

T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

**DÖVİZ PİYASALARINDA KAOTİK
DAVRANIŞLARIN TESPİTİ: TÜRKİYE ÖRNEĞİ**

DOKTORA TEZİ

Atila ARAS

**Enstitü Anabilim Dalı: İşletme
Enstitü Bilim Dalı : Muhasebe-Finansman**

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Fatih Burak GÜMÜŞ

KASIM-2014

T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ






DÖVİZ PİYASALARINDA KAOTİK
DAVRANIŞLARIN TESPİTİ: TÜRKİYE ÖRNEĞİ

DOKTORA TEZİ

Atilla ARAS

Enstitü Anabilim Dalı: İşletme
Enstitü Bilim Dalı : Muhasebe-Finansman

“Bu tez 10./11./2014 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Oybirliği / Oyçokluğu ile kabul edilmiştir.”

JÜRİ ÜYESİ	KANAATI	İMZA
Prof. Dr. Erhan BİRGİLİ	BASARILI	
Prof. Dr. Fuat SEKMEN	BASARILI	
Doç. Dr. Hakan TUNAHAN	BASARILI	
Yrd. Doç. Dr. Fatih Burak GÜMÜŞ	BASARILI	
Yrd. Doç. Dr. Ahmet Selçuk DİZKIRICI	BASARILI	

BEYAN

Bu tezin yazılmasında bilimsel ahlak kurallarına uyulduğunu, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, tezin herhangi bir kısmının bu üniversite veya başka bir üniversitedeki başka bir tez çalışması olarak sunulmadığını beyan ederim.

Atilla ARAS

10.11.2014

ÖNSÖZ

Bu tezin yazılması aşamasında, çalışmamı sahiplenerek titizlikle takip eden danışmanım Yrd. Doç. Dr. Fatih Burak Gümüş'e değerli katkı ve emekleri için içten teşekkürlerimi ve saygılarımı sunarım. Ayrıca Prof. Dr. Erhan Birgili, Prof. Dr. Fuat Sekmen, Doç. Dr. Hakan Tunahan ve Yrd. Doç. Dr. Ahmet Selçuk Dizkırıncı çalışmamın son haline gelmesinde değerli katkılar yapmışlardır. Bu vesileyle tüm hocalarım ve tezimin son okumasında yardımlarını esirgemeyen eşim Zeynep Aras'a teşekkürlerimi borç bilirim. Son olarak bu günlere ulaşmamda emeklerini hiçbir zaman ödeyemeyeceğim anneme ve babama şükranlarımı sunarım.

Atilla ARAS

10.11.2014

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	v
TABLO LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	viii
ÖZET	xi
SUMMARY	xii
GİRİŞ	1
BÖLÜM 1: KAOS TEORİSİ VE KAVRAMLAR	9
1.1.Günlük Dilde Kaos ve Rastgelelik	9
1.2.Genel Olarak Sistemler	11
1.3.Olaylar ve Türleri, Şans, Olasılık, Kanunlar, Din ve İliyet	11
1.4.Kâinat, Matematik ve Determinizm	13
1.5.Kâinata Mevcut Kaos Gerçeği	15
1.5.1.Kaosun Anlamı ve Diğer Kavramlar ile İlişkisi	15
1.5.2.Kâinata Kaos	18
1.6.Sistemler.....	19
1.7.Finansal Piyasalar, Kaos Teorisi, Fen ve Doğa Bilimleri	20
1.8.Büyük Sayılar Kanunu, Gazlar ve Finansal Piyasalar	26
1.9.Kaos Teorisi ve Diğer Finansal Teoriler	28
BÖLÜM 2: KAOS TEORİSİ VE MATEMATİK	31
2.1.Dinamik Sistemler, Kaos Teorisi ve Bazı Matematiksel Tanımlar	31
2.2.Çekiciler	33
2.3.Başlangıç Koşullarına Çok Hassas Bağımlılık	34
2.4.Bir Boyutlu Dönüşümler	35
2.4.1. $X_{n+1} = 2X_n \text{ mod } 1$	36
2.4.2.Lojistik Model.....	37
2.5.Kaos Teorisinin Matematiksel Tanımı.....	37
2.5.1.Kaos Teorisinin Birinci Matematiksel Tanımı.....	37
2.5.2.Kaos Teorisinin İkinci Matematiksel Tanımı	39
2.6.Kaos Teorisinin Matematiksel Özellikleri	40

2.6.1.[0,1] Aralığında Periyodik Noktalar Yoğundur	41
2.6.2.G Dönüşümü Topolojik Olarak Karışımdır	42
2.6.3.f: $J \rightarrow J$ Başlangıç Koşullarına Hassastır	43
2.7.Periyodik Hareket.....	43
2.7.1.Periyodik Noktaların Kararlılığı	46
2.7.2.Yoğunluk.....	48
2.8.Bazı Matematiksel İlişkiler ve Kaos Teorisi	52
BÖLÜM 3: GARİP ÇEKİCİLER.....	54
3.1.Sabit Durumlar	54
3.2.Garip Çekicilerin Matematiksel Tanımı ve Yarı Periyodik Hareket	59
3.2.1.Garip Çekicilerin Birinci Matematiksel Tanımı	61
3.2.2.Garip Çekicilerin İkinci Matematiksel Tanımı	61
3.3.Öklid Geometrisi, Fraktal Geometri ve Kâinat	62
3.4.Fraktallar	64
3.5.Deterministik İteratif Fonksiyon Sistemleri ve Büzülme	
Dönüşüm Prensibi	68
3.6.Von Koch kar tanesi.....	72
3.7.Garip Çekicilerin Özellikleri.....	73
BÖLÜM 4: KAOS, TÜRBÜLANS VE KAOSUN MATEMATİKSEL TESPİTİ ..	75
4.1.Kaotik Davranışın Ayırt Edici Özellikleri	75
4.2.Kaos Nasıl Oluşmaktadır	78
4.3.Kaos ve Türbülans.....	79
4.4.Türbülans	79
4.5.Türbülans ve Hopf-Landau Teoremi.....	82
4.6.Türbülans ve Ruelle-Takens Teoremi.....	83
4.7.Kaosun Global Nitelikleri	86
4.8.Genel Dinamik Bir Sistem Uzun Dönemde Nasıl Davranır?.....	87
4.9.Kaosun Matematiksel Olarak Tespiti.....	88
4.9.1.Global Lyapunov Üsseli.....	88
4.9.2.İki Boyutlu Dönüşümlerde Lyapunov Üsseli.....	89

4.9.3. Herhangi bir Boyutta Lyapunov Üssel Tayfı	90
4.9.4. Kutu Sayma Boyutu	91
4.9.5. Bilgi Boyutu	93
4.9.6. Kütle Boyutu	94
4.9.7. Korelasyon Boyutu	94
4.9.8. Kaplan-Yorke Boyutu	95
4.9.9. Boyutlar Arasındaki İlişkiler	95
4.9.10. Entropiler	96
4.9.10.1. Metrik Entropi	96
4.9.10.2. Topolojik Entropi	98
4.10. Çoklu Fraktallar	98
BÖLÜM 5: AMPİRİK METODOLOJİ	99
5.1. Metodoloji	99
5.1.1. Faz Uzayının Yeniden Oluşturulması	100
5.1.2. BDS Testi	100
5.1.3. BDS Testinin Matematiksel ve İstatistiksel Yapısı	101
5.1.4. Korelasyon Boyutu	103
5.2. Döviz Kurlarındaki Kaosa Dair Önceki Ampirik Çalışmalar	104
5.3. Veri Çözümlemesi	108
5.3.1. Döviz Serilerinin Durağanlığı	109
5.3.2. Döviz Serilerinin İstatistiksel Özellikleri	111
BÖLÜM 6: AUGMENTED DICKEY-FULLER VE PHILLIPS-PERRON BİRİM KÖK TESTLERİ	117
6.1. Augmented Dickey-Fuller Birim Kök Testi	117
6.2. Döviz Kur Getirileri, Birim Kök ve Durağanlık	131
6.3. Augmented Dickey-Fuller ve Phillips-Perron Testleri	134
BÖLÜM 7: BDS TESTLERİ VE MODEL SEÇİMLERİ	151
7.1. Birinci Adım: Saf Veriler için BDS Testi	151
7.2. İkinci Adım: AR Modeli ile Filtrelenmiş Getirilere BDS Testi Uygulanması	156

BÖLÜM 8: KORELASYON BOYUTU VE MAKSİMAL

LYAPUNOV ÜSSELİ.....	172
8.1.Zaman Gecikmesi ve Gömme Boyutu	172
8.1.1.Zaman Gecikmesi.....	172
8.1.2.Gömme Boyutu	173
8.2.Faz Resimleri	175
8.3.Korelasyon Boyutu	177
8.4.Maksimal Lyapunov Üsseli.....	196
BULGULAR.....	199
SONUÇ VE DEĞERLENDİRME	202
KAYNAKÇA	204
ÖZGEÇMİŞ.....	209

KISALTMALAR

AMI : Ortalama Karşılıklı Bilgi

AR

Model : Otoregresif Model

BAD : Benzer ve Aynı Dağılım

FFN : Yanlış En Yakın Komşuluk

GARCH

Model : Genelleştirilmiş Ardışık Bağımlı Gecikmesi
Dağıtılmış Değişen Varyans Modeli

IFS : İteratif Fonksiyon Sistemleri

TABLO LİSTESİ

Tablo 1: Lyapunov Üssel Tayfı.....	90
Tablo 2: (TL/İngiliz Sterlini) Kuru Seviyesi	112
Tablo 3: (TL/Kanada Doları) Kuru Seviyesi.....	113
Tablo 4: (TL/İsveç Kronu) Kuru Seviyesi	114
Tablo 5: (TL/Amerikan Doları) Kuru Seviyesi	115
Tablo 6: (TL/İngiliz Sterlini) Kuru Seviyesi Birim Kök Testi.....	118
Tablo 7: (TL/Kanada Doları) Kuru Seviyesi Birim Kök Testi.....	123
Tablo 8: (TL/İsveç Kronu) Kuru Seviyesi Birim Kök Testi	126
Tablo 9: (TL/Amerikan Doları) Kuru Seviyesi Birim Kök Testi.....	129
Tablo 10: (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisi ADF Testi	135
Tablo 11: (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisi PP Testi	138
Tablo 12: (TL/Kanada Doları) Kur Getirisi ADF Testi	139
Tablo 13: (TL/Kanada Doları) Kur Getirisi PP Testi.....	142
Tablo 14: (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisi ADF Testi	143
Tablo 15: (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisi PP Testi.....	146
Tablo 16: (TL/Amerikan Doları) Kur Getirisi ADF Testi	147
Tablo 17: (TL/Amerikan Doları) Kur getirisi PP Testi.....	150
Tablo 18: (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisi BDS testi	151
Tablo 19: (TL/Kanada Doları) Kur Getirisi BDS testi.....	153
Tablo 20: (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisi BDS testi.....	154
Tablo 21: (TL/Amerikan Doları) Kur Getirisi BDS testi	155
Tablo 22: (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisine Dair Filtrelenme İçin Model Seçimi ...	156
Tablo 23: Filtrelenme Sonucu (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisinin Tortuları.....	158
Tablo 24: Filtrelenmiş (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisine Dair BDS Testi	159
Tablo 25: (TL/Kanada Doları) Kur Getirisine Dair Filtrelenme İçin Model Seçimi ...	160
Tablo 26: Filtrelenme Sonucu (TL/Kanada Doları) Kur Getirisinin Tortuları	161
Tablo 27: Filtrelenmiş (TL/Kanada Doları) Kur Getirisine Dair BDS Testi	162
Tablo 28: (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisine Dair Filtrelenme İçin Model Seçimi	163
Tablo 29: Filtrelenme Sonucu (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisinin Tortuları	165
Tablo 30: Filtrelenmiş (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisine Dair BDS Testi	166

Tablo 31: (TL/Amerikan Doları) Kur Getirisine Dair Filtreleme İçin Model Seçimi	167
Tablo 32: Filtreleme Sonucu (TL/Amerikan Doları) Kur Getirisinin Tortuları.....	169
Tablo 33: Filtrelenmiş (TL/Amerikan Doları) Kur Getirisine Dair BDS Testi.....	170
Tablo 34: (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisi Korelasyon Boyutu	178
Tablo 35: (TL/Kanada Doları) Kur Getirisi Korelasyon Boyutu	181
Tablo 36: (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisi Korelasyon Boyutu.....	184
Tablo 37: (TL/Amerikan Doları) Kur Getirisi Korelasyon Boyutu	187
Tablo 38: (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisi AR(10) Tortuları Korelasyon Boyutu	190
Tablo 39: (TL/Kanada Doları) Kur Getirisi AR(8) Tortuları Korelasyon Boyutu.....	191
Tablo 40: (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisi AR(10) Tortuları Korelasyon Boyutu	192
Tablo 41: (TL/Amerikan Doları) Kur Getirisi AR(10) Tortuları Korelasyon Boyutu.	193
Tablo 42: Döviz Getirileri İçin Hesaplanmış Maksimal Lyapunov Üsülleri.....	196

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1: Model Tipleri.....	33
Şekil 2: Dizinin Önalın ve Ardalanı.....	37
Şekil 3: Komşuluk İlişkileri.....	41
Şekil 4: Poincaré Yüzeyi.....	45
Şekil 5: Poincaré Yüzeyi.....	45
Şekil 6: Yoğunluk.....	48
Şekil 7: Yoğunluk.....	49
Şekil 8: Yoğunluk.....	50
Şekil 9: Yoğunluk.....	50
Şekil 10: Periyodik Noktaların $[0,1]$ Aralığında Yoğunluğu.....	51
Şekil 11: A Kümesi B Kümesinde Yoğundur.....	51
Şekil 12: Kuyu.....	55
Şekil 13: Kaynak.....	56
Şekil 14: Eyer.....	57
Şekil 15: Çözüm Çeşitleri.....	58
Şekil 16: Faz Uzayının Tekâmülü.....	59
Şekil 17: Komşuluk.....	61
Şekil 18: Sonsuz Uzunluk, Sonlu Alan.....	65
Şekil 19: Ölçekleme, Rotasyon Ve Çeviri.....	66
Şekil 20: Limit Noktası.....	70
Şekil 21: Von Koch Kar Taneleri.....	73
Şekil 22: Kaotik Seriler.....	76
Şekil 23: Kaotik Seriler.....	77
Şekil 24: Türbülans.....	85
Şekil 25: Lojistik Modelin Çatallanması.....	87
Şekil 26: Dinamik Bir Sistem.....	88
Şekil 27: Lyapunov Üsselinin Çıkarım Grafiği.....	89
Şekil 28: Korelasyon-Gömme Boyutu ile Sistemler.....	103
Şekil 29: (TL/İngiliz Sterlini) Kuru Seviyesi.....	109
Şekil 30: (TL/Kanada Doları) Kuru Seviyesi.....	110
Şekil 31: (TL/Amerikan Doları) Kuru Seviyesi.....	110

Şekil 32: (TL/İsveç Kronu) Kuru Seviyesi	111
Şekil 33: (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisi	132
Şekil 34: (TL/Kanada Doları) Kur Getirisi	133
Şekil 35: (TL/Amerikan Doları) Kur Getirisi	133
Şekil 36: (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisi.....	134
Şekil 37: (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisine Ait AMI	172
Şekil 38: (TL/Kanada Doları) Kur Getirisine Ait AMI	172
Şekil 39: (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisine Ait AMI.....	173
Şekil 40: (TL/Amerikan Doları) Kur Getirisine Ait AMI	173
Şekil 41: (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisine Ait FFN.....	174
Şekil 42: (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisine Ait FFN	174
Şekil 43: (TL/Amerikan Doları) Kur Getirisine Ait FFN.....	175
Şekil 44: (TL/Kanada Doları) Kur Getirisine Ait FFN.....	175
Şekil 45: (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisi Faz Resmi	176
Şekil 46: (TL/Kanada Doları) Kur Getirisi Faz Resmi.....	176
Şekil 47: (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisi Faz Resmi.....	176
Şekil 48: (TL/Amerikan Doları) Kur Getirisi Faz Resmi	177
Şekil 49: (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisi Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu.....	179
Şekil 50: (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisi Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu.....	179
Şekil 51: (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisi Korelasyon İntegrali-Epsilon.....	180
Şekil 52: (TL/Kanada Doları) Kur Getirisi Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu.....	182
Şekil 53: (TL/Kanada Doları) Kur Getirisi Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu.....	182
Şekil 54: (TL/Kanada Doları) Kur Getirisi Korelasyon İntegrali-Epsilon	183
Şekil 55: (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisi Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu	185
Şekil 56: (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisi Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu	185
Şekil 57: (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisi Korelasyon İntegrali-Epsilon	186
Şekil 58: (TL/Amerikan Doları) Kur Getirisi Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu	188
Şekil 59: (TL/Amerikan Doları) Kur Getirisi Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu.....	188
Şekil 60: (TL/Amerikan Doları) Kur Getirisi Korelasyon İntegrali-Epsilon.....	189

Şekil 61: (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisi AR(10) Tortusu Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu.....	194
Şekil 62: (TL/Kanada Doları) Kur Getirisi AR(8) Tortuları Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu.....	194
Şekil 63: (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisi AR(10) Tortuları Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu.....	195
Şekil 64: (TL/Amerikan Doları) Kur Getirisi AR(10) Tortuları Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu.....	195
Şekil 65: (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisi Maksimal Lyapunov Üsseli Hesaplaması	197
Şekil 66: (TL/Kanada Doları) Kur Getirisi Maksimal Lyapunov Üsseli Hesaplaması	197
Şekil 67: (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisi Maksimal Lyapunov Üsseli Hesaplaması	198
Şekil 68: (TL/Amerikan Doları) Kur Getirisi Maksimal Lyapunov Üsseli Hesaplaması	198

Tezin Başlığı: Döviz Piyasalarında Kaotik Davranışların Tespiti: Türkiye Örneği

Tezin Yazarı: Atilla ARAS

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Fatih Burak GÜMÜŞ

Kabul Tarihi: 10 Kasım 2014

Sayfa Sayısı: xii (ön kısım) + 203 (tez)

Anabilimdalı: İşletme

Bilimdalı: Muhasebe-Finansman

Etrafımızda gördüklerimizi anlayabilmenin en etkin ve güvenilir yolunun matematik biliminden geçtiği fikrine asırlardır insanoğlu tarafından sahip çıkılmaktadır. Birçok bilim adamı tabiat kanunlarının matematiksel olduğundan bahsetmekte ve teorilerini matematiksel gerçekler üzerine kurmaktadır. Tabiat bilimlerinde matematiğin kullanımı artıkça; kaos teorisi de bu bilimsel alanlardan finans bilimine aktarılarak; finansal piyasaların analizinde kullanılmaya başlamıştır. Doğrusal olmama, garip bir çekiciye sahip olma ve başlangıç şartlarına hassas bağımlılık ile ifade edilen deterministik kaotik davranış bütün kâinatta görüldüğü gibi finansal piyasalarda da müşahede edilmektedir.

Kaos teorisi bu tezde ilk olarak içinde geçen kavramların birbirleri ile etkileşimleri altında incelenmiş; kaos teorisi açısından bu kavramların manaları açıklanmıştır. Kavramların matematiksel izahlarından sonra kaos teorisinin diğer teoriler ve fraktal geometri ile ilişkisi incelenmiş; kaosun tespitinde kullanılan matematiksel araçlar değerlendirilmiştir. Döviz piyasalarında kaotik davranışların ampirik tespiti için; matematik ve fizik alanlarından birçok tekniğin kaos teorisine uygulanması sebebiyle, ilgili metotlardan seçim yapılarak bir ampirik strateji izlenmiştir.

Çalışmanın yöntemini yüzde 1 anlamlılık düzeyinde sınanan hipotezler oluşturmaktadır. Söz konusu hipotezler EViews ve Auguri programları kullanılarak sınanmıştır. Sonuç olarak seçilen dört döviz kurundan hiç birinde deterministik kaotik davranış tespit edilmemiştir.

Anahtar Kelimeler: Kaos teorisi, Doğrusal Olmama, Garip Çekici, Başlangıç Şartlarına Hassas Bağımlılık, Finansal Piyasalar

Title of the Thesis: Detecting chaotic behaviors in foreign exchange market: The case of Turkey

Author: Atilla ARAS

Supervisor: Assist.Prof.Dr. Fatih Burak Gümüş

Date: 10 November 2014

Nu. of pages: xii (pre text) + 203 (main body)

Department: Management

Subfield: Accounting-Finance

The idea that the most effective and trustable way to understand our universe is through mathematics has been kept up by human-being for centuries. Many scientists believe that the laws of nature are based on mathematics and so they build their theories on the realities of mathematics. As the use of mathematics increases in natural sciences, chaos theory has been applied to the science of finance by being transferred from those fields. The deterministic chaotic behavior which is nonlinear, has a fractal attractor and is sensitive to beginning conditions is both observed in financial markets and all nature.

Chaos theory in this thesis is examined firstly in the context of interactions of concepts that the chaos theory contains and then these concepts are explained to make theory more clear. After explaining the mathematical meanings of concepts, the relations of chaos theory with other theories and fractal geometry have been studied and mathematical tools used in detecting chaos have been evaluated. Because various techniques from mathematics and physics have been applied to chaos theory, an empirical strategy has been followed by choosing among related methods to detect chaotic behaviors empirically.

The method of the thesis is based on the hypothesizes which are tested at the 1 percent significance level. The related hypothesizes are tested by using EViews and Auguri software. As a result, deterministic chaos was not detected in the chosen foreign exchange rates.

Keywords: Chaos theory, Nonlinearity, Strange Attractor, Sensitivity to Beginning Conditions, Financial Markets,

GİRİŞ BÖLÜMÜ

Çalışmanın Konusu

Döviz kurlarının kaotik davranışları çalışmanın konusunu oluşturmaktadır.

Amaç

TL/İngiliz Sterlini, TL/Kanada Doları, TL/İsveç Kronu ve TL/Amerikan Doları döviz kurlarının deterministik kaotik davranış gösterip göstermediğinin tespitini diğer bilimsel alanlardan finans alanına aktarılan metotlar ile gerçekleştirmek tezin amacını oluşturmaktadır.

Önem

Yukarıda ifade edilen kurlara dair 5 Mayıs 1981 tarihi ile Türk Lirasından sıfır atılması sebebiyle 31 Aralık 2004 tarihleri arasında dikkate alan TL-Kur karşılıklarının deterministik kaotik davranışları ile ilgili bir çalışmaya bilinebildiği kadarı ile literatürde rastlanmamıştır. Bu itibar ile çalışmanın ampirik kısmı konuya dair ilk akademik çalışmadır.

Konuya determinizm, şans, olasılık, stokastik olay, illiyet, olay türleri, din ve bilimsel kanunlar kavramları ile yaklaşmak da çalışmanın özgün taraflarındandır.

Sınırlılıklar

Konuya ampirik olarak yaklaşırken ilgili araştırmacılar tarafından kullanılan ve internet ortamında bulunan kodların çalışmaması bir sınırlılık olarak görülebilir. İlgili araştırmacılardan farklı programlar kullanarak yapılan çalışmalarda ampirik sonuçlara dair yorumlamalarda zorluklar ile karşılaşılabilir.

Korelasyon boyutu-Gömmme boyutu grafiğinin konunun en önemli kısımlarından biri olması ve bu kısımda ilgili tekniğın çok açık olmaması konunun en önemli sınırlılığını temsil etmektedir. Korelasyon boyutu-Gömmme boyutu grafiklerinde gömmme boyutu arttıkça stabilizasyon bölgelerine rastlamak sübjektif kararlar gerektirmektedir.

Sübjektif kararlar bazen yanlış alınabilmekte; yanlış bilimsel sonuçlara varılabilmektedir.

Yöntem

Çalışmanın yöntemini yüzde 1 anlamlılık düzeyinde sınanan hipotezler oluşturmaktadır. Söz konusu hipotezler EViews, Auguri ve Visual Recurrence Analysis programları kullanılarak sınanmıştır. Söz konusu hipotezler aşağıda yer almaktadır:

1-

H_0 = TL/İngiliz Sterlini kur seviyesi normallik özelliği gösteriyor

H_a = TL/İngiliz Sterlini kur seviyesi normallik özelliği göstermiyor

2-

H_0 = TL/Kanada Doları kur seviyesi normallik özelliği gösteriyor

H_a = TL/Kanada Doları kur seviyesi normallik özelliği göstermiyor

3-

H_0 = TL/İsveç Kronu kur seviyesi normallik özelliği gösteriyor

H_a = TL/İsveç Kronu kur seviyesi normallik özelliği göstermiyor

4-

H_0 = TL/Amerikan Doları kur seviyesi normallik özelliği gösteriyor

H_a = TL/Amerikan Doları kur seviyesi normallik özelliği göstermiyor

5-

H_0 = TL/İngiliz Sterlini kur getirisinde birim kök var

H_a = TL/İngiliz Sterlini kur getirisinde birim kök yok

6-

H_0 = TL/Kanada Doları kur getirisinde birim kök var

H_a = TL/Kanada Doları kur getirisinde birim kök yok

7-

H_0 = TL/İsveç Kronu kur getirisinde birim kök var

H_a = TL/İsveç Kronu kur getirisinde birim kök yok

8-

H_0 = TL/Amerikan Doları kur getirisinde birim kök var

H_a = TL/Amerikan Doları kur getirisinde birim kök yok

9-

H_0 = TL/İngiliz Sterlini kur getirisinde Bağımsız ve Aynı Dağılım (BAD) var

H_a = TL/İngiliz Sterlini kur getirisinde BAD yok

10-

H_0 = TL/Kanada Doları kur getirisinde BAD var

H_a = TL/Kanada Doları kur getirisinde BAD yok

11-

H_0 = TL/İsveç Kronu kur getirisinde BAD var

H_a = TL/İsveç Kronu kur getirisinde BAD yok

12-

H_0 = TL/Amerikan Doları kur getirisinde BAD var

H_a = TL/Amerikan Doları kur getirisinde BAD yok

13-

H_0 = TL/İngiliz Sterlini kur getirisinin AR tortularında BAD var

H_a = TL/İngiliz Sterlini kur getirisinin AR tortularında BAD yok

14-

H_0 = TL/Kanada Doları kur getirisinin AR tortularında BAD var

H_a = TL/Kanada Doları kur getirisinin AR tortularında BAD yok

15-

H_0 = TL/İsveç Kronu kur getirisinin AR tortularında BAD var

H_a = TL/İsveç Kronu kur getirisinin AR tortularında BAD yok

16-

H_0 = TL/Amerikan Doları kur getirisinin AR tortularında BAD var

H_a = TL/Amerikan Doları kur getirisinin AR tortularında BAD yok

17-

H_0 = TL/Amerikan Doları kur getirisinin korelasyon boyutu stabilize oluyor

H_a = TL/Amerikan Doları kur getirisinin korelasyon boyutu stabilize olmuyor

18-

H_0 = TL/İngiliz Sterlini kur getirisinin korelasyon boyutu stabilize oluyor

H_a = TL/İngiliz Sterlini kur getirisinin korelasyon boyutu stabilize olmuyor

19-

H_0 = TL/Kanada Doları kur getirisinin korelasyon boyutu stabilize oluyor

H_a = TL/Kanada Doları kur getirisinin korelasyon boyutu stabilize olmuyor

20-

H_0 = TL/İsveç Kronu kur getirisinin korelasyon boyutu stabilize oluyor

H_a = TL/İsveç Kronu kur getirisinin korelasyon boyutu stabilize olmuyor

21-

H_0 =TL/İngiliz Sterlini kur getirisinin korelasyon boyutu, kur getirisinin AR(10) tortularının korelasyon boyutu ile aynı

H_a =TL/İngiliz Sterlini kur getirisinin korelasyon boyutu, kur getirisinin AR(10) tortularının korelasyon boyutu ile aynı değil

22-

H_0 =TL/Kanada Doları kur getirisinin korelasyon boyutu, kur getirisinin AR(8) tortularının korelasyon boyutu ile aynı

H_a =TL/Kanada Doları kur getirisinin korelasyon boyutu, kur getirisinin AR(8) tortularının korelasyon boyutu ile aynı değil

23-

H_0 =TL/İsveç Kronu kur getirisinin korelasyon boyutu, kur getirisinin AR(10) tortularının korelasyon boyutu ile aynı

H_a =TL/İsveç Kronu kur getirisinin korelasyon boyutu, kur getirisinin AR(10) tortularının korelasyon boyutu ile aynı değil

24-

H_0 =TL/Amerikan Doları kur getirisinin korelasyon boyutu, kur getirisinin AR(10) tortularının korelasyon boyutu ile aynı

H_a =TL/Amerikan Doları kur getirisinin korelasyon boyutu, kur getirisinin AR(10) tortularının korelasyon boyutu ile aynı değil

25-

H_0 = TL/İngiliz Sterlini kur getirisinin maksimal Lyapunov üsseli pozitif

H_a = TL/İngiliz Sterlini kur getirisinin maksimal Lyapunov üsseli pozitif değil

26-

H_0 = TL/Kanada Doları kur getirisinin maksimal Lyapunov üsseli pozitif

H_a = TL/Kanada Doları kur getirisinin maksimal Lyapunov üsseli pozitif değil

27-

H_0 = TL/İsveç Kronu kur getirisinin maksimal Lyapunov üsseli pozitif

H_a = TL/İsveç Kronu kur getirisinin maksimal Lyapunov üsseli pozitif değil

28-

H_0 = TL/Amerikan Doları kur getirisinin maksimal Lyapunov üsseli pozitif

H_a = TL/Amerikan Doları kur getirisinin maksimal Lyapunov üsseli pozitif değil

29-

H_0 = TL/İngiliz Sterlini kuru başlangıç şartlarına hassas

H_a = TL/İngiliz Sterlini kuru başlangıç şartlarına hassas değil

30-

H_0 = TL/Kanada Doları kuru başlangıç şartlarına hassas

H_a = TL/Kanada Doları kuru başlangıç şartlarına hassas değil

31-

H_0 = TL/İsveç Kronu kuru başlangıç şartlarına hassas

H_a = TL/İsveç Kronu kuru başlangıç şartlarına hassas değil

32-

H_0 = TL/Amerikan Doları kuru başlangıç şartlarına hassas

H_a = TL/Amerikan Doları kuru başlangıç şartlarına hassas değil

33-

H_0 = TL/İngiliz Sterlini kuru deterministik kaotik davranış gösteriyor

H_a = TL/İngiliz Sterlini kuru deterministik kaotik davranış göstermiyor

34-

H_0 = TL/Kanada Doları kuru deterministik kaotik davranış gösteriyor

H_a = TL/Kanada Doları kuru deterministik kaotik davranış göstermiyor

35-

H_0 = TL/İsveç Kronu kuru deterministik kaotik davranış gösteriyor

H_a = TL/İsveç Kronu kuru deterministik kaotik davranış göstermiyor

36-

H_0 = TL/Amerikan Doları kuru deterministik kaotik davranış gösteriyor

H_a = TL/Amerikan Doları kuru deterministik kaotik davranış göstermiyor

Kaos ile ilgili bilimsel çalışmalarda; determinizm, olasılık, stokastik olay, şans, tesadüflük, din, illiyet (sebe-sonuç) ve bilimsel kanun kavramlarının tanımlamalarının yapılmadan bu kavramların bu çalışmalarda kullanılması; araştırmacıların bu kavramlara yanlış bilimsel anlam yüklemelerine sebep olmaktadır. Bu meyanda bu çalışmada determinizm, stokastik olay, şans, tesadüflük, olay türleri, din, illiyet (sebe-sonuç), olasılık ve bilimsel kanun kavramlarının tanımlamalarının ve birbirleri ile etkileşiminin incelenmesinden sonra bilimsel kaos kavramına giriş yapılmıştır.

Kaos teorisinin uygulanabildiği alanlardan olan finans biliminin şu anki durumu 15.yüzyıl kimya bilimi seviyelerindedir. Diğer bilimlerden yapılan aktarımların; aktarımın yapıldığı alanda yeni ufukların açılmasına yol açtığı göz önüne alındığında; kaos teorisi geliştikçe finans bilimi de gelişecektir. Bu meyanda, kaos teorisinin gelişimi ve diğer alanlar ile etkileşimi bu çalışmada incelenmiştir.

Global manada kaos ve garip çekiciler kavramlarının tanımları üzerinde anlaşma olmaması; bu kavramların matematiksel tanımlamalarını bu konu içinde ön plana çıkarmaktadır. Global manada kaos ve garip çekiciler kavramlarının matematiksel tanımları gerçekleştirilirse; bu tanımların daha değişik bilimsel gelişmelere de yol açacağı düşünüldüğünden; gelecek nesillerin bugünkü bilim metotları ile hesaplaşacak olma ihtimali kaos teorisyenlerince ifade edilmektedir. Türbülans hakkındaki teorilerden birinin garip çekiciler kavramı ile ilişkili olması kaos teorisinin önemini ortaya koymaktadır. Bu meyanda bu çalışmada kaos teorisi matematiksel olarak incelenmiş olup; kaosun matematiksel çözümlenmesi ile birlikte türbülans ile kaos ilişkisi ele alınmıştır.

Kaos teorisi ile ilgili bilimsel yayınlarda bazen kaos ve karmaşıklığın birbirleri yerine kullanılması karmaşaya yol açmaktadır. Bu meyanda bu çalışmada kaos ve karmaşıklık teorisi ayrı olarak ele alınmış; bu iki teorinin birbirleri ile etkileşiminin yeni bilimsel keşiflere yol açacağı düşünüldüğünden ayrı bir başlık altında karmaşıklık teorisi de incelenmiştir. Karmaşıklık teorisinin termodinamik kanunlarını revize etmesi konunun önemini ortaya koymaktadır.

Matematik biliminde geçen yüzyılın en büyük keşiflerinden olan fraktal geometrinin bulunuşu ve kâinata müşahede edilmesi sebebiyle fraktal geometri de bu çalışmada ayrı olarak ele alınmıştır. Fraktal geometrinin garip çekiciler ile bağlantılı olması ve bu geometrinin kaos teorisinin geometrisi oluşu sebebiyle fraktal geometrinin ve fraktalların gelişimi matematiksel olarak anlatılmıştır.

Kaos teorisinin bir taraftan teori tarafından kullanılan tanımlamalarda yanlış anlamlar yüklenimi, bir taraftan da teoride oldukça matematiksel yöntemler kullanılması, ilk çalışmalarda kaos teorisini anlaşılmasız kılmakta ve teori girift olarak yorumlanmaktadır. Bu meyanda fraktal geometri, finansal ekonometri, reel analiz, ölçüm teorisi, topoloji ve lineer cebir kavramlarına aşinalık bu sorunların üstesinden gelmektedir. İçinde bulunduğumuz kâinatı daha iyi görmek; kaos teorisinin geometrisi olan fraktal geometriyi ve garip çekicileri anlamaktan geçmektedir.

Kaos teorisinin bir taraftan karmaşıklık teorisi ile bağlantılı olması, diğer yandan teorisinin geometrisinin fraktal geometri oluşu; bu konuların ayrı olarak ele alınmasının sebebidir.

Ampirik olarak döviz piyasalarında kaos tespit edilmeye çalışılırken; aşağıdaki strateji izlenmiştir:

- 1-Verilerin durağan olup olmadığının tespit edilmesi
- 2-Verilerin durağan hale getirilmesi
- 3-Veriler için gecikmiş zamanların ve yerleşim boyutlarının tespiti
- 4-Durağan saf verilere BDS testinin uygulanması
- 5-Durağan saf verilerin AR modelleri ile doğrusallığı yok etmek için filtrelenmesi
- 6-AR modelleri ile doğrusallığı yok etmek için filtrelenen verilerin tortularına BDS testi uygulanması
- 7-Faz uzayının yeniden yapılandırılması (zaman gecikmesinin tespiti)
- 8-Durağan saf verilerin korelasyon boyutu-gömme boyutu grafikleri ile verilerin korelasyon integral-epsilon grafiklerinin çıkarımı
- 9-Brock'un tortu testinin yapılması
- 10-Durağan saf verilerin maksimal lyapunov üssellerinin hesaplanması

Sonuç olarak bu çalışmada kaos teorisi, içinde geçen kavramların birbirleri ile etkileşimleri altında incelenmiş; kaos teorisi açısından kavramların manaları açıklanmıştır. Kaos teorisinin ve garip çekicilerin matematiksel tanımlamaları incelenmiş; global manada bu tanımlar üzerindeki anlaşmanın daha başka bilimsel keşiflere yol açabileceği göz önünde bulundurularak; tanımlamaların matematiksel çözümlenmeleri yapılmıştır.

Kaos teorisinin bir taraftan fraktal geometri bir taraftan da karmaşıklık teorisi ile ilişkisi ele alınarak; kaos teorisinin genişliğine yer verilmiştir.

Matematik ve fizik alanlarından birçok tekniğin kaos teorisine uygulanması sebebiyle, ampirik olarak döviz piyasalarında kaos tespit edilirken; ilgili metotlardan seçim yapılarak yukarıdaki ampirik strateji izlenmiştir.

BÖLÜM 1:KAOS TEORİSİ VE KAVRAMLAR

1.1-Günlük Dilde Kaos ve Rastgelelik

Finansal piyasalar kapsamında kaos kavramının anlaşılabilmesi “rastgelelik” kavramının anlaşılması ile yakından ilgilidir. Günlük dilde bazen bu iki kavramın birbirleri ile ilişkiliymiş gibi kullanılması bilimsel alanda kaos ve rastgele kelimelerinin anlamlarını kaybetmelerine yol açmaktadır. Düzensizlik ve anlamlar verilemeyen şekilde kontrol dışı oluşma kelimelerinin zihinlerde oluşturduğu anlamlar ile kaos ve rastgele kavramları bize aynı anlamları çağrıştırıyor olabilir. Günlük dilde kullanımının aksine; bilim dünyasında kaos kavramının bir düzen içerdiği düşünülmektedir (Savit, 1998:57). Bilimsel anlamda kaos ne düzensizlik ne de kontrol dışı olma ile ilişkili değildir. Bilimsel anlamda rastgeleliğin ne anlama geldiği anlaşıldığında; kaos kavramı da bilimsel anlamda anlaşılabilir olmaktadır.

Finansal piyasalarda oluşan fiyat dalgalanmalarının rastlantısal özellikler içerdiği düşünüldüğünden; bu fiyat değişimlerinin stokastik (rastlantısal) süreçler ile gösterilebileceği varsayımı finansal piyasalar analiz edilirken sık sık kullanılmaktadır (Savit, 1998:39). Söz konusu fiyat dalgalanmalarından tespit edilebilen çeşitli faktörler (mesela makroekonomik, politik faktörler ve benzeri...) ayıklandıktan sonra geriye kalan fiyat değişimleri gürültü denilen ilgili fiyatların yönünün kestirilemediği rastlantısal fiyat değişimleri ile açıklanmaktadır (Savit, 1998:40). Matematik biliminin bir bakıma insanoğlunun bulunduğu boyutta düzensizlikten zaten var olan ve insanoğlunca o ana kadar bilinmeyen düzenleri keşfetme aracı olduğu düşünüldüğünde; henüz anlayamadığımız ve kontrolümüz dışında oluşan bu fiyat değişimlerini gürültü denilen rastlantısal hareketler olarak kabul etmek pek gerçekçi gözükmemektedir. Hâlbuki gürültü olarak adlandırılan bu fiyat değişimleri gerçekte ilgili piyasanın yapısında mevcut olan “doğrusal olmama” kavramı ile de açıklanabilmektedir (Savit, 1998:40).

Finansal piyasalarda oluşan rakamların bilimsel kapasitemiz dâhilinde belli trendler göstermemesi veya birbirleri ile bazı matematiksel ilişkilere sahip olmaması sebepleri ile bu rakamlara rastlantısal (rastgelelik) özellikler gösteriyor demek doğru değildir.

Bilimsel kapasitemiz, rastgelelik özellikleri gösteren bu rakamları; birgün bilimsel çerçevede ifade edilebilecek rastgelelik özelliği göstermeyen rakamlar kapasitesine getirebilir.

Kaos ile uğraşan matematik, fizik, tıp, finans ve mühendislik dallarında rastgelelik ve kaos kavramları günlük dilde konuşulan anlamlarından farklı anlamlar içerir. Kaos ve rastgeleliğin bilimsel anlamda kuralları mevcuttur. Kaos kuralları ile kaos teorisi oluşurken, rastgelelik kuralları ile stokastik kurallar oluşmaktadır. Kaos kapsamında bilimde kullanılan rastlantı (rastgelelik) ile günlük dil ve din çerçevesinde kullanılan rastlantı (rastgelelik) aynı anlamlara gelmez. Bilimin henüz açıklayamadığı ve bilimsel anlamlar yükleyemediği bilimsel alanlarda rastgele terimi kullanılmaktadır. Bilimde kullanılan rastgele teriminin dinsel çerçevede kullanılan kendi kendini yaratmak veya kâinatın kendi kendine oluşmasında bahsedilen zayıf ilişkiler ile hiçbir alakası yoktur. Kaos çerçevesi dâhilinde kullanılan rastgele terimi henüz bilimin sebep-sonuç kuralları çerçevesinde oluşmasını açıklayamadığı alanlar için kullanılmaktadır.

Bilimsel çerçevede rastgelelik ve sebep-sonuç ilişkisi anlaşıldığında; kaos ve rastgelelik kavramları da bilimsel çerçevede anlaşılmış olacaktır. Batı dünyasında bir zamanlar bilim için yepyeni bir dil oluşturma fikri hayata geçirilememiş olsa bile; bugün bilim dünyasında bilimsel çerçevede kullanılan kavramlar, günlük dilde kullanımlarının dışında anlamlar içerebilmektedir. Mesela matematikte bir matrisin tersinin alınabilmesi için, o matrisin tekil olmama (nonsingularity) şartı taşıması gerekmektedir. $Ax=d$ gibi tekil olmama şartı taşıyan bir denklem sisteminin bir tek çözümü mevcuttur ($x= A^{-1}d$); yani A matrisi tekil olmama şartı taşıdığından, denklem sisteminin tek bir çözümü mevcuttur.

Şimdi burada bilimsel kavramlar için kullanılan kelimelere bakalım: bir denklem sisteminde tekil olmama şartı taşıyan bir matris, sistemin tek çözümlü olmasına yol açmakta veya tek çözümlü bir denklem sisteminde bulunan bir matris tekil olmama şartını sağlamalıdır. Tek çözümlü olmak ve tekil olmamak bir arada kullanılmakta iken; tek çözümlü ve tekil olmak bir arada kullanılmamaktadır. Bu örnek bize bilimsel

makaleleri okurken; bilimsel kavramlar için kullanılan kelimelerin günlük dildeki anlamlarını kaybetme ihtimalleri olduğunu göstermektedir.

Bu çerçevede bu tezde, bilim dünyasında bilimsel kavramlar kullanılırken seçilen kelimelerin günlük dildeki anlamlarının unutulup; söz konusu kavramlar için o bilimsel alanda ifade edilen tanımların dikkate alınması gerekmektedir.

1.2-Genel Olarak Sistemler

Kaos teorisini daha iyi anlamak için sebep-sonuç (illiyet), determinizm, rastgelelik, olasılık, olay türleri, şans, bilimsel kanunlar ve din kavramlarının tanınması gerekmektedir. Bir sayının neden negatif olarak adlandırıldığını anlamının en iyi yollarından biri pozitiflik ve hiçliği anlamaktan geçmektedir. Bu sebeple, bu tezin yazarı finansal piyasalarda kaotik davranışları anlayabilmek için yukarıda ifade edilen kavramların tanınması gerektiğini düşünmektedir.

Sırasıyla

1-Ergodik sistemler

2-Karışım sistemleri

3-K-sistemleri

4-C-sistemleri

5-Bernoli sistemlerinde

artan rastgelelik görülmektedir (Ott, 2002:299).

En az tesadüflük ergodik sistemlerde görülmekte olup; bir sistem kaotik olup; karışım özelliği göstermeyebilir. Bir sistemin K sistemi olarak adlandırılması ancak her bir ayırık kümesinde pozitif metrik entropiye sahip olmasına bağlı olup; bir sistemin C sistemi olarak adlandırılması ise ancak faz uzayının her noktasında, sistemin hiperbolik ve kaotik olmasına bağlıdır (Ott, 2002:300).

1.3-Olaylar ve Türleri, Şans (Tesadüf), Olasılık, Kanunlar, Din ve İlliyet (Sebeple-Sonuç)

Olasılık kesinliliğin zıttıdır (Poincaré, 1914-64). Poincaré şansın objektif tanımını eski zaman insanlarına kadar götürür; buna göre şans herhangi bir kanuna tabi olmadığı için

öngörüsünde bulunulamayan bir fenomen olup; harmonize kanunlara uyan fenomenen ayrılmakta; söz konusu bu harmonize kanunlar şansın mevcudiyetini sağlayabileceği aralıklarına izin vermektedirler (Poincaré, 1914-64).

Bilim sebep-sonuç dâhilinde çalışmaktadır. Bilime göre, ateşe atılan odun parçasını ateş yakarken; İslam dini bilginlerinden İmam-ı Gazali'ye göre ateşe atılan odun parçasını ateş yakmaz; eğer söz konusu odun parçasını ateş yaksa idi; İbrahim Peygamber mancınık ile ateşe atıldığında yanması gerekir idi ki; bu böyle olmamıştır. İslam dinine göre, sonsuz kabiliyetlere sahip bir yaratıcının kontrolü altında ateş kendisine atılanları yakmakta olup; İbrahim Peygamber örneğinde olduğu gibi yaratıcı dilediğinde ateşin yakmasında istisnalar yaratabilmektedir. Buna göre İslam dini kâinatın sebep-sonuç dâhilinde çalıştığı yorumunu eksik bulmaktadır.

Bir yaratıcı ve onun yarattığı kendisi kadar kabiliyetlere sahip olmayan yaratıklar (kullar) olduğu varsayılırsa; ve bu yaratıcının sonsuz derecede kabiliyetleri ile bütün kâinat kanunlarına vakıf olduğu düşünüldüğünde; şans kelimesi o yaratıcı için anlamsız olmakta; yaratıklar için ise şans o yaratıkların kabiliyetlerinin zayıflığı sebebi ile mevcut olmaktadır. Olasılık atfedilen olaylar ise kabiliyetleri sınırlı yaratıklar için kâinatı anlamaya yarayan bir araç olmaktadır. Olasılık atfedilen olaya dair insanoğlunun bilgisi artıkça; o olaya atfedilen olasılık değeri de mevcudiyetini kaybedecektir (Poincaré, 1914-66).

Sebeplerin sebep-sonuç dâhilinde meydana gelen olayları Poincaré üçe ayırmaktadır:

- 1-Sebepteki küçük bir hata dolayısıyla çok büyük sonuçları olan olaylar (kaos)
- 2-Çok büyük bir sebebin basit bir sonuca götürdüğü olaylar (diferansiyel denklemler)
- 3-Sebeplerinin karmaşıklığı dolayısıyla tek tip bir sonuca yakınsayan olaylar (hatalar teorisi)

İlk olayda sebepteki küçük bir hata sonuçta çok daha büyük bir hataya yol açmakta; öngörü imkânsızlaşmakta ve olasılık kavramı sahneye girmektedir. Deterministik kaos bu tip olaylara en güzel örnektir. Bu tip kaosta, kaos sebep-sonuç dâhilinde oluşurken;

insanoğlunun yetersiz kabiliyetleri sebebi ile kaos, kaosa atfedilen olasılık değerleri ile analiz edilebilmektedir.

Sebeplerin karmaşıklığı sonucu oluşan sonuçlara yaratıklar şans kılıfını uyduracaklardır. Hatalar teorisine göre her küçük hata birleşerek sonucu çok büyük bir olay meydana getirebilecektir (Poincaré, 1914-75). Kabiliyeti zayıf yaratıklar bütün bir uzayda yer alamadıkları için; olayları parçalara bölerek anlayabilecekler; parçaların birbirleri ile etkileşimi sonucu oluşan yeni olayı yine şans olarak yorumlayacaklardır (Poincaré, 1914-76).

Şans da kanunlara tabidir (Poincaré, 1914-76). Bir kumarbaz yeterince uzun bir süre kâğıtları karıştırıp derler ise; kabiliyetleri zayıf olanlar için her bir kâğıdın olasılığını 1/6 olarak ayarlamış olur. Hatalar teorisine göre, fark edemediğimiz hataların cehaletinden dolayı; bu hatalar Gauss Kanununa tabidirler. (Poincaré, 1914-80).

Hatalar teorisi birbirinden bağımsız olarak oluşan süreçlerin (mesela ölçüm hatalarının) ortalamalarının, normal dağılım fonksiyonuna yaklaştığını söylemektedir. Bu hatalar ile ilgili bilmemiz gerekenler

1-bu hataların çok küçük ve fazla olduğu

2-bu hataların eşit olasılıklara sahip olup; simetrik olasılık dağılım özellikleri gösterdikleridir (Poincaré, 1914-81).

Sadece bu bilgi ile oluşan sonucun Gauss'un kanununa tabi olduğu ve diğer bütün bilinmeyen kanunlar ile ilgisiz olduğu bilinmektedir (Poincaré, 1914-81). Sebeplerinin karmaşıklığı dolayısıyla tek tip bir sonuca yakınsayan olaylar Gauss'un hatalar teorisi ile açıklanmaktadır. Yaratıkların anlayamayacağı kadar karmaşık olan sebepler düzenliliğin birer aracıdır (Poincaré, 1914-83). Şans da olasılık kavramı ile kanunlara tabidir.

1.4-Kâinat, Matematik ve Determinizm

Bilim adamı Isaac Newton Doğal Felsefenin Matematiksel Prensipleri adlı kitabında tabiatın kanunları olduğunu ve insanoğlunun bu kanunları keşfedebileceğinden

bahsetmektedir. Etrafımızda gördüklerimizi anlayabilmenin en etkin ve güvenilir yolunun matematik biliminden geçtiği fikri asırlardır insanoğlu tarafından uygulanmaktadır. Birçok bilim adamı tabiat kanunlarının matematiksel olduğundan bahsetmekte ve teorilerini matematiksel gerçekler üzerine kurmaktadır. Pierre Simon de Laplace Olasılıklar Üzerine Felsefik Makaleler adlı kitabında “tabiata ait bütün verileri analiz edebilen bir akıl için (Allah) tabiatı oluşturan her şey kesindir ve o akıl geçmişe nasıl vakıf ise; geleceğe de aynen o şekilde vakıftır”. demektedir. Astronomlar Newton’un matematiksel kanunlarını kullanarak güneş sisteminin 200 milyon yıl sonraki hareketini öngörebilmektedirler (Stewart, 2004:11). Bu öngörüü yapmak; klasik determinizm esasına dayanmaktadır. Yani eğer matematiksel eşitlikler bir sistemin gelecekteki durumunu tekil bir eşitlik olarak belirleyebiliyorlarsa; geçmiş, şu anki ve gelecekteki durumlar da tekil eşitlikler olarak belirlenebilir.

Ian Stewart ‘Allah zarla oyun oynar mı? Kaosun yeni matematiği’ adlı kitabının bir bölümünü ‘her şey için ayrı bir denklem’ gerçeğine ayırmıştır. İnsanoğlunun Eski Yunandan günümüze dek çevresinde gördüğü şeyleri matematiksel denklemler ile ifade etmeye çalışma macerası söz konusu bölümde anlatılmaktadır.

18.yüzyılın bilimdeki temel başarısının fiziksel olayları modellemek için denklemler kurmak olduğu düşünüldüğünde; Newton kanunlarının, aynı anda çarpışan üç kürenin çarpışmaları sonucu, bu üç kürenin hareketlerinin nasıl olacağına dair bir cevabı olmaması; o dönemin bilim adamlarınca matematiksel determinizmin açıklayamadığı bir istisna olarak görülmüş; bilim ilerledikçe bu istisnaların da matematiksel denklemler şeklinde kurallar olarak keşfedileceği determinizme inananlarca ifade edilmiştir. Bu inanç Langrange’ın enerjinin korunumu kanununu ve genelleştirilmiş koordinatlar fikrini geliştirmesine yol açmış ve “üç aynı anda çarpışan küre ve sonrası hareketleri” problemi çözüme kavuşmuştur.

Determinizm, herhangi bir doğa sisteminin herhangi bir durumu belli bir anda veri olarak alındığında ve o sisteme ait kanunlar bilindiğinde; söz konusu sistemin gelecekteki hareketinin tekil olarak belirlenebileceğini söylemektedir (Stewart, 2004:35). Evrenin belli bir zamanındaki durumunun, yine söz konusu evrenin bir diğer

zamanındaki durumunu belirlediğine inanırsak; herhangi bir zamanda havaya atılan paranın hangi yüzünün üstte kalacak biçimde düşeceğinin, evrenin oluşumu anında belirlenmiş olduğunu kabul ediyoruz demektir ki; bu durum da klasik determinizm (önceden belirlenmişlik) olarak adlandırılır (Ruelle, 1999:13).

Determinizm inancı teknolojinin doğmasına yol açmıştır. Deterministik davranan makinalar icat etmek ve belli durumlarda kontrol edilebilen sonuçlar oluşturabilmek insanın kâinat ve matematik arasında bağlantılar kurma macerasının bir sonucudur (Stewart, 2004:36). Determinizm, zaman aktıkça kâinatı anlamak için matematik biliminden yararlanma fikrinin bir sonucu olarak paradigmaya dönüşmüştür.

1.5-Kâinatta Mevcut Olan Kaos Gerçeği

1.5.1-Kaosun Anlamı ve Diğer Kavramlar ile İlişkisi ve Etkileşimi

Kaos sözlük anlamı olarak üç anlama gelmektedir. Kaos ilk olarak kâinat var olmadan önce mevcut olduğu düşünülen düzensiz ve biçimsiz madde olarak tanımlanmakta; ikinci olarak mutlak karışıklık ve kati düzensizlik anlamına gelmekte; son olarak ise deterministik bir sistemde oluşan stokastik davranış biçimi olarak tanımlanmaktadır (Stewart, 2004:12). Tam, kesin ve aksi ispatlanamaz kanunlar deterministik davranışlara yol açarken; stokastik davranışlar ise düzensizlik ve şans faktörleri ile tanımlanmaktadır (Stewart, 2004:12).

İnsanoğlunca klasik mekaniğin deterministik eşitliklerinin görünümde düzensiz davranışlara da yol açtığı keşfi uzun yıllar alırken (Jensen, 1987:168); insanoğlunun yaşamının birçok evresinde basit eşitliklerin basit dinamik özellikler göstermeyebileceği gerçeği çoğu zaman unutulmaktadır. Matematikçiler determinizm kavramının hem düzen hem de kaos içerdiğine inanmaktadırlar (Stewart, 2004:17). Düzensizlik ve düzenin birbirlerinden ayrı ve zıt olarak oluşamayacağı gerçeğinden yola çıkarak; bir sistemin bazen görünümde düzensizlik ve bazen de düzen içeren hallerde bulunacağı gerçeği bazen insanoğlunca yadsınırken; bizce bir insanın yaşamı eğer matematiksel bir eşitlik olarak ifade edilebilseydi elbette bu eşitlikte de görünümde düzensizlik (mesela negatif anılar ve anlam verilemeyen anlar) ve düzen (mesela pozitif anılar ve anlam verilebilen anlar) birbiri ardınca tecrübe edilip anlaşılabilir idi. Mesela, insanoğlunun

hayatı dinamik bir sistem olarak düşünülduğünde; Hitlerin çok arzu ettiği sanat okuluna girememesi; sıradan bir eşitliğin (yumurta ile spermin birleşmesi) nispeten önemsiz bir evresi olarak gözükse bile; tıpkı doğrusal tek boyutlu modellerde olduğu gibi; bu basit eşitlik basit dinamik özellikler göstermemektedir. Çok arzu edilen sanat okuluna alınmamak evresini, dünyada milyonlarca insanın ölmesine yol açmış olmak evresi takip edebilmektedir. Eğer determinizme inanılıyorsa, her bir şey için ayrı bir denklem aramak anlamsız olmamaktadır.

Bir sistemin deterministik özellikler mi yoksa rastgelelik mi taşıyıp taşımadığı çok basit bir test ile tespit edilebilir. Bir sistemin başlangıç durumu tespit edilip; sonucuna ulaşıldıktan sonra ilk başlangıç durumu tekrar uygulandığında; ilk tespit edilen sonuca her zaman tekrar ulaşıyorsa; sistem deterministik; eğer ilk sonuca her zaman ulaşılamıyor ise; sistem rastgelelik gösteriyor demektir (Stewart, 2004:280).

Bir kâğıt oyununu ele aldığımızda; ilk kâğıtlar dağıtıldıktan sonra tekrar dağıtılacak kâğıtların ne olacağına dair kendine has kurallarımız olmaması veya kurallar kuramamamız; kâğıtların dağıtılışında rastgelelik var dememize yol açmaktadır (Stewart, 2004:281). Kâğıtların dağıtılışında belli kurallar bularak; kâğıtların bir el sonra ne olacağına dair kesin bilgimiz olması; kâğıtların rastlantısal özellikler göstermesi sürecinin; kâğıtların deterministik kurallar gösteriyor sürecine geçmesine yol açar. Kâğıt dağıtılışında mevcut gizli değişkenlerin tespit edilmesi; bilim adamlarınca rastgele teriminin elemine edilmesine yol açacaktır (Stewart, 2004:282). Bilimsel anlamda kullanılan kaos ve rastgelelik birbirlerinden farklı anlamlarda kullanılmaktadır. Günlük dilde çok kompleks bir yapıya sahip bir sisteme rastlantısal özellikler gösteriyor demek yanlıştır. Günlük dilde kullanılan şekli ile; çok kompleks bir yapı, içinde çok büyük sayıda bilinmeyen değişken içerdiğinden; bu yapının ayrıntılı davranışlarını anlamak; şu an için insan aklının kapasite sınırları dışındadır demek; daha doğru gözükmektedir.

Deterministik bir sistemin rastgele davranabilir gerçeği yine günlük dilde kullandığımız kelimelerin bizde çağrıştırdığı yanlış anlamlar dolayısıyla yanlış alanlara çekilebilir. Bilimsel anlamda, deterministik bir sistem rastgele davranabilir demek, “eksik bilgi

sebebiyle bizim beynimizin kapasitesi dâhilinde, sistem rastgele davranıyor görünümündedir.” anlamına gelmektedir. Bilimsel kapasitemizin ulaştığı seviye, kompleks bir sistemi sebep-sonuç dâhilinde analiz edemediğinden, söz konusu kompleks sistemin görünümü stokastiktir denmesine yol açmaktadır. Günlük dilde rastgele kelimesi kuralsızlık anlamında kullanılabilirken, bilimsel anlamda stokastik kelimesi; kurallılığı içerip, kuralsızlığı elemine etmektedir.

Kısaca özetlemek gerekirse, daha önce basketbol deneyimi çok az bir kişinin topu basketbol ağının içerisinden geçirmesi örneğine bakabiliriz. Hayattan edinilmiş çeşitli istatistiki veriler kullanılarak, kısa dönemli doğru öngörüler yapılabilir. Mesela sokakta yürüyen birinin kadın mı, yoksa erkek mi olduğunu daha önceki deneyimlerimiz ile istatistiki verilere dayanarak bilebiliriz (Ruelle, 1999:115). İstatistiki veriler erkeklerin kadınlardan genellikle daha uzun boylu, daha kısa saçlı, daha büyük ayaklı, vs. olduğunu söyler ve biz de tanımımızı bu gibi verilere dayanarak yaparız (Ruelle, 1999:115). Gözümüz ile beynimiz arasındaki bu iletişim, “bu erkektir” diyebilmemizi sağlayan istatistiksel verileri anında kapabilen kusursuz bir sistemdir (Ruelle, 1999:115).

