

T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ÇOK KATLI VİSKOELASTİK
YARI-UZAYLARIN YEREL YÜZEYSEL STABİLİTESİ**

DOKTORA TEZİ
Osman AKKOYUNLU

Enstitü Anabilim Dalı : **FİZİK**

Tez Danışmanı : **Doç. Dr. Yusuf ATALAY**

Mart 2016

T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇOK KATLI VİSKOELASTİK
YARI-UZAYLARIN YEREL YÜZEYSEL STABİLİTESİ

DOKTORA TEZİ

Osman AKKOYUNLU


Enstitü Anabilim Dalı : FİZİK


Bu tez 31 / 03 / 2016 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği ile kabul edilmiştir.


Doç. Dr. Yusuf ATALAY
Jüri Başkanı


Prof. Dr. Refik KESKİN
Üye


Prof. Dr. Kadir ESMER
Üye


Doç. Dr. Erdoğan TARCAN
Üye


Yrd. Doç. Dr. Mehmet KAYMAK
Üye

BEYAN

Tez içindeki tüm verilerin akademik kurallar çerçevesinde tarafımdan elde edildiğini, görsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uygun şekilde sunulduğunu, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, tezde yer alan verilerin bu üniversite veya başka bir üniversitede herhangi bir tez çalışmasında kullanılmadığını beyan ederim.



Osman AKKOYUNLU

31.03.2016

TEŞEKKÜR

Doktora eğitimim boyunca değerli bilgi ve deneyimlerinden yararlandığım, her konuda bilgi ve desteğini esirgemeyen, araştırmanın planlanmasından yazılmasına kadar tım aşamalarında destek olan, teşvik eden ve aynı titizlikte beni yönlendiren değerli danışman hocalarım Doç. Dr. Elman HAZAR ve Doç. Dr. Yusuf ATALAY'A teşekkürlerimi sunarım.

Bu çalışmanın sonlanmasında desteklerini esirgemeyen arkadaşlarıma ve eğitim hayatım boyunca bilgi ve bilimsel kültürümün oluşup gelişmesine katkıda bulunan tım hocalarıma teşekkür ederim.

Eğitim hayatımda en son noktaya ulaşmam için daima oku diyen sevgili babam mer AKKOYUNLU'YA, eğitim yaşantımda sürekli destek olan ve başlanmış olan bir için asla yarıda bırakılmamasını öğreten canım annem Ayşe AKKOYUNLU'YA ve bu çalışmayı bitirmede ümitsizliğe kapıldığımda desteğini esirgemeyen sevgili ablam Gll AKKOYUNLU'YA en içten teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR.....	i
İÇİNDEKİLER	ii
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ	iv
ŞEKİLLER LİSTESİ	vi
ÖZET.....	x
SUMMARY	xi
BÖLÜM 1.	
GİRİŞ	1
1.1. Tez Çalışması Konusunda Yapılmış Olan Araştırmaların Özeti.....	6
1.2. Araştırma Konusunun Gerekliliği ve Güncelliği.....	8
1.3. Yapılan Çalışmanın Amaçları.....	9
BÖLÜM 2.	
VİSKOELASTİSİTE VE ELASTİSİTE TEORİSİNİN DOĞRUSALLAŞTIRILMIŞ DENKLEMLERİ	10
2.1. Viskoelastisite ve Elastisite Teorisinin Geometrik Doğrusal Olmayan	
Denklemleri	10
2.2. Doğrusal Olmayan Denklemlerin Doğrusallaştırılması.....	16
BÖLÜM 3.	
ÇOK KATLI VİSKOELASTİK YARI-UZAYLARIN İKİ VE ÜÇ BOYUTLU PROBLEMLERİ.....	22
3.1. İki Boyutlu Yüzeysel Stabilite Kaybına Ait Problemlerin Matematiksel ..	
Formülasyonu	22

3.2. İki Boyutlu Yüzeysel Stabilite Kaybına Ait Problemlerin Çözüm Yöntemi.	27
3.3. Üç Boyutlu Yüzeysel Stabilite Kaybına Ait Problemlerin Matematiksel Formülasyonu	35
3.4. Üç Boyutlu Yüzeysel Stabilite Kaybına Ait Problemlerin Çözüm Yöntemi	38
BÖLÜM 4.	
ARAŞTIRMA BULGULARI	48
4.1. İki Boyutlu Yüzeysel Stabilite Kaybına Ait Problemlerin Çözümünden	
Elde Edilen Sayısal Sonuçlar	50
4.1.1. İki boyutlu problemin viskoelastik-elastik-viskoelastik (VEV) durumuna ait sayısal sonuçlar	51
4.1.2. İki boyutlu problemin elastik-viskoelastik-elastik (EVE) durumuna ait sayısal sonuçlar	63
4.2. Üç Boyutlu Yüzeysel Stabilite Kaybına Ait Problemlerin Çözümünden	
Elde Edilen Sayısal Sonuçlar	67
4.2.1. Üç boyutlu problemin kritik kuvvet ve kritik zaman değerlerine ait sayısal sonuçlar	68
4.2.2. Üç boyutlu problemin normal gerilme dağılımına ait sayısal sonuçlar	71
BÖLÜM 5.	
TARTIŞMA VE SONUÇ	77
KAYNAKLAR	80
ÖZGEÇMİŞ	84

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

A	: Elastik katmanda bulunan kusurun genliği
α	: Operatörün çekirdeğinin tekillik mertebesi
C_{ijrs0}	: Rijitlik (stiffness) tensörü bileşenleri
χ	: Dalga üretim parametresi
δ_i^n	: Kronecker sembolü
EVE	: Elastik- viskoelastik-elastik yapı
ε	: $0 \leq \varepsilon (= A/L) \ll 1$ şartını sağlayan ve kusurun derecesini gösteren boyutsuz küçük parametre
ε_{ij}	: Şekil değiştirme tensörü bileşenleri
E_0	: $t = 0$ anındaki elastisite (Young) modülleri
$F(x_1)$: Elastik katmanda bulunan kusuru karakterize eden fonksiyon
$F(x_1, x_3)$: İki eksenli basınç durumunda elastik katmanda bulunan kusuru karakterize eden fonksiyon
$\Gamma(x)$: Gamma fonksiyonu
γ	: Elastik katmanda bulunan kusurun Ox_1 yönündeki yarı uzunluğunun Ox_3 yönündeki yarı uzunluğuna oranı
h	: Katmanların yarı kalınlığı
λ_0	: $t = 0$ anındaki Lamé sabitleri
L	: Elastik katmanda bulunan kusurun yarı uzunluğu
L_1	: Elastik katmanda bulunan kusurun Ox_1 yönündeki yarı uzunluğu
L_3	: Elastik katmanda bulunan kusurun Ox_3 yönündeki yarı uzunluğu
m	: Elastik katmanda bulunan kusurun salınım karakterini gösteren parametre
μ_0	: $t = 0$ anındaki kayma modülleri

n_j^\pm	: S^\pm yüzeylerinin birim normal vektörü bileşenleri
v_0	: $t = 0$ Poisson oranları
p	: Normal kuvvet (basma veya çekme)
p_1	: Ox_1 yönünde etki eden normal kuvvet (basma veya çekme)
p_3	: Ox_3 yönünde etki eden normal kuvvet (basma veya çekme)
$p_{cr,0}$: $t = 0$ durumu için elde edilen kritik kuvvet değeri
$p_{cr,\infty}$: $t = \infty$ durumu için elde edilen kritik kuvvet değeri
Π_1^+	: Ox_1 eksenine boyunca nihai çekme mukavemeti
Π_1^-	: Ox_1 eksenine boyunca nihai basma mukavemeti
Π_2^+	: Ox_2 eksenine boyunca nihai mukavemet
R_α^*	: Rabotnov operatörü
S	: Kapalı yüzeyi ifade etmekte
σ_{ij}	: Gerilme tensörü bileşenleri
$t_{cr,0}$: $t_* = 0$ durumu için elde edilen kritik zaman değeri
$t_{cr,\infty}$: $t_* = \infty$ durumu için elde edilen kritik zaman değeri
t'	: Boyutsuz zaman $\left(= \omega_0^{(1/(1+\alpha))} t \right)$
t'_{cr}	: Kritik zaman
TSGS	: Teorik sıkıştırma güç sınırı
u_i	: Yer değiştirme vektörü bileşenleri
ÜBDST	: Üç boyutlu doğrusallaştırılmış stabilite teorisi
V	: Hacim
VEV	: Viskoelastik-elastik-viskoelastik yapı
ω	: Boyutsuz reolojik parametre $\left(= \omega_\infty / \omega_0 \right)$
ω_0, ω_∞	: Malzemenin belirlenmesinde kullanılan reolojik parametreler

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1. p_{cr} ile χ arasındaki bağımlılık tipleri.....	5
Şekil 3.1. İki boyutlu problem için VEV olarak düşünülen malzemenin geometrisi	23
Şekil 3.2. İki boyutlu problem için EVE olarak düşünülen malzemenin geometrisi.	23
Şekil 3.3. Üç boyutlu problem için VEV olarak düşünülen malzemenin geometrisi	35
Şekil 4.1. $\frac{h^{(0)}}{L} = 1,0; 2,0; 3,0$ ve $\omega = 3$ 'de farklı α değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi.....	53
Şekil 4.2. $\frac{h^{(0)}}{L} = 0,5$ ve $\omega = 3$ 'de farklı α değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi.....	54
Şekil 4.3. $\frac{h^{(0)}}{L} = 0,1$ ve $\omega = 3$ 'de farklı α değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi.....	54
Şekil 4.4. $\frac{h^{(0)}}{L} = 0,1; 0,5; (1,0; 2,0; 3,0)$ ve $\omega = 3$ 'de farklı α değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi	55
Şekil 4.5. $\frac{h^{(0)}}{L} = 1,0; 2,0; 3,0$ ve $\alpha = -0,5$ 'de farklı ω değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi	55
Şekil 4.6. $\frac{h^{(0)}}{L} = 0,5$ ve $\alpha = -0,5$ 'de farklı ω değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi.....	56
Şekil 4.7. $\frac{h^{(0)}}{L} = 0,1$ ve $\alpha = -0,5$ 'de farklı ω değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi	56
Şekil 4.8. $\frac{h^{(0)}}{L} = 0,1; 0,5; (1,0; 2,0; 3,0)$ ve $\alpha = -0,5$ 'de farklı ω değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi	57
Şekil 4.9. $\frac{h^{(0)}}{L} = 1,0; 2,0; 3,0$ ve $\omega = 3$ 'de farklı α değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi.....	59
Şekil 4.10. $\frac{h^{(0)}}{L} = 0,01$ ve $\omega = 3$ 'de farklı α değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi	59
Şekil 4.11. $\frac{h^{(0)}}{L} = 0,005$ ve $\omega = 3$ 'de farklı α değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi.....	60

Şekil 4.12.	$\frac{h^{(1)}}{L} = 0,01:0,005:(1,0:2,0:3,0)$ ve $\omega = 3$ 'de farklı α değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi	60
Şekil 4.13.	$\frac{h^{(1)}}{L} = 1,0:2,0:3,0$ ve $\alpha = -0,3$ 'de farklı ω değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi	61
Şekil 4.14.	$\frac{h^{(1)}}{L} = 0,01$ ve $\alpha = -0,3$ 'de farklı ω değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi	61
Şekil 4.15.	$\frac{h^{(1)}}{L} = 0,005$ ve $\alpha = -0,3$ 'de farklı ω değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi.....	62
Şekil 4.16.	$\frac{h^{(1)}}{L} = 0,005:0,01:(1,0:2,0:3,0)$ ve $\alpha = -0,3$ 'de farklı ω değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi	62
Şekil 4.17.	$\omega = 1$ ve $\alpha = -0,5$ 'de farklı $\frac{h^{(2)}}{L}$ değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi	64
Şekil 4.18.	$\omega = 2$ ve $\alpha = -0,5$ 'de farklı $\frac{h^{(2)}}{L}$ değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi.....	64
Şekil 4.19.	$\omega = 3$ ve $\alpha = -0,5$ 'de farklı $\frac{h^{(2)}}{L}$ değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi.....	65
Şekil 4.20.	$\omega = 3$ ve $\alpha = -0,7$ 'de farklı $\frac{h^{(2)}}{L}$ değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi	65
Şekil 4.21.	$\omega = 3$, $\alpha = -0,5$, $\alpha = -0,7$ 'de farklı $\frac{h^{(2)}}{L}$ değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi.....	66
Şekil 4.22.	$\alpha = -0,5$ 'de farklı ω ve $\frac{h^{(2)}}{L}$ değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t_{cr} ilişkisi	66
Şekil 4.23.	$\frac{h^{(1)}}{L} = 0,1$, $p_3 = 0,1p_1$ ve $\omega = 3$ 'de farklı α değerleri için $\frac{p_1}{E_0^{(2),1}}$ ile t_{cr} ilişkisi.....	69
Şekil 4.24.	$\frac{h^{(1)}}{L} = 0,1$, $p_3 = 0,1p_1$ ve $\alpha = -0,7$ 'de farklı ω değerleri için $\frac{p_1}{E_0^{(2),1}}$ ile t_{cr} ilişkisi....	70
Şekil 4.25.	$\frac{h^{(1)}}{L} = 0,1$, $p_3 = 0,5p_1$ ve $\omega = 3$ 'de farklı α değerleri için $\frac{p_1}{E_0^{(2),1}}$ ile t_{cr} ilişkisi.....	70
Şekil 4.26.	$\frac{h^{(1)}}{L} = 0,1$, $p_3 = 0,5p_1$ ve $\alpha = -0,7$ 'de farklı ω değerleri için $\frac{p_1}{E_0^{(2),1}}$ ile t_{cr} ilişkisi ...	71
Şekil 4.27.	$\frac{h^{(2)}}{L} = 0,3$ ve $m = 0$ 'da ve farklı e değerlerinde $\frac{h^{(1)}}{L}$ ile $\frac{\sigma_{nn}}{\sigma_{11}^{(1),0}}$ 'nın değişimi ..	73
Şekil 4.28.	$\frac{h^{(1)}}{L} = 0,45$ 'de ve farklı e değerlerinde $\frac{h^{(2)}}{L}$ ile $\left \frac{\sigma_{nn}}{\sigma_{11}^{(1),0}} \right $ 'nın değişimi.....	74

Şekil 4.29. $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,45$, $|e| = 5,0$, $\frac{h^{(2)}}{L} = 0,3$ de ve farklı m değerlerinde $\frac{x_1}{L}$ ile $\frac{\sigma_{mn}}{\sigma_{11}^{(1),0}}$ 'nın değişimi 74

Şekil 4.30. $|e| = 5,0$, $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,45$, $\frac{h^{(2)}}{L} = 0,3$, $\alpha = -0,5$ 'de ve farklı ω değerlerinde t ile $\left| \frac{\sigma_{mn}}{\sigma_{11}^{(1),0}} \right|$ 'nın değişimi..... 75

Şekil 4.31. $|e| = 5,0$, $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,45$, $\frac{h^{(2)}}{L} = 0,3$, $\omega = 3,0$ 'de ve farklı α değerlerinde t ile $\left| \frac{\sigma_{mn}}{\sigma_{11}^{(1),0}} \right|$ 'nın değişimi..... 75

TABLolar LİSTESİ

- Tablo 4.1. $\frac{E^{(2)}}{E_0^{(1)}} = \frac{E^{(2)}}{E_0^{(3)}} = 2$ 'de, farklı $\frac{h^{(1)}}{L}$ ve ω değerleri için $\frac{P_{cr,0}}{E_0^{(2)}}$ ve $\frac{P_{cr,\infty}}{E_0^{(2)}}$ değerleri 52
- Tablo 4.2. $\frac{E^{(2)}}{E_0^{(1)}} = \frac{E^{(2)}}{E_0^{(3)}} = 300$ 'de, farklı $\frac{h^{(1)}}{L}$ ve ω değerleri için $\frac{P_{cr,0}}{E_0^{(2)}}$ ve $\frac{P_{cr,\infty}}{E_0^{(2)}}$ değerleri 58
- Tablo 4.3. $\frac{E^{(1)}}{E_0^{(2)}} = \frac{E^{(3)}}{E_0^{(2)}} = 0,5$ 'de, $\omega = 3$ ve farklı $\frac{h^{(2)}}{L}$ değerleri için $\frac{P_{cr,0}}{E_0^{(2)}}$ ve $\frac{P_{cr,\infty}}{E_0^{(2)}}$ değerleri.. 63
- Tablo 4.4. $\frac{E^{(2),1}}{E_0^{(1),1}} = 300$, $\alpha = -0,7$, $p_3 = 0,1p_1$ ve $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,1$ 'de, farklı ω değerleri için $\frac{P_{1cr,0}}{E_0^{(2),1}}$ ve $\frac{P_{1cr,\infty}}{E_0^{(2),1}}$ değerleri 68
- Tablo 4.5. $\frac{E^{(2),1}}{E_0^{(1),1}} = 300$, $\alpha = -0,7$, $p_3 = 0,5p_1$ ve $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,1$ 'de, farklı ω değerleri için $\frac{P_{1cr,0}}{E_0^{(2),1}}$ ve $\frac{P_{1cr,\infty}}{E_0^{(2),1}}$ değerleri 69

ÖZET

Anahtar kelimeler: Yüzeysel stabilite kaybı, kompozit, viskoelastik malzeme, kritik zaman, reolojik parametre

Bilimsel gelişmelerin teknolojik alana taşınıp insanlığın hizmetine sunulması için konvansiyonel malzemelerin yerine yeni malzemelere ihtiyaç duyulmuştur. Bu amaç doğrultusunda, malzeme bilimi araştırmacıları çalışmalarını yürüterek yeni malzemeler geliştirmiştir. Bu çerçevede teknolojinin hizmetine sunulan önemli malzemelerden birisi de kompozitlerdir. Kompozit malzemelerin teknolojik alanda kullanılmaya başlanması ile birlikte yapısal özelliklerinden kaynaklanan problemler ile karşılaşmıştır. Bu malzemelerin yapısal özelliklerinden kaynaklanan önemli problemlerden birisi de dış kuvvet etkisinde malzemenin stabilitesini kaybetmesi olarak kabul edilmektedir. Kompozit malzemelerin stabilite kaybı yüzeysel ve iç olarak ikiye ayrılmaktadır. Yüzeysel stabilite kaybının yüzey ve yüzeye yakın bölgede olduğu bilinmektedir. Yüzeysel stabilite kaybı oluşumu malzemenin yüzeyinden içine doğru azalmaktadır. Bu nedenle, yüke maruz kalan kompozit malzemelerin yüzeysel stabilite kaybının sınır değerlerinin tahmin edilmesi büyük önem arz etmektedir.

Bu tez çalışmasında, elastik ve viskoelastik malzemelerden oluşan kompozit yapıların yüzeysel stabilite kaybı problemleri parçalı homojen cisim modeli kapsamında üç boyutlu doğrusallaştırılmış stabilite teorisi (ÜBDST) denklemleri kullanılarak çözülmüştür. ÜBDST denklemleri viskoelastisite teorisinin doğrusal olmayan geometrik denklemlerinden, sınır formu pertürbasyon tekniği kullanılarak elde edilmiştir. Laplace dönüşümü uygulanarak problemlerin çözümü için metot geliştirilmiştir. Malzemenin yüzeye yakın bölgesinde, başlangıç sonsuz küçük kusura sahip olduğu kabul edilmiştir. Bu kusurun dış kuvvetin etkisi ile büyüyerek sonsuza ulaşması, yakın-yüzey stabilite kaybı kriteri olarak kabul edilmiştir.

Geliştirilmiş olan metot, iki boyutlu ve üç boyutlu problemlere uygulanmış ve incelenen kompozit yapıları oluşturan malzemelerin reolojik parametrelerinin kritik zaman ve kritik kuvvet değerlerine etkisi araştırılmıştır. Kompozit yapıların içindeki viskoelastik malzemeler Rabotnow operatörü ile tanımlanmıştır. Oluşturulmuş olan algoritmalar kullanılarak, Mathematica programla dili ile programlar yazılmıştır. Bu programlar kullanılarak, incelenen kompozit yapılar ile ilgili sayısal sonuçlar elde edilmiştir.

LOCAL SURFACE STABILITY OF MULTI LAYER VISCOELASTIC HALF-SPACES

SUMMARY

Keywords: Surface stability loss, composite, viscoelastic material, critical time, rheological parameter,

New materials are required, instead of conventional materials, in order to ensure that scientific developments are carried to technological field and put at the disposal of humanity. Materials science researchers performed their studies in the direction of this objective and developed new materials. In this context, one of the most critical materials, which are put at the disposal of technology, is composites. As composite materials began to be used in technological field, problems that source from its structural characteristics began to occur. One of the critical problems that source from structural characteristics of these materials is the stability loss of the material with the impact of external force. Stability loss of composite materials is divided into two categories as near-surface and internal loss. It is known that surface stability loss occurs at the surface and near-surface region. Occurrence of surface stability loss decreases from surface to the internal areas of the material. Therefore, it is very important to estimate the limit value of the near-surface stability loss of the composite materials, which are subjected to load.

In this study, surface stability loss problems that are faced by composite structures comprised of elastic and viscoelastic materials are solved by using three dimensional-linearized stability theory (TLTS) equations within the scope of piecewise homogeneous body model. The TLTS equations are obtained from the three dimensional geometrical nonlinear exact equations of the theory of viscoelasticity by using boundary form perturbation technique. A method is developed for solving problems by applying Laplace transform. It is considered that the beginning has initial infinitesimal imperfection at the near-surface region of material. The fact that enlargement and reaching of this imperfection to eternity with the impact of external force is considered as near-surface stability loss criteria.

Developed method is applied on two-dimensional and three-dimensional problems, and impact that the rheological parameters of the materials, which form the examined composite structures, make on critical time and critical force values are studied. Viscoelastic materials inside of composite structures are defined by Rabotnow operator. Programs are written with Mathematica programming language by using formed algorithms. Numerical results related to the examined composite structures are obtained by using these programs.

BÖLÜM 1. GİRİŞ

Bilimsel alandaki gelişmelerin insanlığın kullanımına sunulmasında konvansiyonel malzemelerin sınırlı kaldığı durumlarda malzeme bilimi araştırmacıları yeni malzemeler geliştirmiş ve geliştirmeye devam etmektedirler. Geliştirilmiş olan bu malzemeler arasında kompozit malzemeler de yer almaktadır. İstenen amaç için tek başına uygun olmayan, farklı iki veya daha fazla malzemeyi istenen özellikleri sağlayacak şekilde belirli şartlar ve oranlarda fiziksel olarak, makro yapıda bir araya getirerek elde edilen malzemeye, kompozit malzeme denilmektedir [1].

Kompozit malzemelerde çekirdek olarak kullanılan fiber malzeme ve bu malzemenin çevresinde hacimsel olarak çoğunluğu oluşturan matris malzemesi bulunmaktadır. Bu iki malzeme grubundan, fiber malzeme kompozit malzemenin mukavemet ve yük taşıma özelliğini, matris malzeme ise plastik deformasyona geçişte oluşabilecek çatlak ilerlemelerini önleyici rol oynamakta ve kompozit malzemenin kopmasının gecikmesini sağlamaktadır. Matris olarak kullanılan malzemenin bir amacı da fiber malzemeleri yük altında bir arada tutabilmek ve yükü lifler arasında homojen olarak dağıtmaktır. Böylece, fiber malzemelerde plastik deformasyon gerçekleştiğinde ortaya çıkacak çatlak ilerlemesinin önüne geçilmektedir [2].

Kompozit malzemeler, özelliklerinin konvansiyonel malzemelere göre kontrol edilebilir olmasından dolayı, hızla konvansiyonel malzemelerin yerini almaktadır. Kompozitlerin avantajlı özellikleri, yüksek mukavemet, kolay şekillendirebilme, korozyona ve kimyasal etkilere karşı mukavemet, ısıya ve ateşe dayanıklılık, kalıcı renklendirme, titreşim sönümlenme ve kontrol edilebilir elektriksel özellikler olarak verilebilir.

Kompozitler, yukarıda sayılan avantajları sayesinde çok farklı alanlarda kullanılmaktadır. Genel olarak kullanım alanları, şehircilik, ev aletleri, elektrik ve elektronik sanayi, havacılık sanayi, otomotiv sanayi, iş makinaları, inşaat ve tarım sektörüdür. Bu kadar geniş yelpazede kullanılan kompozitler, kullanıldıkları sektör ve sanayi dalında son kullanıcılar açısından maliyetlerin düşürülmesine katkı sağlamaktadır.

Kompozit malzemeler kullanılarak yapılmış olan teknolojik ürünlerde, kompozit malzemelerin dezavantajlarından kaynaklanan problemler yaşanmaya başlanmıştır. Bu dezavantajların giderilmesi için hem deneysel hem de teorik çalışmalar yürütülmektedir. Bu çalışmaların tamamı kompozit malzemelerin kullanıma sunulmadan daha iyi karakterize edilmesine yöneliktir.

Bu dezavantajlardan bir tanesi de yük altındaki çok katlı kompozit malzemelerin kalıcı şekil değiştirmeleri ve sonrasında kırılmaları ile sonuçlanan mekanizmalar olarak tanımlanmaktadır. Bu mekanizmalardan önemli olanlarından birisi, malzemede stabilite kaybının oluşması olarak kabul edilmektedir. Böyle durumlarda, malzemenin yüzeyindeki ve içyapısındaki kusurlar farklılık göstermektedir. Malzemenin yüzeye yakın bölgesinde gerçekleşen olaylar yüzeyden uzaklaştıkça azalmakta olduğu bilinmektedir. Bu nedenle yük altındaki çok katlı kompozit malzemelerin yerel stabilite kaybının bulunması, ekonomik açıdan büyük önem arz etmektedir.

