

**T.C  
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**DAR KANALLARDAKİ TAYLOR AKIŞINDA  
OLUŞAN BASINÇ DÜŞÜMÜ MODELLEMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Mak. Müh. Ayşe Nur BORAN**

**Enstitü Anabilim Dalı : MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ  
Enstitü Bilim Dalı : ENERJİ  
Tez danışmanı : Prof. Dr. İsmail ÇALLI**

**Haziran 2011**

T.C  
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**DAR KANALLARDAKİ TAYLOR AKIŞINDA  
OLUŞAN BASINÇ DÜŞÜMÜ MODELLEMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Mak. Müh. Ayşe Nur BORAN**

**Enstitü Anabilim Dalı : MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ**  
**Enstitü Bilim Dalı : ENERJİ**

Bu tez 28 /06/2011 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Oybirliği ile kabul edilmiştir



**Prof. Dr.**  
**İsmail ÇALLI**  
**Jüri Başkanı**



**Doç. Dr. Süleyman**  
**Kadri YİĞİT**  
**Üye**



**Yrd. Doç. Dr.**  
**Nedim SÖZBİR**  
**Üye**

## ÖNSÖZ

Çalışmamı sunmaya başlamadan önce yüksek lisans sürecimin tamamında bilgisi ve tecrübesiyle hiçbir desteği esirgemeyen ve bu tezin uluslar arası işbirliğiyle gerçekleşmesine katkı sağlayan danışmanım, değerli hocam Sayın Prof. Dr. İsmail ÇALLI' ya, bu proje çerçevesinde iş birliğini kabul eden ve her konuda bana yardımcı olan Avrupa'nın en büyük bilim ve mühendislik araştırma enstitülerinden biri olan Karlsruhe Teknoloji Enstitüsü, (KIT), Nükleer ve Enerji Teknolojileri Enstitüsü'nden (IKET) Sayın Dr. Martin WÖRNER 'e teşekkürlerimi sunuyorum. Bu çalışma ERASMUS (AB öğrenci değişimi ve bilim adamı destekleme) programı vasıtasıyla gerçekleştirilmiş ve desteklenmiştir. Bu çalışmanın Türkiye'de bu konu ile ilgili yürütülecek araştırmaların yaygınlaşmasında ve geliştirilmesinde katkı sağlamasını diliyorum.

# İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ .....	ii
SİMGELER LİSTESİ .....	v
ŞELİLLER LİSTESİ .....	vii
ÖZET .....	viii
SUMMARY .....	ix

## BÖLÜM 1.

GİRİŞ .....	1
-------------	---

## BÖLÜM 2. SAYISAL SİMÜLASYON YÖNTEMİ VE SİMÜLASYON

PARAMETRELERİ .....	6
2.1. Turbit VOF Kodu ve İki fazlı Akış Hakkında Genel Bilgi .....	6
2.1.1. Turbit-VOF kodu .....	6
2.1.2. Turbit-VOF kodu doğrulaması .....	6
2.1.3. Turbit-VOF sonuçlarından birim hücredeki basınç düşümü profili.....	7
2.1.4. İki fazlı akış .....	8
2.1.4.1. Homojen akış modeli.....	9
2.1.4.2. Ayrık akış modeli .....	9
2.2. Akışkan Hacim Yöntemi (VOF).....	9
2.3. Simülasyon Parametreleri.....	10

## BÖLÜM 3.

### LİTERATÜRDE SIKÇA KULLANILAN BASINÇ DÜŞÜMÜ

MODELLEMELERİNE GENEL BAKIŞ .....	13
3.1. Lockhart-Martinelli-Chisholm Basınç Düşümü Modellemesi .....	13
3.1.1. Lockhart-Martinelli basınç düşümü modellemesi.....	13

3.1.2. Lockhart-Martinelli-Chisholm basınç düşümü modellemesi ve Chisholm parametresi .....	14
3.2. Kreutzer ve Warnier Basınç Düşümü Modellemeleri.....	14
3.2.1. Kreutzer basınç düşümü modellemesi.....	15
3.2.2. Warnier basınç düşümü modellemesi.....	16
3.2.3. Kreutzer ve warnier basınç düşümü modellerinin kıyaslanması .....	16
BÖLÜM 4.	
TAYLOR AKIŞI İÇİN DAR KANALLARDA YENİ BASINÇ DÜŞÜMÜ	
MODELLEMESİ .....	18
4.1. Yeni Basınç Düşümü Modellemesinin Ana Taslağı.....	18
4.2. Hidrostatik Basınç Düşümü Modellemesi.....	19
4.3. Akış-Ara bölmesi Boyunca Meydana Gelen Basınç Düşümü Modellemesi ..	20
4.3.1. $C_{slug}$ Sabitinin belirlenmesi .....	21
4.4. Kabarcık Yüzeyi Boyunca Oluşan Basınç Düşümü Modellemesi .....	22
4.4.1. Kabarcık yüzeyi boyunca oluşan basınç düşümü modellemesi genel hatları .....	22
4.4.2. Kabarcık ön kavisinin modellenmesi .....	25
4.4.3. Kabarcık arka kavisinin modellenmesi .....	26
4.4.3.1. Kabarcık arka kavisinin $Re_B = 0$ için modellenmesi.....	26
4.4.3.2. Kabarcık arka kavisinin $Re_B > 0$ için modellenmesi.....	27
4.5. Yeni Basınç Düşümü Modeli Denklemleri .....	28
4.6. Anahtar Parametre $\psi$ için Literatürde Verilen Bağlıntılar .....	29
4.7. $\psi$ ve $Ca_j$ Arasındaki İlişki.....	31
4.8. Dinamik Basınç Düşümü İçin Modellerin Kıyaslanması.....	32
BÖLÜM 5.	
SONUÇLAR .....	34
KAYNAKLAR.....	35

## SİMGELER LİSTESİ

$U_c$	: Birim hücre
$L_{UC}$	: Birim hücre uzunluğu
$L_{kabarçık}$	: Kabarcık uzunluğu ( $L_{bubble}$ )
$L_{sıvı}$	: İki kabarcık arasındaki sıvının uzunluğu ( $L_{sıvı}$ )
$J_G$	: Gaz yüzeysel hızı
$J_L$	: Sıvı yüzeysel hızı
$J_{total}$	: Toplam yüzeysel hız
$\dot{Q}_G$	: Gaz fazının toplam hacmi
$\dot{Q}_L$	: Sıvı fazının toplam hacmi
$U_B$	: Kabarcık hızı
$D_h$	: Hidrolik çap
$Ca$	: Capillary sayısı
$Re$	: Reynolds sayısı
$\varepsilon$	: Gaz hacim kesri
$Ca_B$	: Kabarcık Capillary sayısı
$Ca_J$	: Fiktif Capillary sayısı
$Re_B$	: Kabarcık Reynolds sayısı
$\mu$	: Viskozite
$\rho$	: Yoğunluk
$\sigma$	: Yüzey gerilim katsayısı
$\beta$	: Hacimsel akış oranı

$La$	: Laplace sayısı
$D_B$	: Kabarcık çapı
$\Psi$	: Birimsiz kabarcık hızı
$We$	: Weber sayısı
$We_B$	: Kabarcık Weber sayısı
$t_{ref}$	: Referans zaman
$u_{ref}$	: Referans hız
$\Delta P_{stat}$	: Statik basınç düşümü
$\Delta P_{sıvı}$	: Sıvı akış bölümündeki basınç düşümü
$\Delta P_{kabarcık}$	: Kabarcık boyunca oluşan basınç düşümü
$\Delta P_{dyn}$	: Dinamik basınç düşümü
$D_h \kappa_{arka}$	: Kabarcık boyutsuz arka kavisi
$D_h \kappa_{ön}$	: Kabarcık boyutsuz ön kavisi
$\kappa_{arka}$	: Kabarcık arka kavis değeri
$\kappa_{ön}$	: Kabarcık ön kavis değeri

## ŞELİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1. Monolit reaktör .....	2
Şekil 1.2. Birim hücre üzerinde bazı tanımlar.....	3
Şekil 2.1. Turbit-VOF kodu doğrulaması .....	7
Şekil 2.2. Turbit-VOF ile elde edilen basınç profili.....	8
Şekil 2.3. Hesaplama alanı ve koordinat sisteminin temsili gösterimi.....	11
Şekil 2.4. Değişik zaman aralıklarında gaz kabarcığının ve birim hücrenin gösterimi.....	12
Şekil 3.1. Kreutzer v. d. (2005) ve Warnier v. d.(2010) akış-ara bölmesi tanımlamaları.....	17
Şekil 4.1. $C_{slug}$ sabitinin belirlenmesi .....	21
Şekil 4.2. Literatür ve Turbit-VOF kabarcık boyutsuz ön ve arka kavis değerleri ....	23
Şekil 4.3. Değişik zaman aralıklarında Turbit-VOF ile elde edilen birim hücre resimleri .....	24
Şekil 4.4. Kabarcık boyutsuz ön kavisinin modellenmesi.....	25
Şekil 4.5. Literatür ve Turbit-VOF kabarcık boyutsuz ön ve arka kavis değerleri ....	26
Şekil 4.6. Kabarcık boyutsuz arka kavisinin $Re = 0$ için modellenmesi .....	27
Şekil 4.7. Kabarcık boyutsuz arka kavis değerlerinin $Re_B > 0$ için modellenmesi.	28
Şekil 4.8. $\psi$ ve $Ca_T$ arasındaki ilişki.....	32
Şekil 4.9. Literatürdeki modellerle yeni basınç düşümü modelinin kıyaslanması.....	33



## ÖZET

Anahtar Kelimeler: Taylor akışı, basınç düşümü, kare kesitli mini kanal, sayısal, iki fazlı akış

Dar kanallarda Slug(darbeli) akış genelde Taylor akışı şeklinde oluşur. Bu akış cinsinde kanal kesitini neredeyse tamamıyla dolduran ince uzun mermi şekilli Taylor kabarcıkları, gaz bölgesinden bağlantısız sıvı akış-ara bölmesi tarafından bölünmüşlerdir. Taylor akışı birim hacme düşen yüksek ara yüz alanından dolayı ve ince sıvı filmin gaz/sıvı gaz/sıvı/katı için verimli ısı ve kütle transferine izin vermesinden dolayı mikro proses mühendisliği için çok ilgi çekicidir.

Taylor akışı ile işletilen çok fazlı mikro reaktörler için basınç düşümü çok önemli bir parametredir. Literatürde sıkça kullanılan basınç düşümü modellerinde eksiklikler vardır, örneğin Lockhart-Martinelli-Chisholm basınç düşümü modellenmesinde yüzey gerilmesinin (küçük boyutlu kanallarda temel bir parametre) etkisi dahil edilmemiştir. Diğer modellerde yüzey gerilmesi hesaba katılmış fakat yarı örtülü ve fiziksel özelliklerin açıklamaları eksik olduğundan ve/veya gaz sıvı akış oranları için birinci derecede önem arz eden ve bilinmeyen kabarcık hızını baz alarak modellerini bunun üzerine kurmuşlardır. Bu çalışmada Taylor akışı için mekanik basınç düşümü modellenmesi hedeflenmiştir. Model VOF metoduyla gerçekleştirilen detaylı sayısal simülasyonlar baz alınarak geliştirilmiştir. Yeni model, Taylor akışı birim hücresi boyunca meydana gelen basınç düşümünü sadece fiziksel parametrelerden ve akış oranlarından faydalanarak hesaplayabilmeyi sağlamaktadır.

# **DEVELOPMENT OF A PRESSURE DROP MODEL FOR TAYLOR FLOW IN NARROW CHANNELS**

## **SUMMARY**

Key Words: Taylor flow, pressure drop, small channel with square cross-section, numerical, two-phase flow

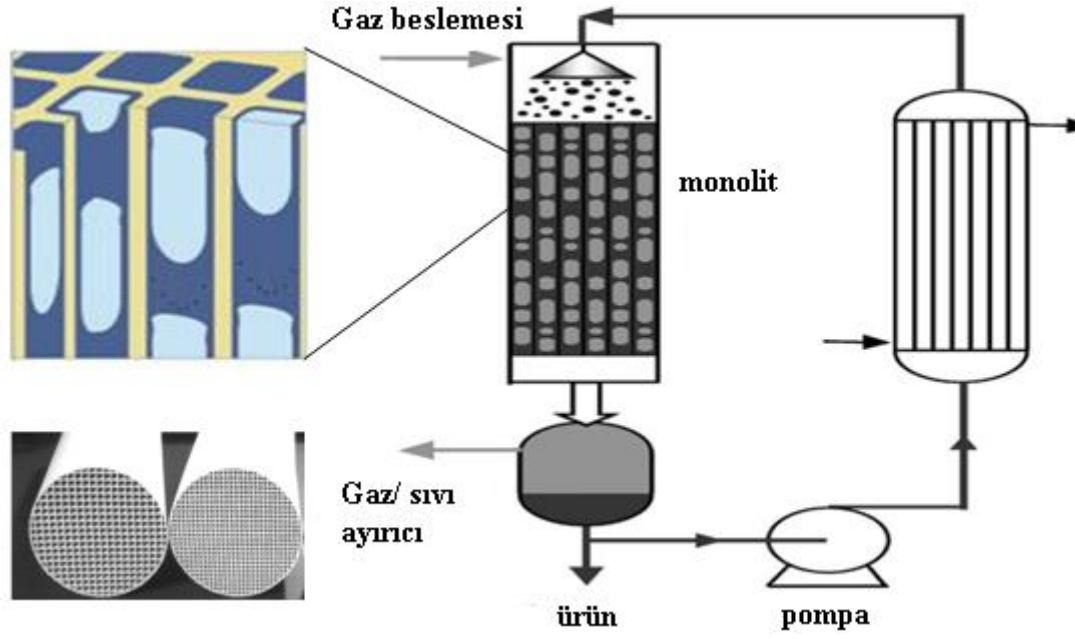
In small channels, slug flow often occurs in the form of Taylor flow. In this flow pattern, elongated bullet-shaped gas bubbles that almost fill the channel cross-section (Taylor bubbles) are separated by liquid slugs which are free from gas entrainment. Taylor flow is attractive for multiphase micro process engineering because the high interfacial area per unit volume and the thin liquid film allow for very efficient gas/liquid and gas/liquid/solid heat and mass transfer.