Basketbol örneğimize dönersek, basketbol topunun ağın içerisinden geçmesi deterministik kurallar dâhilinde olmaktadır. Topa etki eden kuvvetler (el kuvveti, havadaki rüzgâr, yerçekimi, topun atılış açısı vs.) matematiksel olarak fiziki yasalarda kendilerini göstermekte ve top ağın içerisinden bu fiziki yasalar çerçevesinde geçmektedir dememize yol açmaktadır. Yani topun ağdan geçmesi fiziki yasalarca açıklanabilmekte; topa etki eden kuvvetler, bir önceki atıştaki değerlerini aldığı anda (mesela iki kilometre uzakta bulunan molekülün havaya etkisi gibi çok küçük etkiler bu deneyde ihmal edilebilir), top tekrar basketbol ağının içerisinden geçebilmektedir. Topun ağdan geçmesini açıklayan fizik formülleri, topun ağdan geçmesini deterministik bir sistem olarak görmektedir.

Şimdi basketbol deneyimi çok az olan şahsa dönelim. Hiçbir fiziki yasayı dikkate almaksızın, topun basketbol ağının içerisinden geçmesi için, şahsın topu elinden çıkarması anında bu hareket bu tezin sahibine göre bilimsel çerçevede rastgele atılmış

bir hareket olarak adlandırılabilir. Eğer şahıs, bazı fiziki yasaları bilip uyguluyor (yani eksik bilgi ile hareket ediyor ise) veya daha önceki atışlarından elde ettiği istatistiki verilere göre atış yapıyor ise, bu atış bilimsel çerçevede stokastik özellikler gösteriyor denebilir.

Bu örnek çerçevesinde, atış hareketi deterministik kurallar dâhilinde gelişmekte iken, atışı yapan şahıs eksik bilgi ile atış yaptığından, “top basketbol ağının içerisinden geçer mi, geçmez mi” diye şahsın kısa dönemli bir öngörüde bulunması; bilimsel çerçeve de deterministik bir sistemde oluşan stokastik davranış biçimi olarak tanımlanabilir.

1.5.2-Kâinata Kaos

Kâinata da kaos kavramı müşahede edilebilir. Fizikçiler, matematikçilerin bulduğu matematiksel ilişkilere, eğer o ilişkiler kâinata mevcut değilse, inanmamaktadırlar. Newton ve Leibnitz geliştirdikleri limit kavramına, kendileri bu matematiksel ilişkiyi geliştirmelerine rağmen, tam vakıf olamayıp; limit kavramından şüphe duymuşlar; fakat kâinata bu ilişkilerin bulunduğunu düşündüklerinden limit kavramına inanmışlardır.

Finans biliminin gelişmişliğinin, 15.yüzyıl kimya bilimi gelişmişliği ile paralellik göstermesi, bizce finans ile uğraşan bilim adamlarının da belli hudutlar dâhilinde fizikçilerin bilimsel yaklaşımını benimsemeleri gerekliliğini doğurmaktadır. Aşağıda, kâinata görülen kaotik davranışlara dair örnekler mevcuttur.

Satürn gezegeninin küçük uydusu Hyperion Satürn gezegeninin etrafında dönerken kaotik hareketler sergilemektedir. Neptün’ün en büyük uydusu Triton, kaotik evrede bulunduğu dönemde pek çok diğer uydunun yok olmasına sebebiyet vermiştir. Yine Laskar’a göre, Ayın mevcudiyeti Dünyanın kaotik olmayan bir dengede kalmasına yol açmaktadır.

Bir kızamık salgınında salgının şiddet ve müddetini kızamık virüsü popülasyonu belirlemektedir (Stewart, 2004:267). Kızamık virüsü popülasyon dinamiği kızamık salgınları açısından önem arz etmektedir. May’e göre New York şehrine ait kızamık

hastalığı verileri düşük boyutlu kaotik bir çekiciye işaret etmektedir (Stewart, 2004:269).

Birbirleri ile etkileşimde olan sonsuz tane ve sonsuz derecede küçük akışkan (sıvı, gaz veya plazma) elemanından oluşan akışkanların hareketleri de kaotiktir. Krema ile kahvenin karışımı kaotik bir prosestir (Sprott, 2004:4). Durgun bir nehre (laminar akış) bırakılan iki kazık birbirlerinden ayrılmadıkları halde, türbülans (kaotik) halde akan bir nehre bırakılan iki kazık birbirlerinden süratle ayrılacaklardır (Sprott, 2004:4).

Atomlarda elektronların hareketi, kalabalıkların davranışı, sigara dumanı, orman yangınlarının yayılışı ve hava trafiği de kaotik davranışlar gösterir (Sprott, 2004:4).

1.6-Sistemler

Zamanla değişen varoluşa sistem denilir; Antarktika'daki penguen nüfusu; bir ülkede ilerleyen grip mikrobu; insan vücudu ve hayali bir kutudaki moleküller; sistemlere dair örneklerdir (Sardar ve Abrams, 2011:11).

Determinist sistemler tahmin edilebilir ve bütünüyle bilinebilir olmasına karşın; periyodik sistemde bir değişken önceden belirlenen davranışı belli zaman aralıklarında tekrarlar; aperiodyodik davranış herhangi bir değişkenin etkisi altında kalmadan sistemin sürekli tekrarlar yapması durumudur (Sardar ve Abrams, 2011:14). Kararsız aperiodyodik davranış ise, asla kendini tekrarlamaz ve sisteme yapılan her müdahalenin etkisi altında kalmakla beraber; bu davranışta tahminleme imkânsız olur ve rastlantısal ölçümler bu davranış çeşidinde devreye girer (Sardar ve Abrams, 2011:14).

Karmaşık sistemlerde her şey her şey ile ilişkilidir öyle ki; teori her şeyin birbirine bağlı olduğunu vurgular; mesela ağaçlar iklimle, insanlar çevreyle, toplumlar birbirleriyle ilişkilidirler (Sardar ve Abrams, 2011:84).

Karmaşık sistemler üçe ayrılır:

1-Kaotik Sistemler

2-Karmaşık Uyumlu Sistemler

3-Doğrusal Olmayan Sistemler

1.7-Finansal Piyasalar, Kaos Teorisi, Fen ve Doğa Bilimleri

Pierre Laplace'a göre insan davranışları da dâhil olmak üzere her şeyi düzenleyen ve fizik kanunlarına benzeyen çevremizde kanunlar mevcuttur. Yani insanoğlunun yaşadığı boyutta her şeyi düzenleyen kanunlar bulunmaktadır. Eğer bu düşünceyi doğru kabul edersek; bilimsel disiplinler arasında benzerlikler kurmak hiçte yanlış olmamaktadır. Tabiatta bulunan sistemler ile insanoğlu-yapımı sistemler doğrusal olmayan diferansiyel denklemler, fark denklemleri ve fuzzy kümeleri ile modellenebilmekte olup; bu sistemlerin ortak yönleri, zaman değişkenini denklemlerin içine koyup, bulanıklığı ve kesin olmamayı bir algoritmada toplayabilmeleridir (Chorafas, 1994:94). Fizik, biyoloji ve kimya bilimlerinde bu yöntemler kullanılırken; finans ile uğraşan bilim adamları da kaotik yapıları (mesela döviz kurları) analiz ederken bu yöntemleri kullanabilmektedirler. Mesela doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerin tek bir sonucu bulunmamakta; görünüşte birbiri ile ilişkili olmayan çoklu sonuçları bulunmaktadır. Döviz kurlarındaki kaotik davranışlar incelenirken de; döviz kurlarını analiz etmek için kullanılan doğrusal olmayan algoritmalar sonlu bir uzayda sonsuz sayıda çözüme sahip olabilmektedir.

Chorafas (1994:9)'a göre fizik bilimlerinden finans bilimine geçen teorilerin baskın vasıfları iki tanedir:

1-Değişim

2-Düzen

Değişim ve düzen birbirlerine zıt süreçler olmakla birlikte; değişim statükodan yeni gelişmeler ve inovasyon oluşturarak uzaklaşma ile karakterize edilirken; düzen etkinlik ve rasyonalite çatısı altında statükodan oluşmaktadır (Chorafas, 1994:9). Donald Shön'e göre bir alandan alınan kavramlar başka bir alana uygulandığında yeni bakış açılarına kavuşulur.

19.yüzyılda sistem öngörülerı Newton kavramları üzerine kurulu termodinamik kanunlarına dayanmakla birlikte; termodinamik kanunlarının karmaşık sistem etkileşimini tam çözemeyişi; bilim adamlarını yeni arayışlara itmiştir.

Bu yeni arayışlardan Poincaré'in fikirleri devrim niteliğindedir. Poincaré'e göre eğer bir sistem birbiri ile çok güçlü etkileşimde olan az sayıda parçadan meydana geliyor ise, bu sistem öngörülemez davranışta bulunuyor demektir. Bu görüş karmaşıklık teorisinin doğuşuna yol açmıştır.

Fizik ve finans bilimlerine göre kaos teorisinin amacı basit deterministik sistemlerin düzenli olmayan davranışlarını hayata yakın araçlar kullanarak incelemektir (Chorafas, 1994:11). Düzen ve değişimin birbirleri ile zıt oluşunu açıklayan en doğru mod yeni bir disiplin olan karmaşıklık kavramıdır. Karmaşıklık disiplini kaos ve düzen kavramlarının etkileşimini ve birbirlerine dönüşümünü incelemektedir. Kaotik sistemler periyodik yapılı sistemler oldukları için bu sistemleri gelişigüzel ile karakterize eden bir periyodik yörüngeden diğerine sürekli geçiş sürecidir (Chorafas, 1994:15) Nasıl bir insan yaşlandıkça kalp atışı ve kan basınç değişimleri gibi ölçümlerinde karmaşıklığını kaybediyor ise; finansal piyasalar da zaman aktıkça karmaşık yapılarını kaybederler (Chorafas, 1994:16). Newton mekaniği varsayımlarına dayalı görüşe göre sistemlerin dengeye ulaşması; sistemlerin kararlılık durumuna cezb olması varsayımına dayanmakta; zamanı kontrol edilebilir bir değişken olarak almayan dinamik sistemlerde ise; Newton mekaniği varsayımlarının aksine değişim ve düzen kavramlarının dönüşümü sürecinde denge gibi bir durum söz konusu olmamaktadır (Chorafas, 1994:16). İkinci Dünya Savaş sonrası dönem fizikçileri söz konusu Newton mekaniği kavramlarına dayalı denge fikrine karşı çıkmışlar ve aynı prensiplerin finansal piyasalara uygulanmasına yol açmışlardır. Chorafas (1994:16)'a göre bu prensipler ışığında

- 1-Sağlıklı sermaye ve para piyasaları oynaklık ile karakterize edilmektedir.
- 2-Herhangi bir dinamik sistem gibi sağlıklı bir ekonomi de dengeye yönelmemekte; bilakis devamlı bir değişim içinde olmaktadır.

Bir sistemin dallanması sonucu oluşan sürekli olmama durumu sebebiyle uzun dönemli öngöründe bulunmak imkânsızlaşmaktadır (Chorafas, 1994:25). Bir yukarı bir aşağı olarak karakterize edilen matematiksel olarak sürekli olmama durumu statüko ve matematiksel süreklilik taraftarlarınca çok benimsenmemiştir (Chorafas, 1994:26). Finansal piyasalar dinamik ve tekâmül eden yapılar oldukları için ekonominin kontrolü adına yapılan finansal piyasaları dengede bırakma politikası finansal piyasaların bu politikalara olumsuz cevap vermesi ile sonuçlanabilir çünkü denge demek hırs, ihtiras, korku ve panik gibi duyguların finansal piyasa fiyatlarında kendini gösterememesi demektir ki bu bir ütopyadır (Chorafas, 1994:29).

Bir sistem kaotik olduğu zaman devamlı bir bilgi akışı sağlamakla birlikte; sistemin öngöründe bulunulamazlığı, her bir yeni gözlemin yeni bir bilgi haline dönüşmesine yol açmakta ve bilgi kanalının genişlemesi garip çekiciler yolu ile olmaktadır (Chorafas, 1994:30). Garip çekiciler kaotik çevre içinde düzenin matematiksel bir resmi olmakla birlikte; zamanda ve uzayda bir cismin tekâmülüne olanak tanınması sebebiyle bilgi motorları olarak görülebilir (Chorafas, 1994:31). Finans ve ekonomide bilgi akışları zaman aktıkça ilk olarak doğrusal olabilirler; daha sonra karmaşık bir duruma dallanabilir; sonra salınım yapıp kaotik olabilirler (Chorafas, 1994:31).

Herhangi bir sistemin düzenden kaosa ve tekrar eski durumuna geçmesi için kendisini oluşturan parçalar arasındaki etkileşiminin bütünü bir arada tutacak kadar güçlü olması gerekmektedir (Chorafas, 1994:33). Bu sürecin devam edebilmesi sistemin düzen ve kaos arasındaki sınırdaki performans göstermesine bağlıdır ki; bu sınır kaos sınırı olarak adlandırılır. Bu sınır geçildiğinde karmaşıklık teorisi karşımıza çıkmaktadır. Bazı bilim adamları finansal piyasaların kaos sınırında olduğuna inanmaktadırlar. Herhangi bir dinamik sistemde zaman aktıkça dorukların ve vadilerin (yukarı-aşağı hareketler) oluşması sistemi doğrusal olmayan ve karmaşık bir yapıya büründürür ki; böyle bir durumda sistem kaos teorisi ile incelenmelidir (Chorafas, 1994:41). Modern ekonomilerde aşağı yukarı hareketler ve düzensizlikler; bu yapıları gösteren biyoloji, fizik ve mühendislikteki yapılar ile karşılaştırılabilir niteliktedir (Chorafas, 1994:48). Nasıl doğadaki değişkenler aşağı-yukarı hareketler sergiliyor ve bu sebeple statik dengeden bahsetmek mümkün gözüküyor ise; ekonomide var olan statik arz-talep

dengesinden de bahsetmek mümkün olmamakta; gerek doğanın gerek ise finansal piyasaların dinamik yapıları sebebiyle kaos ve düzen bir arada mevcut olmaktadır (Chorafas, 1994:50).

Finansal analizin tekâmül eden bir bilim statüsüne gelmesi:

1-Bankacılıkta ve ekonomik analizde kullanılan makroekonomi, simülasyon ve uzman sistemlerinin

2-Fizik biliminde geçen doğrusal olmayan sistemlerin ve kaos teorisinin

3-Biyoloji biliminde kullanılan genetik algoritmaların finans alanına aktarılması ile gerçekleşmiştir (Chorafas, 1994:76).

Peki, karmaşıklık teorisi nedir? İlya Prigogine'e göre gerçekliğin büyük bir kısmı kararlı değildir; bilakis düzensizlikle ve değişimle doludur. Prigogine sistemleri “dengeli”, “dengeli olmaya yakın” ve “dengeli olmaktan uzak” sistemler olarak üçe ayırır. Dengeli olmaktan uzak bir sistem kaotik periyoda girdiğinde “ön düzenleme” denilen bir yöntemle sistem kendiliğinden düzenin başka bir boyutuna geçer (Sardar ve Abrams, 2011:71). Sardar ve Abrams (2011:77)'a göre bu tip sistemler kaosun “doğrusal olmayan yapı, geribildirim, fraktal yapılar ve başlangıç koşullarına hassas bağımlılık” özelliklerini sergilemekle beraber; öndüzenlilik ile karakterize edilen ön düzenleyici sistemlerin üç temel özelliği vardır:

1-Açıktırlar ve kendi ortamlarının bir parçasıdırlar. Bu yapıyı dengeli olmaktan uzak koşullarda koruyabilirler. Bu sistemler aynı zamanda moleküllerin bir düzene değil de düzensizliğe doğru ilerlemelerini gerektiren termodinamiğin ikinci kanunu ile çelişmektedirler.

2-Bu sistemler enerji akışı kendiliğinden gelişen ön düzenlemeye imkân sağlamaktadırlar. Böylesi sistemler tuhaf yapılar ve yeni davranış şekilleri oluşturabilirler.

3-Öndüzenleyici sistemlerin karmaşıklığı iki türdür. Birincisi, parçalar o kadar çeşitlidir ki, aralarında rastgele bir ilişki kurulması imkânsızdır. İkincisi, sistemin bileşenleri birbirlerine geribildirim döngülerinin oluşturduğu bir şebeke ile bağlıdır.

Prigogine'e göre kararlı olmama ve geri dönülemezlikte determinizm açıklayıcı gücünü kaybeder. Ona göre determinizmi kabul etmek "zamanın okunu" inkâr etmektir. Zamanın oku mevcut olmadığında bir "şimdiki an" mevcut olmamaktadır. Prigogine'e göre bir sistem ancak yeteri kadar rastlantısal davrandığında geçmiş ile gelecek arasındaki farklar ortaya çıkar ve sistemin tanımına geri dönülemez zaman-geridönülemezlik- girer (Sardar ve Abrams, 2011:72). Karmaşık sistemler dengeden uzak kaos sınırında hayat bulurlar ki; geridöndürülemezlik ve beklenmedik olaylar sonucu oluşmuşlardır. İşte bu zamanın geridöndürülemezliği Prigogine'e muhtemelen "düzenin kaynağının aslında geridöndürülemez süreçler" olduğunu ifade ettirmiştir ki; fizikçi Murray Gell-Mann bu geridöndürülemez süreçleri "donmuş kazaların birikmesi" olarak adlandırır.

Karmaşıklık teorisine göre düzen sistemin kendiliğindedir. Kaos teorisinin incelediği doğrusal olmayan dinamik sistemler, pek çok bağımsız değişkenin birbirleri ile pek çok farklı şekilde etkileşimde bulunduğu karmaşık sistemlerdir ki; bu sistemler kaosu ve düzeni dengeleme kabiliyetine sahiptirler (Sardar ve Abrams, 2011:82). Bir sistem kaos sınırında ise bu sınır geçildiğinde sistem ön düzenleme sürecine geçer. Karmaşık sistemler kendiliğinden oluşan ön düzenlemeye ve uyumsal bir doğaya sahiptirler (Sardar ve Abrams, 2011:83-84).

Peki, kaos teorisi ile karmaşıklık teorisi arasındaki fark nedir? Karmaşıklık teorisi, kaosu sınırında bulunan karmaşık sistemlerin özelliklerini araştırır; olayların nasıl gerçekleştiği ile ilgilenirken; kaos teorisi karmaşık sistemi harekete geçiren dinamikleri anlamaya çalışır; düzensiz ve aperiodyk davranışı araştırır (Sardar ve Abrams, 2011:85). Kaotik sistemler geçmiş üzerine kurulu değil iken; karmaşık sistemler tamamen geçmişleri üzerine kuruludur. Bir manada kaotik sistemler karmaşık sistemlerin alt kümesidir. Birçok bilimciye göre kaos teorisinin temeli doğadaki basit süreçlerin hiçbir rastlantısallığa yer vermeden karmaşık yapılar oluşturmasıdır (Sardar ve Abrams, 2011:80). Bir kaotik sistemde teorik olarak öngörüle bulunulmasına imkân olmasına rağmen; karmaşık sistemlerde teorik olarak bile öngörüle bulunma ihtimali yoktur.

Karmaşık yapıları anlamak termodinamiğin kanunlarını anlamaktan geçmektedir. Termodinamiğin ikinci kanunu “madde ve enerji giriş çıkışı olmayan fiziksel sistemlerin entropisinin hiçbir zaman düşmeyeceğini, bilakis bu sistemlerin kendiliğinden maksimum entropi durumuna (termodinamik dengeye) doğru ilerlediklerini” söyler. Termodinamik dengede bulunan herhangi bir sistemin entropi oluşturma oranı ise sıfırdır. Bu kanun sıcaklığın yüksek ısı derecelerinden düşük ısı derecelerine doğru aktığını söylemektedir ki; Carnot ısı dereceleri farkı olmadan sıcaklığın iş haline dönüştürülemeyeceği sonucuna ulaşmıştır. Zamanla ısı, basınç ve kimyasal potansiyel farklılıkları, sıcaklığın enerji ile arttığı fiziksel sistemlerde azalacağından, sistem termodinamik dengeye doğru tekâmül edecek ve entropiyi artıracaktır.

Prigogine uzayın büyük bir kısmının geridöndürülemezlik özelliği olan ve dengeden uzak yitirgen yapılardan oluştuğuna inanmaktaydı. Prigogine’e göre geridöndürülemez süreçlerin klasik bakış açısı, süreçlerin entropiyi artıracığı ve düzensizliğe yol açacağı şeklinde iken; dengeden uzak sistemler mevcudiyetlerini sürdürebilmek için çevreye enerji yayarlar ki; bu sebeple yitirgen yapılar ismini almışlardır. Yitirgen yapılar göstermiştir ki; geridöndürülemez süreçler klasik bakışın aksine düzen oluştururlar (entropi azaltırlar). Prigogine denge noktasına yakın dengede olmayan sistemlerin entropi üretim oranını mümkün olduğunca az hale getirerek denge durumuna geçtiğini göstermiştir Yitirgen sistemlerin düzensizlikten-düzene geçiş süreçleri termodinamiğin ikinci kanununun klasik yorumunda değişikliklere yol açmıştır.

Bilgiye sahip olma, muğlak halde olmanın zıttı olmakla birlikte; entropi arttıkça, işe yarar bilgi azalmaktadır (Chorafas, 1994:78). Termodinamiğin ikinci kanununa göre zaman ilerledikçe bir sistemin entropisi artmaktadır. Bir sistemin toplam bilgi seviyesi başka bir yerde arttırılmadıkça düşebilirken; sistemin entropisi düşürülmeksizin, bir sistemin toplam bilgi seviyesi arttırılmaz (Chorafas, 1994:78). Termodinamikte entropi, değişiklik geçiren bir sistemin iş için mevcut olmayan enerji miktarını ölçerken; bilgisayar bilimlerinde entropi bir mesajın muğlaklığına göre bilgi içeriğinin bir ölçümü olurken; organizasyonlarda entropi bir yapıdaki düzensizlik derecesidir (Chorafas, 1994:79). Entropi gelişigüzelğin bir ölçümü olarak da görülebilir.

Doğrusal olmayan yapıları analiz ederek kaotik davranışların matematiksel ölçümlerine ulaşmak termodinamik kanunlarını (entropi) anlamaktan geçmektedir. Termodinamikte yer alan entropi kavramını finans bilimine uygulayarak gerek doğayı gerek ise finansal piyasaları (finansal zaman serileri) en doğru resmetmek fraktal yapılar ile mümkün olurken; matematiksel olarak fraktal boyutu hesaplama da yine entropi kavramından yararlanmayı gerektirmektedir.

Buna göre;

1-Sistemlerin ilk olarak Newton Mekaniğine göre dengeye (düzene) cezb olduğu düşünülmüştür. Bu düşünceye o kadar inanılmıştır ki; 1933 ekonomik buhranında devletlerin ekonomiye müdahale etmemesi gerektiğine inanılmış; ekonominin kendiliğinden uzun dönemde tekrar dengeye geleceğine sıkı sıkıya bağlı kalınmıştır. Bu bağlılık en sonunda iktisatçı John Maynard Keynes'e "hepimiz uzun dönemde ölüyoruz" sözünü söyletmiştir.

2-Daha sonra termodinamiğin ikinci kanununa göre zaman aktıkça bir sistemin düzensizliğinin (entropisinin) arttığı kanunu çeşitli bilim dallarına uygulanmıştır. Bu kanuna göre kâinat en sonunda mutlak düzensizliğe mahkûmdur.

3-Bu aşamadan sonra insanoğlu termodinamiğin ikinci kanununun gerçeğin tamamı olmadığı tartışmalı sonucuna ulaşmıştır. Karmaşıklık teorisi bütün sistemlerin düzensizlik veya entropiye doğru yol almadığını; sistemlerin bir iç düzen mekanizmasına sahip olarak kaos sınırında hayat bulan geri döndürülemez süreçler olarak isimlenerek düzenin kaynağını teşkil ettiğine şahit olmuşlardır. Ön düzenleme süreci ile sistemler düzene kendiliğinden ulaşmaktadırlar.

1.8-Büyük Sayılar Kanunu, Gazlar ve Finansal Piyasalar

19.yüzyılın sonlarına doğru matematiksel modelleme için iki farklı paradigma mevcut idi:

1-Diferansiyel denklemler kullanarak yüksek doğrulukta analizler elde etme

2-Oldukça yüksek derecede karmaşık sistemler için ortalama istatistiki değerler kullanarak analizler elde etme (Stewart, 2004:47).

Astronomların yaptıkları gözlemlerde hata analizlerini de çalışmalarına katmaları ile başlayan bilimsel süreçte; sosyal bilimciler gelişigüzel oluşturulmuş verilerde belli matematiksel düzenler aramaya başlamışlar ve bu sosyal bilimcilerden Galton karmaşık sistemlerin ortalama davranışlarında matematiksel bir düzen keşfetmiştir. 1873 yılında bilimsel bir toplantıda fizikçi James Clerk Maxwell bir maddenin milyonlarca molekül içerdiğini ve tek tek her bir molekülün hareketine vakıf olunamayacağından diferansiyel denklemler kullanma yolundan vazgeçilerek; sosyal bilimciler gibi ortalama istatistiki değerler ile çalışılması gerektiğini ifade etmiştir (Stewart, 2004:45). Gazlar karmaşık bir sistem olmasına rağmen düzenlilik arz eden bir sistemdir. Trilyonlarca partikül içeren gazların ayrıntılı davranışlarını (mesela hareketlerini) tespit etmek mümkün olmasa bile; ortalama davranışlarında (ortalama hareketlerinde) matematiksel bir düzenlilik mevcuttur. Bu gözlem büyük sayılar kanununun bir sonucudur. Kuvvetli formda büyük sayılar kanunu $\Pr (\lim_{n \rightarrow \infty} (\mu - \overline{Xn}) < \varepsilon) = 1$ olarak ifade edilmektedir. Yani bir örneklemede örnekleme katılacak eleman sayısı arttıkça, örnekleminin ortalama değeri, popülasyonun ortalama değerine limit kavramı dâhilinde yaklaşır.

Gazlar kati dinamik kanunlarına tabi hareket eden moleküllerden oluşmuş tamamen deterministik bir bütündür (Stewart, 2004:46). Bir miligram gazda trilyonlarca molekülün ayrıntılı hareketini anlamak mümkün değildir. Moleküllerin hareketlerine etki eden dış faktörler ayıklansa bile; her bir molekülün birbirleri ile olan etkileşimi gazların analizine imkân vermemektedir. Bunun yerine örnekleme sonucu oluşmuş ortalama değerler ile gazların analizi mümkün olmaktadır.

Finansal piyasalar da bir miligram gaz gibi matematiksel olarak karmaşıktır. Bir hisse senedinin fiyatı çok sayıda faktör tarafından belirlendiğinden ve bu faktörleri belirleyip sayısallaştırmak mümkün gözükmediğinden; ortalama değerler ile çalışmak finansal piyasaları analiz etmek açısından daha uygun gözükmektedir. (Mesela CAPM modeli ile bir hisse senedinin ortalama getirisini belirlemeye çalışmak gibi...)

Kaotik sistemler düzen ve görünümde düzensizlik içerirler. Kimya biliminde difüzyon bu yapıya çok güzel bir örnek oluşturmaktadır. Kaotik sistemlerin düzensizliği, sistemden kaynaklanmamakta; doğru bilgi birikiminin olamaması sadece bu sistemlere

düzensiz kılıfı giydirilmesine sebep olmaktadır. Bilim ilerledikçe bu düzensizlik yerini başka bir kavrama bırakacaktır. Bilimde düzen ve düzensizliğin kendilerine has kanunları vardır (Stewart, 2004:48). Eğer bir sistem gelişigüzel kavramını içinde barındırıyorsa, bilime göre yeni bir stokastik yapıya ulaşılmış demektir. Eğer bir sistem gelişigüzel kavramını içinde barındırmıyorsa; o sistem deterministik bir yapı içeriyor demektir.

1.9-Kaos Teorisi ve Diğer Finansal Teoriler

Finansal piyasalarda dalgalanmalar kaos teorisi ile açıklanabilmektedir. Kaos teorisine göre oluşan fiyatlar rastgele oluşmamaktadır. Sermaye piyasalarında fiyat oluşumlarını kaos teorisi yanında aşağıdaki teoriler de açıklamaktadırlar:

- 1-Etkin Piyasalar hipotezi
- 2-Rassal Yürüyüş teorisi
- 3-Davranışsal Finans
- 4-Düzenli Piyasalar Hipotezi

1-Etkin Piyasalar hipotezi (EPM)

Bu hipoteze göre mevcut bilgi veri olarak alındığında herhangi bir yatırımcı pazarda oluşan ortalama getiriden daha fazla getiriye ilgili pazarda sağlayamaz. Etkin piyasalar hipotezi üçe ayrılmaktadır:

1-Zayıf Formda EPM: Bu formdaki hipoteze göre fiyatlar kamuya açıklanmış bütün geçmiş bilgileri yansıtmaktadırlar. Zayıf formda EPM'ye göre, geçmiş fiyatlar analiz edilerek, gelecek fiyatlar tahmin edilemez. Geçmiş veriler analiz edilerek hazırlanan yatırım stratejileri ile pazarda oluşan ortalama getiriden daha fazla getiri uzun dönemde elde edilemez.

2-Yarı Güçlü Formda EPM: Bu formdaki hipoteze göre fiyatlar kamuya açıklanmış bütün bilgileri yansıtmakla birlikte; fiyatlar yeni gelen bilgilere göre devamlı değişebilmektedir. Bu hipoteze göre, yeni gelen bilgiler analiz edilerek yatırımcı pazarda oluşan ortalama getiriden daha fazla getiriye ilgili pazarda uzun dönemde sağlayamaz. Fiyatlar yalnız geçmiş bilgileri değil; kamuya açıklanmış bütün bilgileri yansıttığından normal üstü kazanç sağlanamaz.

3-Güçlü formdaki EPM: Bu formdaki hipoteze göre fiyatlar; kamuya açıklanan bilgileri, kamuya açıklanmayan bilgileri ve bazı yatırımcıların diğer yatırımcılardan önce edinebildikleri bilgileri de yansıtabilmektedirler. Söz konusu bilgiler kullanılarak normal üstü kazanç elde edilememektedir.

EPM'ye göre yatırımcılar piyasalarda rasyonel davranmakta ve arbitraj piyasasında rasyonel olmayan yatırımcının fiyatlar üzerindeki etkisini kaldırmaktadır.

2-Rassal Yürüyüş teorisi

Rassal yürüyüş hipotezine göre sermaye piyasalarında fiyatlar rassal yürüyüşe göre oluşmaktadır ve dolayısıyla söz konusu fiyatlar tahmin edilemez nitelik taşımaktadır. Rassal yürüyüş hipotezi etkin piyasalar hipotezi ile uyumlu bir teoridir. Rassal yürüyüş arka arkaya gelen gelişigüzel adımların matematiksel olarak formülize edilmesidir. Çevremizde birçok kavram rassal yürüyüşe göre formüllenebilse bile; gerçekte bu formülize adımlar gelişigüzellik taşımazlar.

Bu hipoteze göre fiyatlar $p_t = \mu + p_{t-1} + \epsilon_t$ denkleminde oluşmakta; bu denklemde μ beklenen fiyat değişimi göstermekte iken; ϵ_t benzer ve bağımsız dağılıma sahip bir değişkeni yani beyaz gürültüyü göstermektedir (Campbell, Lo ve MacKinlay; 1997:31). Bu teoriye göre gelecekte oluşacak fiyatlar tahmin edilemez. Fiyat dalgalanmaları (fiyat değişimleri) birbirlerinden bağımsızdır fakat aynı olasılık dağılımlarına sahiptirler. Bu hipoteze göre fiyatlar tahmin edilemez bir yön izlemektedirler. Gelecek fiyatların yükselmesi ile düşmesi bu teoriye göre aynı olasılıktadır. Geçmiş fiyatlar analiz edilerek gelecek fiyatlara dair bir öngöründe bulunulamaz.

3-Devranışsal Finans

Borsa anomalilerini psikolojiye dayanan teorilerle açıklayan bir finans dalıdır. Davranışsal finansa göre bilginin yapısı ve piyasa katılımcılarının özellikleri sistematik bir biçimde yatırım kararlarını ve piyasa çıktısını etkiler. Mükemmel yatırımcı rasyonelitesine dayanan modellerin ve etkin piyasalar hipotezinin oluşan fiyatları açıklamakta yetersiz kalışı sebebiyle davranışsal finans dalı gelişmiştir.

Modern finans teorisine göre bireyler servetlerini ençoklamaya çalışırlar. Bununla birlikte, birçok psikolojik faktör, bireylerin irrasyonel davranmasına sebep vermektedir. Davranışsal finans bu noktada ortaya çıkmakta ve bireylerin irrasyonel yatırım kararlarını incelemektedir. Modern finans teorilerinin açıklayamadığı bu anomalilere davranışsal finans açıklama getirebilmektedir. Bu anomalilerin başlıcaları Ocak ayı etkisi, kazananların laneti (winner's curse), hisse senedi primi bulmacası olarak sayılabilir.

Bu teoriye göre, yatırımcılar çeşitli psikolojik faktörler sebebiyle, yatırım kararlarında rasyonel davranmayabilirler ve bu sebeple fiyatlar gerçek değerlerini yansıtmayabilir. Gelecekte fiyatların ne yönde gelişeceği bu teoriye göre bilinebilir ve böylelikle normalin üstünde kar elde edilebilir.

4-Düzenli Piyasalar Hipotezi (DPH)

Bu hipotez pazarı kompleks dinamik süreçler olarak değerlendirmektedir. DPH, kaos teorisinden hareketle piyasaların açık ve karmaşık birer sistem olduklarını ve zaman içinde bir durumdan diğer duruma geçiş yaptıklarını söylemektedir (Özcan, 2009:17). Bu hipoteze göre pazarın yoğunluk olasılık fonksiyonu grup düşünceleri ve temel önyargılar tarafından belirlenir. Bu iki faktörün değişik kombinasyonlarına bağlı olarak; ekonomik devirin değişik safhalarında dört çeşit pazar oluşur:

- 1-İstikrarlı durum rassal yürüyüş
- 2-Dengeli olmayan geçiş
- 3-Kaotik dinamik
- 4-Düzenli devirler

Bu teoriye göre, pazar hareketleri geniş bir aralık dâhilinde tahmin edilebilmektedir.

BÖLÜM 2: KAOS TEORİSİ VE MATEMATİK

2.1-Dinamik Sistemler, Kaos Teorisi ve Bazı Matematiksel Tanımlar

Zamanla değişen varoluşa sistem denilir. Bir dinamik sistem, zaman içinde ileri doğru akan ve zamana göre değer alan deterministik matematiksel bir gerçeklik olup; bu sistemlerde zaman, sürekli veya kesikli tamsayılar cinsinden bir değişken olarak kabul edilmektedir. Dinamik sisteme bir örnek verilecek olursa; zaman sürekli bir değişken olarak kabul edildiğinde

$$\frac{dx^1}{dt} = F_1 (x^1, x^2, \dots, x^m),$$

$$\frac{dx^2}{dt} = F_2 (x^1, x^2, \dots, x^m),$$

⋮

$$\frac{dx^m}{dt} = F_m (x^1, x^2, \dots, x^m) \text{ eşitlikleri dinamik bir sistem olup; } (x^1, x^2,$$

$\dots, x^m)$ uzayı faz uzayı olarak isimlendirilirken; sistem tarafından faz uzayında t zamanı aktıkça takip edilen yol yörünge olarak isimlendirilmektedir (Ott, 2002:6). Sürekli zaman değişkenini ihtiva eden dinamik sistem akış modeli (flow) olarak adlandırılırken; zamanın değişken kesikli bir tamsayı şeklinde ifade edildiği dinamik sistemler model (map) olarak adlandırılıp; $x(t+1) = M[x(t)]$ şeklinde formülize edilmektedir (Ott, 2002:7) .

Doğrusal sistemlerde sistem dâhilinde olacak her şey birebir kesinlikte tahmin edilebilirken; doğrusal olmayan sistemlerde sistem determinist kuralları değiştirerek olacak olanı öngörmeyi imkânsızlaştırır (Sardar ve Abrams, 2011:17). Buna göre doğrusal denklemlerin çözümleri mevcut iken; doğrusal olmayan denklemlerin çözümleri çok zor veya imkânsızdır. Geribildirim, sonucun sebebi etkileyerek sistemin operasyonunu bütünüyle başkalaştırdığı sistem özelliğidir ve kaosu olmazsa olmaz önkoşullarından biridir (Sardar ve Abrams, 2011:20).

Kaos teorisinde bahsedilen bazı kavramlar matematiksel olarak ifade edilirse, bu tezin yazarına göre söz konusu kavramlar daha iyi anlaşılacaktır. Buna göre $f: X \rightarrow X$ bir fonksiyondur.

Tanım 1

$f^n = f \circ f \circ \dots \circ f$ şeklinde tanımlanan f^n ifadesine, f 'nin n defa bileşkesi ya da f 'nin n . iterasyonu denir. (Emek, 2007:1)

Tanım 2

$x \in X$ noktası için, $x, f^1(x), f^2(x), \dots, \dots, f^n(x), \dots$ şeklindeki noktalardan oluşan kümeye x noktasının yörüngesi veya orbiti denir. Genellikle, yörünge için $\text{Orb}(x) = \{f^n(x) : n = 0, 1, 2, \dots\}$ gösterimi kullanılır (Emek, 2007:1).

Tanım 3

3.1

Bir $x \in X$ için, $f(x) = x$ oluyorsa bu x noktasına f 'nin sabit noktası denir (Emek, 2007:1).

3.2

f fonksiyonu sürekli bir fonksiyon ise ve f fonksiyonunun $x, f^1(x), f^2(x), \dots, f^n(x)$ gibi yakınsak bir yörüngesi mevcut ise; $f(L) = f[\lim_{n \rightarrow \infty} f^n(x)] = \lim_{n \rightarrow \infty} f^{n+1}(x) = L$ eşitliği gerçekleştiğinde; L limiti f fonksiyonunun sabit bir noktası olarak adlandırılır (Weiss, 1991:10). Sezgisel olarak sistem nereye gidiyor sorusuna, sistem sonlu bir limite yakınsıyor olarak cevap verilebilirse, bu sonlu limit sabit bir nokta olarak adlandırılabilir ve sistemin bu noktadan yakınsadığı veya ıraksadığı gerçeği yakalanabilir (Weiss, 1991:10).

Tanım 4

$x \in X$ noktası ve $p > 0$ sayısı için, $f^p(x) = x$ oluyorsa, bu x noktasına periyodik nokta, p 'ye de x 'in periyodu denir. Bu şartı sağlayan en küçük p sayısına asal periyot denir (Emek, 2007:1). Her periyodik nokta sabit bir noktadır (Weiss, 1991:11).

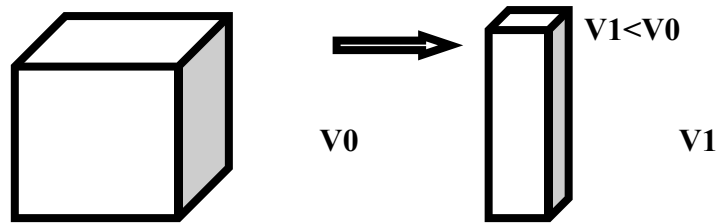
Tanım 5

P noktası asal periyot n 'nin periyodik bir noktası olsun. Eğer $|(f^n)'(p)| \neq 1$ ise, p noktası hiperbolik olarak adlandırılır (Devaney, 1989:24).

2.2-Çekiciler

Çekiciler, sistemin özelliklerine bağlı olarak gelişir ve sistemin eninde sonunda erişeceği durumu temsil ederler (Sardar ve Abrams, 2011:45). T0 zamanında kapalı bir yüzey S0 olarak adlandırılmak üzere; zaman T1 olduğunda yüzeyin S1 olduğu bir sistemde; S0 yüzeyinin oluşturduğu hacim V0 ve S1 yüzeyinin oluşturduğu hacim V1 olarak adlandırılırsa; V1=V0 ise böyle bir sistem korumacı; V1≠V0 ise sistem korumacı olmayan bir sistem olarak isimlendirilirken; V1<V0 ise böyle sistemler dağılan sistemler olarak bilinmektedir (Ott, 2002:10). Dağılan sistemlerde, sürtünme sonucu enerji kaybedilmesi, söz konusu sistemin faz uzayında, bir balonun hava kaçırmaya gibi şeklinin büzülmesi manasına gelmektedir (Gleick, 2008:51).

Faz uzayında dağılan sistemlerin yakınsaklaştığı nokta veya noktalar kümesi çekiciler olarak bilinmektedir. Bir korumacı modelin kısmi türevlerinden oluşan Jacobian matrisinin determinantının mutlak değeri 1'dir. Yani $J \equiv |\det(J_F(x_1, \dots, x_n))| \equiv 1$ olmaktadır. Bir fonksiyonun Jacobian matrisinin determinantının mutlak değeri, o fonksiyonun hacim bakımından ilgili noktanın çok yakınlarında büyüyüp büyüyemediğini gösterir. Aşağıdaki şekil 1'de bu duruma bir örnek gösterilmiştir. Eğer sistem bazı bölgelerde $J < 1$ sonucunu veriyorsa, model dağılan bir sistem iken; akış modelinin çekicilere sahip olduğu söylenir (Ott, 2002:12). İncelenen sistemi temsil eden nokta P'nin, geçici oluşumlar ortadan kalktıktan sonra üzerinde hareket etmekte olduğu küme çekici olarak adlandırılırken; sistemi etkileyen dış güçler zamandan bağımsızdırlar (Ruelle, 1999:62). Faz uzayında bir sistemin yakınsaklaştığı çekiciler girift geometrik bir yapıya sahip ise ve çekicilerin bu boyutta boyut değerleri bir tamsayı değil ise bu tip geometrik yapılar fraktal olarak isimlendirilir.



Şekil 1: Model Tipleri

Tanım 6

$|(f^n)'(p)| < 1$ olmak üzere, p noktası n periyodunun hiperbolik bir periyodik noktası olsun. Buna göre p noktası çekici periyodik bir nokta olarak adlandırılabilir (Devaney, 1989:25). Eğer p noktası hiperbolik çekici sabit bir nokta ise, p noktasını içeren öyle bir aralık vardır ki; bu aralıkta oluşan yörünge p noktasına yakınsar (Weiss, 1991:18).

2.3-Başlangıç Koşullarına Çok Hassas Bağımlılık

Dinamik kaotik yapıya sahip bir çekici başlangıç koşullarına üssel olarak hassastır (Ott, 2002:15). Yörüngeler sonlu bir çözüme sahip olmak üzere; (sonlu çözümler ile faz uzayında mevcut yuvarı terk etmeyen çözümler kastedilmektedir) mesela $x_1(0)$ ve $x_2(0)$ başlangıç noktaları arasındaki mesafe ihmal edilebilir çok küçük bir büyüklük iken; Δt zaman sonra $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ arasındaki mesafe e^{ht} $h>0$ olarak üssel büyümektedir. Bu durum çok küçük hataların çok hızlı büyümesi olarak adlandırılır. Edward Lorenz'in ifadesiyle "belli belirsiz farklara sahip iki koşulun, bütünüyle farklı sonuçlara neden olabileceği" başlangıç koşullarına hassas bağımlılık olarak ifade edilmektedir ki; bu durum uzak geleceğe dair kabul edilebilir bir tahmini imkânsız kılar.

Hesap makinalarının virgülden sonraki ondalık sayı adedi hafızası bile çıktının ileri safhalarındaki sonucunu etkilemekte ve başlangıç koşullarına çok hassas bağımlılığı açık olarak göstermektedir. Mesela, Casio ve HP makinelerinde; $p+rp*(1-p)$ transformasyonu için r ve ilk p değeri 3 ve 0.01 olarak alınır; üçüncü iterasyonda Casio 0.5450726260, HP ise 0.545072626044 sonuçlarını verirken; ellinci iterasyonda Casio 0.0036616295, HP ise 0.225758993390 rakamlarını sonuç olarak vermekte; üçüncü iterasyonda 0.00000000044'lük fark, ellinci iterasyonda kendini yaklaşık 0.19 gibi ihmal edilemez bir fark olarak göstermektedir (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:49).

Başlangıç koşullarına çok hassas bağımlılığa ilgili modelin sadece üssel katsayılarının yol açtığını düşünmek hatalıdır. Mesela x ve x^2-1 gibi iki farklı modelde ilk x değeri 0.5 olarak alındığında; on altıncı iterasyondan sonra modeller 0 ve -1 sayılarına yakınsamakta olup; üssel 2 katsayısı bu modeller için başlangıç durumuna çok hassas

bağımlılık hususunda bir anlam ifade etmemektedir (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:55).

Tanım 7

$f: J \rightarrow J$ olmak üzere eğer $\delta > 0$ gibi bir değere karşılık, $x \in J$ ve x 'in N gibi bir komşuluğu var olmak üzere $y \in N$ ve $n \geq 0$ şartlarıyla $|(f^n)(x) - (f^n)(y)| > \delta$ eşitliği mevcut oluyor ise; $f: J \rightarrow J$ başlangıç koşullarına çok hassastır (Devaney, 1989:49).

Sezgisel olarak, bir modelin başlangıç koşullarına hassas olmasını anlamak için, x noktasına çok yakın noktaların iterasyon sonucu x noktasından en az δ büyüklüğü kadar uzaklaşması gerekirken; x noktasının her bir komşuluğundaki en az bir nokta iterasyon sonucu x noktasından $\delta > 0$ kadar uzaklaşmalıdır (Devaney, 1989:49). Başlangıç koşullarına çok hassas bağımlılık için her bir komşulukta en az bir nokta x noktasından $\delta > 0$ kadar ayrılmalı iken; genişlemelikte (expansiveness) bütün yakın noktalar, x noktasından $\delta > 0$ kadar ayrılmalıdır (Devaney, 1989:50).

Kaotik sistemlerde belli bir noktadan sonra tahminleme yapmak çok güçleşmekte olup; mesela henon modellerinde 45. iterasyondan sonra tahminleme yapılamamaktadır. Bu sistemlerde 90. iterasyon denendiğinde; ilk ölçüm değeri ile aynı ölçüm sonucuna ulaşmak için; ilk ölçümlerimizi 14 basamak gibi bir kalite ile geliştirmek zorundayız ki; bu ölçümü yapmak pratik olarak imkânsızdır (Ott, 2002:17).

2.4-Bir Boyutlu Dönüşümler

Bire bir olmayan tek boyutlu dönüşümler kaosa sebep olan en basit sistemler olup; denklemleri basit fakat dinamikleri basit olmayan sistemlerdir. Bu sistemler arasında doğrusal tek boyutlu modeller (çadır modeli, $X_{n+1} = 2X_n \text{ mod } 1$) ve lojistik model sayılabilir. York'a göre geleneksel olarak sürekli diferansiyel denklemlerle modellenen karmaşık sistemler, süreksiz dönüşümlerle daha kolay anlaşılacaktır (Gleick, 2008:76).

2.4.1- $X_{n+1} = 2X_n \text{ mod } 1$

Bu model Bernoulli değişikliğinin bir örneğidir. Başlangıç durumu $X_0 = 0.a_1a_2a_3\dots$ olarak kabul edilirse a_j ya 1'dir ya da 0'dır. Her bir iterasyon, üsteki rakamın virgülden sonraki ilk basamağını 0'a eşitleyip, ondalık kısmını bir sola kaydırmak suretiyle oluşmaktadır. Yani

$$X_1 = 0.a_2a_3a_4\dots$$

$$X_2 = 0.a_3a_4a_5\dots$$

⋮

şeklinde iterasyon yapılmaktadır. X 'ler üzerinde a_j 'lerin etkisi her iterasyonda a_j 'ler sola kaydıkça artmaktadır. Bir örnek verecek olursak:

X_0

$$=0.a_1a_2a_3\dots a_{40}\dots a_\infty \text{ gibi}$$

bir modelde; başlangıç durumunda kırkıncı faktörün X üzerindeki etkisi a_{40} ile temsil edilirse; kırkıncı faktörün X üzerindeki etkisi ihmal edilecek kadar çok küçüktür. a_{40} başlangıç durumunda 0 kabul edilirse ve başlangıç durumunda yapacağımız çok küçük bir değişiklik (a_{40} 'ın 0'dan 1'e değiştirilmesi) otuz dokuzuncu iterasyonda X 'de çok büyük bir değişikliğe neden olacaktır. Yani

Başlangıç durumu

X_0

$$=0.a_1a_2a_3\dots a_{40}=(0)\dots a_\infty$$

kabul edilirse; başlangıç durumunda değişiklik sonucu

X_0

$$=0.a_1a_2a_3\dots a_{40}=(1)\dots a_\infty$$

elde edilecektir.

Başlangıç durumunda değişikliğin X üzerinde etkisi çok küçük ihmal edilebilir düzeydedir.

Yani $\frac{\partial X_0}{\partial a_{40}} = 0.00000000\dots 1$ olmaktadır.

$$\left\{ \text{39 tane 0 rakamı} \right\}$$

Otuz dokuzuncu iterasyon sonucu

$X_{39} = 0.a_{40} a_{41} a_{42} \dots a_{\infty}$
elde edilmekte olup; başlangıç durumunda çok küçük bir değişiklik, otuz dokuzuncu iterasyon sonucu X üzerinde çok büyük bir değişikliğe sebep olmaktadır. Yani $\frac{\partial X_{39}}{\partial a_{40}} = 0.1$ (bir faktörün x üzerinde olabilecek en büyük etkisi) olmaktadır.

2.4.2-Lojistik Model

Dış etkenler sabit olmak üzere finansal piyasalarda oluşmuş fiyatlar lojistik model denen basit doğrusal olmayan dinamik matematiksel fonksiyonlar ile gösterilebilir. $T+1$ zamanda oluşan fiyat, T zamanda oluşan fiyat ile ifade edildiğinde, doğrusal olmayan bir dinamik matematiksel fonksiyon elde edilmiş olur. Mesela $p(t+1) = Ap(t)[1-p(t)] = Ap(t) - Ap^2(t)$ fonksiyonu doğrusal olmayan dinamik bir sistemi göstermektedir. İterasyon tekniği kullanarak $t=n$ zamanında bile fonksiyonun hangi değere kabaca yaklaşacağı bilgisayarlarca tespit edilebilmektedir. Bu matematiksel fonksiyon lojistik model olarak adlandırılmaktadır (Savit, 1998:275).

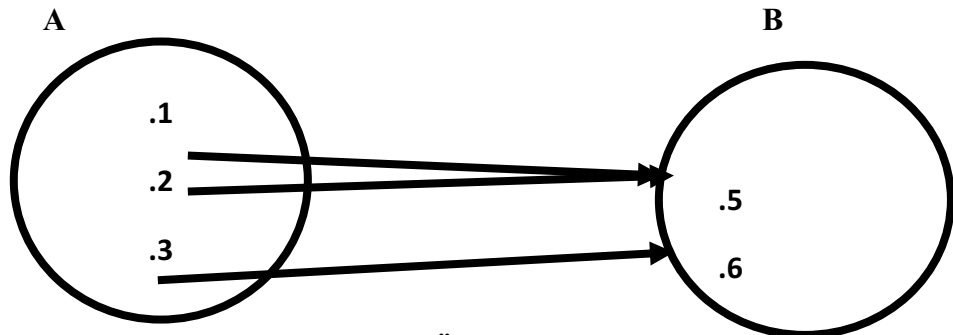
2.5-Kaos Teorisinin Matematiksel Tanımı

Kaos teorisinin matematiksel olarak birçok tanımı bulunmaktadır (Martelli, Dang ve Seph, 1988:112-122). Bununla beraber aşağıdaki iki tanım üzerinde durulacaktır.

2.5.1-Kaos Teorisinin Birinci Matematiksel Tanımı

Deterministik bir dizinin kaotik olması için 3 şart aranmaktadır:

Kaotik dizinin bütün önalın bölgeleri ardalanı oluşturmak üzere örneklenmelidir. Yani



Şekil 2: Dizinin Önalın ve Ardalanı

A kümesinin her elemanının B kümesinde bir karşılığı olmalıdır. Bu durum şekil 2'de görülmektedir.

2-Birbirlerine çok yakın iki başlangıç değeri $f(u)$ gibi bir fonksiyon ile; iterasyon sonucu birbirlerinden çok uzak ve farklı iki rakam oluşmasına sebep olacaktır. Matematiksel olarak bu durumu; eğer $\kappa > 0$ gibi bir değer için; aralarındaki uzaklık $\varepsilon > 0$ olan iki başlangıç değeri n^+ ve n ; r tane iterasyon sonunda aralarındaki uzaklık $\kappa > 0$ olan $f^r(n^+)$ ve $f^r(n)$ değerlerine ulaşacaktır şeklinde gösterebiliriz. Yani $f(u)$ fonksiyonu gibi bir fonksiyon ile $n^+ > n$ şartıyla r tane iterasyon yapıldığında $f(f(f(\dots(f(n^+)))) \neq f(f(f(\dots(f(n))))$ eşitsizliğine ulaşırız. Mesela bu durumda ε sonsuz derecede küçük bir sayı iken κ ihmal edilemez bir sayı olabilmektedir. Kaos sebebiyle κ ihmal edilemez bir sayıdır.

Bu eşitsizliğe ulaşmamızda aşağıdaki şartlar gerekmektedir:

a-) $n^+ - n = \varepsilon > 0$ 'dır.

b-) δ ve ε ihmal edilebilir büyüklükler olmak üzere $\varepsilon > 0$ ve $\delta > 0$ 'dır.

c-) κ ihmal edilemez büyüklükte olmak üzere $\kappa > 0$ 'dır.

d-) $f^r(n^+) - f^r(n) = \kappa$ 'dır.

İstatistikte ölçümleri tam kesinlikle yapamadığımız düşünüldüğünde gerçek hayatta aşağıdaki 1 numaralı matematiksel ifadeye ulaşılır:

$$\lim_{u \rightarrow n^+} f^r(u) \neq \lim_{u \rightarrow n} f^r(u) \quad (1)$$

Yani fonksiyon $f(u)$ n noktasında sürekli değildir.

Başlangıç değerleri için ε kadar tolerans tanındığında; söz konusu fonksiyonların değerleri arasındaki fark κ olmakta olup; κ tolerans gösterilebilir değerlerde olmamaktadır. (aksine δ tolerans gösterilebilir) Dolayısıyla kaotik bir sistemde başlangıç değerleri referans olmak üzere dinamik sistemlerin limiti alınamayabilir. Bu durumun istisnası çekiciler havzası (basin of attraction) noktalarıdır.

3-Kaotik bir dizinin bazı elemanları kendilerini tekrar eder. Mesela $\{1,3,7,4,5,8,0,9,4,1,2,6,7,8,0,9\dots\}$ dizisinde 8,0,9 'un kendilerini tekrar etmesi gibi. Yani $f^m(x) = x$ eşitliğinde olduğu gibi m periyodik süresi sonunda x periyodik noktasına ulaşılır. Periyodik olma, bir sisteme hiçbir zaman dalgalanmaların sona ermediği kaotik bir yapı sunmaktadır (Gleick, 2008:73).

2.5.2-Kaos Teorisinin İkinci Matematiksel Tanımı

(Devaney Kaos Tanımı)

Tanım 8

X bir küme olsun. Devaney (1989:50)'e göre $f: X \rightarrow X$ in X üzerinde kaotik olması için

- 1- f fonksiyonu başlangıç koşullarına hassas olmalıdır.
- 2-f fonksiyonu topolojik olarak geçişken olmalıdır.
- 3-X kümesinde periyodik noktalar yoğun olmalıdır.

Tanım 9

$f: J \rightarrow J$ 'nin topolojik olarak geçişken olması için, U ve V gibi iki açık kümenin J kümesinin alt kümeleri olması ve $k > 0$ için $f^k(U) \cap V \neq \emptyset$ olması gerekir (Devaney, 1989:49).

Sezgisel olarak topolojik geçişkenlik, f fonksiyonunun iterasyon altında bir küçük komşuluktan diğer küçük bir komşuluğa gelişigüzel bir biçimde hareketini ifade ederken; sonuç olarak dinamik sistemin iki ayrık küme biçimine dönüştürülemeyeceğini vurgular (Devaney, 1989:49).

Buna göre kaos teorisinin ikinci tanımını bize, başlangıç koşullarına hassaslık dolayısıyla kaotik bir modelle öngörülebilir bulunamayacağı, topolojik geçişkenlik dolayısıyla bu modelin alt sistemlere ayrılamayacağı ve kaotik modelin periyodik noktalar sebebiyle bir düzenlilik içerdiğini vurgulamaktadır (Devaney, 1989:50)

2.6-Kaos Teorisinin Matematiksel Özellikleri

Sezgisel olarak oklava ile hamuru yoğurma süreci matematiksel olarak kaosu bütün özelliklerini kapsamakla birlikte; yoğurma işlemi komşuluk ilişkilerini tamamen değiştirmektedir (Peitgen, Jürgens ve Saupe; 2004:497). Eğer birbirine çok yakın iki nokta hamurda işaretlense; başlangıç koşullarına hassas bağımlılık sebebiyle; bu iki noktanın bir süre sonra birbirine yakın iki komşu nokta olarak kalmayacağı görülebilir.

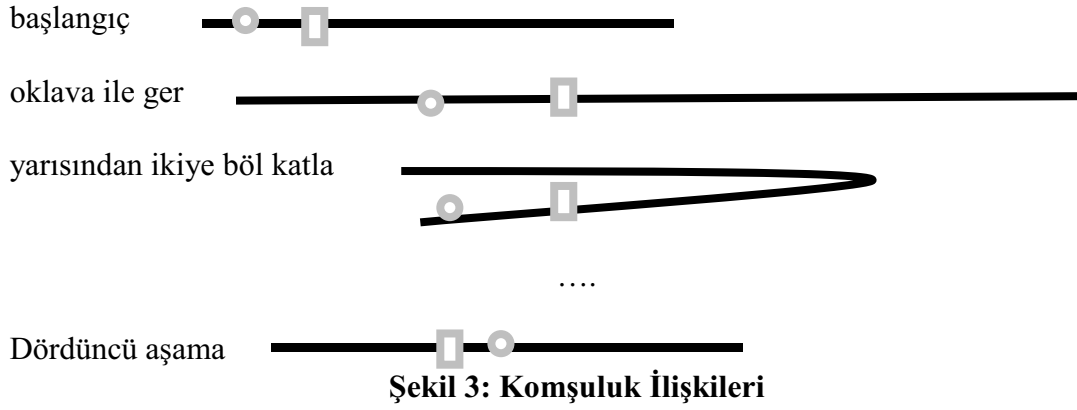
Eğer T germe ve katlanmayı; S ise ger, kes ve kopyala işlemlerini gösterir ise bu süreç bize $T(T(T(x))) = T(S(S(x)))$ eşitliği verecektir. Yani hamurun oklava ile gerilip, yarısından ikiye katlanması T(x) ile gösterildiğinde; S(x) hamurun oklava ile gerilip, yarısından kesilerek yapıştırılmasını gösterdiğinde

$$TS^{N-1} = T^N \quad (2)$$

şeklinde gerçekleşen 2 numaralı yerine geçme özelliği vuku bulur (Peitgen, Jürgens ve Saupe; 2004:500).