Bu tez çalışmasına konu olan yerel stabilite kaybına kompozit malzemelerde genellikle karşılaşılmaktadır. Stabilite kaybı malzeme yapısı da oluşan yerel eğriliklerin (burkulmaları) bir sonucu olarak karşımıza çıkmaktadır. Malzeme yapısı içindeki bu kusurların boyutları 1×10^{-9} m (ince film yapılarında oluşan kusurlar) mertebesinde 100×10^3 m (yer kabuğunun yapısındaki kusurlar) mertebesine kadar ulaştığı bilinmektedir. Bu kusurlar, kompozit malzemelerin yapısındaki iç ve yüzeysel stabilite kayıplarının oluşumu ve kompozit malzemelerin kırılmasının başlangıcı olarak kabul edilmektedir. Bu mekanizmanın oluşumunu gösteren deneysel çalışmalar [3-6]'da yapılmıştır.

Günümüz endüstrisinde yaygın olarak kullanılan çok katlı viskoelastik malzemelerin yapısında bulunan kusurların ilerlemesi tez konusu kapsamı içindedir. Bahsi geçen bu olayların teorik açıdan incelenmesi çok önemlidir. Bu kapsamdaki teorik incelemeler iki farklı yaklaşım çerçevesinde gerçekleştirilmiştir. Birincisinde, problemin matematiksel olarak çözümünü kolaylaştıracak hipotezler kullanılmış ve bu yaklaşım sayesinde, iki boyutlu problemler tek boyutlu, üç boyutlu problemler ise iki boyutlu hale getirilerek çözümler elde edilmiştir. Kullanılan hipotezler problemin teorik çözümünü kolaylaştırmasına karşın elde edilen sonuçların güvenilirliğini ve hassasiyetini azaltmıştır. Bu yaklaşıma ait ilk çalışmalar [3, 7]'de yapılmış ve bu çalışmaların geniş özeti [8]'de verilmiştir. Bahsi geçen araştırmalar tek yönlü kompozitlerin iç stabilite kaybına aittir.

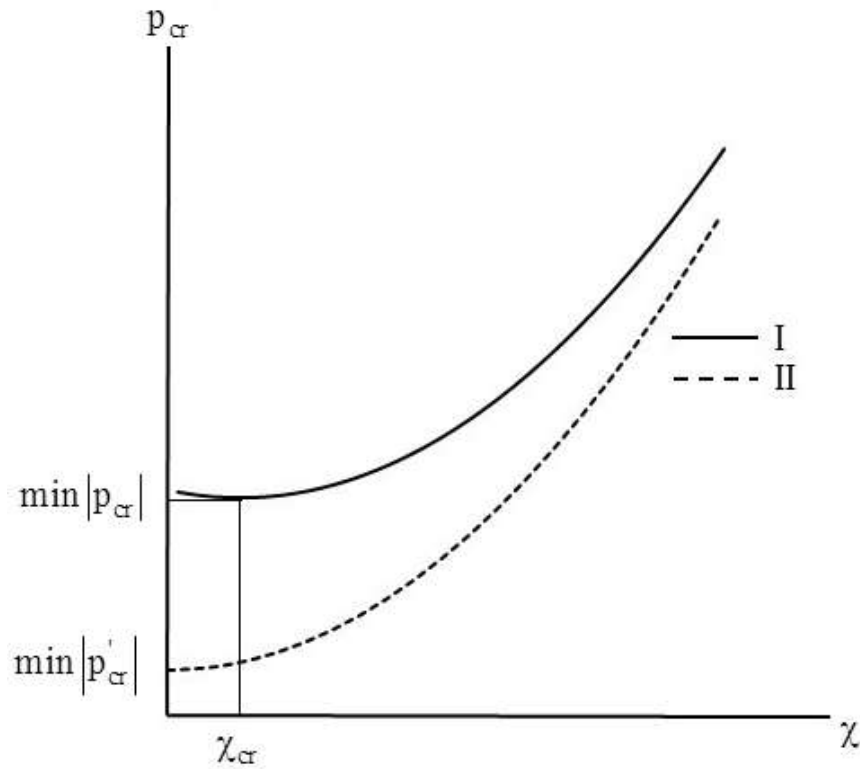
İkinci yaklaşım ise üç boyutlu doğrusallaştırılmış stabilite teorisi (ÜBDST) temeli üzerine oturmaktadır. ÜBDST çerçevesinde yapılmış olan araştırmaların yorumlanması [3, 9, 10]'da verilmiştir. ÜBDST'nin denklem ve ifadeleri uygun doğrusal olmayan denklem ve ifadelerin küçük pertürbasyonlara göre [11, 12]'de gösterildiği şekilde doğrusallaştırılması ile elde edilmiştir. ÜBDST denklemlerinin elde edilmesi ve uygulanması ayrıntılı olarak [13]'de gösterilmiştir.

ÜBDST çerçevesinde çok katlı ortamların iç ve yüzeysel stabilite kaybının incelenmesi için bu ortamlar, sürekli anizotrop ve parçalı homojen olarak modellenmektedir. Sürekli anizotrop olarak modelleme çerçevesinde yapılan araştırmalarda, eğrilik modlarının uzunluğu levha kalınlıklarından veya liflerin çapından çok büyük olduğu kabul edilir. Parçalı homojen modelleme çerçevesinde yapılan araştırmalarda ise eğrilik modunun uzunluğu bu parametre değerleriyle eş mertebede olduğu kabul edilir. İlk modelleme çerçevesinde iç ve yüzeysel stabilite kaybının ÜBDST kullanılarak incelenmesi, sıkışmaz ortamların düzlem problemleri için [14]'de gerçekleştirilmiştir. Yapılan çalışmalarda, iç stabilite kaybı sonsuz ortamlar için, yüzeysel stabilite kaybı ise yarı sonsuz ortamlar için yapılmıştır. Yüzeysel stabilite kaybı durumunda, yarı sonsuz ortamın yüzey ve yüzeye yakın kısmında oluşan ve yüzeyden uzaklaştıkça da pertürbasyonların oluşumu dikkate alınarak yapılmıştır.

Sürekli anizotrop cisim modeli için iç stabilite kaybının araştırılması, ÜBDST denklemlerinin tip kaybının incelenmesine bakılarak yapılmaktadır. Ortama sonsuzda etki eden düzgün yayılı normal basma kuvvetlerini ifade eden büyüklükler ÜBDST denklemlerinin katsayılarında yer almaktadır. ÜBDST denklemlerinin katsayılarına dahil olan bu büyüklükler denklemlerin eliptikliğini bozmamış ise iç stabilite kaybı oluşmadığı durum olarak kabul edilmektedir. Eğer bu büyüklüklerin değerleri, denklemlerin eliptikliğini bozacak seviyeye ulaşmış ise ortamda iç stabilite kaybı olduğu durum olarak kabul edilmektedir. Bu değerler kritik basınç değerleri olarak adlandırılmaktadır. Yüzeysel stabilite kaybının incelenmesinde, stabilite kaybına karşılık gelen ve sonsuzda uygulanan düzgün yayılı normal basma kuvvetlerinin kritik değerleri, yüzeyde verilen homojen sınır koşullarından elde edilen karakteristik denklemlerden bulunmaktadır.

Parçalı homojen cisim modellemesi durumunda iç ve yüzeysel stabilite kaybının, kompozit malzemenin bileşenlerinin sertlik ve geometrik parametrelerinin belirli oranlarında olduğu kabul edilir ve stabilite kaybına karşılık gelen düzgün yayılı normal dış basma kuvvetlerinin kritik değerleri buradan elde edilmektedir. Bahsedilen durum için iç ve yüzeysel stabilite kaybının oluşum koşulu, $\min|p_{cr}| < |p_{cr}^{st}|$, $l_{cr} \ll L$ dir. Burada $|p_{cr}|$ ve $|p_{cr}^{st}|$ iç veya yüzey kararlılık kaybına karşılık kritik yükler, l_{cr} iç veya yüzey kararsızlık tipinin yarı dalga boyu ve L yapı elemanın karakteristik (minimum) boyudur. Böylece, iç veya yüzey kararlılık kaybı, $|p_{cr}| = |p_{cr}(\chi)|$ ifadesinin ayrıcalıklı durumunda oluşmaktadır. Burada χ katmanlı yapılar için $\chi = \pi h/l$ ve lifli yapılar için $\chi = \pi R/l$ olarak tanımlanmaktadır. İfadelerde verilen h güçlendirici katmanların kalınlığı, R liflerin yarıçapını ve l kusurun ilk durumunun dalga boyunun yarısını göstermektedir. Şekil 1.1'de $|p_{cr}| = |p_{cr}(\chi)|$ bağıntısının iki durumu gösterilmiştir. Bunlardan birisi I ve diğeri II dir. I durumunda p_{cr} değerinin $\chi \neq 0$ durumunda bir minimum değeri vardır. Bu değer iç veya yüzeysel stabilite kaybına karşılık gelen kritik yük değeri olarak kabul edilir. $\min|p_{cr}|$ değerine karşılık gelen

$\chi = \pi h/l_{cr}$ 'den l_{cr} değeri elde edilir. Şekil 1.1'de verilen II durumunda ise p_{cr} değeri χ değeri artıkça monoton olarak artmakta ve $\min |p_{cr}| = |p_{cr}(0)|$ dır. Burada $\chi_{cr} \rightarrow 0$, ise $l_{cr} \rightarrow \infty$ olur. Bu da II durumu için iç iç ve yüzeysel stabilite kaybının olmayacağını göstermektedir.



Şekil 1.1. p_{cr} ile χ arasındaki bağımlılık tipleri

Ayrıca viskoelastik kompozitler için yukarıda bahsedilen prosedürler $t=0$ ve $t=\infty$ (t zaman olmak üzere) için ayrı ayrı uygulandığında ve her t_0 ile t_∞ için sırasıyla $p_{cr,0}$ ile $p_{cr,\infty}$ belirlendiğinde, elde edilen $p_{cr,\infty} < p < p_{cr,0}$ durumu için kritik zaman değeri (t_{cr}) belirlenir. Eğer başlangıç kusur modu, güçlendirici elemanların periyodik eğrileri ise kritik yük ve zaman değerleri dalga üretim parametresi χ 'e bağlıdır.

Yukarıda bahsedilenler parçalı homojen cisim modeli kapsamında ÜBDST uygulanarak iç veya yüzeysel stabilite kaybının incelenmesinde esas olarak ele alınmıştır. Yapılmış olan bu araştırmalarda p_{cr} değerleri Euler yöntemi kullanılarak

elde edilmiştir. Euler yönteminin mekanik özellikleri zamana bağlı malzemelerin veya bu malzemelerden üretilmiş yapı elemanlarının stabilite kaybı problemlerinin çözümünde kullanılmamaktadır. Mekanik özellikleri zamana bağlı malzemelerin (viskoelastik) stabilite kaybının ÜBDST kapsamında incelenmesinde yaklaşık kritik deformasyon kriteri [15]'de kullanılmıştır. Bu yaklaşım ile yapılmış olan çalışmaların özeti [9, 16]'da verilmiştir.

Mekanik özellikleri zamana bağlı tek yönlü lifli ve levhalı kompozit malzemelerin ve bu malzemelerden yapılmış yapı elemanlarının stabilite kaybının araştırılmasında başlangıç küçük sapmalar yaklaşımının kullanılması daha iyi sonuçlar vermiştir. Bu yaklaşıma göre kritik zaman değeri, başlangıç küçük sapmaların zamanla büyüyerek sonsuza gitmesi koşulundan elde edilmesi [17]'de yapılmıştır. ÜBDST kapsamında bu kriterin uygulanması, ÜBDST'nin farklı bir yaklaşımla geliştirilmesine yol açmıştır. Bu yaklaşımla ilgili gelişmelerden aşağıda bahsedilmiştir.

1.1. Tez Çalışması Konusunda Yapılmış Olan Araştırmaların Özeti

Kompozit malzemenin yapısındaki güçlendirici tabaka veya liflerdeki önemsiz başlangıç kusurlarının (önemsiz eğriliği) büyümesine dair teorik çalışmaların sonuçları, bu malzemelerin yük taşıma kapasitesinin belirlenmesinde kullanılabilir. Yapılmış olan son çalışmalarda karbon nano-tüpler ve nano-fiberlerden oluşan polimer nano-kompozitlerin de eğri formunda kusura sahip olduğu ifade edilmiştir [18]. Bu durum kompozit malzemelerin liflerindeki eğriliğin, mekanik davranışlarına etkisinin araştırılmasının önemini artırmaktadır. Kompozit malzemenin güçlendirici (liflerinde) fazında oluşan eğrilikler, tasarımdan kaynaklı özelliklerinden (örgülü kompozitlerde olduğu gibi) veya teknolojik işlemler sırasında çeşitli faktörlerin sonucunda oluştuğu (polimer nano-kompozitlerde olduğu gibi) belirtilmiştir [6, 19, 20]. Yukarıda bahsedilen kusur, tekyönlü kompozit malzemelerin güçlendirici eleman doğrultusunda yüke maruz bırakılması durumunda oluşan farklı tipteki çatlakların (iç veya yüzeysel; yakın-yüzey) incelenmesinde kompozit malzemeler için geometrik model olarak alınmıştır [19, 21, 22].

Viskoelastik kompozit malzemelerin iç ve yakın-yüzey stabilite kaybının incelenmesinde başlangıç kusurlarının kullanılması için sınır formu pertürbasyon yöntemi temeli üzerine ÜBDST [9, 12, 14, 17, 21-26]'da geliştirilmiştir. Parçalı homojen cisim modeli kapsamında viskoelastisite teorisinin doğrusal olmayan üç boyutlu geometrik denklemleri kullanılarak kusurların zamanla büyümesi araştırılmıştır. Başlangıç önemsiz kusurlarının seviyesini niteleyen küçük parametre içinde aranılan değerlerin seri sunumları kullanılarak, doğrusal olmayan sınır değer problemleri, doğrusal sınır değer seri problemlerine indirgenmiştir. Doğrudan doğrulama yöntemi ile bu doğrusal sınır değer problemlerine atanan doğrusal denklemler ve eşitlikler ÜBDST'nin karşılık gelen denklem ve eşitlikleri ile örtüştüğü kanıtlanmaktadır. Yukarıda bahsedilen açıklamalar [12, 14, 21-25] yazarlarının ÜBDST eşitliklerinde başlangıç kusurlarını dikkate almasını sağlamıştır. Ayrıca, malzemelerin zamana bağlı olarak stabilite kaybının problemlerini, başlangıç kusur kriteri çerçevesinde araştırmak için ÜBDST'yi kullanmalarına olanak vermiştir. Bunun yanında [21]'de stabilite kaybı problemlerinin araştırılması ve kritik kuvvetler veya kritik zaman değerlerinin belirlenmesinde sadece sıfıncı ve birinci yaklaşım çerçevesinde edinilen sonuçların yeterli olduğu gösterilmiştir. [12, 14, 21-25] makalelerinde elde edilen sonuçlarının bazı detayları ve güçlendirici tabakaların başlangıç kusurlarının düzlemsel periyodik eş fazlı eğriler (düzlemsel şekil değiştirme göz önüne alınmıştır) olduğunu kabul eden [21] dikkate alınarak, yukarıda bahsedilen yaklaşım kullanıldığında elastik kompozitler için kritik kuvvetler ve viskoelastik kompozitler için kritik zamanlar tahmin edilmiştir. Bazı özel durumlar için kritik kuvvet değerlerinin [27]'de Euler yaklaşımının uygulanmasıyla elde edilen sonuçlarla örtüştüğü görülmüştür. [22]'de, [21]'de kullanılan yöntem tek yönlü viskoelastik kompozit malzemeler için genişletilmiştir. [23] ve [28]'de sırasıyla, yüzeysel kararlılık kaybı problemleri katmanlı yarı-düzlem ve yarı-uzay için çalışılmıştır. [25]'de iki malzemenin değişen dönüşümlü katmanlarından oluşan kompozit dikkate alınmış ve malzeme yapısının başlangıç kusuru olarak dolgu tabakalarının bölgesel eğrileri alınmıştır. [21-24]'de, bu kompozitler tabakaları boyunca sonsuzda sıkıştırıldığı varsayılmış ve düzlemsel şekil değiştirmeleri incelenmiştir. Yapılan bu çalışmalarda sıkıştırma kuvveti ile elastik malzemedeki yerel başlangıç kusurunun gelişimi ve bunun yanı sıra viskoelastik kompozit malzemeler için zamanla yerel başlangıç

kusurlarının gelişimine bakılmıştır. Burada görülmüştür ki, elastik kompozitler için kritik kuvvetler, viskoelastik kompozitler için kritik zaman yerel başlangıç kusurunun moduna ve dalga üretim parametresinin değerine bağlı olmadığı belirlenmiştir. Doğrudan doğrulama yolu ile sıkıştırma kuvvetinin kritik değerlerinin, sürekli yaklaşım çerçevesinde belirlenen teorik sıkıştırma güç sınırı (TSGS) değerleri ile örtüştüğü [6, 9]'da verilmiştir. Dolayısıyla kritik zaman için elde edilen değerler viskoelastik kompozit malzemenin TSGS değerleri ile uyumlu olmaktadır. [21]'de önerilen tek doğrultulu elastik ve viskoelastik kompozit malzemenin TSGS değerlerini parçalı homojen cisim modeli çerçevesi içinde belirlenmesi [25]'de geliştirilmiştir.

Bununla birlikte, [12, 14, 21–25]'deki yaklaşım çerçevesi içinde viskoelastik kompozit malzeme için dış sıkıştırma kuvveti ile birlikte güçlendirici tabakanın başlangıç önemsiz yakın-yüzey bölgesel kusurunun büyümesine dayalı olarak yüzeysel kararsızlık kaybı problemi üzerine bugüne kadar bir çalışma yapılmamıştır. Bu alandaki ilk girişim, bu tez çalışmasında yapılmıştır. Bu tez çalışmada [12, 14, 21–25]'de kullanılan yaklaşım geliştirilerek elastik / viskoelastik alt taban, viskoelastik / elastik bağ katman ve elastik / viskoelastik kaplayıcı katmandan oluşan sistemin yakın yüzey bölgesel kararlılık kaybının araştırılmasına uygulanması planlanmıştır. [12, 14, 21–25]'de olduğu gibi ÜBDST denklemleri ve eşitlikleri viskoelastisite teorisinin doğrusal olamayan geometrik eşitliklerinden sınır formu pertürbasyon tekniği uygulanarak elde edilmesi düşünülmüştür.

1.2. Araştırma Konusunun Gerekliliği ve Güncelliği

Tez konusu, kısmi türevli integro-diferansiyel denklem takımına ait uygun sınır değer problemlerinin incelenmesinde, yöntemlerin geliştirilmesi ve uygulanması açısından önem arz etmektedir. Pratik önemi ise elde edilen somut sonuçların viskoelastik kompozitlerden hazırlanmış yapı elemanlarının yüzeysel stabilite kaybı mekanizmasının oluşumuna uygulanabilmesidir.

Tez konusu, önceki kısımda bahsedilen makalelerdeki yaklaşık teoriler çerçevesinde elde edilen sonuçların, yaklaşıklık mertebesinin belirlenebilmesine olanak sağlaması bakımından da önem arz etmektedir.

Günümüzde polimer bileşenleri içeren tek yönlü lifli ve tabakalı kompozitler modern endüstrinin birçok alanında kullanım alanı bulmaktadır. Tez konusu bu tipteki malzemelerin yüzeysel stabilite kaybının daha genel varsayımlara dayanan ve bu alanda ilk girişimleri oluşturan temel araştırmalara ait olduğu için güncel ve önemlidir.

1.3. Yapılan Çalışmanın Amaçları

Yapılan bu araştırmada amaçlananlar aşağıda kısaca verilmiştir.

1. Elastik veya viskoelastik yarı-uzay ve sonlu sayıda elastik ve viskoelastik tabakalardan oluşan sistemin (yarı-düzlem veya yarı-uzayın) yüzeysel stabilitesine ait sınır değer problemlerinin matematiksel formülasyonunun yapılması,
2. Formülasyonu yapılmış sınır değer problemlerinin çözümü için analitik çözüm yöntemlerinin geliştirilmesi ve bu problemlerin çözülmesi,
3. Zamana göre Laplace dönüşümü yapılarak aranan büyüklüklerin Laplace dönüşümlerinin analitik ifadelerinin belirlenmesi,
4. Uygun sayısal incelemelerin yapılması için gereken algoritma ve programların geliştirilmesi,
5. Başlangıç küçük sapma kıstası uygulanarak problem parametrelerinin kritik değerleri ile ilgili sayısal verilerin elde edilmesi ve değerlendirilmesi amaçlanmıştır.

BÖLÜM 2. VISKOELASTİSİTE VE ELASTİSİTE TEORİSİNİN DOĞRUSALLAŞTIRILMIŞ DENKLEMLERİ

2.1. Viskoelastisite ve Elastisite Teorisinin Geometrik Doğrusal Olmayan Denklemleri

Farklı nedenlerden kaynaklı dış etkiler (kuvvet, ısı vb.) ile boyutça, alanca ve hacimce şekil değiştiren ve bu etkiler kalktığında doğal formuna dönen cisimlere, elastik cisimler denmektedir. Dış etkiler altında boyutça, alanca ve hacimce şekil değiştiren malzemelerin mekaniğini inceleyen teori ise elastisite teorisi olarak adlandırılmaktadır. Cismin doğal formu, cismin herhangi bir şekil değiştirmeye maruz kalmadığı hali olarak kabul edilir. Diğer sürekli ortam mekaniklerinde olduğu gibi elastisite teorisinde de gerilme ve gerilme ile ilgili olan gerilme tensörü kavramı kullanılır. Elastisite teorisi, dış etkiler altında cisimlerde ortaya çıkan elastik şekil değiştirmenin özelliklerini incelemektedir. Bu nedenle elastisite teorisinin önemli kavramlarından birisi şekil değiştirme ve şekil değiştirmeye bağlı şekil değiştirme tensörüdür [28-30].

Diğer sürekli ortamlar mekaniğinde olduğu gibi elastisite teorisinde de Lagrange ve Euler koordinatları kullanılmaktadır. İncelenen ortamın parçacıklarının şekil değiştirmeden önceki konumları Lagrange koordinatları ile, şekil değiştirmeden sonraki konumları Euler koordinatları ile ifade edilmektedir. Doğrusal olmayan elastisite problemlerinin incelenmesinde Lagrange koordinatları önemli kolaylıklar sağlamaktadır. Bu nedenle tez çalışmasında Lagrange koordinatlarından faydalanılmıştır.

Elastisite teorisinin esas denklemlerinden önde geleni, diğer sürekli ortamlar mekaniğinde geçerli olan ve gerilme tensörü bileşenleri ile yazılan ve yer değiştirme

vektörü bileşenlerinin zamana göre ikinci dereceden türevlerini içeren denklemlerdir. Ele alınan problem statik veya yarı statik (quasi static) problem ise adı geçen eylemsizlik kuvvetleri ihmal edilir ve hareket denklemleri yerine denge denklemleri kullanılır. Hareket veya denge denklemlerinden sonra elastik ortamların bünye denklemleri olarak adlandırılan denklemleri gelmektedir. Bir ortamın bünye denklemleri gerilme tensörü bileşenleri ile şekil değiştirme tensörü bileşenleri arasındaki ilişkileri veren ve deneysel olarak elde edilen denklemler şeklinde tanımlanır. Sürekli ortamlar için kullanılan temel kavramlardan biri olan yer değiştirme vektörü bileşenleri ile şekil değiştirme tensörü arasındaki bağıntılar ise geometrik bağıntılar olarak adlandırılır. Geometrik bağıntılar sürekli ortamların ve elastisite teorisinin üçüncü grup temel denklemlerini oluşturmaktadır. Şekil değiştirme tensörü bileşenleri değerlerinin sonlu veya küçük olmasına bağlı olarak elastisite problemleri, sonlu şekil değiştirme ve küçük şekil değiştirme diye iki farklı gruba ayrılabilir. Küçük şekil değiştirmeye uğrayan cisimler ile ilgili elastisite problemlerinin çözümü yapılırken, şekil değiştirmeden önce ve şekil değiştirmeden sonra cismin sınır formu aynı kabul edilmektedir. Bu nedenle gerilme tensörü bileşenleri ile yazılan denge denklemleri doğrusal denklemlerden oluşur. Böyle olunca, denge denklemlerinin Lagrange veya Euler koordinatlarında yazılmasında bir farklılık oluşmamaktadır. Diğer taraftan, sonlu şekil değiştirmeye uğrayan cisimlerin elastisite problemlerinin çözülmesinde kullanılan ve Lagrange koordinatlarında yazılan denge denklemleri doğrusal olmayan denklemlerden oluşur. Elastisite problemlerinde doğrusal olmayan diğer bir denklem grubu ise bünye denklemleridir. Bu denklemlerin doğrusal veya doğrusal olmayışı, problemin doğrusal veya doğrusal olmamasına neden olmaktadır. Elastisite teorisinde geçen kavramların notasyonel gösterimleri; şekil değiştirme tensörü bileşenleri (ε_{ij}) , yer değiştirme tensörü bileşenleri (u_i) , gerilme tensörü bileşenleri (σ_{ij}) ile gösterilmektedir.