An important parameter of multiphase microreactors operated in Taylor flow is the Pressure drop. Pressure drop models from literature such as the widely used Lockhart-Martinelli-Chisholm model have deficiencies because they do not incorporate the effect of surface tension (which is essential in small dimensions). Other models account for the influence of surface tension but are semi-empirical and lack on physical interpretation and/or rely on the Taylor bubble velocity which is not known a priori for given gas and liquid flow rates . In this contribution a mechanistic pressure drop model for Taylor flow is proposed. The development of the model is based on results of detailed numerical simulations performed by a VOF method with interface reconstruction. The new model allows estimating the pressure drop along a Taylor flow unit cell (which consists of one gas bubble and one liquid slug) from the (given) physical properties and flow rates of the phases only.

## **BÖLÜM 1. GİRİŞ**

Darbeli(slug) akış olarak da bilinen Taylor akışı endüstride ve pratikteki çok sayıda uygulamalarından dolayı birçok araştırmaya konu olmuştur ve dar kanallarda gerçekleşen iki-fazlı akış türleri arasında en önemlisidir. Bu araştırmalardan bazıları; geliştirilmiş petrol rafinerisi( Gauglitz v.d. 1987; Hirasaki v.d 1989; Holm v.d.1988;Ratulowski v.d.1989), damlamalı yatak reaktörleri (Charpentie v.d. 1975), boyama teknolojisi ve polimer prosesi ( Huzyak v.d. 1997), çeşitli mikro-elektromekanik sistemler(Ghiaasiaan v.d. 2001) ,jeotermal enerji prosesi ve monolit köpüklü reaktörlerdir(Cybulski v.d. 1994; Irandoust v.d. 1988) (Taha v.d. 2005). Taylor akış terimi ardarda uzanan hava kabarcıklarının, sıvı parçalarla ayrılmış olarak dar kanalda tüm kesiti doldurarak aktığı türdür.Bu özelliğinden dolayı kabarcık dizisi akışı (bubble train flow,BFT) olarak da ifade edilebilir. Kanal duvarı ve hava kabarcığı arasında sadece ince bir sıvı tabakası vardır.

Taylor akışı monolitik katalitik konvertörlerde ve diğer çok fazlı reaktörlerde meydana gelir. Bir monolit reaktör kare veya dikdörtgen kesite sahip düz, paralel kanallardan meydana gelir.



Şekil 1.1. Monolit reaktör

Taylor akışından bir kesit üzerinde, bu çalışmanın asıl amacı olan birim hücre içindeki basınç düşümünün hesaplanmasında ve anlaşılmasında etkili olan bazı tanımlar şöyledir;

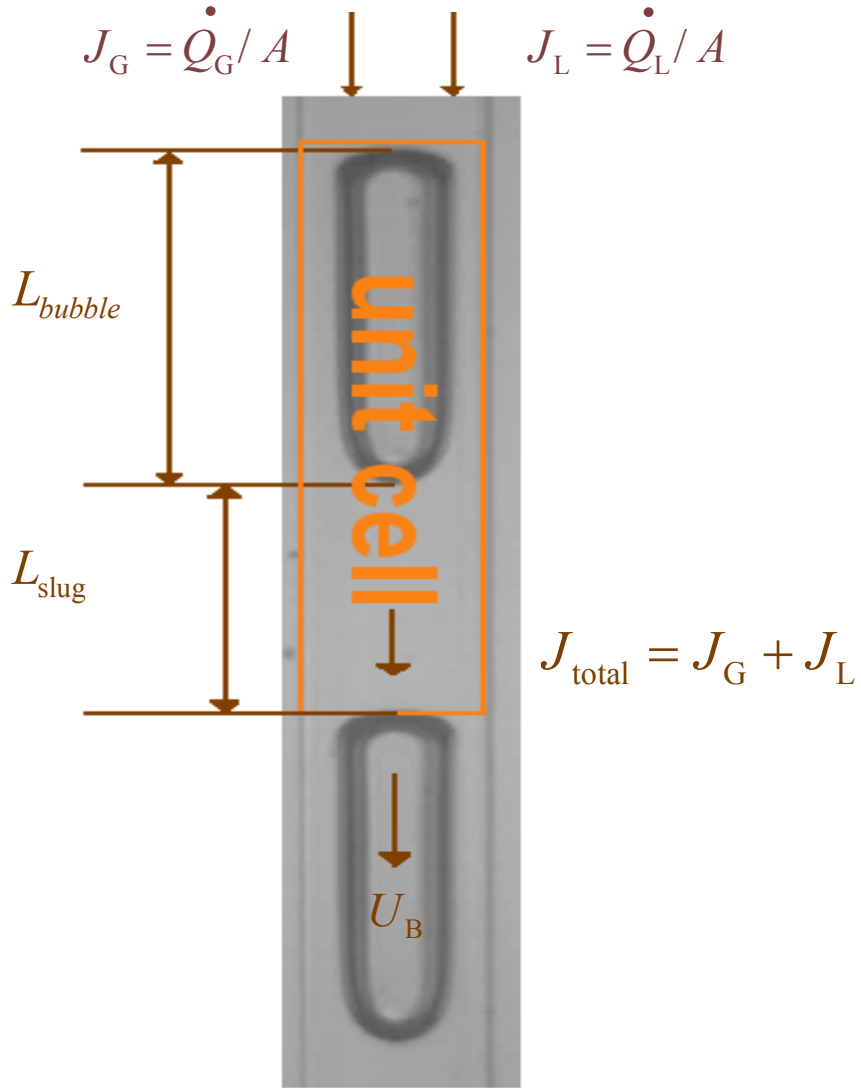
**Kabarcık Uzunluğu (Length of the bubble) :** Kabarcığın ön ucundan arkasına kadar olan mesafedir.

**Sıvı ara bölmesi uzunluğu (Length of the slug):** Birbiri ardı sıra ilerleyen iki Taylor kabarcığının arasını dolduran sıvı bölmesinin uzunluğudur.

**Birim Hücre uzunluğu (Length of the unit cell):** Bir kabarcık uzunluğu ve bir sıvı ara bölmesi uzunluğunun toplamıdır.

**Toplam yüzeysel hız (Total superficial velocity):** Gaz fiktif hızı ve sıvı fiktif hızı toplamıdır.

**Kabarcık hızı (Bubble velocity):** Taylor akışında kabarcık hızı tam olarak bilinmeyen anahtar parametredir. Bir kabarcık hızı toplam fiktif hızdan daha fazladır



Şekil 1.2. Birim hücre üzerinde bazı tanımlar

Taylor akışı sadece bir ana parametreyi (kabarçık hızı) değiştirerek akışın ve kabarcık şeklinin karmaşıklığını arttırmaya izin verir. Böylece Taylor akışı karmaşık ara yüzey hidrodinamiklerinin nispeten daha basit kurulumlarla incelenmesini sağlar. Bu özelliğinden dolayı sayısal metotların ve bilgisayar kodlarının doğrulanmasında kullanımı çok uygundur.

İki-fazlı kanal akışlarındaki basınç düşümü özellikle ısı değiştiricilerinin dizaynında büyük öneme sahiptir (Licheng v.d. 2009).

Mikro kanallardaki iki fazlı akış için basınç düşümünü tahmin etme,iki fazlı akışın kompleks davranışları yüzünden zordur.İki-fazlı akışta kanal uzunluğu kısaldığında, yüzey gerilimi makro kanallardan (>10 mm) farklı olarak çok baskın bir rol oynar.

Mikro kanallardaki iki fazlı akış basınç düşümünü kesin olarak tahmin edebilmek için bir dizi araştırmacı çeşitli deneyler yapmışlardır ve değişik basınç düşümü modellemeleri gerçekleştirmişlerdir. Genel olarak bu modeller iki farklı grupta incelenir. Bunlardan biri, daha kolay olan homojen akış modelidir.

Homojen model, iki fazlı karışımın sahte-tek-fazlı akışkan gibi algılanarak gaz ve sıvı faz ana özelliklerinden yararlanılmasıyla hesaplanır. Homojen akış modelinde, sahte tek-faz için viskozitenin anahtar parametre olduğu bilinmektedir,bu yüzden çeşitli viskozite modelleriaraştırmacılar tarafından tasarlanmıştır.

Diğer model, ayrılmış akış modeli, mühendislik uygulamalarında iki-fazlı akış basınç düşümlerinin modellemesinde sıkça kullanılır. Bu model iki-fazlı akış davranış detaylarını dikkate almaz ve iki-fazlı akış birbirinden bağımsız iki farklı akışa ayrılmış gibi farzeder. Bu model ilk olarak Lockhart ve Martinelli v.d. (1949) tarafından tasarlanmıştır (Hongju v.d. 2010). Daha sonra Kreutzer v.d. (2005), Warnier v.d. (2010) iki-fazlı akıştaki basınç düşümünü modellemek için yeni modeller geliştirmişlerdir. (Bu çalışmalarla ilgili detaylı bilgi Bölüm 3 de verilmiştir.)

Bu tezde ele alınıp incelenen ve tarafımızdan geliştirilen çalışmada  $D_h = 0.5 \times 0.5, 1 \times 1, 2 \times 2 \text{ mm}$  ölçülerinde kare kesitli dar kanallarda, eş yönlü aşağı (co-current, downward) olarak gerçekleşen Taylor akışı VOF yöntemi kullanılarak nümerik simülasyonlarla incelenmiştir. Her bir kanal boyutu için ayrı ayrı simülasyonlar yapılmış ve tamamen geliştirilmiş akış sonuçları için basınç gradyeni arttırılıp azaltılarak simülasyon başlatılmış ve sabit ortalama gaz ve sıvı hızı elde edilene kadar simülasyona devam edilmiştir. Tamamen geliştirilmiş akış sonuçlarından elde edilen verilerle sayısal basınç düşümü hesaplanmıştır.

Bu çalışmanın amacı Taylor akışı için direk sayısal simülasyon verilerine dayanan mekanik basınç düşümü modeli gerçekleştirmektir. Yeni basınç düşümü modelinin mekanik olarak adlandırılmasının nedeni modelin açık ve tam tanımlanmış fiziksel parametrelere dayanmasıdır.

## **BÖLÜM 2. SAYISAL SİMÜLASYON YÖNTEMİ VE SİMÜLASYON PARAMETRELERİ**

### **2.1. Turbit-VOF Kodu ve İki fazlı Akış Hakkında Genel Bilgi**

#### **2.1.1. Turbit-VOF kodu**

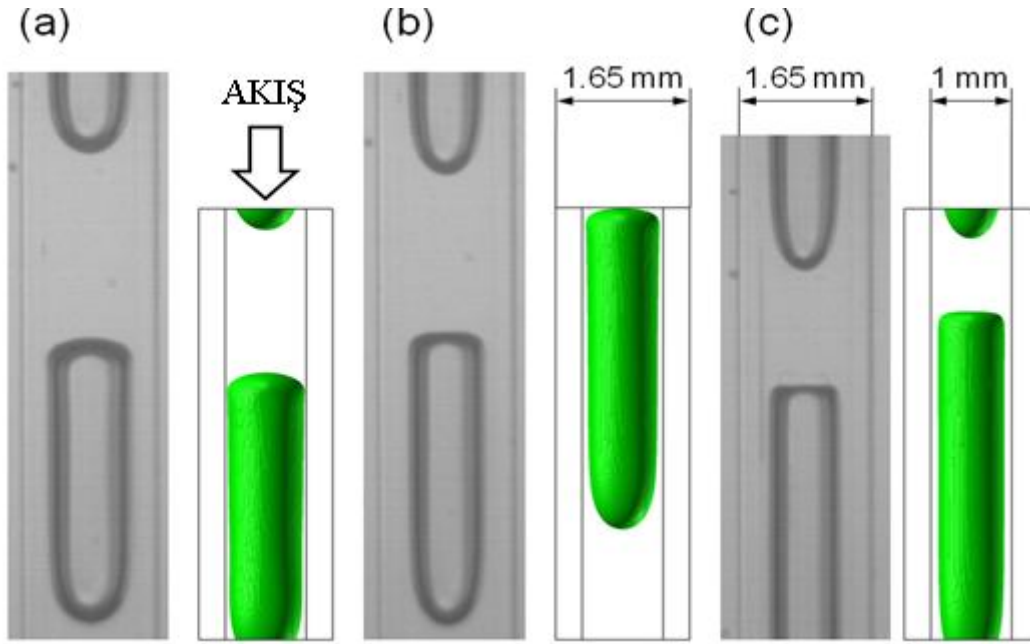
Turbit-VOF kodu ilk olarak Karlsruhe Araştırma merkezi Reaktör Emniyet Enstitüsünde geliştirilmiştir. Sonlu hacimler yöntemi üzerine temellendirilmiş Turbit-VOF kodu Navier-Stokes denklemini yüzey gerilim yöntemiyle birimsiz tek alan formülasyonu ile iki sıkıştırılmaz Newtonian akışkanın sabit viskozite ve sonlu hacim yöntemiyle kartezyen ağ yapısı(grid) üzerinde yüzey gerilim katsayısıyla çözer. Bütün boyutsal türevler merkezi farklarla çözülmüştür. Zaman entegrasyonu Runge-Kutta yöntemiyle açıkça belirtilmiştir. Arayüzeyin dinamik açılımı, akışkan hacim yöntemi (VOF) ile parça parça ortalama arayüzey yenilemesi ile hesaplanmıştır. Yüksek Reynolds sayısına sahip iki fazlı akışlar için viskoz arayüzeyi çözmek için daha sık bir ağ yapısına ihtiyaç vardır. Daha sık bir ağ yapısı ise yüksek hesaplama maliyetleri ve işlemci zamanları gerektirdiğinden, ayrıca arayüzey yapılandırmasının karmaşıklaşmasından ötürü pratikte her zaman kullanmak mümkün olmamaktadır. Yapılan simülasyonlar süresince ağ yapısının ne kadar sık olacağına parametreler ışığında karar verilmiştir. Yol gösterici denklemler ve sayısal yöntemle ilgili detay, Özkan v.d. (2007) makalesinde yer almaktadır (Keskin v.d. (2010)).

