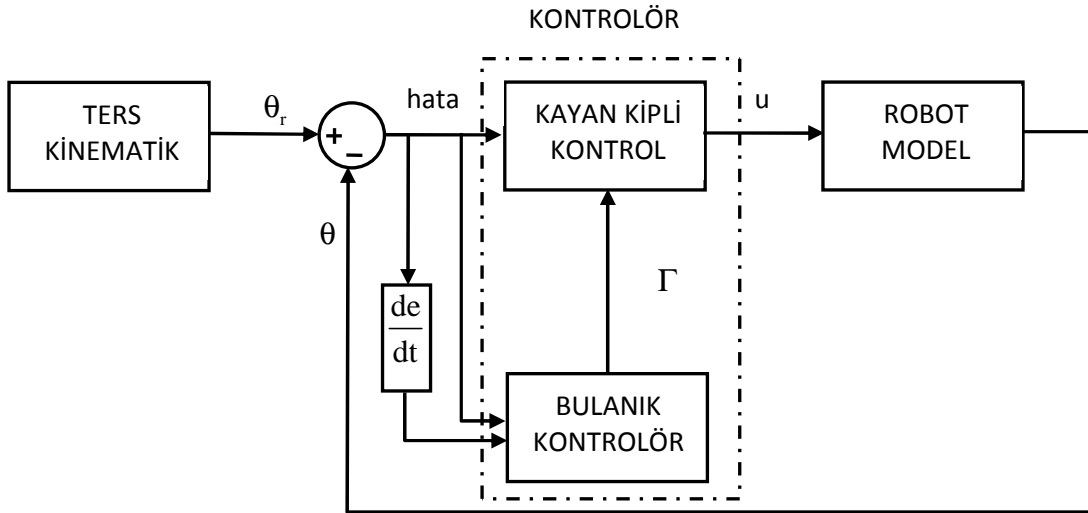
5.7.1. Değişken kontrol kazancına sahip bulanık mantıklı kayan kipli kontrolör tasarımı

Puma tipi endüstriyel robotun kontrol edilmesi gereken 4 açısı bulunmaktadır. Bu açılardan her biri bulanık tabanlı kayan kipli kontrolör vasıtasıyla kontrol edilecektir. Çalışmada bir kol için kontrol tasarımı gösterilecektir. Diğer kollarda bu kola benzer şekilde tasarlanabilir.

Çalışmada KKK için gerekli olan ifadeler ve denklemler anlatılacaktır. Daha sonra bulanık kontrol için giriş ve çıkış üyelik fonksiyonlarıyla birlikte kural tablosu verilecektir. Bulanık kontrol KKK için gerekli olan α ve Γ parametrelerini tespit etmekte kullanılacaktır. Önce yalnız α , yalnız Γ sonra hem α hem de Γ parametreleri bulanık kontrolör tarafından hesaplanacaktır. Bulanık kontrol tarafından hesaplanmayan parametre elle girilecektir.

Bölüm 5.3’de ifade kayan kipli kontrol için ifade edilen dinamik denklemler bu bölümde de kullanılmaktadır. Bu bölümde genel yapısı Şekil 5.23’te verilen değişken kontrol kazancına (Γ) sahip Bulanık Mantıklı Kayan Kipli kontrolör sunulmuştur.

Kontrolör performansının artırılması için kontrol kazancı dinamik olarak bir bulanık mantık ünitesi vasıtasıyla değiştirilmektedir.



Şekil 5.23. Değişken kontrol kazancına sahip Bulanık tabanlı kayan kipli kontrolörün genel yapısı

Ters kinematikten alınan referans açı ile robot modelinden çıkan açının farkı (error) kayan kipli kontrole girmektedir. Bu hata ve hatanın türevi bulanık mantıklı kontrolöre de girmektedir. Belirlenen giriş fonksiyonları ve kural tablosuna göre bulanık mantıktan kontrol kazancı parametresi (Γ) belirlenmektedir. Kayan kipli kontrolün ihtiyaç duyduğu diğer bir parametre olan kayma yüzeyi katsayısı (α) elle girilmektedir. Bu değerlerle birlikte K.K.K. bir tork (u) ifadesi üretmektedir. Bulunan tork ifadesi robot modeli girerek robot modelin içindeki ters dinamik ifadeler yardımıyla açığa dönüşmektedir. İşte bulunan bu açı değeri kapalı çevrimli kontrolden dolayı tekrar çevrimin başına giderek referans açıdan çıkartılarak hata değerinin elde edilmesinde kullanılır. Bu kontrol işlemi her bir kol için yapılarak belirlenen hedefi gerçekleştirmek üzere gerekli olan 4 açı tespit edilir.

Bulanık tabanlı kayan kipli kontrolörün tasarımı için gerekli olan kural tablosu Tablo 5.6'da verilmiştir. Değişken kontrol kazançlı bulanık mantık için kural tablosu belirlenmiştir. Hata ve hatanın türevi bulanık kontrolörde kullanılmaktadır. Bu giriş değerlerinin bulanık mantığa göre ifade edilmesinde kullanılan kısaltmalar şu şekildedir. NB, NM, NS, Z, PS, PM ve PB negatif büyük, negatif orta, negatif küçük,

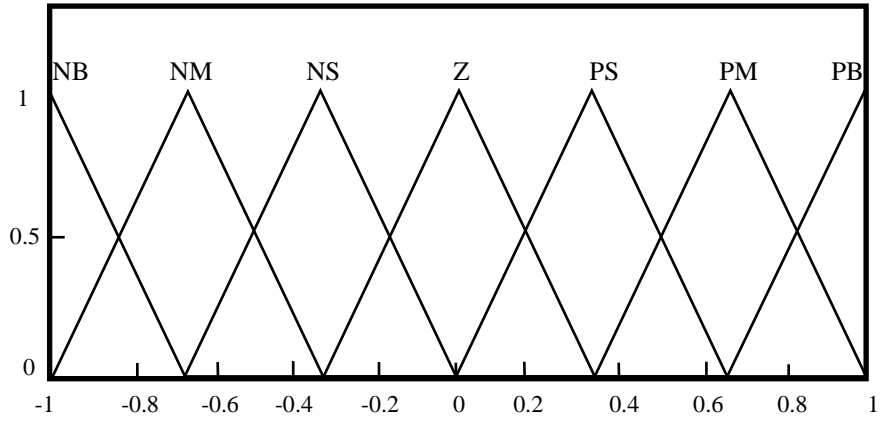
sıfır, pozitif küçük, pozitif orta ve pozitif büyük anlamındadır. Ayrıca çıkış değerlerinin bulanıklaştırılmasında VVS, VS, S, M, B, VB ve VVB çok çok küçük, çok küçük, küçük, orta, büyük, çok büyük ve çok çok büyük anlamında kullanılmıştır.

Tablo 5.6. Değişken kontrol kazançlı bulanık kontrolörün kural tablosu

| de e | NB | NM | NS | Z | PS | PM | PB |
|-----------------------|-----------|-----------|-----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| NB | VVB | VB | B | M | B | VB | VVB |
| NM | VB | B | M | S | M | B | VB |
| NS | B | B | M | M | M | B | B |
| Z | B | B | M | M | M | B | B |
| PS | B | B | M | M | M | B | B |
| PM | VB | B | M | S | M | B | VB |
| PB | VVB | VB | B | M | B | VB | VVB |

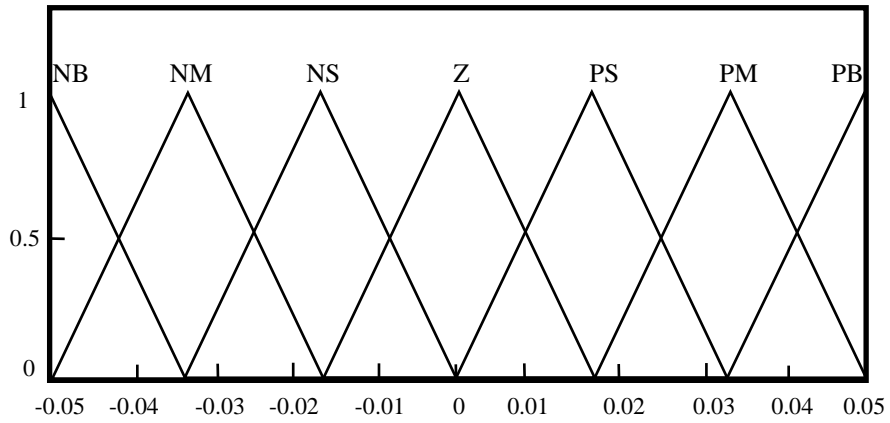
Örnek olarak hata (e) negatif büyük ve hatanın türevi (de) negatif büyük olduğunda kontrol kazancı parametresi çok çok büyük seçilir. Hatanın normal, hatanın türevinin de normal olduğu koşullarda kontrol kazancı da orta değerini almaktadır. Özetle hata ve hatanın türevinin büyümesiyle kontrol kazancı da büyümektedir. Aksi durumlarda orta değerlere yakınsamaktadır.

Kontrolörü daha etkin kılmak amacıyla kontrol kazancı bulanık mantıklı kontrolör sayesinde dinamik hale getirilmiştir. Bulanık mantıklı kontrolörün kural tablosunu gösterdikten sonra giriş ve çıkış üyelik fonksiyonlarının tasarımı yapılmıştır.



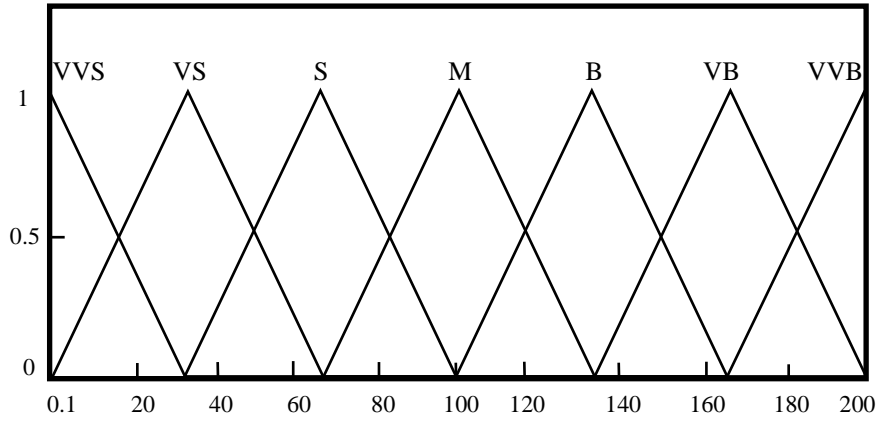
Şekil 5.24. Hata (e) üyelik fonksiyonu şekli

Şekil 5.24'te birinci kol için, hata üyelik fonksiyonu bulanık mantığa göre $[-1, 1]$ aralığında oluşturulmuştur.



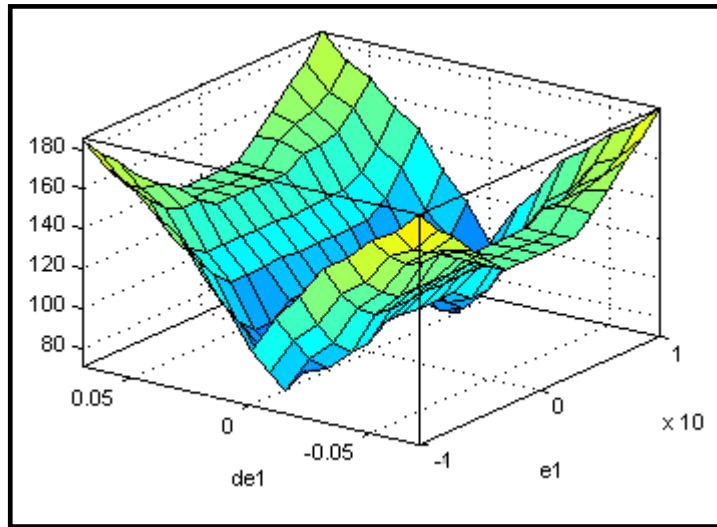
Şekil 5.25. Hatanın türevi (de) üyelik fonksiyonu şekli

Şekil 5.25'te birinci kol için, hatanın türevi üyelik fonksiyonu bulanık mantığa göre $[-0.05, 0.05]$ aralığında oluşturulmuştur.



Şekil 5.26. Kontrol kazancı parametresi üyelik fonksiyonu

Şekil 5.26'da ise K.K.K. için hesaplanan kontrol kazancı parametresinin bulanık mantığa göre tanımlanmasından oluşan üyelik fonksiyonunu görmekteyiz. Bu değer $[0.1, 200]$ arasında değişmektedir.