Elastik bir ortamın şekil değiştirmesi $Ox_1x_2x_3$ Lagrange koordinat takımında (cisim normal formunda iken Lagrange koordinat takımı ile Kartezyen koordinat takımı üst üste çakıştığı kabul edilmektedir) ve denklem (2.1)'de verilen geometrik bağıntıları

ele alınarak incelenir ise ε_{ij} 'lerin değerlerine bağlı olarak, sonlu veya küçük şekil değiştirme durumu değerlendirilir.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_n}{\partial x_i} \times \frac{\partial u_n}{\partial x_j} \right), \quad i, j, n : 1, 2, 3 \quad (2.1)$$

Eğer ε_{ij} değerleri, şekil değiştirmesi incelenen cismin hacim ve yüzey elemanlarının boyutlarının değişiminin mutlaka dikkate alınmasını gerektiriyor ise bu tip şekil değiştirmeler, sonlu şekil değiştirme olarak adlandırılır. Şekil değiştirme tensörü bileşenleri denklem (2.1) ile hesaplanır ve farklı gerilme tensörü kavramları ortaya çıkar. Eğer şekil değiştirme tensörü bileşenlerinin aldığı değerler, yüzey ve hacim elemanlarının boyutlarının değişmesinin dikkate alınmasını gerektirmiyor ise bu tip şekil değiştirmeler, küçük şekil değiştirmeler olarak adlandırılır. Ayrıca denklem (2.1)'deki doğrusal olmayan terim $\frac{\partial u_n}{\partial x_i} \times \frac{\partial u_n}{\partial x_j}$ ihmal edilir ise bu durum sonsuz küçük

şekil değiştirme olarak adlandırılır. Bu durum için denklem (2.1) yeniden yazılır ise denklem (2.2) formu elde edilir.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j : 1, 2, 3 \quad (2.2)$$

Bahsedilenler özetlenecek olursa şekil değiştirmeler, sonlu, küçük ve sonsuz küçük şekil değiştirmeler olarak sınıflandırılabilir. Küçük ve sonsuz küçük şekil değiştirme durumlarında, şekil değiştirmesi incelenen cismin yüzey ve hacim elemanlarının şekil değiştirmeden önceki ve sonraki boyutları arasındaki farklılıklar göz önüne alınmadığı için yapılan incelemelerde küçük ve sonsuz küçük şekil değiştirmeler aynı kavram olarak kullanılmaktadır. Dolayısı ile dikkate alınan $Ox_1x_2x_3$ Lagrange koordinat takımında denge denklemleri küçük ve sonsuz küçük şekil değiştirme durumları için sırasıyla denklem (2.3) ve 2.4)'de verildiği gibidir.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{jn} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) \right] = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (2.4)$$

Gerilme tensörü bileşenleri simetrik olduğu için $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ dir. Elastik ortamın bünye denklemlerinin en genel formunu küçük ve sonsuz küçük şekil değiştirme durumlarında gerilme ve şekil değiştirme tensörlerinin Kartezyen koordinat sisteminde bileşenleri cinsinden denklem (2.5)'de verildiği gibi yazılabilir.

$$\sigma_{ij} = \phi_0(A_1, A_2, A_3) \delta_i^j + \phi_1(A_1, A_2, A_3) \varepsilon_{ij} + \phi_2(A_1, A_2, A_3) \varepsilon_{in} \varepsilon_{jn} \quad (2.5)$$

Denklem (2.5)'in içinde bulunan ϕ_0, ϕ_1, ϕ_2 fonksiyonları deneysel olarak tanımlanmaktadır. Ayrıca A_1, A_2, A_3 ise şekil değiştirme tensörünün matematiksel sabitleri olup denklem (2.6)'da verildiği gibi yazılabilir.

$$A_1 = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}, \quad A_2 = \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}, \quad A_3 = \varepsilon_{ij} \varepsilon_{jk} \varepsilon_{ki} \quad (2.6)$$

Denklem (2.5)'deki $\phi_0(0,0,0) = 0$ koşulunu sağlaması gerekmektedir. Bu durumun fiziksel açıklaması; cisme hiç bir dış kuvvet etki etmediği anda, şekil değiştirmeler sıfır olduğu için gerilmelerde sıfır olmalı şeklindedir. Bunların yanında, ϕ_0, ϕ_1, ϕ_2 fonksiyonları farklı malzemeler için farklı form ve değerler alabilirler. Ayrıca, denklem (2.5) izotrop ortamlar için geçerli olduğu bilinmektedir. Anizotrop ortamlar için ise denklem (2.7) kullanılmaktadır.

$$\sigma_{ij} = C_{ijnm} \varepsilon_{nm} + D_{ijnmkl} \varepsilon_{nm} \varepsilon_{kl} + E_{ijnmklrs} \varepsilon_{nm} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{rs} + \dots \quad (2.7)$$

$$\varepsilon_{ij} = c_{ijnm} \sigma_{nm} + d_{ijnmkl} \sigma_{nm} \sigma_{kl} + e_{ijnmklrs} \sigma_{nm} \sigma_{kl} \sigma_{rs} + \dots \quad (2.8)$$

Denklem (2.7) içinde bulunan C_{ijnm} , D_{ijnmkl} ve $E_{ijnmklrs}$ 'ler 4, 6, 8 dereceden olan esneklik sabitleri olarak adlandırılırlar. Denklem (2.8) içinde bulunan c_{ijnm} , d_{ijnmkl} ve $e_{ijnmklrs}$ 'ler 4, 6, 8 dereceden olan elastisite modülleri veya elastisite sabitleri olarak adlandırılırlar. En genel doğrusal denklemler (2.9) ve (2.10)'da verilmiştir.

$$\sigma_{ij} = C_{ijnm} \varepsilon_{nm} \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_{ij} = c_{ijnm} \sigma_{nm} \quad (2.10)$$

Simetri özelliğinden kaynaklı olarak 81 adet C_{ijnm} ve c_{ijnm} bileşenlerinden 21 adedi bağımsızdır. Bu durum incelenen cismin elastik bir cisim olması durumunda gerilme ve şekil değiştirme tensörlerinin simetrik olması halinde geçerlidir. Eğer cismin yapısı özel simetri durumlarından birisine sahip ise bağımsız sabit sayısı 21'in altına inmektedir. Anizotrop cisimlerin elastisite teorisinde kullanılan özel simetri durumları, ortotrop, transversal izotrop, izotropdur. Sırasıyla bağımsız sabit sayıları 9, 5 ve 2 dir [31].

Saf elastik cisimler için verilmiş olan bünye denklemlerini doğrusal viskoelastik cisimlere uygun forma getirmek için denklem (2.9) ve (2.10)'daki C_{ijnm} ve c_{ijnm} sabitleri uygun operatörler ile değiştirilmelidir. Genel formu [5, 6]'da verilmiş olan operatörler aşağıda denklem (2.11) ve (2.12)'de verilmiştir.

$$C_{ijnm}^* = C_{ijnm0} + \int_0^t C_{ijnm}(t - \tau) d\tau \quad (2.11)$$

$$c_{ijnm}^* = c_{ijnm0} + \int_0^t c_{ijnm}(t - \tau) d\tau \quad (2.12)$$

Bu operatörler kullanılarak denklem (2.9) ve (2.10)'da verilen bünye denklemleri, denklem (2.13) ve (2.14)'deki formları alırlar.

$$\sigma_{ij}(t) = C_{ijnm0} \varepsilon_{nm}(t) + \int_0^t C_{ijnm}(t-\tau) \varepsilon_{nm}(\tau) d\tau \quad (2.13)$$

$$\varepsilon_{ij}(t) = c_{ijnm0} \sigma_{nm}(t) + \int_0^t c_{ijnm}(t-\tau) \sigma_{nm}(\tau) d\tau \quad (2.14)$$

Denklem (2.13) ve (2.14)'de t zaman, $C_{ijnm}(t-\tau)$ ve $c_{ijnm}(t-\tau)$ 'ler viskoelastisite özelliklerine bağlı olarak deneysel olarak elde edilen malzeme fonksiyonlarıdır. Elastik malzeme için söz konusu olan simetri özellikleri viskoelastik malzemeler için de geçerlidir. Bir başka deyişle anizotrop viskoelastik malzemelerin $C_{ijnm}(t-\tau)$ ve $c_{ijnm}(t-\tau)$ 'leri için de aynı durumlar ve bağımsız sayılar (9, 5, 2) geçerlidir. Daha önce verilmiş olan denklem (2.1) ile (2.4) arasındaki denklemler, bünye denklemlerinden bağımsız olduğu için saf elastik ve viskoelastik malzemeler için aynıdır. Dolayısı ile elastisite ve viskoelastisite teorisinin geometrik doğrusal olmayan denklemleri (2.1), (2.3), (2.13) veya (2.14) denklemlerinden oluşmaktadır. Tezin üçüncü bölümünde tanımlamış olduğumuz problemlere has olarak denklemlerin uyarlanması kullanılmıştır. Bu denklemlerin matematiksel olarak modellediği fiziksel olaylara yarı statik olaylar denmektedir. Yani bu denklemlerin içindeki olayların zamana bağımlılığı zayıftır. Bu nedenle hareket denklemlerindeki eylemsizlik (atalet) terimleri ihmal edilmektedir. Bu terimlerin yerine (2.1)'de verilmiş olan denge denklemleri kullanılmaktadır. Bu yüzden incelenen durumların başlangıç koşullarının bilinmesinin zorunluluğu vardır. Bu nedenle gereken uygun sınır koşullarının denklemlere ilave edilmesi gereklidir. Söz konusu sınır koşulları için (2.1), (2.3), (2.13) veya (2.14) denklemleri S kapalı yüzeyi ile sınırlanan V hacminde geçerli olduğu kabul edilir. S yüzeyi için de sınır koşulları verilir. S yüzeyinin S_1 ve S_2 olarak iki kısma ayrıldığı kabul edilir. S_1 yüzeyinde yer değiştirmelerin, S_2 yüzeyinde ise dış kuvvetlerin verildiği kabul edilir. İncelenen geometrik doğrusal olmayan durum için bu koşullar denklem (2.15) ve (2.16)'da verildiği gibi yazılır.

$$u_1 \Big|_{S_1} = f_1(x_1, x_2, x_3, t) \quad (2.15)$$

$$\left[\sigma_{jn} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) \right] \Big|_{S_2} n_j = F_i(x_1, x_2, x_3, t) \quad (2.16)$$

Denklemlerdeki f_i ve F_i 'ler verilen fonksiyonları ve n_j 'ler cismin yüzeyinin birim normalinin bileşenlerini göstermektedir. $S = S_1$ ve $S = S_2$ koşulları var ise bu tip sınır koşulları, karışık tip sınır koşulları olarak adlandırılır. Birinci ve ikinci tip sınır koşullarında S yüzeyi üzerinde sırası ile (2.15) ve (2.16)'nın verildiği kabul edilir. Fakat bazı durumlarda S yüzeyinin tamamı üzerinde (2.15) ve (2.16) koşullarının verilmesinin zorunluluğunun olduğu durumlar oluşmaktadır. Böyle durumlar kontak problemlerinde ve üçüncü bölümde incelemesi yapılmış olan problemlerde oluşmaktadır. Yukarıda verilmiş olan denklemler ile bu kısımda elastisite ve viskoelastisite teorisinin geometrik doğrusal olmayan denklemleri ve bu denklemlerin incelenmek için gerekli olan sınır koşulları açıklanmıştır.

2.2. Doğrusal Olmayan Denklemlerin Doğrusallaştırılması

Önceki kısımda verilmiş olan doğrusal olmayan denklemlerin mekanik ve fiziksel olaylara doğrudan uygulanmasının zor, hatta bazı durumlarda imkansız olduğun için bu denklemlerin doğrusallaştırılmış biçimleri kullanılmaktadır. Bu denklemlerin ilk doğrusallaştırma ve doğrusallaştırılmış biçimlerinin mekanik olaylarda kullanımı ile ilgili çalışmalar [14, 32, 33]'de yapılmıştır. Bu denklemlerin doğrusallaştırılmış formunun daha geniş çaplı olaylarda kullanılması [6, 29, 30, 34-36]'da gerçekleştirilmiştir.

Bu denklemlerin doğrusallaştırılması için cisimde oluşmuş olan yer değiştirme (u_i^0, u_i) , şekil değiştirme $(\varepsilon_{ij}^0, \varepsilon_{ij})$ ve gerilme $(\sigma_{ij}^0, \sigma_{ij})$ durumlarının iki kısımdan

oluştugu kabul edilir ve bu büyüklükler arasında denklem (2.17)'de verilen koşulların sağlandığı kabul edilir.

$$u_i \ll u_i^0 ; \varepsilon_{ij} \ll \varepsilon_{ij}^0 ; \sigma_{ij} \ll \sigma_{ij}^0 \quad (2.17)$$

Ayrıca $u_i^0, \varepsilon_{ij}^0, \sigma_{ij}^0$ ve $u_i + u_i, \varepsilon_{ij}^0 + \varepsilon_{ij}, \sigma_{ij}^0 + \sigma_{ij}$ büyüklükleri için ayrı ayrı (2.1), (2.3), (2.13), (2.14) denklemlerinin ve (2.15), (2.16) sınır koşullarının sağlandığı kabul edilir. Bu durumalar yazıldığında denklem (2.18) ve (2.19) elde edilir. Bir başka deyişle aşağıda verilmiş olan denklem ve sınır koşullarının sağlanması gerekmektedir.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{jn}^0 \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^0}{\partial x_n} \right) \right] = 0$$

$$\sigma_{ij}^0 = C_{ijnm0} \varepsilon_{ij}^0(t) + \int_0^t C_{ijnm} (t - \tau) \varepsilon_{ij}^0(\tau) d\tau$$

$$\varepsilon_{ij}^0 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^0}{\partial x_i} + \frac{\partial u_n^0}{\partial x_i} \times \frac{\partial u_n^0}{\partial x_j} \right) \quad (2.18)$$

$$u_i^0|_{s_1} = f_i(x_1, x_2, x_3, t)$$

$$\left[\sigma_{jn}^0 \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^0}{\partial x_n} \right) \right] \Big|_{s_2} n_j = F_i(x_1, x_2, x_3, t)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\sigma_{jn}^0 + \sigma_{jn}) \left(\delta_i^n + \frac{\partial(u_i^0 + u_i)}{\partial x_n} \right) \right] = 0$$

$$\sigma_{ij}^0 + \sigma_{ij} = C_{ijnm0} (\varepsilon_{nm}^0(t) + \varepsilon_{nm}(t)) + \int_0^t C_{ijnm} (t-\tau) (\varepsilon_{nm}^0(\tau) + \varepsilon_{nm}(\tau)) d\tau$$

$$\varepsilon_{ij}^0 + \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial(u_i^0 + u_i)}{\partial x_j} + \frac{\partial(u_j^0 + u_j)}{\partial x_i} + \frac{\partial(u_n^0 + u_n)}{\partial x_i} \times \frac{\partial(u_n^0 + u_n)}{\partial x_j} \right) \quad (2.19)$$

$$(u_i^0 + u_i)|_{s_1} = f_i(x_1, x_2, x_3, t)$$

$$\left[(\sigma_{jn}^0 + \sigma_{jn}) \left(\delta_i^n + \frac{\partial(u_i^0 + u_i)}{\partial x_n} \right) \right] \Big|_{s_2} n_j = F_i(x_1, x_2, x_3, t)$$

Denklem (2.19)'da verilen ifadelerde u_i , ε_{ij} ve σ_{ij} 'lerin ikinci dereceden terimleri, birinci dereceden terimlerine göre çok küçük oldukları için ihmal edilir. Bu ihmal işlemi yapıldıktan sonra denklem (2.19)'daki ifadeler denklem (2.20)'de verilmiş olan biçime gelirler.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{jn}^0 \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^0}{\partial x_n} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{jn} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^0}{\partial x_n} \right) + \sigma_{jn}^0 \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right] = 0$$

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^0 - C_{ijnm0} \varepsilon_{nm}^0 - \int_0^t C_{ijnm} (t - \tau) \varepsilon_{nm}^0 (\tau) d\tau = \\ - \sigma_{ij} + C_{ijnm0} \varepsilon_{nm} + \int_0^t C_{ijnm} (t - \tau) \varepsilon_{nm} (t - \tau) d\tau \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}^0 + \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^0}{\partial x_i} + \frac{\partial u_n^0}{\partial x_i} \times \frac{\partial u_n^0}{\partial x_j} \right) + \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_n^0}{\partial x_i} \times \frac{\partial u_n}{\partial x_j} + \frac{\partial u_n^0}{\partial x_j} \times \frac{\partial u_n}{\partial x_i} \right) \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$u_i^0 \Big|_{s_1} - f_i(x_1, x_2, x_3, t) = u_i \Big|_{s_1}$$

$$\begin{aligned} F_i(x_1, x_2, x_3, t) = \left[\sigma_{jn}^0 \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^0}{\partial x_n} \right) \right] \Big|_{s_2} n_j + \\ \sigma_{jn} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^0}{\partial x_n} \right) + \sigma_{jn}^0 \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) \Big|_{s_2} n_j \end{aligned}$$

Denklem (2.18) ve (2.20)'den faydalanarak u_i , ε_{ij} ve σ_{ij} 'ler denklem (2.21)'de verilen ifadeler biçimine gelir.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{jn} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^0}{\partial x_n} \right) + \sigma_{jn}^0 \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right] = 0$$

$$\sigma_{ij}^0 = C_{ijnm0} \varepsilon_{ij}(t) + \int_0^t C_{ijnm}(t-\tau) \varepsilon_{nm}(\tau) d\tau$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\left(\delta_i^n + \frac{\partial u_n^0}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_n}{\partial x_j} + \left(\delta_j^n + \frac{\partial u_n^0}{\partial x_j} \right) \frac{\partial u_n}{\partial x_i} \right) \quad (2.21)$$

$$u_i \Big|_{s_1} = 0$$

$$\sigma_{jn} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^0}{\partial x_n} \right) + \sigma_{jn}^0 \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) \Big|_{s_2} n_j = 0$$

Denklem (2.21)'de verilen ifadeler viskoelastisite teorisinin üç boyutlu doğrusallaştırılmış denklemleri olarak adlandırılır. Burada verilmiş olan alt indisler 1'den 3'e kadar değer almaktadır. Viskoelastisite teorisinin doğrusallaştırılmış denklemlerinin (2.21)'de verilen formu, üç boyutlu stabilite problemlerinin incelenmesinde kullanılmaya uygun haldedir. Denklem (2.21)'de verilen ifadelerden ikincisinin içindeki $C_{ijnm}(t-\tau) = 0$ olduğu kabul edilir ise (2.21) denklemi, uygun saf elastik stabilite problemlerinin doğrusallaştırılmış üç boyutlu denklemleri haline dönüşmüş olur. Bu denklemlerin elde edilmesinde u_i , ε_{ij} ve σ_{ij} 'ler ile aynı gösterime sahip olan büyüklüklerin pertürbasyonu olduğu kabul edilir. Fakat f_i ve F_i büyüklüklerinin bu denklemlerin elde edilmesinde hiçbir pertürbasyon almadığı kabul edilir. Denklem (2.21)'de verilmiş olan problemin, bir öz değer problemi olduğu açıktır. Burada u_i^0 büyüklüklerinin daha önceden bilindiği kabul edilmektedir. u_i^0 değerleri denklem (2.18)'de verilmiş olan sınır değer probleminin çözülmesinden elde edilmektedir. Yeteri kadar rijit olan kompozit malzemeye ait problemlerin çözülmesinde (2.18) denklemindeki doğrusal olmayan terimler ihmal edilir ve stabilite kaybına kadar olan şekil değiştirmeler sonsuz küçük şekil değiştirmeler olarak kabul

edilir. Bahsi geçen durumlar dikkate alındığında denklem (2.22)'de verilmiş olan ifadeler elde edilir.

$$\frac{\partial \sigma_{jn}^0}{\partial x_j} = 0$$

$$\sigma_{ij}^0 = C_{ijnm0} \varepsilon_{ij}^0 + \int_0^t C_{ijnm} (t - \tau) \varepsilon_{nm}^0 (\tau) dt$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^0}{\partial x_i} \right) \quad (2.22)$$

$$u_i \Big|_{s_1} = f_i (x_1, x_2, x_3, t)$$

$$\sigma_{jn}^0 \Big|_{s_2} n_j = F_i (x_1, x_2, x_3, t)$$

Bu bölümde verilmiş olan denklemlerin uygun formları tezin üçüncü bölümünde tanımlanmış olan problemlerin çözülmesinde kullanılmıştır.

BÖLÜM 3. ÇOK KATLI VISKOELASTİK YARI-UZAYLARIN İKİ VE ÜÇ BOYUTLU PROBLEMLERİ

Tezin bu bölümünde, yüzeysel stabilite kaybına ait iki ve üç boyutlu problemlerin matematiksel olarak tanımlanmasına ve çözümüne yer verilmiştir. Araştırma parçalı homojen cisim modeli kapsamında viskoelastisite teorisinin geometrik doğrusal olmayan denge denklemlerinden faydalanılarak yapılmıştır. İki boyutlu problemler için değerlendirilen sistemler, Ox_1 eksenini doğrultusunda, $x_1 \rightarrow \pm\infty$ 'da p normal basma kuvvetine maruz kaldığı kabul edilmiştir. Üç boyutlu problemler için değerlendirilen sistemler, $Ox_1(Ox_3)$ eksenleri doğrultusunda, $x_1(x_3) \rightarrow \pm\infty$ 'da $p_1(p_3)$ normal basma kuvvetlerine maruz kaldığı kabul edilmiştir. Her iki problem tipi içinde sistemlerin herhangi bir yüke maruz kalmadan önce sonsuz küçük genlikli bir eğriliğinin (kusurunun) olduğu kabul edilmiştir. Ayrıca ele alınan sistemlerin katmanlarının x_2 eksenini doğrultusunda olduğu kabul edilmiştir. Göz önünde bulundurulan problemlerin formülasyonu ve değerlendirilmesi ilk kez bu çalışma kapsamında yapılmıştır.

3.1. İki Boyutlu Yüzeysel Stabilite Kaybına Ait Problemlerin Matematiksel Formülasyonu

İki malzemenin yarı sonsuz yarım yüzeylerinin iki katman olarak birleştirildiği kabul edilmiştir. Oluşabilecek kompozisyonlardan, viskoelastik-elastik-viskoelastik (VEV) ve elastik-viskoelastik-elastik (EVE) durumları ile ilgilenilmiştir. VEV durumu; (1) viskoelastik çevreleyici (taşıyıcı) katman, (2) elastik katı katman (elastik asıl katman) ve (3) viskoelastik yarı düzlemden oluşmaktadır. VEV durumunun geometrisi Şekil 3.1'de verilmiştir. EVE durumu; (1) elastik çevreleyici (taşıyıcı) katman, (2) viskoelastik katı katman (viskoelastik asıl katman) ve (3) elastik yarı düzlemden

sabit tutulmuştur. Elastik katmanın kalınlığının sabit ve eğrilik formundaki ilk yerel kusurun Ox_1 eksenini boyunca olduğu kabul edilmiştir. Ele alınan yapının her iki katmanı ve yarı düzleminin, homojen izotrop olduğu kabul edilmiştir. Ayrıca yapı içinde viskoelastik olan kısımların doğrusal viskoelastik olduğu kabul edilmiştir. Yukarıda bahsedilen yapılara Ox_1 eksenini doğrultusunda, düzgün yayılmış normal basma kuvvetinin $(p) \quad x_1 \rightarrow \pm\infty$ uygulanması ile Ox_1x_2 düzleminde başlangıç kusurunun şekil değiştirme durumu araştırılmıştır.

Burada, artan p değeri ile elastik katmandaki yerel kusurun ilerlemesinin (büyümesinin) araştırılması amaçlanmıştır. Bu amaç için yarı düzlem ve katmanlar için denge denklemleri, mekanik ve geometrik bağıntılar kullanılmıştır.

$$\frac{\partial}{\partial x_j^{(k)}} \left[\sigma_{jn}^{(k)} \left(\delta_i^{(n)} + \frac{\partial u_i^{(k)}}{\partial u_n^{(k)}} \right) \right] = 0$$

$$\sigma_{ij}^{(k)} = \lambda^{*(k)} \theta^{(k)} \delta_i^j + 2\mu^{*(k)} \varepsilon_{ij}^{(k)}$$

$$\theta^{(k)} = \varepsilon_{11}^{(k)} + \varepsilon_{22}^{(k)} \quad (3.1)$$

$$2\varepsilon_{ij}^{(k)} = \frac{\partial u_i^{(k)}}{\partial x_j^{(k)}} + \frac{\partial u_j^{(k)}}{\partial x_i^{(k)}} + \frac{\partial u_n^{(k)}}{\partial x_i^{(k)}} \times \frac{\partial u_n^{(k)}}{\partial x_j^{(k)}}$$

$$i, j, n = 1, 2, \quad k = 1, 2, 3$$

$\lambda^{*(k)}$ ve $\mu^{*(k)}$ operatörleri aşağıdaki tanımlandığı gibidir.

$$\lambda^{*(m)} \varphi(t) = \lambda_0^{(m)} \varphi(t) + \int_0^t \lambda^{(m)}(t - \tau) \varphi(\tau) d\tau \quad (3.2)$$

$$\mu^{*(m)} \varphi(t) = \mu_0^{(m)} \varphi(t) + \int_0^t \mu^{(m)}(t - \tau) \varphi(\tau) d\tau$$

Yukarıda verilmiş olan VEV yapısı için $\lambda^{*(2)} = \lambda^{(2)} = \text{sabit}$, $\mu^{*(2)} = \mu^{(2)} = \text{sabit}$, $m = 1,3$ ve EVE yapısı için ise $\lambda^{*(k)} = \lambda^{(k)} = \text{sabit}$, $\mu^{*(k)} = \mu^{(k)} = \text{sabit}$, $k = 1,3$, $m = 2$ olarak kabul edilmiştir. Buradaki denklem (3.1) ve (3.2)'de geleneksel notasyon kullanmıştır. $\delta_i^{(n)}$ kronecker sembolünü, $u_i^{(k)}$ yer değiştirme vektörü bileşenlerini, $\sigma_{ij}^{(k)}$ gerilme tensörü bileşenlerini ve $\varepsilon_{ij}^{(k)}$ şekil değiştirme tensörü bileşenlerini göstermektedir.