#### **2.1.2. Turbit-VOF kodu doğrulaması**

Şekil 2.1de gri resimler Dresden Üniversitesi'nde  $D_h = 1 \times 1 \text{ mm}$  kare kesitli dar kanalda eş yönlü aşağı (co-current, downward) şekilde gerçekleşen Taylor akışının deneysel uygulamasına aittir. Yeşil resimler ise Keskin v.d. (2009) ın Turbit-VOF koduyla gerçekleştirdiği sayısal simülasyonlar sonucu Taylor akışına ait resimlerdir.



Şekilde (a) dan (c) ye giderken Ca sayısı deneysel çalışmada ve Turbit-VOF simülasyonlarında arttırılmıştır. Bu sonuçlar düşük Cadeğerlerinde Taylor kabarcığının arka tarafının küreselleştiğini ortaya koyan Taha v.d. (2005) ile örtüşmektedir. Şekil (a) dan (c) ye giderken kabarcığın sonu küresel şeklinden uzaklaşıp daha düz bir form almıştır. Ayrıca yine her iki sonuçtan (deneysel ve sayısal) görüleceği gibi artan Ca değerleriyle kabarcık çapı azalmış ve dolayısıyla kanal yan duvarlarındaki sıvı film kalınlığı artmıştır.



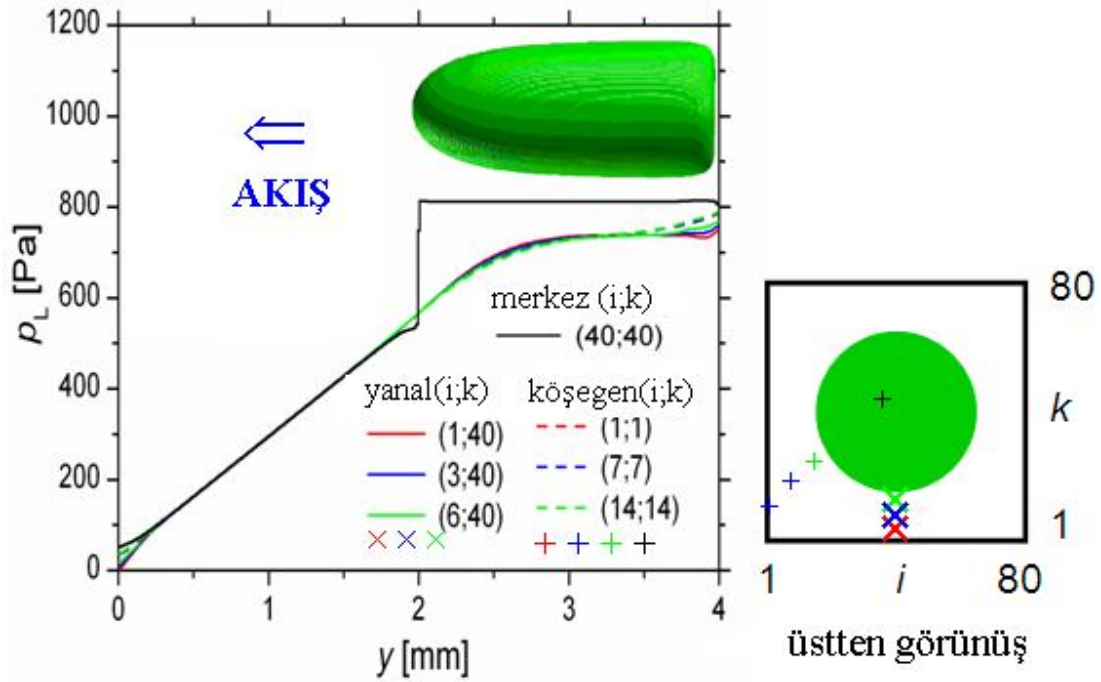
Keskin v.d, (2010)

Şekil 2.1. Turbit-VOF kodu doğrulaması

### 2.1.3. Turbit-VOF sonuçlarından birim hücredeki basınç düşümü profili

Şekil 2.2 de x eksenini birim hücre içindeki basınç düşümünü göstermektedir. Y ile adlandırılan uzunluk  $L_{uc}/D_h = 4$  aksene birim hücre uzunluğudur. Şekil 2.2 ye bakıldığında aksene kesit içerisinde gerçekleşen sıvı akış-ara bölmesindeki basınç değişiminin düz kanaldaki laminer tek-fazlı akış gibi neredeyse sabit olduğu görülür. Kabarcık içindeki basınç farkından ise kabarcık ön ve arka kavis bölgeleri haricinde kabarcık uzunluğu boyunca söz edilemez. Kabarcık ön kavis değerindeki basınç farkından sıvı ve gaz faz arasındaki basınç düşümü direk hesaplanabilir. Ayrıca kabarcık arka kavisine bakıldığında kanal yan duvarlarındaki sıvı film bölgesinde

meydana gelen basınç farkının kanal köşelerindeki basınçtan daha fazla olduğu görülür.



Şekil 2.2. Turbit-VOF ile elde edilen basınç profili

#### 2.1.4. İki fazlı akış

Doğada ve endüstriyel uygulamalarda pek çok akış örneği iki veya daha fazla fazın karışımı şeklinde bulunur. Çok fazlı akış olgusu uzay araştırmalarından, evimizdeki buzdolaplarına kadar çok geniş bir uygulama alanını ifade eder. Özellikle güvenliğin diğer endüstriyel uygulama alanlarına göre daha önemli olduğu nükleer teknoloji ile ilgili çalışmalar ön plandadır.

Tüm iki fazlı akış örneklerinde fazlar arası arayüzey; sıvı-katı, sıvı-sıvı, gaz-sıvı gibi farklı fazlar arasında bir sınır oluşturur. Fazların sürekli enerji, momentum ve kütle transferi yoluyla birbiri ile etkileşimi sonucu fazlar arası arayüzey sürekli olarak değişir ki bu iki fazlı akış problemlerinin tanımlanmasın en güç yönünü oluşturur.

Her ne kadar iki fazlı akışların sayısal olarak modellenmesi konusunda yaygın çalışmalar olsa da her türlü akış tipi için uygulanabilir genel amaçlı bir hesaplamalı akışkanlar mekaniği kodu mevcut değildir.

### 2.1.4.1. Homojen akış modeli

Homojen akış modeli iki fazlı akış analizinde kullanılan en temel modeldir. Temel denklemlerin çözümünde karışım ortalama özellikleri kullanılarak tek fazlı akış benzeşimi kullanılır. Bu model sürtünme faktörü ya da sis akışı modeli olarak da bilinir. Özellikle gaz-sıvı akışları ile ilgili proseslerin irdelenmesinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Basınç kayıplarının hesaplanmasında iki fazlı akışa uygun şekilde tanımlanmış tek fazlı sürtünme faktörü yaklaşımı kullanılır. Yapılan basitleştirmelere ve akış modellerinin spesifik özelliklerinin göz ardı edilmesine rağmen homojen akış modeli birçok iki fazlı akış probleminin analizinde kullanılmaktadır.

### 2.1.4.2. Ayrık akış modeli

Bu akış modelinde fazların ayrık olarak hareket ettiği varsayımı yapılarak temel denklemler her bir faz için çözülür. Temel denklemlerin çözülebilmesi için her fazın kanal içinde kapladığı alan ya da fazların hızları, kanal cidarı ile olan etkileşimler ve fazlar arası etkileşimler bilinmelidir. Bu akış modeli boşluk oranı ve kayma gerilmelerinin temel denklemler ile ilişkilendirilmesi sayesinde homojen olmayan akış tiplerinin analizi için daha uygun hale gelir.

## 2.2. Akışkan Hacim Yöntemi (VOF)

VOF metodu ara yüzey modellemesini amaçlayan modeller içinde en eskisi ve en çok uygulaması olan modeldir. Ara yüzey simülasyonlarının güçlüğü ara yüzey geometrisinin zamana bağlı olarak değişmesidir ve değişimin geometrisi zaten çözümün bir parçasıdır. Bazı metotlar çözüm yapabilmek için ara yüzeyin şekline ihtiyaç duyarlar ancak VOF modeli tersine bu ara yüzeyi çözmeyi amaçlar. VOF formülasyonu ele alınan akışkanların birbiri içinde karışmadığı akış tipleri için uygulanabilir bir metottur.

VOF metodunda tanımladığımız her faz için fazın hacimsel fraksiyonu ( $f$ ) kontrol hacmi içerisinde bir değişken olarak belirir ve her bir kontrol hacmi içerisinde fazların hacimsel fraksiyonları toplamı birdir. Örneğin; sıvı fazın hacimsel fraksiyonu ( $f$ )  $f=1$  ise kontrol hacmi tamamıyla sıvı ile dolu,  $f=0$  olması durumunda

ise gaz fazı ile dolu olduğunu belirtir. Her iki fazın kontrol hacmi içerisinde birlikte olmaları durumunda ise  $0 < f < 1$  ile tanımlanır. Böylelikle fazların hacimsel fraksiyonları akış alanı içerisinde bilindiği sürece tüm akış alanındaki tüm değişkenler fazlar tarafından hacimsel fraksiyonlarına göre paylaşılır.

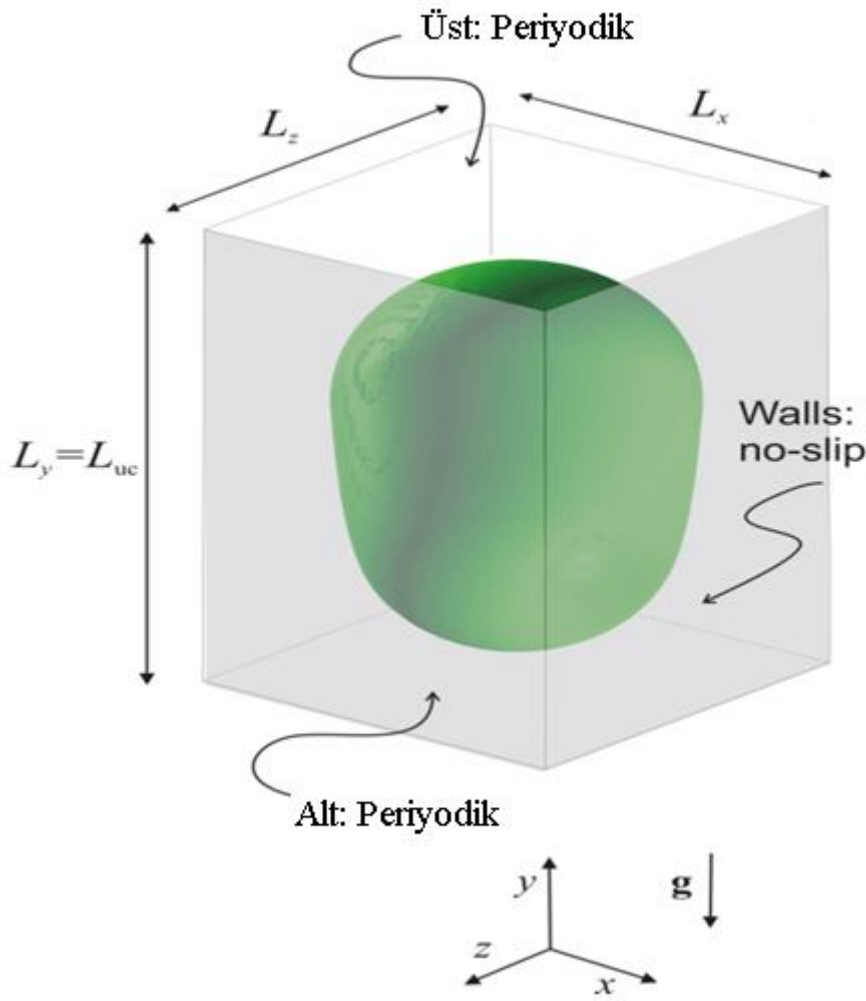
### 2.3. Simülasyon Parametreleri

Bu bölümde sayısal kurulum ve 0.5, 1, ve 2 mm hidrolik çaplı ( $D_h$ ) kare kesitli dikey mini kanalda sıvı faz için squalan ve gaz faz için ise azot ile gerçekleştirilen eş yönlü aşağı Taylor akış simülasyonlarımızın sayısal, fiziksel parametreleri sunulmuştur. 20 bar basınç altında squalanın fiziksel özellikleri bilinmediğinden standart şartlar altındaki değerler kullanılmıştır. Bu değerler,  $\rho_L = 802 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu_L = 0.029 \text{ Pa s}$ , ve  $\sigma = 0.0286 \text{ N/m}$ . Squalanın viskozitesi suyun viskozitesine göre yaklaşık 30 kat büyüktür. 20 bar basınçtaki azot için simülasyonlarda  $\rho_G = 23.6 \text{ kg/m}^3$  ve  $\mu_G = 0.01804 \text{ mPa s}$  değerleri kullanılmıştır.