Çadır dönüşümü ve üssel dönüşüm $h(x) = \sin^2(\pi x/2)$ transformasyonu vasıtasıyla matematiksel olarak birbirlerine eşittirler. Buna göre $h(x)$ transformasyonu sonucu $f^k(h(x)) = h(T^k(x))$, $k= 1, 2, \dots$ eşitliği oluşmaktadır.

Oklava ile yoğurma (hamuru oklava ile ger, ortasından ikiye katla, uzat vs.) işlemi komşuluk ilişkilerini değiştirmektedir (Peitgen, Jürgens ve Saupe; 2004:497). Gelişigüzel iki tahıl tanesi alınır ve biri nokta, diğeri dikdörtgen ile gösterilir ise; yoğurmanın dört aşaması sonunda hamurun içinde aşağıda şekil 3'te gösterildiği üzere tahıl taneleri karışacaklardır (Peitgen, Jürgens ve Saupe; 2004:498):



Tanım 10

X ve Y reel sayıların iki alt kümesi olsun ve f ve g : $X \rightarrow X$ ve g : $Y \rightarrow Y$ olmak üzere dönüşümleri gösterebiliriz. G dönüşümünün f dönüşümüne yarı benzer topolojik olabilmesi için h : $X \rightarrow Y$ gibi bir sürekli ve örten dönüşümün olması ve $h(f(x)) = g(h(x))$ eşitliğinin bütün $x \in X$ için geçerli olması gerekmektedir (Peitgen, Jürgens ve Saupe; 2004:531).

2.6.1-[0,1] Aralığında Periyodik Noktalar Yoğundur.

Bu özellik bu tezin yazarına göre $[0,1]$ aralığının ya periyodik noktalardan veya bu periyodik noktaların limit noktalarından oluştuğunu gösterir.

İspat (Peitgen, Jürgens ve Saupe; 2004:532):

f : $X \rightarrow X$ ve g : $Y \rightarrow Y$ olsun. g fonksiyonunun periyodik noktaları Y kümesinde yoğundur ve $y \in Y$ 'dir. h dönüşümü örten olduğu için $h(x) = y$ eşitliği oluşur. f fonksiyonunun periyodik noktaları X 'de yoğun olduğu için; x_1, x_2, x_3, \dots gibi bir seri $x \in X$ limiti ile sonuçlanır ve $f^{ik}(x_i) = x_i$ eşitliği oluşur. Buna göre $h(f^i(x_r)) = h(x_r) = y_r$ oluşmaktadır. h dönüşümü sürekli olduğu için $g^r(h(x_r)) = g^r(y_r)$ oluşur ve $hf^i = g^i h$ genel eşitliğinden de $g^r(y_r) = y_r$ oluşarak Y kümesinde g fonksiyonunun periyodik noktalarının yoğun olduğu gösterilmiş olur.

2.6.2-G Dönüşümü Topolojik Olarak Karışımdır

Bu özellik $[0,1]$ aralığının ayrık olmayan alt aralıklara bölünebileceğini ve iterasyon sonucu herhangi bir sonlu alt aralıktan, herhangi bir başka alt aralığa sistemin geçilebileceğini anlatmaktadır (Peitgen, Jürgens ve Saupe; 2004:480).

İspat (Peitgen, Jürgens ve Saupe; 2004:532)

$f: X \rightarrow X$ ve $g: Y \rightarrow Y$ olsun. Y kümesinde U ve V gibi iki açık küme mevcut olsun. g dönüşümünün karışım olduğunu bulmak için $g^r(y) \in V$ eşitliğini sağlayacak $y \in U$ elemanını ve r gibi bir doğal sayı bulunmak zorundadır. h dönüşümü sürekli olduğu için A ve B açık kümeler olmak üzere $A = h^{-1}(U)$ ve $B = h^{-1}(V)$ olur. f fonksiyonu karışım olduğu için; r gibi bir doğal sayı ve $x \in A$ olmak üzere $f^r(x) \in B$ oluşur. $y=h(x)$ olmak üzere $g^r(h(x_r)) = g^r(y_r) = h(f^r(x_r))$ eşitliği $hf^r = g^r h$ genel eşitliğinden çıkarılır. $f^r(x_r) \in B$ olduğu için $h(f^r(x_r)) \in h(B) = V$ gerçekleşir.

Bu tezin yazarına göre yukarıdaki ispat çok açık değildir. Bu tezin yazarına göre g dönüşümünün karışım olduğunun ispatı aşağıdaki şekildedir.

İspat

$f: X \rightarrow X$ ve $g: Y \rightarrow Y$ olsun. f kümesinin topolojik olarak karışım olduğu farz edilsin ve V, U, y, x ve r gibi değişkenler rastgele (keyfi) seçilsin. $x \in X$ olmak üzere $f^r(x) \cap x \neq \emptyset$ oluşur. Y kümesi n tane sonlu alt aralığa öyle bölünsün ki $n \geq 2$ olsun ve bu n tane aralıktan U ve V gibi açık küme olan iki sonlu alt aralık seçilsin. g dönüşümünün karışım olduğunu bulmak için $\forall g^r(y) \in \forall V$ eşitliğini sağlayacak $\forall y \in \forall U$ elemanını ve r gibi bir pozitif doğal sayı bulunmak zorundadır. İspatı **çelişki yoluyla** yapalım. $V \cap U = \emptyset$ olduğunu yanlış olarak farz edelim. h dönüşümü sürekli olduğu için A ve B açık kümeler olmak üzere $A = h^{-1}(U)$ ve $B = h^{-1}(V)$ olur. f fonksiyonu karışım olduğu için r gibi pozitif doğal bir sayı ve $x \in A$ olmak üzere $f^r(x) \in B$ olur. $hf^r = g^r h$ eşitliğinde $f^r(x) \in B$ olduğu için $h(f^r(x_r)) = h(B) = V$ olur. $g^r(h(x_r)) = g^r(y_r) = V$ olmak üzere $g^r(h(x_r)) = g^r(y_r) \in V$ eşitliği oluşacağı için $g^r(y_r) \cap y \neq \emptyset$ olması demek $V \cap U \neq \emptyset$ olacağından bir çelişkiye ulaşılmış oluruz. Dolayısıyla $V \cap U = \emptyset$ değildir. Buna göre $\forall g^r(y) \in \forall V$ eşitliğini sağlayacak $\forall y \in \forall U$ elemanını ve r gibi bir pozitif doğal sayı

bulunmaktadır. Buna göre eğer $g^r(y) \in V$ ve $y \in U$ ise g topolojik olarak karışımıdır ($g^r(y_r) \cap y \neq \emptyset$) önermesi ispatlanmış olur.

2.6.3-f: $J \rightarrow J$ Başlangıç Koşullarına Hassastır.

$f: J \rightarrow J$ olmak üzere eğer $\delta > 0$ gibi bir değere karşılık, herhangi bir $x \in J$ ve x 'in herhangi bir N gibi bir komşuluğu var olmak üzere $y \in N$ ve $n \geq 0$ şartlarıyla $|(f^n)(x) - (f^n)(y)| > \delta$ eşitliği mevcut oluyor ise; $f: J \rightarrow J$ başlangıç koşullarına çok hassastır (Devaney, 1989:49). Başlangıç koşullarına hassaslık için x 'e yakın bütün noktaların iterasyon sonucu x noktasından ayrılması gerekmekte; x 'in her komşuluğunda en az bir noktanın x 'den iterasyon sonucu ayrılması gerekmektedir (Devaney, 1989:49).

Bu tezin yazarına göre yukarıdaki tanım matematiksel olarak çok açık değildir. Bu tezin yazarına göre f dönüşümünün başlangıç koşullarına karşı hassaslığının matematiksel tanımını da aşağıdaki şekildedir.

Tanım 12

$f: J \rightarrow J$ olmak üzere herhangi bir $x \in J$ 'nin N komşuluğu $(x-\epsilon, x+\epsilon) \subset N$ olmak üzere; bu komşuluktan seçilen herhangi bir nokta x_i olsun. Eğer $\delta > 0$ gibi bir değere karşılık $n \geq 0$ şartıyla $|(f^n)(x) - (f^n)(x_i)| > \delta$ eşitliği mevcut oluyor ise; $f: J \rightarrow J$ başlangıç koşullarına çok hassastır.

Karışımılık, periyodik noktaların yoğunluğu ve başlangıç şartlarına hassas bağımlılık kaos tanımında geçen özelliklerdir.

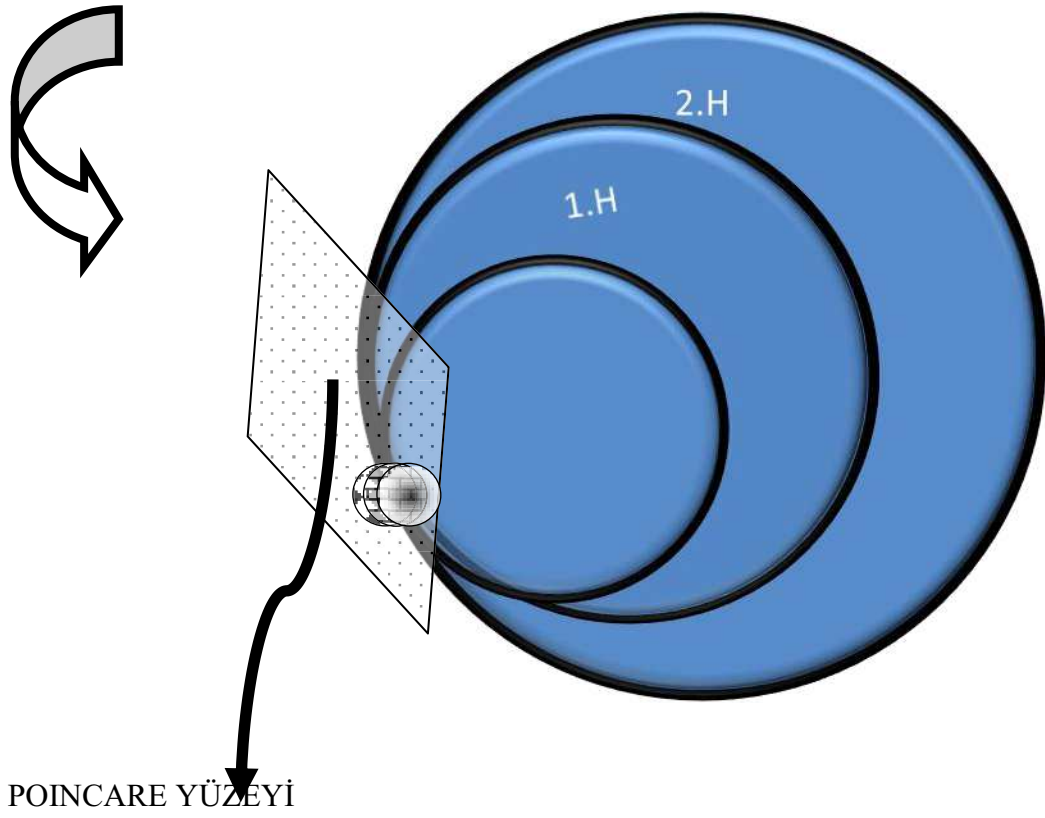
2.7-Periyodik Hareket

Poincaré fiziksel dünyada hareket kanunlarını geometrik yönden hayal eden son büyük matematikçilerdendir (Gleick, 2008:46). Bir hareketin kararlı olarak sıfatlandırılabilmesi için; çok hafif itmelerde o hareketin çok değişmemesi gerekmektedir. Poincaré diferansiyel denklemlerin periyodik çözümleri olabileceği ile

uğraşırken topolojinin de temellerini atmıştı. Diferansiyel denklemler zaman içinde bir sistemin sürekli olarak nasıl değiştiği ile uğraşır (Gleick, 2008:46). Topoloji ile dinamik sistemler arasında bir köprü oluşturmak, bir sistemin olası bütün davranışlarını şekiller kullanma yolu ile anlamak imkânı doğurmakta olup; basit bir sistem için bu imkân eğrisel bir yüzey olurken; kompleks bir sistem için karşımıza çok boyutlu manifoldlar çıkmaktadır (Gleick, 2008:47).

Poincaré bir sistem için belli bir durum ve belli bir zaman var olduğunu farz etti. Belli bir zaman sonra o sistem aynı pozisyonlarda ve aynı hızlarda tekrar aynı durumuna gelirse hareket periyodik idi ve diferansiyel denklemlerin çözümlerinin tekil olması da söz konusu sistemin kendini defalarca tekrar etmesi manasına geliyordu. Periyodik çözümlerin varlığı, ilgili hareketin ulaştığı şu anki nokta ile bir periyot sonra ulaşılan nokta arasındaki ilişkinin topolojik özelliklerine bağlıdır (Stewart, 2004:59). Faz uzayında bir nokta, hareketi sonucu kapalı bir loop yörünge oluşturabilirse; periyodik olarak aynı hareketi sonsuza dek sürdürecektir (Stewart, 2004:60).

Farz edelim ki bir yüzeyde başlangıç noktaları olsun. Bu başlangıç noktaları teker teker takip edilip; tekrar geri döndüklerinde; aynı (farz edilen başlangıç noktalarının bulunduğu yer) yüzeye geldikleri tespit ediliyor ise bu yüzey Poincaré yüzeyi olarak adlandırılır. Aşağıda şekil 4'te saatin ters yönünde hareket eden dinamik sistemlerin oluşturduğu bir Poincaré yüzeyi görülmektedir.



Şekil 4: Poincaré Yüzeyi



Şekil 5: Poincaré Yüzeyi

Farklı bir açıdan başka bir Poincaré yüzeyi de yukarıda şekil 5'te görülmektedir. Poincaré modeli, durum uzayında bir dinamik sistemin periyodik yörüngesinin, daha düşük boyutlu ve dinamik sistemin akışına teğet olmayan yönde uzanan Poincaré seksiyonu denen bir alt uzayla kesişmesi sonucu oluşur.

Stewart (2004:62)'a göre Poincaré, poincaré yüzeyi metodunu Hill'in azaltılmış modeline uygulayarak aşağıdaki sonuçlara ulaşmıştır:

1-Yörüngeler iki boyutlu dinamik sistemlerde kesiştikleri zaman; bu kesişim birden fazla noktada meydana gelir. Bu noktalar node ve saddle olarak adlandırılır.

2-Söz konusu kesişim tek bir noktada meydana gelirse, bir dahaki sefere kesişim tekrar tek bir noktada meydana gelir ve böylece sonsuz sayıda kesişim noktası oluşur. Bu kesişim noktaları bir çeşit ağ oluşturur.

Poincaré Hill'in azaltılmış modeli gibi basit bir modelin çok karmaşık bir dinamiği olacağını keşfetmiş; herhangi bir noktadan başlayıp; tek bir noktada kesişen yörüngelerin; sonsuza dek birbirlerinden farklı tek bir noktada kesiştikleri ve adeta bir çeşit ağ oluşturdukları sonucuna ulaşmıştı. Bu ağdan başlayan sistem, ağın çok karmaşık bir şekilde uzayıp katlanarak; sistemin ağın bağlarını gelişigüzel seçtiği poincaré yüzeyinde kesmesine sebep oluyor idi. Bu durum bir yolcu otobüsünün şehri turlarken devamlı olarak aynı bulvardan geçmesine benzer (Stewart, 2004:63). Bulvarda milyonlarca durak olduğu farz edilirse; otobüsün bulvarda tekrar duracağı kesin olarak bilinirken; otobüs tarafından hangi durağın tercih edileceği hakkında fikir sahibi olmak mümkün gözükmemektedir (Stewart, 2004:63). Bulvarı poincaré yüzeyi ve durakları da poincaré yüzeyinde oluşan ağ ile sistemin kestiği noktalar olarak kabul edersek; aklımızın en fazla dört veya beş boyutu bile kavrayamadığı bu dünya boyutunda; ilgili çizimin ne kadar zor olacağını kafamızda canlandırabiliriz.

2.7.1-Periyodik Noktaların Kararlılığı

P periyotlu periyodik bir yörüngeye sahip olan $x_i = M^r(x_i)$ dinamik sisteminde başlangıç değeri $x_i + \delta_0$ olarak değiştirilirse, r iterasyonu sonunda sistem $x_r = x_i + \delta_r$ olmakta ve

$$x_r = x_i + \delta_r = M^r(x_i + \delta_0) \quad (3)$$

eşitliği sistem için gerçekleşmektedir. Taylor açılımını δ_0 civarında yapıldığında

$$\delta_r = \lambda_r \delta_0 \quad (4)$$

elde edilmekte ve $\lambda_r = \frac{dM^r(x_i)}{d(x_i)}$ olmak üzere r.dereceden x_i 'ye göre türev

$$\frac{dM^r(x_{i+r})}{d(x_i)} = \frac{d(x_{i+1})}{d(x_i)} \cdot \frac{d(x_{i+2})}{d(x_{i+1})} \cdots \frac{d(x_{i+r})}{d(x_{i+r-1})} \quad (5)$$

olmaktadır (Ott, 2002:30).

Yukarıdaki 5 nolu eşitliği $\frac{dM(x_i)}{d(x_i)} \equiv M'(x_i)$ olmak üzere

$$\lambda_r = M'(x_i) \cdot M'(x_{i+1}) \cdot M'(x_{i+2}) \cdots M'(x_{i+r-1}) \quad (6)$$

şeklinde de gösterebilmekle beraber; sistemin başlangıç noktasından uzaklığı $x_r = x_i + \delta_r = M^r(x_i + \delta_0)$ ve başlangıç değeri $x_i + \delta_0 = M^1(x_i + \delta_0)$ olmak üzere

$$(x_i + \delta_r) - (x_i + \delta_0) = \delta_r - \delta_0 \quad (7)$$

olmaktadır.

$$5 \text{ nolu eşitliği } 2 \text{ nolu eşitlikte yerine koyarsak } \delta_r - \delta_0 = \delta_0(\lambda_r - 1) \quad (8)$$

eşitliğine ulaşmaktayız.

5 nolu eşitlik periyodik yörüngelyi oluşturan faz uzayının her bir elemanı için alınan türevlerinin çarpımı; r iterasyonu sonucu sistemin tekrar kendini tekrarlamadan önceki noktasının sistem içindeki başlangıç noktasına olan uzaklığını aşağı yukarı göstermektedir. 8 nolu eşitlik ise bize r iterasyonu sonucu sistemin vardığı noktanın başlangıç noktasına uzaklığı olan $(\delta_r - \delta_0)$ 'yi verir.

Sistemin r iterasyonu sonucu vardığı nokta tekrar r iterasyonuna tabi tutulursa, sistem $x_i + \delta_{2r}$ noktasına ulaşır ve $x_i + \delta_{2r} = x_i + \lambda_r \delta_r = x_i + \lambda_r (\lambda_r \cdot \delta_0) = x_i + \lambda_r^2 + \lambda_r \delta_0$ (9)

eşitliği oluşmakla birlikte; 9 nolu eşitlik genel bir formüle dönüştürülürse

$$\delta_{rx} = \lambda_x^r \delta_0 \quad (10)$$

eşitliğine ulaşılır (Ott, 2002:31).

Bu eşitliğe göre λ_x periyodik yörüngeler için kararlılık katsayısı olarak bilinmekte; $|\lambda_x| > 1$ ise periyodik yörüngeden sapmalar büyümekte ve periyodik yörünge kararsız olarak adlandırılmakta; $|\lambda_x| < 1$ ise periyodik yörüngeden sapmalar küçülmekte ve periyodik yörünge kararlı olarak adlandırılmaktadır (Ott, 2002:31).

2.7.2-Yoğunluk

Çadır ve mod 1 dönüşümlerinde sistemin başlangıç noktaları periyodik yörüngeye asimptot ise; periyodik yörünge çekici olmakta ve periyodik yörüngeler üzerindeki noktalar, $[0,1]$ aralığında yoğun olmaktadır (Ott, 2002:31). Şimdi yoğunluk kavramının ne olduğuna dönelim.

Tanım 12

1.tanım

R ve S gibi iki kümeye sahip olduğumuzu farz edelim. $S \subset R$ ve $x \in R$ olsun. S kümesi ile x 'in her bir komşuluğunun ($\forall \varepsilon > 0$ olmak üzere $\forall N$ için $(x - \varepsilon, x + \varepsilon) \subset N$ ve ε ölçülmesi imkânsız, çok küçük pozitif bir büyüklük olsun) kesişimi olan

$$\{\forall \varepsilon > 0 \text{ olmak üzere } \forall N \text{ için } (x_i - \varepsilon, x_i + \varepsilon) \subset N\} \cap S = \{s_1, s_2, \dots, s_u\} \neq \emptyset \quad (11)$$

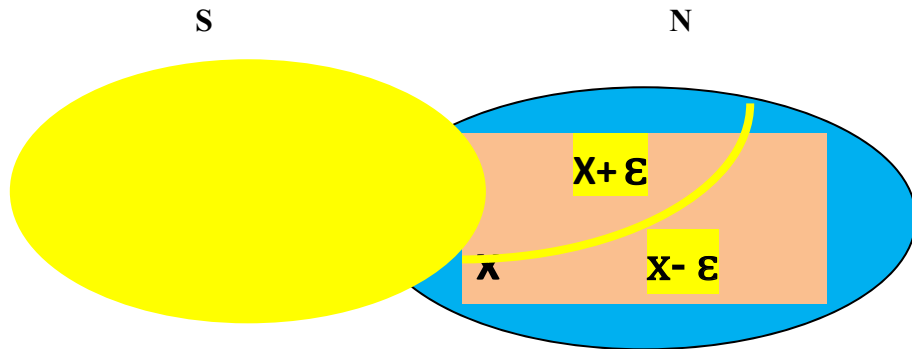
ise ve x_i 'nin her bir komşuluğunun $\{\forall \varepsilon > 0 \text{ olmak üzere } \forall N \text{ için } (x_i - \varepsilon, x_i + \varepsilon) \subset N\}$ S kümesi ile birleşimi

$$\{\forall \varepsilon > 0 \text{ olmak üzere } \forall N \text{ için } (x_i - \varepsilon, x_i + \varepsilon) \subset N\} \cup S = \{s_1, s_2, \dots, s_u\} = R = \{r_1, r_2, \dots, r_u\} \quad (12)$$

(R kümesi) ise S kümesi R kümesinde yoğun denilir.

Topolojide geçmekte olan yoğunluk kavramını sezgisel olarak anlamak için topolojik uzay gibi (küme tanımlamalarında açık-kapalı kümeler gibi) kavramlara girmeden, söz konusu kavramı Venn Şemaları ile anlamaya çalışırsak genel olarak karşımıza 2 durum çıkar:

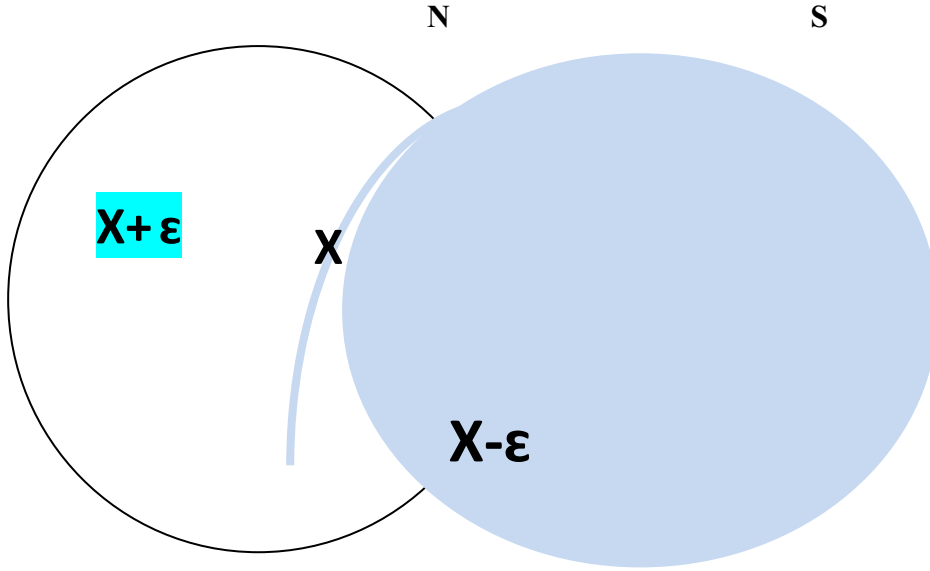
Durum 1: $\forall \varepsilon > 0$ ve $\forall N$ için olmak üzere



Şekil 6: Yoğunluk

Şekil 6'ya göre; Kare X 'in her bir komşuluğunu gösteriyorsa; R sarı renkli bölgeler olmak üzere $S \subset R$ 'de yoğundur.

Durum 2: $\forall \epsilon > 0$ ve $\forall N$ için olmak üzere



Şekil 7: Yoğunluk

Şekil 7'ye göre; R açık mavi renk olmak üzere $S \subset R$ 'de yoğundur.

2. tanım

Metrik Uzay M 'de bulunan A kümesinin, yine metrik uzay M 'de bulunan B kümesine göre yoğun olması için; B kümesinin ya her elemanı A kümesinde bulunmalı ya da A kümesinin bir limit noktası olmalıdır. A kümesinin B kümesinde yoğun olması için A kümesi ya B kümesinin alt kümesi olmalı ya da A kümesi B kümesine göre yoğun olmalıdır (Silverman, 1996:78). Sezgisel olarak yoğunluğu şekillerle anlamak istersek

B kümesi



Şekil 8: Yoğunluk

Şekil 8'e göre A kümesi B kümesinde yoğundur (A kümesi B kümesinin büyük bir kısmını kapsar).

Konuya kümeler boyutundan yaklaşırsak: A ve B kümeleri \mathbb{R} 'nin (reel sayılar) alt kümesi olmak üzere $A = [3,4,5]$, $B = [3,4,5,6]$ ise; A kümesinin limit noktası 6 olur yani $A < 6$ 'dır. 2.tanıma göre A kümesi B kümesinde yoğundur. Örneği şekil 9 ile gösterirsek

B kümesi



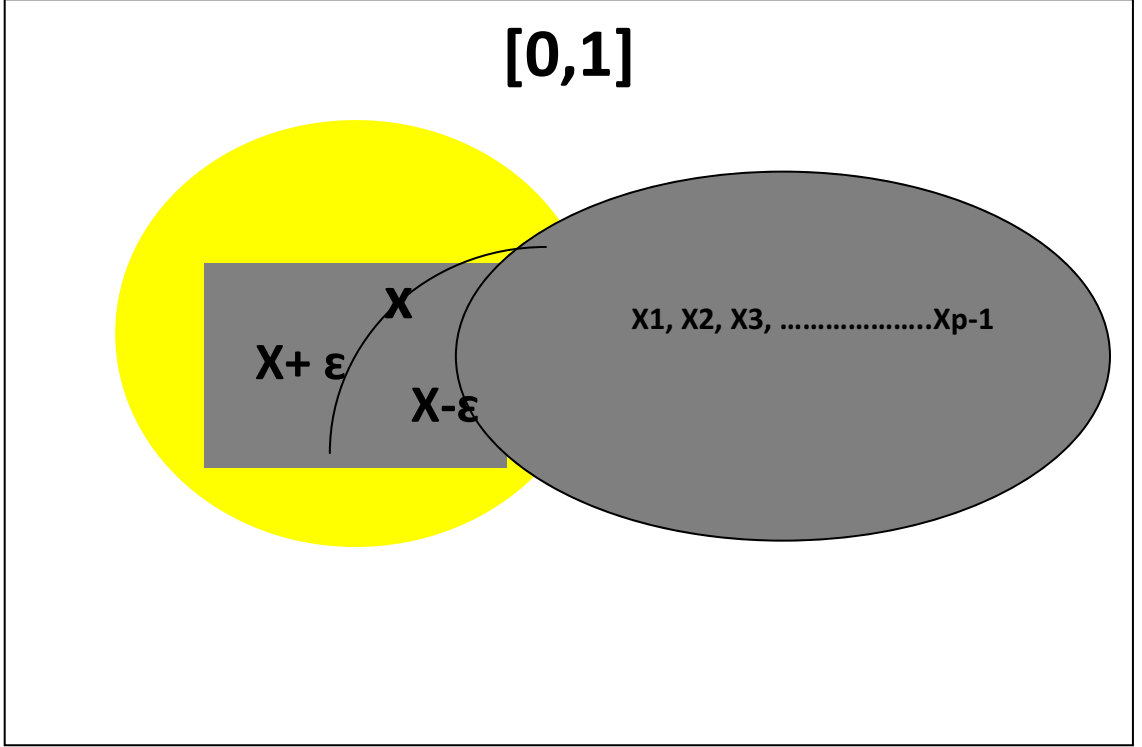
Şekil 9: Yoğunluk

A kümesi B kümesinde yoğundur.

Periyodik yörüngeler üzerindeki noktalar $[0,1]$ aralığında yoğundur. Yukarıda ifade edilen 1. tanımı uygularsak; $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{p-1}, X_1, X_2, X_3, \dots, X_{p-1}$ gibi p periyotlu bir periyodik yörüngede $\forall x \in [0,1]$ olmak üzere; periyodik

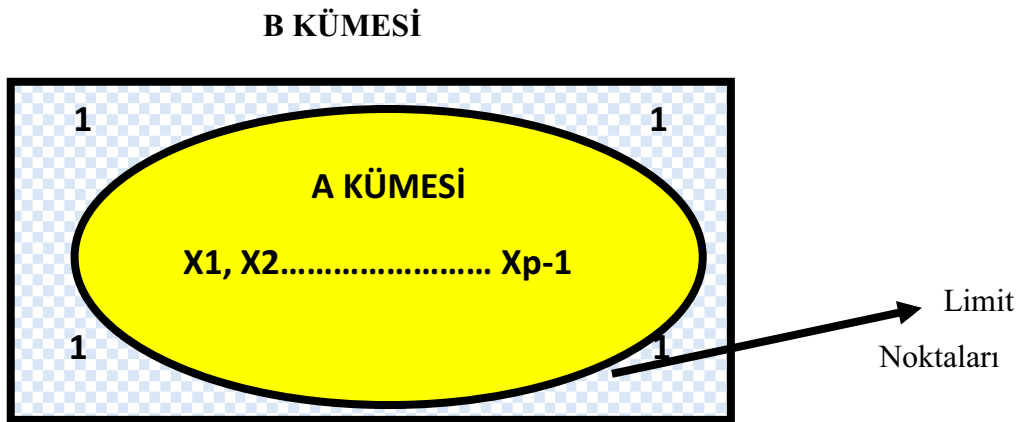
yörüngeler üzerindeki noktalar $[0,1]$ aralığında yoğundur. Bu gerçekliği sezgisel olarak anlamak için aşağıdaki şekil 10'a bakabiliriz.

R



Şekil 10: Periyodik Noktaların $[0,1]$ Aralığında Yoğunluğu

İkinci tanıma göre periyodik noktaların $[0,1]$ aralığında yoğunluğu şekil 11'de görülmektedir.



Şekil 11: A Kümesi B Kümesinde Yoğundur

A kümesi B kümesinde ($[0,1]$) şekil 11'den de görüldüğü gibi yoğundur.

$X_1, X_2, X_3, \dots, X_{p-1}$ noktalarının $[0,1]$ aralığında yoğun olması demek, bu aralıkta hangi noktaya yaklaşırsa yaklaşılsın, $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{p-1}$ noktalarından birine yaklaşılabilecektir (Stewart, 2004:311). Bu grafikten şu sonucu çıkarabiliriz: $[0,1]$ aralığındaki herhangi bir x için; periyodik yörüngeler üzerinde yer alan periyodik noktalardan en az biri X 'in komşuluğundadır. Bununla birlikte periyodik noktalar sayılabilir sonsuz bir küme iken; $0-1$ kapalı aralığı sayılabilir değildir (Ott, 2002:32). Periyodik noktaların yoğun olduğu fakat $0-1$ kapalı aralığından küçük olduğu göz önüne alındığında; $[0,1]$ aralığında tekdüze olasılık dağılımına göre gelişigüzel seçilen $0-1$ kapalı aralığındaki X_0 noktasının periyodik noktalar arasında olma olasılığı 0 olurken; çadır modeli ve $X_{n+1} = 2X_n \text{ mod } 1$ için gelişigüzel seçilen başlangıç noktaları periyodik yörüngeler oluşturmazlar (Ott, 2002:32).

2.8-Bazı Matematiksel İlişkiler ve Kaos Teorisi

Teori-1

$f: X \rightarrow X$ sürekli bir fonksiyon olsun. Eğer f topolojik geçişken ise ve periyodik noktalar kümesi X 'de yoğun ise; f başlangıç şartlarına hassas bağımlı olur dolayısıyla kaotik olur (Banks ve diğerleri, 1992: 332-334).

Dolayısıyla, Devaney tanımındaki birinci şartın; ikinci ve üçüncü şartlara bağlı olarak oluştuğu bu teori tarafından ispatlanmaktadır.

Teori-2

Touhey (1997:416)'e göre X metrik bir uzay ve $f: X \rightarrow X$ bir dönüşüm olmak üzere, aşağıdakiler aynı gerçeğin değişik ifadeleridir:

1-Dönüşüm f , X metrik uzayında kaotiktir.

2-Dönüşüm f , topolojik geçişken olup; periyodik noktaların yoğun olduğu bir kümeye sahiptir.

3- X metrik uzayının boş küme olmayan açık kümeleri periyodik bir yörüngelyi paylaşırlar.

4- X metrik uzayının boş küme olmayan açık kümeleri sonsuz sayıda birçok periyodik yörüngeyi paylaşırlar.

Bu teori ile f dönüşümünün kaotik olarak adlandırılabilmesi için, dönüşümün boş küme olmayan, sonlu sayıda açık alt kümelerle periyodik devirler vasıtasıyla sonsuz yolla karışması gerekmektedir (Touhey, 1997:411).

BÖLÜM 3: GARİP ÇEKİCİLER

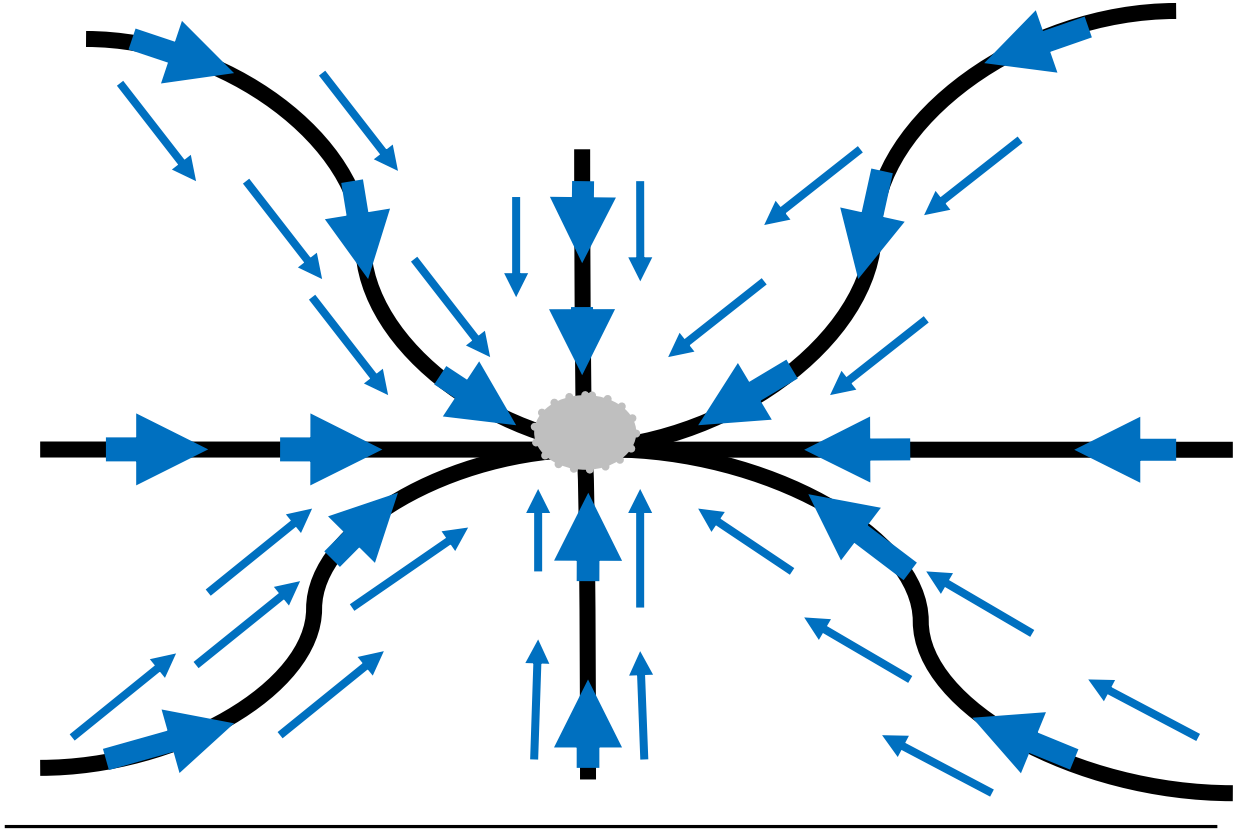
Enerji kaybeden dağılan sistemlerin en nihai durumunu karakterize eden garip çekiciler kaosun bütün özelliklerini göstermekle birlikte; geometrik yönden garip çekiciler fraktal özellik gösterirken, dinamik objeler açısından garip çekiciler kaotiktir (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:606). Kaosun, fraktalların ve garip çekicilerin matematiksel olarak en nihai tanımları üzerinde görüş birliği oluşmamış olduğundan; gelecek nesiller açısından bu kavramların matematiksel anlaşımı büyük bir ihtimalle bir meydan okuma niteliğinde olacaktır (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:606).

Henüz ispatlanmamış olmakla birlikte; geriye akan bütün yörüngeler (iterasyon ters yönde yapılırsa) sonsuza kaçarken; çekici üzerindeki yörüngeler alan olarak sıfır büyüklüğünde oldukları için bu durum matematiksel olarak geriye akan yörüngeler $y_i \rightarrow \infty$ yaklaşırken; $i \rightarrow -\infty$ yaklaşmaktadır şeklinde ifade edilebilir (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:619). Shaw'a göre, faz uzayında her şeyin durduğu yer sabit nokta; her şeyin titreşim halinde kararsız olduğu yer limit çevrimleri; ve diğer her şeyin bulunduğu yer ise garip çekicilerdir (Gleick, 2008: 269).

3.1-Sabit Durumlar

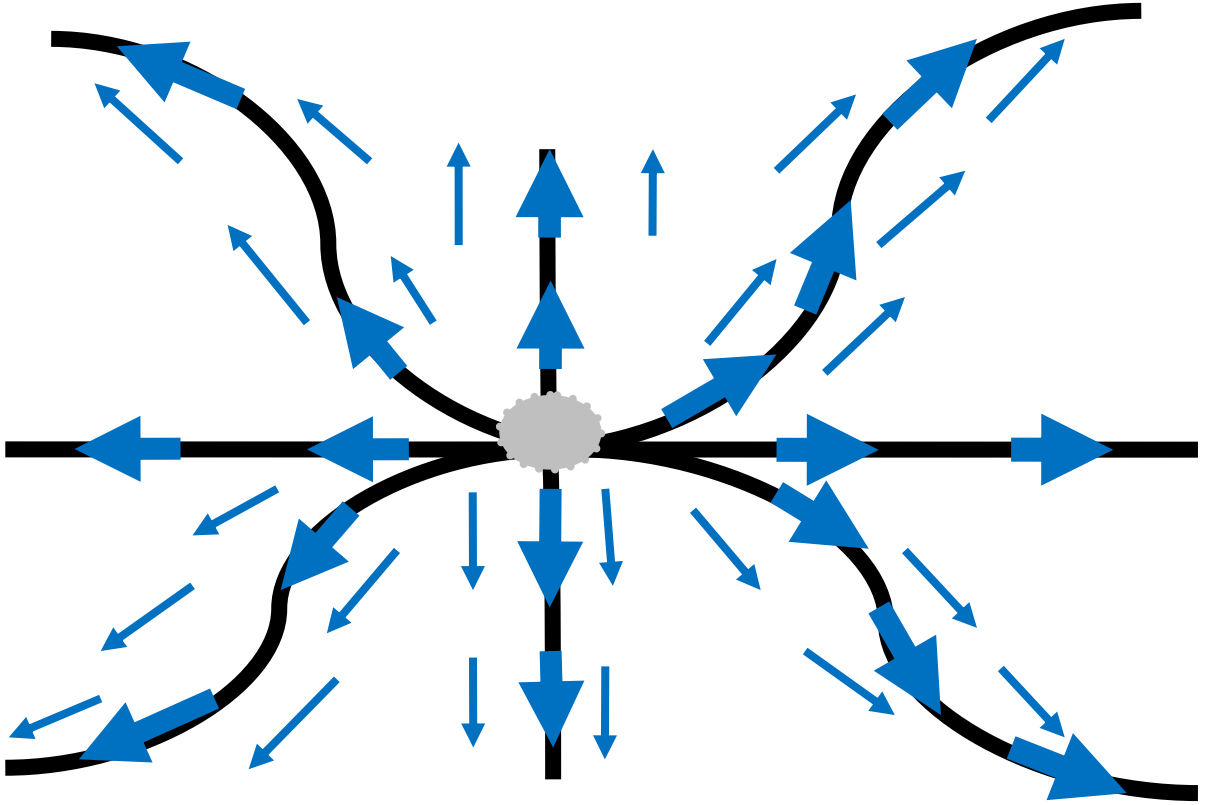
Poincaré göre diferansiyel denklem sistemleri dört tipik şekilde davranır (Stewart, 2004:96). Başka bir ifade ile bir dinamik sistemde dört tipik mümkün sabit durum vardır. Bunlar kuyu, kaynak, eyer ve limit çevrimlerdir.

1-Kuyu: Bütün yakın noktaların kendisine doğru aktığı ve akışların dejenere olarak tek bir nokta haline geldiği yerdir. Kuyular kararlı sabit durumlardır. Sistem kuyuya yakın bir noktada ise ona doğru harekete başlayacaktır. Aşağıda şekil 12'de örnek bir kuyu görülmektedir:



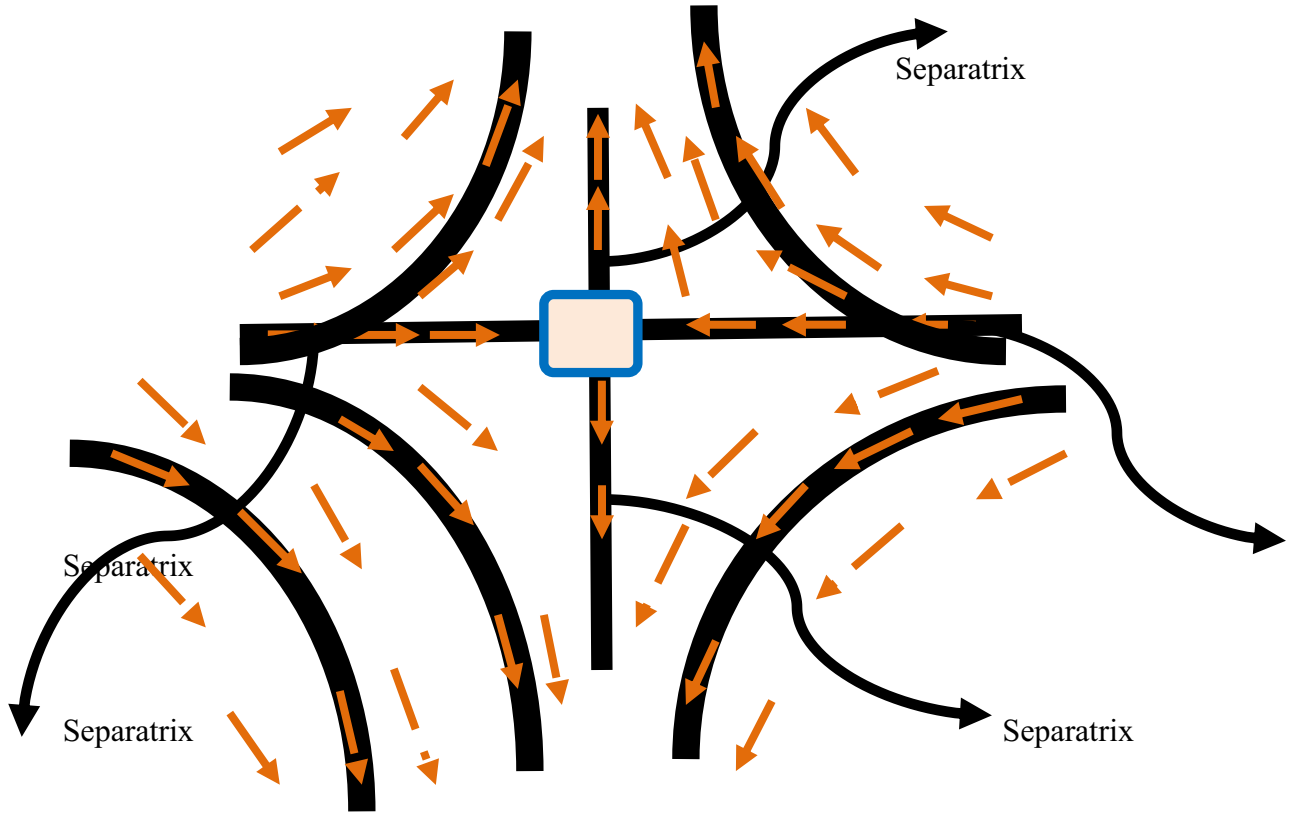
Şekil 12: Kuyu

2-Kaynak: Bütün yakın noktaların kendisinden uzaklaştığı bir yerdir. Kaynaklar kararlı olmayan sabit durumlardır. Aşağıda şekil 13'te örnek bir kaynak görülmektedir.



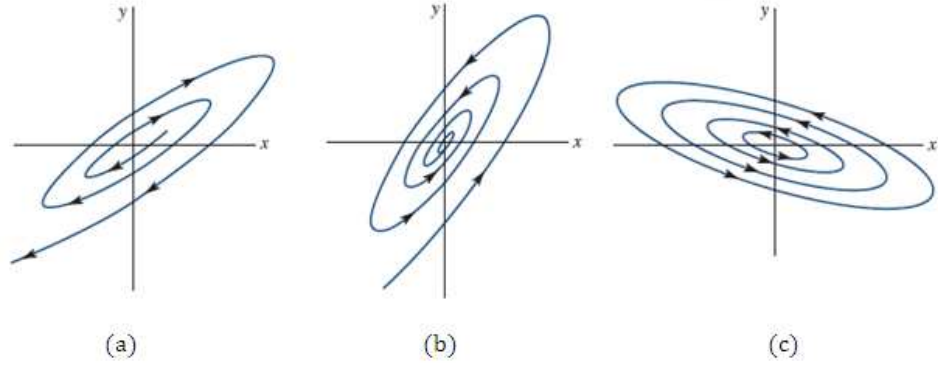
Şekil 13: Kaynak

3-Eyer: Bazı yönlerde kararlı ve bazı yönlerde kararlı olmayan sabit durumlardır. Eyerler bazı yörüngelerde kararlı, bazı yörüngelerde ise kararsız olan sabit durumlar olarak bilinmektedir (Bozdağ, 1998:17). Sepatrices denilen dört yörüngenin kesişme noktasında eyer noktası oluşur. İlgili bütün yörüngelerin dejenere olarak tek bir nokta haline geldikleri yere eyer noktası denmektedir. Örnek olarak deneyimsiz bir binici düşünülebilir (Stewart, 2004:89). Eyerin yağlı olduğu varsayıldığında; binici ileriye veya geriye doğru itildiğinde; başlangıçta bulunduğu noktaya geri dönecek (ileri ve geri kararlı sistem); yanlara doğru itildiğinde ise attan düşecektir (yanlara doğru kararsız sistem) (Stewart, 2004:90). Aşağıda şekil 14’te örnek bir eyer görülmektedir.



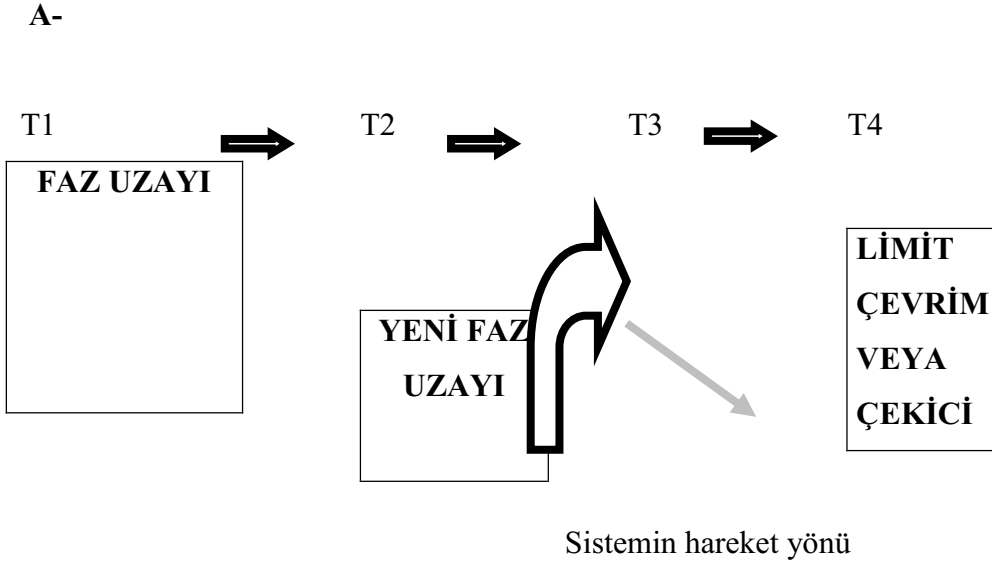
Şekil 14: Eyer

4-Limit Çevrim: Sistemin iki değer arasında belirsiz bir şekilde salınımı limit çevrimi olarak adlandırılır (Savit, 1998:284). Bir limit çevriminden başlayan hareket sonsuza dek tekrarlanır; bu çerçevede hareket periyodiktir (Stewart, 2004:91). İki boyutlu akışlarda, kararlı bir fokus, kararsız hale dönüştüğünde, yörüngesi dışa doğru spiral yaparak bir limit çevrim oluşturur ve ancak sistemin doğrusal olmaması ile sistem tekrar kararlı hale dönüşür (Sprott, 2004:164) Aşağıda şekil 15’te örnek bir kararsız, kararlı ve periyodik bir çözüm görülmektedir.

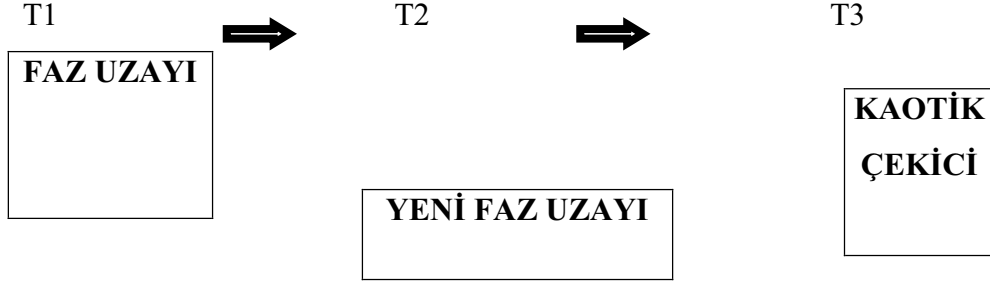


Şekil 15: Çözüm Çeşitleri

Bir sistem tekâmül ettikçe, faz uzayı küçülür; faz uzayının küçülme yönü, sistemin hareket doğrultusuna dik ise, limit evreleri veya garip olmayan çekiciler oluşur iken; faz uzayının bazı yönlerde genişlemesi, bazı yönlerde küçülmesi, faz uzay hacminin azalması ile sonuçlanırsa bu durumda kaotik çekiciler oluşur (Theiler, 1990:67). Bu durumlar şekil 16 ile gösterilirse:



B-



Şekil 16: Faz Uzayının Tekâmülü

Yeni faz uzayının hacmi ilk faz uzayının hacminden küçüktür.

3.2-Garip Çekicilerin Matematiksel Tanımı ve Yarı-Periyodik Hareket

Periyodik çözümlere, ilgili diferansiyel denklemleri çözmekten ziyade; bu denklemlerin poincaré seksiyonlarının olup olmadığına bakılarak karar verilir. Yapısal kararlı olmaktan; birden fazla denklemden oluşan bir sistemin denklemlerinin çok az değiştirilmesi sonucu, sistemin topolojisinin değişmemesi anlaşılmaktadır (Stewart, 2004:109). Tipik olmayan davranışlar, kendilerini ifade eden denklemlerde ufak oynamalar sonucu değişirler. Bir düzlemde yukarıda ifade edilen dört tipik hareket, denklemlerle ufak oynamalar sonucu değişmez iken; üç separatrixten oluşan bir eyer küçük itmeler sonucu davranışını değiştirebilir. Bir sistem alışılmış-olağan şeyler yapıyorsa tipik; ender olarak görülecek istisnalar oluşturuyor ise atipik olarak adlandırılır.

İki periyodik hareketin bileşiminin de periyodik olması için periyotların birbirlerine olan oranının rasyonel sayı olması gerekirken; bu oran irrasyonel ise iki periyodik hareket yarı-periyodik hareket oluşturmuş demektir ve yarı-periyodik hareketler hamiltonik sistemlerde tipik olarak görülür (Stewart, 2004:94). Yarı-periyodik hareket, tamsayı olmayan sıklıklar (kendini yenilemeler) içeren türden bir hareket olup; faz uzayı torus olduğu bir durumda yörünge bir eğri olup bu yörünge hiçbir zaman kendini tam olarak tamamlayamaz. Yarı-periyodik hareketlerin önemi, bilimce bilinen hareketlerden oluşan bilinmeyen hareketlerin ortaya çıkmasının sebeplerinden birisinin

yarı-periyodik hareketler oluşudur (Stewart, 2004:95). Bir parametrenin değişimi sonucu kaos görülen bir sistemde iki defa sıklıkla yarı-periyodik hareket görülür; daha sonra periyodik bir çekici ve nihayetinde de kaotik bir çekiciye sıra gelir (Ott, 2002:227). Belli bir sayıdaki modu temsil eden yarı-periyodik çekici matematikte torus olarak adlandırılır (Ruelle, 1999:62). Yarı periyodik hareketler, topolojik olarak torus üzerinde olmaktadır. Torustan torusa birçok kez iterasyon yapılırsa, bütün başlangıç noktaları, Poincaré seksiyonunun dinamiğinde solenoid (ne bir nokta, ne de bir çemberdir) denilen çekiciye yaklaşacaktır. KAM teorisine göre çok küçük itmeler sonucu yarı-periyodik hareketlerin devam ettiğini ve değişmediği düşünülmektedir.

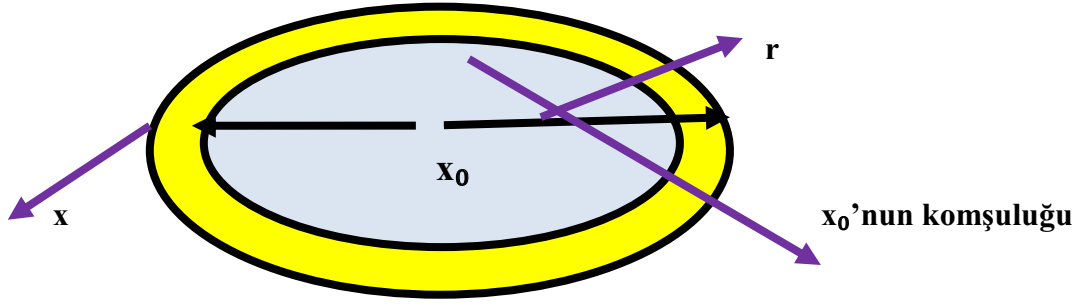
Floris Takens ve David Ruelle yapısal olarak kararlı ve atipik (nokta veya çember olmayan) olan çekicileri garip çekiciler olarak adlandırmışlardır (Stewart, 2004:109). Boyutu tam sayı olmayan kümeye fraktal denilirken, fraktal özellikler gösteren çekiciler garip çekiciler olarak adlandırılırlar. Garip çekiciler için en uygun matematiksel tanım konusunda tartışmalar hala devam etmektedir (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:621). Bu anlaşmazlığa rağmen, söz konusu keşfin mimarlarından Ruelle'nin tanımı aşağıdaki gibidir:

Tanım 14

Metrik uzay M 'de bulunan x noktalar kümesinin, sabit x_0 noktasından uzaklığı $r > 0$ noktasından küçük ise; $\rho(x, x_0) < r$ eşitsizliği x_0 merkezli ve r yarıçaplı açık bir yuvarı gösterir (Silverman, 1996:55).

Tanım 15

X_0 merkezli açık bir yuvar, x_0 noktasının komşuluğu olarak adlandırılır (Silverman, 1996:55). Yukarıdaki iki tanım şekil 17 ile aşağıdaki gibi anlatılabilir:



Şekil 17: Komşuluk

3.2.1-Garip Çekicilerin Birinci Matematiksel Tanımı

Küme R aşağıdaki özellikleri ile mevcut ise; $T(x,y)$, x - y koordinatlarında dönüşümü (iterasyonu) göstermek üzere; çevrili alt küme A , dönüşüm T için kaotik ve garip çekicidir (Ruelle, 1980: 126-137) ve Peitgen, Jürgens ve Saupe (2004:621)'ye göre :

- 1- R kümesi A kümesinin komşuluğu olup (A kümesi R kümesinin içindedir); A kümesindeki her bir nokta (x,y) R kümesi tarafından da kapsanır iken; R kümesinde başlayan her bir yörünge bütün iterasyonlarda R kümesinde kalacak ve yörünge A kümesine yaklaşacaktır. Dolayısıyla A bir çekicidir.
- 2- R kümesinde başlayan yörüngeler, başlangıç koşullarına çok hassastırlar. Bu şart A kümesini kaotik bir çekici yapar.
- 3-Söz konusu çekici fraktal bir yapıya sahip olup; garip çekici olarak adlandırılır.
- 4-Küme A iki farklı çekici haline getirilemez.

3.2.2-Garip Çekicilerin İkinci Matematiksel Tanımı

Ruelle (1980: 131)'ye göre M boyutlu bir uzayda A gibi hudutlu bir kümenin F gibi bir dönüşüm için garip çekici olarak adlandırılabilmesi için U gibi bir kümenin aşağıdaki özelliklere sahip olması gerekir:

- 1- A kümesinin m boyutlu komşuluğu U kümesidir. Yani A kümesine ait her x için U kümesinin tamamen kapsadığı x merkezli bir küçük yuvar mevcuttur. Sonuç olarak A kümesi U kümesi tarafından tamamen kapsanır. Bu tezin yazarına göre bu tanım dâhilinde garip çekiciler limit işlemi dâhilinde belirlenebilmektedirler ve garip çekicilerin en büyük alt ve en küçük üst sınırları bellidir.
- 2- A kümesi bir çekicidir. Yani U komşuluğundaki her bir başlangıç noktası, pozitif i sayıları için U komşuluğunda kalır.