Verilmiş olan sistemlerdeki katmanların ve yarı düzlemin mükemmel olarak yapışmış olduğu kabul edilmiştir. Böylece, sistemin yüzeyindeki serbest durum kuvvetinin sınır koşullarını göz önünde bulundurularak VEV ve EVE durumları için denklemler aşağıdaki denklem (3.3) ve (3.4)'de verilmiştir. Bahsi geçen durumlarda ara yüzeylerde süreklilik koşulunun sağlandığı kabul edilmiştir.

$$\left[\sigma_{2n}^{(1)} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_n^{(1)}} \right) \right]_{x_2^{(1)} = +h} = 0$$

$$\left[\sigma_{jn}^{(1)} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_n^{(1)}} \right) \right]_{S^+} n_j^+ = \left[\sigma_{jn}^{(2)} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_n^{(2)}} \right) \right]_{S^+} n_j^+$$

$$u_i^{(2)}|_{S^+} = u_i^{(1)}|_{S^+} \quad (3.3)$$

$$\left[\sigma_{jn}^{(2)} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_n^{(2)}} \right) \right]_{S^-} n_j^- = \left[\sigma_{jn}^{(3)} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(3)}}{\partial x_n^{(3)}} \right) \right]_{S^+} n_j^-$$

$$u_i^{(2)}|_{S^-} = u_i^{(3)}|_{S^-}$$

$$i, n, j = 1, 2$$

$$\left[\sigma_{jn}^{(1)} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_n^{(1)}} \right) \right]_{s^+} n_j^+ = 0$$

$$\left[\sigma_{jn}^{(1)} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_n^{(1)}} \right) \right]_{s^-} n_j^- = \left[\sigma_{jn}^{(2)} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_n^{(2)}} \right) \right]_{s^-} n_j^-$$

$$u_i^{(1)} \Big|_{x_2^{(1)}=-h^{(1)}} = -u_i^{(2)} \Big|_{x_2^{(2)}=+h} \quad (3.4)$$

$$\left[\sigma_{2n}^{(2)} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_n^{(2)}} \right) \right]_{x_2^{(2)}=-h^{(2)}} = \left[\sigma_{2n}^{(3)} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(3)}}{\partial x_n^{(2)}} \right) \right]_{x_2^{(2)}=-h^{(2)}}$$

$$u_i^{(2)} \Big|_{x_2^{(2)}=-h^{(2)}} = u_i^{(3)} \Big|_{x_2^{(2)}=-h^{(2)}}$$

Ayrıca, kararlılığın kaybedilmesi için aşağıdaki koşulların sağlanmasının da gerekli olduğunu belirtmekte fayda vardır.

$$|x_2| \rightarrow -\infty \text{ iken ve } ij \neq 11 \text{ için, } \sigma_{11}^{(3)} = p, \quad \sigma_{ij}^{(3)} \rightarrow 0 \quad (3.5)$$

Denklem (3.3) ve (3.4)'deki n_j^\pm ile (Bkz. Şekil 3.1 ve 3.2)'de verilen S^\pm yüzeylerinin normal vektörü bileşenleri ifade edilmiştir. Elastik katmanın küçük yerel başlangıç kusurunun orta yüzeyinin denklemi (3.6)'da verilmiştir.

$$x_2^{(k)} = F(x_1^{(k)}) = \varepsilon f(x_1^{(k)}) \quad (3.6)$$

Denklem (3.6)'da EVE durumu için $k=1$ ve VEV durumu için $k=2$ alınmıştır. ε ise kusurun eğilme genliğini gösteren boyutsuz küçük bir parametre olarak alınmış ve değerinin $0 \leq \varepsilon \ll 1$ olduğu kabul edilmiştir. Bunlara ilaveten $F(x)$ fonksiyonu ve

$F(x)$ fonksiyonunun birinci dereceden türevinin sürekli olduğu ve denklem (3.7)'de verilen ifadeleri sağladığı kabul edilmiştir.

$$\left| \frac{dF(x)}{dx} \right| \ll 1, \quad |x| \rightarrow \infty \text{ da iken } F(x) \rightarrow 0 \quad (3.7)$$

Yukarıda tanımlanan durum ile ilgili problemin formülasyonu ve çözümünde göz önünde bulundurulacak denklemler tanımlanmıştır.

3.2. İki Boyutlu Yüzeysel Stabilite Kaybına Ait Problemlerin Çözüm Yöntemi

Yukarıda formülize edilmiş olan problem, doğrusal olmayan integro-diferansiyel denklemler grubu için verilmiş bir sınır değer problemidir. Problemin çözümü için [21]'de verilen genel kapsam göz önünde bulundurularak problem çözülmeye çalışılmıştır.

İlk olarak 2h sabit kalınlığındaki güçlendirici elastik katman ve denklem (3.6) göz önünde bulundurulmuş ve (Bkz. Şekil 3.1 ve 3.2)'de verilen S^\pm yüzeylerinin denklemleri $x_i^{(k)\pm} = x_i^{(k)\pm}(t_1, h, \varepsilon, f(t_1))$, $(k, i = 1, 2)$ ile ifade edilmiştir. Burada h elastik güçlendirme katmanının yarı kalınlığı ve t_1 , $(t_1 \in (-\infty, +\infty))$ bir parametre olarak alınmıştır. Bu ifadeler ve denklemler kullanılarak $n_j^{(k)\pm}$ bileşenleri elde edilmiştir. Denklem (3.7)'deki ilk şart temel alındığında $x_i^{(k)\pm}$ ve $n_j^{(k)\pm}$ küçük ε parametresinin kuvvet serisi olarak ifade edilmiştir. Bu yüzden sistemin gerilme şekil değiştirme durumunun bileşenlerinin karakterizasyonu göz önünde bulundurulmuş ve bunlar ε parametresinin kuvvet serisi olarak aşağıdaki verildiği gibi ifade edilmiştir.

$$\left\{ \sigma_{ij}^{(k)}; \varepsilon_{ij}^{(k)}; u_i^{(k)} \right\} = \sum_{q=0}^{\infty} \varepsilon^q \left\{ \sigma_{ij}^{(k),q}; \varepsilon_{ij}^{(k),q}; u_i^{(k),q} \right\} \quad (3.8)$$

Denklem (3.8)'deki ifadeler denklem (3.1-3.5)'de yerlerine yazılmış ve yapılan işlemler sonucunda (3.8)'deki her bir yaklaşım için uygun denklem takımı elde edilmiştir. Elde edilmiş olan mekanik bağıntılar doğrusal olduğu için denklem (3.8)'de verilen her bir yaklaşımı ayrı ayrı sağlayan mekanik bağıntılar elde edilmiştir. Denklem (3.1)'deki denge denklemleri ve geometrik bağıntılarından birinci yaklaşım için elde edilen denklemler, önceki yaklaşımlara (sıfırinci yaklaşım) ait sonuçları da içerdiği görülmüştür. Bunların yanında denklem (3.3) ve (3.4)'den, denklem (3.8)'deki her yaklaşım için sınır koşulları elde edilmiştir. Geriye kalan bağıntı ve koşullar denklem (3.1, 3.3 ve 3.4)'ten her bir q'ıncı yaklaşım için daha önceki yaklaşımın tüm değerlerini de içerecek şekilde elde edilmiştir. Bu durumda sıfırinci yaklaşımda, denklem (3.1), (3.3) ve (3.4) ile (3.5)'deki sınır koşulları $x_1 = t_1$ ve $x_2 = \pm h$ (S^\pm yüzeyi yerine) da sağlanmıştır.

Birinci ve müteakip yaklaşımlardaki büyüklükler için [12]'de verilen ÜBDST denklemleri ile örtüşen uyumlulukta doğrusal denklem ve bağıntılar elde edilmiştir. Elde edilen bu denklem ve bağıntıların kontrolü doğrudan sağlama yöntemi ile yapılmıştır. [21]'de olduğu gibi burada da ÜBDST uygun doğrusal olmayan denklemlerden sınır formu pertürbasyon tekniği uygulanarak elde edilmiştir. Buna karşın [12]'de bu amaç için doğrusallaştırma prosedürü kullanılmıştır. Sınır formu pertürbasyon yöntemi kullanılarak ÜBDST denklemlerinin elde edildiğinde, bu denklemlerin yapısı gereği başlangıç küçük sapmalarının hesaba katılmasına müsaade etmiştir. ÜBDST kullanılarak başlangıç sapması kriterinden, malzemenin zamana bağlı kararsızlığının araştırılmasına olanak vermiştir. Dolayısı ile bahsi geçen yöntem ile elde edilen ÜBDST denklemleri, hem zamana bağlı malzemeler hem de zamandan bağımsız malzemeler için uygulanabilmiştir. Bundan başka [21-25]'de kararsızlık problemlerinin araştırılmasında ve kritik zaman veya kuvvetin tahmin edilmesinde sadece sıfırinci ve birinci yaklaşımdan elde edilen sonuçlara ihtiyaç duyulduğu detaylı olarak gösterilmiştir. Bu nedenle, bu ayrıntılara burada yer verilmemiştir.

Daha önce bahsedilen durum göz önünde bulundurularak sıfırinci ve birinci yaklaşımdaki büyüklükleri elde edebilmek için katmanların ve yarı düzlem malzemesinin kısmen katı olduğu kabul edilmiştir. Sıfırinci yaklaşımdaki büyüklükler

uygun doğrusal denklemlerden elde edilmiştir. Bunların yanında $\left| \frac{\partial u_i^{(k),0}}{\partial x_j^{(k)}} \right| \ll 1$ olduğu varsayılmış ve bu büyüklükler birinci yaklaşımdaki denklemlerde ihmal edilmiştir. Sıfıncı yaklaşıma uygun tüm bağıntı ve denklemlere Laplace dönüşümü $\left(\bar{\varphi}(s) = \int_0^\infty \varphi(t) \exp(-st) dt \text{ ile } s > 0 \right)$ uygulanmış ve problemin sıfıncı yaklaşımındaki temel prensibine uygun Laplace dönüşüm büyüklükleri aşağıda denklem (3.9)'da verilmiştir.

$$\bar{\sigma}_{11}^{(k),0} = \frac{\bar{E}^{*(k)} \left[1 - \left(\bar{v}^{*(3)} \right)^2 \right] p}{\bar{E}^{*(3)} \left[1 - \left(\bar{v}^{*(k)} \right)^2 \right]}, \quad \bar{\sigma}_{ij}^{(k),0} = 0, \quad \text{için } ij \neq 11 \quad (3.9)$$

Buradaki $E^{*(2)} = E^{(2)}$, $v^{*(2)} = v^{(2)}$, $E^{*(m)}$, $v^{*(m)}$, ($m=1,3$) VEV durumu için operatörler ve $E^{*(m)} = E^{(m)}$, $v^{*(m)} = v^{(m)}$, $E^{*(2)}$, $v^{*(2)}$ EVE durumu için operatör olarak belirlenmiştir. Denklem (3.2) ve (3.3)'e göre bu operatörler aşağıdaki gibi yazılmıştır.

$$E^{*(k)} \varphi(t) = E_0^{(k)} \varphi(t) + \int_0^t E^{(k)}(t-\tau) \varphi(\tau) d\tau \quad (3.10)$$

$$v^{*(k)} \varphi(t) = v_0^{(k)} \varphi(t) + \int_0^t v_0^{(k)}(t-\tau) \varphi(\tau) d\tau$$

Burada $E_0^{(k)}$ ve $v_0^{(k)}$ ile sırasına göre ($t=0$) anındaki elastik modülü ve Poisson oranını ifade edilmiştir. Bahsedilen büyüklükler [26]'da verilen Schapery yöntemi ile elde edilmiştir.

Birinci yaklaşımın büyüklükleri için denge denklemleri (3.11)'de, mekanik ve geometrik bağıntıları (3.12)'de aşağıda verilmiştir.

$$\frac{\partial \sigma_{ij}^{(k),1}}{\partial x_j^{(k)}} + \sigma_{11}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_i^{(k),1}}{\partial (x_1^{(k)})^2} = 0 \quad (3.11)$$

$$\sigma_{ij}^{(k),1} = \lambda^{*(k)} \theta^{(k),1} \delta_i^j + 2\mu^{*(k)} \varepsilon_{ij}^{(k),1}, \quad \theta^{(k),1} = \varepsilon_{11}^{(k),1} + \varepsilon_{22}^{(k),2}$$

$$\varepsilon_{ij}^{(k),1} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i^{(k),1}}{\partial x_j^{(k)}} + \frac{\partial u_j^{(k),1}}{\partial x_i^{(k)}} \right), \quad \lambda^{*(k)} = \frac{E^{*(k)} \nu^{*(k)}}{(1 + \nu^{*(k)})(1 - \nu^{*(k)})} \quad (3.12)$$

$$\mu^{*(k)} = \frac{E^{*(k)}}{2(1 + \nu^{*(k)})}$$

Ele alınan VEV ve EVE durumları (Bkz. Şekil 3.1 ve 3.2) için sınır koşulları sırasıyla aşağıda denklem (3.13) ve (3.14)'de verilmiştir.

$$\sigma_{21}^{(1),1} \Big|_{x_2^{(1)}=+h^{(1)}} = 0, \quad \sigma_{22}^{(1),1} \Big|_{x_2^{(1)}=+h^{(1)}} = 0$$

$$x_2^{(2)} \rightarrow -\infty \text{ da iken, } \sigma_{ij}^{(3),1} \rightarrow 0, \quad u_i^{(3),1} \rightarrow 0$$

$$\sigma_{2i}^{(1),1} \Big|_{x_2^{(1)}=-h^{(1)}} - \sigma_{2i}^{(2),1} \Big|_{x_2^{(2)}=+h} = (\sigma_{11}^{(1),0} - \sigma_{11}^{(2),0}) \frac{\partial f}{\partial x_1^{(1)}} \delta_i^1 \quad (3.13)$$

$$u_i^{(1),1} \Big|_{x_2^{(1)}=-h^{(1)}} - u_i^{(2),1} \Big|_{x_2^{(2)}=+h} = 0$$

$$\sigma_{2i}^{(2),1} \Big|_{x_2^{(2)}=-h} - \sigma_{2i}^{(3),1} \Big|_{x_2^{(2)}=-h} = (\sigma_{11}^{(2),0} - \sigma_{11}^{(3),0}) \frac{\partial f}{\partial x_1^{(2)}} \delta_i^1$$

$$u_i^{(2),1} \Big|_{x_2^{(2)}=-h} - u_i^{(3),1} \Big|_{x_2^{(2)}=-h} = 0, \quad i = 1, 2$$

$$\sigma_{21}^{(1),1} \Big|_{x_2^{(1)}=+h} = \sigma_{11}^{(1),0} \frac{\partial f}{\partial x_1^{(1)}}, \quad \sigma_{22}^{(1),1} \Big|_{x_2^{(1)}=+h} = 0$$

$$x_2^{(2)} \rightarrow -\infty \text{ da iken, } \sigma_{ij}^{(3),1} \rightarrow 0, \quad u_i^{(3),1} \rightarrow 0$$

$$\sigma_{2i}^{(1),1} \Big|_{x_2^{(1)}=-h} - \sigma_{2i}^{(2),1} \Big|_{x_2^{(2)}=+h^{(2)}} = (\sigma_{11}^{(1),0} - \sigma_{11}^{(2),0}) \frac{\partial f}{\partial x_1^{(1)}} \delta_i^1$$

$$u_i^{(1),1} \Big|_{x_2^{(1)}=-h} - u_i^{(2),1} \Big|_{x_2^{(2)}=+h^{(2)}} = 0 \tag{3.14}$$

$$\sigma_{2i}^{(2),1} \Big|_{x_2^{(2)}=-h^{(2)}} - \sigma_{2i}^{(3),1} \Big|_{x_2^{(2)}=-h^{(2)}} = 0$$

$$u_i^{(2),1} \Big|_{x_2^{(2)}=-h^{(2)}} - u_i^{(3),1} \Big|_{x_2^{(2)}=-h^{(2)}} = 0$$

$$i = 1, 2$$

Başlangıç küçük sapmalarının eğilme genliklerinin uygulanan dış sıkıştırma kuvveti etkisi altında zamanla büyüyerek sonsuza gitmesi durumu stabilite kaybı olarak kabul edilmiştir. Mekanik özellikleri zamana bağlı malzemeler için başlangıç küçük sapmalarının eğilme genliklerinin büyüyerek sonsuza gitme süreleri ise kritik zaman olarak kabul edilmiştir.

Çözüm yönteminin daha da geliştirilmesi hangi ilk yerel kusur modunun dikkate alındığına, yani fonksiyonun seçimine (3.6) bağlıdır. Bu çalışmada gözlemlenen yerel eğrilik formu [19]'da verilen kompozit malzemede de gözlemlenmiş ve

$$F(x) = A \exp \left\{ - \left[\left(\frac{x}{L} \right)^2 \right]^\gamma \right\} \cos \left(\frac{mx}{L} \right) \text{ olarak kabul edilmiştir. Burada } A \text{ yerel eğrinin}$$

maksimum yüksekliğini, $\gamma (> 0)$ parametresi maksimum yüksekliğin komşusunun dolgu matrisinin düzgünlüğünü ve eğri katmanının eğimindeki değişimi karakterize eder. L ise yerel eğriliğin orta noktasından eğriliğin genişliğini karakterize eder ve $F(L) = A \exp(1)$ 'den elde edilmiştir. Buradaki m parametresi eğriliğin salınım

karakterini göstermektedir. $A \ll L$ olduğu kabul edilmiş ve $\varepsilon = A/L$ olarak alınmıştır. F 'nin türevi alındığında denklem (3.15) elde edilmiştir.

$$\frac{df}{dx} = \exp \left\{ - \left[\left(\frac{x}{L} \right)^2 \right]^\gamma \right\} \times \left\{ 2\gamma \left(\frac{x}{L} \right)^{2\gamma-1} \cos \left(\frac{mx}{L} \right) - \sin \left(\frac{mx}{L} \right) \right\} \quad (3.15)$$

Bu durum integro diferansiyel denklem (3.11) ve (3.12) ile sınır koşullarını içeren (3.13) ve (3.14)'ün çözümlerine indirgenildiğinde, ilk yaklaşımdaki büyüklükler elde edilmiştir. Denklem (3.11)'deki $\sigma_{11}^{(k),0}$ ifadesinin zamanın bir fonksiyonudur $(\sigma_{11}^{(k),0} = \sigma_{11}^{(k),0}(t))$. Tam olarak bu gerçek (3.11) – (3.14) denklemlerinin temel prensibe uygun olarak çözümüne mani olduğu görülmüştür.

[21-25]'e göre fonksiyondaki $\sigma_{11}^{(k),0}(t)$ ifadesindeki t yerine $t = t_*$ yazılmış ve $\sigma_{11}^{(k),0}(t_*)$ ifadesini elde edilmiştir. Başlangıç küçük sapma kaynaklı stabilite kaybı problemlerinin çözümü $t_* = 0$ ve $t_* = \infty$ sınır değerlerinden elde edilmiştir. $t_* = 0$ da elde edilmiş olan kritik zaman $t_{cr,0}$ ve $t_* = \infty$ da elde edilmiş olan kritik zaman ise $t_{cr,\infty}$ olarak tanımlanmıştır. Böylece yukarıdaki yaklaşım temel alınarak, t_{cr} değerinin elde edilmesi $t_{cr,0}$ ve $t_{cr,\infty}$ değerlerinin elde edilmesine indirgenmiştir.

Bu durumda denklem (3.11)'in Laplace dönüşümü aşağıda verildiği gibi elde edilmiştir.

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_{ji}^{-(k),1}}{\partial x_j^{(k)}} + \sigma_{11}^{(k),0}(t_*) \frac{\partial^2 \bar{u}_i^{-(k),1}}{\partial (x_1^{(k)})^2} = 0 \quad (3.16)$$

Denklem (3.13) ve (3.14)'de verilen sınır koşullarını sağlayan, denklem (3.16) ve (3.12)'in çözümlerini bulmak için denklem (3.12)'de verilen bağıntıların Laplace

dönüşümlerini denklem (3.16)'da yerine konularak aşağıda verilen denklem (3.17) elde edilmiştir.

$$\nabla^2 \bar{u}_i^{(k),1} + \left(1 + \frac{\bar{\lambda}^{*(k)}}{\bar{\mu}^{*(k)}} \right) \frac{\partial \bar{\theta}^{(k),1}}{\partial x_i^{(k)}} + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}(t_*)}{\bar{\mu}^{*(k)}} \times \frac{\partial^2 \bar{u}_i^{(k),1}}{\partial (x_i^{(k)})^2} = 0 \quad (3.17)$$

Laplace'yın ifadesi de aşağıda verildiği gibi yazılmıştır.

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial (x_1^{(k)})^2} + \frac{\partial^2}{\partial (x_2^{(k)})^2}, \quad \bar{\theta}^{(k),1} = \frac{\partial \bar{u}_1^{(k),1}}{\partial x_1^{(k)}} + \frac{\partial \bar{u}_2^{(k),1}}{\partial x_2^{(k)}} \quad (3.18)$$

Problemin ifadesine ve denklem (3.15)'e göre, denklem (3.17) ve (3.18)'e ve denklem (3.13) ve (3.14)'deki sınır ve temas koşullarına $x_1^{(k)}$ değişkenine göre üstel Fourier

dönüşümü $g_F(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) e^{isx} dx$ uygulanmış ve denklem (3.17) ve (3.18) için aşağıda

denklem (3.19)'da verilen formlar elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} & -s^2 \bar{u}_{1F}^{(k),1} + \frac{d^2 \bar{u}_{1F}^{(k),1}}{d(x_2^{(k)})^2} + \left(1 + \frac{\bar{\lambda}^{*(k)}}{\bar{\mu}^{*(k)}} \right) \times \left(-s^2 \bar{u}_{1F}^{(k),1} + is \frac{d \bar{u}_{2F}^{(k),1}}{dx_2^{(k)}} \right) \\ & + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}(t_*)}{\bar{\mu}^{*(k)}} s^2 \bar{u}_{2F}^{(k),1} = 0 \\ & -s^2 \bar{u}_{2F}^{(k),1} + \frac{d^2 \bar{u}_{2F}^{(k),1}}{d(x_2^{(k)})^2} + \left(1 + \frac{\bar{\lambda}^{*(k)}}{\bar{\mu}^{*(k)}} \right) \times \left(is \bar{u}_{1F}^{(k),1} - s^2 \frac{d^2 \bar{u}_{2F}^{(k),1}}{d(x_2^{(k)})^2} \right) \\ & + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}(t_*)}{\bar{\mu}^{*(k)}} s^2 \bar{u}_{2F}^{(k),1} = 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

Denklem (3.15) ve (3.16)'da verilen sınır koşullarında $\sigma_{ij}^{(k),1}, \dots, u_i^{(k),1}$ ve $\frac{\partial F}{\partial x_1^{(k)}}$ ile

$\sigma_{ijF}^{-(k),1}, \dots, u_{iF}^{-(k),1}$ ve f_F yer değiştirilerek dönüşüm sınır koşulları elde edilmiştir.

Yukarda yapılan matematiksel işlemler, $\bar{u}_{iF}^{-(k),1}$ fonksiyonunu denklem (3.19)'da verilen diferansiyel denklemin, adi diferansiyel denklem sisteminin sıradan çözüm prosedürü kullanılarak elde edilmesi için yapılmıştır. Bu fonksiyonların ifadelerinin içindeki bilinmeyen sabitler yukarda verilen sınır şartları kullanılarak bulunmuştur. [26]'da bahsedildiği gibi Schapery metodu kullanılarak ters Laplace dönüşümleri elde edilmiş, fakat ters Fourier dönüşümleri [19]'da tanımlanan algoritma ile sayısal hesaplama ile belirlenmiştir.