Sayısal kurulum için, sadece bir kabarcık ve bir sıvı parçadan oluşan birim hücre göz önüne alınmıştır. Taylor akışta öndeki kabarcık ve onu izleyen kabarcığın etkilerini kopyalamak için dikey yönde periyodik sınır şartları kullanılmıştır. Kare kesitli kanalın dört yan duvarında (no-slip) sınır şart uygulanmıştır. Bu kurulum ile, her hangi bir simülasyonu yürütebilmek için değişmeyen iki önemli parametre vardır. Bunlar; birim hücre uzunluğu  $L_{uc}$  ve birim hücre kapsamında gaz hacimsel kesri  $\varepsilon_G$ . Gaz hacimsel kesri olarak tanımlanan ( $\varepsilon_G$ ) birim hücre içindeki gaz hacminin birim hücredeki gaz ve sıvı faz hacimleri toplamına oranıdır.

Uzun birim hücrelerin sayısal olarak simüle edilmesi yüksek maliyetli olduğundan, çalışmamızda aksel birim hücre uzunluğu olarak iki değer belirlenmiştir,  $L_{uc}/D_h = 4 - 6$ . Gaz hacim kesri ( $\varepsilon_G$ ) için de iki değerimiz vardır,  $\varepsilon_G = 0.4 - 0.2$ . Kabarcık Capillary sayısı  $Ca_B = \mu_L U_B / \sigma = 0.09 - 0.74$  ve kabarcık Reynolds sayısı ise  $Re_B = \mu_L U_B D_h / \sigma = 1.7 - 71$  aralığındadır.

Bütün durumlar için, y ile belirtilen dikey yön, x ve z ile belirtilen duvar normal yönleri ile kübik ağ hücrelerinden oluşan aynı kartezyen sistem kullanılmıştır. Ağ yapısı içinde  $L_x \times L_y \times L_z = 80 \times 320 \times 80$  ağ hücresi kullanılmıştır.

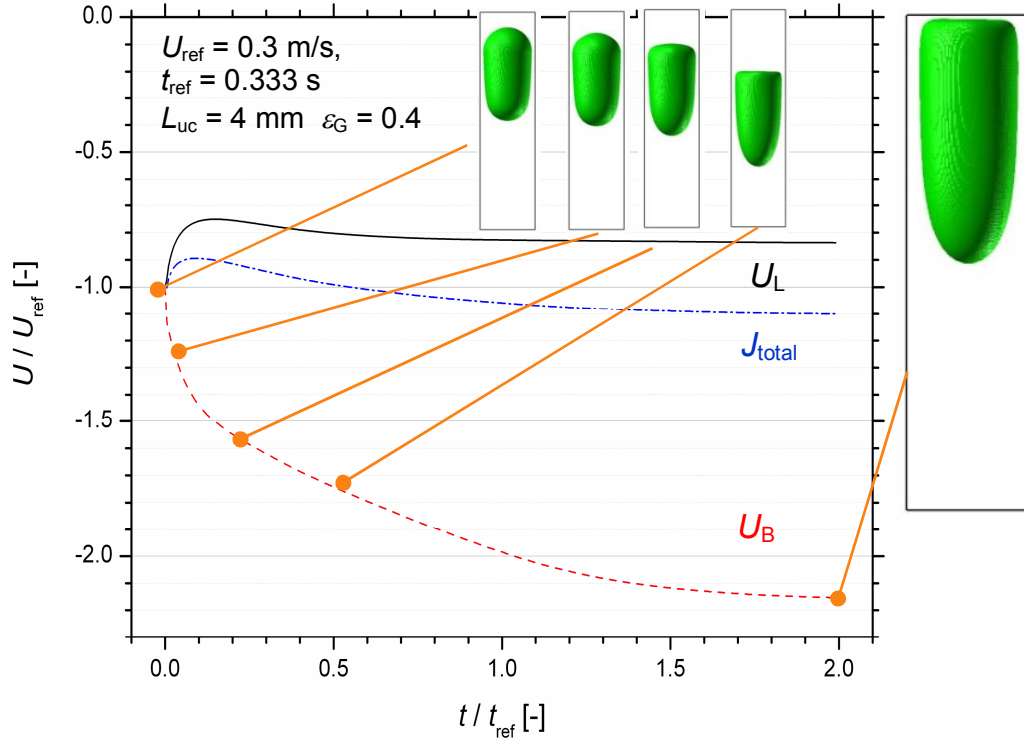


Şekil 2.3. Hesaplama alanı ve koordinat sisteminin temsili gösterimi

Her simülasyon için, basınç gradyeni girilerek birim hücre boyunca oluşan basınç düşümü hesaplanmıştır. Ardından ya saptanmış olan uzanan ilk kabarcık şekli ile yada hareketsiz her iki fazla veya CPU zamanını kaydetmek için, kanal kesitindeki sabit ve uniform aksenal hız veya aksenal uniform parabolik hızla simülasyon başlatılmıştır. Yürütülen her simülasyonun akışı boyunca, ortalama aksenal gaz ve sıvı hızları sayısal alanda kaydedilmiştir.

Her iki hız değeri de sabit hale gelene kadar simülasyona devam edilmiştir. Bu çalışmada sadece tamamen geliştirilmiş akış sonuçları tartışılmıştır. CPU zamanını kaydetmek için, aynı durumlar için, tamamen geliştirilmiş durumdan, basınç

gradyeni arttırılıp azaltılarak yeni, kısa süreli simülasyon başlatılmıştır ve sabit ortalama gaz ve sıvı hızı elde edilene kadar simülasyona devam edilmiştir.



Şekil 2.4. Değişik zaman aralıklarında gaz kabarcığının ve birim hücrenin gösterimi

## BÖLÜM 3. LİTERATÜRDE SIKÇA KULLANILAN BASINÇ DÜŞÜMÜ MODELLEMELERİNE GENEL BAKIŞ

### 3.1. Lockhart-Martinelli-Chisholm Basınç Düşümü Modellemesi

#### 3.1.1. Lockhart-Martinelli basınç düşümü modellemesi

Lockhart-Martinelli v.d. (1949) basınç düşümü modellemesi, iki-fazlı basınç düşümünü elde edebilmek için basınç düşümünün her iki faz için ayrı ayrı hesaplanması esasına dayanır.

Gaz fazı için tek-fazlı basınç düşümü,

$$-\left(\frac{dP}{dz}\right)_G = \frac{C_f \mu_G J_G}{2 D_h^2} \quad (3.1)$$

Sıvı fazı için tek-fazlı basınç düşümü,

$$-\left(\frac{dP}{dz}\right)_L = \frac{C_f \mu_L J_L}{2 D_h^2} \quad (3.2)$$

$C_f$  sürtünme faktörü laminar akışta dairesel kanallarda 64 değerini alırken kare kanallarda 56.908 değerini alır.

Böylece Lockhart-Martinelli parametresi  $\chi$ , sıvı fazın basınç düşümünün gaz fazındaki basınç düşümüne bölünmesiyle elde edilir.

$$\chi^2 = \frac{\left(\frac{dP}{dz}\right)_L}{\left(\frac{dP}{dz}\right)_G} = \frac{\mu_L J_L}{\mu_G J_G} = \frac{\mu_L}{\mu_G} \frac{1 - \beta}{\beta} \quad (3.3)$$

### 3.1.2. Lockhart-Martinelli-Chisholm basınç düşümü modellenmesi ve Chisholm parametresi

Chisholm v.d. (1967) Lockhart-Martinelli parametresini kullanarak denklem 3.4'de ki gibi bir denklem ortaya koymuştur.

$$\phi_L^2 = 1 + \frac{C_{Chisholm}}{\chi} + \frac{1}{\chi^2} \quad (3.4)$$

Akış her iki fazda da laminer ise Chisholm parametresi  $C_{Chisholm} = 5$  değerini alır.

$$\phi_L^2 = 1 + 5 \sqrt{\frac{\mu_G}{\mu_L} \frac{\beta}{1-\beta} + \frac{\mu_G}{\mu_L} \frac{\beta}{1-\beta}} \quad (3.5)$$

Böylece iki-faz basınç düşümü aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$-\left(\frac{dP}{dz}\right)_{G-L} = -\phi_L^2 \left(\frac{dP}{dz}\right)_L \quad (3.6)$$

Bir birim hücrede ( $L_{uc}$ ) meydana gelen basınç düşümü denklemi ise aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\Delta P_{LMC}}{L_{UC}} = \frac{C_f}{2} \left( 1 + 5 \sqrt{\frac{\mu_G}{\mu_L} \frac{\beta}{1-\beta} + \frac{\mu_G}{\mu_L} \frac{\beta}{1-\beta}} \right) \frac{\mu_L J_L}{D_h^2} \quad (3.7)$$

Denklemlerden de görüleceği üzere Lockhart-Martinelli-Chisholm basınç düşümü modellenmesinde, basınç düşümü için çok önemli bir faktör olan yüzey gerilmesi ve/veya her iki fazın hız dağılımları gibi hidrodinamik ayrıntılar göz önünde bulundurulmamıştır.



### 3.2. Kreutzer ve Warnier Basınç Düşümü Modellemeleri

#### 3.2.1. Kreutzer basınç düşümü modellemesi

Kreutzer v.d. (2005) çalışmasında gaz-sıvı Taylor akışı için eylemsizlik etkilerini hesaba katarak sayısal ve deneysel çalışmalar gerçekleştirmiştir. Gaz-sıvı Taylor akışında basınç düşümünü belirlemede sadece sıvı akış-ara bölmesinde sürtünmeye bağlı meydana gelen basınç düşümünü göz önünde bulundurmışlardır. Sıvı ve gaz arasındaki yüksek viskozite farklarından dolayı gaz kabarcıklarının içinde sürtünmeden dolayı oluşan basınç düşümünü ihmal etmişlerdir. Ayrıca sayısal hesaplamalarında yerçekimi etkilerini hesaba katmamışlar ve gaz-sıvı ara yüzeyinde makaslamasız sınır şartlarını kullanmışlardır.

Kreutzer v.d. (2005) sıvı akış-ara bölmesinde sürtünmeden dolayı oluşan basınç kaybını aşağıdaki ifadeyle vermiştir.

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_{sıvı} = 32 \frac{\mu_{LJtotal}}{D_h^2} \left(1 + a \frac{D_h}{L_{sıvı}} L \alpha^{0.33}\right) \quad (3.8)$$

$\alpha$  sabiti;

Nümerik çalışmalarda,  $\alpha = 0.07$

Deneysel çalışmalarda,  $\alpha = 0.17$

Böylece birim hücrede oluşan basınç düşümü denklem (3.8) ile hesaplanabilir.

$$-\left(\frac{dP}{dz}\right)_{uc} = -\left(\frac{dP}{dz}\right)_{sıvı} \left(\frac{L_{sıvı}}{L_{kabarcık} + L_{sıvı}}\right) \quad (3.9)$$

### 3.2.2. Warnier basınç düşümü modellenmesi

Warnier v.d. (2010) sıvı akış-ara bölmesinde sürtünmeden kaynaklı basınç düşümünü denklem (3.9) deki gibi ifade etmiştir.,

$$-\left(\frac{dP}{dz}\right)_{sıvı} = 32 \frac{\mu_L J_{total}}{D_h^2} \left(1 + a \frac{D_h}{L_{sıvı+\delta}} La^{0.33}\right) \quad (3.10)$$

Deneysel çalışmalarda,  $\alpha = 0.1$

Birim hücrede oluşan basınç düşümünü ise,

$$-\left(\frac{dP}{dz}\right)_{uc} = -\left(\frac{dP}{dz}\right)_{sıvı} \left(\frac{L_{sıvı} + \delta}{L_{kabarcık} + L_{sıvı}}\right) \quad \delta = \frac{D_B}{3} \quad (3.11)$$

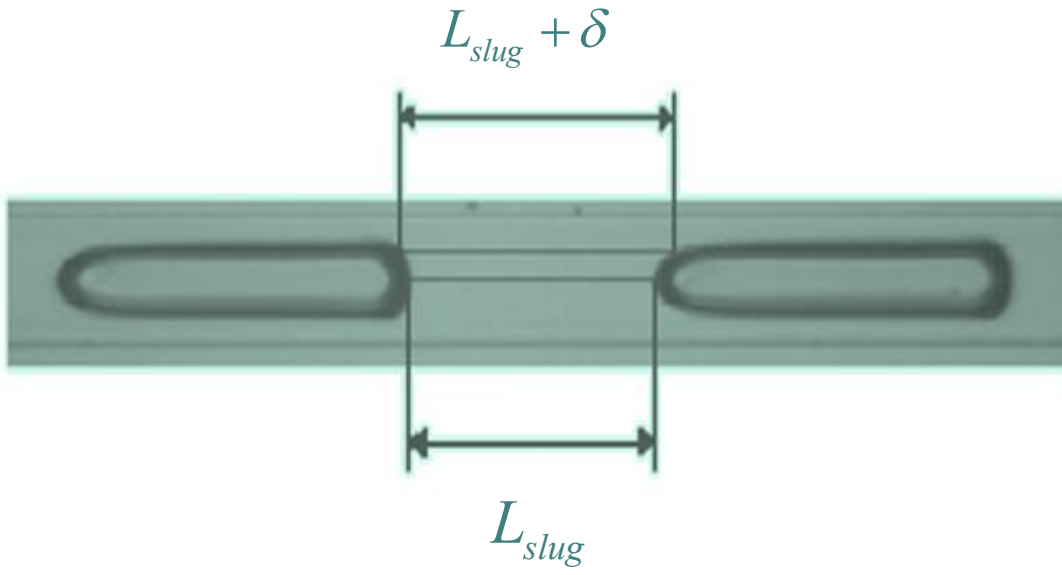
### 3.2.3. Kreutzer ve Warnier basınç düşümü modellerinin kıyaslanması

Kreutzer v.d. (2005) ve Warnier v.d. (2010) basınç düşümü modelleri bağıntılarını incelediğimizde  $La$  sayısını içerdiklerini görürüz. Denklem(3.12)' den yola çıkarak Lockhart-Martinelli-Chisholm basınç düşümü modellerinden farklı olarak yüzey gerilmesini göz önünde bulundurdıkları söylenebilir.

$$La \equiv \frac{Re}{Ca} = \frac{\sigma \rho D_h}{\mu_L^2} \quad (3.12)$$

Kreutzer v.d. (2005) ve Warnier v.d. (2010) basınç düşümü modellemelerindeki tek fark, Kreutzer v.d. (2005) sıvı akış-ara bölmesini  $L_s$  şeklinde tanımlarken Warnier v.d. (2010) sıvı akış-ara bölmesini  $L_s + \delta$  şeklinde tanımlamıştır. Kreutzer v.d. (2005)  $L_s$  için açık bir tanım vermezken Warnier v.d. (2010), arkadaki gaz kabarcığının burun kısmıyla öndeki kabarcığının en arka noktası arasındaki en büyük uzunluk olarak tanımlamıştır. Buradan yola çıkarak Kreutzer v.d. (2005) kabarcık burun ve arka kısmını kaplayan ve hızı sıfırdan farklı olan sıvıyı hesaba katmadığı anlaşılmaktadır

(Warnier v.d. 2010). Şekil 3.1 de  $\delta$  kadar farkın nerden kaynaklandığı açıkça görülmektedir.