3-U komşuluğunda kalan her bir başlangıç noktası şartı gerçekleştiğinde; başlangıç şartlarına hassaslık söz konusu olmaktadır. Bu durum A kümesini garip çekici yapmaktadır.

4-A kümesinden herhangi bir x değeri için; yine A kümesinden bu x değerine çok yakın herhangi bir gelişigüzel y değeri mevcut oluyor ise; bazı pozitif i değerleri için x_i noktaları mevcuttur. Bu şart A çekicisinin iki ayrı çekici haline getirilemeyeceğini göstermektedir.

Garip çekiciler sonsuz sayıda nokta kapsarlar iken; günümüz teknolojisinde bilgisayarlar sonlu sayıda nokta ile şekiller çizebilmektedirler (Ruelle, 1980: 126). Garip çekiciler ile çekici sabit noktalar birbirlerinden farklı kavramlardır. Çekici sabit noktalar için başlangıç durumuna hassas bağımlılık söz konusu değildir ve X_t noktası t 'nin büyük değerleri için t değişkenine bağlı değildir (Ruelle, 1980: 132).

3.3-Öklid Geometrisi, Fraktal Geometri ve Kâinat

Mandelbrot, herhangi bir analitik problemi, kafasında oluşan şekiller yardımı ile düşünmekteydi (Gleick, 2008:88). Verilen bir şekil için, Mandelbrot şekle simetrilerin değiştirilmesi yolu ile dönüşümler uygulamakta ve analitik problemin çözümüne ulaşmaktaydı (Gleick, 2008:88). Mandelbrot'a göre Öklid geometrisi (klasik geometrinin şekilleri: doğrular, yüzeyler, çemberler, üçgenler vs.) karmaşık bir sistemi anlamada yanlış soyutlandırmalardır (Gleick, 2008:94). Mandelbrot tabiatta gördüğü şekillerin Öklid geometrisi ile uyuşmadığını fark etmişti. Dağlar ve ağaçlar koniye benzemiyor, bulutlar kürelerle ifade edilemiyordu. Mandelbrot'un yeni geometrisi yuvarlak değil, pürüzlü idi; bu geometri oyukluğun, kırıklığın, kıvrımların, dolaşıklığın ve karmaşıklığın geometrisiydi (Gleick, 2008:94).

Mandelbrot'a göre, herhangi bir sahil şeridi bir bakıma sonsuz uzunluktadır. Bir sahil şeridine uzaydan bakarak ölçmeye çalışan bir kimse ile sahil şeridini yürüyerek ölçmeye çalışan bir kimse farklı ölçümlere ulaşır. Gözümüz farklı mesafelerde farklı mental ölçümler yaparak yanılmamıza yol açmaktadır. Mesela İngiltere sahillerini uzaydan bakarak ölçmek, sahilleri gemi ile dolaşarak ölçmekten daha kolaydır. Uzaydan bakıldığında sahillerde mevcut girinti ve çıkıntılar yaklaşık olarak görülürken,

yürüyerek yapılan ölçüm daha ayrıntılı olacağından uzaydan yapılan ölçüme göre daha büyük olmaktadır. Eğer sahil şeridi Öklid geometrisinde mevcut bir çember olarak kabul edilirse, ölçüm bir sonlu sayıya yakınsaklaşırken; Mandelbrot ölçüm ölçeği küçüldükçe sahil şeridinin ölçüm uzunluğunun limitsiz bir şekilde arttığını keşfetmiştir (Gleick, 2008:96). Yani atom ölçeğinde ölçüm son bulurken, İngiltere sahil şeridinde yarımadalar ve körfezlerin içinde daha küçük yarımadalar ve körfezler oluşmakta ve bu oluşum atom ölçeğine dek sürmekte ve bu ölçekte son bulmaktadır (Gleick, 2008:96).

Kısaca, gözümüz çok uzakları ve çok yakınları (atom düzeyi) görememektedir. Bir nesnenin etrafı ölçüldüğünde, ayrıntılı görünüm elde edildikçe nesnenin etrafının ölçümü artmaktadır. Mesela kare şeklinde bir odun parçasının gerçek ölçümü atom düzeyinde gerçekleşmektedir. Kare şeklindeki odun parçası çıplak göz ile Öklid uzayı prensiplerine göre kare şeklinde iken; gerçekte ise, atom düzeyine kadar pürüzlü bir şekle sahiptir.

Mandelbrot üç boyutlu Öklid uzayının tabiattaki nesnelere somutlaştıramadığını fark ettiğinden, boyut kavramını incelemeye başlamıştır. Gözümüz baktığımız nesnenin uzaklığına göre bize mental bir şekil sunduğundan, tabiattaki nesnelere gerçek boyutunu çıplak göz ile anlayamamaktayız. Mesela, bir metre öteden çıplak göz ile baktığımız silindirik şeklindeki bir apartman üç boyutlu olarak görülürken; beş bin metre yükseklikte uçakla yukarıdan bakılan aynı apartman tek boyutlu bir nokta şeklinde gözükmektedir. Dolayısıyla Mandelbrot, ayrıntı arttıkça bir nesnenin çevresinin arttığını fark etmiş; atom düzeyinde tabiattaki nesnelere ayrıntılarının sonsuz derecede artması nedeniyle söz konusu nesnelere sonsuz uzunlukta olduğu fikrine ulaşmıştır.

Bakılan mesafeye göre boyutlar arasında geçişlerin (üç boyuttan tek boyuta geçiş) nesnelere gerçek boyutlarını yansıtamaması aklımızın bir ucunda bulunmalıdır. Aklımızın kontrolündeki gözümüze göre herhangi bir fraktal, sonsuzluğu görmeye bir çeşit yoldur (Gleick, 2008:98). Gözümüz tabiattaki şekillerin gerçek boyutlarını göremediğinden; yeni bir kavrama ihtiyaç duyulmaktadır. Tabiatı Öklid uzayına has boyutlarla anlamaya çalışmamız bizi yanıltmaktadır. Bu tezin yazarına göre $f: X \rightarrow Y$ herhangi bir fonksiyonu göstermek üzere; eğer tabiattaki boyutlar B ile, gerçek boyut B_r

ile Öklid Uzayı \mathbb{R}^n ile pürüzlülük p ile çıplak göz \mathbb{R}^n ile sabit ölçek s_0 ile ve ölçek δ ile gösterilir ise;

$$F(B, \mathbb{R}^n, \delta, s_0) = 0 \quad (13)$$

$$F(B_r, p, s_0) = 0 \quad (14)$$

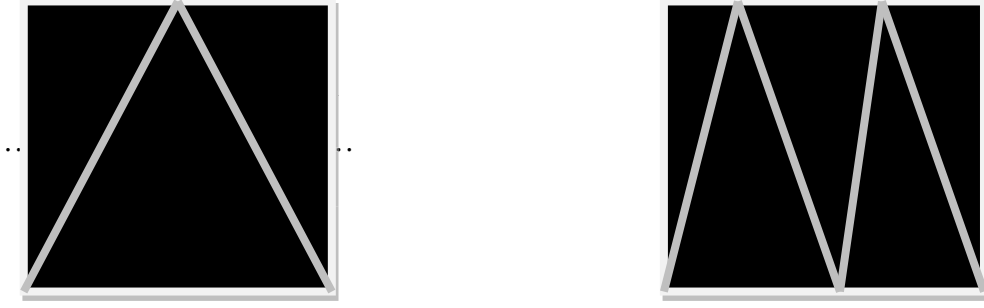
şeklindeki kapalı fonksiyonlara ulaşabiliriz.

Mandelbrot tabiatın pürüzlülük veya parçalanmışlık (kırılmışlık) dereceleri ile anlatılabileceği sonucuna ulaşmıştı (Gleick, 2008:98). Değişik ölçeklerde pürüzlülük derecesi sabit kalmakta idi; mesela sahil şeridinin gerçek uzunluğu Öklid uzayı uzunluğu ile ölçülemez nitelik gösterir iken; belli bir pürüzlülük derecesi niteliği tabiatta mevcut bulunmaktaydı (Gleick, 2008:98). Mandelbrot nitelikler koyabildiği bu geometriye (şekiller, boyutlar, geometri vs.) fraktal ismini verdi (Gleick, 2008:98). Fraktal geometri kaosu geometrisidir (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:49). Öklidyen geometri ile düşündüğümüzde, bir nesneye yakından baktıkça, o nesne basitleşirken; fraktal geometri ile deneyimimizde bir nesneye yakınlaştıkça o nesnenin karmaşık yapısının arttığını görürüz ki; bu özellik iki geometri arasındaki temel farklardan biridir (Chorafas, 1994:122).

3.4-Fraktallar

Peano Eğrisi oluşturma yöntemine göre toplam uzunluğun her $10/27$ 'sinde bir sınırlı karede mevcut bir noktada kalınmakta olup; her iterasyon sonucu yeni uzunluğun $10/27$ 'sinde yine sınırlı aynı karede mevcut farklı bir noktada kalınıp; bir noktalar dizisi oluşmakta; bu noktalar dizisi ise aynı karede bir noktaya yakınsamaktadır (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004: 94). Bu noktalar bir eğri oluşturup; söz konusu karede bu eğri her noktadan geçerek bir boyutlu birşey iki boyutlu birşeyi doldurmuş olmaktadır (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004: 95).

Başka bir metot ile yine aynı gerçeğe ulaşabiliriz. Bir kare içine iki kenarlı zikzak çizip; bu iterasyonu sonsuza dek yaptığımızda; kare içinde birebirlerinden sonsuz derecede yakın uzaklıkta noktalardan bir zikzak eğri oluşur; bu eğriler birbirlerine benzer olup; sonsuz uzunlukta bir eğri; sonlu bir alanı dolduruyor olmaktadır (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004: 97). Bu gerçek şekil 18'de görülmektedir.



Şekil 18: Sonsuz Uzunluk, Sonlu Alan

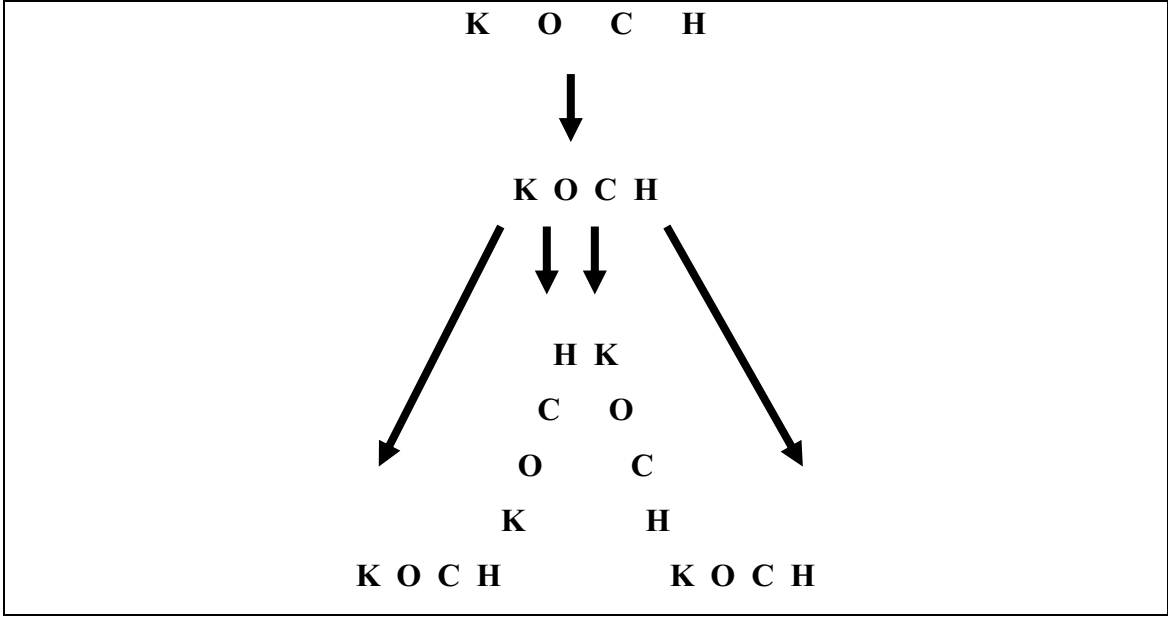
Nesnelerin değişmez niteliklerini değiştirmeyen dönüşümler homeomorfizma olarak bilinmekte olup; nesnelerin topolojik boyutları homeomorfizma sonucu korunur. Mesela, eğrilerin kesişme noktaları sayısı bir noktanın dallanma üssü olarak bilinmekle birlikte; söz konusu dallanma üssü topolojik olarak değişmez nitelik gösterir (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004: 113).

Birçok fraktal kendine benzerlik özelliği gösterir. Kendine benzerlik iterasyonlar sonucu kendi kopyalarını oluşturmaktır. Peitgen, Jürgens ve Saupe (2004: 140)'ye göre üç çeşit kendine benzer yapı mevcuttur:

- 1-Bir noktada kendine benzerlik: Sadece limit noktasında kendine benzerlik özelliği mevcuttur.
- 2-Kendine yakınlık: Bir yapının sadece bazı kısımlarında kendine benzer kopyalar oluşmasıdır.
- 3-Tam kendine benzerlik: Söz konusu yapının her bir noktasına yakın bir yerde kendine benzer kopyalar oluşmasıdır.

Fraktallık ilgili dönüşüm sonsuz defa yapıldığında oluşmaktadır. Sınırlı sayıda iterasyon sonucu kendine mükemmel benzerlik oluşmamaktadır; dolayısıyla fraktallık limitsel bir süreçtir.

Benzerlik transformasyonu ölçekleme, rotasyon ve çeviri aşamalarından oluşmaktadır. Mesela KOCH gibi bir yazıya sırasıyla ölçekleme ($1/3$ küçültme), rotasyon ve çeviri aşamaları uygulanırsa aşağıdaki şekil 19 elde edilir (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004: 164):



Şekil 19: Ölçekleme, Rotasyon Ve Çeviri

Peitgen, Jürgens ve Saupe (2004:163)'ye göre eğer W gibi bir benzerlik transformasyonu Koch Eğrisine (K) uygulanırsa

1- $W(K) = w_1(K) \cup w_2(K) \cup w_3(K) \cup w_4(K)$ gibi transforme edilmiş dört küçük kopya Koch eğrisi oluşur.

2- $W(K) = K$ yani $W(X)$ gibi bir denklemin çözümü X olmakta olup; ilgili benzerlik transformasyonu sonucu ilgili denklemin çözümü Koch eğrisi olmaktadır. Bu özellik de istenilen değişmezlik (sabit nokta) özelliğidir.

Yukarıda Koch eğrisini kendine benzerlik özelliği ile tanımladık. Herhangi bir nesne (mesela bir dikdörtgen) başlangıç nesnesi olarak alınırsa, Hutchinson işlemcisinin iterasyonu sonucu Koch eğrisine, Kantor kümesine veya Sierpinski gasketine yakınsanır. Yani Koch eğrisi, Kantor kümesi veya Sierpinski gasketi Hutchinson işlemcisinin sabit noktalarıdır. Yukarıda W transformasyonu Hutchinson işlemcisi olarak bilinirken; Kantor kümesi, Sierpinski gasketi ve Koch Eğrisi limitsel nesnelere dir.

Spiraller öyle objelerdir ki; bazıları sonlu alanda sonsuz uzunluk özelliği gösterirken; bazıları sonlu uzunluktadırlar (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:175). Bazı spiraller

geometrik seriler ile ilişkilidir ve bu ilişki fraktallık özelliğini doğurabilir (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:176).

Bazı spirallerin kendine özgü özellikleri vardır. Mesela logaritmik bir spiral olan $r(\epsilon) = e^{h\epsilon}$ nin saat yönünde ϕ açısı ile döndürülmesi $r(\epsilon) = e^{h(\epsilon + \phi)}$; aynı spiralin $e^{h\epsilon} \cdot e^{h\phi}$ sonucu ϕ ile ölçeklenmeye tabi tutulması aynı anlama gelmektedir (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:177). Logaritmik spiraller dolayısıyla kendine benzerlik özelliği gösterirler.

Herhangi bir değişken üssel olarak ifade edilebilmektedir. $t = c \cdot h^d$ gibi bir eşitlikte t değişkeni h değişkeninin üsseli olarak düşünülürken; c bu eşitlikte sabit bir sayı olmakla birlikte;

$$\log t = d \cdot \log h + \log c \quad (14)$$

eşitliği ile çalışmak; eşitliğin d gibi bir eğimi vermesi açısından daha uygundur (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:185).

Haritalar çizilirken belli bir ölçeğe göre çizim yapılmaktadır. Ölçek küçüldükçe haritanın doğruluğuna olan güven artmaktadır. Haritalarda küçük ölçekler daha ayrıntılı bilgiler vermektedir. Daha güvenilir harita ölçümleri (küçük ölçekler) yapıldıkça daha karmaşık bilgilere ulaşmakta kolaylaşmaktadır (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:189).

İngiltere sahillerini uçaktan bakarak haritalaştırmak ile adımlarla mikroskobik ölçeklerde haritalaştırmak birbirinden farklıdır. Uçak ile ölçümde aşağı yukarı bir sonuca ulaşılırken; diğer yöntemde İngiltere sahillerinin uzunluğu sonsuza yaklaşmaktadır. Mesela sıfır ölçekli bir harita sonsuz doğrulukta olurken; haritanın tasvir ettiği obje de sonsuz uzunlukta olmaktadır.

Yukarıdaki örnekte İngiltere sahillerini ölçmek imkânsızlaşmaktadır. Bazen eğriler, yüzeyler ve hacimler o kadar karmaşık olmaktadır ki; bu objelerin uzunluklarını, alanlarını veya hacimlerini Öklid geometrisi araçlarını kullanarak ölçmek sağlıklı sonuç vermemektedir. Böyle durumlarda iki değişkenin birbirleri ile (mesela uzunluk ve yüzey) gelişigüzel değişmediği hatırlanarak; birbirleri ile kuvvetler kanunu vasıtasıyla

($y \propto x^d$) ilişkili olduğu gerçeği karşısında fraktal geometride boyut kavramına ulaşılır (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:192).

3.5-Deterministik İteratif Fonksiyon Sistemleri (IFS) ve Büzülme Dönüşüm Prensipleri

Fraktal şekil oluşturma metotları genel olarak üçe ayrılmaktadır:

- 1-Kaotik dinamik sistemler ve garip çekiciler yoluyla fraktal oluşturma
- 2-İteratif fonksiyon sistemleri (IFS) yoluyla fraktal oluşturma,
- 3-Julia kümeleri yoluyla fraktal oluşturma

Deterministik İteratif Fonksiyon Sistemleri fraktal oluşturma yöntemlerinden biridir. Oluşan fraktallar daima kendine benzerlik özelliği gösterir. Sierpinski üçgeni ve Barney'nin eğreltiotu IFS yöntemi ile oluşturulabilen fraktallardandır. Dinamik sistemler teorisi için temel problem uzun dönemli davranış için öngörülebilir bulunabilmektir. Uzun dönemli davranış ise ilk başlangıç değerine çok bağımlı olmamalıdır. Büzülme dönüşüm prensipleri ilk başlangıç değerinden bağımsızlık için ideal bir ortam oluşturmaktadır (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:250). Bu prensipler, dinamik bir sistem için çekici, sistemin kendi kopyalarını oluşturması ve çekiciye ulaşmak için kaç kez iterasyon yapılması gerektiğine dair sonuçlar vermektedir.

Deterministik iteratif fonksiyon sistemleri (IFS) bir bakıma çoklu küçültme fonksiyonlu fotokopi makinalarına (MRCM) benzer (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:217). Fotokopi makinası ilgili objeyi girdi olarak alır; lens sistemi vasıtasıyla objeyi küçültüp, çıktıda bir yere yerleştirir; küçültülmüş bütün kopyaları bir kalıp dâhilinde son ürün çıktıda yerine koyar (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:217). MRCM'nin ürettiği en son ürün çekici olarak adlandırılabilir. MRCM küçültme işlevleri üzerine kurulmuş bir sistemdir. MRCM'nin küçültme işlevleri için ölçekleme, yön kırkma, rotasyon ve nakil dönüştürmeleri kabul edilebilir dönüşümler olarak kabul edilmektedir (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:220). Matematiksel olarak bu dönüşümler yakın doğrusal dönüşümler olarak adlandırılır. MRCM'nin lens sistemi bir yüzeyde oluşan yakın doğrusal dönüşümlere benzemektedir. MRCM'nin lens sistemi $w_1(A)$, $w_2(A)$, ..., $w_N(A)$ gibi yakın doğrusal dönüşümlere tabi tutulmuş parçalar oluşturmakla birlikte; A gibi bir obje

için $W(A) = w_1(A) \cup w_2(A) \cup \dots \cup w_n(A)$ 'den oluşan $W(A)$ gibi bir çıktıyı meydana getirir. Bu örnekteki W operatörü Hutchinson operatörü diye bilinmektedir. Hutchinson operatörü MRCM'nin birbiri ardına devam eden dönüşümlerini deterministik iteratif fonksiyon sistemi olarak bilinen (IFS) adlı dinamik bir sisteme dönüştürmektedir (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:225) Literatürde IFS ve MRCM aynı manada birbirleri ile dönüşümlü olarak kullanılmaktadır. MRCM'nin ilk işlemi ilgili objenin şifrenmesidir. MRCM'nin oluşturduğu son obje, ilk objeden bağımsız olduğu için ilk objenin küçültülmüş biçimleri iterasyonlar sonucu MRCM'nin son objesi (çekicisi) olarak kabul edilemez.

Tanım 16

$\langle a_r : r \in \mathbb{N} \rangle$ gibi reel sayılardan oluşan bir seri, ancak ve ancak her $\varepsilon > 0$ için n_0 gibi pozitif bir tamsayı mevcut ve $r, u > n_0$ gibi bir eşitsizlik karşısında $|a_r - a_u| < \varepsilon$ gibi bir eşitsizlik oluşuyor ise Cauchy Serisi olarak adlandırılır. Başka bir ifade ile bir seri ancak ve ancak r büyüdükçe o serinin elemanları keyfi olarak birbirlerine yaklaşıyorlar ise Cauchy serisi olarak bilinir.

Tanım 17

Bir X uzayın tam metrik bir uzay olması için, herhangi bir Cauchy serisine ait limitin söz konusu X uzayında olması gerekir. (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:250).

Tanım 18

x_0, x_1, x_2, \dots gibi bir seri mevcut olsun; a gibi bir nokta X metrik uzayında ise; a noktasının bu serinin limiti olması için $\lim_{i \rightarrow \infty} d(x_i, a) = 0$ eşitliğinin gerçekleşmesi gerekmektedir (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:250).

Peitgen, Jürgens ve Saupe (2004:250)'ye göre büzülme dönüşüm prensibi için olması gereken şartlar aşağıdaki gibidir:

1-Objelerin içinde bulunduğu uzayda objeler arası uzaklık hesaplanabilmeli ve bu uzay tam metrik bir uzay olmalıdır.

2-Herhangi bir x_0 için $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{i+1} = f(x_i)$ ile bulunur. Bu eşitlikte f fonksiyonu $d(f(x), f(y)) \leq c \cdot d(x,y)$ eşitsizliğini sağlar. Bu eşitsizlik f fonksiyonunun büzülmesini göstermektedir.

Peitgen, Jürgens ve Saupe (2004:251)'ye göre büzülme dönüşüm prensibinin sonuçları aşağıdaki gibidir:

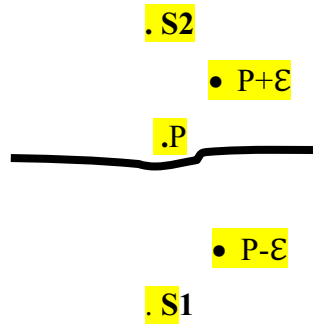
1-Çekici: Sistemin kendisine yöneldiği x_∞ gibi bir obje söz konusudur. Bu obje ilk başlangıç değeri x_0 ne olursa olsun değişmemektedir. x_∞ sistemin tekil çekicisi olarak adlandırılır. Yani $\lim_{i \rightarrow \infty} x_i = x_\infty$ eşitliğini sistem gerçekleştirir.

2-Değişmezlik: $f(x_\infty) = x_\infty$ eşitliği değişmezlik özelliğidir.

3-Hesaplanabilirlik: Bir sistemin x_1 ve x_0 noktaları arasındaki uzaklığı hesaplanabileceğinden; belli yanılma payları altında; x_∞ noktasına yaklaşmak için kaç kez iterasyon yapmak gerekeceğine dair öngörülebilir. Yani $d(x_i, x_\infty) \leq c^i \cdot d(x_0, x_1) / (1-c)$ eşitsizliği gerçekleşmelidir.

Tanım 20

Reel sayılara ait p gibi bir noktanın reel sayılar kümesinin alt kümesi olan S kümesinin limit noktası olması için; p noktasının her bir komşuluğunun p noktası dışında S kümesinden en az bir eleman içermesi gerekmektedir (Bali, 2009:83). Limit noktasını şekil 20 ile açıklarsak:



Şekil 20: Limit Noktası

görüldüğü üzere $P+\epsilon$ ve $P-\epsilon$ komşulukları S kümesinden bir eleman kapsamaktadır.

Tanım 21

Reel sayılardan oluşan bir A kümesinin kapalı bir küme olması ancak ve ancak A kümesi bütün limit noktalarını kapsar ise söz konusudur.

Tanım 22

Reel sayılardan oluşan bir A kümesinin hudutlu olması için A kümesinin üstten ve alttan hudutlu olması gerekmektedir (Bali, 2009:53). Mesela $3 < A < 9$ gibi bir sonsuz aralıkta A kümesi hudutludur.

Tanım 23

Reel sayıların boş küme olmayan alt kümelerinin kompakt olarak adlandırılabilmesi için bu kümelerin kapalı ve hudutlu olmaları gerekmektedir (Bali, 2009:102)

Tanım 24

X uzayı, d bir metrik olmak üzere tam metrik bir uzay olsun. X uzayının alt kümesi olan kompakt A kümesi ve $\epsilon > 0$ için A kümesinin ϵ -colları

$A_\epsilon = \{x \in X \mid d(x, y) \leq \epsilon \text{ bazı } y \in A\}$ olarak tanımlanırsa; X uzayının A ve B gibi iki kompakt alt kümesi için Hausdorff uzaklığı $h(A, B) = \inf \{ \epsilon \mid A \subset B_\epsilon \text{ ve } B \subset A_\epsilon \}$ olarak tanımlanmaktadır (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:253).

Tanım 24'ün Sonuçları

1-Hausdorff'a göre X uzayının Hausdorff uzaklığı tanımlanabilen bütün alt kompakt kümeleri de başka bir tam metrik bir uzay olup; söz konusu bütün kompakt alt küme uzayları için büzülme dönüşüm prensibi uygulanabilir (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:253).

2- A_0, A_1, A_2, \dots gibi bir serinin limitinin (çekicisinin) A_∞ olması için, Hausdorff

$$\text{uzaklığı } \lim_{k \rightarrow \infty} h(A_\infty, A_k) = 0 \quad (15)$$

olmalıdır.

Hutchinson W dönüşüm operatörünün Hausdorff uzaklığına göre büzülme özelliği gösterdiğini ispatlamış olup; Banach büzülme dönüşüm prensibinin son halini almasını sağlamıştır.

1-c1 ve c2 gibi iki büzülme faktörü ile oluşturulan w1 ve w2 gibi büzülmeler mevcut olsun. A ve B gibi iki kompakt küme alınırsa Hutchinson W operatörüne aşağıdaki büzülme dönüşüm prensibini uygulamıştır:

W(A) ve W(B) Hausdorff uzaklığına göre büzülme özelliği gösterir. Eğer

$$W(A) = w_1(A) \cup w_2(A) \cup \dots \cup w_N(A) \text{ ve}$$

$$W(B) = w_1(B) \cup w_2(B) \cup \dots \cup w_N(B) \text{ ise}$$

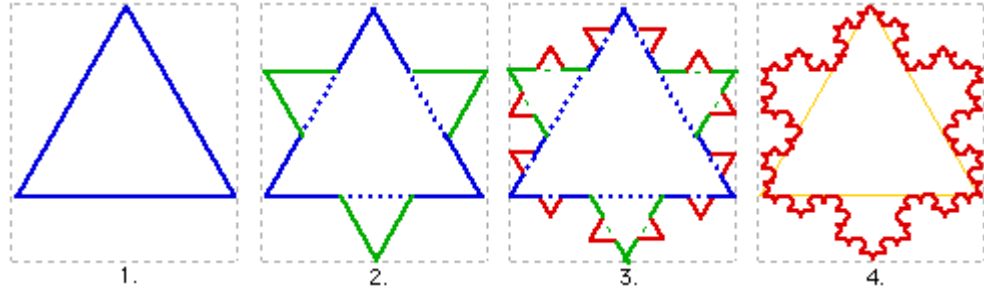
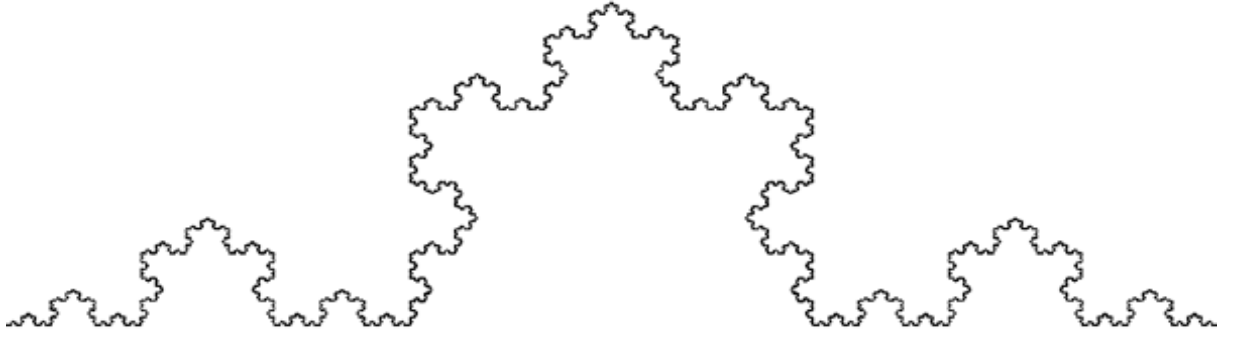
$h(W(A), W(B)) \leq c \cdot h(A, B)$ eşitsizliği için $0 \leq c < 1$ gibi bir sabit sayı vardır.

2-W operatörü $A_{i+1} = W(A_i)$, $i=0,1,2,3,\dots$ serisini oluşturur ve $W(A_\infty) = A_\infty$ eşitliği W operatörü için gerçekleşir.

İlgili iterasyon ne kadar çabuk çekici ile sonuçlanır sorusuna seçilen metriğin (uzaklık formülü) kalitesi ile şeklinde cevap verilebilir. Büzülme katsayısı seçilen metriğe bağlı olup; büzülme katsayısı küçüldükçe, daha çabuk çekiciye ulaşılır (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:260). IFS'nin oluşturduğu kopya gerçek objeye ne kadar yakın ise, büzülme dönüşüm prensibine göre IFS'nin çekicisi de ilk objeye o kadar yakın uzaklıktadır (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:262).

3.6-Von Koch kar tanesi

Von Koch kar tanesi bir kenarı 1 uzunluğunda olan 3 uzunluğundaki eşkenar üçgenin her kenarının orta noktasına toplam uzunluğun 1/3 oranında yeni bir üçgen eklenerek oluşturulmaktadır (Gleick, 2008:99). Bu oluşturma sonsuza dek yapılırsa oluşan şeklin toplam uzunluğu $3 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} \dots =$ sonsuz olmakta; şekil sürekli fakat türevi alınamayan bir eğri niteliği taşımakla beraber sonlu bir alanı kapsayan sonsuz uzunlukta bir eğriyi göstermektedir (Spratt, 2004:278-279). Aşağıda şekil 21'de Von Koch kar taneleri görülmektedir:



Şekil 21: Von Koch Kar Taneleri

Von Koch kar tanesi sonsuz bir uzunluğun sonlu bir alanı kapsaması gibi bir sonuç oluşturduğundan paradoksal olarak düşünülmektedir.

3.7-Garip Çekicilerin Özellikleri

Sprott (2004:128)'a göre

a-Değişmez küme özelliği gösterirler. İlgili küme üzerinde oluşan yörünge her zaman bu küme üzerinde kalır.

b-Bu çekiciler sınırlıdır. Genellikle sonsuz olmayan ve bazen de fraktal hudutlara sahiptirler.

c-Uzayda sıfır ölçüm değerli kümedirler. Eğer uzay iki boyutlu ise, çekici iki boyuttan az ve sıfır alana sahip bir çekicidir.

d-Bu çekiciler fraktallık özelliği gösterirler.

e-Bu çekiciler periyodik yörüngelerde yoğunurlar. Çekici üzerindeki her nokta bu yörüngelerden herhangi birine çok yakın olup; bu noktalar ne kararlıdır ne de sıfır ölçüm değerli olmayan kümedirler.

f-Bu çekiciler geçişlidirler. Periyodik yörünge üzerinde olmayan bir çekicinin bir noktasından başlanırsa; çekici üzerindeki gelişigüzel başka bir noktaya geçiş söz konusu olmaktadır.

g-Bu çekiciler ergodiktirler. Yani birbirlerine dokunacak kadar yakın küçük çekiciler oluşmazlar.

h-Bu çekiciler yapısal olarak kararlıdır. Yapıları küçük numerik hatalara hassas değildir.

i-Bu çekiciler genellikle kaotiktirler.

j-Estetik olarak güzel ve ilginç görünüşleri vardır.

k-Zaman eksi sonsuza giderken, bir limit değeri alırlar.

Sardar ve Abrams (2011:45-52)'e göre garip çekicilerin diğer özellikleri de şöyle sıralanabilir

a-sonsuz sayıda eğriden, yüzeyden veya daha yüksek boyutlu katmanlardan meydana gelirler.

b-faz uzayı olarak adlandırılan matematiksel yapının içinde yer alırlar.

c-çevrelerindeki yörüngeler bunlar üzerinde birleşir;

d-sonsuz boyutsal uzayda var olmalarına karşılık, kendileri sınırlı boyutlara sahiptirler; ve en ünlü garip çekici Lorenz çekicisi ismiyle bilinmektedir.

Bir garip çekici yukarıdaki bütün özelliklere sahip olmayabilir; fakat bu özelliklerden birçoğuna sahiptir.

BÖLÜM DÖRT: KAOS, TÜRBÜLANS VE KAOSUN MATEMATİKSEL TESPİTİ

4.1-Kaotik Davranışın Ayırt Edici Özellikleri

1- Kaotik ve rastlantısal davranışlar birbirlerinden temel olarak farklıdırlar; kaotik davranışlar gösteren fiyat dizilerinde fiyatlar birbirleri ile bağımlı olarak oluşmakta iken (mesela lojistik dönüşümde fiyatın $p(t+4) = Ap(t+3) - Ap^2(t+3)$ kapsamında oluşması); rastlantısal davranış gösteren fiyat dizilerinde fiyatlar birbirlerinden bağımsız olarak oluşmaktadır (Savit, 1998:44).

2-Kaotik davranışlar deterministik özellik gösterirken, rastlantısal davranışlar böyle bir özellik göstermezler (Savit, 1998:59).

3-Kaotik sistemlerde niteliksel ve niceliksel davranış farklılıklarına rastlanır (Baumol, 1985:2).

4-Kaotik davranışlar kendilerini oluşturan dinamik sistem parametre ve başlangıç değerlerine çok hassastırlar (Baumol, 1985:2).

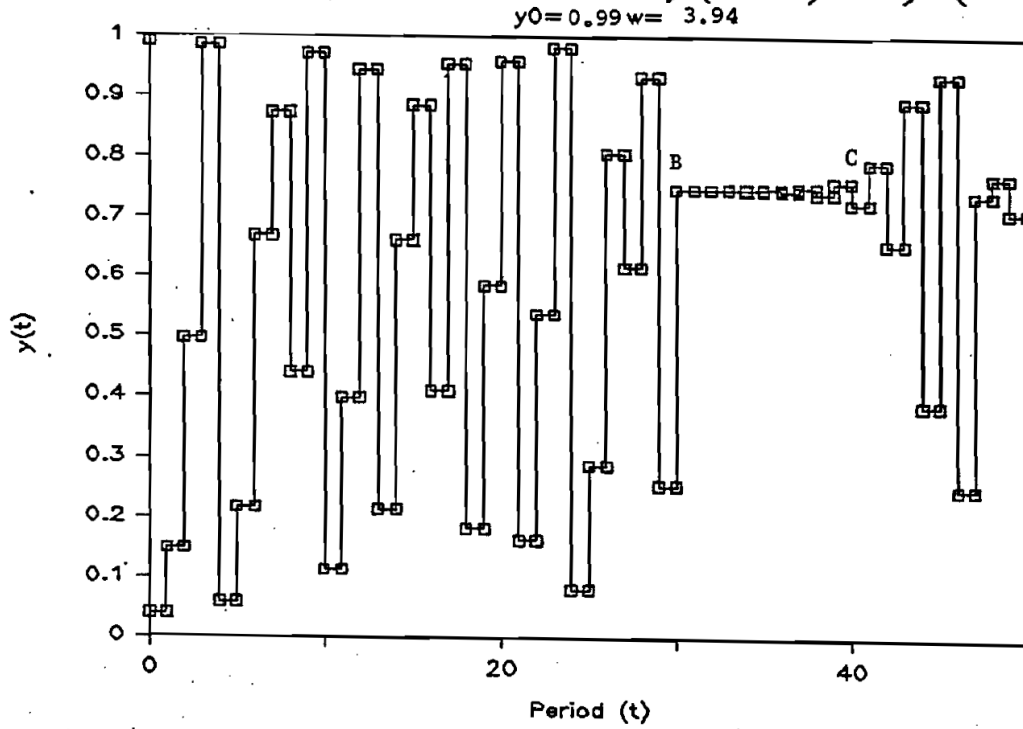
5-Kaotik davranışlarda sonsuz sayıda denge noktası var olup; her birine değişik periyotlardan oluşan çevrimlerle ulaşılırken; her bir denge noktası eşanlı olarak var olmaktır (Baumol ve Quandt, 1995:4).

6-Kaotik davranışları oluşturan girdilerde ufak değişiklikler, kaotik davranışlarda çok büyük değişikliklere sebep olurlar (Savit, 1998:83).

7-Kaotik davranışlar yalancı rastgelelik özelliği gösterirler (Savit, 1998:83).

8-Kaotik davranışlar daha önce içinden geçtikleri uzay noktalarına kesinlikle bir daha dönmezler ve çevrili bir alanda gidip gelen bir salınım hareketi yaparlar (Baumol ve Benhabib: 1989:79). Bu hareket monotonik olmayan, sık yükselme ve düşüşler gösteren ve o ana dek oluşmuş yörüngeyi tekrar oluşturmayan özellikler gösterir (Baumol ve Benhabib: 1989:81).

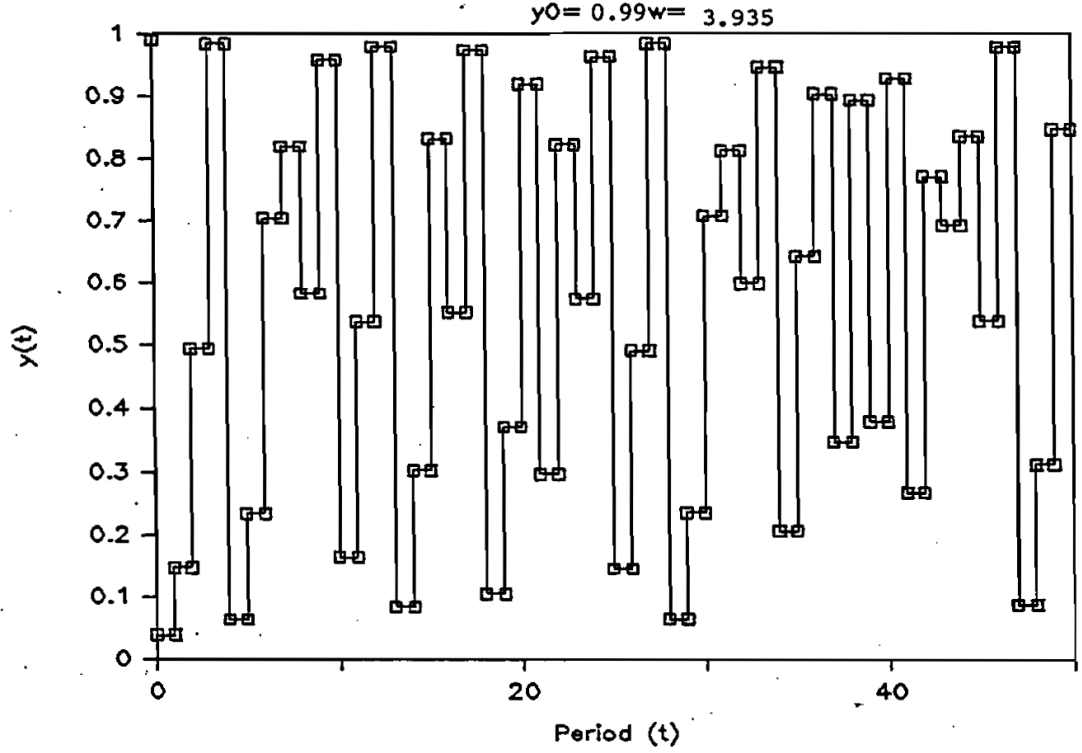
Fig. 7:50 pd.Time Path: $y(t+1)=wyt(1-yt)$



Şekil 22: Kaotik Seriler

Kaynak: Baumol, W.J. (1985). Unpredictability, Psuedorandomness and Military-Civilian Budget Interactions. Economic Research Reports. New York: C.V. Starr Center for Applied Economics.

Fig. 8 :50 pd. Time Path: $y(t+1) = wy(t)(1-y(t))$



Şekil 23: Kaotik Seriler

Kaynak: Baumol, W.J. (1985). Unpredictability, Pseudorandomness and Military-Civilian Budget Interactions. Economic Research Reports. New York: C.V. Starr Center for Applied Economics.

Yukarıda sayılan özellikleri Baumol'ın öngörülemezlik, yarı-rastgelelik ve askeri-sivil bütçe etkileşimleri makalesinde yer alan $y(t+1) = w \cdot y(t) \cdot (1 - y(t))$ fark denkleminde $y(t)$ ve zaman (t) değişkenlerinin ilişkileri çerçevesinde incelersek; yukarıdaki şekil 22 ve 23'e bakılabilir. Bu şekillere göre

1- Sık yükselme ve düşüşler şekil 22'de görülmektedir. Kaotik davranışlar bu özelliğe sahiptirler.

2-Sistemde ani niteliksel davranış değişimi şekil 22'de görülmektedir. Şekil 22'de yaklaşık 25. yıldan 40.yıla kadar farklı bir ara görülmektedir. İlk 25 yıl ve sonraki 10 yıl niteliksel olarak farklı özellikler göstermektedir. Kaotik davranışlar bu tip davranışa sahiptirler.

3-Kaotik davranışlar başlangıç değerlerindeki ve sistem parametrelerindeki değişikliklere çok hassastırlar. Sistem parametre değeri şekil 22’de $w= 3.94$ değerini alırken, şekil 23’te söz konusu değeri $w=3.935$ değerine indirdiğinden, şekil 22’deki BC alanı, şekil 23’te yok olmuştur. Sistem parametresindeki ufak bir değişiklik, sistemde büyük bir değişikliğe sebep olmaktadır.

4.2-Kaos Nasıl Oluşmaktadır?

Kaos geometrik olarak sistemlerin uzayıp katlanmasıyla oluşmaktadır. Sezgisel olarak bir hamurun oklava ile uzatılıp, yarısından ikiye katlanması şeklinde tanımlanan bir süreç kaosu matematiksel olarak bütün özelliklerini göstermektedir (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:496).

Lojistik dönüşümde sistem, sabit durumdan periyodik harekete, periyodik hareketten ise kaotik duruma geçmektedir. Savit (1998:54)’e göre $P(t+1)= Ap(t)[1-p(t)]=Ap(t)-Ap^2(t)$ gibi bir lojistik dönüşümün çeşitli parametreler için gösterdiği davranışlar aşağıdaki gibidir:

- 1- $0 < A < 1$ ise dönüşüm 0 sabit noktasına yaklaşır.
- 2- $1 < A < 3$ ise dönüşüm 0 olmayan sabit bir noktaya yaklaşır.
- 3- $3 < A < 4$ ise dönüşüm
 - a-ilk başta 2 değer arasında belirsiz bir süre gider gelir... Bu olay limit çevrim A_2 olarak adlandırılır.
 - b-limit çevrim A_2 'nin bitmesi ile 4 değer arasında belirsiz bir süre gider gelir... Bu olay limit çevrim A_4 olarak adlandırılır.
 - c-limit çevrim $A_{n/2}$ 'nin bitmesi ile n değer arasında belirsiz bir süre gider gelir... Bu olay limit çevrim A_n olarak adlandırılır.
- 4- $A_n < A < 3.89$ ise dönüşüm kaos oluşturur.
- 5- A 3.89 gibi bir nokta civarlarında küçük bir aralık oluşturuyor ise dönüşüm bu aralıkta kaos değil, bilakis kararlı limit çevrim A_3 oluşturur.
- 6- kararlı limit çevrim $A_3 < A < 4$ ise dönüşüm kaos oluşturur.

4.3-Kaos ve Türbülans

Bir çeşmeden akan su yavaş yavaş artırılırsa, suyun akışının görünümünde ne gibi değişiklikler olur? Stewart (2004:158)'a göre

- 1- Su ilk başta damlalar şeklinde (bir ritmi takip eder şekilde) akarak düzenli bir görünüm sergiler.
- 2- Daha sıklıkla çeşmeden akan damlalar daha sonra ritimlerini kaybederek; suyun düzensiz bir görünüm sergilemesine yol açar.
- 3- Damlaların çeşmeden akması sıklaştıkça, damlalar birleşerek suyun sabit ve sürekli bir akış şekline geçmesine yol açar.
- 4- Su, daha sonra oyun kartlarının masaya dağıtılırken, birbirleri üzerinden sürekli bir şekilde kaymaları gibi; ince tabakalar şeklinde birbirleri üzerinden kayan bir sıvı gibi hareket etmeye başlar. Bu sıvı dinamiği laminar (ince tabakalı) akım adını alır.
- 5- Su vanası normal düzeylerde bırakılıp, çeşmeden suyun normal düzeylerde akması sağlandıkça, su laminar şekilde akmaya devam edecektir.
- 6- Su vanası sonuna dek açılırsa; süreklilik gösteren laminar akım parçalanarak; lavabo tabanına büyük bir şiddetle vuran, köpüklü ve düzensiz bir su akışı görülmeye başlayacaktır. Bu akış ise türbülans şeklinde adlandırılır.

Kısaca su vanası yavaş yavaş açıldıkça aşağıdaki akış şekli takip edilecektir:

Damlalar şeklinde akış \Rightarrow İnce tabaklar şeklinde akış \Rightarrow Türbülans akış

Türbülans akış kaotik ve stokastik özellik değişimleri gösteren akış rejimidir. Her şeyin birbirine karıştığı bir yapıdır. Sigaradan yükselen duman türbülans akışa iyi bir örnektir. Duman ilk bir kaç santimetre laminar akış özelliği gösterirken; daha sonra türbülans akışa geçmektedir.

4.4-Türbülans

Türbülans birçok akışkanda görülen zaman bağlı kaotik davranış biçimi olarak da tanımlanırken; akışkanın bir bütün olarak hareketsizliğinden oluştuğuna inanılmakla birlikte; türbülans bir akışkanın hareket halindeki düzensizliğidir. Türbülans her türlü düzensizliklerin oluşturduğu bir karmaşa olmakla beraber; kararsızdır ve enerjiyi kendinde toplayıp bir sürüklenme oluşturur (Sardar ve Abrams, 2011:58). Türbülans

akış kaotik ve stokastik özellik değişimleri gösteren akış rejimi olup; türbülans partiküller arasında düşük moment difüzyon, yüksek moment konveksiyon (sebepsiz akışkan hareketi) ve uzay-zamanda hızlı basınç ve hız varyasyonlarını içermektedir.

Türbülans, bütün ölçeklerde bir düzensizlik yığını, kararlılık göstermeyen ve büyük ölçüde enerji emen bir hareketten gelişigüze dönen bütün kuralların yıkıldığı ve insanoğlunun şu ana dek ötesine geçemediği bir kavramdır (Gleick, 2008:122).

Akış koşullarının katmanlı (laminar) veya türbülanslı akışa sebep olup olmadığını Reynolds sayıları tanımlamakla birlikte; türbülans her ölçekte ortaya çıkan düzensizliktir. Akışkan ağıdalığı sebebiyle kinetik enerji yitirimlerinin olduğu akışkanlar katmanlı (laminar) akış olarak adlandırılırken; laminar akıştan türbülans akışa; akışkanın ağıdalığı düşürüldüğünde; ilgili akışkanın boyutu peyderpey büyüdüğünde veya akışkanın yoğunluğu artırıldığında geçiş olmaktadır. Laminar akış akışkan partiküllerinin düz ve paralel katmanlar şeklinde hareketi sonucu oluşur (NASA Allstar Network). Bir akışkanın partikülleri bütün yönlerde harekete başladığında ve akışkan karışımı oluştuğunda ise türbülanslı akış söz konusu olmaktadır (NASA Allstar Network).

Kesin olarak bilinmemekle birlikte aşağıdaki Navier-Stokes denklemlerinin türbülans özelliğini tasvir ettiğine inanılmaktadır.

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \mathbf{T} + \mathbf{f} \quad (16)$$

Yukarıdaki 16 numaralı denklem Newton'un ikinci kanununun F (kuvvet) = m (kütle) * a (ivme) akışkan dinamiği eşiti olup; Navier-Stokes denklemlerinin vektör denklemleri olmaları sebebiyle üç boyut için üç ayrı şekli söz konusudur (NASA Allstar Network). Yukarıdaki eşitlikte \mathbf{v} akışkanın süratini, ρ akışkan yoğunluğunu, p basıncı, \mathbf{T} materyal içinde bir noktaya uygulanan stresin (güç) bileşenini, \mathbf{f} akışkanın üzerine hacim başına uygulanan bedeni gücünü ve ∇ ise vektör diferansiyel operatörünü göstermektedir.

Denklemin sağ tarafı zamana bağlı ivme ve zamandan bağımsız uzaya göre alınan ivmeyi gösterirken; denklemin sağ tarafı yerçekimi gibi bedeni güçler ile tazyik ıraksamasının (basınç ve baskı) toplamını göstermektedir. Navier-Stokes denklemleri

momentum korunumunu işaret etmekle birlikte; bu denklemler doğrusal değildirler ve üç boyutlu çözümlerinin her zaman mevcut olduğu veya pürüzsüz oldukları (sürekli ve türevi alınabilir olmak) henüz kanıtlanamamıştır. Navier-Stokes denklemleri ikinci dereceden, homojen ve doğrusal olmayan kısmi diferansiyel denklemler oldukları için bu denklemleri saf halleriyle çözmek oldukça zordur (NASA Allstar Network).

Sıkıştırılmaz Newtonyan akışkan (ses veya şok dalgaları olasılığı ihmal edildiği zaman) varsayımı altında aşağıdaki eşitliğe ulaşılır:

$$\underbrace{\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right)}_{\text{Hacim başına atalet}} = \underbrace{-\nabla p}_{\text{tazyik iraksaması}} + \underbrace{\mu \nabla^2 \boldsymbol{\tau}}_{\text{viskozite}} + \underbrace{\mathbf{f}}_{\text{güçler}} \quad (17)$$

kararlı konvektif basınç ağdalılık diğer bedeni
 olmayan ivme düşümü ivme

Türbülans anaforldardan oluşur ve akışkanda zikzaklar çizen kısımlar ile girdaplar oluşturan akışkan bütün yönlerde henüz bilimsel açıklaması yapılamayan hareketler yapmaktadır (Moin ve Kim, Center for Turbulence Research Website).

Türbülanslı akışlarda çok değişik uzunluk ölçekleri vücut bulmakla birlikte; bu uzunluk ölçekleri yukarıdan akış alanı boyutları ve aşağıdan moleküler yapışkanlığın yayılım hareketi ile sınırlıdır (Tennekes ve Lumley, 1972:14).

Türbülans akışlar büyük Reynolds sayılarında vücut bulur. Türbülans kararlı olmayan laminar akışların bir sonucu olarak oluşurken; söz konusu kararlı olmama yapışkanlık ve doğrusal olmayan ataletin etkileşimi ile ilişkilidir (Tennekes ve Lumley, 1972:2). Bu etkileşim o kadar karışıktır ki; genel çözümleri olan doğrusal olmayan kısmi diferansiyel denklemler henüz geliştirilememiştir (Tennekes ve Lumley, 1972:2).

Türbülans devamlılık özelliği gösterir; öyle ki türbülanslı akışta oluşmuş en küçük ölçek bile moleküler uzunluk ölçeğinden çok daha büyüktür (Tennekes ve Lumley, 1972:3).

Türbülanslı akışlar akış özelliği gösterirler. Türbülans akışkanların bir özelliği değildir. Türbülans akışkan akışların bir özelliğidir (Tennekes ve Lumley, 1972:3). Bir dizi döngü türbülansla aynı anda gerçekleşir (Sardar ve Abrams, 2011:61).

Sigaradan yükselen duman türbülans akışa iyi bir örnektir. Duman ilk bir kaç santimetre laminar akış özelliği gösterirken; daha sonra türbülans akışa geçmektedir.

Henri Poincaré üniversitede anaför ve girdaplar konusunda ders vermesine rağmen, türbülansı teorileştirme yolunda bir girişimde bulunmamış olup; türbülansı kâinatta görmek mümkün olmakla beraber anlamak o kadar güçtür ki; türbülans konusu bir teoriler mezarlığı mahiyetindedir (Ruelle, 1999:50). Türbülans üzerindeki esrar perdesi günümüzde de hala mevcut olmakla beraber; finansal piyasaları daha iyi anlamak açısından aşağıdaki iki teoriye yer vermek zaruri gözükmektedir. Kâinatta mevcut olan türbülans ile finansal piyasalarda görülen türbülans nitelik açısından farklı olmakla beraber; matematiksel yönden söz konusu türbülanslar aynı matematiksel araçlarla analiz edilebilmektedir (Mandelbrot ve Hudson; 2004:116). Mandelbrot, türbülans incelenirken fraktal geometrinin zaruri olduğundan bahsetmekte; türbülansı açıklamakta çoklu-fraktallığın temel olduğunu söylemektedir (Mandelbrot ve Hudson; 2004:117). Doğada birçok yapıda görülen pürüzlülük türbülansın da özünü oluşturmaktadır (Mandelbrot ve Hudson; 2004:125).

4.5-Türbülans ve Hopf-Landau Teoremi

Landau'ya göre akışın sürmesini sağlayan gücün azalıp çoğalmasına bağlı olarak akışta farklı görünümeler ortaya çıkmaktadır. Çevremizde gördüğümüz birçok cisim bir darbe aldığı zaman titreşim veya salınım denilen bir dizi periyodik harekete başlar; bu periyodik hareket dizisini oluşturan hareketlerden her biri mod olarak adlandırılmaktadır (Ruelle, 1999:52). Bir dış güç tarafından etkilenen akışkanın belli sayıdaki modlarının hareket kazandığını savunan Landau'ya göre; eğer modların tümü hareketsiz ise düzgün akış; tek bir mod hareketlendiği zaman periyodik akış; birden çok

modun harekete geçmesi halinde düzensiz akış ve en sonunda çok sayıda modun hareket kazanmasıyla türbülans ortaya çıkmaktadır (Ruelle, 1999:52).

Türbülans Landau'ya göre iki tarafa doğru sallanan denge yitirmelerinin (wobbles) birikmeleri sonucu oluşurken; denge yitirmelerinin oluşma mekanizması Hopf dallanması ile açıklanmaktadır. Wobble, kuyunun kararsız hale geçerek kaynak haline gelmesine; ve kaynağın periyodik hareketi simgeleyen limit evresi ile çevrelenmesi sonucu oluşmaktadır. Landau-Hopf teoremine göre türbülansın başlaması akışkanı etkileyen dış gücün büyümesi ile akışkanın türbülans durumuna geçmesi olarak açıklanmaktadır (Ruelle, 1999:53).

Buna göre türbülans başlangıcı Hopf-Landau teoremine göre

Kuyu \Rightarrow Kaynak \Rightarrow Limit Evresi \Rightarrow Periyodik Hareket \Rightarrow Wobble \Rightarrow Wobble Birikmeleri \Rightarrow Türbülans akış şeklinde oluşmaktadır (Stewart, 2004:161).

4.6-Türbülans ve Ruelle-Takens Teoremi

Hopf-Landau türbülansı modlarla açıklarlarken; Ruelle-Takens türbülansı garip çekiciler ile açıklamaktadırlar. Bu teoreme göre türbülans birçok modun çakışması ile değil, garip çekiciler ile açıklanmaktadır. Garip çekiciler türbülansı başlatıyor ise; türbülansı açıklamaya çalışan herhangi bir teori başlangıç durumuna hassas bağlılık göstermek zorundadır. Hopf-Landau teoremi bazı bilim çevrelerince 1970'de yeterli görülmeince; Stewart (2004:162)'a göre Ruelle ve Takens aşağıdaki senaryoyu geliştirdiler:

Sabit durum \Rightarrow Tek bir Wobble \Rightarrow Periyodik Hareket \Rightarrow Ek sıklık eklenmesi

\Rightarrow Sıklık kilitlenmesi (iki bağımsız periyodik hareket tek periyotlu periyodik bir harekete dönüşür) veya

\Rightarrow Garip çekiciler (üç ek sıklık eklenmesi ile bu sıklıklar kilitlenmez ve yeni bir nesne oluşturur) \Rightarrow Garip çekiciler dinamiği \Rightarrow Bir kısım türbülans akışı

Ruelle ve Takens'a göre sıvı türbülansı garip çekicilerin de içinde yer aldığı bir senaryoya göre gelişmektedir. Garip çekicilerin türbülansın bir kısmına sebep olduğu

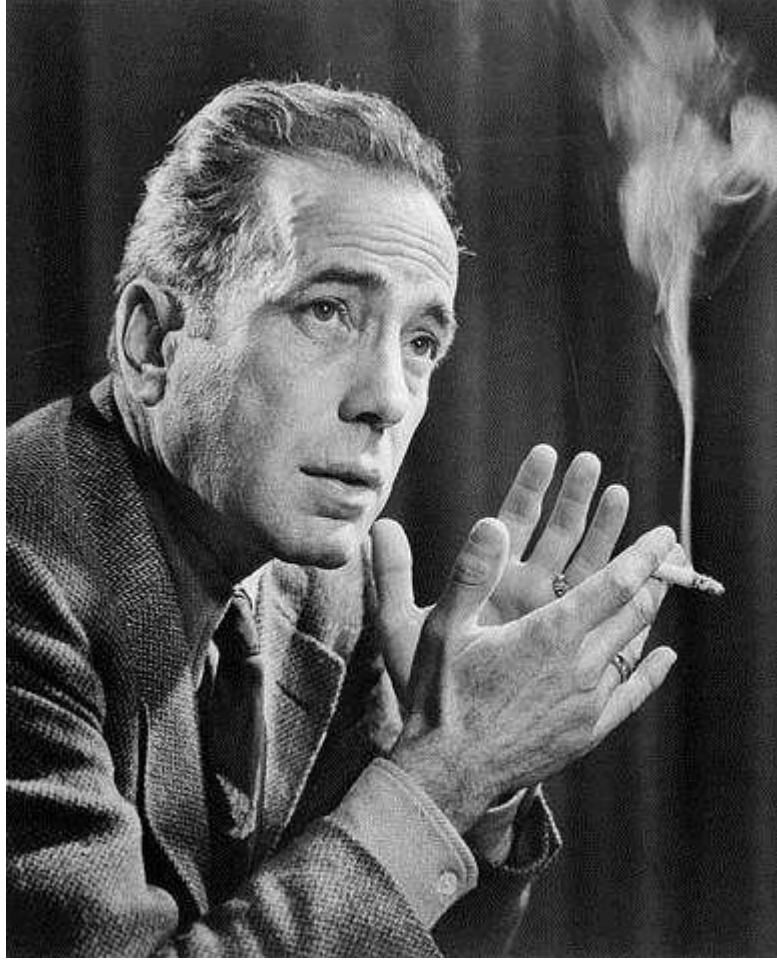
düşünülürken; türbülans hakkında hala çoğu şey gizemini korumaktadır. Richard Feynman'a göre klasik fiziğin çözemediği en önemli problem türbülanstır. Şu an için birçok türbülans sonucunun sınırlar sebebi ile oluştuğu gözükmekte olsa bile; bu sınırlar ile garip çekiciler arasındaki ilişki hala bilinmemektedir (Stewart, 2004:180).