Yukarda bahsedilen prosedür tamamlandıktan sonra kritik zaman aşağıda verilen kriter kullanılarak hesaplanmıştır.

$$t \rightarrow t_{cr} \text{ iken, } \left| u_2^{(1),1}(0,0) \right| \rightarrow \infty \quad (3.20)$$

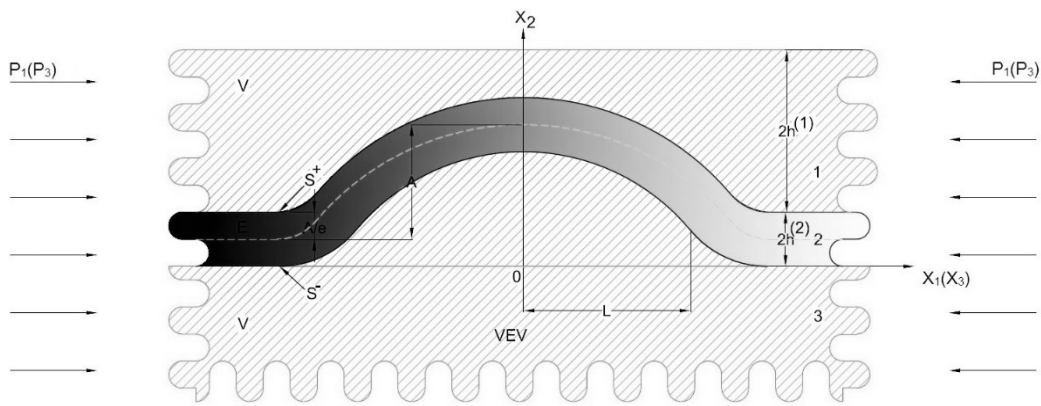
Bu yaklaşımın zamandan bağımsız malzemeler için kullanılması düşünüldüğünde denklem (3.20)'de verilen kriterler yerine aşağıda denklem (3.21)'de verilen kriterler kullanılmıştır.

$$p \rightarrow p_{cr} \text{ iken, } \left| u_2^{(1),1}(0,0) \right| \rightarrow \infty \quad (3.21)$$

p_{cr} veya t_{cr} değerlerine birinci yaklaşımdan sonraki yaklaşımların hiçbir katkı göstermediği elde edilmiş ve bu yüzden p_{cr} veya t_{cr} değerleri sadece sıfırıncı ve birinci yaklaşım kapsamında belirlenmiştir.

3.3. Üç Boyutlu Yüzeysel Stabilite Kaybına Ait Problemlerin Matematiksel Formülasyonu

İki malzemenin yarı sonsuz yarım yüzeylerinin iki katman olarak birleştirildiği kabul edilmiştir. Oluşabilecek kompozisyonlardan, viskoelastik-elastik-viskoelastik (VEV) durumu ile ilgilenilmiştir. VEV durumu; (1) viskoelastik çevreleyici (taşıyıcı) katman, (2) elastik katı katman (elastik asıl katman) ve (3) viskoelastik yarı düzlemden oluşmaktadır. VEV durumunun geometrisi Şekil 3.3’de verilmiştir.



Şekil 3.3. Üç boyutlu problem için VEV olarak düşünülen malzemenin geometrisi

Araştırılan problemler iki eksenli basma kuvveti altında, yukarıdaki (Bkz. Şekil 3.3)’de verilmiş olan yapı göz önünde bulundurularak ifade edilmiştir. Her hangi bir yük uygulanmadan (başlangıçta) dolgu katmanının önemsenmeyecek kadar küçük, eğri formunda bir sapmaya sahip olduğu kabul edilmiştir. Burada kullanılan (1), (2) ve (3) üst indis olarak kullanılmıştır. Şekil değiştirmenin olmadığı durumda Kartezyen koordinat sistemi $Ox_1x_2x_3$ ile çakışık olan, Lagrange koordinat sistemi $O_m^{(k)}x_{1m}^{(k)}x_{2m}^{(k)}x_{3m}^{(k)}$, ($k=1,2,3$) tanımlanmıştır. Lagrange koordinat sistemi, Kartezyen $Ox_1x_2x_3$ koordinat sisteminin Ox_2 eksenine paralel öteleme ile elde edilmiştir. Lagrange koordinat sistemi $O_m^{(k)}x_{1m}^{(k)}x_{2m}^{(k)}x_{3m}^{(k)}$, ($k=1,2,3$) ele alınan yapıların (sistemlerin) orta yüzeyi ile birleştirilmiştir. Malzemenin geometrisi, (Bkz. Şekil 3.3)’deki gibi düşünülmüş ve burada $x_{1m}^{(k)} = \text{sabit}$ ($x_{3m}^{(k)} = \text{sabit}$) kabul edilmiştir. Ayrıca, her bir dolgu katmanının kalınlığının sabit olduğu kabul edilmiştir. Bunlara ilave

olarak dolgu, bağlayıcı ve yarı düzlem malzemelerinin homojen, anizotrop ve doğrusal viskoelastik oldukları kabul edilmiştir. Ele alınan sisteme $x_1 \rightarrow \pm\infty$ ($x_3 \rightarrow \pm\infty$)'da homojen normal basma kuvvetinin ($p_1(p_3)$) uygulandığı kabul edilmiş ve bu basma kuvveti altında başlangıç sapasının büyümesi incelenmiştir.

Tanımlanmış olan yapı için denge denklemleri, mekanik ve geometrik bağıntılar aşağıda verildiği gibi yazılmıştır.

$$\frac{\partial}{\partial x_{jm}^{(k)}} \left[\sigma_{jn}^{(k)m} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(k)m}}{\partial x_{nm}^{(k)}} \right) \right] = 0$$

$$\sigma_{ij}^{(k)m} = C_{ijrs}^{(k)m} \varepsilon_{rs}^{(k)m}(t) + \int_0^t C_{ijrs}^{(k)m}(t-\tau) \varepsilon_{rs}^{(k)m}(\tau) d\tau \quad (3.22)$$

$$2\varepsilon_{ij}^{(k)m} = \frac{\partial u_i^{(k)m}}{\partial x_{jm}^{(k)}} + \frac{\partial u_j^{(k)m}}{\partial x_{im}^{(k)}} + \frac{\partial u_n^{(k)m}}{\partial x_{im}^{(k)}} \times \frac{\partial u_n^{(k)m}}{\partial x_{jm}^{(k)}}$$

$$i; j; n; r; s = 1, 2, 3, \quad k; m = 1, 2$$

Denklem (3.22)'de bilinen notasyonlar kullanılmış ve δ_i^n kronecker sembolünü, $C_{ijrs}^{(k)m}$ rijitlik (stiffnes) tensör bileşenlerini ve $u_i^{(k)m}$ yer değiştirme vektörü bileşenlerini göstermektedir. Ayrıca $\varepsilon_{ij}^{(k)m}$ ve $\sigma_{ij}^{(k)m}$ ise sırasıyla şekil değiştirme ve gerilme tensörü bileşenlerini göstermektedir.

Ele alınan sistemin bileşenlerinin ara yüzlerinde sürekliliğin sağlandığı kabul edilmiştir. Sınır koşulu ifadeleri aşağıda verilmiştir.

$$\left[\sigma_{jn}^{(1)1} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(1)1}}{\partial x_{n1}^{(1)}} \right) \right]_{S_1^-} \mathbf{n}_j^{1-} = \left[\sigma_{jn}^{(2)1} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(2)1}}{\partial x_{n1}^{(2)}} \right) \right]_{S_1^-} \mathbf{n}_j^{1-}$$

$$\mathbf{u}_i^{(1)1} \Big|_{S_1^-} = \mathbf{u}_i^{(2)1} \Big|_{S_1^-}$$

$$\left[\sigma_{jn}^{(2)1} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(2)1}}{\partial x_{n1}^{(2)}} \right) \right]_{S_1^-} \mathbf{n}_j^{2+} = \left[\sigma_{jn}^{(2)2} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(2)2}}{\partial x_{n2}^{(2)}} \right) \right]_{S_1^-} \mathbf{n}_j^{2-}$$
(3.23)

$$\mathbf{u}_i^{(2)1} \Big|_{S_2^+} = \mathbf{u}_i^{(1)2} \Big|_{S_2^+}$$

$$\left[\sigma_{jn}^{(1)2} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(1)2}}{\partial x_{n2}^{(1)}} \right) \right]_{S_2^-} \mathbf{n}_j^{2-} = \left[\sigma_{jn}^{(2)2} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(2)2}}{\partial x_{n2}^{(2)}} \right) \right]_{S_2^-} \mathbf{n}_j^{2-}$$

$$\mathbf{u}_i^{(1)2} \Big|_{S_2^-} = \mathbf{u}_i^{(2)2} \Big|_{S_2^-}$$

Bunların yanı sıra aşağıda verilmiş olan şartlar da sağlanmaktadır.

$$x_{22}^{(1)} \rightarrow -\infty \text{ iken ve } ij \neq 1;33 \text{ için, } \sigma_{11}^{(2)2} \rightarrow p_1, \sigma_{33}^{(2)2} \rightarrow p_3, \sigma_{ij}^{(2)2} \rightarrow 0$$
(3.24)

Ayrıca (1) katmanın üst yüzeyinde aşağıda verilen şart sağlanmaktadır.

$$\left[\sigma_{jn}^{(1)1} \left(\delta_j^n + \frac{\partial u_i^{(1)1}}{\partial x_n^{(1)1}} \right) \right]_{S_1^+} \mathbf{n}_j^{1+} = 0$$
(3.25)

(3.23) ve (3.25) de $\mathbf{n}_j^{m\pm}$ ler, S_m^\pm yüzeylerine ait birim normal vektörlerinin bileşenleri ve burada verilen i, j ve n indisleri 1'den 3'e kadar değişmektedir. Başlangıç sapmasının formu aşağıda verilen denklem (3.26) ile ifade edilmiştir.

$$x_{2m}^{(1)} = F_m(x_{1m}^{(1)}, x_{3m}^{(1)}) = \varepsilon f_m(x_{1m}^{(1)}, x_{3m}^{(1)}) \quad (3.26)$$

ε kusurun eğilme genliğini göstermekte ve boyutsuz küçük bir parametre olarak belirlenmiş ve büyüklüğü $0 \leq \varepsilon \ll 1$ arasında alınmıştır. Son olarak $F_m(x_{1m}^{(1)}, x_{3m}^{(1)})$ fonksiyonu ve birinci dereceden türevinin sürekli olduğu ve aşağıda denklem (3.27)'de verilen şartları sağladığı kabul edilmiştir.

$$\left(\frac{\partial F_m}{\partial x_{1m}^{(1)}} \right)^2 + \left(\frac{\partial F_m}{\partial x_{3m}^{(1)}} \right)^2 \ll 1 \quad (3.27)$$

Gelinen bu noktada problemin formülasyonu tamamlanmıştır.

3.4. Üç Boyutlu Yüzeysel Stabilité Kaybına Ait Problemlerin Çözüm Yöntemi

Formülasyonu tamamlanmış olan problem, doğrusal olmayan kısmi türevli integro-diferansiyel denklemler takımı için verilmiş sınır değer problemidir. Problemin çözülmesi için [21]'de verilmiş olan sınır formu pertürbasyon yönteminin uygulanması düşünülmüştür. Bunun için ilk önce denklem (3.26)'daki şart ve elastik katmandaki $2h$ sabit kalınlık şartı kullanılarak S_m^\pm yüzeyleri için denklemler elde edilmiştir. Elde edilen denklemler aşağıda verilmiştir.

$$x_i^{(k)\pm} = x_i^{(k)\pm}(t_1, h, \varepsilon, f(t_1, t_3)), \quad k: 1, 2, 3, \quad i: 1, 2, 3 \quad (3.28)$$

Bu amaç için t_1 ve t_3 parametreleri üretilmiş ve $t_1, t_3 \in (-\infty, +\infty)$ 'dir. Burada h elastik katmanın yarı kalınlığını göstermektedir. Buradaki denklem ve ifadeler kullanılarak S_m^\pm yüzeylerine karşılık gelen $n_j^{(k)\pm}$ 'ler elde edilmiştir. Denklem (3.27) göz önünde bulundurularak $x_i^{(k)\pm}$ ve $n_j^{(k)\pm}$ 'yin ε küçük parametresine göre kuvvet serisi formu elde edilmiştir. Bunlar aşağıda denklem (3.29)'da verilmiştir.

$$\left\{ \sigma_{ij}^{(k)}; \varepsilon_{ij}^{(k)}; u_i^{(k)} \right\} = \sum_{q=0}^{\infty} \varepsilon^q \left\{ \sigma_{ij}^{(k),q}; \varepsilon_{ij}^{(k),q}; u_i^{(k),q} \right\} \quad (3.29)$$

Denklem (3.29) denklem (3.22-3.25)'de yerine konulmuş ve ε 'nin özdeş kuvvetleri karşılaştırılmış, denklemlerin kapalı sistemi ve sınır koşulları elde edilmiştir. Düşünülmüş olan mekanik bağıntılar doğrusal olması durumunda denklem (3.29)'da verilen her bir yaklaşımı ayrı ayrı sağlamasının gerekliliği belirlenmiştir. Bundan başka denklem (3.23)'deki dördüncü şart ve denklem (3.23-3.25)'deki sınır koşullarından elde edilen sonuçların, her bir yaklaşımı ayrı ayrı sağladığı görülmüştür. Geriye kalan bağıntı ve koşullar denklem (3.22, 3.23 ve 3.25)'den her bir q 'ıncı yaklaşım için daha önceki yaklaşımın tüm değerlerini de içerecek şekilde elde edilmiştir.

Sıfırıncı yaklaşımda denklem (3.22), (3.24) ve (3.25) ile (3.26)'daki sınır koşulları $x_1 = t_1, x_3 = t_3$ ve $x_2 = \pm h$ 'de (S^{\pm} yüzeyi yerine) sağlanmıştır. Birinci ve müteakip yaklaşımlardaki büyüklükler için [12]'de verilen ÜBDST ile örtüşen uyumlulukta doğrusal denklem ve bağıntılar elde edilmiştir. Elde edilen bu denklem ve bağıntıların kontrolü doğrudan sağlama yöntemi ile yapılmıştır. [21]'de olduğu gibi burada da ÜBDST denklemleri uygun doğrusal olmayan denklemlerden sınır formu pertürbasyon tekniği uygulanarak elde edilmiştir. Buna karşın [12]'de bu amaç için doğrusallaştırma prosedürü kullanılmıştır. Bu durum bizim başlangıç kusurunu ÜBDST bağıntıları ile hesaba katmamıza müsaade etmiştir. ÜBDST kullanılarak başlangıç sapması kriterinden, malzemenin zamana bağlı kararsızlığının araştırılmasına olanak vermiştir. Bundan başka [21-25]'de kararsızlık problemlerinin araştırılmasında ve kritik zaman veya kuvvetin tahmin edilmesinde sadece sıfırıncı ve birinci yaklaşımdan elde edilen sonuçlara ihtiyaç duyulduğu detaylı olarak gösterilmiştir. Bu nedenle burada bu ayrıntılara yer verilmemiştir.

Daha önce bahsedilen durum da göz önünde bulundurularak sıfırıncı ve birinci yaklaşımdaki büyüklükleri elde edebilmek için yarı düzlem ve katmanların malzemesinin kısmen katı olduğu kabul edilmiştir. Sıfırıncı yaklaşımdaki büyüklükler

uygun doğrusal denklemlerden elde edilmiştir. Bunların yanında $\left| \frac{\partial u_i^{(k),0}}{\partial x_j^{(k)}} \right| \ll 1$ olduğu varsayılmış ve bu büyüklükler birinci yaklaşımdaki denklemlerde ihmal edilmiştir. Sıfıncı yaklaşıma uygun tüm bağıntı ve denklemlere Laplace dönüşümü $\left(\bar{\varphi}(s) = \int_0^\infty \varphi(t) \exp(-st) dt \text{ ile } s > 0 \right)$ uygulanmış ve problemin sıfıncı yaklaşımındaki temel prensibine uygun Laplace dönüşüm büyüklükleri aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{11}^{(k)m,0} &= \frac{\bar{E}^{*(k)m} (\bar{p}_1 + \bar{v}^{*(k)m} \bar{p}_3)}{\bar{E}^{*(2)2} (1 - (\bar{v}^{*(k)m})^2)} - \frac{\bar{E}^{*(k)m} (\bar{p}_3 + \bar{v}^{*(k)m} \bar{p}_1)}{\bar{E}^{*(k)2} (1 - (\bar{v}^{*(k)m})^2)} \\ \bar{\sigma}_{33}^{(k)m,0} &= \frac{\bar{E}^{*(k)m} (\bar{p}_3 + \bar{v}^{*(k)m} \bar{p}_1)}{\bar{E}^{*(2)2} (1 - (\bar{v}^{*(k)m})^2)} - \frac{\bar{E}^{*(k)m} (\bar{p}_1 + \bar{v}^{*(k)m} \bar{p}_3)}{\bar{E}^{*(2)2} (1 - (\bar{v}^{*(k)m})^2)} \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\bar{\sigma}_{ij}^{(k)m,0} = 0, \quad ij \neq 11, 33 \text{ için}$$

$\bar{E}^{*(k)m}$ ve $\bar{v}^{*(k)m}$ operatördür ve bunların Laplace integral dönüşümleri aşağıda denklem (3.31)'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} E^{*(k)m} &= E_0^{(k)m} + \int_0^t E^{(k)m}(t - \tau) d\tau \\ v^{*(k)m} &= v_0^{(k)m} + \int_0^t v^{(k)m}(t - \tau) d\tau \end{aligned} \quad (3.31)$$

Buradaki $E_0^{(k)m}$ ve $v_0^{(k)m}$ sırasıyla m 'inci katmanın ($t = 0$) anındaki elastik modülünü ve Poisson oranı ifade eder. Bahsedilen büyüklükler orijinali [26]'da verilen Schapery yöntemi ile elde edilmiştir.

Birinci yaklaşımın büyüklükleri için denge denklemleri (3.32)'de, mekanik ve geometrik bağlantıları (3.33)'de, sınır koşulu ifadeleri (3.34) ve (3.35) denklemlerinde verilmiştir.

$$\frac{\partial \sigma_{ji}^{(k)m,1}}{\partial x_{jm}^{(k)}} + \sigma_{11}^{(k)m,0} \frac{\partial^2 u_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{1m}^{(k)})^2} + \sigma_{33}^{(k)m,0} \frac{\partial^2 u_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{3m}^{(k)})^2} = 0 \quad (3.32)$$

$$\sigma_{ji}^{(k)m,1} = \lambda^{*(k)m} \theta^{(k)m,1} \delta_i^j + 2\mu^{*(k)m} \varepsilon_{ji}^{(k)m,1}, \quad \theta^{(k)m,1} = \varepsilon_{11}^{(k)m,1} + \varepsilon_{22}^{(k)m,1} + \varepsilon_{33}^{(k)m,1}$$

$$\varepsilon_{ji}^{(k)m,1} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i^{(k)m,1}}{\partial x_{jm}^{(k)}} + \frac{\partial u_j^{(k)m,1}}{\partial x_{im}^{(k)}} \right), \quad \nu^{*(k)m} = \frac{1}{2} \left(\frac{E^{*(k)m} \nu^{*(k)m}}{(1 + \nu^{*(k)m})(1 - 2\nu^{*(k)m})} \right) \quad (3.33)$$

$$\mu^{*(k)m} = \frac{E^{*(k)m}}{2(1 + \nu^{*(k)m})}$$

$$\sigma_{21}^{(1),1,1} \Big|_{x_2^{(1)} = -h_1^{(1)}} - \sigma_{11}^{(1),1,0} \Big| \frac{df}{dx_1^{(1)}} = 0, \quad \sigma_{22}^{(1),1,1} \Big|_{x_2^{(1)} = +h_1^{(1)}} = 0, \quad (3.34)$$

$$\sigma_{23}^{(1),1,1} \Big|_{x_2^{(1)} = +h_1^{(1)}} - \sigma_{33}^{(1),1,0} \Big| \frac{df}{dx_3^{(1)}} = 0$$

$$\begin{aligned} \sigma_{2i}^{(1),1,1} \Big|_{x_2^{(1)} = -h_1^{(1)}} - \sigma_{2i}^{(2),1,1} \Big|_{x_2^{(2)} = +h_1^{(2)}} &= \left(\sigma_{11}^{(1),1,0} - \sigma_{11}^{(2),1,0} \right) \frac{df_1}{dx_{11}^{(1)}} \delta_i^1 \\ &+ \left(\sigma_{33}^{(1),1,0} - \sigma_{33}^{(2),1,0} \right) \frac{df_1}{dx_{31}^{(1)}} \delta_i^3 \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$u_i^{(1),1,1} \Big|_{x_2^{(1)} = -h_1^{(1)}} - u_i^{(2),1,1} \Big|_{x_2^{(2)} = +h_1^{(2)}} = 0, \quad i = 1, 2, 3$$

Çözüm yönteminin geliştirilmesi hangi ilk yerel kusur modunun dikkate alındığına, yani (3.26)'daki fonksiyonun seçimine bağlıdır. Zamandan bağımsız malzemelerin stabilite kaybı için yapılmış olan araştırmalarda kullanılmış olan fonksiyonlar [19]'da

verilmiştir. Buradan yola çıkılarak kullanılacak olan yerel kusur modunun fonksiyonu (3.36)'da verildiği gibi tanımlanmıştır.

$$f = f_1(x_1)f_3(x_3), \quad f_1 = \exp\left[-\left(\frac{x_1}{L_1}\right)^{2\gamma}\right] \cos\left(\frac{mx_1}{L_1}\right) \quad (3.36)$$

$$f_3 = \exp\left[-\left(\frac{x_3}{L_1}\right)^{2\gamma}\right] \cos\left(\frac{mx_3}{L_1}\right), \quad \gamma = \frac{L_1}{L_3}$$

$A \ll L$ olduğu kabul edilmiş ve $\varepsilon = A/L, (0 < \varepsilon \ll 1)$ olarak alınmıştır. f 'in türevi alındığında denklem (3.37) elde edilmiştir.

$$\frac{df}{dx_1} = f_1'(x_1)f_3(x_3), \quad \frac{df}{dx_3} = f_1(x_1)f_3'(x_3) \quad (3.37)$$

Bu durum integro-diferansiyel denklem (3.32) ve (3.33) ile sınır koşulu (3.34) ve (3.35)'ün çözümlerine indirgenildiğinde, birinci yaklaşımdaki büyüklükler elde edilmiştir. Denklem (3.32)'deki $\sigma_{11}^{(k)m,0}$ ve $\sigma_{33}^{(k)m,0}$ ifadesi zamanın bir fonksiyonudur $\left(\sigma_{11}^{(k)m,0} = \sigma_{11}^{(k)m,0}(t)\right)$ ve $\left(\sigma_{33}^{(k)m,0} = \sigma_{33}^{(k)m,0}(t)\right)$. Tam olarak bu gerçek (3.32) – (3.37) denklemlerinin temel prensibe uygun olarak çözümüne manidir. Bu durumun giderilmesi için denklem (3.32) - (3.35)'e bir kez Laplace dönüşümü uygulanmıştır. Denklem (3.32)'ye Laplace dönüşümünün uygulanması sonucunda denklem (3.38) elde edilmiştir. Denklem (3.33) - (3.35)'e Laplace dönüşümü uygulandığında ise denklem (3.39)'un sol tarafındaki ifadelerin, sağ taraftaki gibi ifadeleri elde edilmiştir.

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_{ji}^{(k)m,0}}{\partial x_{jm}^{(k)}} + \int_0^{\infty} \sigma_{11}^{(k)m,0}(t) \frac{\partial^2 u_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{1m}^{(k)})^2} \exp(-st) dt$$

$$+ \int_0^{\infty} \sigma_{33}^{(k)m,0}(t) \frac{\partial^2 u_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{3m}^{(k)})^2} \exp(-st) dt = 0 \quad (3.38)$$

$i = 1, 2, 3, \quad j = 1, 2, 3.$

$$\left\{ \sigma_{ij}^{(k)m,0}, \varepsilon_{ij}^{(k)m,0}, u_i^{(k)m,0}, \lambda^{*(k)m}, \mu^{*(k)m} \right\} \Rightarrow$$

$$\left\{ \bar{\sigma}_{ij}^{(k)m,0}, \bar{\varepsilon}_{ij}^{(k)m,0}, \bar{u}_i^{(k)m,0}, \bar{\lambda}^{*(k)m}, \bar{\mu}^{*(k)m} \right\} \quad (3.39)$$

Denklem (3.38)'deki integral terimleri dikkate alınmış ve aşağıda verilmiştir.

$$\int_0^{\infty} \sigma_{11}^{(k)m,0}(t) \frac{\partial^2 u_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{1m}^{(k)})^2} \exp(-st) dt, \quad \int_0^{\infty} \sigma_{33}^{(k)m,0}(t) \frac{\partial^2 u_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{3m}^{(k)})^2} \exp(-st) dt \quad (3.40)$$

Mekanik nedenlerden dolayı, $\sigma_{11}^{(k)m,0}(t)$ ve $\sigma_{33}^{(k)m,0}(t)$ değerleri $t = 0$ ve $t = \infty$ 'daki değerleri ile sınırlı olmalıdır. Bu durum dikkate alınarak denklem (3.40) yeniden gözden geçirilmiş ve $t = t_*$ parametresi tanımlanmıştır. Böylece denklem (3.40) aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\int_0^{\infty} \sigma_{jj}^{(k)m,0}(t) \frac{\partial^2 \bar{u}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{jm}^{(k)})^2} \exp(-st) dt \cong \sigma_{jj}^{(k)m,0}(t_*)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial^2 \bar{u}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{3m}^{(k)})^2} \exp(-st) dt = \sigma_{jj}^{(k)m,0}(t_*) \frac{\partial^2 \bar{u}_i^{(k)m,0}}{\partial (x_{3m}^{(k)})^2} \quad (3.41)$$

$$j = 1, 2, \quad i = 1, 2, 3$$

Denklem (3.41)'deki t_* 'nin değerinin tam olarak bulunması çok zor olduğu için fiziksel olarak $t_* = 0$ ve $t_* = \infty$ değerleri ile sınırlı olduğu elde edilmiştir. Bu durumdaki değerleri sırası ile $t_{cr,0}$ ve $t_{cr,\infty}$ olarak tanımlanmıştır. Böylece t_{cr} değerlerinin belirlenmesi $t_{cr,0}$ ve $t_{cr,\infty}$ değerlerinin belirlenmesine indirgenmiştir. Böylece denklem (3.38) aşağıdaki forma indirgenmiştir.