Şekil 3.1. Kreutzer v.d. (2005) ve Warnier v.d. (2010) akış-ara bölmesi tanımlamaları

## BÖLÜM 4. TAYLOR AKIŞI İÇİN DAR KANALLARDA YENİ BASINÇ DÜŞÜMÜ MODELLEMESİ

### 4.1. Yeni Basınç Düşümü Modellemesinin Ana Taslağı

Birim hücredeki toplam basınç düşümü, ( $|\Delta P_{uc}|/L_{uc}$ ), 3 ana basınç düşümü bileşeninin toplamından hesaplanabilir. Bunlar,

- Hidrostatik basınç düşümü ( $|\Delta P_{stat}|$ )
- Sıvı akış-ara bölmesindeki basınç düşümü, ( $|\Delta P_{sıvı}|$ )
- Kabarcık uzunluğu boyunca gerçekleşen basınç düşümü, ( $|\Delta P_{kabarcık}|$ )

$$\frac{\Delta P_{uc}}{L_{uc}} \equiv \frac{\Delta P_{stat}}{L_{uc}} + \frac{\Delta P_{dyn}}{L_{uc}} \quad (4.1)$$

$$\Delta P_{dyn} \equiv \Delta P_{sıvı} + \Delta P_{kabarcık} \quad (4.2)$$

Mekanik basınç düşümü modellememizi oluştururken bize yardımcı olacak ve gerek sıvı veya gaz akışkan özelliklerinden dolayı bilinen gerekse TURBİT-VOF ile gerçekleştirdiğimiz simülasyonlar sonucunda elde edilen giriş parametrelerimiz şunlardır,  $\rho_L, \rho_G, \mu_L, \mu_G, \sigma, g, J_L, J_G, D_h$ . Azotun ve squalanın yoğunluk ve viskozite katsayısını Bölüm 2. de belirtmiştik. Sıvı fiktif hızı ve gaz fiktif hızını ise  $D_h = 0.5 - 1 - 2 \text{ mm}$  için yaptığımız simülasyonlar sonucu elde ettik. Bu parametrelerden toplam fiktif hız, ( $J_{total}$ ), hacimsel akış oranı, ( $\beta$ ), fiktif Capillary sayısı, ( $Ca_J$ ), kabarcık Reynolds sayısı, ( $Re_B$ ), kabarcık Capillary sayısı, ( $Ca_B$ ) ve Laplace sayısı hesaplanabilir.

$$J_{total} \equiv J_G + J_L \quad (4.3)$$

$$\beta \equiv \frac{J_G}{J_{total}} \quad (4.4)$$

$$Ca_J \equiv \frac{\mu_L J_{total}}{\sigma} \quad (4.5)$$

$$La \equiv \frac{Re_B}{Ca_B} = \frac{\sigma \rho D_h}{\mu_L^2} \quad (4.6)$$

#### 4.2. Hidrostatik Basınç Düşümü Modellemesi

$$\Delta P_{stat} = -[\rho_L(1 - \varepsilon) + \rho_G \varepsilon] g L_{uc} \cos \theta \quad (4.7)$$

$$\frac{\Delta P_{stat}}{L_{uc}} = -[\rho_L(1 - \varepsilon) + \rho_G \varepsilon] g \cos \theta \quad (4.8)$$

Eş-aşağı yönlü akışta,

$$\theta = 0^\circ \rightarrow \cos \theta = 1 \rightarrow \frac{\Delta P_{stat}}{L_{uc}} = -[\rho_L(1 - \varepsilon) + \rho_G \varepsilon] g < 0 \quad (4.9)$$

Yatay akışta,

$$\theta = \pi/2 \rightarrow \cos \theta = 0 \rightarrow \frac{\Delta P_{stat}}{L_{uc}} = 0 \quad (4.10)$$

Eş-yukarı yönlü akışta,

$$\theta = \pi \rightarrow \cos \theta = -1 \rightarrow \frac{\Delta P_{stat}}{L_{uc}} = [\rho_L(1 - \varepsilon) + \rho_G \varepsilon] g > 0 \quad (4.11)$$

Bu denklemlerden görülüyor ki hidrostatik basınç düşümünü hesaplayabilmemiz için tek ihtiyacımız olan gaz hacimsel kesridir. Gaz hacimsel kesrini saptayabilmek için denklem (4.12) deki bağıntı kullanılabilir.

$$\psi \equiv \frac{\beta}{\varepsilon} \quad (4.12)$$

Böylece birim hücre boyunca oluşan hidrostatik basınç düşümü denkleminde gaz hacim kesri yukarıdaki ifadeyle değiştirilirse denklem (4.13) elde edilir.

$$\frac{\Delta P_{stat}}{L_{uc}} = - \left[ \rho_L - (\rho_L - \rho_G) \frac{\beta}{\psi} \right] g \cos \theta \quad (4.13)$$

$$\frac{\Delta P_{stat}}{L_{uc}} = - \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\rho_G}{\rho_L} \right) \frac{\beta}{\psi} \right] \rho_L g \cos \theta \quad (4.14)$$

$$\beta = \frac{J_G}{J_{total}} \quad (4.15)$$

Denklem (4.14) de görüleceği üzere birim hücre boyunca oluşan hidrostatik basınç düşümü denkleminde tek bilinmeyen değer  $\psi$  dir. Bu değeri belirlemek için yapılan çalışmalar Bölüm 4.7 de verilmiştir.

### 4.3. Akış-Ara bölmesi Boyunca Meydana Gelen Basınç Düşümü Modellemesi

$$\Delta P_{sıvı} = \frac{C_f}{2} L_{sıvı} \frac{\mu_L J_{total}}{D_h^2} \quad (4.16)$$

$$\frac{\Delta P_{sıvı}}{L_{uc}} = \frac{C_f}{2} \frac{L_{sıvı}}{L_{uc}} \frac{\mu_L J_{total}}{D_h^2} \quad (4.17)$$

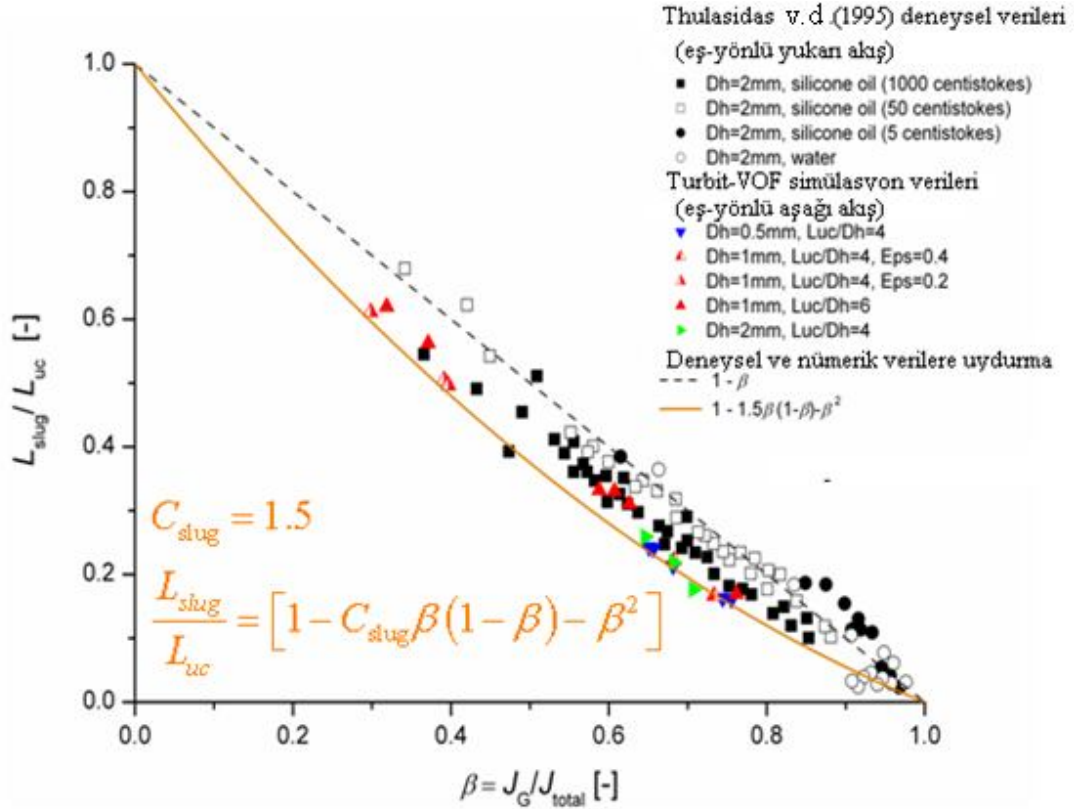
$C_f$  sabiti dairesel kanallarda laminer akışta 64 değerini alırken kare kanallarda 56.908 değerini alır. Denklem (4.17) de tek bilinmeyensıvı akış-ara bölmesi uzunluğunun birim hücre uzunluğuna oranıdır. Bu oranı deneysel ve sayısal verilerden yararlanarak (Şekil 4.1'den) denklem (4.18) şeklinde yazabiliriz. (Şekil 4.1)

$$\frac{L_{sıvı}}{L_{uc}} = [1 - C_{slug(sıvı)} \beta (1 - \beta) - \beta^2] \quad (4.18)$$

Böylece akış-ara bölmesi boyunca oluşan basınç düşmesi denklem (4.19) halini alır.

$$\frac{\Delta P_{sivi}}{L_{uc}} = \frac{C_f \mu_L J_{total}}{2 D_h^2} [1 - C_{slug(sivi)} \beta (1 - \beta) - \beta^2] \quad (4.19)$$

#### 4.3.1 $C_{slug}$ Sabitinin belirlenmesi



Şekil 4.1.  $C_{slug}$  sabitinin belirlenmesi

#### 4.4. KabarcıkYüzeyi Boyunca Oluşan Basınç Düşümü Modellemesi

##### 4.4.1. Kabarcık yüzeyi boyunca oluşan basınç düşümü modellemesi genel hatları

Denklem (4.20)kabarcıkta oluşan basınç farkını veren en genel ifadedir. Kabarcık boyunca gerçekleşen basınç düşümü için kabarcık ön ve arka kavis farkları alınarak yüzey gerilmesi ile çarpılır.

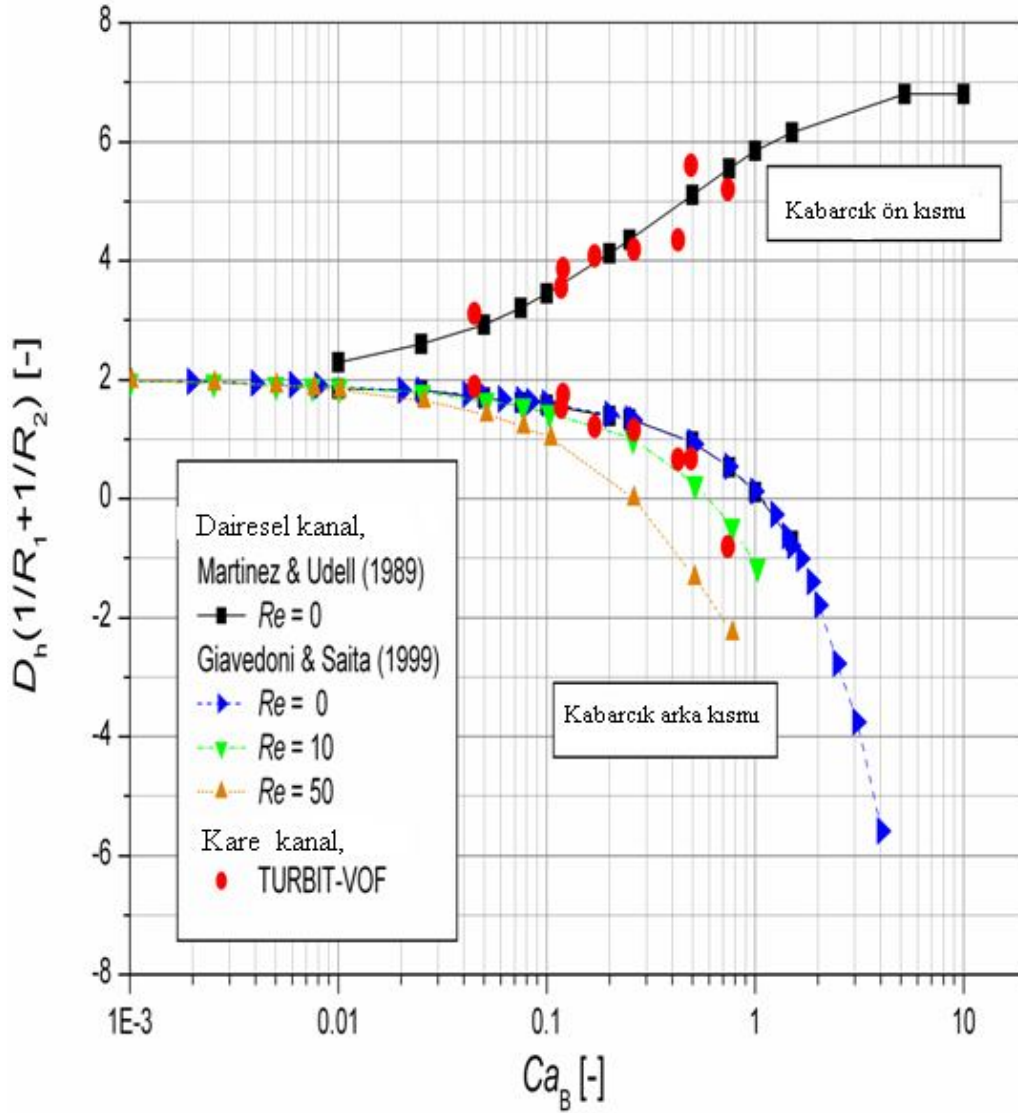
$$\Delta P_{kabarcık} = \sigma(\kappa_{arka} - \kappa_{ön}) \quad (4.20)$$