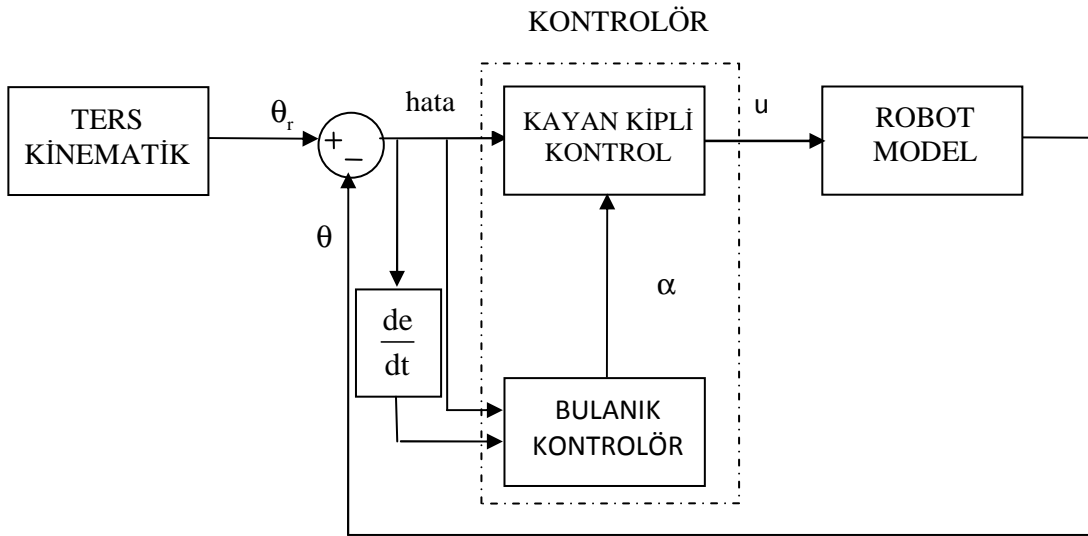


Şekil 5.27. Kontrol kazancı tespiti için giriş ve çıkış ilişkileri

Şekil 5.27'de ise Bulanık mantıklı kontrol Şekil 5.24, 25 ve 26'de gösterilen üyelik fonksiyonlarıyla birlikte kural tablosunun da yardımıyla, kontrol kazancının tespitinde kullanılan giriş çıkış ilişkileri gösterilmektedir.

5.7.2 Değişken kayma yüzeyine sahip bulanık mantıklı kayan kipli kontrolör tasarımı

Bu bölümde genel yapısı Şekil 5.28’de verilen değişken kayma yüzeyi (α) eğimine sahip Bulanık Mantıklı Kayan Kipli kontrolör sunulmuştur. Kontrolör performansının artırılması için kayma yüzeyi eğimi dinamik olarak bir bulanık mantık ünitesi vasıtasıyla değiştirilmektedir.



Şekil 5.28. Değişken kayma yüzeyine sahip bulanık tabanlı kayan kipli kontrolörün genel yapısı

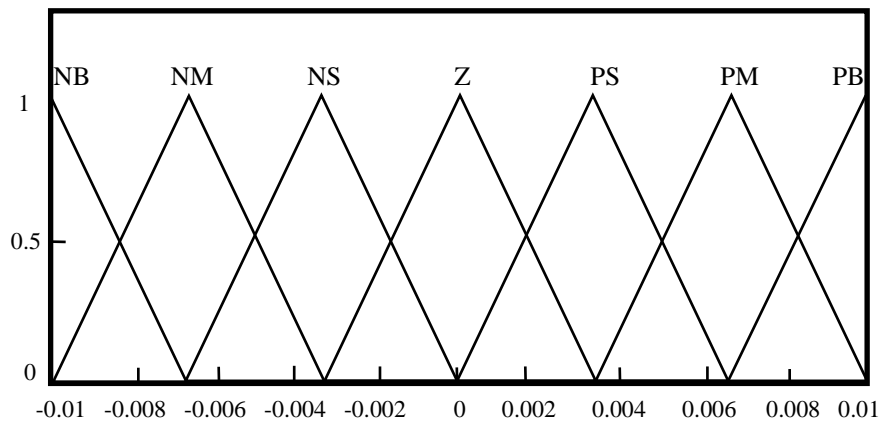
Değişken kayma yüzeyine sahip bulanık tabanlı kayan kipli kontrol Şekil 5.23’de anlatılan yapıya çok benzemektedir. Bu kontrolörün farkı kontrol kazancı (Γ) yerine kayma yüzeyi eğimi (α) bulanık kontrolör vasıtasıyla dinamik olarak hesaplanmıştır. Kontrol kazancı (Γ) elle sabit bir sayı olarak girilmiştir.

Bulanık mantıklı kontrolörün tasarımı için gerekli olan kural tablosu Tablo 5.7’de verilmiştir. Bulanıklaştırma için kullanılan kısa ifadeler bir önceki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 5.7 Değişken kayma yüzeyli bulanık kontrolörün kural tablosu

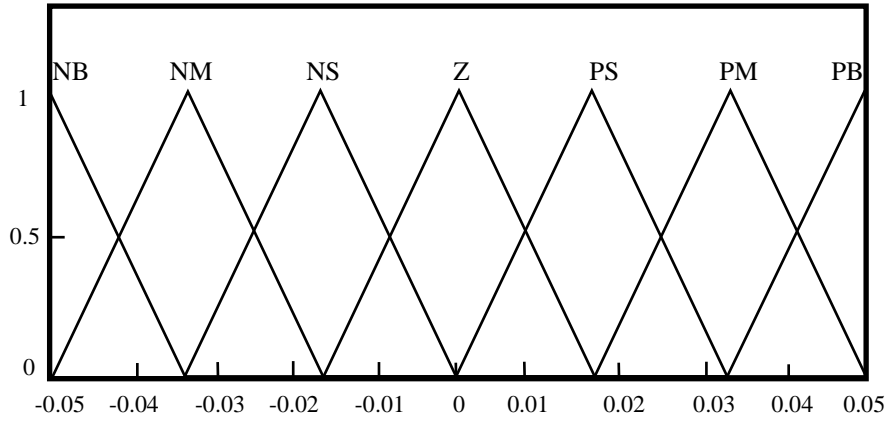
| de e | NB | NM | NS | Z | PS | PM | PB |
|---------|-----|----|----|---|----|----|-----|
| NB | VVB | VB | B | M | B | VB | VVB |
| NM | VB | B | M | S | M | B | VB |
| NS | B | B | M | M | M | B | B |
| Z | B | B | M | M | M | B | B |
| PS | B | B | M | M | M | B | B |
| PM | VB | B | M | S | M | B | VB |
| PB | VVB | VB | B | M | B | VB | VVB |

Kural tablosu tasarımı yapıldıktan sonra giriş ve çıkış üyelik fonksiyonlarının tasarımı yapılmıştır.



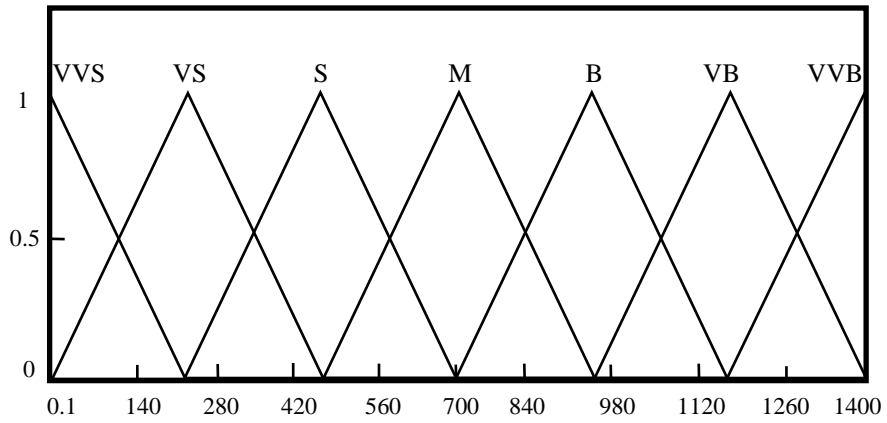
Şekil 5.29. Hata (e) üyelik fonksiyonu şekli

Şekil 5.29'da birinci kol için, hata üyelik fonksiyonu bulanık mantığa göre $[-0.01, 0.01]$ aralığında oluşturulmuştur.



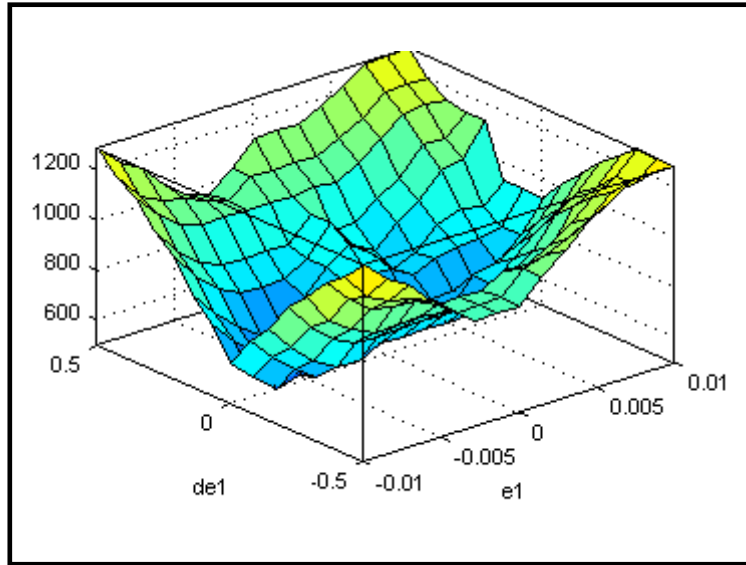
Şekil 5.30. Hatanın türevi (de) üyelik fonksiyonu şekli

Şekil 5.30'da birinci kol için, hatanın türevi üyelik fonksiyonu bulanık mantığa göre $[-0.5, 0.5]$ aralığında oluşturulmuştur.



Şekil 5.31. Kayma yüzeyi parametresi üyelik fonksiyonu

Şekil 5.31'de ise K.K.K. için hesaplanan kayma yüzeyi parametresinin bulanık mantığa göre tanımlanmasından oluşan üyelik fonksiyonunu gösterilmiştir. Bu değer $[0.1, 1400]$ arasında değişmektedir.

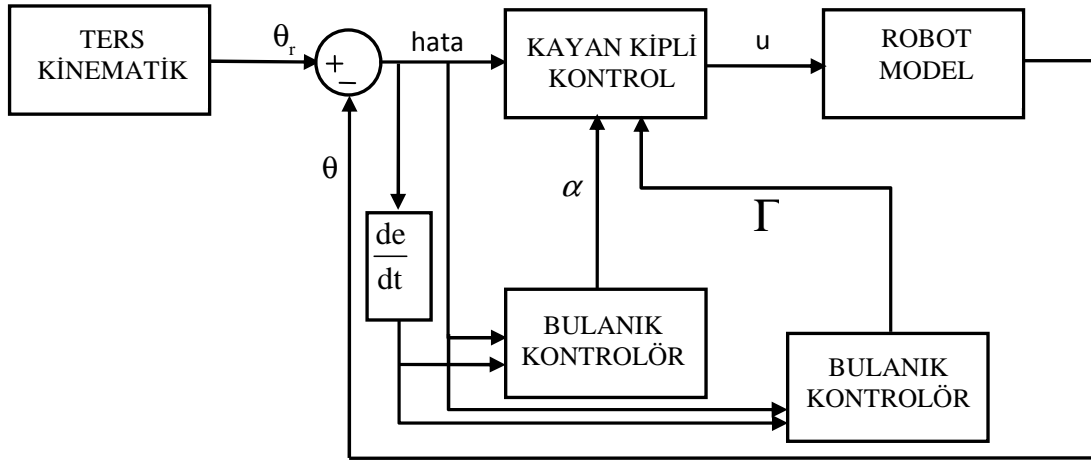


Şekil 5.32. Kayma yüzeyi tespiti için giriş ve çıkış ilişkileri

Kayma yüzeyinin giriş ve çıkış değer ilişkileri şekil 5.32’de gösterilmiştir. Burada hata ve hatanın türevi ifadelerinin değişimine göre kayma yüzeyi katsayısının değiştiği görülmektedir.

5.7.3 Değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip bulanık mantıklı kayan kipli kontrolör tasarımı

Bu kısımda, önceki iki kısımda tanıtılan bulanık mantıklı kayan kipli kontrolörler birleştirilerek bunların iyi yönleri bir araya getirilmiştir. Böylece bu kısımda kayma yüzeyi ile kontrol kazancı sistemin durumuna göre ayarlanan Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolör elde edilmiştir. Önerilen bu kontrolörün genel yapısı Şekil 5.33’de verilmiştir.



Şekil 5.33. Kontrolörün genel yapısı

Bu kontrolör iki adet bulanık mantık ünitesi içermektedir. Birincisi kayma yüzeyi eğiminin negatif değeri olan α değerini, ikincisi ise kontrol kazancı (Γ) değerini uyarlamaktadır. Kullanılan üyelik fonksiyonları ve üyelik fonksiyonlarının sınırları, daha önce verilen şekillerle aynıdır.

BÖLÜM 6. SİMÜLASYON ÇALIŞMALARI

Bu bölümde Matlab-Simulinkte yapılan simülasyon çalışmalarına yer verilmiştir. Beşinci bölümde anlatılan dört kollu puma tipi robotun Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrol, Bulanık Mantıklı PID Kontrol ve Adaptif Kontrol yöntemleri için çember ve dört doğru parçası takibi çalışmaları yapılmıştır.