Yukarıda yer alan teorem bilim adamlarının kafasında yeni sorular oluşmasına yol açmıştır. Sardar ve Abrams (2011:61)'a göre bu sorular şu şekilde özetlenebilir:

1-Sınırlı bir uzayda sınırsız sayıda döngü ve spiral nasıl var olabilir?

2-Bu kadar küçük bir alanda bu kadar çok hareket nasıl olabilir?

Sonuç olarak, su vanası sonuna dek açılırsa, türbülans akış oluşur. Bu akışın bir kısmı kaotik (garip çekicilerin sebep olması sonucu) özellikler göstermektedir. Aşağıda şekil 24'te bir sigara dumanında görülen laminar ve türbülans hareketine dair bir örnek görülmektedir.



Şekil 24: Türbülans

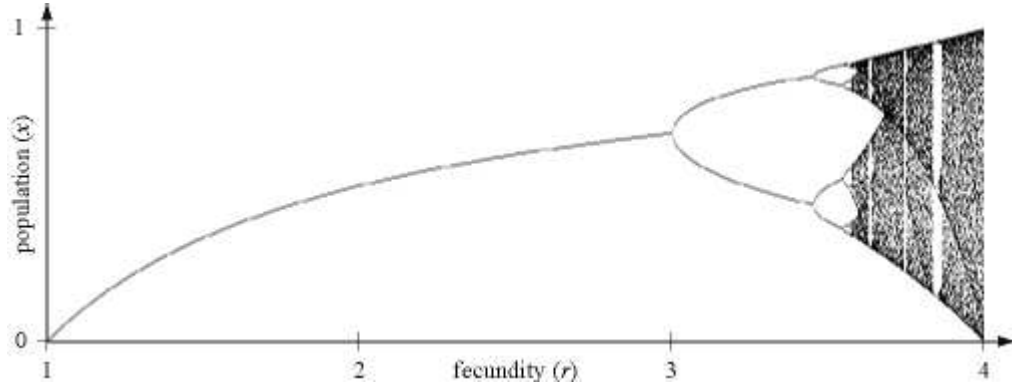
Ruelle'ye göre türbülansı yarı-periyodik çekicilerden ziyade garip çekiciler ile karakterize etmek daha iyi bir yoldur (Ruelle, 1980: 135). Genliğin karesi ile frekansın fonksiyon olarak ifade edildiği matematiksel yapı frekans tayfı olarak adlandırılmaktadır. Yani $f(\text{genlik} = g) = g^2 = \text{frekans eşitliği}$ frekans tayfı olarak bilinmektedir. Zaman kesikli ise yarı-periyodik frekans tayfı elde edilirken; bir sistem için zaman gelişimi sürekli ise bu zaman gelişimini oluşturan garip çekicilerdir ve bunun sonucu olarak sürekli frekans tayfı elde edilir (Ruelle, 1980: 135). Türbülanslı akışkanların sürekli frekans tayfına sahip olduğu düşünüldüğünde; bu sürekliliğin çok sayıda birbirinden bağımsız frekansların yığılması sonucu oluştuğu fikri bir zamanlar hâkimken; yapılan deneyler sonucu sürekli frekans tayfının söz konusu yığılımdan oluşmadığı görülmüş olup; türbülansın başlangıcının garip çekicilerin ortaya çıkmasıyla olabileceği mümkün gözükmemektedir (Ruelle, 1980: 136).

4.7-Kaosun Global Nitelikleri

Herhangi bir yapının daha küçük kopyaları da mevcut ise; bu kopyaların büyüklükleri ölçekleme tarafından belirlenir. Renormalization metodunun temeli matematiksel bir yapının değişik seviyelerde kendisini tekrar etme eğilimidir (Stewart, 2004:184). Renormalization metodunda kendine benzerlik tamdır (yani yaklaşık değildir).

Feigenbaum araştırmaları esnasında belli bir düzenin doğrusal olmayan bir sistemden diğerk doğrusal olmayan sisteme taşındığı fark etti (Sardar ve Abrams, 2011:66). Feigenbaum bir incir ağacının gövdesi kırılrsa, o ağacın yaklaşık 4.669 ölçeğinde küçültülmüş bir kopyasının elde edileceğini bulmuştur. Feigenbaum'a göre, hangi dönüşüm çeşidini kullanırsanız kullanın (lojistik, trigonometrik vb.), bu dönüşüm dinamiği feigenbaum transformasyonuna yaklaşma ile sonuçlanır (Stewart, 2004:193). Değişik transformasyonlar aynı ölçek oranını vermektedir. Renormalization metodunda hangi türevi alınabilir ve sürekli eğri ile başlarsanız başlayın, renormalization metodunun verdiği sonuç düz bir çizgidir. Renormalization metodunun global çekicisi bu düz çizgidir (Stewart, 2004:191).

Navier-Stokes denklemlerinin içinde öyle bir matematiksel süreç vardır ki bu süreç tek hörgüçlü bir transformasyonun 4.669 ölçekli çiftlenen periyotlu şelale şeklindeki formunu karşımıza çıkarır. Çiftlenen periyotlu dallanmalar vasıtasıyla bir sistem kaosa ulaşıyorsa, 4.6692016090 ölçeği global bir nitelik taşır. Feigenbaum dönüşümü transformasyon dinamiği içinde 4.6692016090 ölçeğinde kendine benzerliğin tam olduğu küçültülmüş kendi kopyalarını oluşturmaktadır. 4.6692016090 ölçeği feigen-değeri olarak adlandırılır ve bu sayı globaldir.



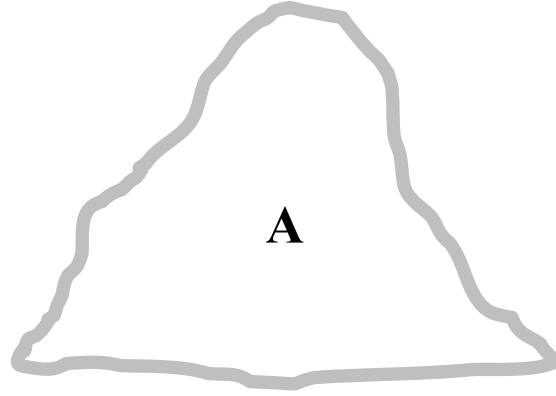
Şekil 25:Lojistik Modelin Çatallanması

$f(x, r) = 4r(1-2x)$ şeklinde bir lojistik dönüşüm farz edelim. Yukarıda şekil 25'te r 'nin küçük değerleri için periyodik yörüngeler gözükmektedir. R 'nin biraz daha artırılması ile iki periyotlu yörünge stabilitesini kaybederek; dört periyotlu bir yörünge haline dönüşecektir. R 'nin artan değerleri için çiftlenen periyotlu dallanmalar sırasıyla 1,2,4,8,, 2^k değerlerini takip edip $r_{\infty} = 0.8924864$ değeri için en son periyodik dallanma oluşacaktır.

Çiftlenen periyodik dallanmalar yoluyla kaosa ulaşan bir sistem için $\delta_k = \frac{rk - rk - 1}{rk + 1 - rk}$ oranı küresel bir nitelik taşır. K sonsuz olduğunda bu rakam 4.66920....., sayısına yaklaşmakta ve kaosa bu yolla ulaşan sistemlerde bu rakam global özellik göstermektedir. Söz konusu yukarıdaki eşitlikte rk periyot 2^k nin doğmasına yol açan r değeridir (Hilborn, 2000:49). Feigenbaum her çift periyotlu dallanmanın kendinden bir önceki dallanmanın küçük bir kopyası olduğunu bulmuş ve bu kopyaların 4.66920 global ölçeğine göre oluştuğunu keşfetmiştir.

4.8-Genel Dinamik Bir Sistem Uzun Dönemde Nasıl Davranır?

Bu tip dinamik bir sistem uzun dönemde bir çekici haline dönüşür. Aşağıda şekil 26'da çekici A haline gelen dinamik bir sistem görülmektedir (Stewart, 2004:98):



Şekil 26: Dinamik Bir Sistem

4.9-Kaosun Matematiksel Olarak Tespiti

4.9.1-Global Lyapunov Üsseli

M gibi tek boyutlu dinamik bir sistemi başlangıç durumu olarak kabul edilen X_i durumuna uygulayalım. X_i küçük bir itme ile x_i+dx_i noktasına geçecektir. M dinamik sistemi r kez uygulandığında sistem

$$dx_r \sim e^{rh} dx_i \quad (17)$$

eşitliğini gerçekleştirecektir (Ott, 2002:56).

Buna göre Lyapunov üsseli (h) sonsuz derecede küçük bir yakınlıktaki iki noktaya M dinamik sistemi r kez uygulandığında; bu iki noktanın birbirlerinden olan iraksamalarının (uzaklaşmalarının) ortalama üssel oranını (h 'yi) gösterecektir. Yani

$$h = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{r} \ln \left| \frac{dx_r}{dx_i} \right| \quad (18)$$

formülü global Lyapunov üsselini vermektedir.

$$\frac{dM^r(x_{i+r})}{d(x_i)} = \frac{d(x_{i+1})}{d(x_i)} \cdot \frac{d(x_{i+2})}{d(x_{i+1})} \cdots \frac{d(x_{i+r})}{d(x_{i+r-1})} \quad \text{ise} \quad (19)$$

$$\frac{dM(x_{i+1})}{d(x_i)} \equiv M'(x_i) \text{ olmak üzere}$$

$$\frac{dx_r}{dx_i} = M'(x_i) \cdot M'(x_{i+1}) \cdot M'(x_{i+2}) \cdots M'(x_{i+r-1}) \text{ gerçekleşir.} \quad (20)$$

Doğal ölçümün varlığı dolayısıyla eşitlik 18'e eşitlik 19 ve 20 koyulduğunda

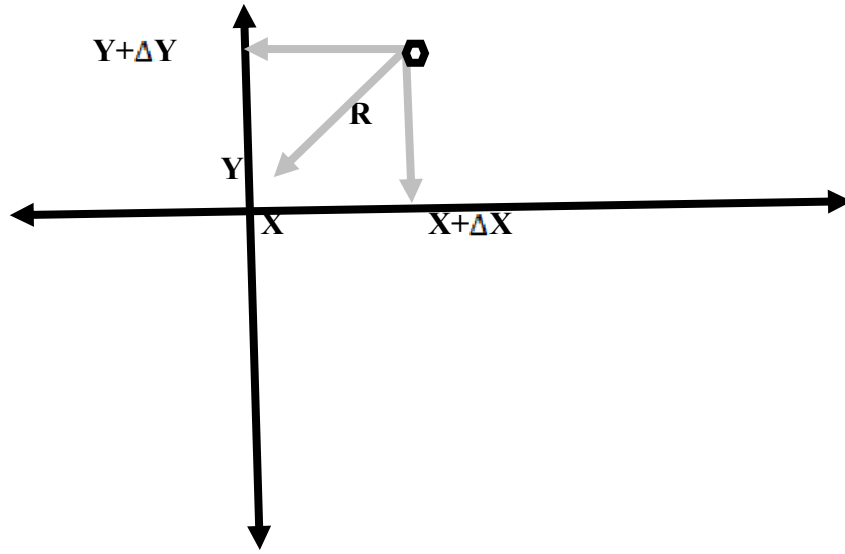
$$h = \int \ln |M'(x)| d\mu(x) \quad (21)$$

çekiciler havuzundaki her bir x değeri için aynı Lyapunov üsseline ulaşılır.

$$H = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{r} \sum_{r=0}^{r-1} \ln |M'(x_r)| \quad (22)$$

formülü bir dönüşüm için küresel Lyapunov üsseli vermektedir ki; lokal Lyapunov üsselinin ortalaması alınarak bulunmaktadır (Sprott, 2004:105). Bu formül iki başlangıç noktasına ilişkin uzayın ortalama gerilmesini göstermektedir. Bu üssel kararlı sabit nokta ve devirler için negatif olurken; kaotik çekiciler için ise pozitifdir.

4.9.2-İki Boyutlu Dönüşümlerde Lyapunov Üsseli



Şekil 27: Lyapunov Üsselinin Çıkarım Grafiği

$$X_{i+1} = F(X_i, Y_i)$$

$Y_{i+1} = G(X_i, Y_i)$ gibi bir dönüşümün ($\Delta X, \Delta Y$) kadar ölçüm hatası sebebiyle oluşan yeni başlangıç durumu; ilk başlangıç durumundan $\Delta R^2 = \Delta X^2 + \Delta Y^2$ birim uzakta oluşacaktır (Şekil 27).

İlk iterasyon sonucu

$$\Delta X_1 = \Delta X_0 \frac{\partial F}{\partial X} + \Delta Y_0 \frac{\partial F}{\partial Y}$$

$$\Delta Y_1 = \Delta X_0 \frac{\partial G}{\partial X} + \Delta Y_0 \frac{\partial G}{\partial Y} \text{ ve}$$

$$\Delta R_1^2 = (a\Delta X_0 + b\Delta Y_0)^2 + (c\Delta X_0 + d\Delta Y_0)^2 \text{ olurken}$$

$$a = \frac{\partial F}{\partial X}, b = \frac{\partial F}{\partial Y}, c = \frac{\partial G}{\partial X}, d = \frac{\partial G}{\partial Y} \quad (23)$$

kabul edilmiştir (Sprott, 2004:110).

Buna göre global Lyapunov üsseli $\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{r} \sum_{r=0}^{r-1} \ln|\Delta R_{r+1}/\Delta R_r|$ olarak oluşacaktır.

4.9.3-Herhangi Bir Boyutta Lyapunov Üssel Tayfı

N boyutlu bir sistemin n tane Lyapunov üsseli vardır. Bir sistemin kaotik olup olmadığı, o sisteme ait en büyük Lyapunov üsseli belirlenerek bulunur (Sprott, 2004:118). Bir sistem için kaotik yapıyı belirlemek üzere aşağıdaki tabloya başvurulabilir (Sprott, 2004:120).

Tablo 1
Lyapunov Üssel Tayfı

λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	ÇEKİCİ	BOYUT
-	-	-	-	Denge noktası	0
0	-	-	-	Limit Devri	1
0	0	-	-	2 torus	2
0	0	0	-	3 torus	3
+	0	-	-	Garip kaotik	2'den büyük
+	+	0	-	Garip hiper kaotik	3'den büyük

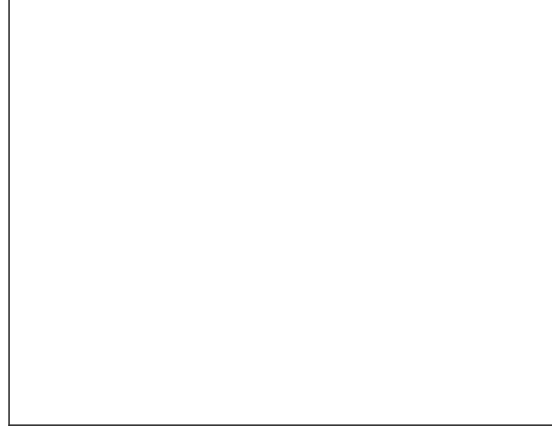
Bir dinamik sistemin çekicisinin boyutu, o dinamik sistemin karmaşıklığını ölçmekte olup; bir sistemin çekicisinin boyutu en fazla o sistemin değişken sayısı kadardır. Eğer en büyük Lyapunov üsseli sıfır veya negatif ise, çekicinin boyutu, sıfır üssel sayısına eşit olup; en büyük Lyapunov üsseli pozitif olduğunda ise; sistem kaotik olup, çekici

garip çekicidir. Kaotik akış pozitifler yanında sıfır üssel sayısına da sahip ise, sistemin boyutu ikiden küçük olamaz.

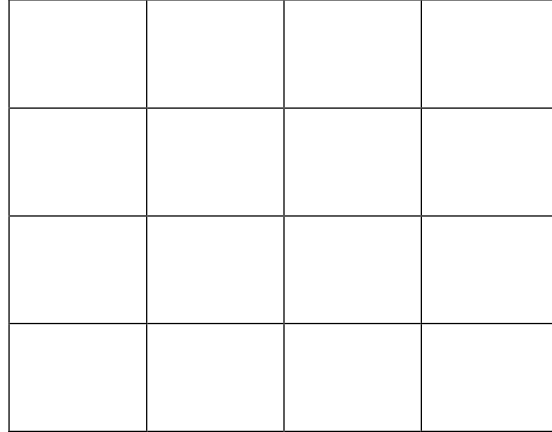
4.9.4-Kutu Sayma Boyutu

Kutu sayma boyutu (BCD) benzerlik boyutu tekniğinden esinlenerek geliştirilmiştir. Benzerlik boyutu tekniğini şöyle özetlenebilir:

T1 zamanında bir kareye sahip olalım.



T2 zamanında bu kareyi sütun ve satır olarak 4 eşit parçaya bölelim.



T3 zamanında 16 tane birbirinin aynı kare (f) ilk büyük karenin satır ve sütun olarak 4 eşit parçaya (g) bölünmesi ile oluşturuldu.

Böylece $f = g^d$ (24) eşitliğine ulaşırız.

Burada d benzerlik boyutunu temsil etmektedir. Örneğe dönersek $16 = 4^2$ eşitliğinde 2 benzerlik boyutunu göstermektedir. 24 nolu eşitlik ise aşağıdaki eşitliğe eşit olmaktadır:

$$\log_g f = d \quad (25)$$

25 nolu eşitlik ise

$$\log_g f = \log_g e \cdot \log_e f = \log_e f \div \log_e g = \frac{\ln f}{\ln g} = d \quad (26)$$

26 nolu eşitlik haline dönüşür.

Kutu sayma boyutu bulunurken $d = \frac{\ln f}{\ln g}$ benzerlik boyutundan yararlanılır. Benzerlik boyutu şu şekilde de düşünülebilir: Dönüşüm sürecinin her basamağında elimizde kalan parça sayısı N olsun. Dönüşüm uygulanırken ilk süreç ikinci süreçte kaç eşit parçaya bölünüyor ise; bu sayı R ile gösterilirse $N = R^d$ eşitliği benzerlik boyutu

$$D_i = \log N / \log R \quad (27)$$

şeklinde oluşur. Buna göre S d boyutlu Öklid uzayının alt kümesi olsun. ϵ gibi sonsuz küçüklükte olan N (ϵ) tane minimum sayıda d boyutlu küpler S kümesini tamamen dolduracaktır. C (burada S oluyor...) uzunluğundaki bir doğru ϵ gibi büyüklüklere bölünürse; $N(\epsilon) = \frac{C}{\epsilon}$ olacaktır. V hacimli büyük bir küp bir kenarı ϵ olan küçük küplere bölünürse; $N(\epsilon) = \frac{V}{\epsilon^3}$ olacaktır. Burada dikkat edilmesi gereken nokta ilgili küme $N(\epsilon) \sim (\frac{1}{\epsilon})^d$ sağlamaktadır. Buna göre eşitlik 27'ye göre bir küme için

$$d = \frac{\ln N(\epsilon)}{\ln(\frac{1}{\epsilon})} \quad (28)$$

olmaktadır. Buna göre kutu sayma boyutu

$$KSB = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\epsilon)}{\ln(\frac{1}{\epsilon})} \quad (29)$$

şeklinde hesaplanabilir (Ott, 2002:72).

KSB hesaplanırken sadece yaklaşık bir sonuç bulmak için her bir küpün kenar uzunluğu ϵ olarak hesaplanır ve S ihmal edilir. KSB uygulamada çok nadiren kullanılmakta olup; hesaplanması için diğer fraktal boyutlara göre çok daha gelişmiş bilgisayarlar gerektirmesi KSB'nin en büyük handikaplarından biridir. Bazı yörüngelerin bazı kutuları diğer kutulara göre daha sık ziyaret etmesi ve kutu sayma boyutunun bütün kutuların aynı sıklıkla ziyaret edildiği varsayımına dayanması başka boyut hesaplama tekniklerine ihtiyaç olduğu sorununu gündeme getirmiştir.

4.9.5- Bilgi Boyutu

Tipik bir çekiciler havuzundaki X_0 noktası için, tipik bir küpün doğal ölçümü (natural measure):

$$\mu_i = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\rho(c_i, x_0, T)}{T} \quad (30)$$

olur (Ott, 2002:80). Bu eşitlikte ρ X_0 noktasından oluşmuş bir yörünge'nin c_i 'de $0 \leq t \leq T$ zaman aralığında geçirdiği zamanı göstermektedir. Doğal ölçüm μ lebesgue ölçümü sıfır olmayan çekiciler havuzundaki bütün noktalar için aynı sonucu verir. Bu durumda bu tip noktalar tipik noktalar olarak adlandırılmaktadır (Ott, 2002:80). Tipik noktalar zamanlarının büyük bir kısmını çekiciyi kaplayan (çekiciye eşit olan) azınlık sayıdaki küpte geçirmektedirler. Kutu sayma boyutu bazı küplerin daha sık ziyaret edildiği gerçeğini göz ardı etmektedir. $N(\epsilon)$ 'yi oluşturan küplerin yerinin bilgiyi temsil ettiği düşünülürse (noktaların yerini ϵ doğruluğunda farz ederek belirleyebilmek için ne kadar bilgi gerektiğini $N(\epsilon)$ gösterir); kutu sayma boyutu gerekli ϵ doğruluğunda doğruluk artıkça gerekli bilginin ne kadar hızlı geldiğini ölçer (Ott, 2002:74). Daha sık veya daha az ziyaret edilen küplerin doğal ölçümlerini farklı kabul eden D_r

$$D_r = \frac{1}{1-r} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\ln I(r, \epsilon)}{\ln \left(\frac{1}{\epsilon}\right)} \quad (31)$$

olur (Ott, 2002:81).

Bu eşitlikte

$$I(r, \epsilon) = \sum_{i=1}^{N(\epsilon)} \mu_i^r \quad (32)$$

olmaktadır. Burada dikkat edilmesi gereken nokta r sürekli bir endeks olup; $r > 0$ için μ_i 'nin göreceli büyük değerleri D_r 'nin belirlenmesinde göreceli olarak daha etkili olurken; $r = 0$ için $I(0, \epsilon) = N(\epsilon)$ olmaktadır. Bir diğer belirtilmesi gereken nokta R üsseli arttıkça D_r 'nin azalmakta olduğudur.

$$D_1 = \lim_{r \rightarrow 1} D_r \text{ eşitliğinden } D_1 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^{N(\epsilon)} \mu_i \ln \mu_i}{\ln \epsilon} \quad (33)$$

nolu eşitliğe ulaşılır ki; D_1 bu eşitlikte bilgi boyutu olarak adlandırılmaktadır (Ott, 2003:81).

Bilgi boyutu çekici ölçümünün büyük bir kısmını kapsayan en küçük kümenin kutu sayma boyutu olarak da anlaşılabilir (Ott, 2002:89). ε düşerken, bir çekici üzerindeki noktaya dair bir bilginin ne kadar hızlı geldiğinin ölçümü bilgi boyutu olarak bilinmektedir (Sprott, 2004:339). Bilgi boyutu kutu sayma boyutunun alt sınırını oluşturmaktadır (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:685).

4.9.6-Kütle Boyutu

Kütle boyutu matematikte geçen yuvarlar vasıtasıyla tanımlanmaktadır. Matematikte yuvar bir kürenin iç hacmini oluşturan uzay olarak tanımlanmaktadır. Tanımlamada yuvar kullanımı metrik uzaylar için bu boyut tanımının yuvarlar vasıtasıyla genelleştirilebilmesi ve ilgili fraktalın çevresinden bağımsız olması durumunda açık yuvar tanımının ilgili fraktal üzerindeki noktalar arasındaki mesafeyi ölçebilmesidir. Buna göre kütle boyutu

$$Dp(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln \mu(B\varepsilon(x))}{\ln \varepsilon} \quad (34)$$

olarak tanımlanmaktadır (Ott, 2002:89).

Bu eşitlikte $\mu(B\varepsilon(x))$ N boyutlu faz uzayındaki x noktası merkezli ε yarıçaplı bir yuvarı göstermektedir. Ergodik bir ölçüm

$$\mu = p\mu_1 + (1-p)\mu_2, \quad 0 < p < 1, \quad \mu_1 \neq \mu_2, \quad (35)$$

şeklinde oluşturulamayan bir ölçümdür (Ott, 2002:56). Ergodik bir ölçümde, herhangi bir x noktası için $\mu = 0$ olan küme hariç, $Dp(x)$ bütün x konumları için aynı sonucu verir.

Bu boyut sezgisel olarak ε yarıçapının hangi üsseli ε yarıçaplı ergodik bir yuvar oluşturur olarak anlaşılabilir.

4.9.7-Korelasyon Boyutu

Korelasyon boyutu fraktal nesnelerin boyutunu belirlemek için kullanılmaktadır. Nokta sayısı sonsuza yaklaşırken, noktalar arasındaki mesafe 0'a yaklaşır

$$C(\varepsilon) \sim \varepsilon^v \quad (36)$$

nolu eşitlik gerçekleşmektedir. V burada korelasyon boyutunu göstermekte olup; korelasyon integrali

$$C_{a, r}(\epsilon) = \sum_{t < s} I\epsilon(x_t^a, x_s^a)^* [2/r_a (r_a-1)] \quad (37)$$

ile ifade edilirse; log(korelasyon integrali)-log(ϵ) grafiği korelasyon boyutu hesaplamasını verir. Sezgisel olarak nokta sayısı sonsuza giderken kaç tane Cauchy serisi oluşur; yani aralarındaki mesafe en fazla ϵ veya daha küçük olan kaç tane nokta vardır sorusu korelasyon boyutu ile cevaplanır.

4.9.8-Kaplan-Yorke Boyutu

Lyapunov üssellerinin toplamı hiperhacim genişlemesinin uzun dönemde ortalama oranı olup; bir örnek verilecek olursa; Lyapunov üssellerinin toplamı sıfır ise, d boyutlu hiper hacim ne genişler ne de daralır ve ilgili yörünge d boyutlu olur (Sprött, 2004:121). Lyapunov üssellerinin toplamı sıfır veya sıfırdan büyük ise; en büyük Lyapunov üsseli topolojik boyutu verirken; bu boyuttan bir büyük boyutta ancak çekici mevcut olabilmekte ve hiperhacim bu boyutta daralmaktadır (Sprött, 2004:121).

Kaplan-Yorke (Lyapunov) boyutu, λ_i en büyük Lyapunov üsseli olmak üzere,

$$D + \frac{1}{|\lambda_{i+1}|} \sum_{r=1}^D \lambda_r \quad (38)$$

formülü ile hesaplanmaktadır. Bu formülde D Lyapunov üssellerinin toplamıdır. Bu formül sezgisel olarak, “n tane Lyapunov üsselinin toplamı n elemanlı bir hacmin artışı iken; söz konusu toplam negatif ise, n elemanlı hacim azalıyor” fikrini vermektedir. Kaplan-Yorke boyutu ilgili hacmin ne arttığı ne de azaldığı boyutu göstermektedir.

4.9.9- Boyutlar Arasındaki İlişkiler

Boyutlar arasında

$$D_e \geq D_o \geq D_h \geq D_1 \geq D_2 \geq \dots \geq D_t \quad (39)$$

nolu eşitlik geçerlidir (Sprött, 2004:339). Bu eşitlikte D_e Öklidyen boyutu, D_o kutu sayma boyutunu, D_h Hausdorff boyutunu, D_1 bilgi boyutunu, D_2 korelasyon boyutunu ve D_t topolojik boyutu göstermektedir.

4.9.10-Entropiler

Kaosu sayısal olarak ifade edebilen teknikler arasında metrik ve topolojik entropiler de sayılabilir. Kaotik sistemler için söz konusu entropiler pozitif olurken; kaotik olmayan sistemler için bu entropiler sıfır değeri almaktadır. Lyapunov üsselinin daha kullanışlı olmasının sebebi bu entropilerin alacağı değerleri belirlemenin son derece zor olmasıdır.

4.9.10.1-Metrik Entropi

Kolmogorov ve Sinai dolayısıyla K-S entropi olarak bilinir. Metrik entropi kaotik yörünge ilerledikçe, bilgi oluşumunun aldığı değeri gösteren bir sayı olarak düşünülebilir (Ott, 2002:146). Metrik entropi gelişigüzelliği ölçmek için de kullanılır. Bir olayın olasılık değeri düştükçe o olayla ilgili olarak daha az bilgiye sahip olduğumuz için kesinlik azalır. Kesinliliğin azalması ile birlikte tahminleme yapmak güçleştiği için entropi artar. Olasılık oranlarının aynı olduğu n taneli bir küme için bir olayın olma olasılığı 1/n ise; kesin olmamak

$$u = \log_b n \quad (40)$$

ile hesaplanmaktadır. B sayısı 2 olarak seçildiğinde, belirsizlik bit cinsinden bulunmuş olur. Bir olayın entropi ise o olayın kesin olmaması derecesini sayısallaştıran 41 nolu eşitliğin beklenen değeridir. Buna göre Shannon entropisi, $p(x)$ x olayının olasılık değerini göstermekte ise

$$H = \sum_{i=1}^N p(x_i) \cdot \ln p^{-1}(x_i) \quad (41)$$

olmaktadır (Ott, 2002:146). W gibi etrafı çevrili ve olasılık ölçümü M dönüşümü altında değişmez olan bir bölgeye sahip olunsun. Bu bölge r tane birbirlerinden ayrık olan bölgeye ayrılınsın (yani $W = W_1 \cup W_2 \dots \dots W_r$ olsun) Bu durumda W_i için Shannon entropisi

$$H(\{W_i\}) = \sum_{i=1}^r \mu(W_i) \cdot \ln[\mu(W_i)]^{-1} \quad (42)$$

olmaktadır.

W_i ayrık alanları ile n kez daha küçük ayrık bölgeler aşağıdaki yöntemle oluşturulsun:

$A = (\{1,6\}, \{2,7\}, \{3,8\}, \{4,9\}, \{0,5\})$ kümesinin ayrık kümeleri (partition) oluşturulsun:

T1 zamanında $PA = (\{1,7\}, \{6,2\}, \{3,0\}, \{8,5,4,9\})$ ayrık kümesi oluşturuldu.

T2 zamanında ayrıntılaştırma (refinement) yapılırsa: $RVA = (\{1\}, \{7\}, \{6,2\}, \{3,0\}, \{8,5,4,9\})$

T3 zamanında ayrıntılaştırmaya devam edilir. $RVA = (\{1\}, \{7\}, \{6\}, \{2\}, \{3,0\}, \{8,5,4,9\})$

....
...

TR zamanında ayrıntılaştırma son bulur. $RVA = (\{1\}, \{7\}, \{6\}, \{2\}, \{3\}, \{0\}, \{8\}, \{5\}, \{4\}, \{9\})$ olur.

W_i ayrık alanları ile r kez daha küçük ayrık bölgeler yukarıdaki yöntemle oluşturulsun. Ayrık kümeleştirme (partition) ve ayrıntılaştırma (refinement) soyut matematik işlemleri W_i ayrık alanlarına uygulanırsa;

$Q = \{Q_1, \dots, Q_r\}$ gibi ayrık kümelerden oluşsun. (X, B, M, μ) gibi bir dinamik sistem için Q 'nun geriye doğru r defa M iterasyonu

$M^{-1}Q = \{M^{-1}Q_1, \dots, M^{-1}Q_r\}$ olursa ve Q ve R gibi iki ayrık kümenin ayrıntılaştırması

$Q \vee R = \{Q_i \cap R_v \mid i=1, \dots, r, v=1, \dots, r, \mu(Q_i \cap R_v) > 0\}$ olarak tanımlanırsa

Q 'nun geriye doğru r defa M iterasyonunun ayrıntılaştırması

$V_{r=0}^R M^{-r}Q = \{Q_{i_0} \cap M^{-1} \dots \cap M^{-r} Q_{i_r} \mid \mu(Q_{i_0} \cap M^{-1} \dots \cap M^{-r} Q_{i_r}) > 0\}$

olur. W gibi bir ayrık kümenin entropisi $H(\{W_i\}) = \sum_{i=1}^r \mu(W_i) \cdot \ln[\mu(W_i)]^{-1}$ olursa ve (X, B, M, μ) gibi bir dinamik sistemin W gibi ayrık kümelere göre ölçüm-teorik entropisi

$$h_\mu(M, W) = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{1}{R} H(V_{r=0}^R M^{-r}W) \quad (43)$$

şeklinde formülze edilirse; (X, B, M, μ) gibi bir dinamik sistemin Kolmogorov-Sinai (metrik) entropisi aşağıdaki gibi olur:

$$h_\mu(M) = \sup h_\mu(M, W) \quad (44)$$

Bir sistemin kaotik olarak isimlendirilebilmesi için, o sistemin metrik entropisi pozitif bir değer almalıdır. Bir metrik entropinin en fazla pozitif Lyapunov üssellerinin toplamı kadar olabileceği bulunmuştur. Metrik entropi sezgisel olarak şu şekilde anlaşılmalıdır: Dinamik bir sistem için her iterasyon başına oluşan bilgi metrik entropi olarak adlandırılmaktadır.

4.9.10.2-Topolojik Entropi

Ayrık alanlar aynı metrik entropi de olduğu gibi hesaplanırken; $N^n (\{W_i\})$ ayrık parça $\{W_i\}$ bileşenlerinin sayısını göstermektedir. Buna göre M gibi bir dönüşüm için topolojik entropi

$$h (M, \{W_i\}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n} \ln N^n (\{W_i\}) \right] \quad (45)$$

olursa; topolojik entropi

$$h (M) = \sup h (M, \{W_i\}) \quad (46)$$

olarak ifade edilir (Ott, 2003:151). Sezgisel olarak iterasyon başına düşen W_i ayrık alanlarının sayısı bu entropi ile bulunmaktadır. Topolojik dinamik bir sistem için topolojik entropi sistemin karmaşıklığını ölçmektedir.

4.10-Çoklu Fraktallar

$$\alpha = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln \mu(B_\varepsilon(x,y))}{\ln \varepsilon} \quad (47)$$

nolu eşitlik kütle boyutunu göstermektedir. $\alpha (x,y)$ noktasında Hölder üsseli olarakta bilinmekte olup; eğer bu üssel çekici üzerindeki bütün noktalar için aynı değilse; bu durumdaki çekici çoklu fraktal olarak adlandırılır (Peitgen, Jürgens ve Saupe, 2004:686).

Genelleştirilmiş boyut

$$D_r = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{r-1} \log \sum_i P_i^r / \log n \quad (48)$$

olarak ifade edilirken; bu eşitlikte genelleştirilmiş boyut r değişkenine bağlı ise; bu durumda çoklu fraktal söz konusudur (Sprott, 2004:338-39). R değişkeni arttıkça genelleştirilmiş boyut düşmektedir. Bir çoklu fraktal birbirine dolaşmış, her biri farklı bir ağırlıklandırmaya sahip, değişik boyutlardaki fraktallar kümesinden oluşmaktadır (Sprott, 2004:329). Birçok finansal zaman serisine ait dalgalanmaların çoklu fraktal istatistiklere sahip olmaları sebebiyle; bu konu araştırmacıların ilgisini çekmektedir (Schmitt, Schertzer ve Lovejoy, 2000: 361).

BÖLÜM BEŞ: AMPİRİK METODOLOJİ

5.1-Metodoloji

Vandrovyeh (2007:2)'e göre bir sinyalin kaotik olarak sınıflandırılabilmesi için, o sinyalin aşağıdaki bütün özelliklere sahip olması gerekmektedir:

- 1-Doğrusal özellik göstermemesi,
- 2-Başlangıç koşullarına hassas bağımlılık göstermesi,
- 3-Garip bir çekiciye sahip olması,
- 4-Fourier güç spektrumunda devamlılık gösteren bir aralık bandına sahip olması,
- 5-En az bir pozitif Lyapunov üsseline sahip olması,
- 6-Ergodiklik özelliği göstermesi gerekmektedir.

Yüksek boyutlu kaosu tespit etmek; şu anki teknolojik imkânların hiçbir düzeydeki veriyi yeterli görmemesi sebebiyle; imkânsız olduğu için pratikte sadece düşük boyutlu kaos (deterministik kaos) ampirik olarak tespit edilebilmektedir (Brock, Hsieh ve LeBaron, 1993:17). Şu anki bilimsel teknoloji ile kaosu tespit etmek için

- 1-Faz uzayının yeniden inşası
- 2-BDS testini uygulama,
- 3-Korelasyon boyutunu hesaplama,
- 4-Maksimum Lyapunov üsselini hesaplama teknikleri kullanılmaktadır.

Dolayısıyla bir sistemin ampirik olarak kaotik davranış gösterip göstermediğinin tespiti için; aşağıdaki teknikler ile doğrusal olmama, garip çekiciye sahip olma ve başlangıç şartlarına hassas olma özelliklerinin tespiti gerekmektedir. Buna göre sistemin

- 1-BDS testi ile doğrusal olmadığının tespiti,
 - 2-Korelasyon boyutu ile garip çekicinin tespiti,
 - 3-Maksimum Lyapunov üsseli ile başlangıç şartlarına hassaslığın tespiti
- deterministik kaotik davranışları tespit için şarttır. Sonlu ve düşük fraktal boyut pozitif maksimum Lyapunov üsseli ile birlikte gerçekleştiğinde güçlü bir kaotik yapıya işaretir (Vandrovyeh, 2007:6)

5.1.1-Faz Uzayının Yeniden Oluşturulması

Ampirik çalışmalarda deterministik hareket denklemleri bilinmediğinden ve araştırma için elde olan sadece ölçümlerin skalar zaman serileri olduğu için; elde olan bilgiler ile bilinmeyen bir sistemin dinamik karakterleri, yeniden oluşturulmuş sistem yörüngesinin dinamiklerinin çalışılması ile elde edilmektedir (Vandrovych, 2007:5). Elde edilmiş zaman serilerinden durum vektörlerinin tekrar elde edilmesi sürecine faz uzayının yeniden inşası denilmektedir. Bu süreç ile yeniden oluşturulmuş yörüngenin topolojik özellikleri ile orijinal sistemin topolojik özelliklerinin aynı olması sebebi ile eldeki verileri kullanarak orijinal sisteme dair bilgiler elde etmek mümkün olmaktadır. Dolayısıyla kaotik sistemlerin ampirik çalışmaları faz uzayının yeniden elde edilmesi ile başlamaktadır.

Faz uzayının yeniden inşası süreci aşağıdaki şekilde yapılmaktadır:

1-Bir boyutlu bir sinyal m boyutlu faz uzayına $y(i)=(x(i), x(i+d), x(i+2d), \dots, x(i+(m-1)d))$ şeklinde ertelenmiş koordinat yerleştirmesi olarak adlandırılan bir teknik ile dönüştürülürken; bu eşitlikte i zaman endeksini, m gömme (embedding) boyutunu ve d zaman gecikmesini göstermektedir.

2-Dönüştürme sonucu $Y = \{y(1), y(2), y(3), \dots, y(N-(m-1)d)\}$ vektör serileri elde edilirken; bu eşitlikte N orijinal zaman verilerinin uzunluğunu göstermektedir.

3-En son olarak da t zamanında sistemin bilinmeyen durumları $S(t)$, bu durumların ikinci aşamada elde edilmiş vektörlere $Y_t = \{x_t, x_{t-d}, x_{t-2d}, \dots, x_{t-(m-1)d}\}$ yakınlştırılmasıyla elde edilmektedir.

5.1.2-BDS Testi

BDS testi uygulanırken; X_i gibi bir zaman serisinde BAD'nin var olduğunu H_0 ifade ederken; H_a bu durumun zıttını ifade etmektedir. Yani

$H_0 = \{X_i\}$ BAD'ye sahip

$H_a = \{X_i\}$ verilerinde doğrusal veya doğrusal olmayan stokastik sistemden yahut doğrusal olmayan deterministik sistemden kaynaklanan bir çeşit bağımlılık var.

Kaosun diğer testlerini uygulamadan önce saf verilerde herhangi bir doğrusal bağımlılığın olup olmadığı BDS testi ile tespit edilmektedir. BDS testi ile H_0

reddediliyor ise saf verilerde doğrusal olmayan bir çeşit bağımlılık var demektir. BDS testi ile doğrusal olan bir bağımlılık veya doğrusal olmayan deterministik veya stokastik modellerden gelen bir çeşit bağımlılık keşfedilmeye çalışılır. Verilerdeki herhangi bir doğrusal bağımlılık otoregresif model ile sık sık filtrelendirme yapılarak yok edilmeye çalışılır. Bu filtrelendirmeden sonra BDS testi tortulara uygulanır. Bu uygulamalardan sonra hala H_0 testi reddediliyor ise; verilerde doğrusal olmayan bağımlılık tespit edilmiş olur. GARCH tipi bir modelin verilere uygulanmasından sonra elde edilen tortulara BDS testi uygulanması sonucu H_0 :BAD var reddediliyor ise seriler stokastik doğrusal modeller ile açıklanamıyor demektir (Bakara, 1997:7).

5.1.3-BDS Testinin Matematiksel ve İstatiksel Yapısı

Grassberger ve Procaccia'ya göre korelasyon integrali aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır: Bir çekici üzerindeki noktalar, $X_i \equiv X(t + ir)$ zaman serisinden elde edilmiş $\{X_i, i = 1, 2, \dots, N\}$ kümesinde yer alsın ve r bu eşitlikte arka arkaya gelen ölçümler arasındaki sabit zaman aralığını göstere. Kaos durumundan dolayı bir süre sonra yörüngeler üssel bir aralığı gösteren şekilde birbirlerinden ayrılacağı için (X_i, X_j) $i \neq j$ birbirleri ile dinamik olarak korelasyon göstermeyen rastgele noktalar olacaktır. Fakat bu noktalar aynı çekici üzerinde yer aldıkları için uzaysal olarak korelasyon göstereceklerdir. Buna göre korelasyon integrali uzaysal korelasyonu göstermek üzere

$$C(l) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} [(i,j) \text{ çiftlerini gösteren ikili sayısı öyle ki } |X_i - X_j| < l] \quad (49)$$

olarak tanımlansın. Standart korelasyon fonksiyonu $c(r) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N \delta^F$

$(X_i - X_j - r)$ olarak gösterilirse korelasyon integrali ile standart korelasyon fonksiyonu

$$\text{arasındaki ilişki } C(l) = \int_0^l d^F r c(r) \quad (50)$$

olarak gösterilebilir.

Küçük l sayıları için $C(l) = l^r$ eşitliği gerçekleşmekte; bu eşitlikte r korelasyon boyutunu göstermektedir. Korelasyon integrali m boyutlu içine yerleştirme $z_t = \{x_t, x_{t+1}, \dots, x_{t+m-1}\}$ için; iki vektörün aralığındaki uzaklığın $|z_i - z_v| < \varepsilon$ olma olasılığı olup; $C(\varepsilon) = P(|z_i - z_v| < \varepsilon)$ olarak gösterilir (Potapov ve Kurths, 1998:369-

85). Log C(l) ve log (I) xy ekseninde gösterildiğinde, oluşan matematiksel yapının eğimi doğrusal bağımlılığı vermekte olup; bu doğrusal bağımlılık zaman serilerinin deterministik yapıda olduğunu gösterir (Potapov ve Kurths, 1998:369-85).

Brock, Hsieh ve Lebaron (1993:43)'a göre korelasyon integrali aşağıdaki gibi tanımlansın: $C_{a,r}(\epsilon) = \sum_{t < s} I\epsilon(x_t^a, x_s^a) * [2/r_a (r_a-1)]$ ve bu eşitlikte $r_a = r-a-1$ ve $I\epsilon(x_t^a, x_s^a)$ ise $|X_i - X_j| < \epsilon$ ise 1; aksi takdirde 0 değerini alan bir gösterge fonksiyonu olsun.

Brock, Hsieh ve Lebaron (1993:43)'a göre

1-) $r \rightarrow \infty$ olurken $C_{a,r}(\epsilon) \rightarrow$ yüzde yüz olasılıkla $C(\epsilon)^a$ olur. Bu eşitlikte $C(\epsilon) = \int [F(z + \epsilon) - F(z - \epsilon)] dF(z)$ olmak üzere F dejenere olmamış kümülatif dağılım ile sıfır hipotezinde $\{x_t\}$ BAD gösterir.

2-) $\sigma_a^2 = 4[K^{m+2} \sum_{j=1}^{m-1} K^{m-j} C^{2j} + (m-1)^2 C^{2m} - m^2 K C^{2m-2}]$ eşitliği gerçekleşirken $C = C(\epsilon)$, $K = K(\epsilon) = \iint [F(z + \epsilon) - F(z - \epsilon)]^2 dF(z)$ olur.

3-) $C(\epsilon)$; $C_{1,r}(\epsilon)$ tarafından; $K(\epsilon)$ ise $K_r(\epsilon) = \sum_{t < s < r} h\epsilon(x_t^a, x_s^a, x_r^a) * [6/r_a (r_a-1) (r_a-2)]$ tarafından tutarlı olarak hesaplanabilmekte olup; bu eşitlikte $h\epsilon(i,j,k) = [I\epsilon(i,j)I\epsilon(j,k) + I\epsilon(i,k)I\epsilon(k,j) + I\epsilon(j,i)I\epsilon(i,k)]/3$ olmaktadır.

4-) $\sigma_m^2(\epsilon)$; $\sigma_{m,r}^2(\epsilon)$ tarafından tutarlı olarak hesaplanabilmektedir; yukarıda geçen eşitliğe C ve K yerine; $C_{1,r}(\epsilon)$ ve $K_r(\epsilon)$ konulabilmektedir.

5-Yukarıdaki bütün eşitliklerden sonra BDS istatistiği

$W_{a,r}(\epsilon) = \sqrt{r} [C_{a,r}(\epsilon) - C_{1,r}(\epsilon)^a] / \sigma_{a,r}(\epsilon)$ olmakta ve standart normal dağılıma sahip olmaktadır.

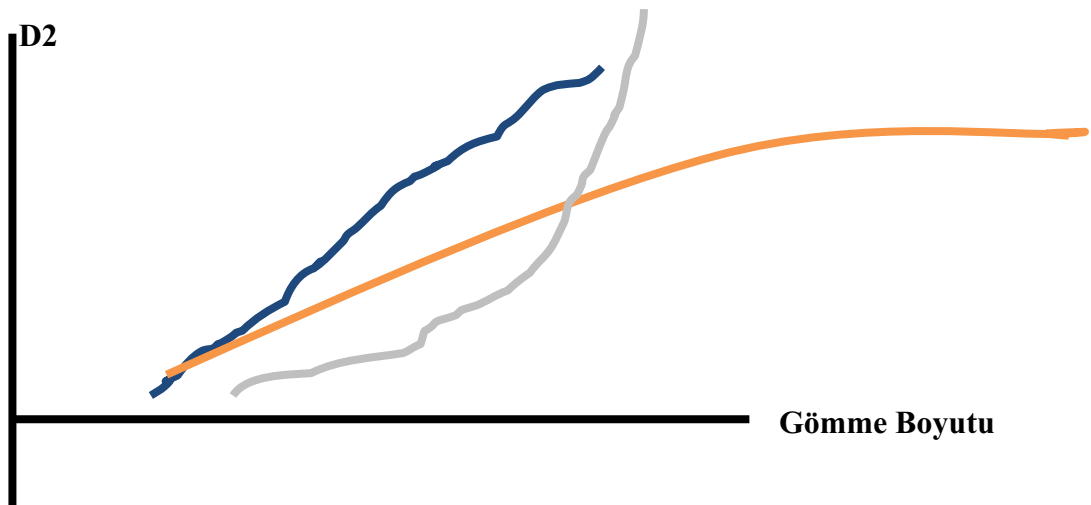
Bu test ile eğer $\{X_i\}$ BAD'ye sahip ise, o zaman $C_{a,r}(\epsilon)$ yüzde yüz olasılıkla $C(\epsilon)^a$ olmakta; $B(m,r,T) = T^{1/2}[C_m(r) - C_1(r)^m]$ sıfır ortalama ve verilerden tutarlı olarak elde edilen varyans $V(m,r,T)$ ile normal dağılıma yakınsamakta olup; BDS istatistiği $W(m,r,T) = B(m,r,T) / \sqrt{V(m,r,T)}$ standart normal dağılıma yakınsamaktadır (Andreou, Pavlides ve Karytinos, 2000;1734-35).

5.1.4-Korelasyon Boyutu

Daha önceki bölümlerde bu konudan bahsedildiğinden; bu kısımda teorik ayrıntıya çok girilmeyecektir. Pratikte korelasyon boyutunu hesaplamamanın zor olduğu göz önüne alınmalıdır çünkü gürültü ve örnekleme sıklıkları gibi birçok faktör korelasyon boyutunu etkilemektedir.

Kaotik dinamik sistemler garip çekicilere sahiptirler ve garip çekiciler de sistemin bağımsızlık derece sayısından az olan fraktal boyutlara sahiptirler. Dolayısıyla bir çekicinin korelasyon boyutu tamsayı değilse, garip bir çekici ile karşılaşmış demektir. Ampirik veriler analiz edilirken deterministik kaosu, gelişigüzel gürültüden ayırmak için gömme boyutu artırılmalı ve $\log(\text{korelasyon integrali}) / \log(\text{epsilon})$ büyüklüğünün eğimi her gömme boyutu için hesaplanmalıdır (Vandrovych, 2007:8). Gelişigüzel gürültü için eğim gömme boyutuna eşit olurken (gömme boyutu artarken eğim tanımlanmayacak düzeyde artacak); deterministik kaos için eğim korelasyon boyutuna eşit olacak ve gömme boyutunun sonraki artışlarından bağımsız olacaktır (Vandrovych, 2007:8).

Korelasyon boyutunun gömme boyutu ile gösterildiği xy grafiklerinde, gelişigüzel sinyaller için ilgili doğru 45 derecelik doğrusal bir grafiği andırırken; deterministik kaos için söz konusu doğru bir zaman sonra, gömme boyutu artırıldıkça bir değere yakınsıyor görünümünde olacaktır.



Şekil 28:Korelasyon-Gömme Boyutu İle Sistemler

Yukarıdaki şekil 28'e göre mavi renkli grafik beyaz gürültüyü gösterirken; turuncu renkli grafik çekiciye sahip bir sistemi ve yeşil grafik ise üssel spektraya sahip gelişigüzel bir sistemi göstermektedir.

Korelasyon boyutu deterministik kaos ile stokastik sistemleri ayırmada da kullanılmaktadır. Boyut veride bulunan doğrusal olmayan faktörleri gösteren aşağı yukarı bir ölçüdür (Brock ve Sayers, 1988:76). Saf rastgele bir süreç sonsuz boyutlu iken; kaotik bir sistem pozitif fakat sonlu boyutludur (Willey, 1992:64). Gömme boyutu artırıldığında bir zaman sonra korelasyon boyutu stabilize oluyor ise bu sistem deterministik kaosun gerekli şartlarından birine sahiptir denilebilir (Willey, 1992:64).

$C_m(e,T) \sim e^d$ formülü sonsuz küçüklük ve örnekleme adedine bağlı korelasyon integralinin sonsuz küçüklüğün korelasyon boyutu üsseline eşit olduğunu söyler. Eğer limit mevcut ise, $D^m = [\log C_m(e,T) / \log e]$ (51)

formülü korelasyon boyutunun hesaplanma formülünü gösterir. Kaostan emin olabilmek için korelasyon integrali ve epsilon büyüklüğü grafiklerde gösterilmeli ve açık bir stabilizasyon bölgesi korelasyon boyutu-gömme boyutu grafiğinde görülmelidir. (Guillaume, 1995:287) Söz konusu stabilizasyon bölgesi mevcut değil ise, sistem yüksek boyutlu kaotik veya stokastik olarak adlandırılır (Willey, 1992:65).

5.2- Döviz Kurlarındaki Kaosa Dair Önceki Ampirik Çalışmalar

1980lerde finansal piyasalardaki dalgalanmaları deterministik sistemlerle açıklama çalışmaları fizik ve diğer doğal bilimlerden bazı tekniklerin finansal zaman serilerine uygulanması ile sonuçlanmıştır. Bu çalışmalarda incelenen serilerde doğrusal olmayan bazı yapıların bulunduğu tespit edilmiştir (Vandrovyč, 2007:12).

Literatürde dövizde kaosu işaret eden birçok çalışma mevcut iken; döviz kurlarında kaosun kesin bir biçimde reddine dair çok az çalışmaya rastlanmaktadır (Vandrovyč, 2007:13).

Hsieh (1989) beş döviz kuru üzerindeki çalışmasında; Kanada Doları, Japon Yeni ve İsviçre Frangında stokastik bir yapı bulmasına rağmen; Sterlin ve Alman Markında açıklanamayan doğrusal olmayan yapılar tespit etmiştir.

Tata (1991) 32200 adet tick data (tick by tick) biçiminde İsviçre Frangı/Amerikan Doları satış kuru için BDS istatistiği ve korelasyon boyutu hesaplaması yapmıştır. Çalışmada korelasyon boyutu sahte gelişigüzel sayılarla kıyaslanıp; shuffle teşhis koyucu test uygulanmıştır. Çalışmanın sonucunda kaosa dair bir emareye rastlanmamıştır.

Bajo-Rubio (1992) 1985-1991 yılları arasında İspanyol Pesetası/Amerikan Doları döviz kurunun işlem gördüğü spot ve forward piyasaları için, korelasyon boyutunu spot piyasalar için 2.7-3.2 aralığında hesaplarken; forward oranını 1.8-3.3 aralığında bulmuşlardır. Söz konusu düşük boyutlu kaotik dinamik, Lyapunov üssellerinin hepsinin pozitif çıkması ile perçinleştirilmiştir.

Vassilicos, Demos ve Tata (1993) çalışmalarında 20000'den fazla veri içeren sürekli tick veri (tick by tick) biçiminde bir haftalık Dolar/Alman Markı spot oranını ve New York Borsasının günlük getirilerini kaos için test etmişler ve kaosa dair bir emareye rastlamamışlardır. Dolar/Alman Markı için satış kuru tercih edilmiştir. Ulaştıkları sonuç aynı serileri kullanan araştırmacılarla zıt bir sonuç olmasına rağmen; önceki araştırmacıların serilerde kaos bulmalarını az veri kullanmaları ile açıklamaktadırlar.

De Grauwe, Dewachter ve Embrechts (1993) çalışmalarında 4 Ocak 1971-30 Aralık 1990 dönemini kapsayan günlük Alman Markı/Amerikan Doları'nın, İngiliz Sterlini/Amerikan Doları'nın ve Japon Yeni/Amerikan Doları'nın korelasyon boyutunu hesaplamışlardır. İlgili dönemi dört alt döneme ayırmışlardır. Korelasyon boyutu hesaplamaları Alman Markı/Amerikan Doları için olumlu sonuç vermezken; diğer kurlar için bu hesaplamaların kaos için olumlu sonuç verme ihtimali olduğunu ifade etmişlerdir.

Guillaume (1995) çalışmasında Amerikan Doları/Alman Markı, Amerikan Doları/İngiliz Sterlini, Amerikan Doları/Japon Yeni ve Amerikan Doları/Fransız Frangı'na dair döviz çiftlerinde düşük boyutlu kaosa dair bir emareye rastlamamıştır. Çalışma değişik örnekleme sıklıkları altında yapılmasına rağmen düşük boyutlu kaos bulunamamıştır.

Brooks (1995) çalışmasında yirmi yıllık bir dönemi içeren İngiliz Sterlini'nin on yabancı kur karşılığı için korelasyon boyutlarını ve en büyük Lyapunov üssellerini hesaplamıştır. Surrogate veri testi kullanılarak yapılan hesaplamalarda bulunan sonuçlar, bilinen kaotik sistemlerin, deterministik kaotik olmayan modellerin ve saf standart Gaussyan gürültünün hesaplanan sonuçları ile kıyaslanmıştır. En büyük Lyapunov üsselleri ise Wolf algoritması ile Dechert ve Gencay tarafından geliştirilen bir teknikte hesaplanmıştır. Korelasyon boyutu hesaplamaları deterministik kaos için ikna edici olmazken; en büyük Lyapunov üsselleri bütün kur karşılıkları için negatif çıkmıştır.

Bask (1996) çalışmasında İsveç Kronu'nun Alman Markı, ECU, Amerikan Doları ve Yen karşılıkları için deterministik kaosu tespit ederken; en büyük Lyapunov üsseli İsveç Kronu'nun ECU karşılığı haricinde güvenilir sonuçlar vermemiştir. Bask güvenilir sonuç alamamasını verilerin yetersizliği ile açıklamaktadır.

Brooks (1996) çalışmasında on kurdaki doğrusal olmama dinamiğini tespit için BDS testi yanında Tsay, ARCH, Mcleod and Li, RESET, Bispectrum testi ve White's Neural Network Testlerini kullanmıştır. Hemen hemen bütün testler kurlardaki doğrusal bağımlılık dinamiğini reddetmişlerdir.

Richards (2000) çalışmasında Avustralya, Kanada, Birleşik Krallık ve Japonya paralarının diğer para karşılıklarının fraktal özellikler gösterdiğini tespit etmiş; dolayısıyla kaosa dair bulgular elde etmiştir.

Serletis ve Gogas (2000) çalışmalarında 1957-1995 tarihleri arasında içeren 17 OECD ülkesinin Dolar'a dayanan reel kurlarının kaotik dinamik içerip içermediğini test

etmişler ve bu kurlar için pozitif Lyapunov üssellerine ulaşmışlardır. Çalışmalarını reel kur hareketlerinin gerçekte gelişigüzel olmadığı ile sonuçlandırmışlardır.