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_{ji}^{(k)m,1}}{\partial x_{jm}^{(k)}} + \sigma_{11}^{(k)m,0} \frac{\partial^2 \bar{u}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{1m}^{(k)})^2} + \sigma_{33}^{(k)m,0} \frac{\partial^2 \bar{u}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{3m}^{(k)})^2} = 0 \quad (3.42)$$

Denklem (3.34) ve (3.35)'de verilen sınır koşullarını sağlayacak denklem (3.33), (3.39) ve (3.42)'nin çözümü araştırılmış ve bunun için denklem (3.33), (3.42)'de yerine yazılarak, denklem (3.43) elde edilmiştir.

$$\nabla^2 \bar{u}_i^{(k)m,1} + \left(1 + \frac{\bar{\lambda}^{(k)m}}{\bar{\mu}^{(k)m}} \right) \times \frac{\partial}{\partial x_{im}^{(k)}} \bar{\theta}^{(k)m,1} + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} \times \frac{\partial^2 \bar{u}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{1m}^{(k)})^2} +$$

$$\frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} \times \frac{\partial^2 \bar{u}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{3m}^{(k)})^2} = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.43)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial (x_{1m}^{(k)})^2} + \frac{\partial^2}{\partial (x_{2m}^{(k)})^2} + \frac{\partial^2}{\partial (x_{3m}^{(k)})^2} \quad (3.44)$$

$$\bar{\theta}^{(k)m,1} = \frac{\partial \bar{u}_1^{(k)m,1}}{\partial x_{1m}^{(k)}} + \frac{\partial \bar{u}_2^{(k)m,1}}{\partial x_{2m}^{(k)}} + \frac{\partial \bar{u}_3^{(k)m,1}}{\partial x_{3m}^{(k)}}$$

Denklem (3.43)'den denklem (3.45) ve (3.46) elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} & \left(2 + \frac{\bar{\lambda}^{(k)m}}{\bar{\mu}^{(k)m}}\right) \nabla^2 \bar{\theta}^{(k)m,1} + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} \times \frac{\partial^2}{\partial (x_{1m}^{(k)})^2} \bar{\theta}^{(k)m,1} + \\ & \frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} \times \frac{\partial^2}{\partial (x_{3m}^{(k)})^2} \bar{\theta}^{(k)m,1} = 0 \end{aligned} \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned} & \nabla^2 \bar{u}_i^{(k)m,1} + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} \frac{\partial^2 \bar{u}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{1m}^{(k)})^2} + \frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} \times \frac{\partial^2 \bar{u}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{3m}^{(k)})^2} = \\ & - \left(1 + \frac{\bar{\lambda}^{(k)m}}{\bar{\mu}^{(k)m}}\right) \frac{\partial}{\partial x_{im}^{(k)}} \bar{\theta}^{(k)m,1} \end{aligned} \quad (3.46)$$

Problemin ifadesine ve (3.36)'da verilen ifadeye göre, denklem (3.45) ve (3.46)'ya ve denklem (3.34) ve (3.35)'deki sınır koşullarına $x_1^{(k)}$ ve $x_3^{(k)}$ değişkenlerine göre üstel Fourier dönüşümü $g_{13}(s_1, s_3) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x_1, x_3) (e^{-i(s_1 x_1 + s_3 x_3)}) dx_1 dx_3$ uygulanmış ve denklem (3.45) ve (3.46) için aşağıda (3.47) ve (3.48)'de verilen diferansiyel denklemler elde edilmiştir.

$$\frac{d^2 \bar{\theta}_{13}^{(k)m,1}}{d^2 x_{2m}^{(k)}} - \left(S_1^2 + S_3^2 + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}}{2\mu^{*(k)m} + \lambda^{*(k)m}} S_1^2 + \frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}}{2\mu^{*(k)m} + \lambda^{*(k)m}} S_3^2 \right) \theta_{13}^{(k)m} = 0 \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{d^2 \bar{u}_i^{(k)m,1}}{d^2 x_{2m}^{(k)}} - \left(S_1^2 + s_3^2 + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}}{\mu^{*(k)m}} S_1^2 + \frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}}{\mu^{*(k)m}} S_3^2 \right) \bar{u}_i^{(k)m} \\
& = - \left(1 + \frac{\lambda^{*(k)m}}{\mu^{*(k)m}} \right) \left(\frac{d \bar{\theta}_{13}^{(k)m}}{d x_{2m}^{(k)}} \delta_i^2 + \bar{\theta}_{13}^{(k)m,1} \delta_i^1 + \bar{\theta}_{13}^{(k)m,1} \delta_i^3 \right)
\end{aligned} \tag{3.48}$$

Denklem (3.47) ve (3.48) için olan çözüm, denklem (3.49)'da verilmiştir.

$$\begin{aligned}
\bar{\theta}_{13}^{(k)m,1} &= \bar{A}_1^{(k)m,1} e^{\tau_1^{(k)m} x_{2m}^{(k),1}} + \bar{A}_2^{(k)m,1} e^{-\tau_1^{(k)m} x_{2m}^{(k),1}} \\
\bar{u}_1^{(k)m,1} &= \bar{C}_{11}^{(k)m} e^{k_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)}} + C_{12}^{(k)m} e^{-k_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)}} + \bar{A}_{11}^{(k)m} e^{\tau_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)}} + C A_{12}^{(k)m} e^{-\tau_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)}} \\
\bar{u}_2^{(k)m,1} &= \bar{C}_{21}^{(k)m} e^{k_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)}} + C_{22}^{(k)m} e^{-k_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)}} + \bar{A}_{21}^{(k)m} e^{\tau_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)}} + C A_{22}^{(k)m} e^{-\tau_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)}} \\
\bar{u}_3^{(k)m,1} &= \bar{C}_{31}^{(k)m} e^{k_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)}} + C_{32}^{(k)m} e^{-k_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)}} + \bar{A}_{31}^{(k)m} e^{\tau_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)}} + C A_{32}^{(k)m} e^{-\tau_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)}}
\end{aligned} \tag{3.49}$$

Denklem (3.49)'daki bilinmeyen sabitler, denklem (3.34) ve (3.35)'de verilen sınır koşullarından elde edilmiştir. Bu yol ile Laplace dönüşümü uygulanıp, uygun elastik çözümden faydalanarak, elastik çözümdeki terimleri, onların Laplace dönüşümleri ile yer değiştirilerek viskoelastik problemin, Laplace dönüşümlerindeki çözümü elde edilmiştir. Bu denklemlerdeki büyüklükler s Laplace dönüşüm parametresine bağlıdır. Burada aranan büyüklüklere s parametre şeklinde dahil olmuştur. Bu çözümlerin ters dönüşümlerini elde etmek için Schapery [26] yöntemi kullanılmıştır. Kritik zaman denklem (3.50)'de verilen ifadeden hesaplanmıştır.

$$t \rightarrow t_{cr} \text{ iken, } \left| u_2^{(1)l,1}(0) \right| \rightarrow \infty \tag{3.50}$$

Denklem (3.50)'de verilen ifade zamana bağlı olmayan malzemeler içinde kullanılabilir. Bu durum için $p_3 = \eta p_1$ notasyonu kullanılarak denklem (3.50)'deki ifade denklem (3.51)'deki gibi elde edilmiştir.

$$p_1 \rightarrow p_{1cr} \text{ iken, } \left| u_2^{(1)1,1}(0) \right| \rightarrow \infty \quad (3.51)$$

p_{cr} veya t_{cr} değerlerine birinci yaklaşımdan sonraki yaklaşımların hiçbir katkı göstermediği gözlemlenmiş, bu nedenle p_{cr} veya t_{cr} değerleri sadece sıfırıncı ve birinci yaklaşım kapsamında belirlenmiştir.

BÖLÜM 4. ARAŞTIRMA BULGULARI

Tezin önceki bölümünde problemlerin tanımlanmasına ve çözümüne yer verilmiştir. Bu bölümünde ise ele alınan problemlerin çözümünden elde edilen sayısal sonuçlar verilmiştir.

Kritik zaman değerlerine ait sayısal sonuçların elde edilmesi, mekanik özellikleri zamana bağlı malzemelerin bünye denklemlerine dahil olan viskoelastisite operatörlerinin verilmesini gerektirmiştir. Bu sebep ile Rabotnov operatörlerinden [27] yararlanılmış ve tanımlanmış olan problemlerdeki viskoelastik katman ve yarı düzlem için aşağıda denklem (4.1)'de verilmiş olan operatörler kullanılmıştır.

$$\begin{aligned} E^{*(k)} &= E_0^{(k)} \left[1 - \omega_0 R_\alpha^* (-\omega_0 - \omega_\infty) \right] \\ v^{*(k)} &= v_0^{(k)} \left[1 + \frac{1 - 2v_0^{(k)}}{v_0^{(k)}} \omega_0 R_\alpha^* (-\omega_0 - \omega_\infty) \right] \\ \lambda^{*(k)} &= \lambda_0^{(k)} \left[1 + \frac{0 - 2v_0^{(k)}}{2v_0^{(2)}(1 + v_0^{(2)})} \omega_0 R_\alpha^* \left(-\frac{3}{2(1 + v_0^{(2)})} \omega_0 - \omega_\infty \right) \right] \\ \mu^{*(k)} &= \mu_0^{(k)} \left[1 - \frac{3\omega_0}{2v_0^{(2)}(1 + v_0^{(2)})} R_\alpha^* \left(-\frac{3}{2(1 + v_0^{(2)})} \omega_0 - \omega_\infty \right) \right] \end{aligned} \quad (4.1)$$

Yukarıda verilen ifadelerde $E_0^{(k)}$ ile elastisite (Young) modülü ve $v_0^{(k)}$ Poisson oranı gösterilmiştir. $\lambda_0^{(k)}$ ve $\mu_0^{(k)}$ ile sırasıyla Lamé sabitleri ve kayma modülleri gösterilmiştir. Ayrıca α, ω_0 ve ω_∞ reolojik parametreler ifade edilmiştir. R_α^* ile de

[27]'de verilen Rabotnov operatörü gösterilmiştir. Gösterimlerde alt indis olarak kullanılan 0'ın anlamı, başlangıçtaki ($t = 0$ anındaki) değerleri, bir başka deyişle sistemlerin üzerine her hangi bir dış kuvvet uygulanmadığı andaki değerleri göstermektedir. α operatörün çekirdeğinin tekillik derecesini belirlemede kullanılan parametredir. ω_0 ve ω_∞ ise malzemeye has parametrelerdir. Rabotnov operatörünün açık hali aşağıda denklem (4.2)'de verilmiştir.

$$R_\alpha(\beta)\Psi(t) = \int_0^t R_\alpha(\beta, t - \tau)\Psi(\tau)d\tau \quad (4.2)$$

$$R_\alpha(\beta) = t^\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n t^{n(1+\alpha)}}{\Gamma[(n+1)(1+\alpha)]}, \quad -1 < \alpha \leq 0$$

Rabotnov operatörü içinde $\Gamma(x)$ ile gamma fonksiyonu gösterilmiştir. Viskoelastik malzemeler için yapılan sayısal incelemelerde denklem (4.2)'de verilmiş olan Rabotnov operatörü kullanılmıştır. Sayısal sonuçların elde edilmesinde bu operatör, malzemenin deneysel olarak elde edilmiş sünme (creep) ve gevşeme (relaxation) grafiklerinin başlangıç kısımlarının yüksek hassasiyetle incelenmesine olanak tanınması, aynı grafiklerin zaman sonsuza yaklaştığında asimtotik değerlerinin yüksek hassasiyetle değerlendirilmesine imkan vermesi ve operatörün matematiksel dönüşümlerinin kolay olması dolayısıyla kullanılmıştır.

Denklem (4.2)'de verilen operatörler, yukarıda bahsedilen avantajları nedeniyle epoksi bazlı tek yönlü sürekli lifler ile güçlendirilmiş viskoelastik polimer kompozitlerin mekanik özelliklerinin incelenmesinde başarılı sonuçlar vermiştir. Mekanik özellikleri zamana bağlı olan malzemeler için denklem (4.2)'de verilen operatörlerde bulunan reolojik parametreler deneysel olarak belirlenmektedir. Bu değerler ile ilgili sonuçlar [27]'de verilmiştir.

4.1. İki Boyutlu Yüzeysel Stabilite Kaybına Ait Problemlerin Çözümünden Elde Edilen Sayısal Sonuçlar

t_{cr} ve p_{cr} 'lere ait sayısal sonuçların incelenmesi göz önünde bulundurulmuştur. t_{cr} değerlerinin belirlenmesinde kullanılacak p dış kuvvetinin değerlerinin denklem (4.3)'de verilen koşulu sağlamasının gerekliliği dikkate alınmıştır.

$$|p_{cr,\infty}| \leq |p| \leq |p_{cr,0}| \quad (4.3)$$

$p_{cr,0}$ değerleri, ($t=0$) durumunda denklem (4.1)'de verilmiş olan operatörler ile $E_0^{(k)}, v_0^{(k)}, \lambda_0^{(k)}, \mu_0^{(k)}$ sabitlerinin yer değiştirilmesi ile elde edilmiştir. $p_{cr,\infty}$ değerleri ise ($t=\infty$) denklem (4.1)'de verilmiş olan operatörler ile denklem (4.4)'de verilmiş olan sabitler ile yer değiştirilerek elde edilmiş olan problemin çözümünden bulunmuştur. Daha önce bahsedildiği gibi $p < p_{cr,\infty}$ olması durumunda viskoelastik yapıda bir stabilite kaybı oluşmamaktadır. Ayrıca $p > p_{cr,0}$ olması durumunda ise stabilite kaybı için gereken zaman sıfır olmaktadır.

$$E_\infty^{(k)} = E_0^{(k)} \left(1 - \frac{\omega_0}{\omega_0 + \omega_\infty} \right), \quad v_\infty^{(k)} = v_0^{(k)} \left[1 + \frac{1 - 2v_0^{(k)}}{2v_0^{(k)}} \left(\frac{\omega_0}{\omega_0 + \omega_\infty} \right) \right] \quad (4.4)$$

$$\lambda_\infty^{(k)} = \frac{E_\infty^{(k)} v_\infty^{(k)}}{(1 + v_\infty^{(k)})(1 - 2v_\infty^{(k)})}, \quad \mu_\infty^{(k)} = \frac{E_\infty^{(k)}}{2(1 + v_\infty^{(k)})}$$

Sayısal sonuçları elde etmek için zaman ve ω reolojik parametresinin boyutsuzlaştırılması gerçekleştirilmiştir. Boyutsuz reolojik parametre $\omega (= \omega_0/\omega_\infty)$ ile ifade edilmiş ve boyutsuz zaman ise $t' (= \omega_0^{1/(1+\alpha)} t)$ şeklinde ifade edilmiştir. Bunun yanında, çözüm yönteminin ve uygulanan stabilite kaybı kriterinin yapısı nedeniyle

ele alınan sistemin başlangıç küçük sapmasının derecesini gösteren ε parametresinin p_{cr} ve t_{cr} değerlerine etkisinin olmadığı belirlenmiştir.

Yukarıda bahsedilen durum dikkate alınarak, önce p dış kuvvet değerleri denklem (4.3)'de belirtilen şartları sağlayacak şekilde belirlenmiştir. Dış kuvvet değerlerinin belirlenmesi işleminde öncelikli olarak sınır değerleri oluşturan $p_{cr,\infty}$ ve $p_{cr,0}$ değerleri tespit edilmiştir.

Ele alınan problemlerin çözümü belirli bir aşamaya kadar analitik olarak yapılmıştır. Bu çözümler bir önceki bölümde gerçekleştirilmiş ve elde edilen sonuçlar Mathematica programla dili kullanılarak kodlanmıştır. Bu kodlar ile incelenen sistemlere ait sayısal sonuçlar elde edilmiştir. Takip eden kısımlarda bunlara yer verilmiştir.

4.1.1. İki boyutlu problemin viskoelastik-elastik-viskoelastik (VEV) durumuna ait sayısal sonuçlar

VEV durumu için (Bkz. Şekil 3.1) dikkate alınarak, bu kısımda iki boyutlu probleme ait stabilite kaybı için sayısal sonuçlar verilmiştir. Yapılmış olan sayısal araştırmada

$$\frac{E^{(2)}}{E_0^{(1)}} = \frac{E^{(2)}}{E_0^{(3)}} = 2 \text{ ve } v_0^{(2)} = v_0^{(1)} = v_0^{(3)} = 0,3 \text{ olarak kabul edilmiştir. İlk olarak } t' = 0 \text{ ve}$$

$t' = \infty$ durumları için $\frac{P}{E^{(2)}}$ için bulunacak kritik değerler elde edilmiştir. $t' = 0$ için

elde edilen değerler $\frac{P_{cr,0}}{E_0^{(2)}}$ ve $t' = \infty$ için elde edilen değerler ise $\frac{P_{cr,\infty}}{E_0^{(2)}}$ olarak

tanımlanmıştır. Elde edilen sonuçlar, [25]'de elde edilmiş olan sonuçlar ile uyum içindedir. Buna ilave olarak elde edilmiş olan sonuçlar dış kuvvetin γ , m ve χ 'den

bağımsız olduğunu göstermiştir. Buna karşın $p_{cr,0}$ ve $p_{cr,\infty}$ değerlerinin $\frac{E^{(2)}}{E_0^{(1)}} = \frac{E^{(2)}}{E_0^{(3)}}$

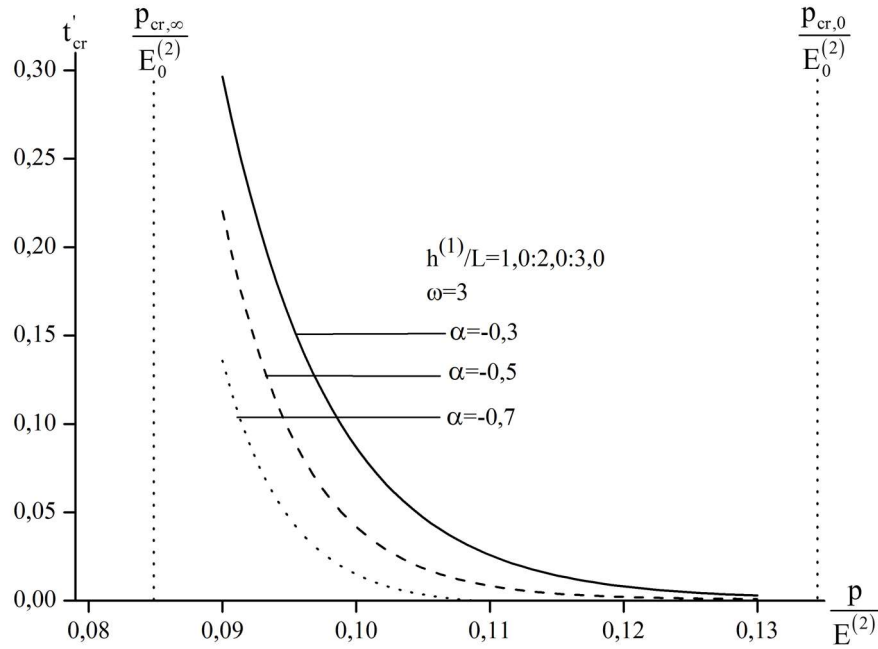
'ye ve reolojik parametrelere bağlı olduğu görülmüştür. Tablo 4.1'de $\frac{P_{cr,0}}{E_0^{(2)}}$ ve $\frac{P_{cr,\infty}}{E_0^{(2)}}$ değerleri verilmiştir.

Tablo 4.1. $\frac{E^{(2)}}{E_0^{(1)}} = \frac{E^{(2)}}{E_0^{(3)}} = 2$ 'de, farklı $\frac{h^{(1)}}{L}$ ve ω değerleri için $\frac{P_{cr,0}}{E_0^{(2)}}$ ve $\frac{P_{cr,\infty}}{E_0^{(2)}}$ değerleri

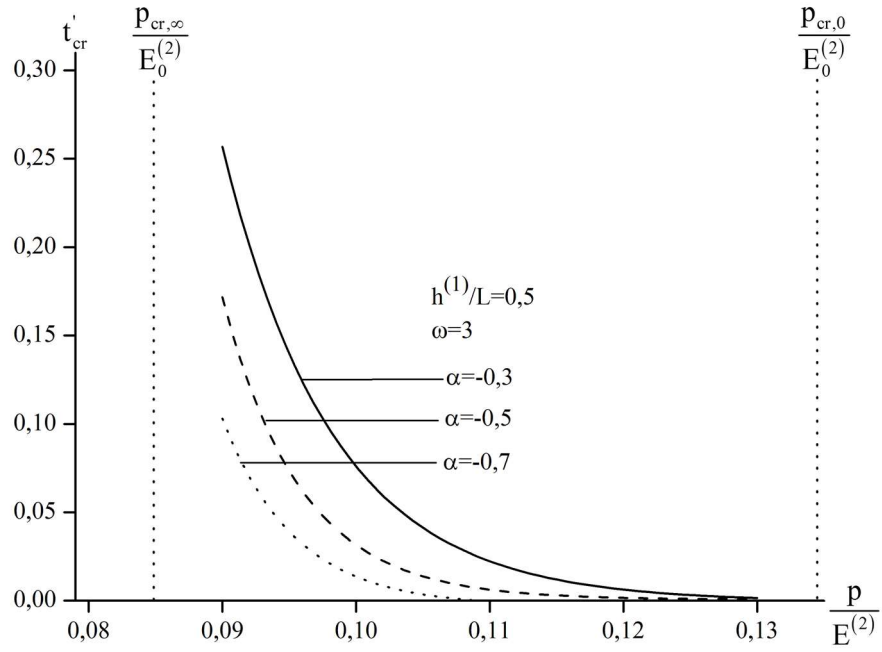
$\frac{E^{(2)}}{E_0^{(1)}} = \frac{E^{(2)}}{E_0^{(3)}} = 2$				
	$\omega = 3$	$\omega = 1$	$\omega = 2$	$\omega = 3$
$\frac{h^{(1)}}{L}$	$\frac{P_{cr,0}}{E_0^{(2)}}$	$\frac{P_{cr,\infty}}{E_0^{(2)}}$	$\frac{P_{cr,\infty}}{E_0^{(2)}}$	$\frac{P_{cr,\infty}}{E_0^{(2)}}$
0,05	0,1268	0,0362	0,0623	0,0754
0,10	0,1276	0,0366	0,0627	0,0756
0,50	0,1282	0,0368	0,0628	0,0757
1,00	0,1285	0,0369	0,0629	0,0758
2,00	0,1288	0,0370	0,0630	0,0760
3,00	0,1289	0,0370	0,0630	0,0760

$\frac{h^{(1)}}{L}$ değerinin artması ile $\frac{P_{cr,0}}{E_0^{(2)}}$ ve $\frac{P_{cr,\infty}}{E_0^{(2)}}$ değerlerinin arttığı görülmüştür (Bkz. Tablo 4.1). Denklem (3.16)'da kullanmak için $t = t_*$, $t_* = 0$ için $t_{cr,0}$ ve $t_* = \infty$ için ise $t_{cr,\infty}$ tanımlaması yapılmış ve bu tanımlamadan yola çıkarak elde edilen dış kuvvet değerlerinin (4.3)'de verilen koşulu sağlayan değerleri dikkate alınarak $t_{cr,\infty}$ ve $t_{cr,0}$ değerleri elde edilmiştir. Elde edilen $t_{cr,\infty}$ ve $t_{cr,0}$ değerleri birbirine çok yakın değerler olduğu için $t_{cr,\infty}$ ve $t_{cr,0}$ yerine t'_{cr} gösterimi seçilmiştir. Bu seçim her iki değerinde grafiksel gösterimde bir birinden ayırt edilmeyecek derecede yakın değerde olması nedeniyle yapılmıştır. Yarı düzlem malzemesinin reolojik parametrelerinin kritik zaman (t'_{cr}) değerlerine olan etkisi incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar grafiksel olarak Şekil 4.1-4.8'de verilmiştir. Şekil 4.1-4.8'de verilen grafiklerden elde edilen sonuçlara göre $\frac{|p|}{E_0^{(2)}} \rightarrow \frac{|P_{cr,0}|}{E_0^{(2)}}$, a yaklaşır iken kritik zaman değerinin monoton olarak azaldığı tespit edilmiştir. Şekil 4.1-4.3'den ise mutlak değerce azalan α reolojik parametresi ile kritik zaman değerinin arttığı görülmüştür. Şekil 4.4'den ise artan $\frac{h^{(1)}}{L}$

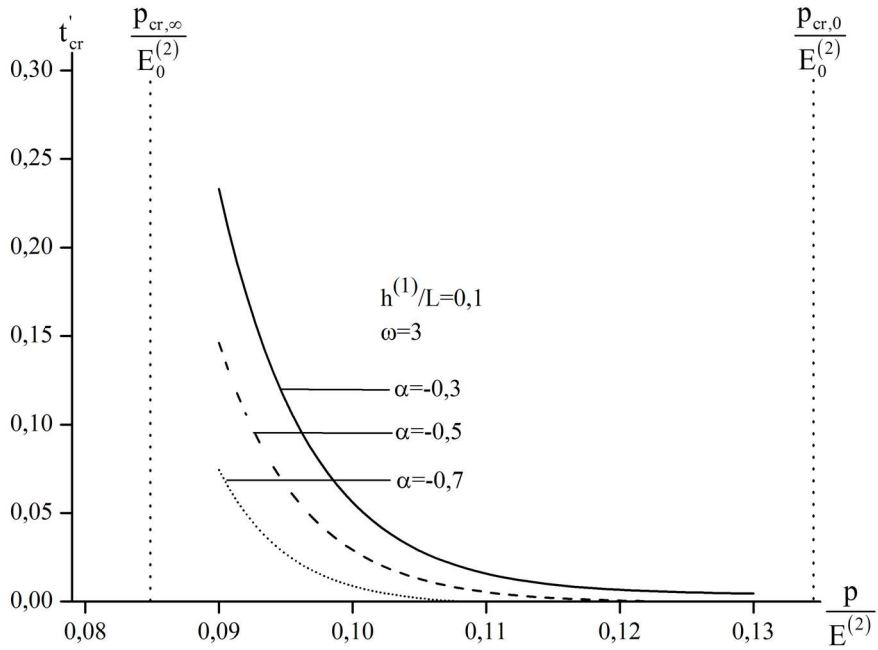
değerleri ile kritik zaman değerinin arttığı tespit edilmiştir. Buna karşın $\frac{h^{(1)}}{L}$ değerinin 1,0 ve üzerindeki değerleri için kritik zaman değerinde bir değişim olmadığı sonucu belirlenmiştir. Şekil 4.5-4.7'den ise ω reolojik parametresinin artması ile kritik zaman değerinde artış olduğu görülmüştür. Bu durumdan, viskoelastik malzemenin elastisite sabitinin $t' = \infty$ 'daki değerinden, $t' = 0$ 'daki değerinin farklı olduğu sonucu tespit edilmiştir. ω reolojik parametresi artıkça bu değerlerin yakınlığı, azaldıkça bu değerlerin birbirinden uzaklaştığı görülmüştür. Bu durum ω reolojik parametresinin artışı ile kritik zaman derinin artışına açıklık getirmektedir. Şekil 4.8'den ise $\frac{h^{(1)}}{L}$ değerinin artışı ile kritik zaman değerinin arttığı fakat $\frac{h^{(1)}}{L}$ değerinin 1,0 ve üzerindeki değerleri için bir artış olmadığı görülmüştür.