Literatürdeki sayısal verilere uygunluk açısından kabarcık boyutlu ön ve arka kavisleri boyutsuz hale getirilerek denklem (4.21) elde edilir.

$$\frac{\Delta P_{kabarcık}}{L_{uc}} = (D_h \kappa_{arka} - D_h \kappa_{ön}) \frac{D_h \sigma}{L_{uc} D_h^2} \quad (4.21)$$

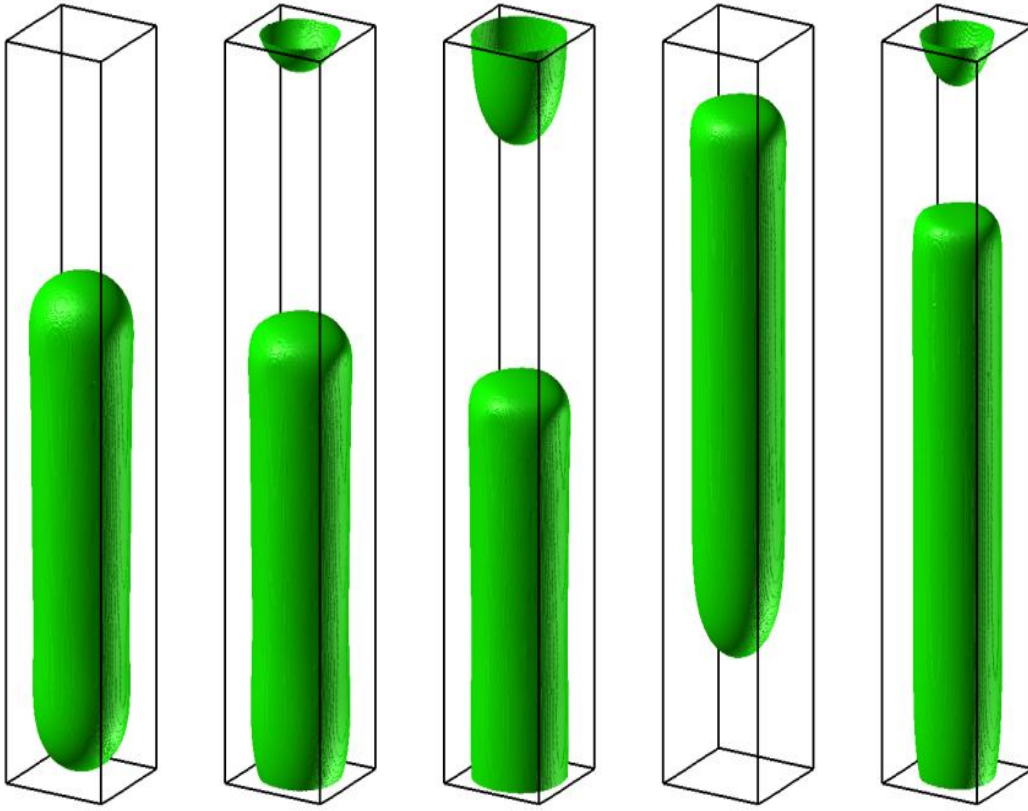
Bu denklemde bilinmeyenler kabarcık boyutsuz ön ve arka kavis değerleridir. Bu değerler literatürde ki sayısal verilere uydurularak modellenecektir.





Şekil 4.2. Literatür ve Turbit-VOF kabarcık boyutsuz ön ve arka kavis değerleri

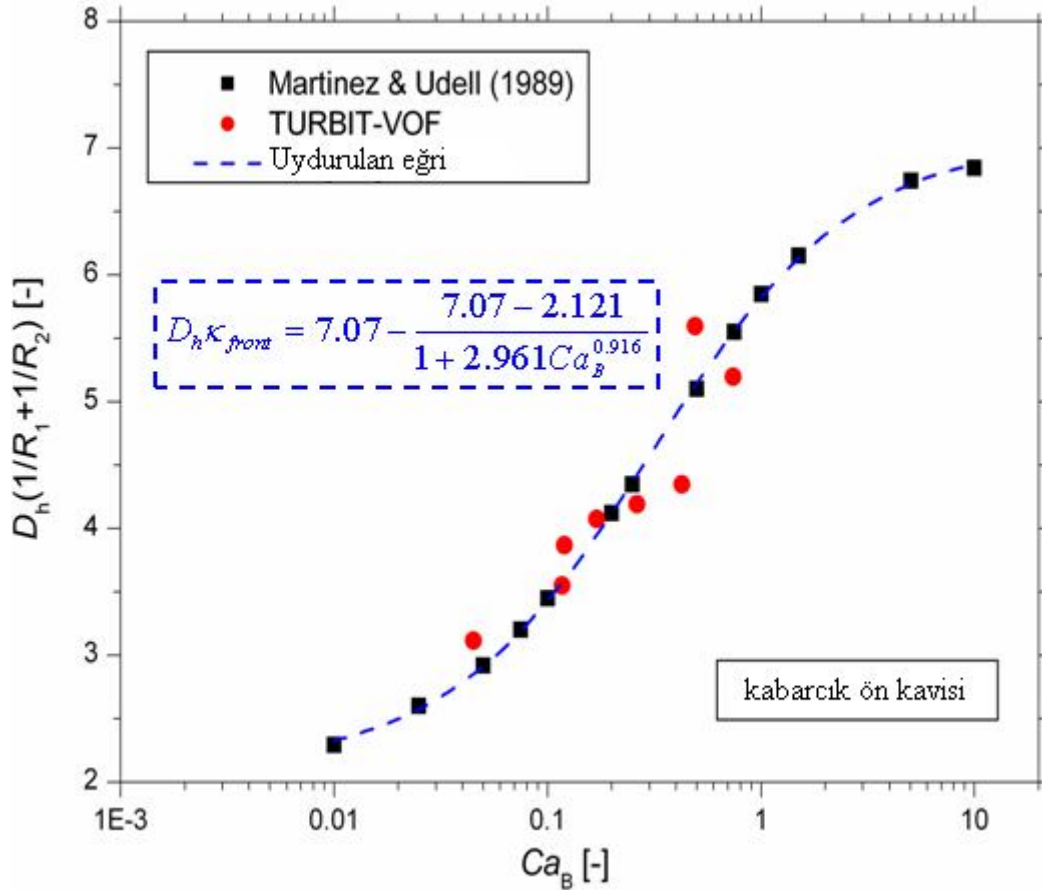
Şekil 4.2 de kırmızı daireler şeklinde görülen Turbit-VOF simülasyonlarına ait kabarcık boyutsuz ön ve arka kavis değerleri, Turbit-VOF çıktılarının AVS- Express adlı görüntüleme programına aktararak her bir zaman aralığı için birim hücre ve kabarcık görüntüsünün üç boyutlu olarak elde edilmesi ve daha sonra bu simülasyonların resim formatına dönüştürülüp Microsoft PowerPoint kullanılarak her bir kanal kesit uzunluğu ( $D_h = 0.5, 1, 2 \text{ mm}$ ) için, uygun kabarcık ön ve arka kavis değerlerinin kavislere uygun çemberler çizilerek deneme yanılma yoluyla saptanmasıyla oluşturulmuştur.



Şekil 4.3. Değişik zaman aralıklarında Turbit-VOF ile elde edilen birim hücre resimleri

#### 4.4.2. Kabarcık ön kavisinin modellenmesi

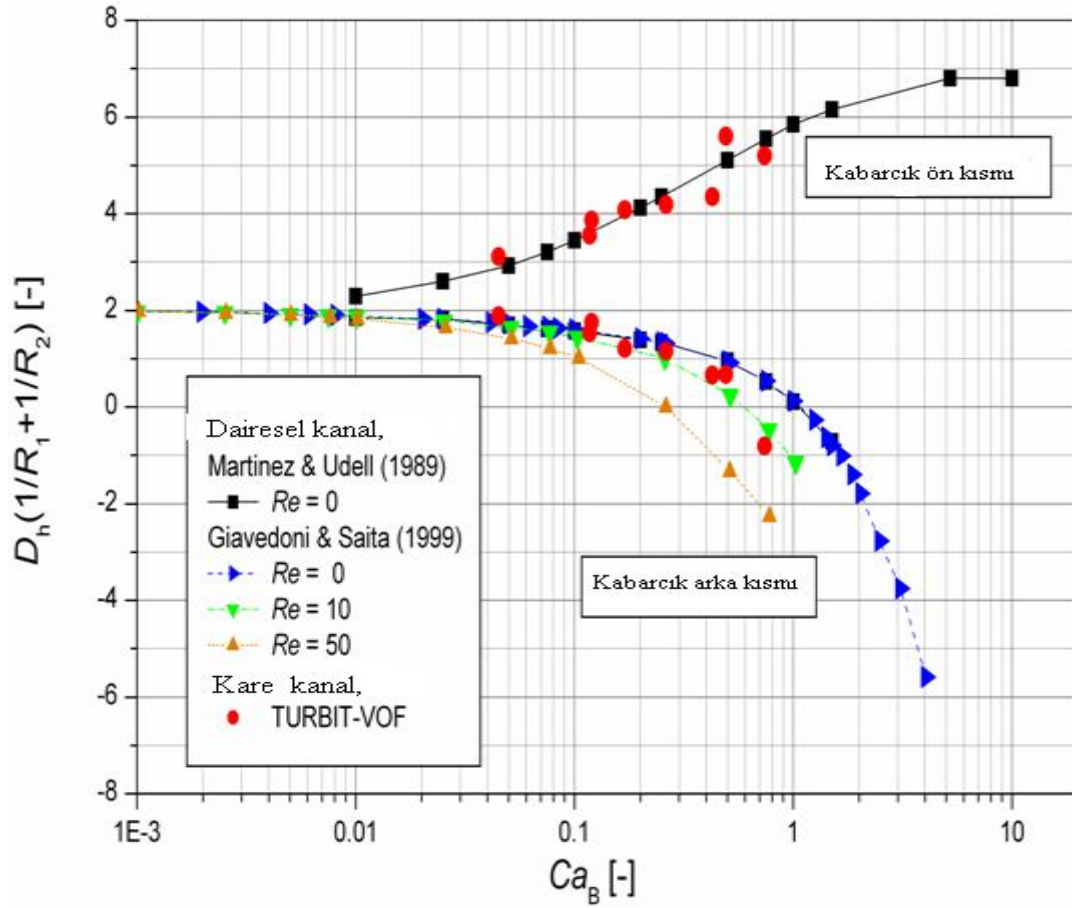
Martinez v.d. (1989) ve Turbit-VOF kabarcık ön kavis değerleri için denklem (4.22) nin oluşturduğu eğrinin yaklaşık olarak bu değerleri sağladığı görülür. Kabarcık Ca sayısı eldeki verilerle hesaplanabildiğinden, bu denklemde hiçbir bilinmeyen yoktur.