Bask (2002) yılında İsveç Kronunun, Alman Markı, ECU, Amerikan Doları ve Yen karşılıkları üzerine yaptığı çalışmada blockwise bootstrap prosedürü kullanarak hemen hemen bütün durumlarda kur çiftleri için pozitif Lyapunov üsseli tespit etmiş ve kaosa dair güçlü kanıtlar sunabilmiştir.

Schwartz ve Yousefi (2003) Alman Markı/Amerikan Doları, İngiliz Sterlini/Japon Yeni, İngiliz Sterlini/Amerikan Doları ve Japon Yeni/Amerikan Doları'na dair yaptıkları çalışmada düşük değerli fraktal boyutu tespit etmişler; dolayısıyla kaosa dair kanıt sunabilmişlerdir.

Bhattacharya ve Sensarma (2006) çalışmalarında Hindistan finansal piyasalarının (borsa, döviz kurları piyasası, para piyasası ve kamu kâğıtları piyasası) kaotik davranışlarına dair çok zayıf bir kanıt sunabilmişlerdir. Çalışmada BDS testi saf ve filtrelenmiş getirilere uygulanmış; korelasyon boyutu-gömme boyutu grafikleri ve Brock'un tortu testi araştırmada gösterilmiştir.

Vandrovyeh (2007) çalışmasında Amerikan dolarının; İngiliz Sterlini, Japon Yeni, İsviçre Frangı, ve Kanada Doları karşılıkları üzerine yaptığı çalışmada, kurlarda yüksek düzeyde doğrusal olmama özelliği tespit ederken; kaotik dinamiğe dair güçlü bir kanıt sunamamıştır. Çalışmada BDS testi yapılmış olup, korelasyon boyutu ve maksimum Lyapunov üsseli hesaplamaları ve grafikleri araştırmada mevcuttur.

Scarlat, Cristina ve Cristescu (2007) çalışmalarında merkezi ekonomiden açık bir sisteme geçen Romen ekonomisinde Romanya milli parasının Amerikan Dolar karşılığı için yaptıkları çalışmada, kaotik dinamiğe dair bulgulara rastlamışlardır. Çalışmada pozitif en büyük Lyapunov üsseli, korelasyon boyutu ve Hurst üsseli dikkate alınmıştır. On altı yıllık periyot iki alt döneme ayrılmış ve bu iki dönem için de kaotik dinamik bulunmuştur.

Das ve Das (2007) çalışmalarında 1971-2005 dönemini kapsayan 8500 adet on iki ülkenin günlük dolar kuru karşılıkları için verilerin doğrusal olmadığını tespitini surrogate metodu ile yapmışlardır. On iki ülke kurları için farklı derecede doğrusal olmama bulunurken; en büyük Lyapunov üsellersi deterministik kaos için olumlu sonuç vermiştir.

Resende ve Zeidan (2008) çalışmalarında dört farklı kura dair beklentiler dinamiğinin kaotik bir dinamik içermediği sonucuna ulaşmışlardır.

Çoban ve Büyüklü (2009) çalışmalarında Ağustos 2001 ve Şubat 2007 tarihlerini kapsayan dönem için günlük Yeni Türk Lirası/Amerikan Doları kurunun getirilerinde kaos tespit etmişlerdir. Projective filtreleme metodolojisi ile gürültüden temizlenmiş seri için surrogate veri test metodolojisi ile desteklenip hesaplanan korelasyon boyutu ve en büyük Lyapunov üsseli deterministik kaos için olumlu sonuç vermiştir.

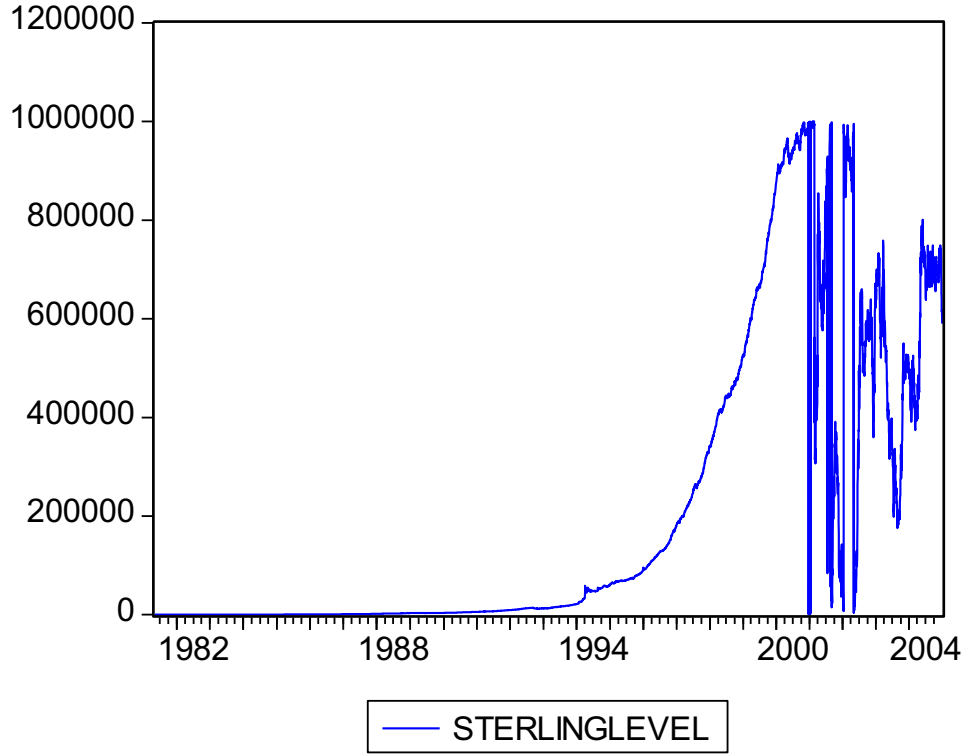
5.3-Veri Çözümlemesi

Türk Lirası'nda deterministik kaotik yapıyı tespit etmek için dört kur seçilmiştir. Kurlar için döviz satış fiyatları tercih edilmiştir. Bunlar Türkiye Merkez Bankası'na satılan Türk Lirasının 1 Amerikan Dolar karşılığı olan (TL/Amerikan Dolar) kuru, Türk Lirasının 1 İngiliz Sterlin karşılığı olan (TL/İngiliz Sterlini) kuru, Türk Lirasının 1 Kanada Dolar karşılığı olan (TL/Kanada Doları) kuru ve Türk Lirasının 1 İsveç Kronu karşılığı olan (TL/İsveç Kronu) kurudur. Çalışmada 5 Mayıs 1981 tarihi ile Türk Lirasından sıfır atılması sebebiyle 31 Aralık 2004 tarihleri arasında gerçekleşen kur fiyatları dikkate alınmıştır. Bütün veriler Merkez Bankası internet sayfasından bulunmuştur. Birçok çalışmada olduğu gibi döviz seviyelerinden ziyade, döviz getirileri dikkate alınmıştır. Çalışmada 5971 adet döviz getirisi kullanılmıştır. Az sayıda kullanılan veri adedi kaosun ampirik çalışmalarında problem teşkil ettiğinden; kaotik zaman serisi analizine uygun veri adedi tercih edilmiştir. Ramsey ve Yuan (1989) çalışmalarında belirttikleri gibi 5000 adet veri fen ve doğa bilimlerinde kaos analizi için alt sınırı belirtmektedir. Buna göre, t zamanında döviz getirisi, peş peşe gelen döviz kuru seviyelerinin log-farkı ile aşağıdaki gibi bulunmuştur:

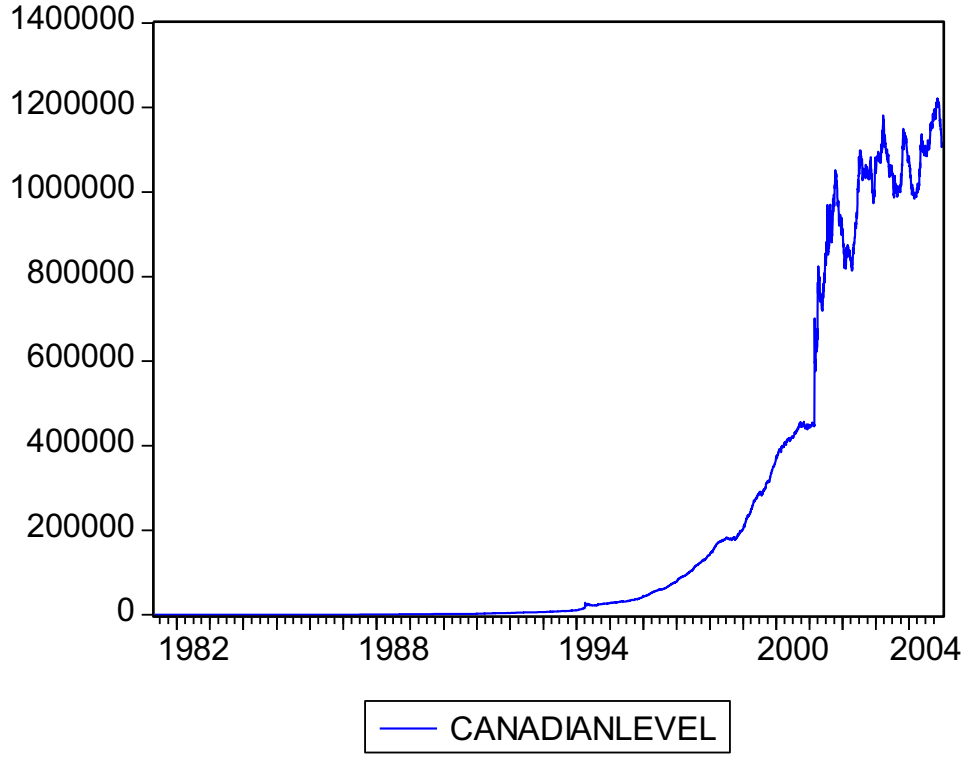
$$rt = \ln(St) - \ln(St-1) \quad (52)$$

5.3.1-Döviz Serilerinin Durağanlığı

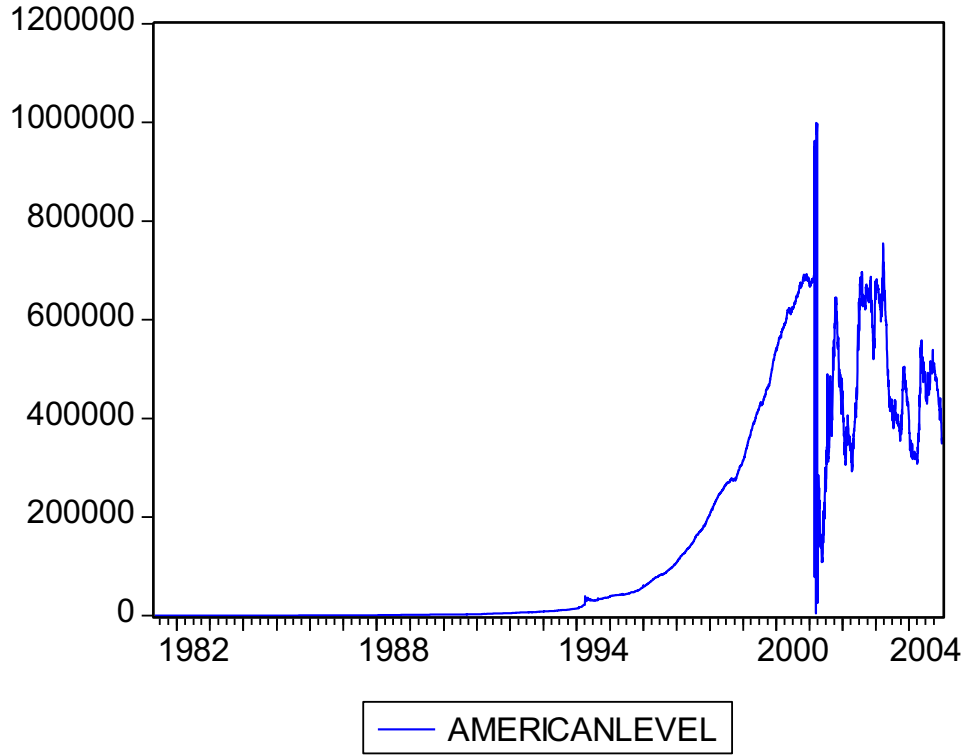
Şekiller 29-32 yukarıda ifade edilen döviz kuru seviyelerinin grafiklerini göstermektedir.



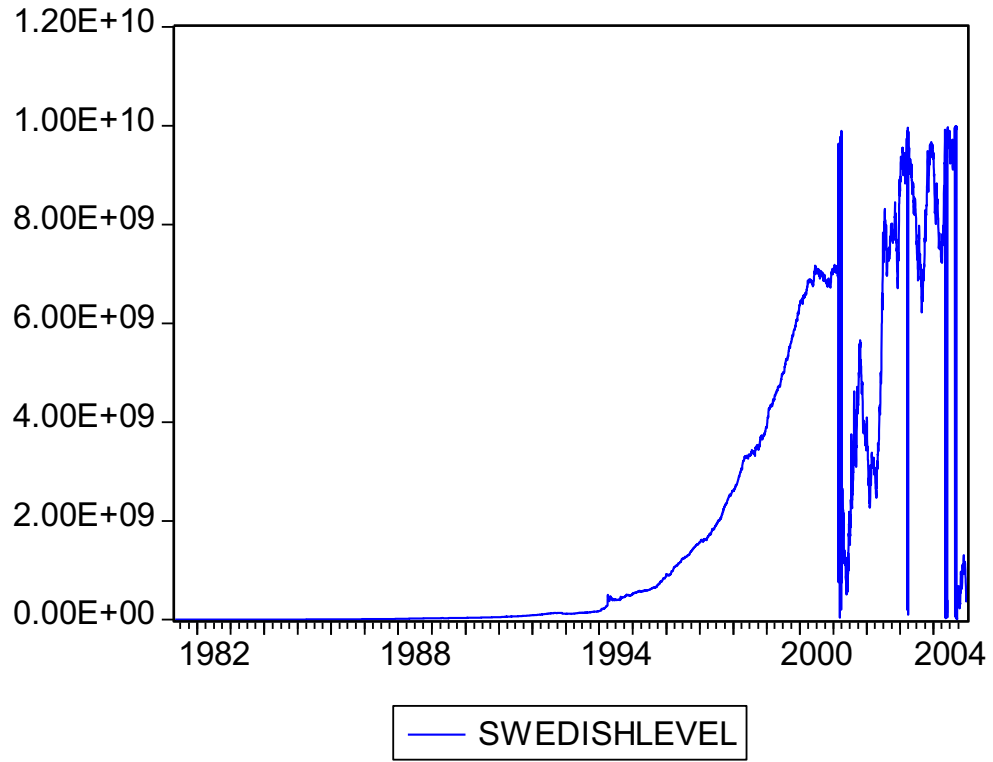
Şekil 29: (TL/İngiliz Sterlini) Kuru Seviyesi



Şekil 30: (TL/Kanada Doları) Kuru Seviyesi



Şekil 31: (TL/Amerikan Doları) Kuru Seviyesi



Şekil 32: (TL/İsveç Kronu) Kuru Seviyesi

Şekil 29,30,31 ve 32'den görüldüğü üzere hiçbir döviz kuru seviyesi durağanlık göstermemektedir.

5.3.2-Döviz Serilerinin İstatistikî Özellikleri

Tablolar 2-5 ilgili serilerin istatistikî özelliklerini göstermektedirler.

Tablo 2
(TL/İngiliz Sterlini) Kuru Seviyesi

Sterling Level	
Mean	200927.8
Median	13564.43
Maximum	999977.0
Minimum	210.2400
Std. Dev.	297966.6
Skewness	1.350563
Kurtosis	3.461939
Jarque-Bera	1868.606
Probability	0.000000
Sum	1.20E+09
Sum Sq. Dev.	5.30E+14
Observations	5972

Tablo 3
(TL/Kanada Doları) Kuru Seviyesi

Canadian Dolar Level	
Mean	213183.3
Median	7245.000
Maximum	1221710.
Minimum	85.40000
Std. Dev.	366827.0
Skewness	1.629721
Kurtosis	4.051528
Jarque-Bera	2918.732
Probability	0.000000
Sum	1.27E+09
Sum Sq. Dev.	8.03E+14
Observations	5972

Tablo 4
(TL/İsveç Kronu) Kuru Seviyesi

SEK Level	
Mean	1.84E+09
Median	1.34E+08
Maximum	9.99E+09
Minimum	2115000.
Std. Dev.	2.83E+09
Skewness	1.457176
Kurtosis	3.738817
Jarque-Bera	2249.280
Probability	0.000000
Sum	1.10E+13
Sum Sq. Dev.	4.80E+22
Observations	5972

Tablo 5
(TL/Amerikan Doları) Kuru Seviyesi

American Dolar Level	
Mean	149537.4
Median	9101.000
Maximum	998826.0
Minimum	102.4600
Std. Dev.	219372.9
Skewness	1.294872
Kurtosis	3.365970
Jarque-Bera	1702.197
Probability	0.000000
Sum	8.93E+08
Sum Sq. Dev.	2.87E+14
Observations	5972

Tablolar incelendiğinde ortalama en düşük kur seviyesi (TL/Amerikan Doları) kurunda görülürken; ortalama en yüksek kur seviyesi (TL/İsveç Kronu) kurunda görülmektedir. Döviz kurları seviyesinde en fazla oynaklık (TL/İsveç Kronu) kurunda gerçekleşirken; en az oynaklık (TL/Amerikan Doları) kurunda görülmektedir.

Çarpıklık ortalama değerinden bir dağılımın simetrik olmama ölçüsü olurken; kurtosis bir dağılımın kuyruklarının şişmanlığının bir ölçüsüdür. Buna göre normal bir dağılım ortalama değerine göre simetrik olurken; çarpıklık göstermemekte; normal dağılımın kurtosisi ise 3 olmaktadır. Bu bilgilere göre tablolar 2-5 incelendiğinde; normal dağılım

mesokurtik iken hiçbir kur seviyesinin dağılımı normal dağılım göstermemektedir. Her bir kur seviyesinin kurtosisi normal dağılımdan daha fazladır.

Normalliği test ederken en sık kullanılan test Jarque-Bera testidir. JB testi normal dağılımın ortalama değer ve varyans ile karakterize edildiğini kabul eder (Brooks, 2008:161). Bu teste göre p-değeri 0.01 ten büyük olarak gerçekleştiğinde; yüzde 1 anlamlılık düzeyinde normallik reddedilemez. Buna göre JB testi

H_0 : seri simetrik ve mesokurtik

H_a : seri seri simetrik ve mesokurtik değil

hipotezlerini test eder. Tablolara göre bütün döviz kuru seviyeleri için normallik JB testine göre çok güçlü bir şekilde reddedilmektedir.

BÖLÜM 6: AUGMENTED DICKEY-FULLER VE PHILLIPS-PERRON BİRİM KÖK TESTLERİ

6.1-Augmented Dickey-Fuller Birim Kök Testi

Döviz serilerinde birim kökün olup olmadığı Augmented Dickey-Fuller birim kök testi ile sınanacaktır. Bu testler verilerin durağan olup olmadığının testidir. Buna göre

H_0 : seride birim kök var

H_a : seride birim kök yok

hipotezleri test edilecektir.

Tablo 6
(TL/İngiliz Sterlini) Kuru Seviyesi Birim Kök Testi

Null Hypothesis: STERLINGLEVEL has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 32 (Automatic based on SIC, MAXLAG=33)				
		t-Statistic	Prob.*	
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-1.473256	0.1318	
Test critical values:	1% level	-2.565351		
	5% level	-1.940877		
	10% level	-1.616664		
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(STERLINGLEVEL)				
Method: Least Squares				
Date: 09/11/13 Time: 12:14				
Sample (adjusted): 34 5972				
Included observations: 5939 after adjustments				
	Coefficie			
Variable	nt	Std. Error	t-Statistic	Prob.

Tablo 6'nin Devami

	-				
STERLINGLEVEL(-1)	0.002567	0.001742	-1.473256	0.1407	
D(STERLINGLEVEL(-	-				
1))	0.390793	0.012998	-30.06471	0.0000	
D(STERLINGLEVEL(-	-				
2))	0.149730	0.013935	-10.74517	0.0000	
D(STERLINGLEVEL(-	-				
3))	0.055112	0.014068	-3.917451	0.0001	
D(STERLINGLEVEL(-	-				
4))	0.154912	0.014068	-11.01200	0.0000	
D(STERLINGLEVEL(-	-				
5))	0.000956	0.014204	0.067321	0.9463	
D(STERLINGLEVEL(-	-				
6))	0.112832	0.014199	-7.946336	0.0000	
D(STERLINGLEVEL(-	-				
7))	0.149972	0.014254	-10.52138	0.0000	
D(STERLINGLEVEL(-	-				
8))	0.086535	0.014347	-6.031596	0.0000	
D(STERLINGLEVEL(-	-				
9))	0.064587	0.014376	-4.492729	0.0000	
D(STERLINGLEVEL(-	-				
10))	0.086664	0.014382	6.026045	0.0000	
D(STERLINGLEVEL(-	-				
11))	0.017389	0.014426	1.205403	0.2281	
D(STERLINGLEVEL(-	-				
12))	0.031537	0.014426	-2.186149	0.0288	
D(STERLINGLEVEL(-	-				
13))	0.040231	0.014431	2.787760	0.0053	
D(STERLINGLEVEL(-	-				
14))	0.026624	0.014424	1.845836	0.0650	

Tablo 6'nın Devamı

D(STERLINGLEVEL(- 15))	0.036852	0.014397	2.559694	0.0105	
D(STERLINGLEVEL(- 16))	0.034358	0.014403	2.385432	0.0171	
D(STERLINGLEVEL(- 17))	-	0.014404	-1.124348	0.2609	
D(STERLINGLEVEL(- 18))	-	0.068886	0.014400	-4.783948	0.0000
D(STERLINGLEVEL(- 19))	-	0.050459	0.014424	-3.498168	0.0005
D(STERLINGLEVEL(- 20))	-	0.009594	0.014432	-0.664778	0.5062
D(STERLINGLEVEL(- 21))	-	0.014734	0.014425	-1.021462	0.3071
D(STERLINGLEVEL(- 22))	-	0.003111	0.014425	0.215681	0.8292
D(STERLINGLEVEL(- 23))	-	0.053500	0.014386	-3.718939	0.0002
D(STERLINGLEVEL(- 24))	-	0.048933	0.014375	-3.404078	0.0007
D(STERLINGLEVEL(- 25))	-	0.080733	0.014341	-5.629713	0.0000
D(STERLINGLEVEL(- 26))	-	0.058315	0.014238	-4.095592	0.0000
D(STERLINGLEVEL(- 27))	-	0.027924	0.014177	-1.969637	0.0489
D(STERLINGLEVEL(- 28))	-	0.035122	0.014182	-2.476575	0.0133
D(STERLINGLEVEL(- 29))	-	0.054062	0.014037	-3.851316	0.0001

Tablo 6'nın Devamı

D(STERLINGLEVEL(- 30))	- 0.015655	0.014034	-1.115513	0.2647
D(STERLINGLEVEL(- 31))	- 0.058533	0.013892	-4.213429	0.0000
D(STERLINGLEVEL(- 32))	- 0.118811	0.012930	-9.189048	0.0000
<hr/>				
R-squared	0.226246	Mean dependent var	99.30658	
Adjusted R-squared	0.222054	S.D. dependent var	53374.61	
S.E. of regression	47077.08	Akaike info criterion	24.36250	
Sum squared resid	1.31E+13	Schwarz criterion	24.39967	
Log likelihood	72311.45	Durbin-Watson stat	2.005532	

Tablo 7
(TL/Kanada Doları) Kuru Seviyesi Birim Kök Testi

Null Hypothesis: CANADIANLEVEL has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 32 (Automatic based on SIC, MAXLAG=33)				
		t-Statistic	Prob.*	
Augmented Dickey-Fuller test statistic		2.339648	0.9957	
Test critical values:	1% level	-2.565351		
	5% level	-1.940877		
	10% level	-1.616664		
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(CANADIANLEVEL)				
Method: Least Squares				
Date: 09/13/13 Time: 13:27				
Sample (adjusted): 34 5972				
Included observations: 5939 after adjustments				
	Coefficient			
Variable	nt	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CANADIANLEVEL(-1)	0.000384	0.000164	2.339648	0.0193
D(CANADIANLEVEL(-1))	0.086248	0.012920	6.675670	0.0000
D(CANADIANLEVEL(-2))	-	0.179212	0.012943	-13.84657
D(CANADIANLEVEL(-3))	-	0.002803	0.013151	-0.213166
			0.8312	

Tablo 7'nin Devamı

D(CANADIANLEVEL(-4))	-	0.009910	0.013153	-0.753449	0.4512
D(CANADIANLEVEL(-5))		0.014585	0.013119	1.111760	0.2663
D(CANADIANLEVEL(-6))		0.010158	0.013131	0.773555	0.4392
D(CANADIANLEVEL(-7))		0.043272	0.013123	3.297389	0.0010
D(CANADIANLEVEL(-8))		0.040270	0.013135	3.065918	0.0022
D(CANADIANLEVEL(-9))		0.057535	0.013089	4.395623	0.0000
D(CANADIANLEVEL(-10))		0.061295	0.013089	4.682810	0.0000
D(CANADIANLEVEL(-11))		0.004623	0.013092	0.353112	0.7240
D(CANADIANLEVEL(-12))		0.013427	0.013092	1.025604	0.3051
D(CANADIANLEVEL(-13))		0.014494	0.013083	1.107863	0.2680
D(CANADIANLEVEL(-14))	-	0.015286	0.013078	-1.168804	0.2425
D(CANADIANLEVEL(-15))		0.011658	0.013070	0.892000	0.3724
D(CANADIANLEVEL(-16))	-	0.012677	0.013077	-0.969475	0.3323
D(CANADIANLEVEL(-17))		0.016601	0.013088	1.268352	0.2047
D(CANADIANLEVEL(-18))	-	0.037620	0.013091	-2.873803	0.0041

Tablo 7'nin Devamı

D(CANADIANLEVEL(-19))	-	0.030263	0.013118	-2.307080	0.0211
D(CANADIANLEVEL(-20))	-	0.051615	0.013125	3.932539	0.0001
D(CANADIANLEVEL(-21))	-	0.011871	0.013142	0.903266	0.3664
D(CANADIANLEVEL(-22))	-	0.059690	0.013146	-4.540469	0.0000
D(CANADIANLEVEL(-23))	-	0.059231	0.013146	4.505518	0.0000
D(CANADIANLEVEL(-24))	-	0.101230	0.013150	7.698212	0.0000
D(CANADIANLEVEL(-25))	-	0.011374	0.013208	-0.861152	0.3892
D(CANADIANLEVEL(-26))	-	0.038846	0.013198	2.943282	0.0033
D(CANADIANLEVEL(-27))	-	0.001395	0.013208	-0.105611	0.9159
D(CANADIANLEVEL(-28))	-	0.074290	0.013207	5.625140	0.0000
D(CANADIANLEVEL(-29))	-	0.004888	0.013243	-0.369061	0.7121
D(CANADIANLEVEL(-30))	-	0.008283	0.013243	0.625464	0.5317
D(CANADIANLEVEL(-31))	-	0.064423	0.013028	-4.945086	0.0000
D(CANADIANLEVEL(-32))	-	0.123111	0.013008	-9.464215	0.0000

Tablo 7'nin Devamı

R-squared	0.103381	Mean dependent var	187.6257
Adjusted R-squared	0.098522	S.D. dependent var	5407.385
S.E. of regression	5134.104	Akaike info criterion	19.93074
Sum squared resid	1.56E+11	Schwarz criterion	19.96791
	-		
Log likelihood	59151.33	Durbin-Watson stat	2.003451

Tablo 8
(TL/İsveç Kronu) Kuru Seviyesi Birim Kök Testi

Null Hypothesis: SWEDISHLEVEL has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 21 (Automatic based on SIC, MAXLAG=33)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-1.948904	0.0491
Test critical values:	1% level		-2.565351	
	5% level		-1.940877	
	10% level		-1.616664	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(SWEDISHLEVEL)				
Method: Least Squares				
Date: 09/17/13 Time: 09:41				
Sample (adjusted): 23 5972				
Included observations: 5950 after adjustments				
		Coefficie		
Variable	nt	Std. Error	t-Statistic	Prob.

Tablo 8'in Devamı

	-				
SWEDISHLEVEL(-1)	0.003748	0.001923	-1.948904	0.0514	
D(SWEDISHLEVEL(-	-				
1))	0.424733	0.013050	-32.54706	0.0000	
D(SWEDISHLEVEL(-	-				
2))	0.270151	0.014168	-19.06820	0.0000	
D(SWEDISHLEVEL(-	-				
3))	0.297555	0.014539	-20.46589	0.0000	
D(SWEDISHLEVEL(-	-				
4))	0.253641	0.015017	-16.89039	0.0000	
D(SWEDISHLEVEL(-	-				
5))	0.023018	0.015353	-1.499220	0.1339	
D(SWEDISHLEVEL(-	-				
6))	0.001793	0.015337	0.116928	0.9069	
D(SWEDISHLEVEL(-	-				
7))	0.005144	0.015319	0.335799	0.7370	
D(SWEDISHLEVEL(-	-				
8))	0.074764	0.015290	-4.889663	0.0000	
D(SWEDISHLEVEL(-	-				
9))	0.008144	0.015321	0.531566	0.5950	
D(SWEDISHLEVEL(-	-				
10))	0.040985	0.015306	2.677743	0.0074	
D(SWEDISHLEVEL(-	-				
11))	0.093741	0.015263	-6.141701	0.0000	
D(SWEDISHLEVEL(-	-				
12))	0.049176	0.015304	-3.213291	0.0013	
D(SWEDISHLEVEL(-	-				
13))	0.018359	0.015317	1.198607	0.2307	

Tablo 8'in Devami

D(SWEDISHLEVEL(- 14))	- 0.068798	0.015285	-4.501010	0.0000
D(SWEDISHLEVEL(- 15))	- 0.055977	0.015311	-3.655969	0.0003
D(SWEDISHLEVEL(- 16))	- 0.055269	0.015328	-3.605672	0.0003
D(SWEDISHLEVEL(- 17))	- 0.058002	0.015341	-3.780726	0.0002
D(SWEDISHLEVEL(- 18))	- 0.066196	0.014991	-4.415711	0.0000
D(SWEDISHLEVEL(- 19))	- 0.095161	0.014496	-6.564754	0.0000
D(SWEDISHLEVEL(- 20))	- 0.002747	0.014106	-0.194721	0.8456
D(SWEDISHLEVEL(- 21))	- 0.066588	0.012961	-5.137488	0.0000
R-squared	0.233821	Mean dependent var	65188.24	
Adjusted R-squared	0.231107	S.D. dependent var	5.64E+08	
S.E. of regression	4.94E+08	Akaike info criterion	42.87953	
Sum squared resid	1.45E+21	Schwarz criterion	42.90427	
	-			
Log likelihood	127544.6	Durbin-Watson stat	2.001778	

Tablo 9
(TL/Amerikan Doları) Kuru Seviyesi Birim Kök Testi

Null Hypothesis: VALUE has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 20 (Automatic based on SIC, MAXLAG=50)				
<hr/>				
			t-Statistic	Prob.*
<hr/>				
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-1.312003	0.1756
<hr/>				
Test critical values:	1% level		-2.565351	
	5% level		-1.940877	
	10% level		-1.616664	
<hr/>				
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(VALUE)				
Method: Least Squares				
Date: 09/09/13 Time: 09:32				
Sample (adjusted): 22 5972				
Included observations: 5951 after adjustments				
<hr/>				
	Coefficie			
Variable	nt	Std. Error	t-Statistic	Prob.

Tablo 9'un Devami

	-			
VALUE(-1)	0.001550	0.001181	-1.312003	0.1896
	-			
D(VALUE(-1))	0.347155	0.012862	-26.99101	0.0000
	-			
D(VALUE(-2))	0.342195	0.013559	-25.23781	0.0000
	-			
D(VALUE(-3))	0.198358	0.014258	-13.91213	0.0000
	-			
D(VALUE(-4))	0.095135	0.014492	-6.564770	0.0000
	-			
D(VALUE(-5))	0.084859	0.014547	-5.833395	0.0000
	-			
D(VALUE(-6))	0.093774	0.014590	-6.427434	0.0000
	-			
D(VALUE(-7))	0.101442	0.014631	-6.933259	0.0000
	-			
D(VALUE(-8))	0.270548	0.014651	-18.46637	0.0000
	-			
D(VALUE(-9))	0.143922	0.014858	-9.686231	0.0000
D(VALUE(-10))	0.007006	0.014964	0.468208	0.6397
D(VALUE(-11))	0.048574	0.014967	3.245431	0.0012
D(VALUE(-12))	0.195360	0.014860	13.14710	0.0000
D(VALUE(-13))	0.086285	0.014651	5.889528	0.0000
D(VALUE(-14))	0.045035	0.014631	3.078041	0.0021
D(VALUE(-15))	0.022449	0.014589	1.538774	0.1239
	-			
D(VALUE(-16))	0.010969	0.014548	-0.753991	0.4509
	-			
D(VALUE(-17))	0.002476	0.014493	-0.170847	0.8644
D(VALUE(-18))	0.048901	0.014256	3.430318	0.0006

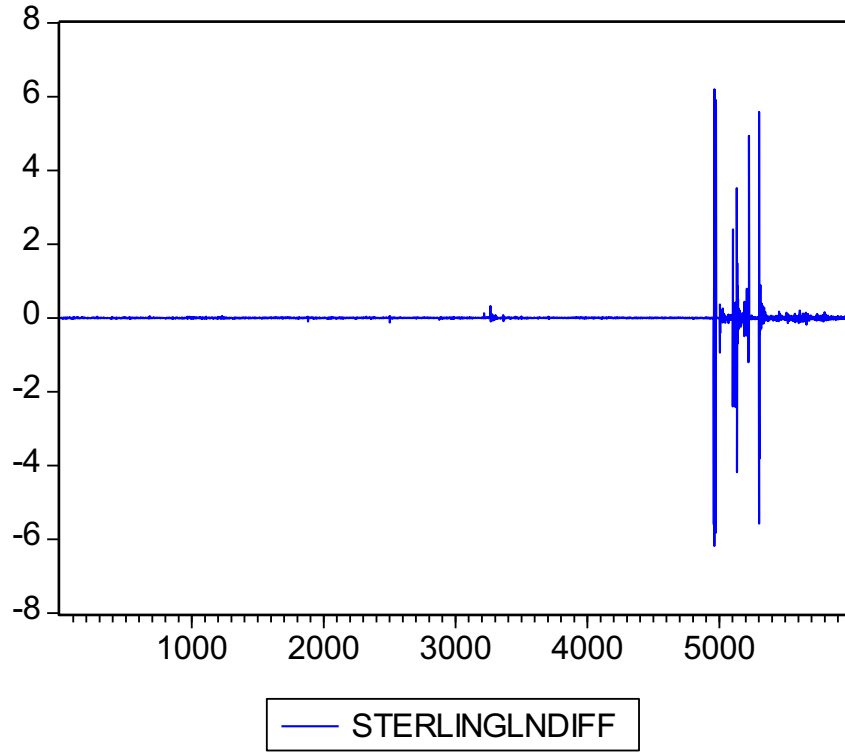
Tablo 9'un Devamı

		-		
D(VALUE(-19))	0.104108	0.013547	-7.684923	0.0000
D(VALUE(-20))	0.158318	0.012833	12.33680	0.0000
<hr/>				
R-squared	0.258049	Mean dependent var	58.56046	
Adjusted R-squared	0.255547	S.D. dependent var	27838.32	
S.E. of regression	24019.38	Akaike info criterion	23.01463	
Sum squared resid	3.42E+12	Schwarz criterion	23.03824	
<hr/>				
Log likelihood	68459.04	Durbin-Watson stat	2.001158	

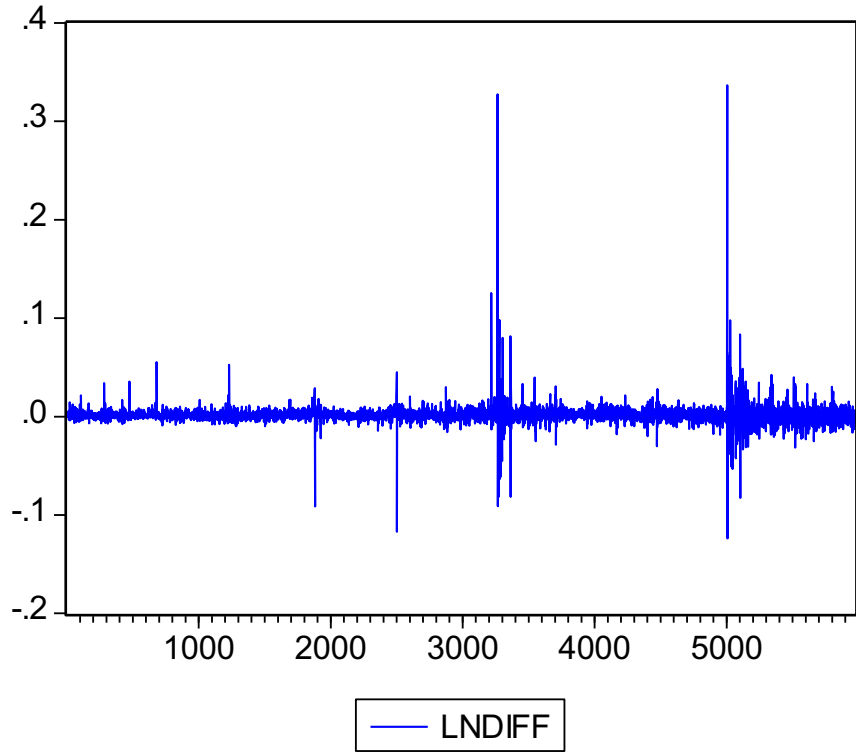
Tablolara göre yüzde 1 anlamlılık seviyesinde, döviz kur seviyelerinde birim kökün varlığı reddedilememektedir.

6.2-Döviz Kur Getirileri, Birim Kök ve Durağanlık

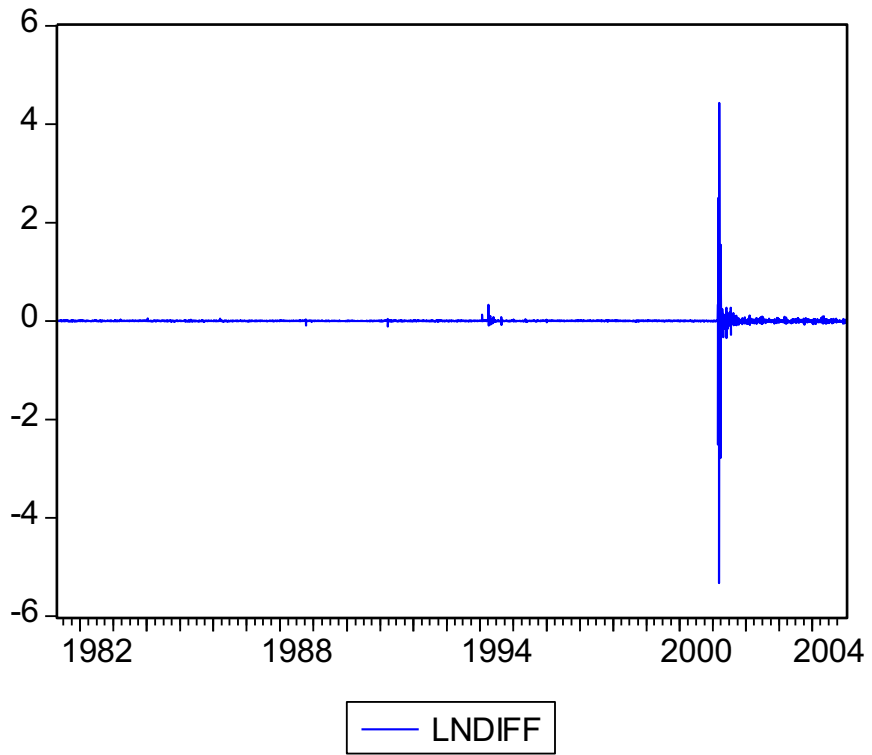
Döviz kurlarında birim kökün varlığını yok etmek ve döviz serilerinin durağanlığını gerçekleştirmek için döviz kur seviyelerinden döviz kur getirilerine geçilmiştir. Aşağıda döviz kur getirilerinin durağanlık gösterdiğine dair grafikler görülmektedir.



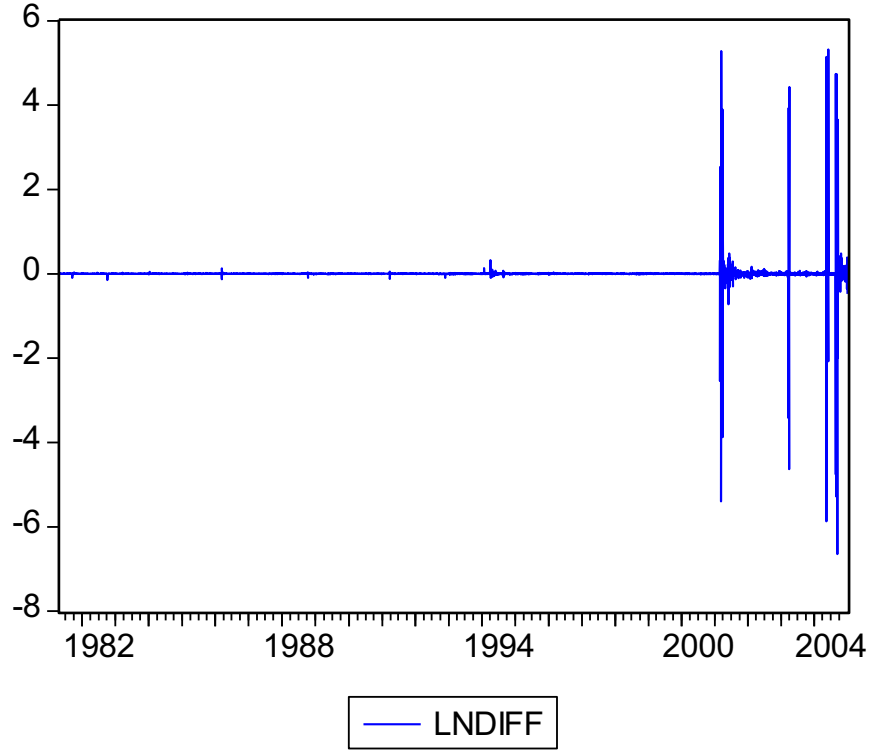
Şekil 33: (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisi



Şekil 34: (TL/Kanada Doları) Kur Getirisi



Şekil 35: (TL/Amerikan Doları) Kur Getirisi



Şekil 36: (TL/Åsveç Kronu) Kur Getirisi

Şekiller 33-36 incelendiğinde döviz kur getirilerinin hepsinin durağanlık gösterdiği şekillerden görülmektedir.

6.3-Augmented Dickey-Fuller ve Phillips-Perron Testleri

Bu testler için döviz kur getirileri kullanılacaktır. Aşağıda bu testlere ait sonuçlar görülmektedir.

Tablo 10
(TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisi ADF Testi

Null Hypothesis: STERLINGLNDIFF has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 26 (Automatic based on SIC, MAXLAG=33)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-20.17413	0.0000
Test critical values:	1% level		-2.565351	
	5% level		-1.940877	
	10% level		-1.616664	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(STERLINGLNDIFF)				
Method: Least Squares				
Date: 09/11/13 Time: 12:28				
Sample (adjusted): 28 5971				
Included observations: 5944 after adjustments				
		Coefficie		
Variable	nt	Std. Error	t-Statistic	Prob.
	-			
STERLINGLNDIFF(-1)	3.213424	0.159284	-20.17413	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(-1))	1.745768	0.156560	11.15077	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(-2))	1.524859	0.153105	9.959569	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(-3))	1.436072	0.149465	9.608100	0.0000

Tablo 10'un Devami

D(STERLINGLNDIFF(- 4))	1.263194	0.145722	8.668535	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(- 5))	1.182166	0.141703	8.342574	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(- 6))	0.936063	0.137579	6.803812	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(- 7))	0.710591	0.133363	5.328258	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(- 8))	0.521440	0.129136	4.037908	0.0001
D(STERLINGLNDIFF(- 9))	0.422242	0.124815	3.382936	0.0007
D(STERLINGLNDIFF(- 10))	0.574547	0.120456	4.769758	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(- 11))	0.707024	0.116053	6.092273	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(- 12))	0.683029	0.111342	6.134528	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(- 13))	0.619566	0.106237	5.831910	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(- 14))	0.561125	0.101062	5.552268	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(- 15))	0.598980	0.095834	6.250189	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(- 16))	0.665941	0.090457	7.361933	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(- 17))	0.663529	0.084143	7.885769	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(- 18))	0.613061	0.076401	8.024248	0.0000

Tablo 10'un Devami

D(STERLINGLNDIFF(- 19))	0.554979	0.068376	8.116531	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(- 20))	0.450492	0.060566	7.438030	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(- 21))	0.348101	0.053157	6.548573	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(- 22))	0.310119	0.046352	6.690484	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(- 23))	0.281071	0.039010	7.205163	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(- 24))	0.239941	0.031639	7.583589	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(- 25))	0.151003	0.022996	6.566642	0.0000
D(STERLINGLNDIFF(- 26))	0.052765	0.012983	4.064316	0.0000
R-squared	0.732951	Mean dependent var	-7.48E-06	
Adjusted R-squared	0.731778	S.D. dependent var	0.456482	-
S.E. of regression	0.236413	Akaike info criterion	0.041945	-
Sum squared resid	330.7065	Schwarz criterion	0.011555	
Log likelihood	151.6593	Durbin-Watson stat	2.001403	

Tablo 11
(TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisi PP Testi

Null Hypothesis: STERLINGLNDIFF has a unit root		
Exogenous: None		
Bandwidth: 192 (Newey-West using Bartlett kernel)		
	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-322.1162	0.0001
Test critical values:	1% level	-2.565349
	5% level	-1.940877
	10% level	-1.616664
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		
Residual variance (no correction)		0.066861
HAC corrected variance (Bartlett kernel)		0.003924

Tablo 12
(TL/Kanada Doları) Kur Getirisi ADF Testi

Null Hypothesis: LNDIFF has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 23 (Automatic based on SIC, MAXLAG=33)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.16216	0.0000
Test critical values:	1% level		-2.565351	
	5% level		-1.940877	
	10% level		-1.616664	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(LNDIFF)				
Method: Least Squares				
Date: 09/13/13 Time: 13:39				
Sample (adjusted): 25 5971				
Included observations: 5947 after adjustments				
		Coefficie		
Variable	nt	Std. Error	t-Statistic	Prob.
	-			
LNDIFF(-1)	0.501048	0.049305	-10.16216	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-1))	0.310133	0.049132	-6.312194	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-2))	0.490623	0.048602	-10.09465	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-3))	0.499427	0.048391	-10.32057	0.0000

Tablo 12'nin Devami

	-			
D(LNDIFF(-4))	0.502092	0.048117	-10.43479	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-5))	0.475885	0.047715	-9.973576	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-6))	0.466511	0.047169	-9.890135	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-7))	0.431157	0.046543	-9.263555	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-8))	0.454310	0.045719	-9.937111	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-9))	0.454850	0.044903	-10.12969	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-10))	0.427698	0.044002	-9.720069	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-11))	0.447881	0.042880	-10.44502	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-12))	0.450939	0.041465	-10.87519	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-13))	0.369357	0.040016	-9.230338	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-14))	0.323573	0.038450	-8.415484	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-15))	0.300212	0.036627	-8.196560	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-16))	0.295991	0.034677	-8.535675	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-17))	0.250281	0.032716	-7.650135	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-18))	0.228564	0.030376	-7.524626	0.0000

Tablo 12'nin Devamı

	-			
D(LNDIFF(-19))	0.193338	0.027750	-6.967104	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-20))	0.137156	0.024623	-5.570359	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-21))	0.102470	0.020983	-4.883543	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-22))	0.135004	0.016605	-8.130531	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-23))	0.090059	0.012949	-6.954844	0.0000
R-squared	0.456841	Mean dependent var		-6.42E-07
Adjusted R-squared	0.454732	S.D. dependent var		0.014025
				-
S.E. of regression	0.010356	Akaike info criterion		6.298390
				-
Sum squared resid	0.635276	Schwarz criterion		6.271389
Log likelihood	18752.26	Durbin-Watson stat		1.999964

Tablo 13
(TL/Kanada Doları) Kur Getirisi PP Testi

Null Hypothesis: LNDIFF has a unit root		
Exogenous: None		
Bandwidth: 7 (Newey-West using Bartlett kernel)		
	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-64.02869	0.0001
Test critical values: 1% level	-2.565349	
5% level	-1.940877	
10% level	-1.616664	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		
Residual variance (no correction)		0.000115
HAC corrected variance (Bartlett kernel)		9.57E-05

Tablo 14
(TL/İsveç Kronu) Kur Getirisi ADF Testi

Null Hypothesis: SWEDISHLNDIFF has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 21 (Automatic based on SIC, MAXLAG=33)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-22.46686	0.0000
Test critical values:	1% level		-2.565351	
	5% level		-1.940877	
	10% level		-1.616664	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(SWEDISHLNDIFF)				
Method: Least Squares				
Date: 09/17/13 Time: 09:52				
Sample (adjusted): 23 5971				
Included observations: 5949 after adjustments				
		Coefficie		
Variable	nt	Std. Error	t-Statistic	Prob.
	-			
SWEDISHLNDIFF(-1)	3.707592	0.165025	-22.46686	0.0000
D(SWEDISHLNDIFF(-1))	2.199360	0.161862	13.58784	0.0000
D(SWEDISHLNDIFF(-2))	1.836695	0.157582	11.65551	0.0000
D(SWEDISHLNDIFF(-3))	1.443410	0.152629	9.456979	0.0000

Tablo 14'ün Devamı

D(SWEDISHLNDIFF(- 4))	1.146720	0.147107	7.795163	0.0000
D(SWEDISHLNDIFF(- 5))	1.020862	0.141317	7.223936	0.0000
D(SWEDISHLNDIFF(- 6))	0.893991	0.135576	6.594002	0.0000
D(SWEDISHLNDIFF(- 7))	0.871363	0.129608	6.723055	0.0000
D(SWEDISHLNDIFF(- 8))	0.787959	0.123581	6.376047	0.0000
D(SWEDISHLNDIFF(- 9))	0.747005	0.117728	6.345180	0.0000
D(SWEDISHLNDIFF(- 10))	0.792544	0.111502	7.107893	0.0000
D(SWEDISHLNDIFF(- 11))	0.750697	0.105082	7.143937	0.0000
D(SWEDISHLNDIFF(- 12))	0.725687	0.098400	7.374864	0.0000
D(SWEDISHLNDIFF(- 13))	0.728589	0.090949	8.010964	0.0000
D(SWEDISHLNDIFF(- 14))	0.594846	0.083088	7.159224	0.0000
D(SWEDISHLNDIFF(- 15))	0.533038	0.074756	7.130351	0.0000
D(SWEDISHLNDIFF(- 16))	0.485817	0.065461	7.421450	0.0000
D(SWEDISHLNDIFF(- 17))	0.369291	0.055626	6.638798	0.0000
D(SWEDISHLNDIFF(- 18))	0.266018	0.044730	5.947239	0.0000

Tablo 14'ün Devamı

D(SWEDISHLNDIFF(- 19))	0.178167	0.033780	5.274269	0.0000
D(SWEDISHLNDIFF(- 20))	0.112062	0.023503	4.768065	0.0000
D(SWEDISHLNDIFF(- 21))	0.041564	0.012998	3.197730	0.0014
R-squared	0.728236	Mean dependent var	-8.03E-05	
Adjusted R-squared	0.727273	S.D. dependent var	0.468377	
S.E. of regression	0.244602	Akaike info criterion	0.025321	
Sum squared resid	354.6126	Schwarz criterion	0.050065	
		-		
Log likelihood	53.31636	Durbin-Watson stat	2.000736	

Tablo 15
(TL/İsveç Kronu) Kur Getirisi PP Testi

Null Hypothesis: SWEDISHLNDIFF has a unit root		
Exogenous: None		
Bandwidth: 175 (Newey-West using Bartlett kernel)		
	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-293.5303	0.0001
Test critical values:	1% level	-2.565349
	5% level	-1.940877
	10% level	-1.616664
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		
Residual variance (no correction)		0.071345
HAC corrected variance (Bartlett kernel)		0.004942

Tablo 16
(TL/Amerikan Doları) Kur Getirisi ADF Testi

Null Hypothesis: LNDIFF has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 27 (Automatic based on SIC, MAXLAG=33)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.92584	0.0000
Test critical values:	1% level		-2.565351	
	5% level		-1.940877	
	10% level		-1.616664	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(LNDIFF)				
Method: Least Squares				
Date: 09/24/13 Time: 11:30				
Sample (adjusted): 6/16/1981 12/31/2004				
Included observations: 5943 after adjustments				
		Coefficie		
Variable	nt	Std. Error	t-Statistic	Prob.
	-			
LNDIFF(-1)	2.472937	0.226338	-10.92584	0.0000
D(LNDIFF(-1))	1.176570	0.224690	5.236414	0.0000
D(LNDIFF(-2))	0.512443	0.222684	2.301204	0.0214
D(LNDIFF(-3))	0.148527	0.219987	0.675160	0.4996

Tablo 16'nin Devami

	-			
D(LNDIFF(-4))	0.309537	0.216963	-1.426681	0.1537
	-			
D(LNDIFF(-5))	0.645121	0.213646	-3.019577	0.0025
	-			
D(LNDIFF(-6))	1.069537	0.210147	-5.089477	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-7))	1.348900	0.206341	-6.537225	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-8))	1.862737	0.202276	-9.208886	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-9))	2.050773	0.197899	-10.36272	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-10))	2.328965	0.193244	-12.05195	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-11))	2.302234	0.188268	-12.22851	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-12))	2.199565	0.182394	-12.05940	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-13))	2.137616	0.175573	-12.17505	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-14))	2.020839	0.167826	-12.04129	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-15))	1.905140	0.158881	-11.99101	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-16))	1.777246	0.148819	-11.94237	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-17))	1.594346	0.137141	-11.62559	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-18))	1.383139	0.123781	-11.17407	0.0000

Tablo 16'nin Devami

	-			
D(LNDIFF(-19))	1.232190	0.110322	-11.16907	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-20))	0.926386	0.096108	-9.638993	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-21))	0.757745	0.083084	-9.120246	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-22))	0.546931	0.069790	-7.836781	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-23))	0.440258	0.057201	-7.696712	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-24))	0.319097	0.044629	-7.150032	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-25))	0.227948	0.033060	-6.894941	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-26))	0.111016	0.021225	-5.230559	0.0000
	-			
D(LNDIFF(-27))	0.087612	0.012959	-6.760730	0.0000
R-squared	0.712940	Mean dependent var	-5.02E-06	
Adjusted R-squared	0.711629	S.D. dependent var	0.165181	
			-	
S.E. of regression	0.088702	Akaike info criterion	2.002357	
			-	
Sum squared resid	46.54000	Schwarz criterion	1.970838	
Log likelihood	5978.004	Durbin-Watson stat	1.996845	

Tablo 17
(TL/Amerikan Doları) Kur Getirisi PP Testi

Null Hypothesis: LNDIFF has a unit root		
Exogenous: None		
Bandwidth: 137 (Newey-West using Bartlett kernel)		
	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-161.1665	0.0001
Test critical values:	1% level	-2.565349
	5% level	-1.940877
	10% level	-1.616664
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		
Residual variance (no correction)		0.012520
HAC corrected variance (Bartlett kernel)		0.001134

Tablolar 10-17 incelendiğinde döviz kur getirilerindeki birim kök varlığı hem Augmented Dickey-Fuller hem de Phillips-Perron testlerine göre güçlü bir şekilde reddedilmektedir. Döviz kur getirilerinde durağanlık sağlandığı bu şekilde görülmektedir. Kaosun varlığını tespit için bundan sonraki testlerde döviz kur getirileri kullanılacaktır.

BÖLÜM 7: BDS TESTLERİ VE MODEL SEÇİMLERİ

7.1-Birinci Adım: Saf Veriler için BDS Testi

Döviz getirilerinde mevcut doğrusal olmayan bağımlılık yapısını test etmek için saf verilere BDS testi uygulanmıştır. Bu test H_0 : seride BAD var, H_a : seride BAD yok hipotezlerini yüzde 1 anlamlılık düzeyinde sınavacaktır. Aşağıda bu adıma dair tablolar görülmektedir. BDS sütunu altındaki değerler z istatistiği değerleridir.