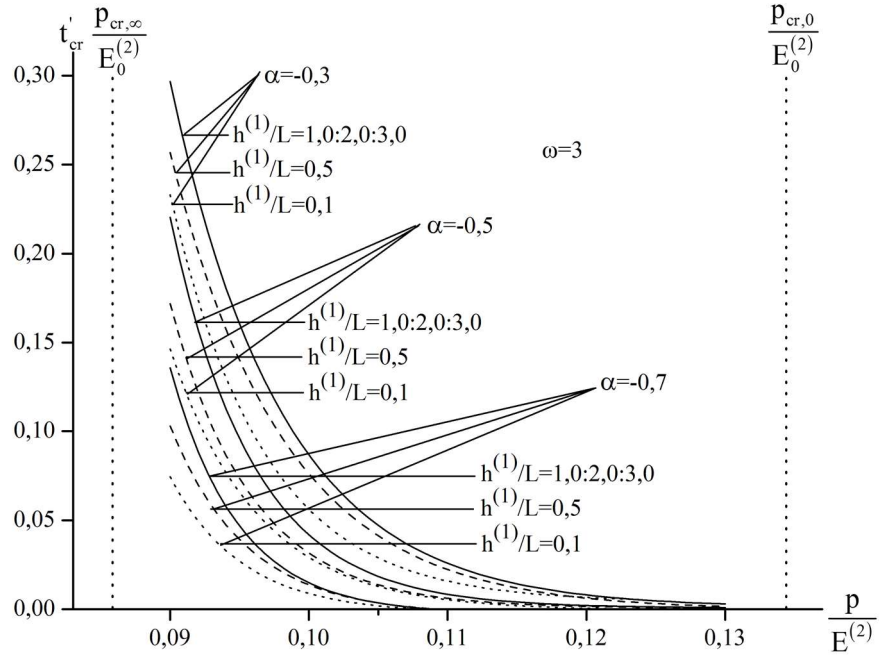
Şekil 4.1. $\frac{h^{(1)}}{L} = 1,0; 2,0; 3,0$ ve $\omega = 3$ 'de farklı α değerleri için $\frac{P}{E_0^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



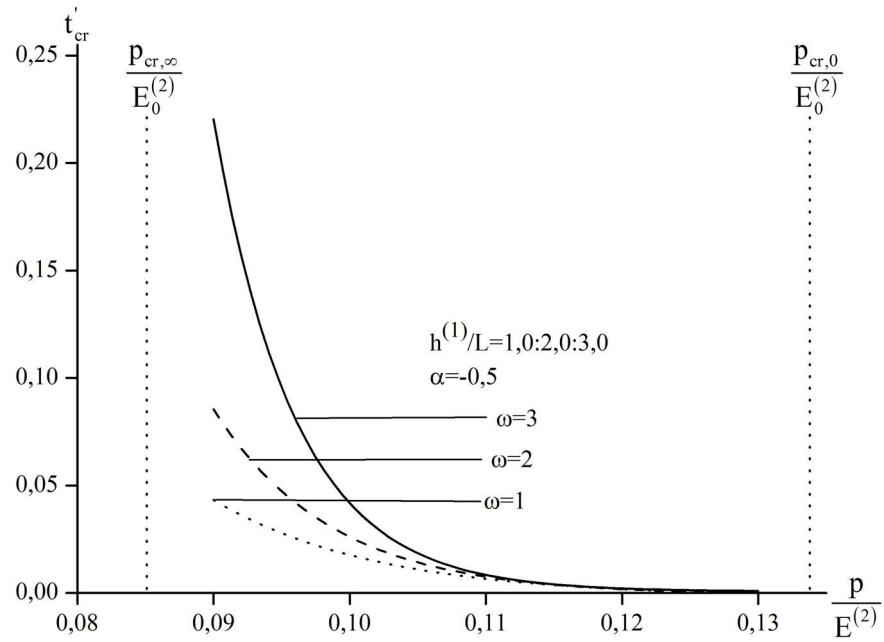
Şekil 4.2. $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,5$ ve $\omega = 3$ 'de farklı α değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



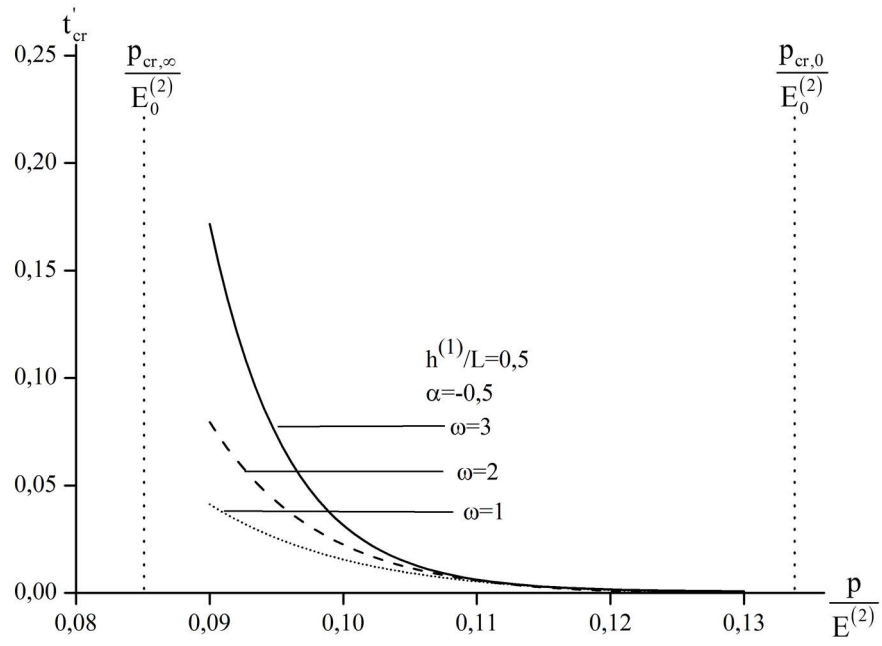
Şekil 4.3. $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,1$ ve $\omega = 3$ 'de farklı α değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



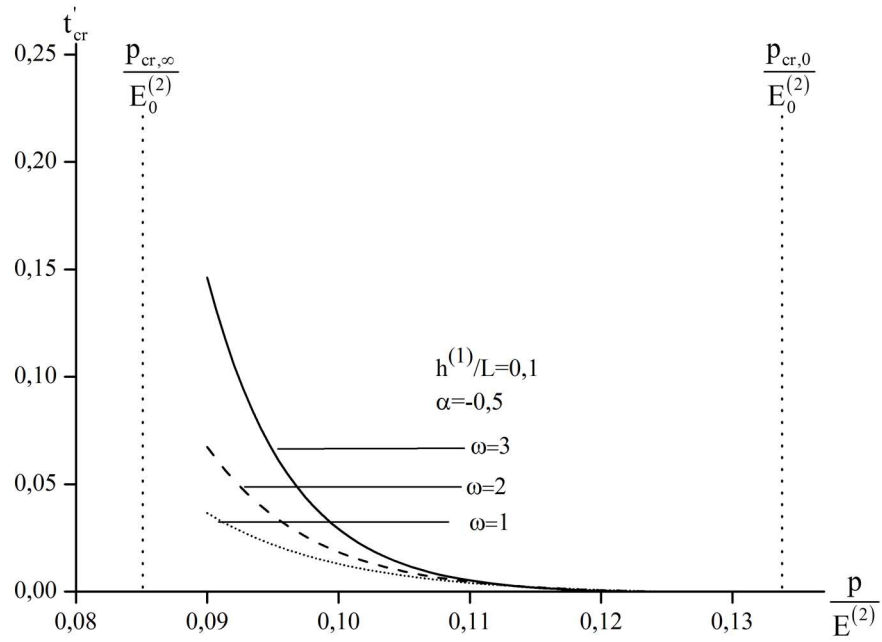
Şekil 4.4. $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,1 : 0,5 : (1,0 : 2,0 : 3,0)$ ve $\omega = 3$ 'de farklı α değerleri için $\frac{p}{E^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



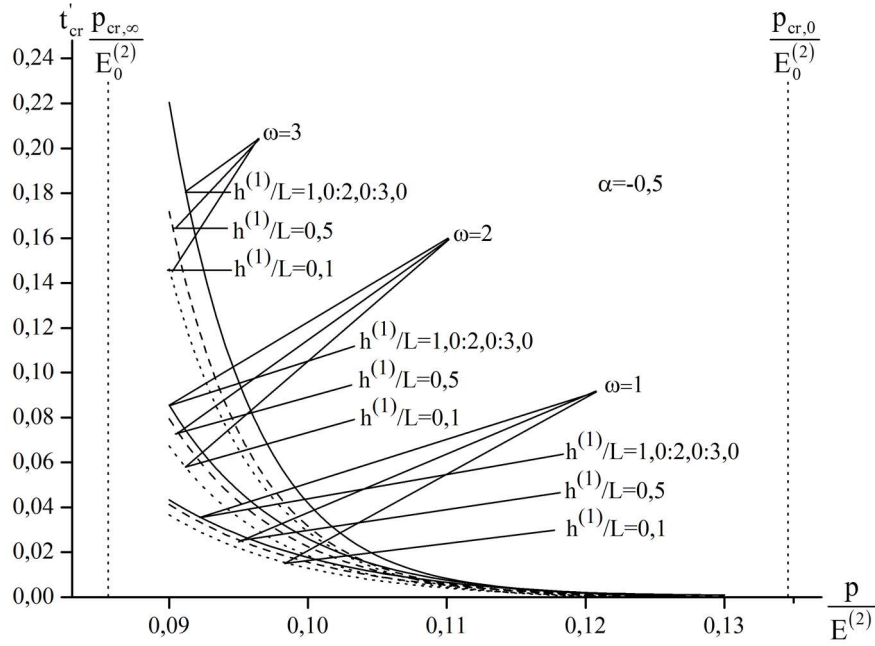
Şekil 4.5. $\frac{h^{(1)}}{L} = 1,0 : 2,0 : 3,0$ ve $\alpha = -0,5$ 'de farklı ω değerleri için $\frac{p}{E^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



Şekil 4.6. $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,5$ ve $\alpha = -0,5$ 'de farklı ω değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



Şekil 4.7. $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,1$ ve $\alpha = -0,5$ 'de farklı ω değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



Şekil 4.8. $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,1 : 0,5 : (1,0 : 2,0 : 3,0)$ ve $\alpha = -0,5$ 'de farklı ω değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi

VEV durumu için oluşturulmuş olan analitik çözüm ve buradan yola çıkarak hazırlanmış olan programlar kullanılarak, [37-43]'de yerel eğriliklerinin yapısal karakteristiği olduğu belirtilmiş olan polimer nano-kompozitler için de sayısal sonuçlar elde edilmiştir. Burada $\frac{E^{(2)}}{E_0^{(1)}} = \frac{E^{(2)}}{E_0^{(3)}} = 300$ ve $v_0^{(1)} = v_0^{(2)} = v_0^{(3)} = 0,3$ olarak

alınmış ve elde edilen sonuçlar Tablo 4.2'de verilmiştir. Yukarıda yapılmış olan işlemler nano-kompozit malzeme için de yapılmış ve nano-kompozit malzeme için $\frac{h^{(1)}}{L}$ değerinin artması ile $\frac{p_{cr,0}}{E_0^{(2)}}$ ve $\frac{p_{cr,\infty}}{E_0^{(2)}}$ değerlerinin arttığı görülmüş (Bkz. Tablo 4.2).

Yarı düzlem malzemesinin reolojik parametrelerinin kritik zaman (t'_{cr}) değerlerine olan etkisi incelenmiş ve elde edilen sonuçlar grafiksel olarak Şekil 4.9-4.16'da verilmiştir. Şekil 4.9-4.16'da verilen grafiklerden elde edilen sonuçlara göre

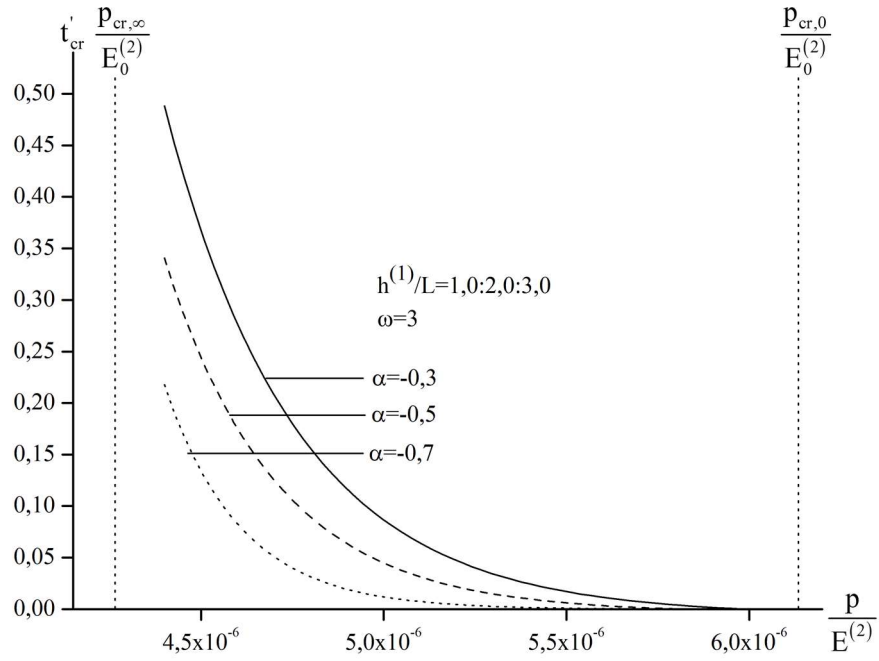
$\frac{|p|}{E_0^{(2)}} \rightarrow \frac{|p_{cr,0}|}{E_0^{(2)}}$ 'a yaklaşır iken kritik zaman değerinin monoton olarak azaldığı tespit

edilmiştir. Şekil 4.9-4.11'den ise mutlak değerce azalan α reolojik parametresi ile

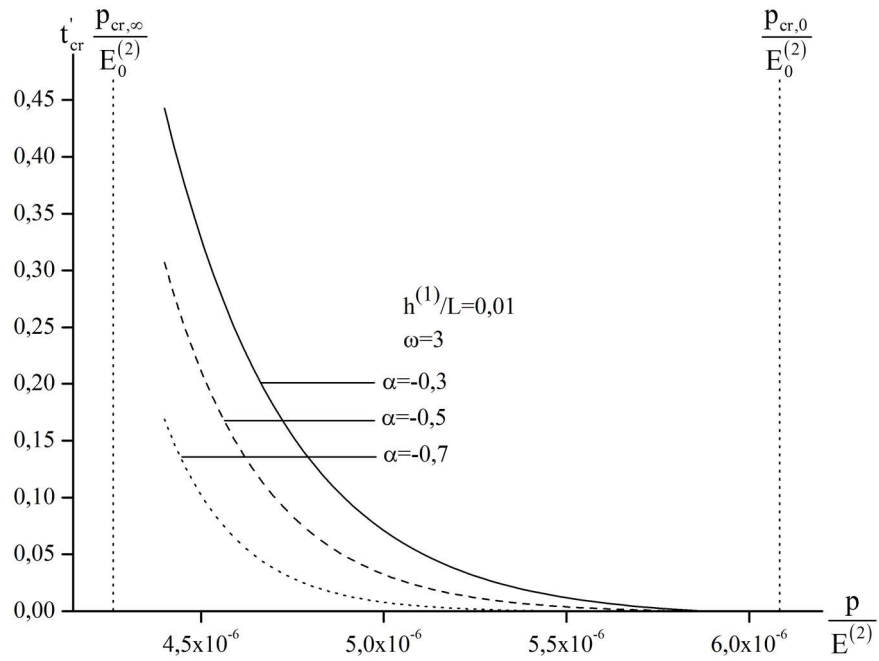
kritik zaman değerinin artışı görülmüştür. Şekil 4.12'den ise artan $\frac{h^{(1)}}{L}$ değerleri ile kritik zaman değerinin artışı belirlenmiştir. Buna karşın $\frac{h^{(1)}}{L}$ değerinin 1,0 ve üzerinde ki değerleri için kritik zaman değerinde bir değişim olmadığı görülmüştür. Şekil 4.13-4.15'den ise ω reolojik parametresinin artması ile kritik zaman değerinde artış olduğu tespit edilmiştir. Şekil 4.16'dan ise $\frac{h^{(1)}}{L}$ değerinin artışı ile kritik zaman değerinin artışı fakat $\frac{h^{(1)}}{L}$ değerinin 1,0 ve üzerindeki değerleri için bir artış olmadığı görülmüştür. Nano-kompozit malzeme içinde elde edilen sayısal sonuçlar, normal malzeme için elde edilen sonuçlar ile benzerlik göstermiştir.

Tablo 4.2. $\frac{E^{(2)}}{E_0^{(1)}} = \frac{E^{(2)}}{E_0^{(3)}} = 300$ 'de, farklı $\frac{h^{(1)}}{L}$ ve ω değerleri için $\frac{p_{cr,0}}{E_0^{(2)}}$ ve $\frac{p_{cr,\infty}}{E_0^{(2)}}$ değerleri

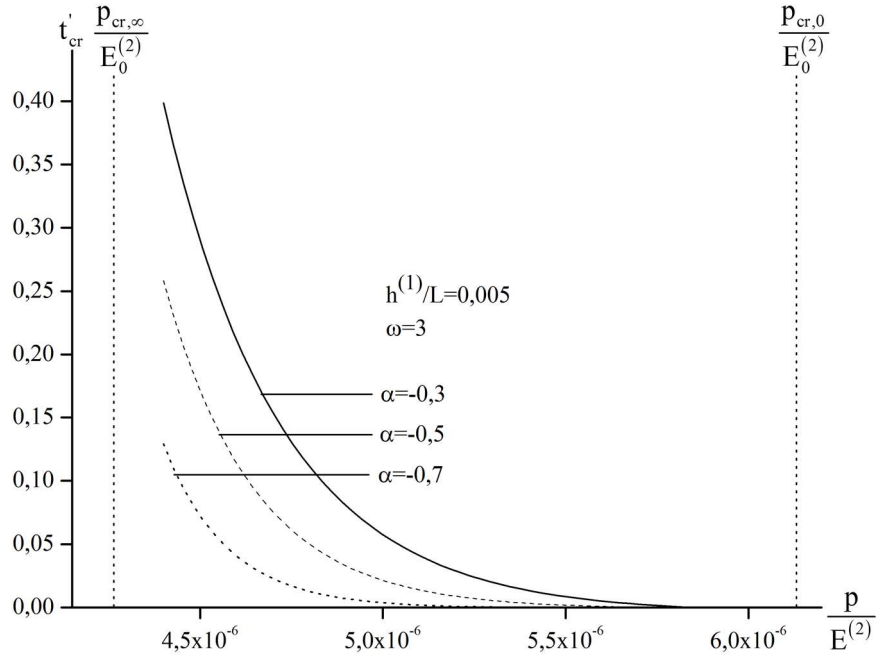
$\frac{E^{(2)}}{E_0^{(1)}} = \frac{E^{(2)}}{E_0^{(3)}} = 300$				
	$\omega = 3$	$\omega = 1$	$\omega = 2$	$\omega = 3$
$\frac{h^{(1)}}{L}$	$\frac{p_{cr,0}}{E_0^{(2)}} \times 10^{-4}$	$\frac{p_{cr,\infty}}{E_0^{(2)}} \times 10^{-4}$	$\frac{p_{cr,\infty}}{E_0^{(2)}} \times 10^{-4}$	$\frac{p_{cr,\infty}}{E_0^{(2)}} \times 10^{-4}$
0,005	0,0661	0,0183	0,0294	0,0371
0,010	0,0664	0,0186	0,0296	0,0376
0,500	0,0667	0,0187	0,0298	0,0379
1,000	0,0672	0,0188	0,0300	0,0381
2,000	0,0681	0,0190	0,0310	0,0383
3,000	0,0692	0,0190	0,0310	0,0383



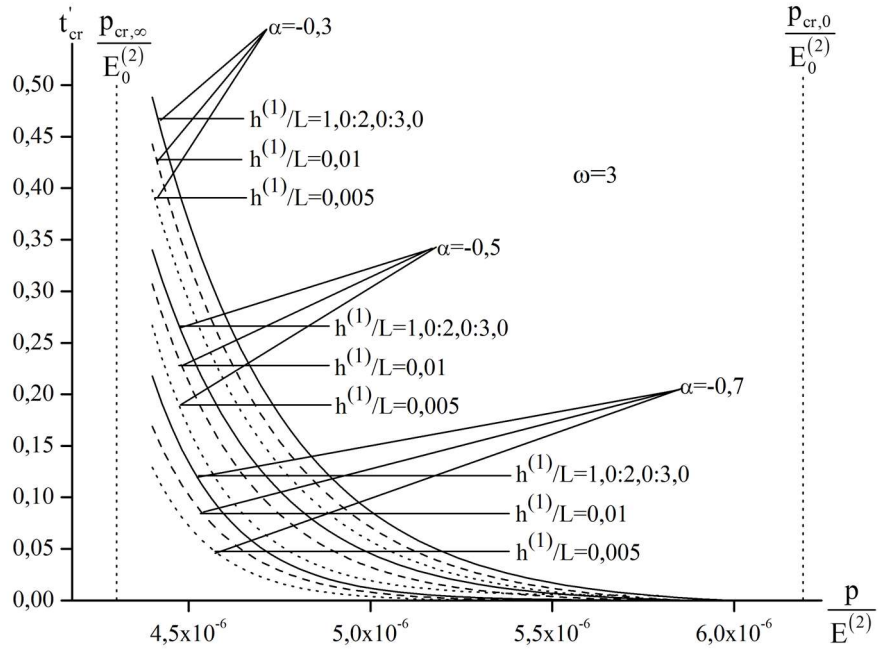
Şekil 4.9. $\frac{h^{(1)}}{L} = 1,0:2,0:3,0$ ve $\omega = 3$ 'de farklı α değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



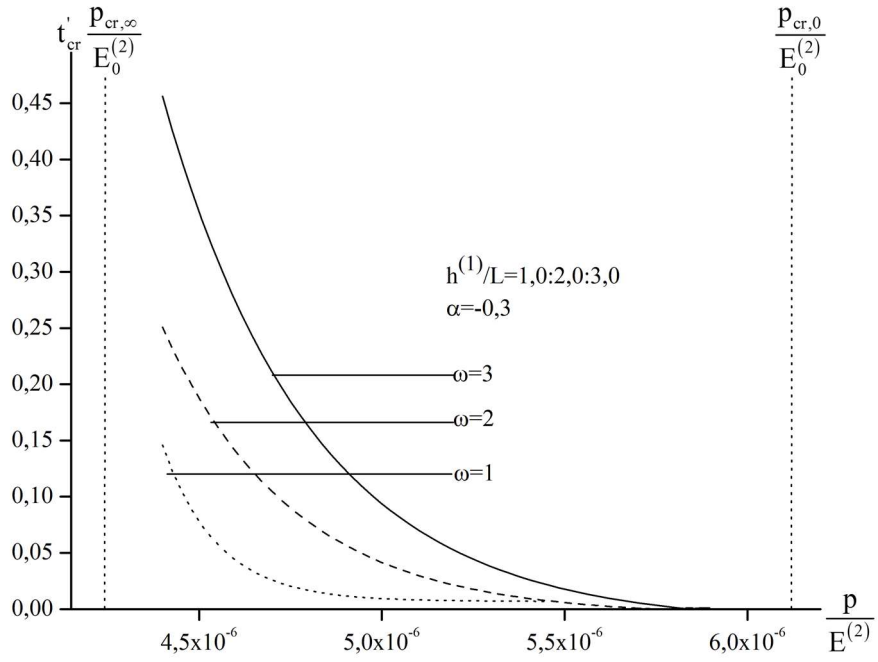
Şekil 4.10. $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,01$ ve $\omega = 3$ 'de farklı α değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