Çember takibi ve dört doğru parçası takibi çalışmalarında üç boyutlu grafikleriyle birlikte 4. eklem için tork, faz diyagramı ve açısız hata grafikleri elde edilmiştir.

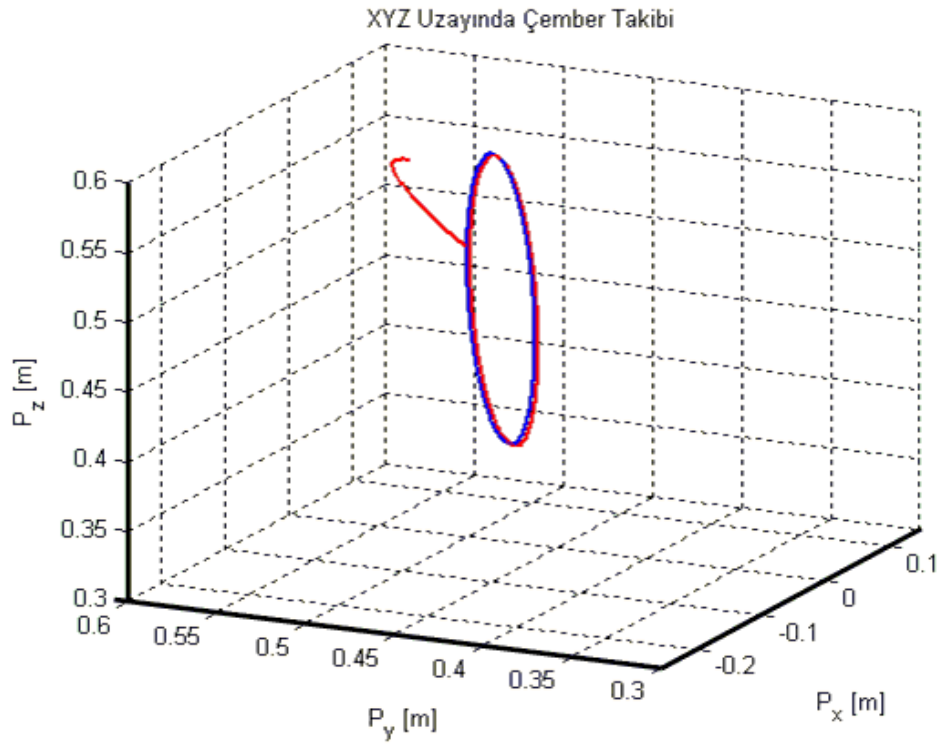
Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrol, Bulanık Mantıklı PID Kontrol ve Adaptif Kontrol yöntemleri için dört doğru parçası takibinin performans değerleri elde edilmiştir.

6.1. Dört Kollu Puma Tipi Robotun Çember Takibi

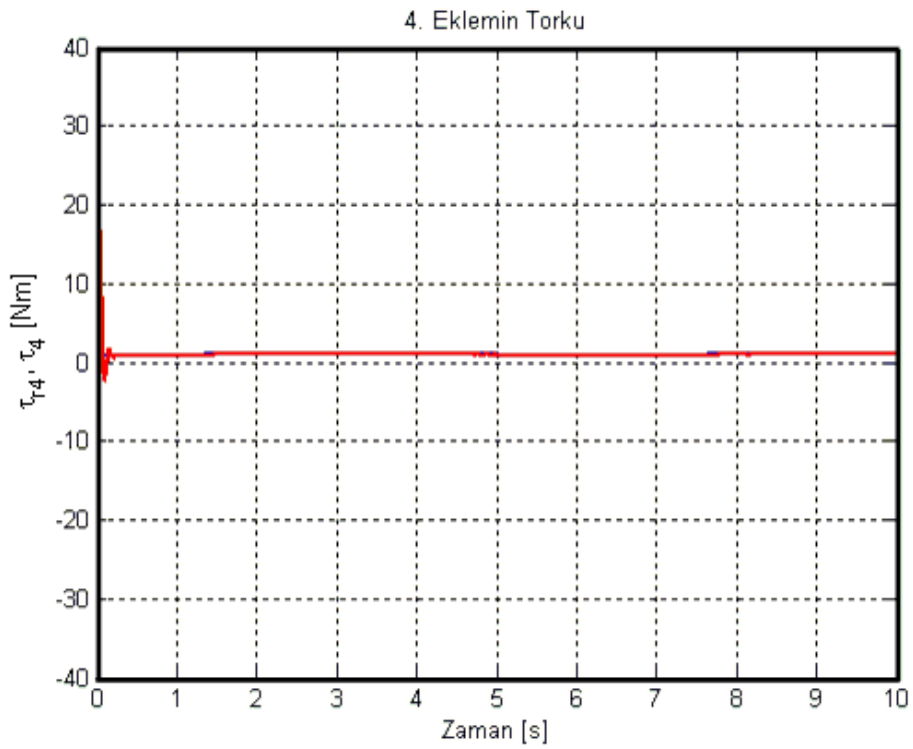
Dört serbestlik dereceli puma tipi robot kolu için uzayda çember takibi yapılacaktır. Bu çember takibi yukarıda ifade edilen kontrol yöntemleri için ayrı ayrı elde edilecektir.

6.1.1. Dört kollu puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle çember takibi

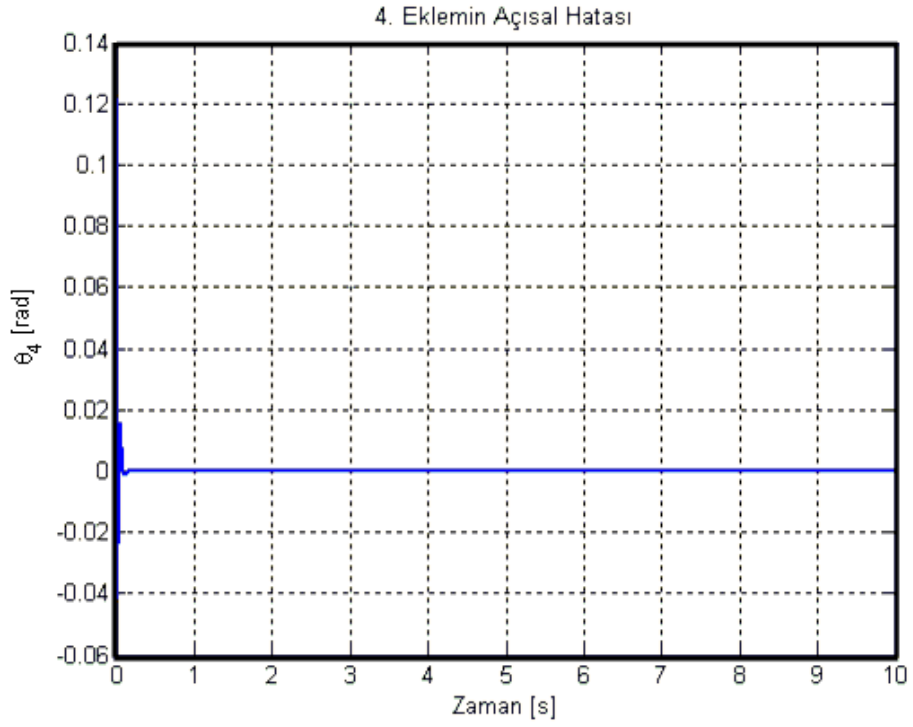
Üçüncü bölümde gösterilen başlangıç ve hedef noktalarına göre dört kollu puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle uzayda çember takibi Şekil 6.1'de, dördüncü eklem referansla birlikte tork-zaman grafiği Şekil 6.2'de, dördüncü eklem açısız hata-zaman grafiği Şekil 6.3'te ve dördüncü eklem faz diyagramı Şekil 6.4'te gösterilmiştir.



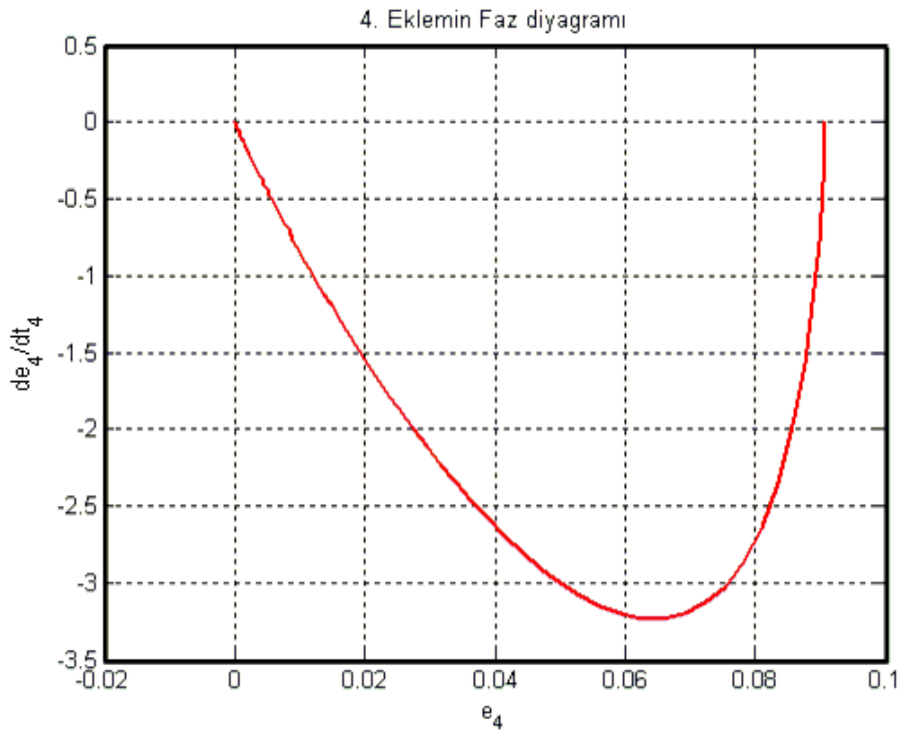
Şekil 6.1. Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle uzayda çember takibi



Şekil 6.2. Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle 4. ekleminin tork-zaman grafiği



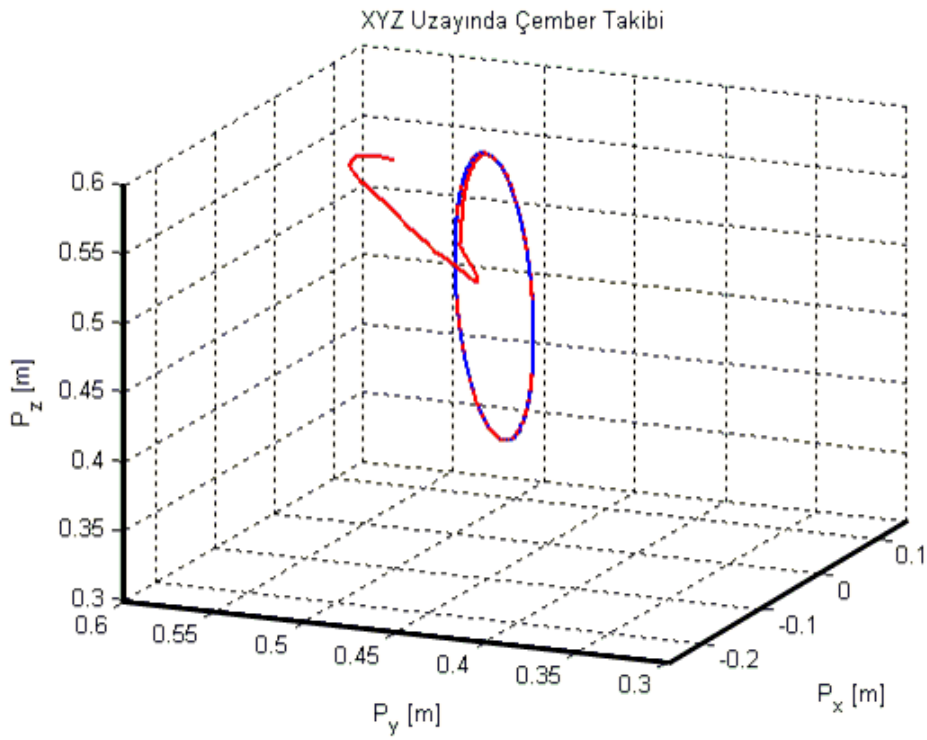
Şekil 6.3. Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle 4. ekleminin açısal hata- zaman grafiği