Tablo 18
(TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisi BDS Testi

BDS Test for STERLINGLNDIFF				
STANDARD DEVIATION				
Date: 09/11/13 Time: 12:42				
Sample: 1 5971				
Included observations: 5971				
<u>Dimensio</u>	<u>BDS</u>	<u>BDS</u>	<u>BDS</u>	<u>BDS</u>
<u>n</u>	<u>0.5</u>	<u>0.75</u>	<u>1.0</u>	<u>1.25</u>
2	46.84603	47.88200	47.02541	47.36589
3	46.67841	48.70085	47.44320	49.17670
4	45.96126	46.48195	45.12521	46.34273
5	44.58454	44.26055	43.02337	43.90930
6	43.29161	42.22496	40.92167	41.60031
7	41.95484	40.62517	39.18077	39.72147
8	40.77572	39.21140	37.64445	38.18262
9	39.77299	38.01665	36.37305	36.80887
10	38.87285	36.99171	35.23188	35.58539
11	38.07377	36.12859	34.34274	34.57351

Tablo 18'in Devamı

12	37.42574	35.36110	33.59359	33.73137
13	36.85304	34.66440	32.90277	32.96161
14	36.35012	34.05198	32.26786	32.25812
15	35.90858	33.49590	31.68497	31.61446
16	35.52349	32.99155	31.14999	31.02448
17	35.18908	32.53358	30.65862	30.48485
18	34.90517	32.14529	30.20752	29.98852
19	34.66305	31.79269	29.79300	29.53155
20	34.48552	31.50712	29.44664	29.14825

Tablo 19
(TL/Kanada Doları) Kur Getirisi BDS Testi

BDS Test for CANADIANLNDIFF				
STANDARD DEVIATION				
Date: 09/13/13 Time: 13:46				
Sample: 1 5971				
Included observations: 5971				
<u>Dimensio</u>	<u>BDS</u>	<u>BDS</u>	<u>BDS</u>	<u>BDS</u>
<u>n</u>	<u>0.5</u>	<u>0.75</u>	<u>1.0</u>	<u>1.25</u>
2	23.43021	26.23143	28.35119	30.06603
3	28.75726	31.10865	32.98559	34.15055
4	32.51236	34.18750	35.59111	36.18818
5	36.51968	36.69672	37.18845	37.03816
6	41.54647	39.34259	38.62378	37.68841
7	47.28328	41.86679	39.75627	38.06063
8	54.51469	44.89645	41.11846	38.60487
9	63.38388	48.22878	42.51944	39.15123
10	74.53172	52.07757	43.99612	39.69697
11	88.92094	56.75428	45.83515	40.45686
12	106.7815	62.07819	47.81527	41.26332
13	128.6817	68.02805	49.95391	42.12688
14	156.7366	74.95318	52.23748	42.99170
15	193.6846	83.17209	54.82444	43.97829
16	241.7064	92.85339	57.77112	45.09189
17	304.0582	104.1207	61.02021	46.27434
18	383.6354	117.2057	64.59848	47.55842
19	487.0377	132.4573	68.55167	48.98165
20	625.2057	150.0989	72.85989	50.42422

Tablo 20
(TL/İsveç Kronu) Kur Getirisi BDS Testi

BDS Test for SWEDISHLNDIFF				
STANDARD DEVIATION				
Date: 09/17/13 Time: 10:00				
Sample: 1 5971				
Included observations: 5971				
<u>Dimensio</u>	<u>BDS</u>	<u>BDS</u>	<u>BDS</u>	<u>BDS</u>
<u>n</u>	<u>0.5</u>	<u>0.75</u>	<u>1.0</u>	<u>1.25</u>
2	42.78220	39.63320	36.92628	36.04104
3	44.25952	42.40822	37.96984	36.57069
4	44.09986	41.79217	37.42496	36.30958
5	42.70367	40.27930	35.39077	34.26131
6	41.51929	39.15646	34.55971	33.48751
7	40.36820	37.91013	33.79301	32.99827
8	38.82061	36.84487	32.91323	32.29136
9	38.00668	35.93752	32.14202	31.65063
10	37.36514	35.17447	31.47766	31.08636
11	36.76750	34.45661	30.82857	30.50531
12	36.26308	33.79304	30.21177	29.93531
13	35.83559	33.18752	29.63432	29.38799
14	35.45765	32.63625	29.14835	28.86929
15	35.11792	32.13364	28.69285	28.38110
16	34.82778	31.71032	28.26744	27.92340
17	34.25219	31.34590	27.86888	27.49505
18	33.73069	31.01618	27.49938	27.09654
19	33.56857	30.72619	27.15862	26.72633
20	33.45947	30.46261	26.84278	26.38032

Tablo 21
(TL/Amerikan Doları) Kur Getirisi BDS Testi

BDS Test for LNDIFF				
STANDARD DEVIATION				
Date: 09/09/13 Time: 12:21				
Sample: 1 5971				
Included observations: 5971				
<u>Dimensio</u>	<u>BDS</u>	<u>BDS</u>	<u>BDS</u>	<u>BDS</u>
<u>n</u>	<u>0.5</u>	<u>0.75</u>	<u>1.0</u>	<u>1.25</u>
2	31.15208	33.55616	37.91432	39.44005
3	34.52854	36.47039	39.85877	37.47149
4	36.34709	36.54423	38.27358	35.60613
5	36.27425	35.50813	36.50194	34.49490
6	35.67347	34.38265	34.94041	33.05809
7	35.02239	33.24797	33.62736	31.93821
8	34.40512	32.25142	32.47130	31.03408
9	33.91777	31.58686	31.55587	30.31095
10	33.45458	31.14911	30.99474	30.01123
11	33.06393	30.68395	30.40496	29.61268
12	32.71656	30.28366	29.81570	29.16651
13	32.43434	29.87754	29.24420	28.70170
14	32.15996	29.47353	28.69779	28.23696
15	31.93359	29.08956	28.18450	27.78202
16	31.72344	28.72051	27.69796	27.34094
17	31.55566	28.36580	27.28998	26.98581
18	31.45608	28.03494	26.90176	26.63922
19	31.37791	27.76167	26.53555	26.30672
20	31.27425	27.49379	26.23156	26.04198

Bu tablolara göre bütün döviz kurları için bütün boyutlarda H_0 hipotezi yüzde 1 anlamlılık düzeyinde reddedilmekte; kurların doğrusal olmayan bağımlılık yapısı gösterdiği görülmektedir. (TL/Kanada Doları) kurunda boyut düzeyi arttıkça z istatistiği artarken; diğer üç kurda boyut düzeyi arttıkça z istatistiğinin azaldığı görülmektedir. En büyük z istatistik değeri yirminci boyutta (TL/Kanada Doları) kuru için 625 civarında gerçekleşmiştir.

7.2-İkinci Adım: AR Modeli ile Filtrelenmiş Getirilere BDS Testi Uygulanması (Mevsimsel Etkiler İhmal Edilmiştir)

Verilerde olabilecek olası doğrusal bağımlılığı yok etmek için; gecikmiş değerlerin en fazla 10 olarak seçildiği AR modelleri ile getiriler filtrelenmiştir. En iyi modelin seçimi için Akaike Information Criteria (AIC) kriteri kullanılmıştır (Vandrovych, 2007:17). Doğrusal bağımlılık yok edildikten sonra AR(p) modellerinin tortuları alınarak BDS testi bu tortulara uygulanmıştır. Bu tortular doğrusal bağımlılık ilişkileri (mevsimsel etkiler ihmal edilmiştir) göstermeyen getiri hareketlerini yansıtmaktadırlar. Aşağıda bu adıma dair tablolar görülmektedir.

Tablo 22

(TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisine Dair Filtrelenme İçin Model Seçimi

Dependent Variable: LNDIFF				
Method: Least Squares				
Date: 11/02/14 Time: 14:20				
Sample (adjusted): 11 5971				
Included observations: 5961 after adjustments				
Convergence achieved after 3 iterations				
Newey-West HAC Standard Errors & Covariance (lag truncation=9)				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.001337	0.001145	1.167255	0.2432
AR(1)	0.446084	0.093777	-4.756869	0.0000

Tablo 22'nin Devami

	-			
AR(2)	0.235703	0.136723	-1.723945	0.0848
	-			
AR(3)	0.121383	0.098831	-1.228186	0.2194
	-			
AR(4)	0.202067	0.123824	-1.631889	0.1028
	-			
AR(5)	0.084730	0.069131	-1.225655	0.2204
	-			
AR(6)	0.225361	0.101107	-2.228933	0.0259
	-			
AR(7)	0.229943	0.090187	-2.549617	0.0108
	-			
AR(8)	0.199659	0.087563	-2.280177	0.0226
	-			
AR(9)	0.140318	0.099397	-1.411689	0.1581
	-			
AR(10)	0.074533	0.070979	1.050072	0.2937
R-squared	0.247421	Mean dependent var		0.001326
Adjusted R-squared	0.246156	S.D. dependent var		0.276859
S.E. of regression	0.240381	Akaike info criterion		-
Sum squared resid	343.8079	Schwarz criterion		0.001008
Log likelihood	44.80693	F-statistic		195.6142
Durbin-Watson stat	2.017874	Prob(F-statistic)		0.000000
Inverted AR Roots	.76+.45i	.76-.45i	.32	.24+.82i
	.24-.82i	-.27-.77i	-.27+.77i	-.72+.52i
	-.72-.52i	-.80		

Tablo 23

Filtreleme Sonucu (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisinin Tortuları

obs	Actual	Fitted	Residual	Residual Plot
11	-0.00289	0.00099	-0.00389	*
12	-0.00207	0.00482	-0.00689	*
13	-0.00069	0.00446	-0.00515	*
14	0.00046	0.00476	-0.00430	*
15	0.00584	0.00526	0.00058	*
16	0.00183	0.00052	0.00132	*
17	-0.00160	0.00105	-0.00265	*
18	0.00338	0.00189	0.00150	*
19	-0.00119	0.00173	-0.00292	*
20	-0.00500	0.00422	-0.00921	*
21	-0.00687	0.00482	-0.01169	*

Tablo 24**Filtrelenmiş (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisine Dair BDS Testi**

<u>Dimension</u>	<u>BDS</u> <u>0.5</u>	<u>BDS</u> <u>0.75</u>	<u>BDS</u> <u>1</u>	<u>BDS</u> <u>1.25</u>
2	52.90782	56.45085	55.33238	53.01762
3	52.42043	55.47713	54.36753	52.35747
4	51.03221	52.72023	52.04962	49.82704
5	49.54343	50.5219	49.75107	47.55604
6	48.15377	48.70298	47.88928	45.62602
7	47.19002	47.11229	46.27191	43.96705
8	46.37928	45.74788	44.84801	42.66411
9	45.74953	44.59615	43.61227	41.49327
10	45.32385	43.65442	42.54876	40.45817
11	45.03066	42.8897	41.6819	39.59927
12	44.89882	42.28802	40.93579	38.8393
13	44.86195	41.79125	40.29489	38.16886
14	44.91425	41.38849	39.75554	37.57827
15	45.048	41.10076	39.32007	37.06022
16	45.27909	40.93242	38.95318	36.60565
17	45.58142	40.82222	38.64724	36.20778
18	45.95115	40.76571	38.39625	35.86385
19	46.43598	40.75936	38.19477	35.56573

Tablo 25

(TL/Kanada Doları) Kur Getirisine Dair Filtreleme İçin Model Seçimi

Dependent Variable: LNDIFF				
Method: Least Squares				
Date: 11/02/14 Time: 14:43				
Sample (adjusted): 9 5971				
Included observations: 5963 after adjustments				
Convergence achieved after 3 iterations				
Newey-West HAC Standard Errors & Covariance (lag truncation=9)				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.001587	0.000132	11.99530	0.0000
AR(1)	0.184963	0.084561	2.187337	0.0288
AR(2)	0.199682	0.060716	-3.288802	0.0010
AR(3)	0.010202	0.024376	-0.418534	0.6756
AR(4)	0.007181	0.019783	-0.362966	0.7166
AR(5)	0.014435	0.024558	0.587774	0.5567
AR(6)	0.005242	0.019359	0.270806	0.7865
AR(7)	0.032447	0.024035	1.349965	0.1771
AR(8)	0.040026	0.035714	-1.120751	0.2624
R-squared	0.066883	Mean dependent var		0.001587
Adjusted R-squared	0.065629	S.D. dependent var		0.010784
S.E. of regression	0.010424	Akaike info criterion		6.287870
Sum squared resid	0.646982	Schwarz criterion		6.277767
Log likelihood	18756.28	F-statistic		53.34528
Durbin-Watson stat	2.000124	Prob(F-statistic)		0.000000
Inverted AR Roots	.57+.21i	.57-.21i	.31-.64i	.31+.64i
	-.19-.67i	-.19+.67i	-.60+.29i	-.60-.29i

Tablo 26

Filtreleme sonucu (TL/ Kanada Doları) kur getirisinin tortuları

obs	Actual	Fitted	Residual	Residual Plot
9	0.00127	0.00220	-0.00093	*
10	0.00046	0.00104	-0.00058	*
11	-0.00081	0.00149	-0.00230	*
12	0.00449	0.00147	0.00302	*
13	0.00011	0.00256	-0.00245	*
14	0.00229	0.00070	0.00159	*
15	0.00571	0.00212	0.00359	*
16	0.00522	0.00206	0.00317	*
17	-0.00329	0.00145	-0.00473	*
18	0.00023	-0.00013	0.00035	*
19	0.00000	0.00243	-0.00243	*

Tablo 27**Filtrelenmiş (TL/Kanada Doları) Kur Getirisine Dair BDS Testi**

<u>Dimension</u>	<u>BDS</u> <u>0.5</u>	<u>BDS</u> <u>0.75</u>	<u>BDS</u> <u>1</u>	<u>BDS</u> <u>1.25</u>
2	24.27722	26.63374	28.32642	29.3985
3	30.67747	32.19655	33.16892	33.35038
4	35.67604	35.82782	36.02193	35.60345
5	40.56401	38.94479	38.1517	36.94877
6	46.72573	42.17846	39.97673	37.9649
7	54.0222	45.42935	41.52408	38.66836
8	63.19007	49.26894	43.33036	39.50165
9	74.74778	53.61563	45.25276	40.37682
10	89.5513	58.67921	47.27786	41.20997
11	108.7073	64.81467	49.70919	42.24794
12	133.3703	71.85917	52.32322	43.31909
13	164.4737	79.90458	55.18004	44.48087
14	204.6515	89.31709	58.29135	45.66752
15	259.7512	100.8692	61.88185	47.00608
16	333.4328	114.8678	66.02367	48.51734
17	431.1838	131.3413	70.59494	50.1001
18	557.8987	150.6399	75.65416	51.77845
19	725.0228	173.6071	81.31651	53.6608

Tablo 28**(TL/İsveç Kronu) Kur Getirisine Dair Filtreleme İçin Model Seçimi**

Dependent Variable: LNDIFF				
Method: Least Squares				
Date: 11/02/14 Time: 15:02				
Sample (adjusted): 11 5971				
Included observations: 5961 after adjustments				
Convergence achieved after 3 iterations				
Newey-West HAC Standard Errors & Covariance (lag truncation=9)				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000903	0.001137	0.794483	0.4269
-				
AR(1)	0.509115	0.086059	-5.915895	0.0000
-				
AR(2)	0.360847	0.088013	-4.099915	0.0000
-				
AR(3)	0.372747	0.097128	-3.837693	0.0001
-				
AR(4)	0.292151	0.124105	-2.354072	0.0186
-				
AR(5)	0.117673	0.106266	-1.107344	0.2682
-				
AR(6)	0.107398	0.094505	-1.136424	0.2558
-				
AR(7)	0.015091	0.094171	-0.160250	0.8727
-				
AR(8)	0.067663	0.089650	-0.754751	0.4504
-				
AR(9)	0.033936	0.075144	-0.451613	0.6516
-				
AR(10)	0.063418	0.051838	1.223378	0.2212

Tablo 28'in Devamı

R-squared	0.248261	Mean dependent var	0.000874	
Adjusted R-squared	0.246997	S.D. dependent var	0.285074	
S.E. of regression	0.247375	Akaike info criterion	0.046020	
Sum squared resid	364.1062	Schwarz criterion	0.058371	
Log likelihood	126.1621	F-statistic	196.4980	
Durbin-Watson stat	1.997795	Prob(F-statistic)	0.000000	
Inverted AR Roots	.56+.50i	.56-.50i	.52	.27-.77i
	.27+.77i	-.26-.75i	-.26+.75i	-.71+.44i
	-.71-.44i	-.74		

Tablo 29

Filtreleme Sonucu (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisinin Tortuları

obs	Actual	Fitted	Residual	Residual Plot
11	0.00094	0.00014	0.00080	*
12	0.00047	0.00151	-0.00104	*
13	-0.00282	0.00087	-0.00369	*
14	0.00047	0.00256	-0.00209	*
15	0.00000	0.00284	-0.00284	*
16	0.00094	0.00260	-0.00166	*
17	0.00608	0.00255	0.00353	*
18	-0.00047	-0.00085	0.00039	*
19	0.00000	0.00021	-0.00021	*
20	-0.00327	0.00030	-0.00358	*
21	-0.00234	0.00272	-0.00506	*

Tablo 30**Filtrelenmiş (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisine Dair BDS Testi**

<u>Dimension</u>	<u>BDS</u> <u>0.5</u>	<u>BDS</u> <u>0.75</u>	<u>BDS</u> <u>1</u>	<u>BDS</u> <u>1.25</u>
2	55.77572	55.36175	52.96972	53.02653
3	54.54726	55.1962	53.05221	51.64102
4	52.55874	52.85665	51.42416	49.63485
5	50.27468	50.03456	48.70799	46.9528
6	48.27065	47.61533	46.28923	45.10067
7	46.67453	45.54472	44.14981	43.44891
8	45.41781	43.80327	42.3586	41.98415
9	44.39567	42.63523	41.21536	40.79723
10	43.59507	41.52121	40.27601	39.81115
11	43.11859	40.90209	39.47424	38.94506
12	42.92389	40.39484	38.78685	38.18311
13	42.84758	40.01583	38.23322	37.51444
14	42.85056	39.71697	37.77971	36.92829
15	42.92569	39.48899	37.42257	36.41496
16	43.0786	39.35468	37.12329	35.96528
17	43.29083	39.27587	36.89109	35.60349
18	43.38626	39.02223	36.69767	35.287
19	43.73158	39.05011	36.55515	35.04385

Tablo 31**(TL/ Amerikan Doları) Kur Getirisine Dair Filtreleme İçin Model Seçimi**

Dependent Variable: LNDIFF Method: Least Squares Date: 11/02/14 Time: 15:36 Sample (adjusted): 11 5971 Included observations: 5961 after adjustments Convergence achieved after 3 iterations Newey-West HAC Standard Errors & Covariance (lag truncation=9)				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.001373	0.000256	5.369939	0.0000
AR(1)	0.290820	0.166298	-1.748786	0.0804
AR(2)	0.653862	0.145042	-4.508093	0.0000
AR(3)	0.346602	0.119452	-2.901595	0.0037
AR(4)	0.448872	0.139132	-3.226220	0.0013
AR(5)	0.311485	0.110258	-2.825062	0.0047
AR(6)	0.397643	0.131082	-3.033535	0.0024
AR(7)	0.274309	0.099641	-2.752985	0.0059
AR(8)	0.485319	0.174909	-2.774700	0.0055
AR(9)	0.186480	0.193661	-0.962921	0.3356
AR(10)	0.300204	0.102645	-2.924675	0.0035

Tablo 31'in Devamı

R-squared	0.352267	Mean dependent var	0.001362	
Adjusted R-squared	0.351179	S.D. dependent var	0.112319	
S.E. of regression	0.090473	Akaike info criterion	1.965697	
Sum squared resid	48.70243	Schwarz criterion	1.953346	
Log likelihood	5869.760	F-statistic	323.5890	
Durbin-Watson stat	1.989750	Prob(F-statistic)	0.000000	
Inverted AR Roots	.80+.48i	.80-.48i	.38-.82i	.38+.82i
	-.05+.84i	-.05-.84i	-.44+.74i	-.44-.74i
	-.83+.35i	-.83-.35i		

Tablo 32

Filtreleme Sonucu (TL/Amerikan Doları) Kur Getirisinin Tortuları

obs	Actual	Fitted	Residual	Residual Plot
11	-0.00048	0.00074	-0.00122	*
12	0.00680	0.00360	0.00320	*
13	-0.00096	0.00014	-0.00109	*
14	0.00096	-0.00082	0.00178	*
15	0.00685	0.00159	0.00526	*
16	0.00435	-0.00166	0.00601	*
17	-0.00047	-0.00127	0.00080	*
18	-0.00151	-0.00247	0.00095	*
19	0.00000	0.00161	-0.00161	*
20	0.00913	0.00033	0.00881	*
21	0.00000	-0.00048	0.00048	*

Tablo 33**Filtrelenmiş (TL/Amerikan Doları) Kur Getirisine Dair BDS Testi**

<u>Dimension</u>	<u>BDS</u> <u>0.5</u>	<u>BDS</u> <u>0.75</u>	<u>BDS</u> <u>1</u>	<u>BDS</u> <u>1.25</u>
2	31.15208	52.48906	52.25234	55.9212
3	34.52854	55.94562	53.50965	55.06561
4	36.34709	55.24932	51.3117	51.78677
5	36.27425	54.13333	49.45701	49.42957
6	35.67347	53.18801	48.09686	47.32895
7	35.02239	52.77912	46.92809	45.61049
8	34.40512	52.46086	45.92464	44.17461
9	33.91777	52.37978	45.11176	42.94649
10	33.45458	52.38533	44.42772	42.01968
11	33.06393	52.65861	43.9003	41.24985
12	32.71656	53.08841	43.47641	40.59261
13	32.43434	53.66687	43.13242	40.01333
14	32.15996	54.41255	42.89079	39.50018
15	31.93359	55.2868	42.73216	39.05771
16	31.72344	56.27463	42.63255	38.6717
17	31.55566	57.38003	42.59822	38.33784
18	31.45608	58.63219	42.63403	38.04894
19	31.37791	59.9919	42.7122	37.80087

Tablolardan görüleceği üzere döviz kurlarındaki olası doğrusal bağımlılığı yok etmek üzere TL/İngiliz Sterlini, TL/Kanada Doları, TL/İsveç Kronu ve TL/Amerikan Doları döviz kurları sırasıyla AR(10), AR(8), AR(10) ve AR(10) modelleri ile filtrelenerek döviz kurlarının BDS testi ile sadece doğrusal olmayan bağımlılığı (mevsimsel etkiler ihmal edilmiştir) göstermesi sağlanılmıştır. Doğrusal bağımlılık etkilerinden arındırılmış tortular bulunarak; bu tortulara BDS testi uygulanmıştır. Tortulara uygulanan BDS testlerine göre H_0 hipotezi yüzde 1 anlamlılık düzeyinde güçlü bir şekilde reddedilerek döviz kurlarının güçlü bir şekilde doğrusal olmayan deterministik veya stokastik bağımlılık gösterdiği tespit edilmiştir. Bu adımla birlikte kurların yapısında doğrusal olmayan bağımlılıklar dinamiği tespit edilmiş olmaktadır.

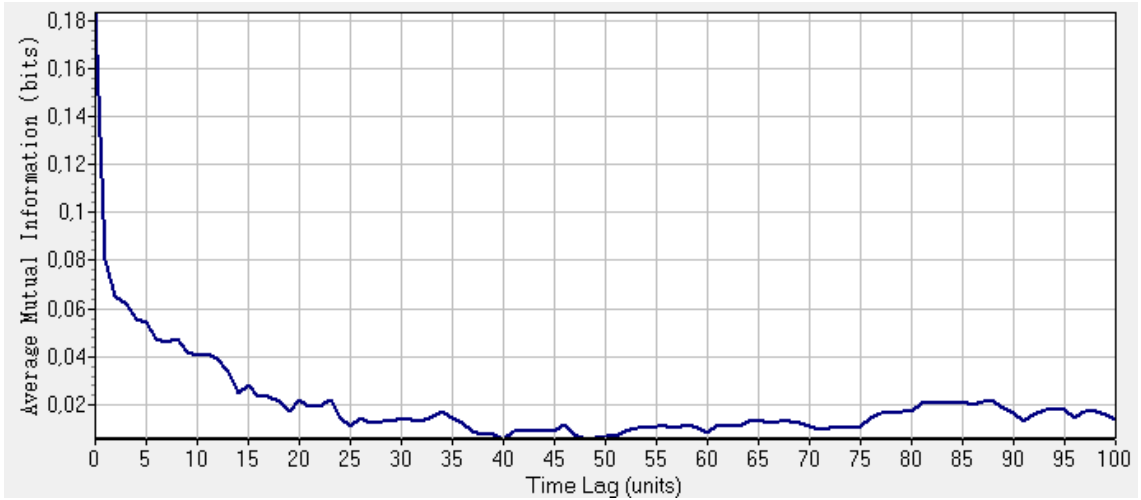
BÖLÜM 8: KORELASYON BOYUTU VE MAKSİMAL LYAPUNOV ÜSSELİ

8.1-Zaman Gecikmesi ve Gömme Boyutu

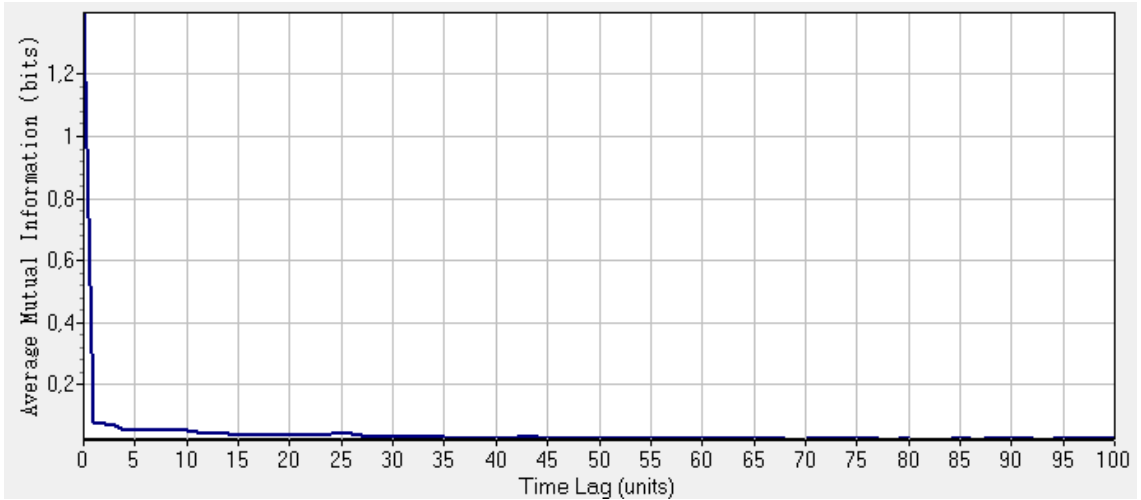
8.1.1-Zaman Gecikmesi

Döviz getirileri için zaman gecikmesi AMI'nin ilk minimum değerinden seçilmiştir.

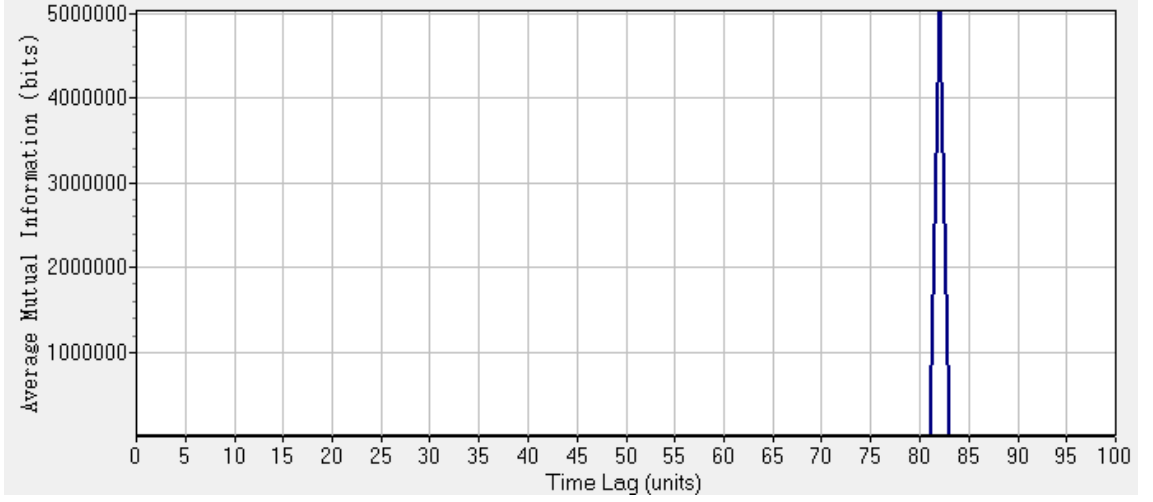
Aşağıda zaman gecikmesine ait grafikler görülmektedir.



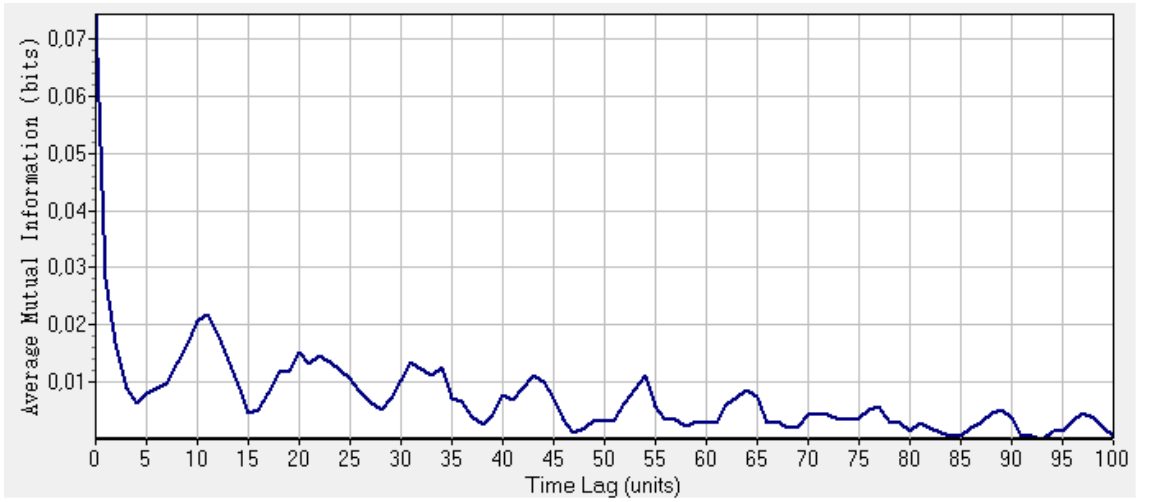
Şekil 37: (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisine Ait AMI



Şekil 38: (TL/Kanada Doları) Kur Getirisine Ait AMI



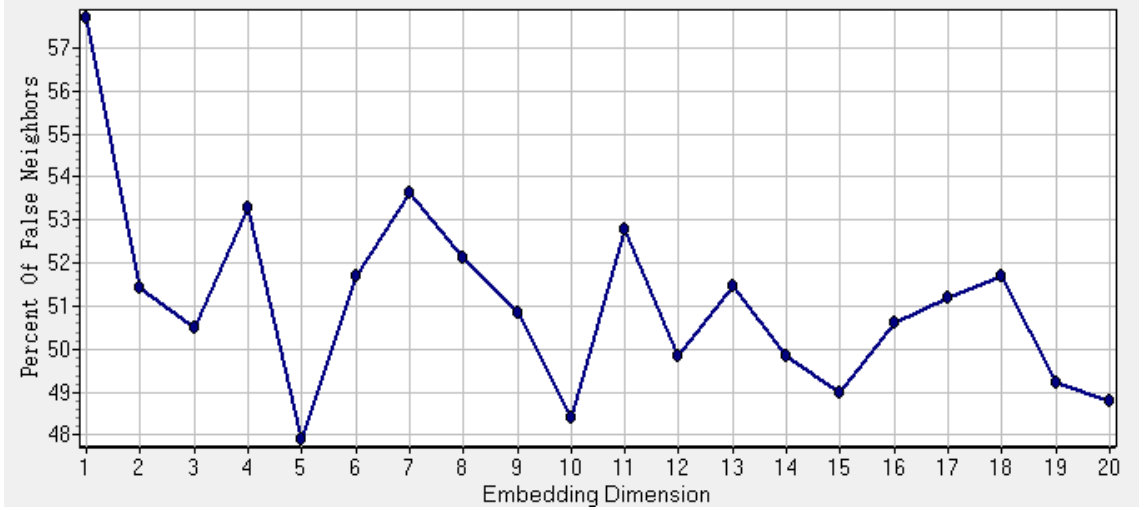
Şekil 39: (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisine Ait AMI



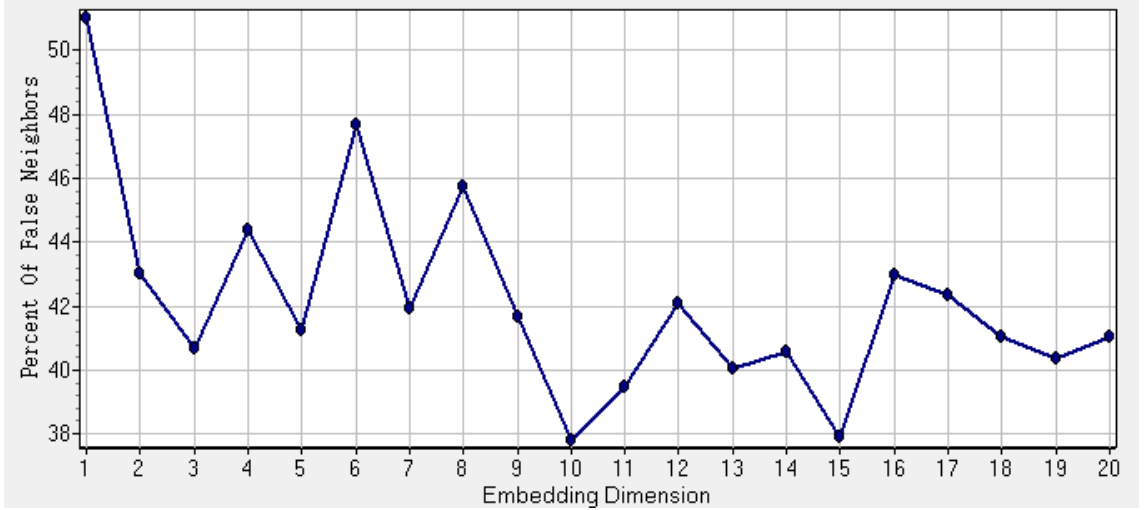
Şekil 40: (TL/Amerikan Doları) Kur Getirisine Ait AMI

8.1.2-Gömme (Yerleştirme) Boyutu

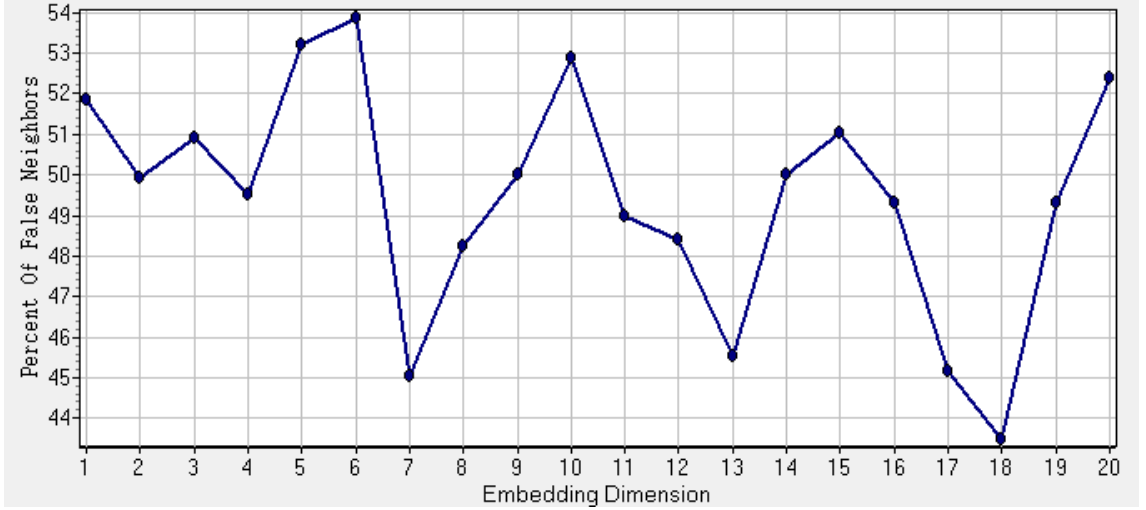
Aşağıda gömme boyutuna dair şekiller görülmektedir.



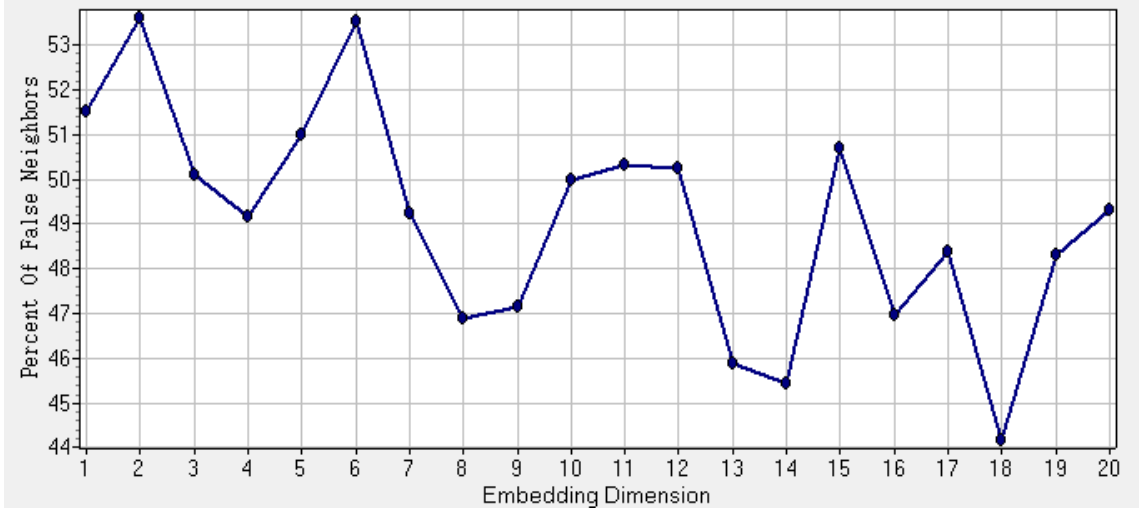
Şekil 41: (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisine Ait FFN



Şekil 42: (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisine Ait FFN



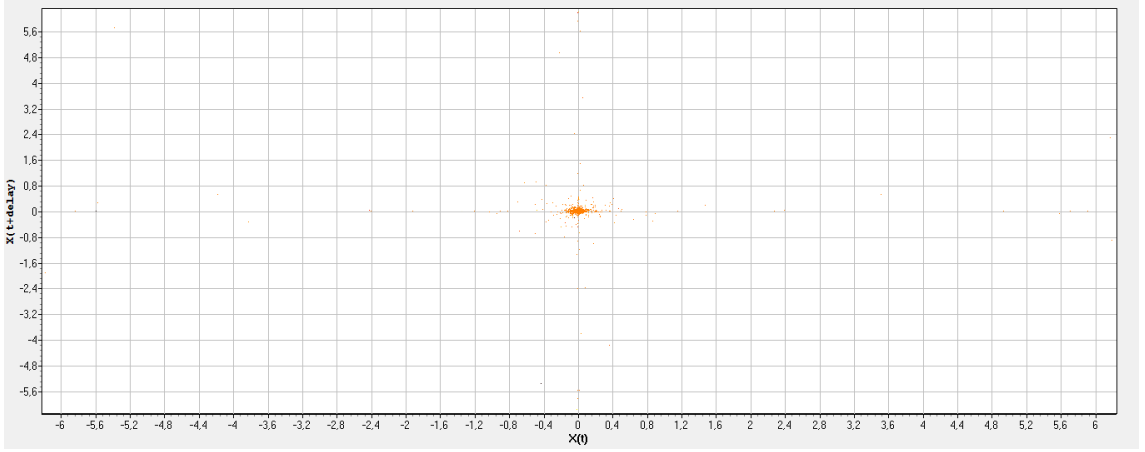
Şekil 43: (TL/Amerikan Doları) Kur Getirisine Ait FFN



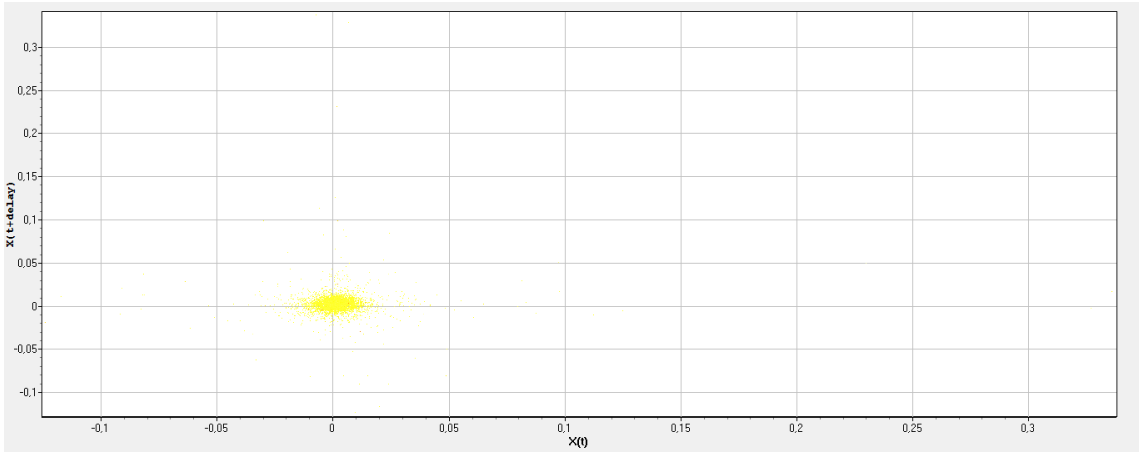
Şekil 44: (TL/Kanada Doları) Kur Getirisine Ait FFN

8.2. Faz Resimleri

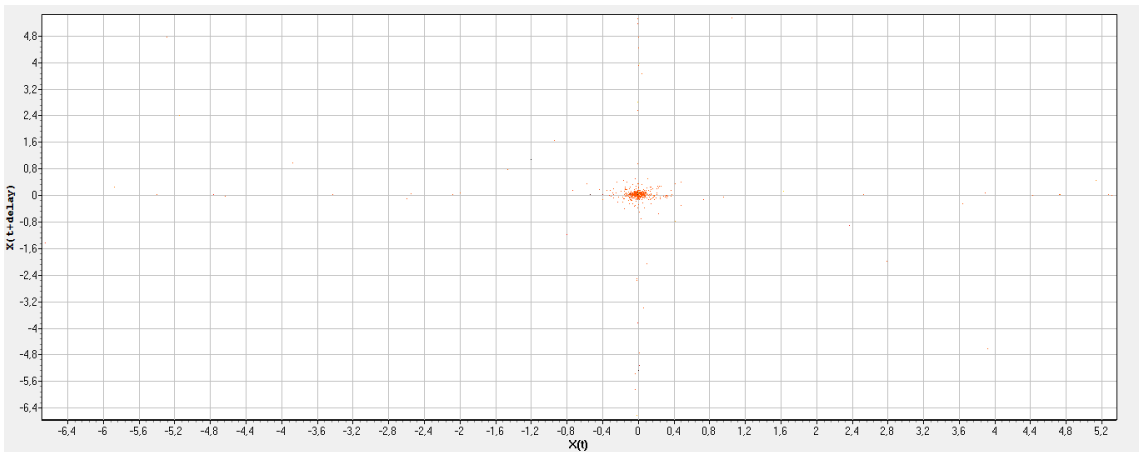
Aşağıda döviz kurlarına dair faz resimleri görülmektedir. Faz resimleri kaosa dair niteliksel bilgi sunabilmektedirler.



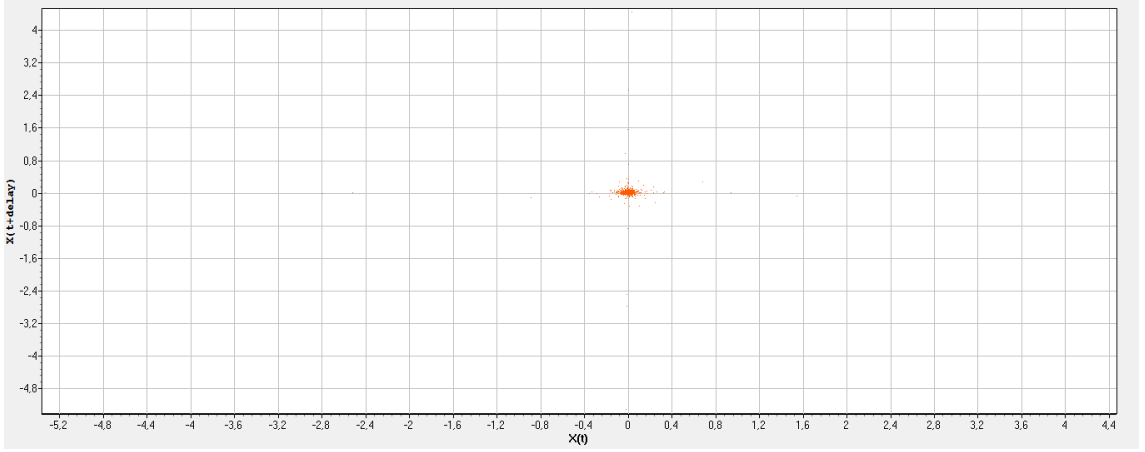
Şekil 45: (TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisi Faz Resmi



Şekil 46: (TL/Kanada Doları) Kur Getirisi Faz Resmi



Şekil 47: (TL/İsveç Kronu) Kur Getirisi Faz Resmi



Şekil 48:(TL/Amerikan Doları) Kur Getirisi Faz Resmi

Faz resimleri ilgili değişken ile ilgili değişkenin geciktirilmiş değeri dikkate alınarak çizilir. Zaman gecikmesi AMI'nin ilk minimum değerinden seçilir. Buna göre TL/İngiliz Sterlini, TL/Kanada Doları, TL/İsveç Kronu ve TL/Amerikan Doları döviz kurlarının zaman gecikmeleri sırasıyla 7, 4, 3 ve 4 bulunmuş ve faz resimleri buna göre oluşturulmuştur.

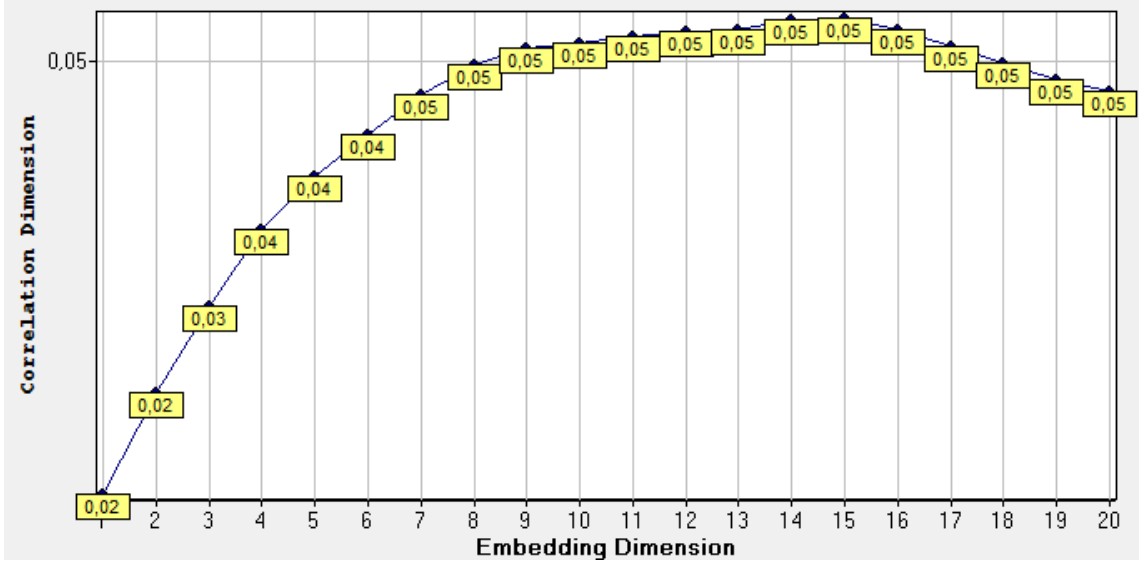
Bütün kur getirilerinin yeniden oluşturulmuş orbit üzerinde sıfıra yakın bölgede yoğunlaşmış olduğu gözükmemektedir. Bu resimlerde herhangi bir yapı mevcut olsa bile; daha yüksek düzeyli bir uzay ile bu yapıların görülebileceği düşünülmektedir.

8.3-Korelasyon Boyutu

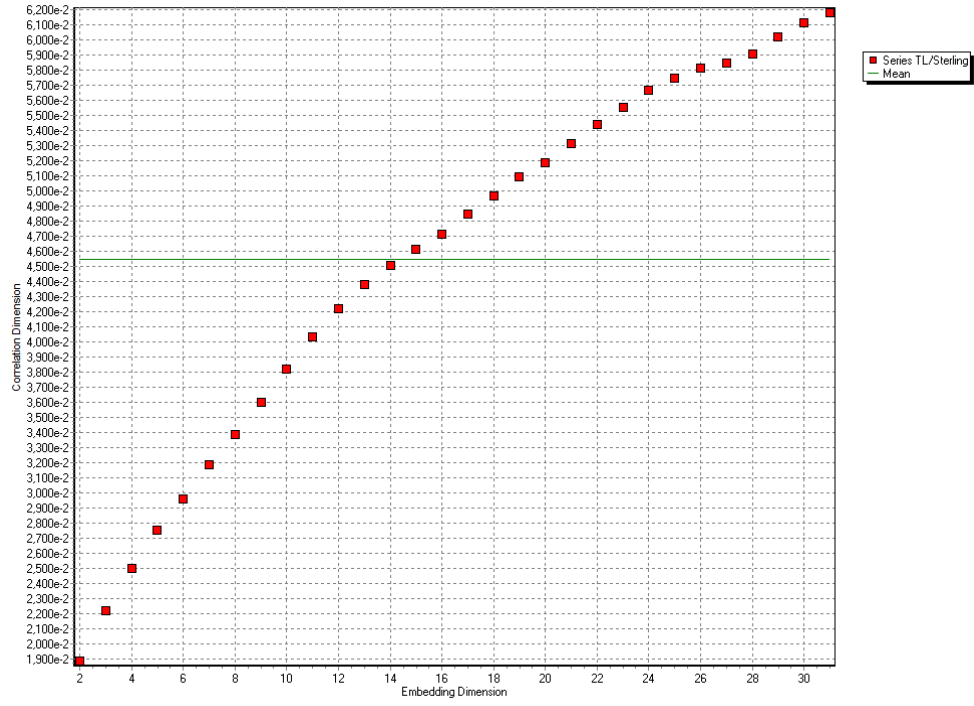
Aşağıda kurlar için korelasyon boyutu-gömme boyutu hesaplamaları ve grafikleri ile korelasyon integrali-epsilon grafikleri mevcuttur. Hesaplamalarda Auguri programında Theiler window (Theiler penceresi) dikkate alınmıştır. Kaotik bir çekici için gömme boyutunun artan değerlerinde korelasyon boyutu bir değere yakınsamalı ve serinin otoregresif modelle filtrelenmesinden arta kalan tortuların hesaplanan korelasyon boyutu ile serilerin hesaplanan korelasyon boyutu aynı olmalıdır (Brock'un tortu testi).

Tablo 34
(TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisi Korelasyon Boyutu

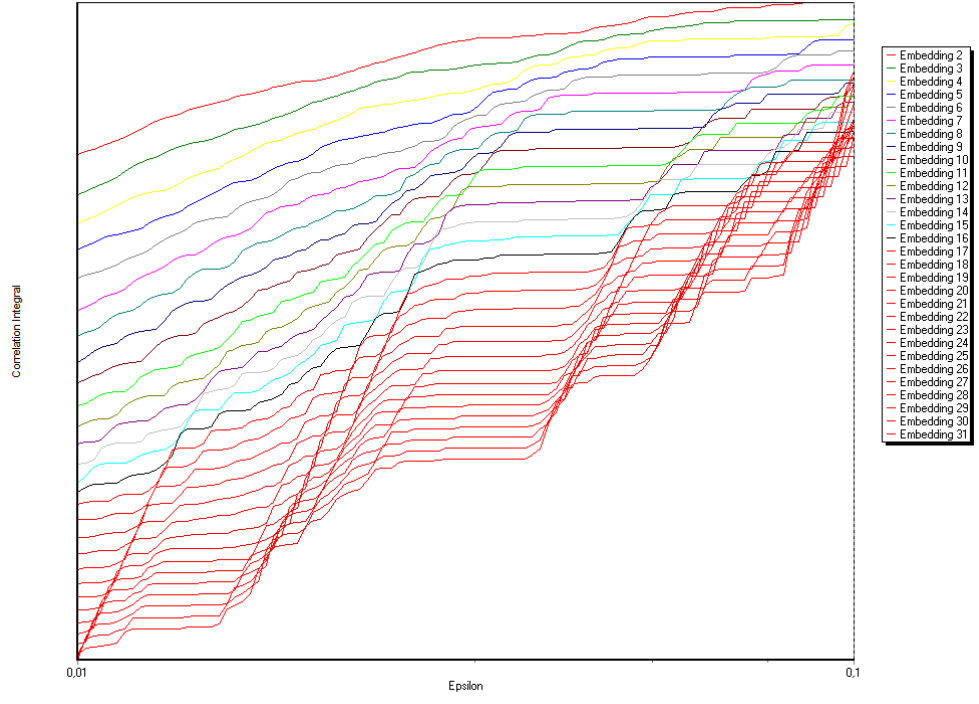
Generalized Dimensions			
Distance Metric:		Euclidean	
Summary			
Series	q-Or.	Emb.	Dq Estimate
1	2	2	0,018850878621256
		3	0,022187976044623
		4	0,024965647866872
		5	0,02749831777766
		6	0,029614428037053
		7	0,031849140181032
		8	0,033885539843502
		9	0,035975747789884
		10	0,038192413698916
		11	0,040304059480728
		12	0,042202432851796
		13	0,043809182789256
		14	0,045049527119546
		15	0,046144938448603
		16	0,047116731163838
		17	0,048479130386217
		18	0,049666842030663
		19	0,050926996283524
		20	0,051878150013557
		21	0,053164446061964
		22	0,054373264389144
		23	0,055566199668946
		24	0,056663906674055
		25	0,057492260950345
		26	0,058107399633803
		27	0,058496824837123
		28	0,059047781267804
		29	0,060205255265335
		30	0,061104764360297



Şekil 49: TL/İngiliz Sterlini Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu



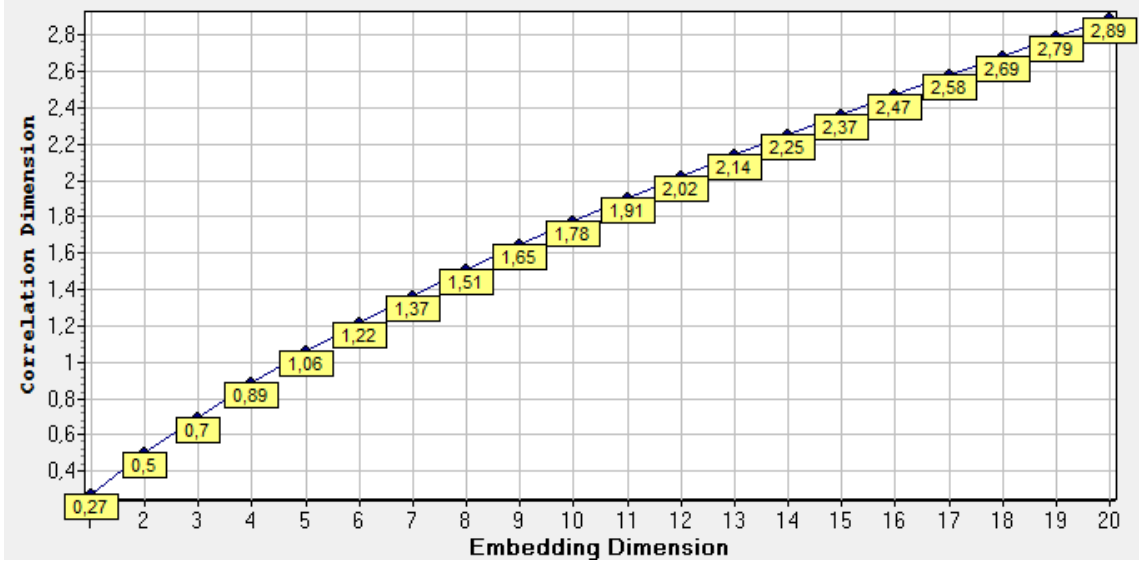
Şekil 50: TL/İngiliz Sterlini Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu



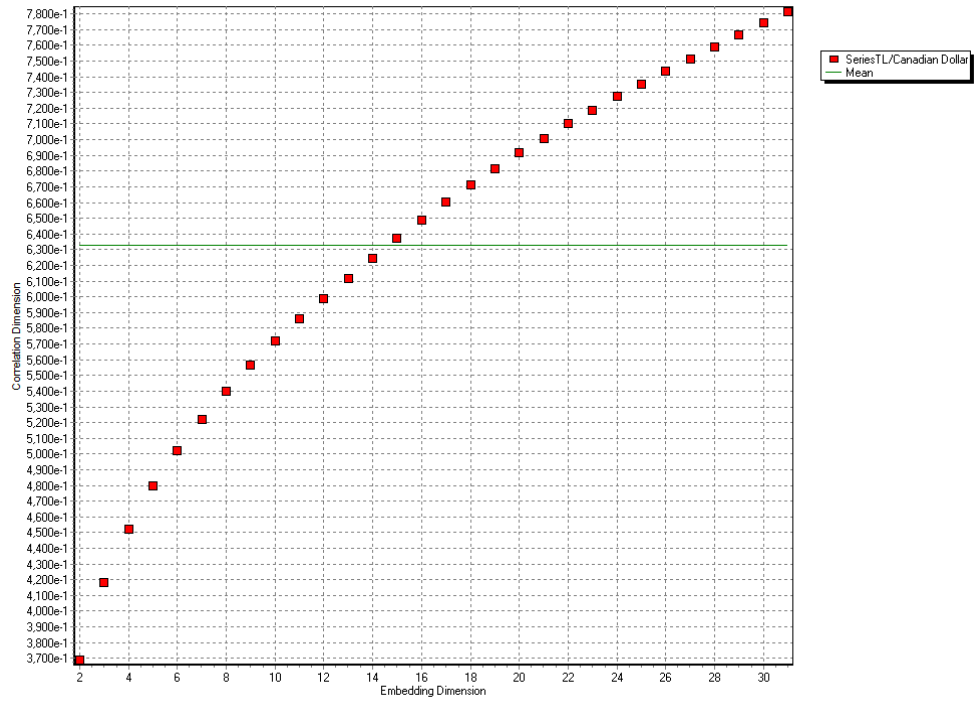
Şekil 51: TL/İngiliz Sterlini Korelasyon İntegrali-Epsilon

Tablo 35
(TL/Kanada Doları) Kur Getirisi Korelasyon Boyutu

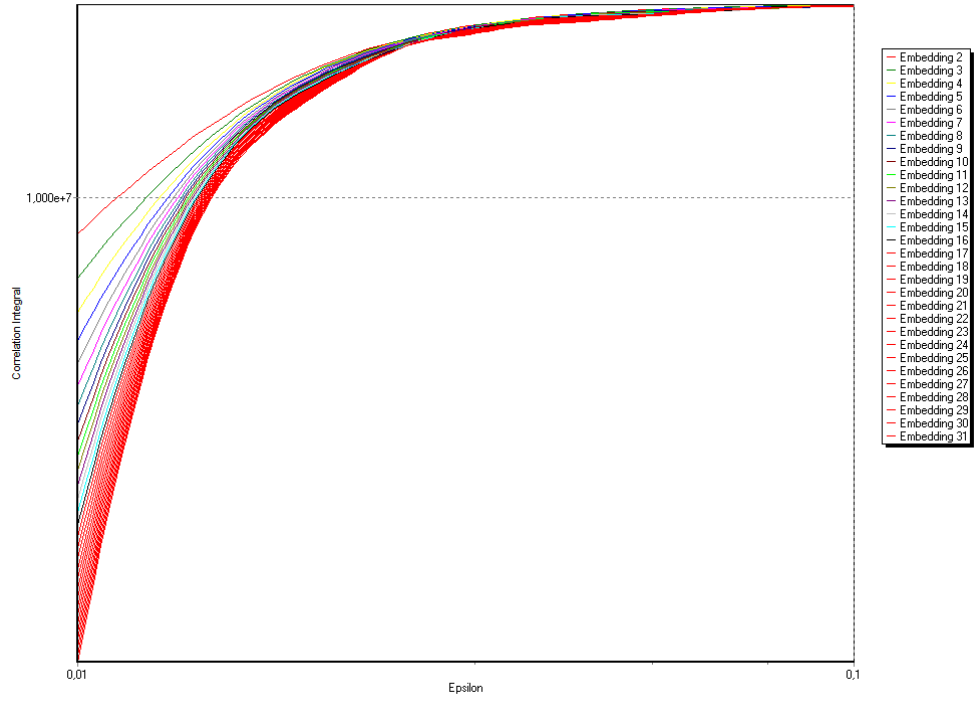
Generalized Dimensions			
Distance Metric:		Euclidean	
Summary			
Series	q-Or.	Emb.	Dq Estimate
1	2	2	0,36891436351203
		3	0,41855404703038
		4	0,45245324283231
		5	0,47951074203067
		6	0,50182649328984
		7	0,52203988923418
		8	0,54010994280468
		9	0,55681080675807
		10	0,57207177096287
		11	0,58579108328751
		12	0,5989506949811
		13	0,61193991647966
		14	0,6246717791697
		15	0,63706613940572
		16	0,64892751647734
		17	0,66011380678907
		18	0,67097170908038
		19	0,68157483779173
		20	0,69150578807012
		21	0,70085789504211
		22	0,71001521538318
		23	0,71874919201613
		24	0,72729419208706
		25	0,73552130996014
		26	0,74362178003946
		27	0,75151115871087
		28	0,75907587155508
		29	0,76668654733067
		30	0,77409690011402