Şekil 4.4. Kabarcık boyutsuz ön kavisinin modellenmesi

$$\kappa_{ön} = 7.07 - \frac{7.07 - 2.121}{1 + 2.961 Ca_B^{0.916}} \quad (4.22)$$

#### 4.4.3. Kabarcık arka kavisinin modellenmesi



Şekil 4.5. Literatür ve Turbit-VOF kabarcık boyutsuz ön ve arka kavis değerleri

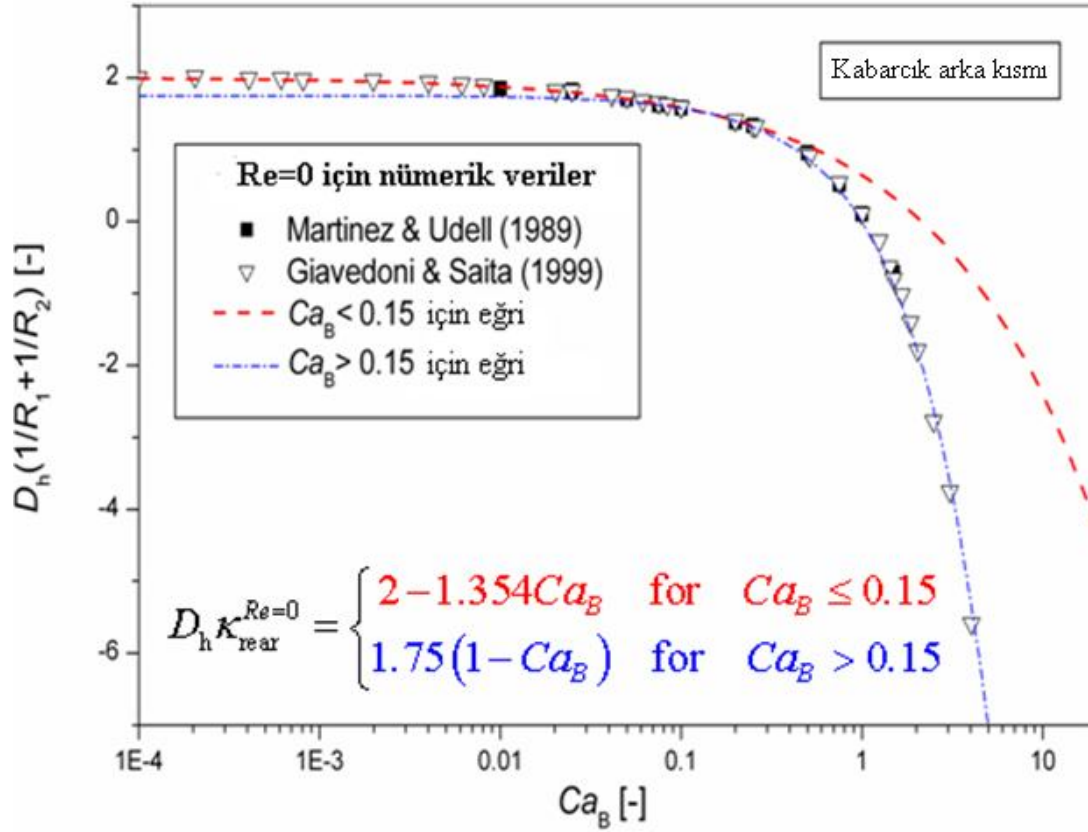
Şekil 4.5'e baktığımızda Turbit-VOF kabarcık arka kavis değerlerinin Giavedoni v.d. (1995)'in değerleri arasında olduğu görülür. Buradan yola çıkarak Turbit-VOF kabarcık boyutsuz arka kavis değerleri, kabarcık  $Ca$  sayısının ve kabarcık  $Re$  sayısının bir fonksiyonudur. Bu yüzden denklem (4.23) şeklinde modellenmiştir.

$$D_h \kappa_{arka} = D_h \kappa_{arka, Re=0} + D_h \kappa_{arka, Re>0} \quad (4.23)$$

##### 4.4.3.1. Kabarcık arka kavisinin $Re_B = 0$ için modellenmesi

Dairesel kanal için Martinez v.d. (1989) ve Giavedoni v.d. (1995) sayısal sonuçları  $Ca_B \leq 0.15$  ve  $Ca_B > 0.15$  olmak üzere iki farklı değer için iki farklı eğri halinde uydurularak  $D_h \kappa_{arka, Re=0}$  terimi modellenir.

$$D_h \kappa_{arka, Re=0} = \begin{cases} 2 - 1.354 Ca_B & Ca_B \leq 0.15 \\ 1.75(1 - Ca_B) & Ca_B > 0.15 \end{cases} \quad (4.24)$$



Şekil 4.6. Kabarcık boyutsuz arka kavisinin  $Re=0$  için modellenmesi

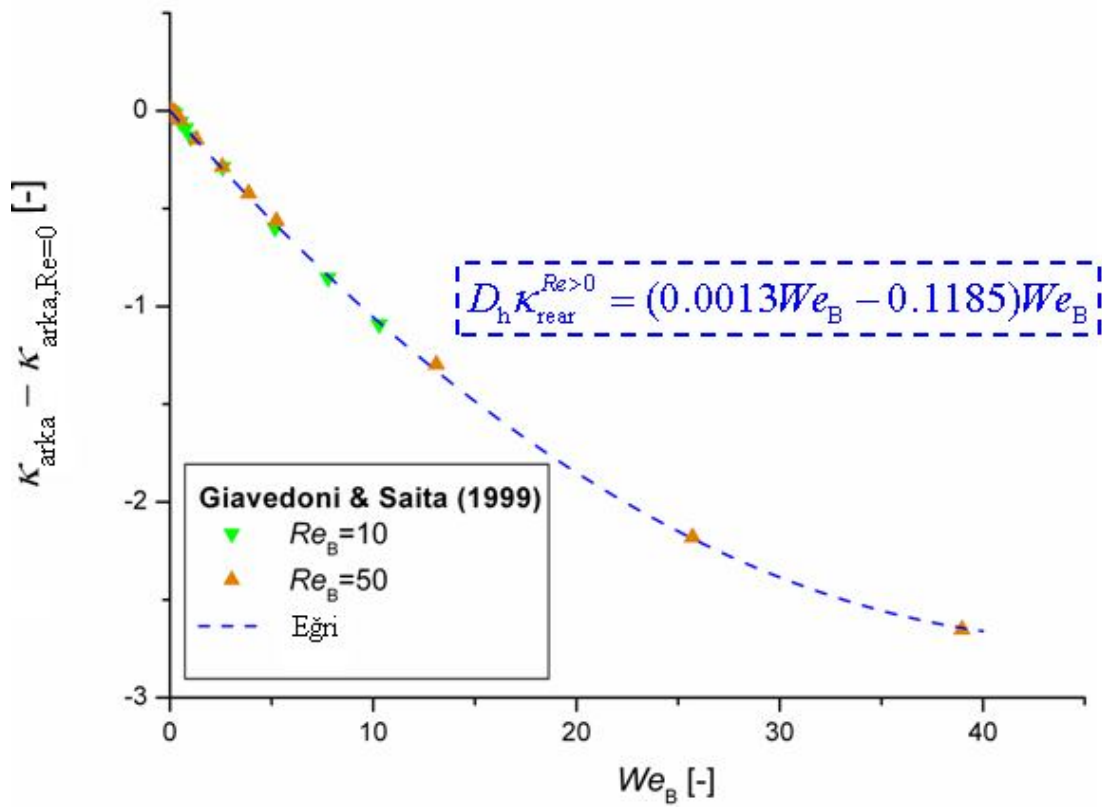
#### 4.4.3.2. Kabarcık arka kavisinin $Re_B > 0$ için modellenmesi

Bölüm 4.4.3.1 de  $Re_B = 0$  için kabarcık boyutsuz arka kavis değerleri x eksenini  $Ca_B$  olan diyagram yardımıyla modellenmişti.  $Re_B > 0$  olan kabarcık arka kavis modellemesinde ise hem  $Re_B$  hem de  $Ca_B$  birlikte etkilediğinden x eksenini  $We_B$  olur. Y eksenini ise  $Re=10$  ve  $Re=50$  eğrisi üzerinde olan arka kavis değerlerinden  $Re=0$  eğrisi üzerindeki değerlerin çıkartılmasıyla oluşturulmuştur. Böylece  $Re_B > 0$  için kabarcık boyutsuz arka kavis denkleminin (4.25) şeklinde modellenir.

$$D_h \kappa_{arka, Re>0} = (0.0013 We_B - 0.1185) We_B \quad (4.25)$$

$$We_B = La \cdot Ca_B^2 = \psi^2 La Ca_j^2 \quad (4.26)$$

$$La \equiv \frac{Re}{Ca} \quad (4.27)$$



Şekil 4.7.Kabarcık boyutsuz arka kavis değerlerinin  $Re_B > 0$  için modellenmesi

#### 4.5.Yeni Basınç Düşümü Modeli Denklemleri

Birim hidrostatik basınç düşümü için ,

$$\frac{\Delta P_{stat}}{L_{uc}} = - \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\rho_G}{\rho_L} \right) \frac{\beta}{\psi} \right] \quad (4.28)$$

Akış- ara bölmesinde meydana gelen birim basınç düşümü, ( $C_{slug(siv)} = 1.5$ )

$$\frac{\Delta P_{sıvı}}{L_{uc}} = \frac{C_f \mu_L J_{total}}{2 D_h^2} [1 - C_{slug(sıvı)} \beta (1 - \beta) - \beta^2] \quad (4.29)$$

$$D_h \kappa_{\delta n} = 7.07 - \frac{7.07 - 2.121}{1 + 2.961 \psi^{0.916} Ca_J^{0.916}} \quad (4.30)$$

Kabarcık boyutsuz arka kavisinin  $Re=0$  için modellenmesi,

$$D_h \kappa_{arka, Re=0} = \begin{cases} 2 - 1.354 \psi Ca_J & \text{için } \psi Ca_J \leq 0.15 \\ 1.75 (1 - \psi Ca_J) & \text{için } \psi Ca_J > 0.15 \end{cases} \quad (4.31)$$

Kabarcık boyutsuz arka kavisinin  $Re > 0$  için modellenmesi,

$$D_h \kappa_{arka, Re > 0} = (0.0013 \psi^2 La Ca_J^2 - 0.1185) \psi^2 La Ca_J^2 \quad \text{için } \psi^2 La Ca_J^2 \leq 40$$

Denklemlerde bilinmeyen değerler kırmızıyla yazılmıştır. Görülüyor ki tek bilinmeyen  $\psi$  dir.

$$\psi \equiv \frac{\beta}{\varepsilon} = \frac{U_B}{J_{total}} = \frac{Ca_B}{Ca_J} = \frac{Re_B}{Re_J} \quad (4.32)$$

#### 4.6. Anahtar Parametre $\psi$ İçin Literatürde Verilen Bağntılar

Liu v.d. (2005) 0.9 -3 mm hidrolik çapına sahip kare ve dairesel kesitli kanallarda hava ve 3 farklı sıvı kullanarak deneylerini gerçekleştirmişlerdir. Deneysel sonuçlarını kabarcık hızının toplam fiktif hıza oranı için denklem (4.32) deki bağıntı şeklinde uyarlamışlardır. Bu bağıntı  $0.0002 \leq Ca_J \leq 0.39$  aralığında geçerlidir.

$$\frac{U_B}{J_{total}} = \psi = \frac{1}{1 - 0.61 Ca_J^{0.33}} \quad (4.33)$$

Fairbrother v.d. (1935) dairesel kanallarda gerçekleştirdikleri deneyler sonucunda denklem (4.33)'ü önermişlerdir. Bu bağıntı  $7.5 \times 10^{-3} \leq Ca_B \leq 0.014$  aralığında geçerlidir.

$$\frac{U_B - J_{total}}{U_B} = Ca_B^{0.5} \quad (4.34)$$

$$1 - \frac{1}{\psi} = \psi^{0.5} Ca_j^{0.5} \quad (4.35)$$

Giavedoni v.d. (1997) sıvı film aralığı için gerçekleştirdikleri çalışmalarının sayısal sonuçlarının  $Ca_B \leq 0.001$  aralığında Bretherton v.d. (1961)'nin teorik bağıntısıyla bire bir eşleştiğini göstermişlerdir. Bretherton v.d. (1961) çalışmalarını dairesel kanalda teorik olarak gerçekleştirmişlerdir.

$$\frac{U_B - J_{total}}{U_B} = 2.68 Ca_B^{2/3} \quad (4.36)$$

$$1 - \frac{1}{\psi} = 2.68 \psi^{2/3} Ca_j^{2/3} \quad (4.37)$$

$\psi$  için Aussilious v.d. (2000) 'in dairesel kanalda sıvı film kalınlığı için yaptığı teorik çalışmalardan çıkardığı bağıntı denklem (4.37) de verilmiştir.

$$\frac{\delta_F}{D} = \frac{0.66 \cdot Ca_B^{2/3}}{1 + 3.33 \cdot Ca_B^{2/3}} \quad (4.38)$$

Denklem (4.37)  $0.001 \leq Ca_B \leq 1.4$  aralığında örtülü (4.38) denklemine eşit olur. Denklem (4.38) verilen  $Ca_j$  değerleri için tekrarlanarak çözümlenmelidir.

$$\psi \approx \left( \frac{1 + 3.33 \psi^{2/3} Ca_j^{2/3}}{1 + 2\psi^{2/3} Ca_j^{2/3}} \right)^2 \quad (4.39)$$



Ayrıca Kreutzer v.d. (2005) kabarcık çapı için kare kanallarda gerçekleştirdiği deneysel çalışması sonucunda (4.39) daki bağıntıyı elde etmiştir.

$$\frac{D_B}{D_h} = 0.7 + 0.5 \exp(-2.25 Ca_B^{0.445}) \quad (4.40)$$

$Ca_B > 0.04$  için,

$$\psi = \frac{4}{\pi} [0.7 + 0.5 \exp(-2.25 \psi^{0.445} Ca_J^{0.445})]^{-2} \quad (4.41)$$