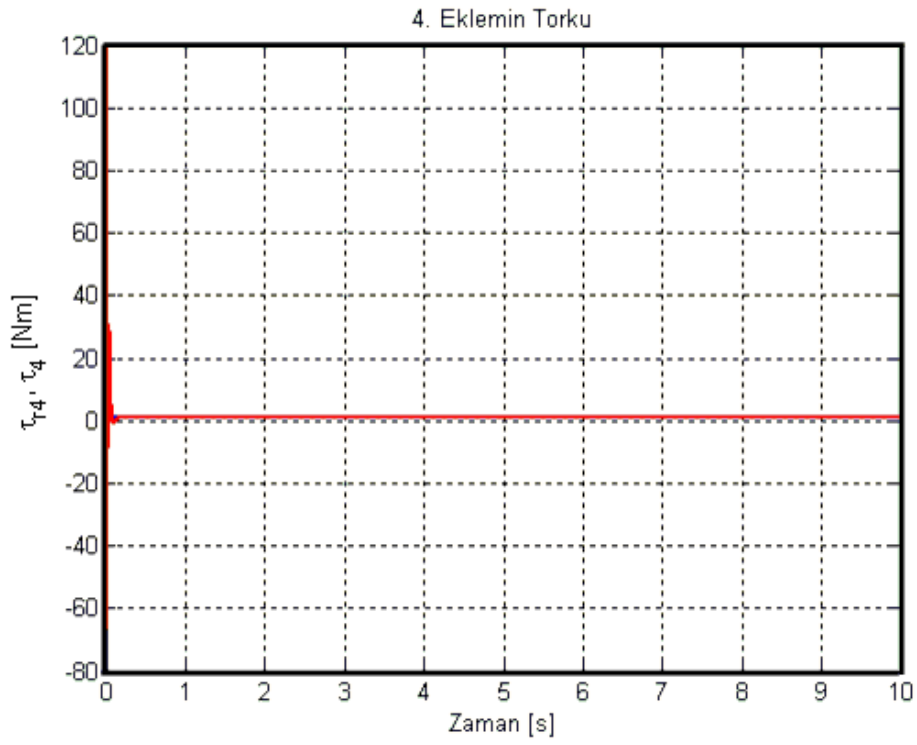
Şekil 6.4. Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle 4. ekleminin faz diyagramı grafiği

6.1.2. Dört kollu puma tipi robotun BMPIDK yöntemiyle çember takibi

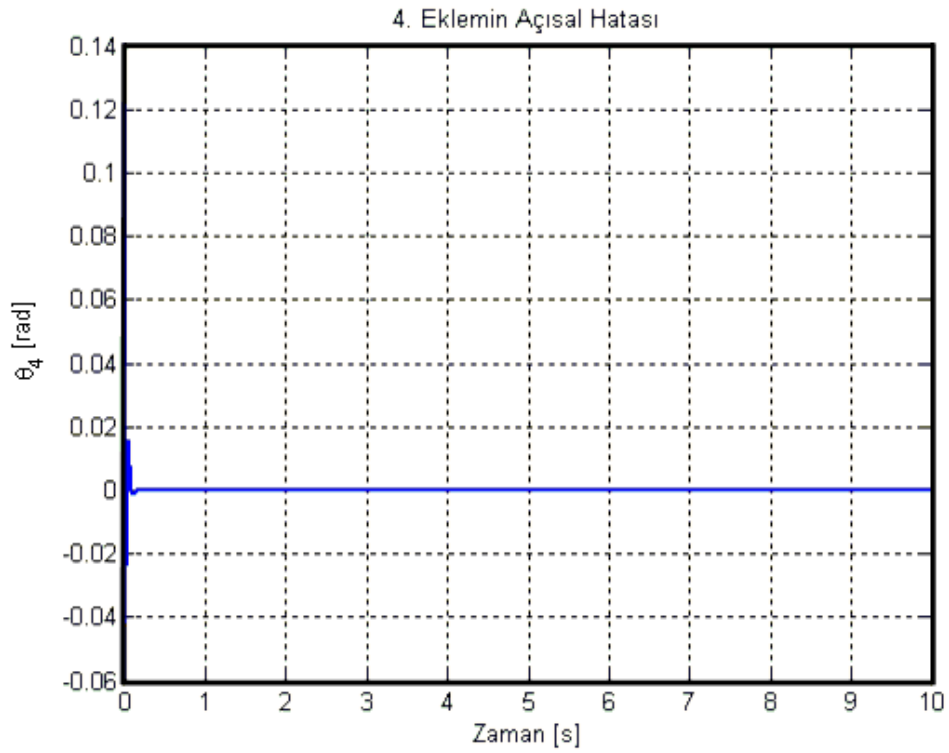
Üçüncü bölümde gösterilen başlangıç ve hedef noktalarına göre dört kollu puma tipi robotun BMPIDK yöntemiyle uzayda çember takibi Şekil 6.5'te, dördüncü eklemin referansla birlikte tork-zaman grafiği Şekil 6.6'da, dördüncü eklemin açısal hata-zaman grafiği Şekil 6.7'de ve dördüncü eklemin faz diyagramı Şekil 6.8'de gösterilmiştir.



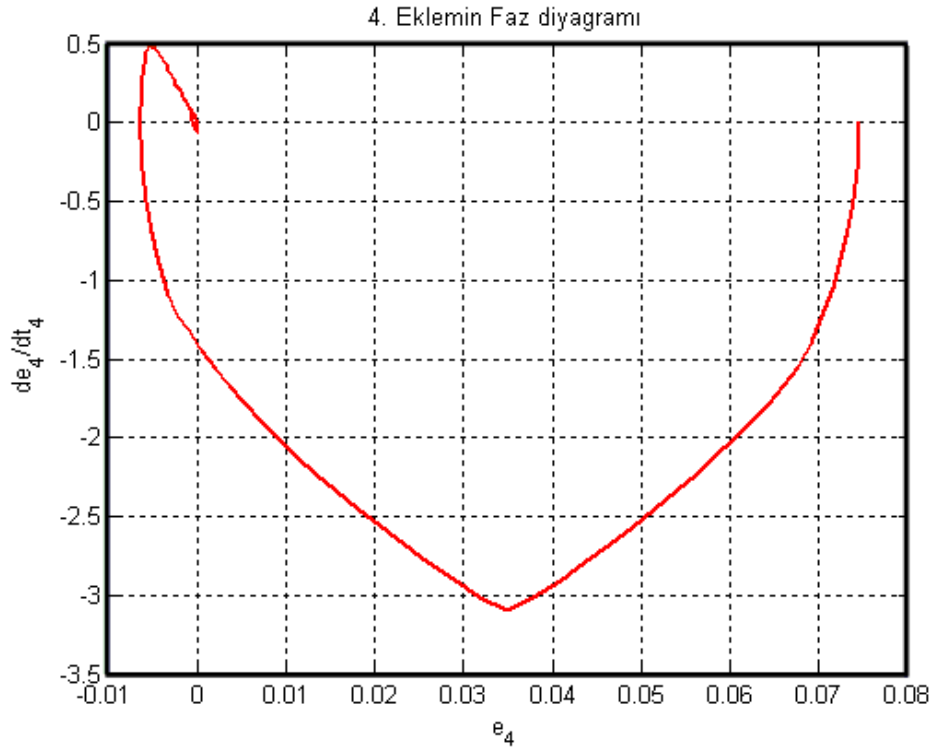
Şekil 6.5. Puma tipi robotun BMPIDK yöntemiyle uzayda çember takibi



Şekil 6.6. Puma tipi BMPIDK yöntemiyle 4. ekleminin tork-zaman grafiği



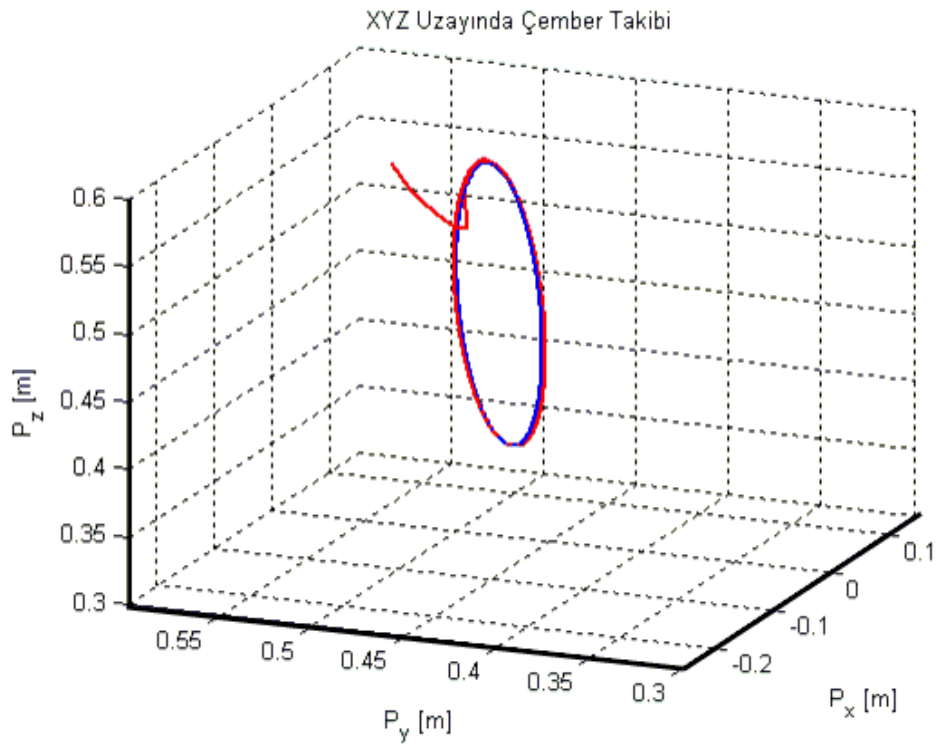
Şekil 6.7. Puma tipi robotun BMPIDK yöntemiyle 4. ekleminin açısal hata- zaman grafiği



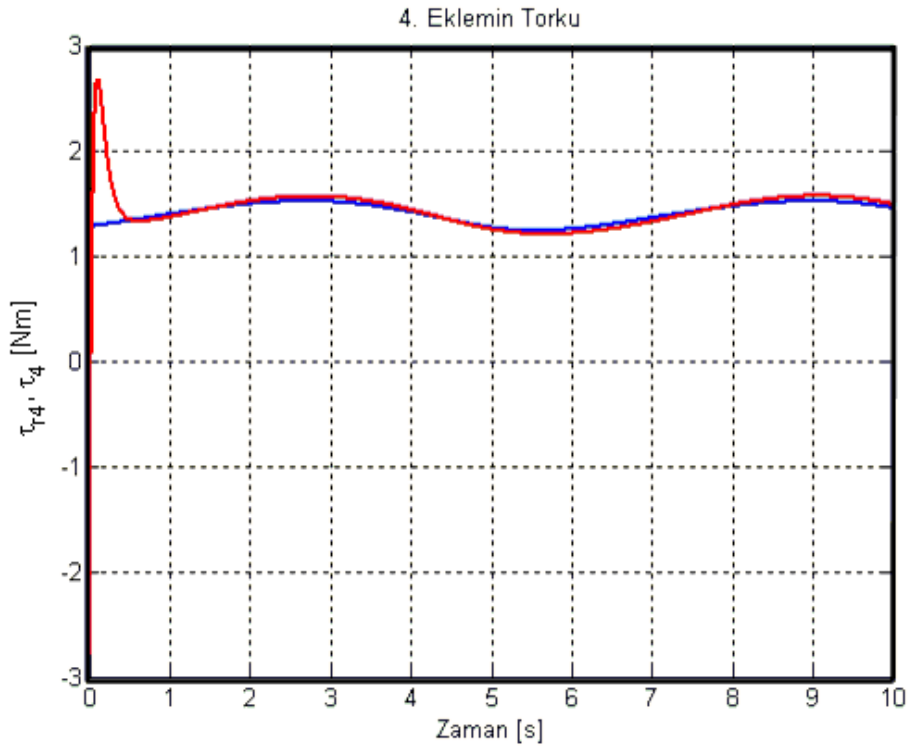
Şekil 6.8. Puma tipi robotun BMPIDK yöntemiyle 4. ekleminin faz diyagramı grafiği

6.1.3. Dört kollu puma tipi robotun adaptif kontrol yöntemiyle çember takibi

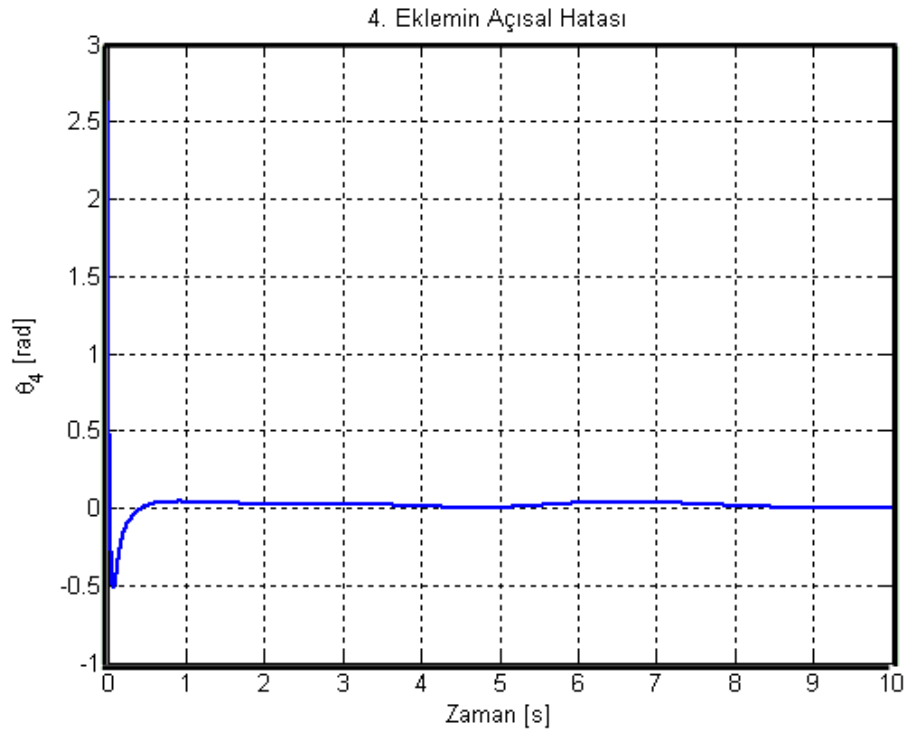
Üçüncü bölümde gösterilen başlangıç ve hedef noktalarına göre dört kollu puma tipi robotun adaptif kontrol yöntemiyle uzayda çember takibi Şekil 6.9'da, dördüncü eklemin referansla birlikte tork-zaman grafiği Şekil 6.10'da, dördüncü eklemin açılma hata-zaman grafiği Şekil 6.11'de ve dördüncü eklemin faz diyagramı Şekil 6.12'de gösterilmiştir.