Şekil 52: TL/Kanada Doları Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu



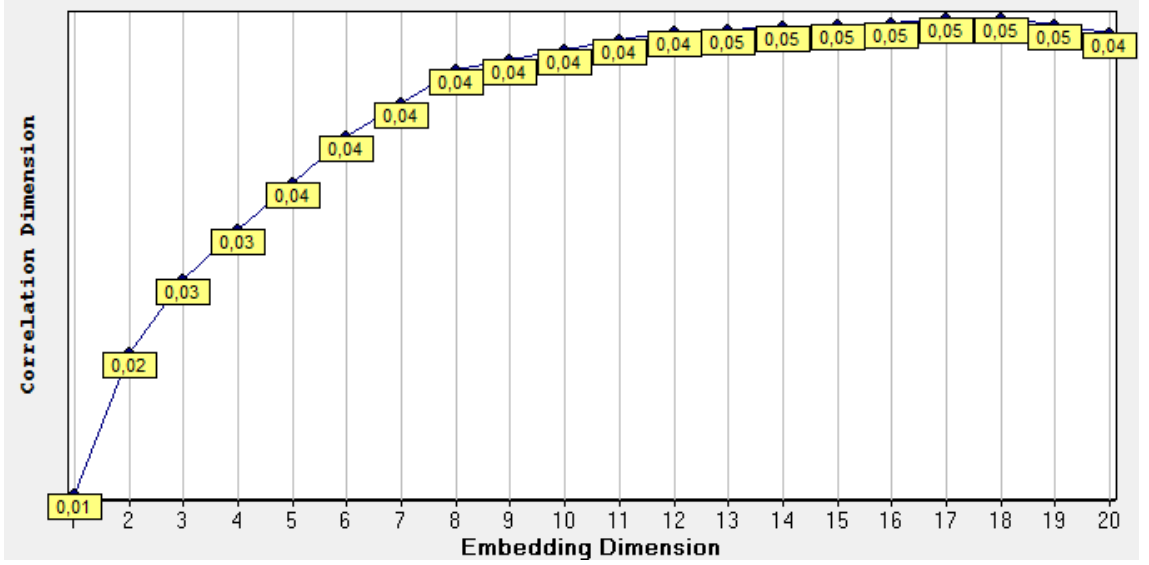
Şekil 53: TL/Kanada Doları Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu



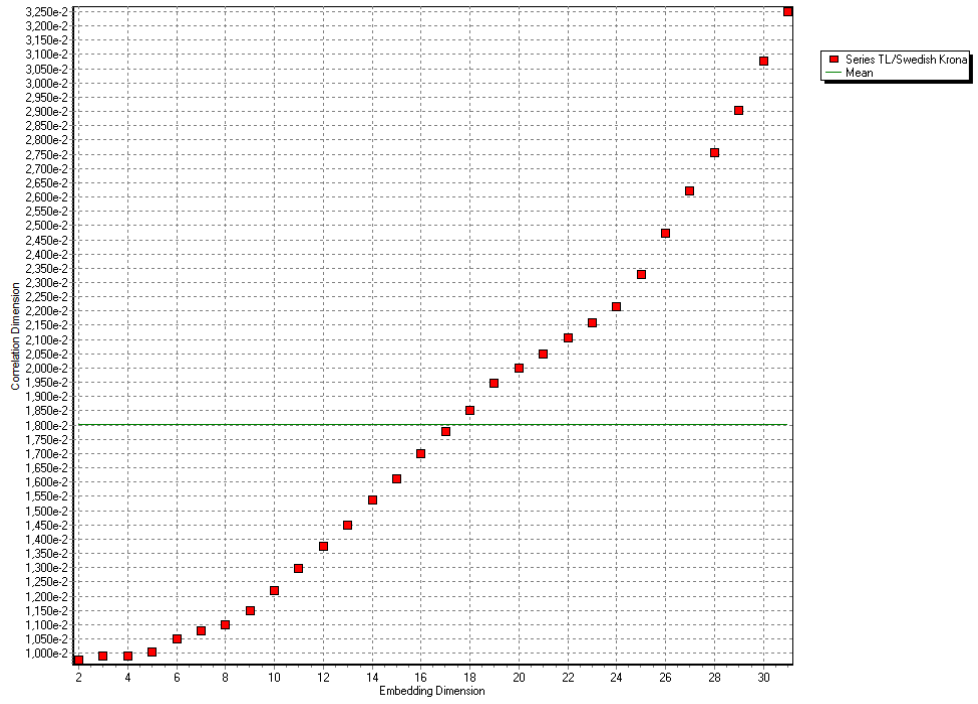
Şekil 54: TL/Kanada Doları Korelasyon İntegrali-Epsilon

Tablo 36
(TL/İsveç Kronu) Kur Getirisi Korelasyon Boyutu

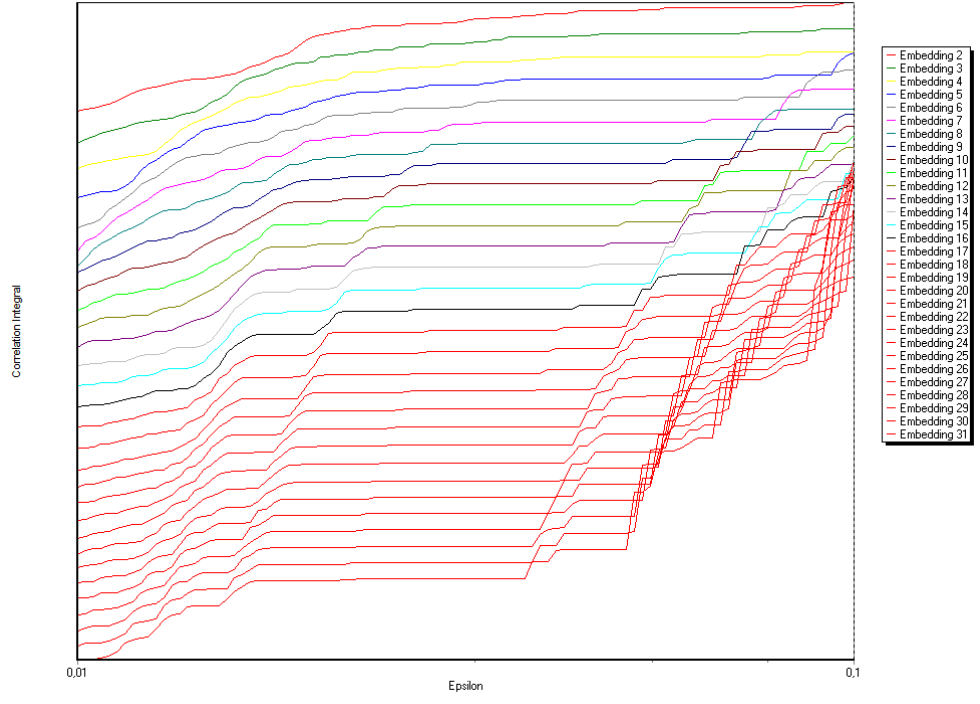
Generalized Dimensions			
Distance Metric:		Euclidean	
Summary			
Series	q-Or.	Emb.	Dq Estimate
1	2	2	0,0097607491661481
		3	0,0099008612992554
		4	0,0098999729971021
		5	0,010029544403522
		6	0,010498826912609
		7	0,010767994912794
		8	0,010997638218619
		9	0,011501223059407
		10	0,012197064105975
		11	0,01295975196471
		12	0,01376567348476
		13	0,014480499860099
		14	0,015364413623571
		15	0,01610245376754
		16	0,016996347482176
		17	0,017760730056769
		18	0,018511846673625
		19	0,019470030771768
		20	0,020001047315739
		21	0,020509785646354
		22	0,021046737053959
		23	0,021590249960004
		24	0,022148817998526
		25	0,02327141617772
		26	0,024739191936297
		27	0,026198950575751
		28	0,027562357592233
		29	0,029027532418214
		30	0,030769419176365



Şekil 55: TL/İsveç Kronu Korelasyon Boyutu-Gömmme Boyutu



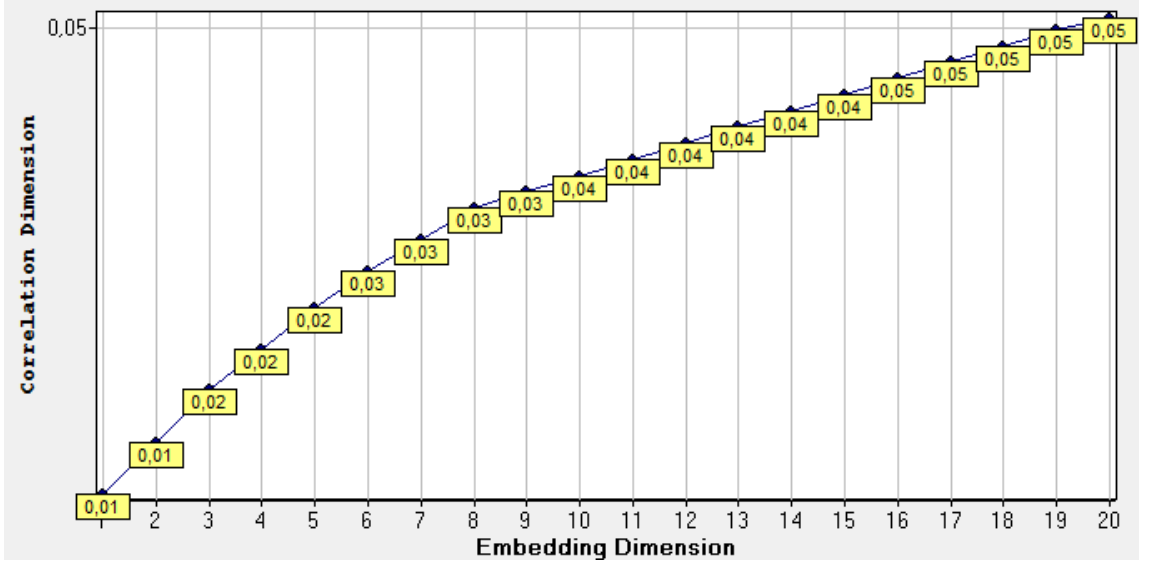
Şekil 56: TL/İsveç Kronu Korelasyon Boyutu-Gömmme Boyutu



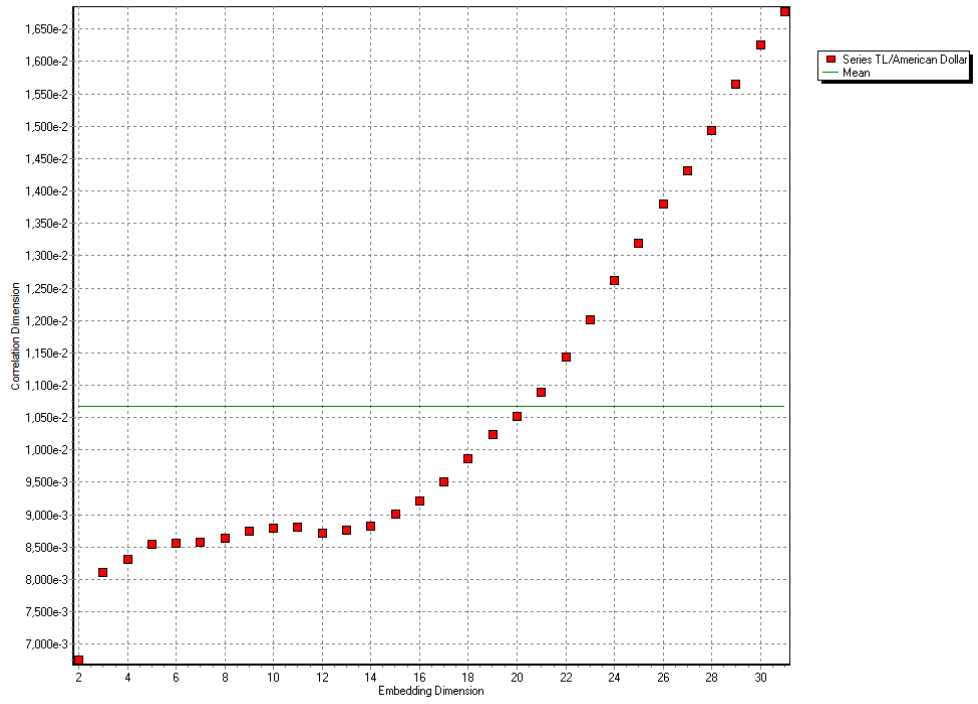
Şekil 57: TL/İsveç Kronu Korelasyon İntegrali-Epsilon

Tablo 37
(TL/Amerikan Doları) Kur Getirisi Korelasyon Boyutu

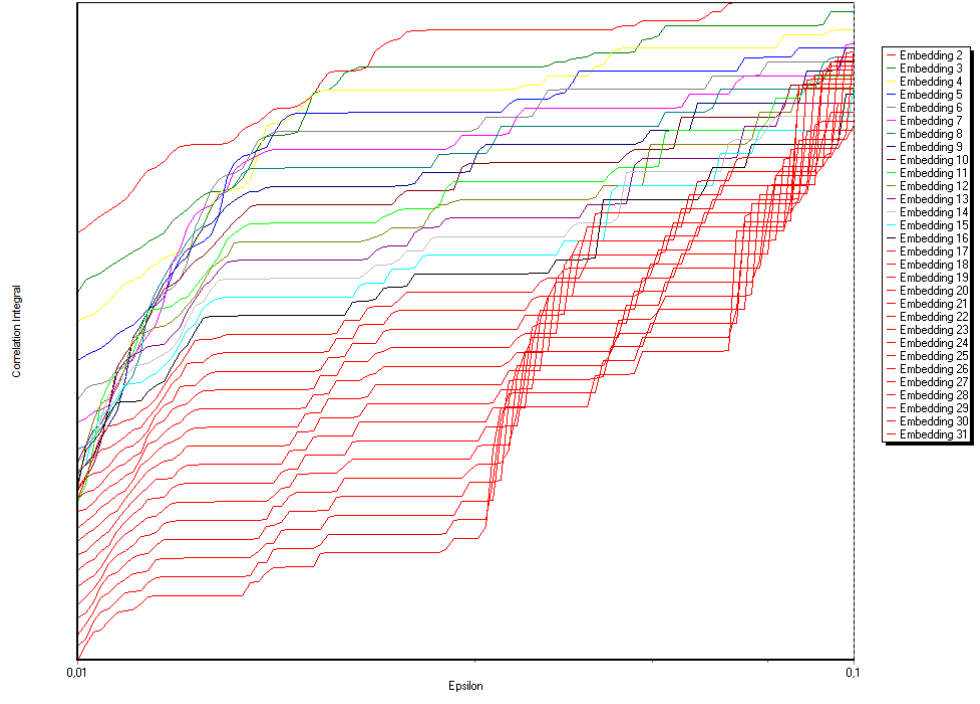
Generalized Dimensions			
Distance Metric:		Euclidean	
Summary			
Series	q-Or.	Emb.	Dq Estimate
1	2	2	0,0067537224558059
		3	0,0081062676567975
		4	0,0083049931093082
		5	0,0085446531486515
		6	0,0085640248559549
		7	0,0085745267586657
		8	0,0086367390016121
		9	0,0087410138045686
		10	0,0087968933061852
		11	0,0088050955090095
		12	0,0087137822014689
		13	0,0087560339754103
		14	0,0088291839216237
		15	0,0090158662224182
		16	0,0092102915874447
		17	0,0095032706111923
		18	0,0098622511614993
		19	0,010236248221872
		20	0,010524038601356
		21	0,010885064418443
		22	0,011433804657678
		23	0,012013655361529
		24	0,012612673391608
		25	0,013185623443058
		26	0,013792599050649
		27	0,014309027504694
		28	0,014935882549266
		29	0,015652678781226
		30	0,016257661561906



Şekil 58: TL/Amerikan Doları Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu



Şekil 59: TL/Amerikan Doları Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu



Şekil 60: TL/Amerikan Doları Korelasyon İntegrali-Epsilon

Tablo 38

(TL/İngiliz Sterlini) Kur Getirisi AR(10) Tortuları Korelasyon Boyutu

Generalized Dimensions			
Distance Metric:		Euclidean	
Summary			
Series	q-Or.	Emb.	Dq Estimate
1	2	2	0,031274294047678
		3	0,035540631503607
		4	0,037679384243728
		5	0,039671004497142
		6	0,042177524024599
		7	0,044785597509596
		8	0,047259334480988
		9	0,049839477643071
		10	0,052785184736061
		11	0,055015186879524
		12	0,057378159046514
		13	0,05922458475728
		14	0,061081575579127
		15	0,062462604095466
		16	0,06389092364433
		17	0,065251340374613
		18	0,066536672626935
		19	0,06802211000371
		20	0,069454931434765
		21	0,071181297605191
		22	0,072691925056966
		23	0,073824559836661
		24	0,074931848608371
		25	0,076071386638176
		26	0,077146474908626
		27	0,078342999543019
		28	0,079816144452628
		29	0,081254103170188
		30	0,082618955928609

Tablo 39

(TL/Kanada Doları) Kur Getirisi AR(8) Tortuları Korelasyon Boyutu

Generalized Dimensions			
Distance Metric:		Euclidean	
Summary			
Series	q-Or.	Emb.	Dq Estimate
1	2	2	0,39486093897802
		3	0,46255808804351
		4	0,51645181204303
		5	0,56161925760686
		6	0,6022747322679
		7	0,63939063344913
		8	0,6723723497899
		9	0,70308057327749
		10	0,73084090322068
		11	0,7573875254863
		12	0,78338963665851
		13	0,80771486472685
		14	0,83136755863261
		15	0,85428969207853
		16	0,87600842777172
		17	0,89772669821997
		18	0,91849505262038
		19	0,93844744366171
		20	0,95810569378838
		21	0,97807122913493
		22	0,99791023660958
		23	1,0177253068009
		24	1,0376310678244
		25	1,0576411793841
		26	1,0779477658978
		27	1,0988127716456
		28	1,1195335878028
		29	1,1407067789468
		30	1,1622368215178

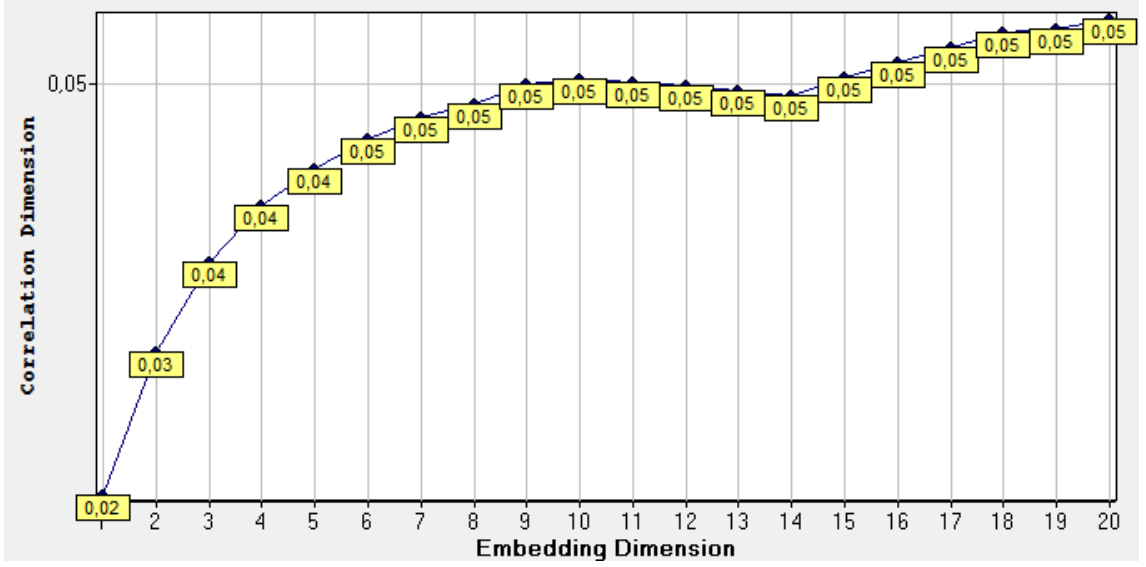
Tablo 40
(TL/İsveç Kronu) Kur Getirisi AR(10) Tortuları Korelasyon Boyutu

Generalized Dimensions			
Distance Metric:		Euclidean	
Summary			
Series	q-Or.	Emb.	Dq Estimate
1	2	2	0,018864700960468
		3	0,021206167254325
		4	0,024220444757399
		5	0,027254786942271
		6	0,030483466543741
		7	0,034445588853167
		8	0,038484510408619
		9	0,042671579183212
		10	0,046854856710466
		11	0,051199521141012
		12	0,055715760767354
		13	0,060473660404981
		14	0,065259048258944
		15	0,070356609811385
		16	0,075240955734213
		17	0,080438189027076
		18	0,085458128407489
		19	0,090447006662911
		20	0,095415918541907
		21	0,10030152168745
		22	0,10582101880063
		23	0,11161642679502
		24	0,11746010248231
		25	0,12330092746377
		26	0,12916491416807
		27	0,13479590281962
		28	0,14035897649176
		29	0,14627080589087
		30	0,15231807356329

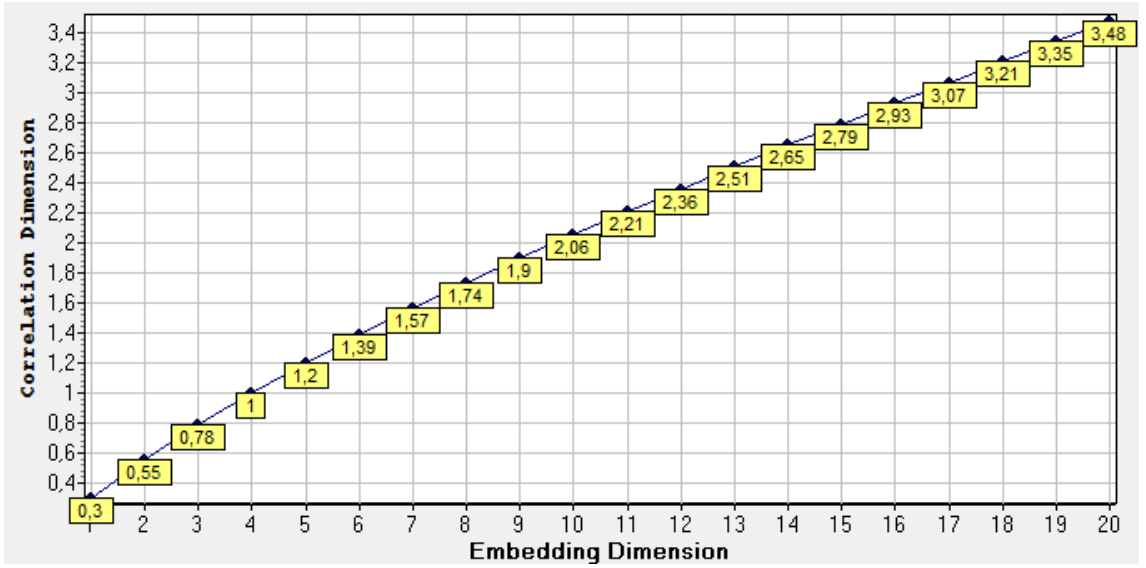
Tablo 41

(TL/Amerikan Doları) Kur Getirisi AR(10) Tortuları Korelasyon Boyutu

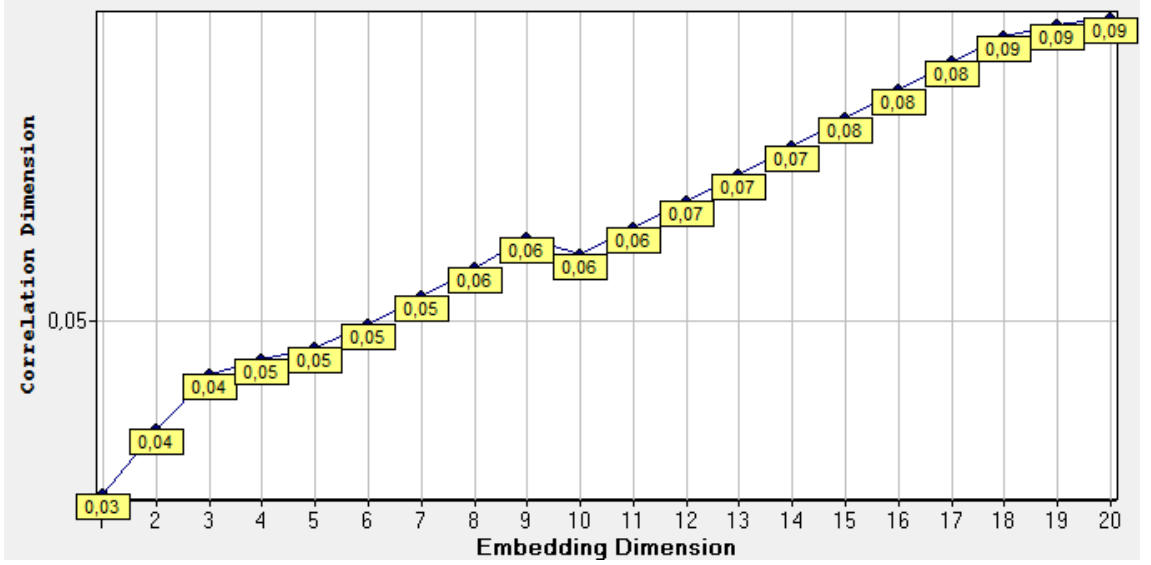
Generalized Dimensions			
Distance Metric:		Euclidean	
Summary			
Series	q-Or.	Emb.	Dq Estimate
1	2	2	0,032216918297977
		3	0,033109720267677
		4	0,033329533110595
		5	0,033214019325618
		6	0,033113699840531
		7	0,033095948030338
		8	0,033055647391939
		9	0,033082491784301
		10	0,033124070411221
		11	0,033095110450823
		12	0,033025662316899
		13	0,032890589373158
		14	0,032735498540767
		15	0,032618614809949
		16	0,032573300365095
		17	0,032645910606638
		18	0,032747333944213
		19	0,032872032637626
		20	0,033027556874604
		21	0,033281411901461
		22	0,033590236389711
		23	0,033915929073134
		24	0,034280468302109
		25	0,034782525792618
		26	0,035306893182208
		27	0,035818712610549
		28	0,036318541009668
		29	0,036941511881949
		30	0,03758378240818



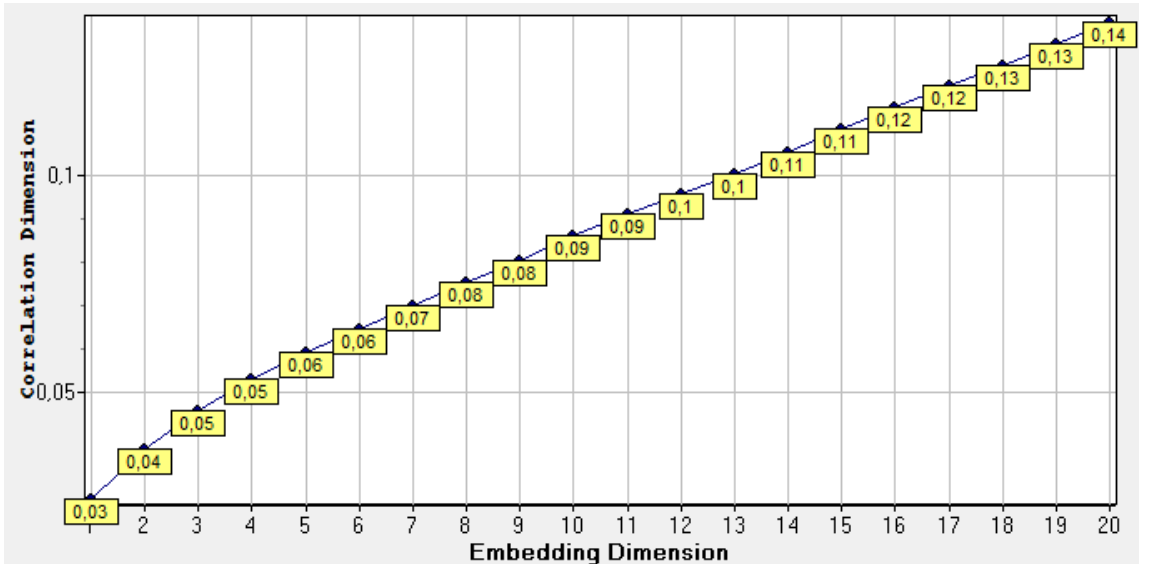
Şekil 61: TL/İngiliz Sterlini AR(10) Tortuları Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu



Şekil 62: TL/Kanada Doları AR(8) Tortuları Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu



Şekil 63: TL/İsveç Kronu AR(10) Tortuları Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu



Şekil 64: TL/Amerikan Doları AR(10) Tortuları Korelasyon Boyutu-Gömme Boyutu

Bu şekiller ve tablolar dikkate alındığında; VRA bilgisayar programına göre TL/İngiliz Sterlini ve TL/İsveç Kronu kurlarının getirilerinde korelasyon boyutu-gömme boyutu grafiklerinde stabilize bölgelere (gömme boyutu arttıkça korelasyon boyutu bir değere yakınıyor) rastlanmıştır fakat bu kurlardan yalnız TL/İngiliz Sterlini Brock'un tortu testini geçtiğinden sadece bu kur için garip çekicilerin varlığı söz konusudur.

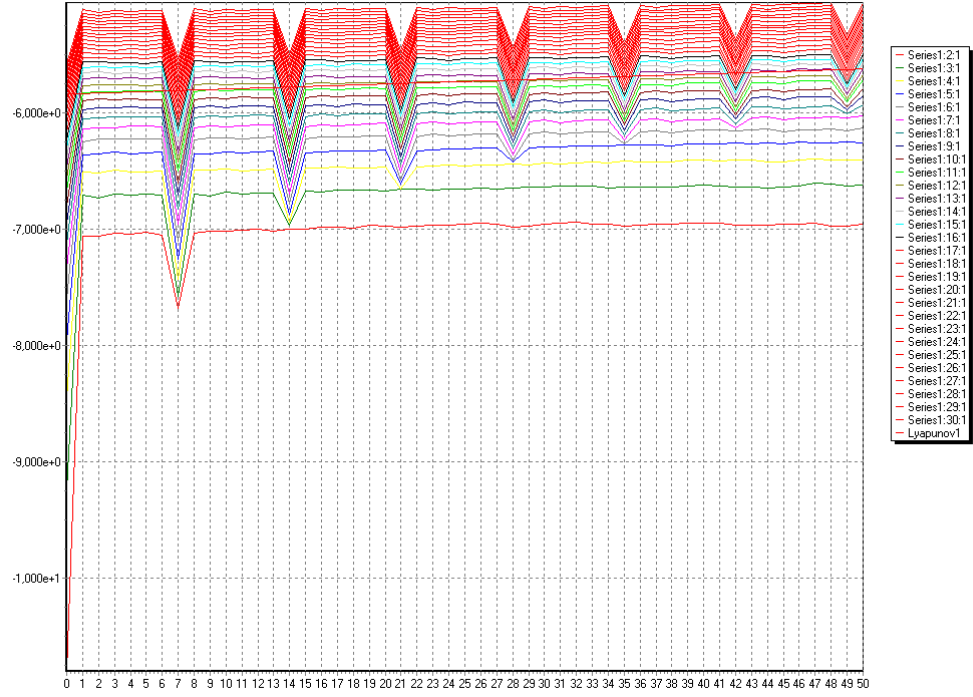
Auguri bilgisayar programına göre ise TL/İngiliz Sterlini, TL/Kanada Doları, TL/İsveç Kronu ve TL/Amerikan Doları kurları için korelasyon boyutu–gömme boyutu grafiklerinde yerleştirme boyutu arttıkça stabilize bölgeler (gömme boyutu arttıkça korelasyon boyutu bir değere yakınsamıyor) bulunmadığı için; garip çekicilerin varlığı söz konusu değildir. Söz konusu kurlar ayrıca Brock’un tortu testini de geçememişlerdir.

8.4 .Maksimal Lyapunov Üsseli

Aşağıda dört döviz getirisine dair maksimal Lyapunov üsseli hesaplamaları ve grafikleri bulunmaktadır. Metot olarak Rosenstein metodu kullanılmış olup; hesaplamalarda exclusion window (dışlama penceresi) dikkate alınmıştır. Dört üsselin de pozitif ve sıfırdan büyük çıkması; kaosun üçüncü şartının dört kur getirisi tarafından da sağlandığını göstermekte olup; dört kurun da başlangıç şartlarına hassas olduğunun ispatı bu şartın yerine getirilmesi ile görülmektedir.

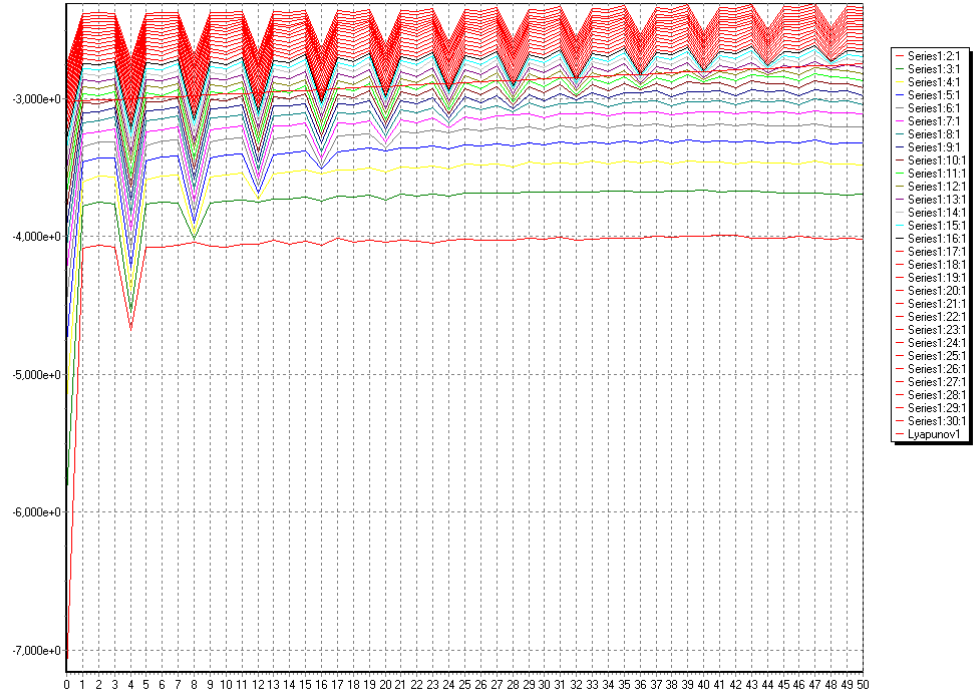
Tablo 42
Döviz Getirileri için
Hesaplanmış Maksimal Lyapunov Üsellersi

Estimated Maximal Lyapunov Exponent	Dimensions	Epsilon Step
TL/İngiliz Sterlini	0,0043440099536036	30
TL/Kanada Doları	0,0054801807859868	30
TL/İsveç Kronu	0,0070988581601031	30
TL/Amerikan Doları	0,0058396741300804	30



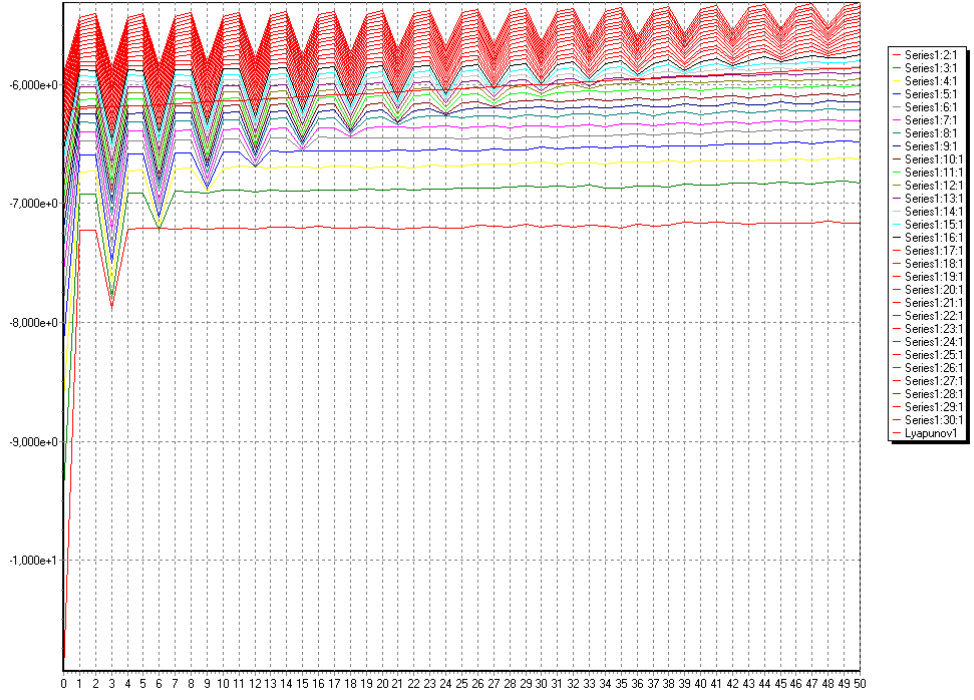
Divergence Log-Iteration

Şekil 65: TL/İngiliz Sterlini Maksimal Lyapunov Üsseli Hesaplaması



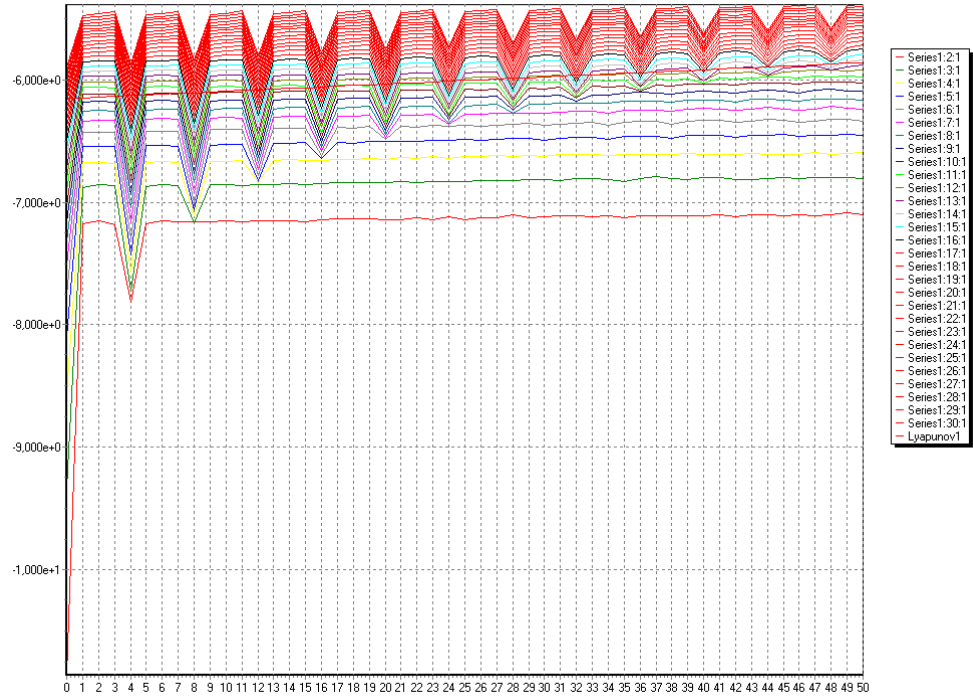
Divergence Log-Iteration

Şekil 66: TL/Kanada Doları Maksimal Lyapunov Üsseli Hesaplaması



Divergence Log-Iteration

Şekil 67: TL/İsveç Kronu Maksimal Lyapunov Üsseli Hesaplaması



Divergence Log-Iteration

Şekil 68: TL/Amerikan Doları Maksimal Lyapunov Üsseli Hesaplaması

BULGULAR

Hipotezler yüzde 1 önem seviyesinde test edilmiştir.

1-

H_a = TL/İngiliz Sterlini kuru seviyesi normallik özelliği göstermiyor

2-

H_a = TL/Kanada Doları kuru seviyesi normallik özelliği göstermiyor

3-

H_a = TL/İsveç Kronu kuru seviyesi normallik özelliği göstermiyor

4-

H_a = TL/Amerikan Doları kuru seviyesi normallik özelliği göstermiyor

5-

H_a = TL/İngiliz Sterlini kur getirisinde birim kök yok

6-

H_a = TL/Kanada Doları kur getirisinde birim kök yok

7-

H_a = TL/İsveç Kronu kur getirisinde birim kök yok

8-

H_a = TL/Amerikan Doları kur getirisinde birim kök yok

9-

H_a = TL/İngiliz Sterlini kur getirisinde BAD yok

10-

H_a = TL/Kanada Doları kur getirisinde BAD yok

11-

H_a = TL/İsveç Kronu kur getirisinde BAD yok

12-

H_a = TL/Amerikan Doları kur getirisinde BAD yok

13-

H_a = TL/İngiliz Sterlini kur getirisinin AR tortularında BAD yok

14-

H_a = TL/Kanada Doları kur getirisinin AR tortularında BAD yok

15-

H_a = TL/İsveç Kronu kur getirisinin AR(10) tortularında BAD yok

16-

H_a = TL/Amerikan Doları kur getirisinin AR(10) tortularında BAD yok

17-

H_0 = TL/İngiliz Sterlini kur getirisinin korelasyon boyutu stabilize olmuyor

18-

H_a = TL/Kanada Doları kur getirisinin korelasyon boyutu stabilize olmuyor

19-

H_0 = TL/İsveç Kronu kur getirisinin korelasyon boyutu stabilize olmuyor

20-

H_0 = TL/Amerikan Doları kur getirisinin korelasyon boyutu stabilize olmuyor

21-

H_a = TL/İngiliz Sterlini kur getirisinin korelasyon boyutu, kur getirisinin AR(10) tortularının korelasyon boyutu ile aynı değil

22-

H_a = TL/Kanada Doları kur getirisinin korelasyon boyutu, kur getirisinin AR(8) tortularının korelasyon boyutu ile aynı değil

23-

H_a = TL/İsveç Kronu kur getirisinin korelasyon boyutu, kur getirisinin AR(10) tortularının korelasyon boyutu ile aynı değil

24-

TL/Amerikan Doları kur getirisinin korelasyon boyutu, kur getirisinin AR(10) tortularının korelasyon boyutu ile aynı değil

25-

H_0 = TL/İngiliz Sterlini kur getirisinin maksimal Lyapunov üsseli pozitif

26-

H_0 = TL/Kanada Doları kur getirisinin maksimal Lyapunov üsseli pozitif

27-

H_0 = TL/İsveç Kronu kur getirisinin maksimal Lyapunov üsseli pozitif

28-

H_0 = TL/Amerikan Doları kur getirisinin maksimal Lyapunov üsseli pozitif

29-

H_0 = TL/İngiliz Sterlini kuru başlangıç şartlarına hassas

30-

H_0 = TL/Kanada Doları kuru başlangıç şartlarına hassas

31-

H_0 = TL/İsveç Kronu kuru başlangıç şartlarına hassas

32-

H_0 = TL/Amerikan Doları kuru başlangıç şartlarına hassas

33-

H_a = TL/İngiliz Sterlini kuru deterministik kaotik davranış göstermiyor

34-

H_a = TL/Kanada Doları kuru deterministik kaotik davranış göstermiyor

35-

H_0 = TL/İsveç Kronu kuru deterministik kaotik davranış göstermiyor

36-

H_a = TL/Amerikan Doları kuru deterministik kaotik davranış göstermiyor

SONUÇ VE DEĞERLENDİRME

İlk olarak döviz getirilerine BDS testi uygulanmıştır. Getirilerin doğrusal bağımlılıklar, deterministik doğrusal olmayan bağımlılıklar ve stokastik doğrusal olmayan bağımlılıklar dinamiğine sahip olduğu bulunmuştur. Getiriler doğrusal bağımlılıklardan temizlenmek üzere AR modelleri ile filtrelendikten sonra tortulara tekrar BDS testi uygulanmıştır. Test getirilerin doğrusal olmayan bağımlılıklara ve stokastik doğrusal olmayan bağımlılıklara sahip olduğunu bulmuştur.

İkinci olarak döviz getirilerinin korelasyon boyutu-gömme boyutu grafikleri çıkarılmıştır. Gömme boyutu arttırıldıkça korelasyon boyutu TL/İsveç Kronu, TL/İngiliz Sterlini, TL/Kanada Doları ve TL/Amerikan Doları kurları için bir değere Auguri programına göre yakınsamazken; VRA programına göre TL/İsveç Kronu ve TL/İngiliz Sterlini için bir değere yakınsamaktadır. VRA programına göre sadece TL/İngiliz Sterlini Brock'un tortu testini geçtiği için bu kur için garip bir çekici söz konusudur. Auguri programına göre ise ilgili kurlar için Brock'un tortu testi olumlu sonuç vermediğinden söz konusu kurlar garip çekicilere sahip değildirler sonucuna ulaşılmıştır.

Üçüncü olarak döviz getirileri için başlangıç koşullarına hassaslık testi yapılmıştır. Maksimal Lyapunov üsülleri bütün döviz getirileri için pozitif olduğundan döviz kurları başlangıç koşullarına hassastır sonucuna ulaşılmıştır.

Bütün kurlar doğrusal olmayan bağımlılıklar göstererek kaosun birinci şartını sağlarlarken; TL/İsveç Kronu, TL/İngiliz Sterlini, TL/Kanada Doları ve TL/Amerikan Doları kurları Auguri programına göre garip çekicilere sahip değildirler. VRA programına göre ise TL/İngiliz Sterlini garip bir çekiciye sahiptir. Kaosun üçüncü şartı bütün kurlar tarafından sağlanmıştır. Bütün kurlar başlangıç şartlarına hassas bağımlılık göstermektedirler. Bu bulgulara göre TL/İsveç Kronu, TL/İngiliz Sterlini, TL/Kanada Doları ve TL/Amerikan Doları kurları Auguri programına göre deterministik kaotik davranış özellikleri göstermemektedirler. VRA programına göre ise TL/İngiliz Sterlini deterministik kaotik davranış göstermektedir.

Kaotik çekici kavramı gayet somut bir kavram iken; bu çekiciyi bulmak için hazırlanan korelasyon boyutu-gömme boyutu grafiğinde stabilizasyon bölgesi aramak ve bulmak sübjektif olabilmektedir. Bu sebeple kaotik bir çekiciyi ampirik olarak bulmak için daha somut teknikler geliştirilmesi araştırmacıların işini gayet kolaylaştıracaktır.

Hala tanımlarında global bir tanıma kavuşamayan kaos ve garip çekiciler kavramları global tanımlar için gelecek nesillerin çalışmalarını beklemektedirler. Gelecek nesillerin kaos teorisyenlerince meydan okuma niteliğinde olacağı düşünölen kaos ve garip çekiciler kavram çalışmaları bilimsel manada çözülemeyen konulara da açıklık getirebilme şansına sahip olacaktır (mesela türbölans konusu). Bu meyanda kaos teorisi araştırmacılara yeni bilimsel kapılar açma potansiyeline sahip bir konudur. Türbölans ve türbölansın finansal piyasalar ile bağlantısı gibi konuların kaos ve karmaşıklık teorilerinin anlaşılması ile çalışılabilecek ve belki de bilimde devrimsel gelişmelere yol açabilecek konular arasında olma ihtimali bulunmaktadır.

KAYNAKÇA

Kitaplar

- Bali, N.P. (2009). *Real Analysis*. 1.Baskı. New Delhi: Firewall Media.
- Brock, W.A., D.A. Hsieh ve B. LeBaron (1993). *Nonlinear Dynamics, Chaos, and Instability: Statistical Theory and Economic Evidence*. 3.Baskı. USA: The MIT Press.
- Brooks, C. (2008) *Introductory Econometrics for Finance*. 2.Basım. UK: Cambridge University Press.
- Campbell, John Y., Andrew W. Lo and A. Craig MacKinlay; (1997), *The Econometrics of Financial Markets*, Second printing with corrections, Princeton University Press, Princeton, New Jersey
- Chorafas, D.N. (1994). *Chaos Theory in the Financial Markets*. USA: Irwin Professional Publishing.
- De Grauwe, P. H. Dewachter ve M. Embrechts (1993), *Exchange Rate Theory:Chaotic Models of Foreign Exchange Markets*. Oxford and Cambridge, MA: Blackwell.
- Devaney, L.R. (1989). *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*. 2. Baskı. USA: Addison-Wesley Publishing Company.
- Gleick, J. (2008). *Chaos: Making a New Science. 20th anniversary edition*. USA: Penguin Group.
- Hilborn, R.C.(2000). *Chaos and Nonlinear Dynamics:an introduction for scientists and engineers*. 2. Baskı. New York: Oxford University Press.
- Mandelbrot B. ve R.L. Hudson (2004). *The misbehavior of markets: a fractal view of risk, ruin, and reward*. 1. Baskı. USA: Basic Books.
- Ott, E. (2002). *Chaos in Dynamical Systems*. 2.Baskı. UK: Cambridge University Press.
- Peitgen, H.O., H. Jürgens ve D. Saupe (2004). *Chaos and Fractals: New Frontiers of Science*. 2.Baskı. USA: Springer-Verlag.
- Poincaré, H.(1914). *Science and Method*. F.Maitland (çev.). London, New York, etc. : T. Nelson and sons.
- Ruelle, D. (1999). *Raslantı ve Kaos*. D. Yurtgören (çev.). İstanbul: Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu.
- Sardar, Z. ve I. Abrams (2011). *Kaos*. D. Guliyeva (çev.). 2.Baskı. İstanbul: NTV yayınları.

Silverman, R.A. (Ed.) (1996). *Elementary Real and Complex Analysis*. New York: Dover Publications, Inc.

Sprott, J.C. (2004). *Chaos and Time-Series Analysis*. New York: Oxford University Press.

Stewart, I. (2004). *Does God Play Dice? The New Mathematics of Chaos*. 2. Baskı. USA: Blackwell Publishing Ltd.

Tennekes, H. ve J.L. Lumley (1972). *A first course in turbulence*. 3. Baskı. USA: The MIT Press.

Vassilicos, J. C., A. Demos ve F. Tata (1993). *No evidence of chaos but some evidence of multifractals in the foreign exchange and the stock markets*. Springer Berlin Heidelberg.

Sürekli yayınlar

Andreou, A.S., G. Pavlides ve A. Karytinos (2000). *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 10.7, 1729-1758.

Bajo-Rubio, O., F. Fernandez-Rodriguez ve S. Sosvilla-Rivero (1992) "Chaotic Behaviour in Exchange-Rate Series: First Results for the Peseta-United States Dollar Case". *Economics Letters*. 39.2, 207-211.

Banks, J., J. Brooks, G.Cairns, G.Davis ve P. Stacey (1992). "On Devaney's Definition of Chaos". *The American Mathematical Monthly*. 99.4, 332-334.

Bask, M. (1996). "Dimensions and Lyapunov exponents from exchange rate series". *Chaos, Solitons, Fractals*. 7.12, 2199-2214.

Bask, M. (2002). "A positive Lyapunov exponent in Swedish exchange rates?" *Chaos, Solitons, Fractals*. 14.8, 1295-1304.

Bakara, M.Y.V (17 Temmuz 2008). "Nonlinearity and Chaos Testing on South East Asia Countries Capital Markets: A Comparative Study from Indonesia, Philippine and Singapore Capital Market Indices". 14th Euro-Asia Conference& the 3rd International Conference on Business and Management Research (ICMBR), Social Science Research Network.

Baumol, W.J. (1985). "Unpredictability, Pseudorandomness and Military-Civilian Budget Interactions". *Economic Research Reports*. New York: C.V. Starr Center for Applied Economics.

Baumol, W.J. ve J. Benhabib (1989). "Chaos: Significance, Mechanism, and Economic Applications". *The Journal of Economic Perspectives*. 3.1, 77-105.

Baumol, W.J. ve R.E. Quandt (1985). "Chaos Models and Their Implications for Forecasting". *Eastern Economic Journal*. 11, 3-15.

- Bhattacharya, A. ve R. Sensarma (2006). "Do Financial Markets Exhibit Chaotic Behaviour? Evidence from an Emerging Economy". Indian Institute of Management.
http://www.igidr.ac.in/money/mfc_08/do%20Financial%20Markets%20Exhibit...Ayan%20B.&%20Rudra%20Sen%20Sarma.pdf (19 Kasım 2013).
- Brock, W.A., W.D. Dechert, J.A. Scheinkman ve B. LeBaron.(1996) "A Test for Independence Based on the Correlation Dimension". *Econometrics Reviews*, 15.3, 197-235.
- Brock, W.A. ve C.L. Sayers (1988). "Is the business cycle characterized by deterministic chaos?" *Journal of Monetary Economics*. 22.1, 71-90.
- Brooks, Christopher (1996), "Testing for Non-linearity in Daily Sterling Exchange Rates", *Applied Financial Economics*, 6, 307-317.
- Çoban, G. ve A. H. Büyüklü (2009). "Deterministic flow in phase space of exchange rates: Evidence of chaos in filtered series of Turkish Lira–Dollar daily growth rate", *Chaos, Solitons & Fractals*, 42.2, 1062-1067.
- Das, A. ve P. Das (2007). "Chaotic analysis of the foreign exchange rates". *Applied mathematics and computation*", 185.1, 388-396.
- Guillaume, D.M. (1995). "A Low-Dimensional Fractal Attractor in the Foreign Exchange Markets?" R. Trippi. (Ed.) *Chaos&Nonlinear Dynamics in the Financial Markets*. USA: Irwin Professional Publishing. 269-294.
- Grassberger P. ve I. Procaccia (1983). "Measuring the strangeness of strange attractors". *Physica 9D*. 189-208.
- Hsieh, David.A. (1989). "Testing for Nonlinear Dependence in Daily Foreign Exchange Rates", *The Journal of Business*, 62.3, 339-368
- Jensen, V.R. (1987). "Classical Chaos". *American Scientist*. 75.2, 168-181.
- Martelli, M., M. Dang ve T. Seph (1998). "Defining Chaos". *Mathematics Magazine*. 71.2, 112-122.
- Potapov, A. ve J. Kurths (1998). "Correlation Integral as a tool for distinguishing between dynamics and statistics in time series data". *Physica D:Nonlinear Phenomena*. 120.3-4. 369-385.
- Ramsey, J. B. Ve H. J. Yuan (1989), Bias and error bias in dimension calculations and evaluations in some simple models, *Physics Letters A*, 134.5, 287-297.
- Resende, M. ve R.M. Zeidan (2008). "Expectations and chaotic dynamics: Empirical evidence on exchange rates". *Economics Letters*. 99.1, 33-35.
- Richards, G.R. (2000). "The fractal structure of exchange rates: measurement and forecasting". *Journal of international financial markets*, 10, 163-180.

- Ruelle, D. (1980). "Strange attractors". *Math.Intelligencer*, 2, 126-137.
- Savit, R. (1988). "When Random is not Random: An Introduction to Chaos in Market Prices". *The Journal of Futures Markets*. 8.3, 271-289.
- Scarlat, E.I., S. Cristina and C.P. Critescu (2007). "Chaotic features in Romanian transition economy as reflected onto the currency exchange rate". *Chaos, Solitons, and Fractals* 33, 396-404.
- Schwartz ve Yousefi (2003). "On complex behavior and exchange rate dynamics". *Chaos Solutions and Fractals*, 18, 503-523.
- Schmitt, F., D. Schertzer ve S. Lovejoy (2000). "Multifractal Fluctuations in Finance". *International Journal of Theoretical Applied Finance*. 3.3, 361-364.
- Serletis, A. ve Gogas, P. (2000). "Purchasing power parity, nonlinearity and chaos". *Applied Financial Economics*, 10.6, 615-622.
- Theiler, J. (1990). "Estimating the Fractal Dimension of Chaotic Time Series". *The Lincoln Laboratory Journal*. 3.1, 63-86.
- Touhey, P. (1997). "Yet Another Definition of Chaos". *The American Mathematical Monthly*. 104.5, 411-414.
- Weiss, M.D. (1991). "Nonlinear and Chaotic Dynamics: An Economist's Guide". *Journal of Agricultural Economics Research*. 43.3, 2-17.
- Willey, T. (1992). "Testing for Nonlinear Dependence in Daily Stock Indices". *Journal of Economics and Business*. 44.1, 63-76.

Tezler

- Bozdağ, C.E. (1998). Kaos Analizi: Bir Finansal Sektör Uygulaması. Doktora Tezi. İstanbul: İstanbul Teknik Üniversitesi FBE.
- Emek, H. (2007). Kaos Koşulları Arasındaki İlişkiler. Yüksek Lisans Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi FBE.
- Özcan, M. (2009). Sermaye piyasasında kaos ve fraktal analizi. Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: İstanbul Üniversitesi SBE.

Websiteleri

- Moin ve Kim (2013). Tackling Turbulence with Supercomputers. Stanford University Center for Turbulence Research Website. <http://ctr.stanford.edu> (19 Kasım 2013).
- NASA Allstar Network.

Diğer

- Brooks, C. (1995). Chaos in foreign exchange markets: a sceptical view, *University of Reading Discussion Papers in Quantitative Economics and Computing*, No. 34.
- Tata, F. (1991). Is the foreign exchange market characterised by nonlinearity? *LSE Financial Markets Group Discussion Paper Series*, No. 118.
- Vandrovyč, V. (Mart 17, 2007). Nonlinearities in Exchange-Rate Dynamics: Chaos? The eleventh International Conference on Computing in Economics and Finance. pp. 1-55.

ÖZGEÇMİŞ

Atilla Aras 1997 yılında Boğaziçi Üniversitesi İİBF İşletme Bölümünden mezun oldu. Aynı yıl T.C. Başbakanlık Devlet Planlama Teşkilatı Müsteşarlığı'nda Uzman Yardımcısı olarak işe başladı. 2004 yılında ABD'de Tulane Üniversitesi A.B. Freeman Business School'dan Finansman ağırlıklı İşletme Yüksek Lisans Derecesini (MBA-Finance) kazandı. 2010 yılından beri Sakarya Üniversitesi İşletme Fakültesi'nde Muhasebe-Finansman bilim dalında doktora çalışmalarını sürdürmektedir. Atilla Aras halen T.C. Kalkınma Bakanlığı'nda (Eski T.C. Başbakanlık Devlet Planlama Teşkilatı Müsteşarlığı) Uzman olarak çalışmaktadır.