#### 4.7. $\psi$ ve $Ca_J$ Arasındaki İlişki

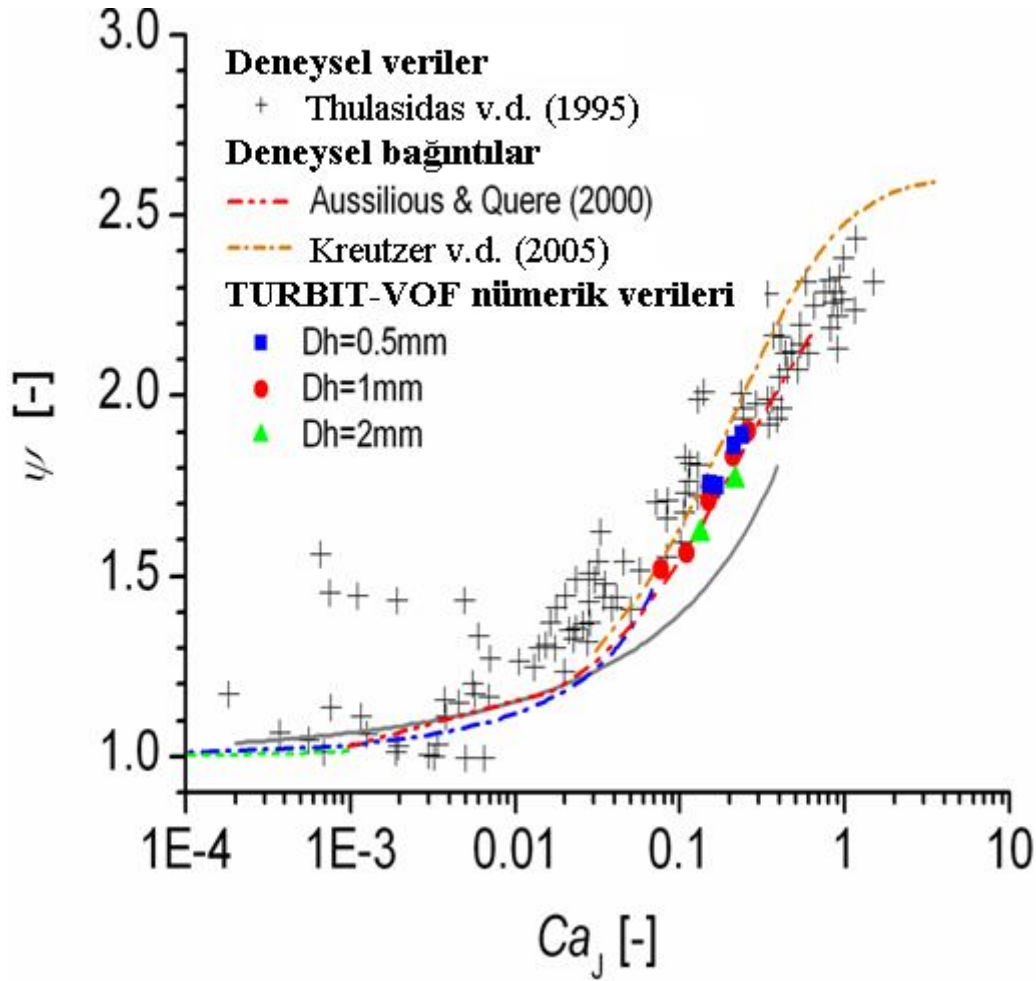
Şekil (4.8) Thulasidas v. d. (1995) deneysel çalışmalarında elde ettikleri değerleri ve Aussilious v.d. (2000) ve Kreutzer v.d. (2005) 'nin  $\psi$  için yaptıkları çalışmalar sonucunda elde ettikleri bağıntılar için uydurulan eğrileri ve Turbit-VOF değerlerinin bu çalışmalar arasında nerede bulunduğunu göstermektedir. Şekil4.8 de kırmızı eğri Aussilious v.d. (2000)' nin  $\psi$  için bulduğu bağıntıyı göstermektedir.

$$\psi = \left( \frac{1 + 3.33 \psi^{2/3} Ca_J^{2/3}}{1 + 2\psi^{2/3} Ca_J^{2/3}} \right)^2 \quad (4.42)$$

Şekil 4.8 deki turuncu eğri ise Kreutzer v.d. (2005)' nin  $\psi$  için bulduğu bağıntıyı göstermektedir.

$$\psi = \frac{4}{\pi} [0.7 + 0.5 \exp(-2.25 \psi^{0.445} Ca_J^{0.445})]^{-2} \quad (4.43)$$

Yeni basınç düşümü modellemesinde farklı hidrolik çaplar için,  $\psi$  her iki örtülü bağıntı da kullanılarak hesaplanmış ve gerçek basınç düşümü değerlerine en yakın sonucu veren örtülü bağıntı seçilmiştir.

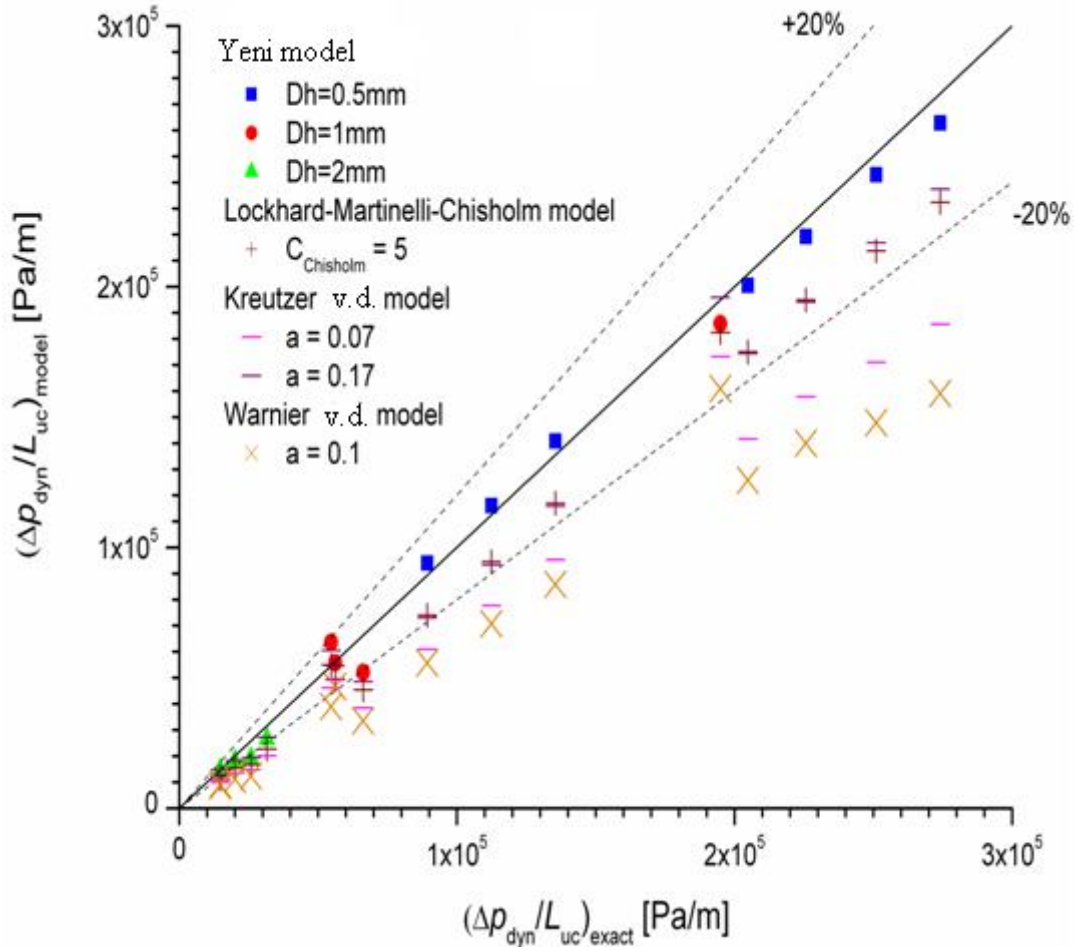


Şekil 4.8.  $\psi$  ve  $Ca_j$  arasındaki ilişki

#### 4.8. Dinamik Basınç Düşümü İçin Modellerin Kıyaslanması

Birim basınç düşümü modellememizin iki ana terimden oluştuğunu belirtmiştik. Bunlardan ilki birim hidrostatik basınç düşümü modellemesi ve diğeri akış-ara bölmesindeki basınç düşümünden ve kabarcık boyunca oluşan basınç düşümünden kaynaklı dinamik birim basınç düşümüdür. Literatürde sık kullanılan modellemelerde hidrostatik basınç düşümü göz ardı edildiğinden şekil 4.9 da yeni basınç düşümü modelimizin sadece dinamik kısmı kıyaslanmıştır. Şekil 4.9 Lockhart-Martinelli-Chisholm, Kreutzer, Warnier dinamik basınç düşümü modellemeleri değerlerini ve Turbit-VOF değerlerini gösterir. Şeklin x eksenini dinamik birim basınç düşümünün hesaplanmış değerlerini gösterirken y eksenini ise dinamik birim basınç düşümü model değerlerini gösterir.

Modellerin mükemmelliğinin ölçüsü direk sayısal simülasyonlardan elde edilen değerler ile model değerlerinin birbirine eşit olmasıdır, yani değerlerin mükemmellik çizgisinin üstünde olmasıdır. Görülüyor ki literatürdeki dinamik birim basınç düşümü modelleri arasında gerçek değerler arasında en çok uygunluk gösteren yeni dinamik birim basınç düşümü modelidir.



Şekil 4.9. Literatürdeki modellerle yeni basınç düşümü modelinin kıyaslanması

## **BÖLÜM 5. SONUÇLAR**

Bu çalışmada, 0.5-1-2 mm ölçülerinde kare kesitli kanalda sıvı faz için squalan ve gaz faz için azotun eş yönlü aşağı Taylor akışının direk sayısal simülasyonu gerçekleştirilmiş ve basınç alanı analiz edilerek yeni basınç düşümü modeli oluşturulmuştur.

Şekil 4.9 da görüldüğü gibi tarafımızdan geliştirilen yeni basınç düşümü modeli literatürdeki diğer modellere göre direk sayısal simülasyonlar sonucunda çıkan verilerle daha çok uygunluk göstermektedir.

## KAYNAKLAR

AUSSILOUS , P., QUERE, D. Quick deposition of a fluid on the wall of a tube. Phys. Fluids, 12, 2367, 2000

BREHERTON, F.P. The motion of long bubbles in tubes. J. Fluid Mech. 10, 166, 1961

CHARPENTIE, H.C., FAVIER M., Some liquid holdup experimental data in trickle-bed reactors for foaming and nanofomaing hydrocarbons. A.I:Ch.E Journal 21 1213-1218, 1975

CHISHOLM, D. A Theoretical basis for the Lockhart- martinelli correlation for two-phase flow. Int. J. Heat Mass Transfer, 10, 1767-1778, 1967

CYBULSKI, A., MOULIJN, J.A., Monoliths in heterogeneous catalysis. Catalytic Review in Science and Engineering 36, 179-270, 1994

FAIRBROTHER, F., STUBBS, A. E. The bubble-tube method of measurement. J.Chem. Soc. 1, 527, 1935

GAUGLITZ, P.A., St, SLAURENT, C.M., RADKE, C.M., An experimental investigation of gas bubble breakup in constricted square capillaries. Journal of Petroleum Technology 39, 1137-1146 ,1987

GHAAS, S.M., ABDEL-KHALIK, S.I, Two-phase flow in microchannels. Advances in Heat Transfer 34, 145-254, 2001

GIAVEDONÌ. M. D., SAITA. F. A. The rear meniscus of a long bubble steadily displacing a Newtonian liquid in a capillary tube. Physics of Fluids, 11, 786-795, 1995

HIRASAKI, G.J., The steam-foam process. Journal of Petroleum Technology 41, 449-456 ,1989

HOLM,L.W., GARRISON, W.H.,  $CO_2$  diversion with foam in an immiscible  $CO_2$  field Project. SPE Reservoir Engineering 3, 112-118 ,1988

HONGJIU SU, HAINING NIU, LIWEI PAN,SHUDONG WANG.,The characteristics of pressure drop in microchannels. Ind. Eng. Chem. Res., 49, 3830-3839, 2010

HUZYAK, P.C., KOELLING, K.W., The penetration of a long bubble through a viscoelastic fluid in a tube. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* 71, 73-88, 1997

IRANDOUST, S., ANDERSON, B., Monolithic catalysts for nanoautomobile applications. *Catalytic reviews in Science and Engineering* 30, 341-392, 1988

KESKİN, Ö., WÖRNER, SOYHAN, H., BAUER, T., DEUTCHMANN, O., Viscous co-current downward Taylor flow in a square mini-channel *A.I.Ch.E Journal*, 7, 1693-1702, 2010

KREUTZER, M.T., KAPTEIJN, F., MOULIJN, J.A., HEISZWOLF, J.J. Multiphase monolith reactors: chemical reaction engineering of segmented flow in microchannels. *Chem. Eng. Sci.* 60, 5895, 2005

LICHENG SUN, KAICHIRO MISHIMA Evaluation analysis of prediction methods for two-phase flow pressure drop in mini-channels. *International Journal of Multiphase Flow*, 35, 47-54 2009

LOCKHART, R. W.; MARTINELLI, R. C. Proposed correlation of data isothermal two-phase, two component flow in pipes. *Chem. Eng. Prog.* 45, 39-48, 1949

MARTÍNEZ, M. J., UDELL, K. S., Boundary integral analysis of the creeping flow of long bubbles in capillaries. *Journal of Applied Mechanics*, 56, 211-215, 1989

ÖZKAN, F., WÖRNER, M., WENKA, A., SOYHAN, H.S., Critical evaluation of CFD codes for interfacial simulation of bubble-train flow in a narrow channel. *Int. J. Num. Meth. Fluids*, 55, 537-564, 2007

RATULOWSKI, J., CHANG, H.C., Transport of gas bubble in capillaries. *Physics of Fluids A* 1, 1642-1655, 1989

TAHA TAHA, Z.F, CUI CFD modelling of slug flow inside capillaries *Chemical Engineering Science*, 61, 665-675, 2006

THULASIDAS, T.C., ABRAHAM, M. A., CERRO, R.L. Bubble-train flow in capillaries of circular and square cross section. *Chem. Eng. Sci.* 50, 183, 1995

WARNIER, M. J. F., DE CROON M. H. J. M., REBROV, E. V., SCHOUTEN J.C. Pressure drop of gas-liquid Taylor flow in round micro-capillaries for low to intermediate Reynolds numbers *Microfluid Nanofluid*, 8, 33-45, 2010

## ÖZGEÇMİŞ

Ayşe Nur Boran, 1986 yılında Ankara'da doğdu. İlk öğretimini İstanbul'da, lise öğrenimini ise Sakarya'da tamamladı. 2004 yılında başladığı Kocaeli Üniversitesi Makine Mühendisliği bölümünden 2008 yılında mezun oldu ve aynı yıl Sakarya Üniversitesi'nde Makine Mühendisliği yüksek lisans eğitimine başladı. 2009-2010 eğitim-öğretim yılında Yüksek Lisans tezi için çalışma yapmak üzere bir yıl boyunca ERASMUS (AB öğrenci değişimi ve bilim adamı destekleme) programıyla Karlsruhe Teknoloji Enstitüsü'nde (Karlsruhe Technology Institute) misafir araştırmacı olarak bulunmuştur.