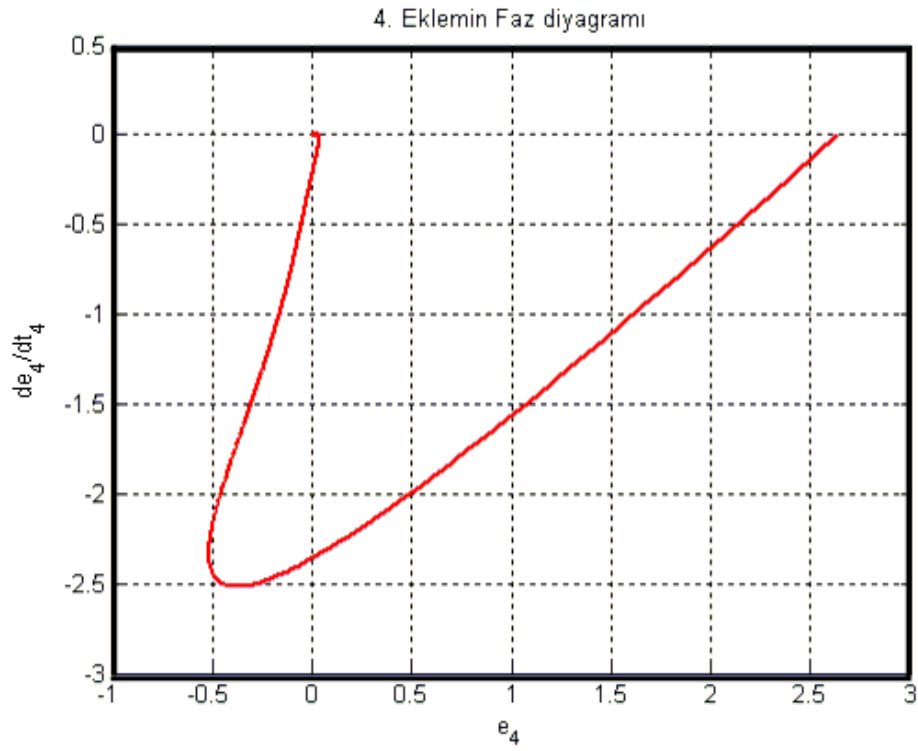
Şekil 6.9. Puma tipi robotun adaptif kontrol yöntemiyle uzayda çember takibi



Şekil 6.10. Puma tipi robotun adaptif kontrol yöntemiyle 4. ekleminin tork-zaman grafiği



Şekil 6.11. Puma tipi robotun adaptif kontrol yöntemiyle 4. ekleminin açısal hata- zaman grafiği



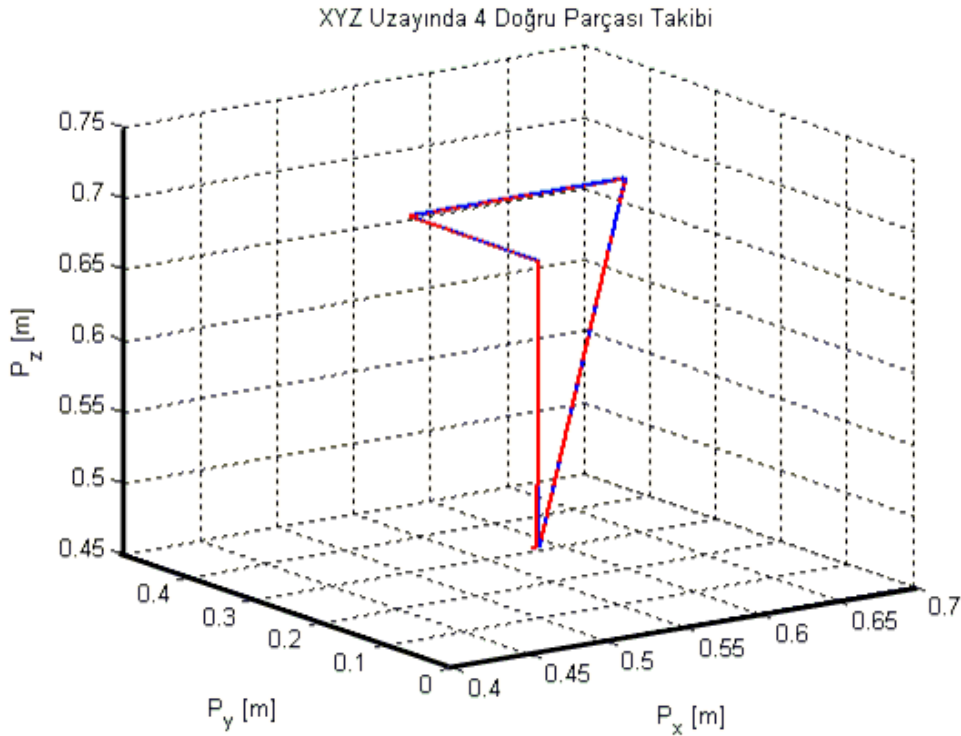
Şekil 6.12. Puma tipi robotun adaptif kontrol yöntemiyle 4. ekleminin faz diyagramı grafiği

6.2. Dört Kollu Puma Tipi Robotun Dört Doğru Parçası Takibi

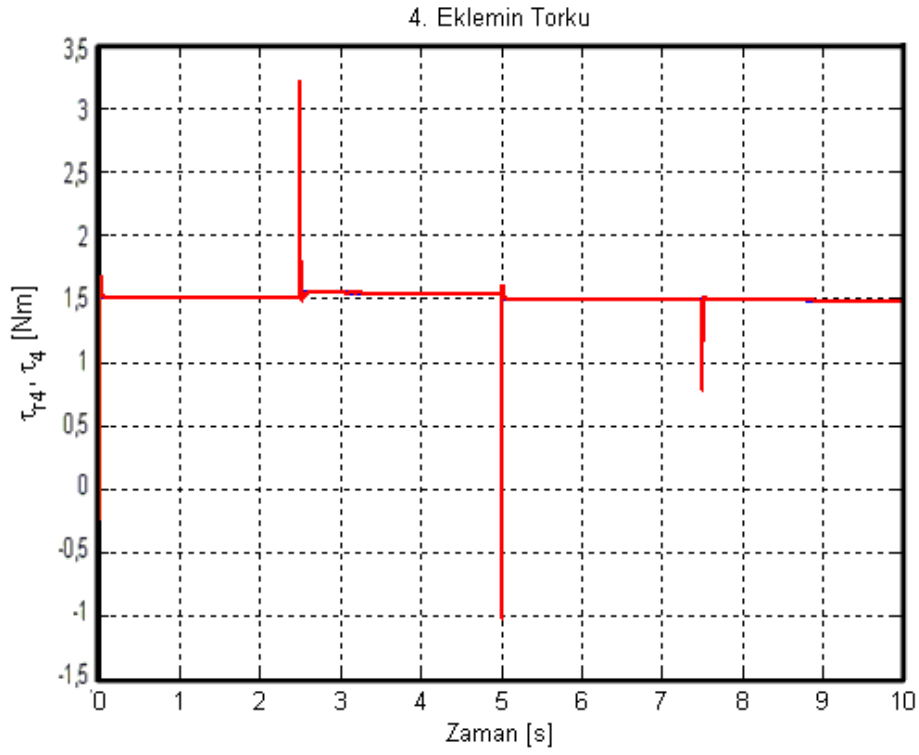
Dört serbestlik dereceli puma tipi robot kolu için uzayda dört doğru parçası takibi yapılacaktır. Bu doğru parçası takibi yukarıda ifade edilen kontrol yöntemleri için ayrı ayrı elde edilecektir.

6.2.1. Dört kollu puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle dört doğru parçası takibi

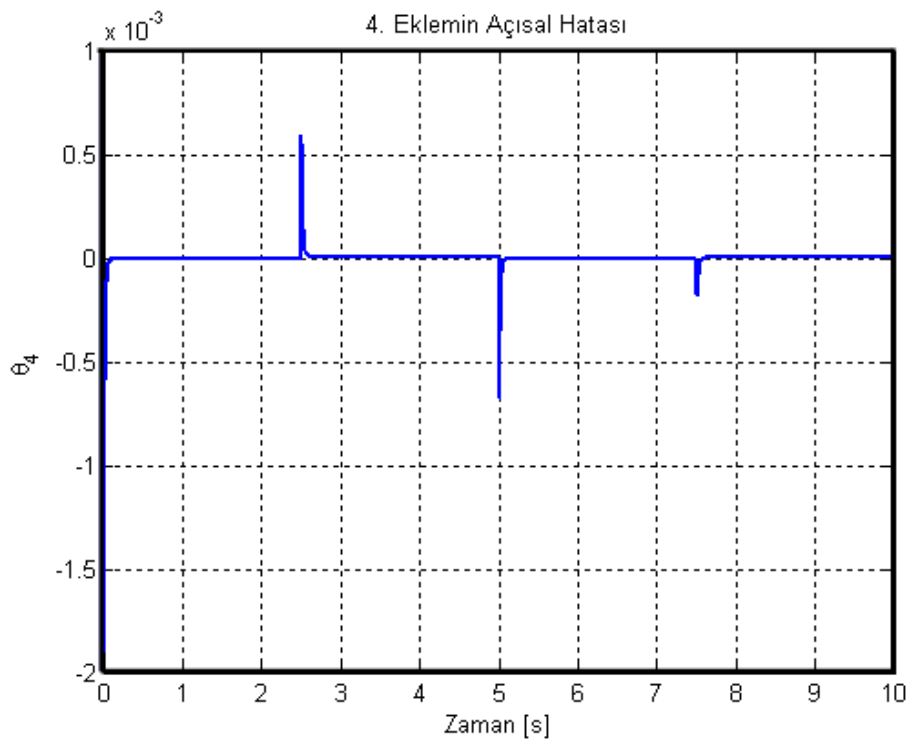
Üçüncü bölümde gösterilen başlangıç ve hedef noktalarına göre dört kollu puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle uzayda dört doğru parçası takibi Şekil 6.13'te, dördüncü eklemin referansla birlikte tork-zaman grafiği Şekil 6.14'te, dördüncü eklemin açisal hata-zaman grafiği Şekil 6.15'te ve dördüncü eklemin faz diyagramı Şekil 6.16'da gösterilmiştir.



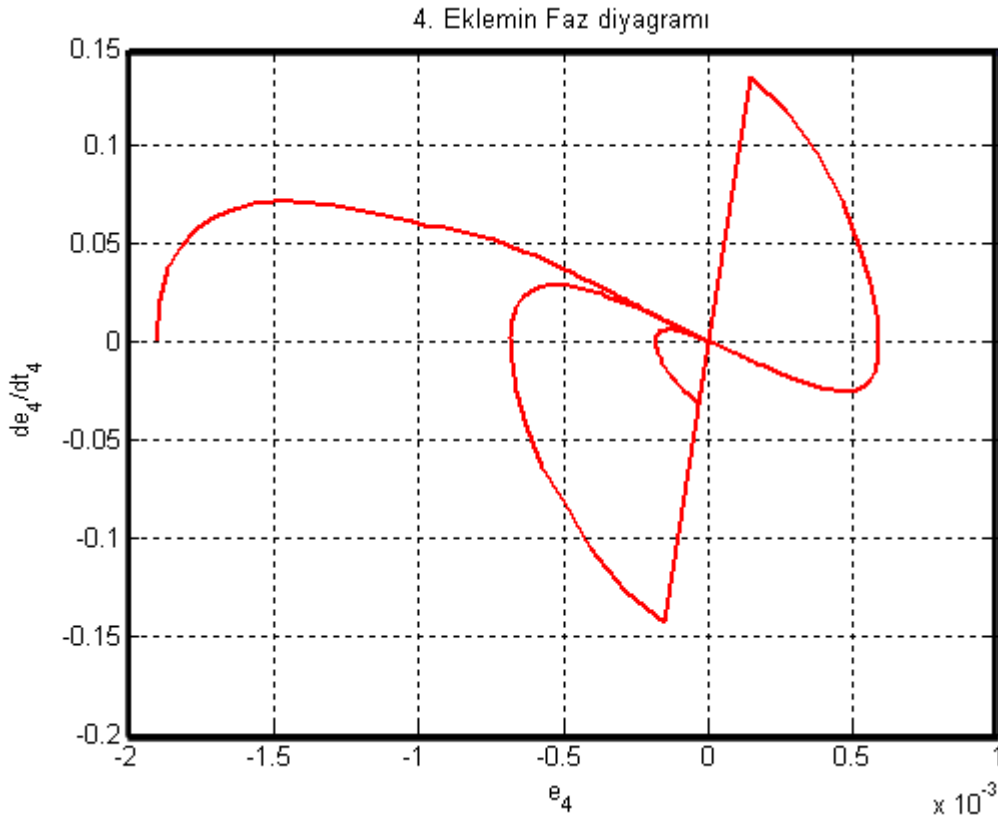
Şekil 6.13. Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle uzayda dört doğru parçası takibi



Şekil 6.14. Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle 4. ekleminin tork-zaman grafiği



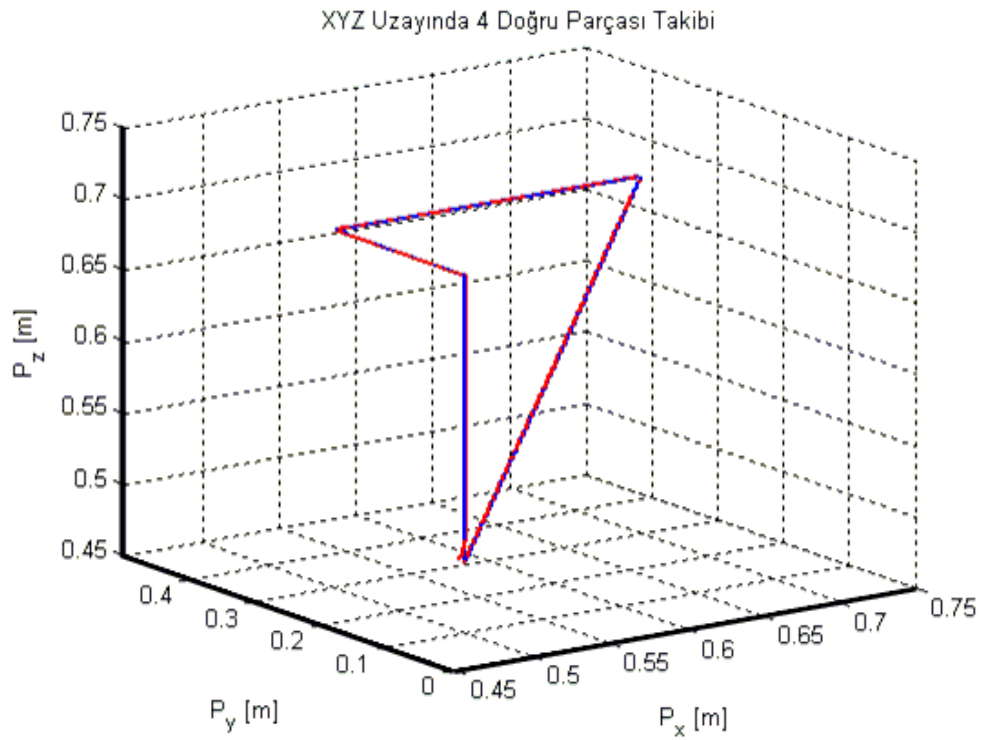
Şekil 6.15. Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle 4. ekleminin açısal hata- zaman grafiği



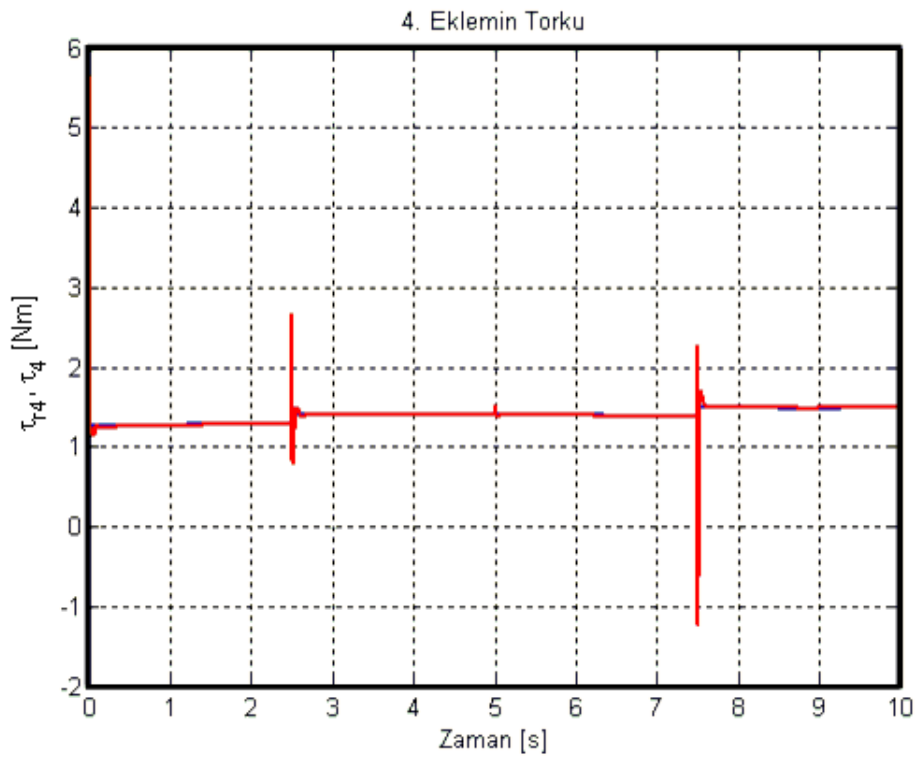
Şekil 6.16. Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle 4. ekleminin faz diyagramı grafiği

6.2.2. Dört kollu puma tipi robotun BMPIDK yöntemiyle dört doğru parçası takibi

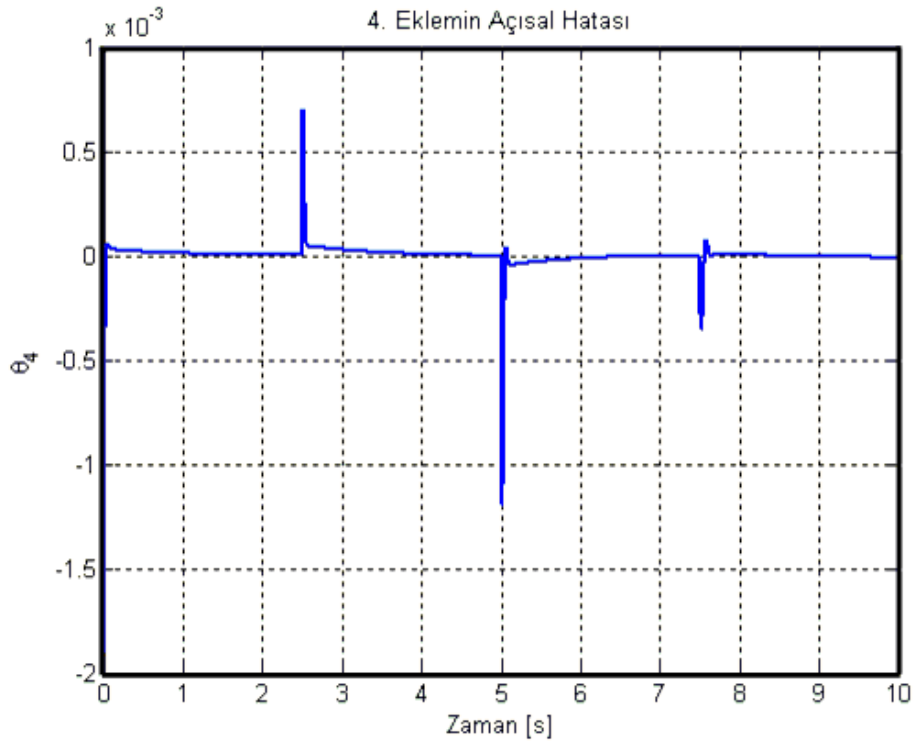
Üçüncü bölümde gösterilen başlangıç ve hedef noktalarına göre dört kollu puma tipi robotun BMPIDK yöntemiyle uzayda dört doğru parçası takibi Şekil 6.17’de, dördüncü eklemin referansla birlikte tork-zaman grafiği Şekil 6.18’de, dördüncü eklemin açısal hata-zaman grafiği Şekil 6.19’da ve dördüncü eklemin faz diyagramı Şekil 6.20’de gösterilmiştir.



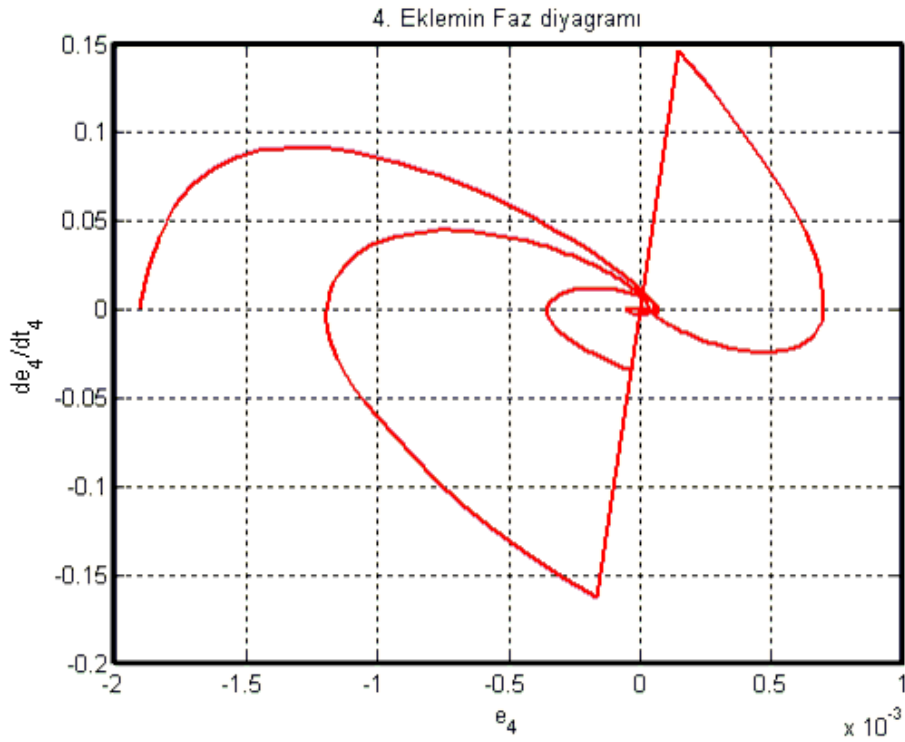
Şekil 6.17. Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMPIDK yöntemiyle uzayda dört doğru parçası takibi



Şekil 6.18. Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMPIDK yöntemiyle 4. ekleminin tork-zaman grafiği



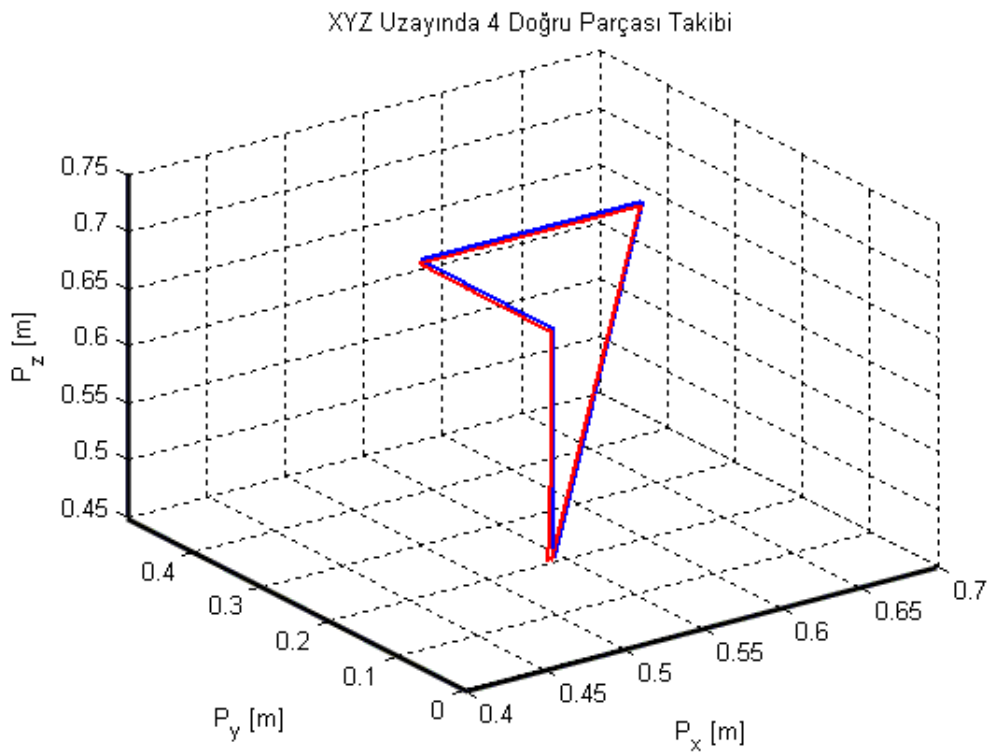
Şekil 6.19. Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMPIDK yöntemiyle 4. ekleminin açısal hata- zaman grafiği



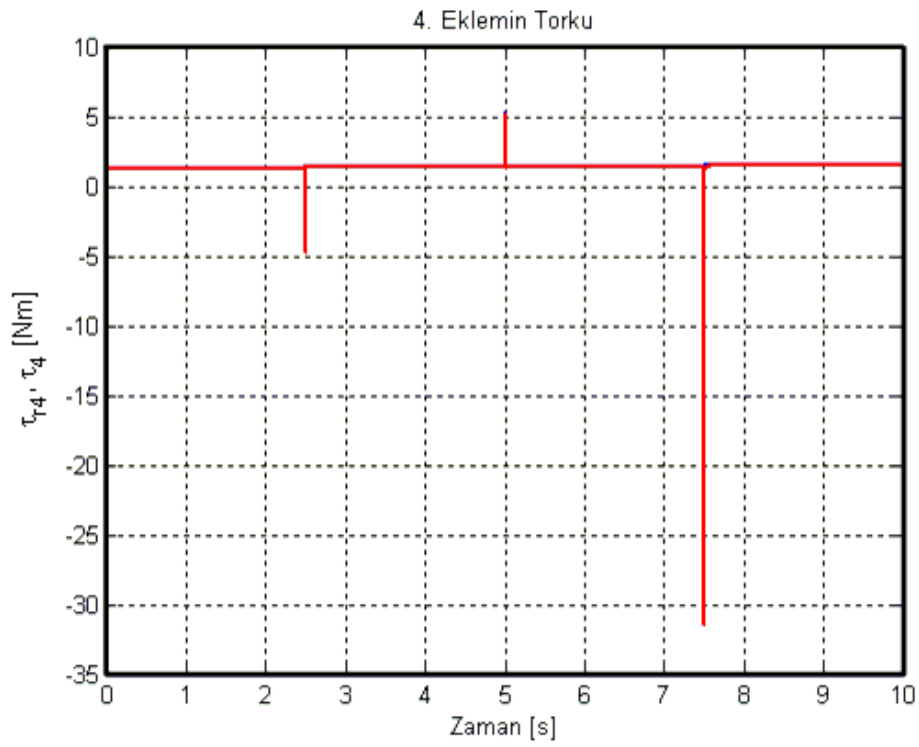
Şekil 6.20. Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMPIDK yöntemiyle 4. ekleminin faz diyagramı grafiği

6.2.3. Dört kollu puma tipi robotun adaptif kontrol yöntemiyle dört doğru parçası takibi

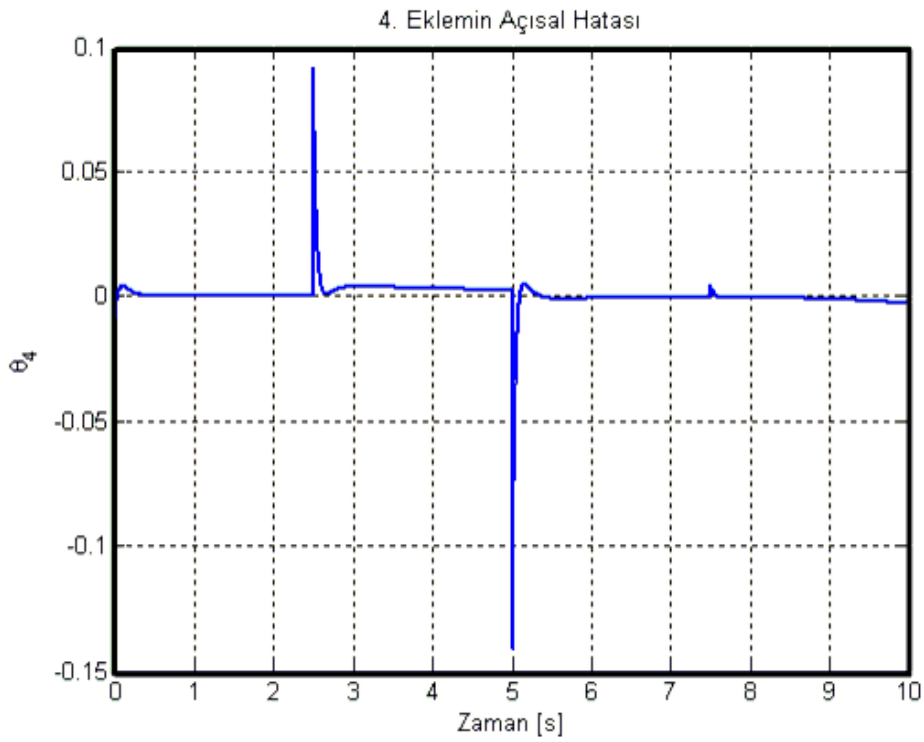
Üçüncü bölümde gösterilen başlangıç ve hedef noktalarına göre dört kollu puma tipi robotun adaptif kontrol yöntemiyle uzayda dört doğru parçası takibi Şekil 6.21'de, dördüncü eklemin referansla birlikte tork-zaman grafiği Şekil 6.22'de, dördüncü eklemin açısal hata-zaman grafiği Şekil 6.23'te ve dördüncü eklemin faz diyagramı Şekil 6.24'te gösterilmiştir.



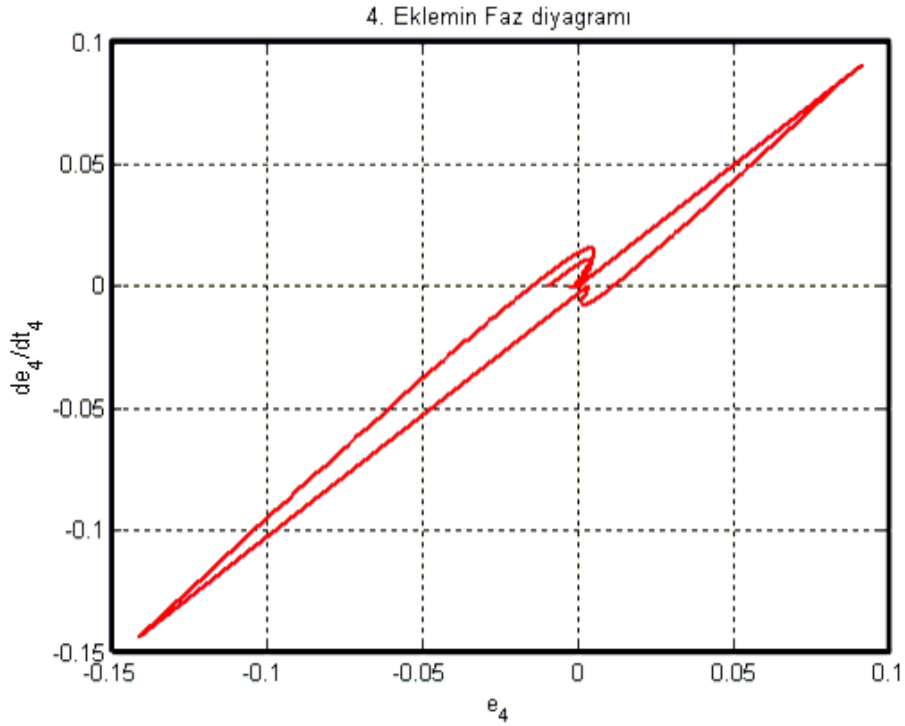
Şekil 6.21. Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip adaptif kontrol yöntemiyle uzayda dört doğru parçası takibi



Şekil 6.22. Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip adaptif kontrol yöntemiyle 4. ekleminin tork-zaman grafiği



Şekil 6.23. Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip adaptif kontrol yöntemiyle 4. ekleminin açısal hata- zaman grafiği



Şekil 6.24. Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip adaptif kontrol yöntemiyle 4. ekleminin faz diyagramı grafiği

6.3. Puma Tipi Robotun Dört Doğru Parçası Takibinin Başarım Sonuçları

Dört serbestlik dereceli puma tipi robot kolu için uzayda çember takibi yapılacaktır. Bu çember takibi yukarıda ifade edilen kontrol yöntemleri için ayrı ayrı elde edilecektir.

Robot kolunun uç noktasının, başlangıç konumundan verilen dört doğru parçasına (5 nokta) giderken yapılan simülasyon sonuçlarından elde edilen yükselme zamanı $t_r[s]$, maksimum aşım $M_p[\%]$, oturma zamanı $t_s[s]$ ve kalıcı hal hatası $e_{ss} [rad]$, verilerin düzenlenmesiyle Tablo 5.1 elde edilmiştir.

Tablo 6.1. Puma tipi robotun değişken kayma yüzeyi ve kontrol kazancına sahip BMKKK yöntemiyle verilen noktalara giderken elde edilen başarımların sonuç tablosu

| BULANIK K.K.K. (ALFA & GAMA) | Zaman aralığı | Konumlar | t_r [s] | m_p [%] | t_s [s] | e_{ss} [m] |
|---------------------------------|---------------|--|-----------|-----------|-----------|--------------|
| | 0-2.5 s | $P_0(0.5,0.1,0.5)$ - $P_1(0.5,0.1,0.7)$ | 0.020 | - | 0.24 | 0.00018 |
| | 2.5-5 s | $P_1(0.5,0.1,0.7)$ - $P_2(0.5,0.3,0.7)$ | 0.010 | 0.07 | 0.16 | 0.00016 |
| | 5-7.5 s | $P_2(0.5,0.3,0.7)$ - $P_3(0.7,0.3,0.7)$ | 0.010 | 0.06 | 0.17 | 0.00008 |
| | 7.5-10 s | $P_3(0.7,0.3,0.7)$ - $P_4(0.5,0.1,0.5)$ | 0.013 | 0.08 | 0.15 | 0.0002 |

Tablo 6.2. Puma tipi robotun BMPIDK yöntemiyle verilen noktalara giderken elde edilen başarımların sonuç tablosu

| BULANIK PID KONTROL | Zaman aralığı | Konumlar | t_r [s] | m_p [%] | t_s [s] | e_{ss} [m] |
|---------------------|---------------|--|-----------|-----------|-----------|--------------|
| | 0-2.5 s | $P_0(0.5,0.1,0.5)$ - $P_1(0.5,0.1,0.7)$ | 0.04 | - | 0.32 | 0.00035 |
| | 2.5-5 s | $P_1(0.5,0.1,0.7)$ - $P_2(0.5,0.3,0.7)$ | 0.06 | 0.21 | 0.22 | 0.00025 |
| | 5-7.5 s | $P_2(0.5,0.3,0.7)$ - $P_3(0.7,0.3,0.7)$ | 0.07 | 0.60 | 0.39 | 0.00050 |
| | 7.5-10 s | $P_3(0.7,0.3,0.7)$ - $P_4(0.5,0.1,0.5)$ | 0.07 | 0.34 | 0.33 | 0.00030 |

Tablo 6.3. Puma tipi robotun adaptif kontrol yöntemiyle verilen noktalara giderken elde edilen başarımların sonuç tablosu

| ADAPTİF KONTROL | Zaman aralığı | Konumlar | t_r [s] | m_p [%] | t_s [s] | e_{ss} [m] |
|-----------------|---------------|--|-----------|-----------|-----------|--------------|
| | 0-2.5 s | $P_0(0.5,0.1,0.5)$ - $P_1(0.5,0.1,0.7)$ | 0.11 | - | 0.43 | 0.00125 |
| | 2.5-5 s | $P_1(0.5,0.1,0.7)$ - $P_2(0.5,0.3,0.7)$ | 0.14 | 0.30 | 0.42 | 0.00100 |
| | 5-7.5 s | $P_2(0.5,0.3,0.7)$ - $P_3(0.7,0.3,0.7)$ | 0.13 | 1.50 | 0.36 | 0.00090 |
| | 7.5-10 s | $P_3(0.7,0.3,0.7)$ - $P_4(0.5,0.1,0.5)$ | 0.15 | 0.17 | 0.34 | 0.00100 |

BÖLÜM 7. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada dört serbestlik dereceli PUMA tipi bir robot kolunun kinematik ve dinamik olarak modellemesi gerçekleştirilerek farklı kontrol yöntemlerinin verdiği cevaplar analiz edilmiştir. Robot kolu doğrusal olmayan bir yapıya sahip olduğundan kontrolör tasarımları, doğrusal sistemler için tasarlanan kontrolör yapılarına göre daha zordur. Bu çalışmada robot kolunun farklı kontrolör yapılarında vereceği cevaplar değerlendirilerek performans analizinin gerçekleştirilebilmesi için altı farklı kontrol yöntemi kullanılmıştır.

PID kontrol ile gerçekleştirilen kontrol işleminde sistemin simülasyon başlangıcında, referans ile çıkış değerleri arasında büyük bir fark olduğu, ancak bu farkın zamanla minimuma indirilerek başarılı bir takibin yapılabildiği gözlemlenmiştir. Başlangıçta oluşan bu hata, gerçek zamanlı pratikte istenmeyen sonuçlar doğurabilmektedir.

Bu başlangıç hatasını başarılı bir şekilde yok etmek ve kalıcı hatayı en aza indirebilmek için, PID kontrolör parametrelerini hatanın büyüklüğüne göre ayarlayarak PID kontrolün verimini arttıran bulanık tabanlı bir PID kontrol uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar, bulanık tabanlı PID ile yapılan kontrol işleminde başlangıç hatasının daha da azaltılabildiğini ve kalıcı hatanın daha da küçük değerlere çekildiğini göstermiştir. Bulanık mantık kontrolörünün tek başına uygulandığı durumda elde edilen cevabın ise, bulanık mantık kontrolörün PID parametrelerini ayarlamak için kullanıldığı durumdan daha kötü cevap verdiği görülmüştür.

Adaptif kontrol, sistem dinamiği ve bozucu etkideki değişimlere karşı kendi davranışını değiştirebilme özelliğinin bir sonucu olarak, kabul edilen hata sınırlarında yeterli bir performans sağlayabilmiştir. Yükselme zamanı uzun olmasına

rağmen iyi bir yörünge takibi sağlayabilmiş ve kalıcı hatayı çok küçük değerlere indirmiştir.

Doğrusal olmayan sistemler için en uygun kontrol yöntemlerinden biri olma özelliğine sahip olan kayan kipli kontrol istenen başarıyı yerine getirebilmiş ancak Adaptif kontrole nispetle daha yüksek kalıcı hata doğurmuştur. Kayan kipli kontrol parametrelerinin uygun şekilde seçilememesi durumunda performansının düşmesine sebep olur.

PID kontrol yapısında da uygulandığı gibi kontrolör parametrelerini en uygun şekilde seçebilmesi için bulanık tabanlı bir kayan kipli kontrol yapısı tasarlanmıştır. Bu tasarımda kayan kipli kontrolün hataya göre kayma yüzeyi açısı ile kontrol kazancını en uygun şekilde seçilebilmesi sağlanmıştır. Her iki kontrolörün avantajlarının bir araya getirilmesi ile elde edilen yapının başlangıç hatasını en iyi şekilde yok ettiği ve kalıcı hatayı en düşük değerlerde tutabildiği gözlemlenmiştir.

Bulanık mantıklı Kayan Kipli Kontrolörün hem kayma yüzeyi hem de kontrol kazancının bulanık mantıkla ayarlandığı yapı sadece kontrol kazancının veya sadece kayma yüzeyinin bulanık mantıkla ayarlanıp diğer verilerin sabit olarak girildiği kontrol yapılarından daha başarılı olmuştur. Bu da gösteriyor ki sistemin durumuna göre değişen parametreler sayesinde daha iyi sonuçlar alınabilmektedir.

Elde edilen sonuçlar uygulanan kontrol yapılarının kabul edilebilir sınırlar içinde başarılı bir yörünge takibi gerçekleştirebildiğini ve kalıcı hatanın çok düşük değerlerde tutulabildiğini göstermiştir.

İleride yapılabilecek çalışmalarda, bulanık mantık kontrolörün avantajları ile dinamik sistemler için ideal bir örüntü işleme kabiliyetine sahip olan dinamik yapay sinir ağlarının avantajlarının bir araya getirilmesi önerilir. Bu iki sistem, kayan kipli kontrolün daha da iyileştirilmesinde kullanılabilir.

Dinamik yapının modellenmesi işleminde uygulanan Newton-Euler yönteminin, diğer dinamik modelleme yöntemleriyle karşılaştırılarak ideallik durumları

değerlendirilmelidir. Böylece karmaşık yapılı sistemler için en uygun modelleme yönteminin belirlenmesi sağlanabilir.

KAYNAKLAR

- [1] HUANG, B., and MILENKOVIC, V., "Kinematics of Major Robot Linkages", Proc. 13th international symposium on Industrial Robots, Robotics International of SME, Vol.12, pp 16-31, 1983.
- [2] DAILEY, D. J., "Small Computer Theory and Applications", McGraw Hill Book Co., International edition, Singapore, 1988.
- [3] CRAIG, J. J., "Introduction to Robotics:Mechanics and Control", USA, 1989.
- [4] SCHILLING, R. J., "Fundamentals of Robotics", Prentice Hall, USA, 1990.
- [5] ASADA, H., and SLOTINE, J. J. E., "Robot Analysis and Control", Wiley-Interscience Publication, USA, 1986.
- [6] SARIKAYA, H., "Bir ve İki Serbestlik Dereceli Robot Kolunda Kuvvet Kontrolü", Erciyes Üniversitesi, Yüksek Lisans Tezi, 1990.
- [7] HACIOĞLU, Y., "Bir Robotun Bulanık Mantıklı Kayan Kipli Kontrolü", İstanbul Üniversitesi, Yüksek Lisans Tezi, 2004.
- [8] HAKLIDIR, M., ve GÜLER, M., "Bulanık Mantıklı PD Kontrolcü ile İki Serbestlik Dereceli Robot Kolunun Kontrolü", 11. Ulusal Makine Teorisi Sempozyumu", 2003.
- [9] BİNGÜL, Z., ve KARAHAN, O., "Endüstriyel Robotların Kinematik ve Dinamik Modellenmesi", Kocaeli Üniversitesi Mekatronik Mühendisliği BAPB-Proje No: 2004/020.
- [10] DURMAZ, U., "Bir Robot Kolunun Sinirsel Bulanık Kontrolü", Sakarya Üniversitesi, Yüksek Lisans Tezi, 2007.
- [11] UTKIN, V. I., "Variable Structure Systems with Sliding Modes", IEEE Transactions on Automatic Control, 22: pp. 212-222, 1977.
- [12] SAĞGÖZ, A., "Kayan Kipli Kontrolörlerde Doğrusal Olmayan Yüzeylerin Bulanık Mantık ile Tasarımı ve Uygulaması", İstanbul Teknik Üniversitesi, Yüksek Lisans Tezi, 2006.

- [13] OGATA, K., “Modern Control Engineering”, Prentice-Hall International, Inc., USA, 0-13-598731-8, 1990.
- [14] ZHAO, Z. Y., TOMIZUKA, M., ISAKA, S., “Fuzzy Gain Scheduling of PID Controllers”, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 23, pp. 1392-1398, 1993.
- [15] SANTOS, M. ve DEXTER, A.L., “Control of a Cryogenic Process Using a Fuzzy PID Scheduler”, Control Engineering Practise, 10, pp. 1147-1152 2002.
- [16] ERENOGLU, I., “Akıllı Melez Bulanık PID Kontrolör Yapısı”, İstanbul Teknik Üniversitesi, Yüksek Lisans Tezi, 2006.
- [17] CANBERİ, O., “Bulanık Yapay Sinir Ağıyla Model Referans Robot Denetimi”, İstanbul Teknik Üniversitesi, Doktora Tezi, 2002.
- [18] YILDIRIM, M., ERKAN, K., ve SAĞDINÇ, İ., “Doğru Olmayan Dinamik Sistemlerin Bulanık Mantıklı Yapay Sinir Ağı ile Modellenmesi”, Otomatik Kontrol Bilimsel Toplantısı, 1998.
- [19] KAITWANIDVILAI, S., and PARNICHKUN, M., “Force Control in a Pneumatic System Using Hybrid Adaptive Neuro-Fuzzy Model Reference Control”, Mechatronics 15, pp. 23-41, 2005.
- [20] ÇELİKEL, H. K., “Taşıt Süspansiyon Sistemlerinin Bulanık Mantık Ayarlı PID Kontrolü”, İstanbul Üniversitesi, Yüksek Lisans Tezi, 2006.
- [21] ERDOĞAN, M. E., “Bir Sistemin Öz Uyarlamalı Bulanık PID Kontrolör ile Kontrolü”, İstanbul Teknik Üniversitesi, Yüksek Lisans Tezi, 2006.
- [22] BAYRAK, A., “Beş Eksenli Bir Robot Kolunun Simülasyonu ve Kontrolü”, Gazi Üniversitesi, Yüksek Lisans Tezi, 2007.
- [23] BARRIENTOS. A., PENIN, L.F., BALAGUER, C., and Aracil. R., Fundamentals of Robotics, McGrawHill, 1997.
- [24] McKERROW, J., “Introduction to Robotics”, Addison Wesley, 1989.
- [25] KLAFTER, R.D., CHMIELEWSKI, T.A., NEGIN, M., Robotic Engineering –An integral Approach, Prentice Hall, 1989.
- [26] NIKU, S.B., “Introducti to Robotics: Analysis, Systems, Applications, Prentice Hall, 2001.
- [27] William, A., Wolovich, Brow Robotics: “Basic Analysis and Design”, 2000.

- [28] LEE, C. S. G., "Robot Arm Kinematics, Dynamics and Control", Computer, vol. 15, No. 12, Pp. 62-80, 1982.
- [29] CRAIG, J. J., "Introduction to Robotics Mechanics and Control", USA, 1989.
- [30] FU, K. S, GONZALES, R. C, and C. S, "Robotics" , McGraw-Hill Book Company, 1987.
- [31] ALİ, H., KAYA, M., "Genetik Algoritma Kullanılarak PID Kontrol Parametrelerinin Bulunması", F.Ü. Fen ve Müh. Dergisi 13(2), pp. 1-8, 2001.
- [32] ZADEH, L. A., "Fuzzy Sets", Informat, Control, 8, pp. 338-353, 1965.
- [33] ZADEH, L. A., "Making Computers Think Like People", IEEE Spectrum, 21(8), pp. 26-32, 1984.
- [34] KUVULMAZ, J., "Endüstriyel Prosesler için PID Tipi Bulanık Tontrolör Tasarım", Yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 164, 2002.
- [35] ADCOCK, T.A., GEORGE, M. Jr., THRIFT, P., "Implementation of Fuzzy Logic, Selected Applications Texas Instruments Incorporated, 1992.
- [36] HORI, Y., " Future Vehicle Driven by Electricity and Control", IEEE, AMC 2002-Maribor, Slovenia, 2002
- [37] GAO, W.B., Hung, J. C., "Variable Structure Control of Nonlinear Systems", IEEE transaction on Industrial Electronics, Vol, No. 1, pp.45-55, 1993
- [38] UTKIN, V. I., "Sliding Mode Control Design Principles and Applications to Electric Drives" IEEE transactions on Industrial Electronics, Vol. 40, No. 1, pp. 23-35,1993.
- [39] EDWARDS, C., Spurgeon, S.K., "Sliding Mode Control, Theory and Applications", Taylor&Francis, London, 1-92, 1998.
- [40] UTKIN, V.I., "Variable Structure Systems with Sliding Modes", IEEE Transactions on Automatic Control, 22(2): 212-222, 1977.
- [41] UTKIN, V.I., "Sliding Modes and Their Applications in Variable Structure Systems", Mir Publishers, Moscow, 1-120, 1987.
- [42] YAĞIZ, N., "Bulanık mantıklı Kayan Kipli Kontrol Tasarımı ve Robot Yörünge Takibinde Uygulaması", MBGAK 2005 , 17-19 Kasım, pp. 325-331. 2005.

- [43] EHRENWARD, I., and GUELMAN, M., "Integrated Adaptive Control of Space Manipulators," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol.21, No.1, pp. 156-163, 1998.
- [44] NANDOM, P. K., and SEN, P. C., "A Comparative Study of Luenberger Observer and Adaptive Observer-Based Variable Structure Speed Control System Using a Self-Controlled Synchronous Motor", *IEEE Trans. Ind. Electron.* , vol.37 , no.2, pp.127-132 , 1990.
- [45] HO, E. Y. Y., and SEN, P. C., "A Microcontroller-Based Induction Motor Drive System Using Variable Structure Strategy with Decoupling", *IEEE Trans. Ind. Electron.* , vol.37 , no.3, pp.227-235, 1990.

ÖZGEÇMİŞ

Fatih ERMİŞ, 1986 yılında Sinop-Boyabat'ta doğdu. İlköğrenimi Uzun Mehmet İlkokulu ve orta öğrenimini Kadıköy Anadolu Lisesi'nde, Lise öğrenimini Nevzat Ayaz Lisesinde tamamlayarak 2004 yılında mezun oldu. Aynı yıl Sakarya Üniversitesi Makine Mühendisliği bölümünü kazandı. 2005 yılında. Sakarya Üniversitesi Endüstri Mühendisliği bölümüyle çap yaptı. 2008 yılında Makine ve Endüstri mühendisliği bölümlerinden mezun olup Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde Makine Tasarımı ve İmalatı bölümünde yüksek lisansa başladı. Halen son sınıf öğrencisi olarak öğrenimini sürdürmektedir.