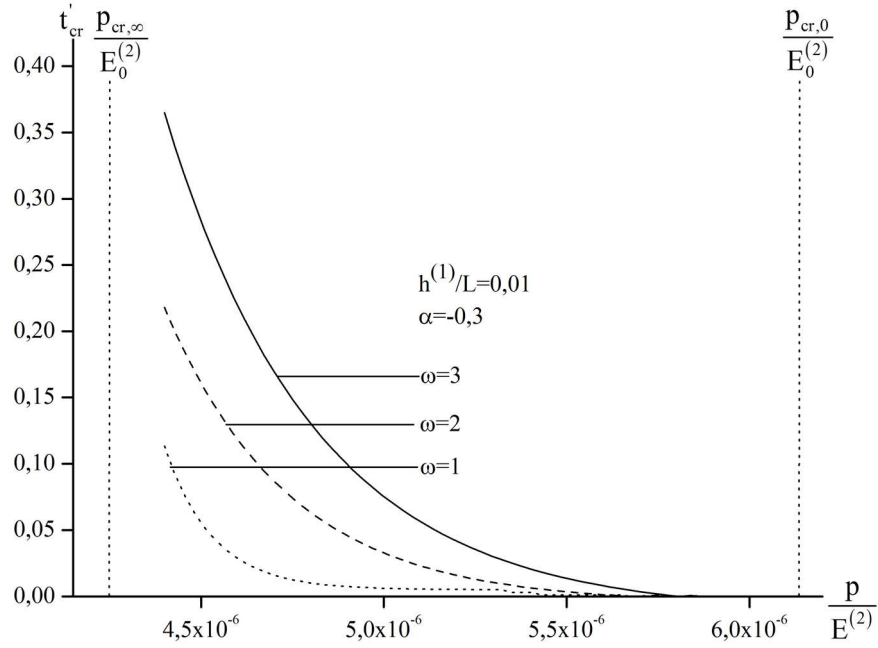
Şekil 4.11. $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,005$ ve $\omega = 3$ 'de farklı α değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



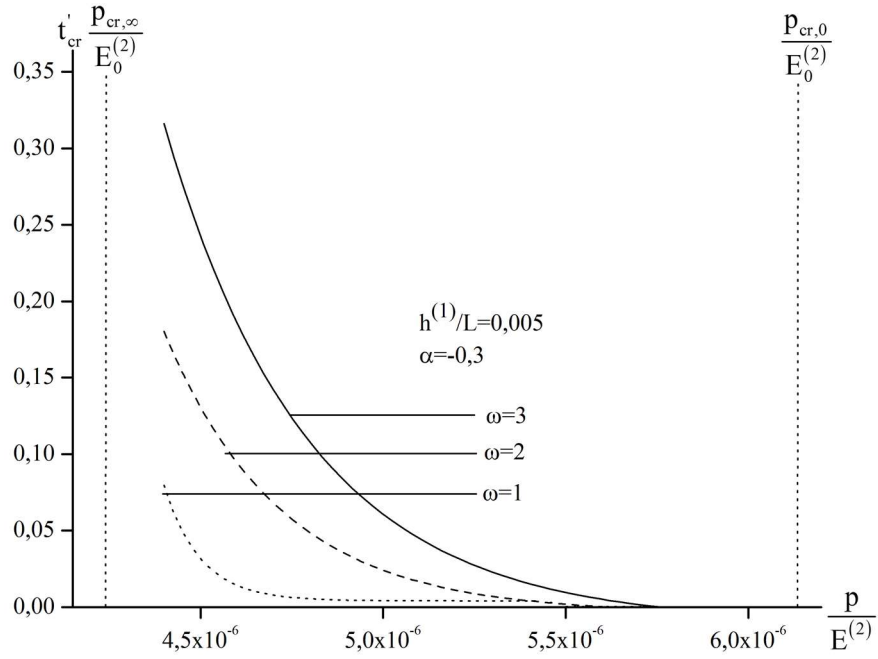
Şekil 4.12. $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,01 : 0,005 : (1,0 : 2,0 : 3,0)$ ve $\omega = 3$ 'de farklı α değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



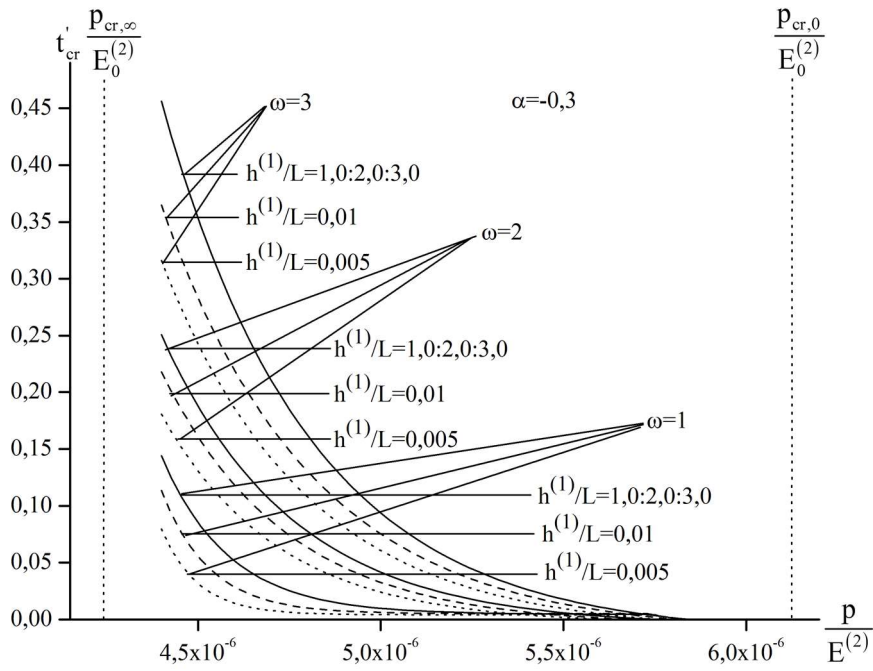
Şekil 4.13. $\frac{h^{(1)}}{L} = 1,0; 2,0; 3,0$ ve $\alpha = -0,3$ 'de farklı ω değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



Şekil 4.14. $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,01$ ve $\alpha = -0,3$ 'de farklı ω değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



Şekil 4.15. $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,005$ ve $\alpha = -0,3$ 'de farklı ω değerleri için $\frac{p}{E^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



Şekil 4.16. $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,005 : 0,01 : (1,0 : 2,0 : 3,0)$ ve $\alpha = -0,3$ 'de farklı ω değerleri için $\frac{p}{E^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi

4.1.2. İki boyutlu problemin elastik-viskoelastik-elastik (EVE) durumuna ait sayısal sonuçlar

EVE durumu için (Bkz. Şekil 3.2) dikkate alınarak, bu kısımda iki boyutlu probleme ait stabilite kaybı için sayısal sonuçlar verilmiştir. EVE durumu için yapılan sayısal araştırmalar da $\frac{E^{(1)}}{E_0^{(2)}} = \frac{E^{(3)}}{E_0^{(2)}} = 0,5$ ve $v^{(1)} = v_0^{(2)} = v_0^{(3)} = 0,3$ olarak kabul edilmiş ve

farklı $\frac{h^{(2)}}{L}$ değerleri için $p_{cr,0}$ ve $p_{cr,\infty}$ değerlerini hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar

Tablo 4.3’de verilmiştir. Yukarıda yapılmış olan işlemler EVE durumu içinde yapılmış

ve $\frac{h^{(2)}}{L}$ değerinin azalması ile $\frac{P_{cr,0}}{E_0^{(2)}}$ ve $\frac{P_{cr,\infty}}{E_0^{(2)}}$ değerlerinin artışı belirlenmiştir. Ayrıca

$\frac{h^{(2)}}{L}$ değerinin azalması ile kritik zaman değerinde de artış olduğu görülmüştür. Bu

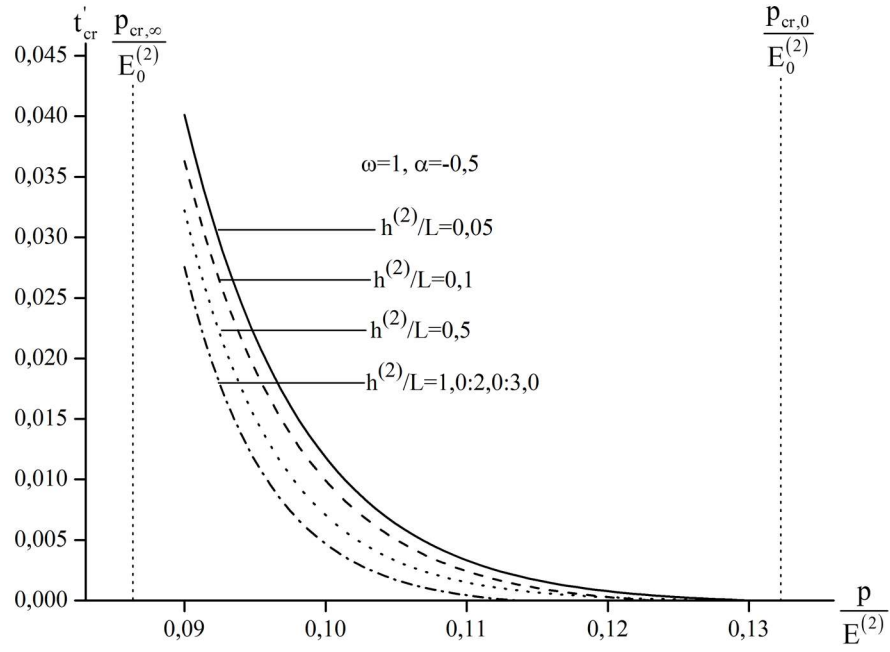
duruma ait sayısal sonuçlar grafiksel olarak Şekil 4.17-4.20’de verilmiştir. Yarı düzlem malzemesinin reolojik parametrelerinin kritik zaman (t_{cr}') değerlerine olan etkisi incelenmiş ve elde edilen sonuçlar grafiksel olarak Şekil 4.21 ve 4.22’de verilmiştir.

Şekil 4.21 ve 4.22’de verilen grafiklerden elde edilen sonuçlara göre $\frac{|p|}{E_0^{(2)}} \rightarrow \frac{|p_{cr,0}|}{E_0^{(2)}}$, a

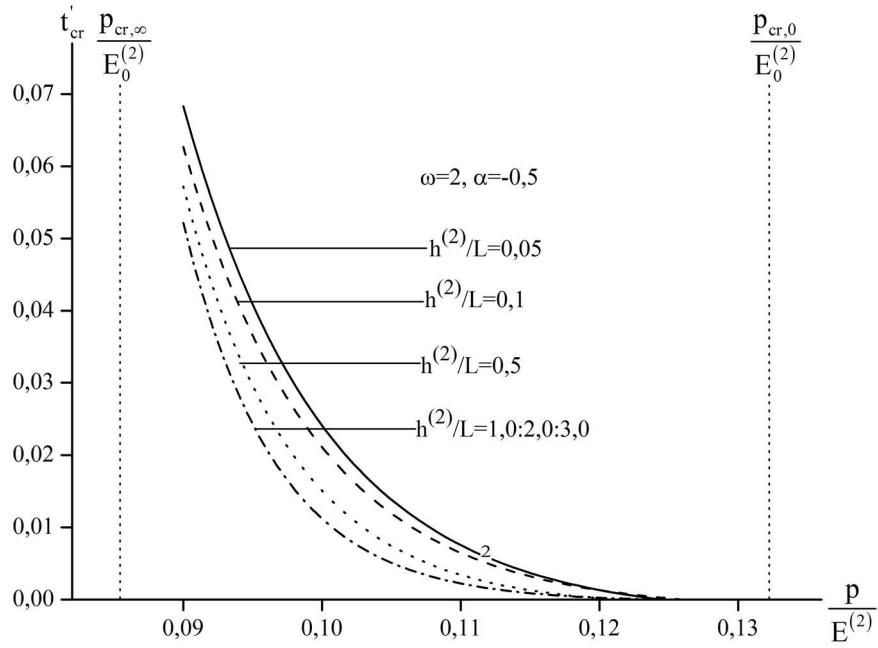
yaklaşır iken kritik zaman değerinin monoton olarak azaldığı tespit edilmiştir. Şekil 4.21’den ω değerinin artması ile kritik zaman değerinin arttığı sonucuna ulaşılmıştır. Şekil 4.22’den ise mutlak değerce azalan α reolojik parametresi ile kritik zaman değerinin arttığı görülmüştür.

Tablo 4.3. $\frac{E^{(1)}}{E_0^{(2)}} = \frac{E^{(3)}}{E_0^{(2)}} = 0,5$ ’de, $\omega = 3$ ve farklı $\frac{h^{(2)}}{L}$ değerleri için $\frac{P_{cr,0}}{E_0^{(2)}}$ ve $\frac{P_{cr,\infty}}{E_0^{(2)}}$ değerleri

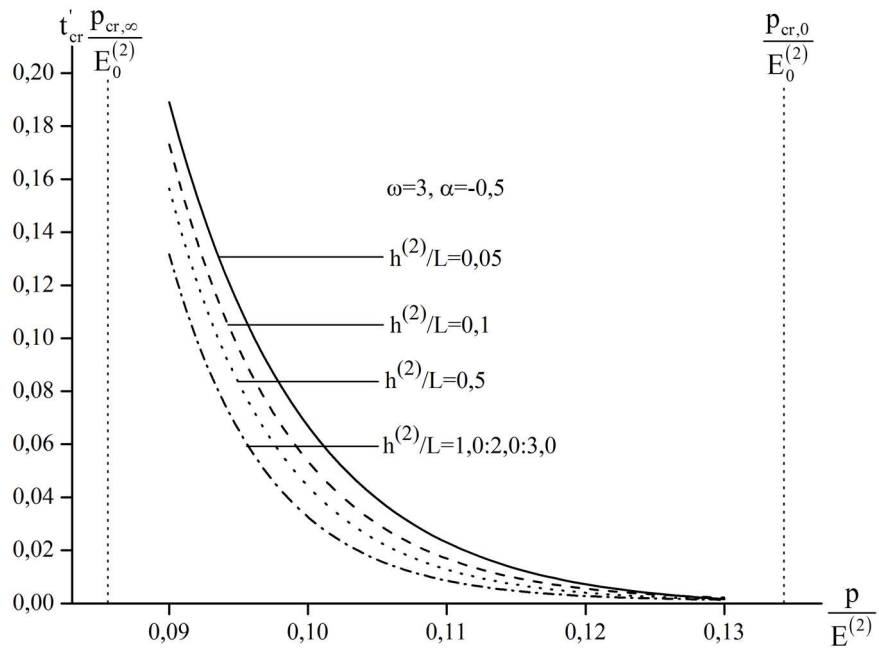
	$\frac{E^{(1)}}{E_0^{(2)}} = \frac{E^{(3)}}{E_0^{(2)}} = 0,5; \quad \omega = 3$					
$\frac{h^{(2)}}{L}$	0,05	0,10	0,50	1,00	2,00	3,00
$\frac{P_{cr,0}}{E_0^{(2)}}$	0,1552	0,1232	0,1223	0,1222	0,1222	0,1222
$\frac{P_{cr,\infty}}{E_0^{(2)}}$	0,0912	0,0768	0,0762	0,0761	0,076	0,0760



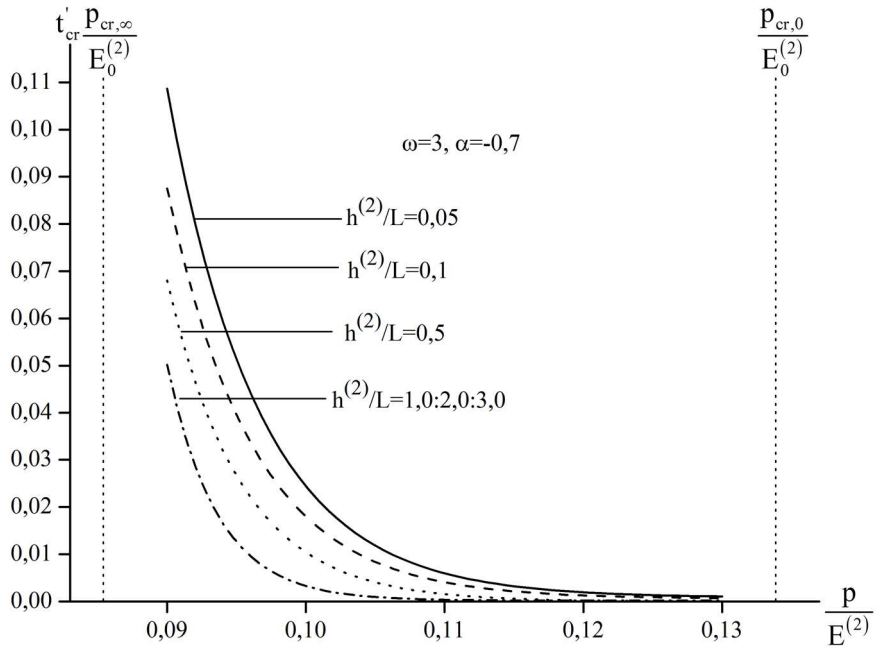
Şekil 4.17. $\omega=1$ ve $\alpha=-0,5$ 'de farklı $\frac{h^{(2)}}{L}$ değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



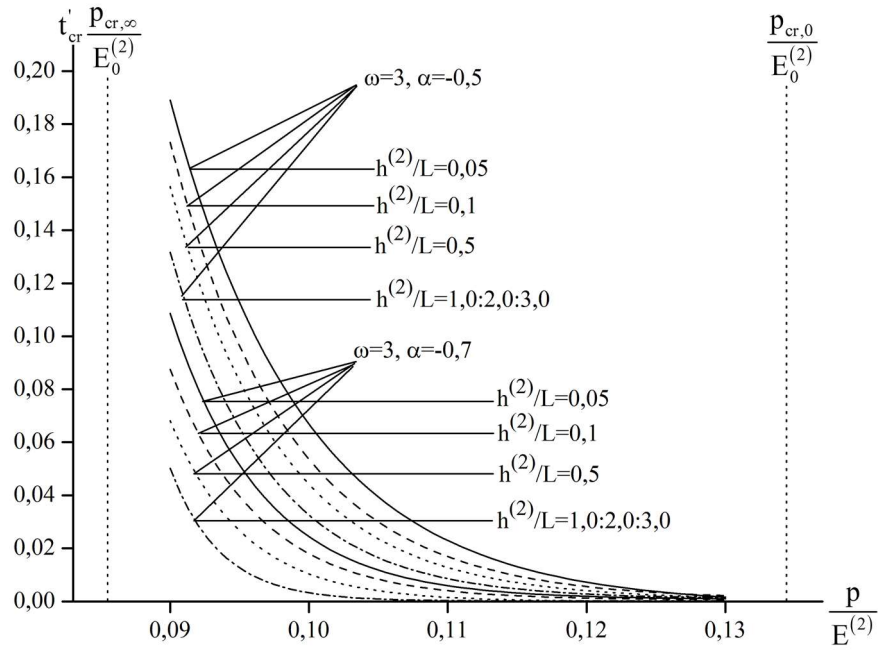
Şekil 4.18. $\omega=2$ ve $\alpha=-0,5$ 'de farklı $\frac{h^{(2)}}{L}$ değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



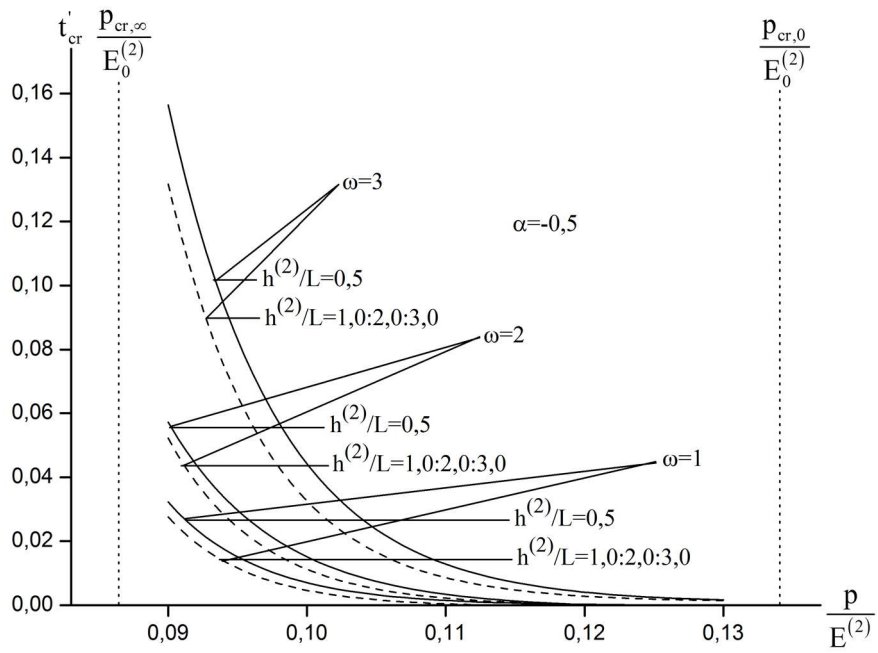
Şekil 4.19. $\omega=3$ ve $\alpha=-0,5$ 'de farklı $\frac{h^{(2)}}{L}$ değerleri için $\frac{p}{E^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



Şekil 4.20. $\omega=3$ ve $\alpha=-0,7$ 'de farklı $\frac{h^{(2)}}{L}$ değerleri için $\frac{p}{E^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



Şekil 4.21. $\omega=3$, $\alpha=-0,5$, $\alpha=-0,7$ 'de farklı $\frac{h^{(2)}}{L}$ değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



Şekil 4.22. $\alpha=-0,5$ 'de farklı ω ve $\frac{h^{(2)}}{L}$ değerleri için $\frac{p}{E_0^{(2)}}$ ile t'_{cr} ilişkisi

4.2. Üç Boyutlu Yüzeysel Stabilite Kaybına Ait Problemlerin Çözümünden Elde Edilen Sayısal Sonuçlar

t_{cr} ve p_{cr} 'lere ait sayısal sonuçların incelenmesi dikkate alınmıştır. t_{cr} değerlerinin belirlenmesinde kullanılacak p dış kuvvetinin değerlerinin denklem (4.3)'de verilen koşulu sağlamasının gerekliliği göz önünde bulundurulmuştur.

$p_{1cr,0}$ değerleri, ($t=0$) durumunda denklem (4.1)'de verilmiş olan operatörler ile $E_0^{(k),1}, v_0^{(k),1}, \lambda_0^{(k),1}, \mu_0^{(k),1}$ sabitlerinin yer değiştirilmesi ile elde edilmiştir. $p_{1cr,\infty}$ değerleri ise ($t=\infty$) denklem (4.1)'de verilmiş olan operatörler ile denklem (4.5)'de verilmiş olan sabitler ile yer değiştirilerek elde edilmiş olan problemin çözümünden bulunmuştur.

$$E_\infty^{(k),1} = E_0^{(k),1} \left(1 - \frac{\omega_0}{\omega_0 + \omega_\infty} \right), \quad v_\infty^{(k),1} = v_0^{(k),1} \left[1 + \frac{1 - 2v_0^{(k),1}}{2v_0^{(k),1}} \left(\frac{\omega_0}{\omega_0 + \omega_\infty} \right) \right] \quad (4.5)$$

$$\lambda_\infty^{(k),1} = \frac{E_\infty^{(k),1} v_\infty^{(k),1}}{\left(1 + v_\infty^{(k),1} \right) \left(1 - 2v_\infty^{(k),1} \right)}, \quad \mu_\infty^{(k),1} = \frac{E_\infty^{(k),1}}{2 \left(1 + v_\infty^{(k),1} \right)}$$

Sayısal sonuçları elde etmek için zaman ve ω reolojik parametresinin boyutsuzlaştırılması gerçekleştirilmiştir. Boyutsuz reolojik parametre $\omega (= \omega_0 / \omega_\infty)$ ile ifade edilmiş ve boyutsuz zaman ise $t' (= \omega_0^{1/(1+\alpha)} t)$ şeklinde ifade edilmiştir. Bunun yanında, çözüm yönteminin ve uygulanan stabilite kaybı kriterinin yapısı nedeniyle ele alınan sistemin başlangıç küçük sapmasının derecesini gösteren ε parametresinin p_{1cr} ve t_{cr} değerlerine etkisinin olmadığı belirlenmiştir.

4.2.1. Üç boyutlu problemin kritik kuvvet ve kritik zaman değerlerine ait sayısal sonuçlar

Yukarıda bahsedilen durum dikkate alınarak, önce p dış kuvvet değerleri denklem (4.3)'de belirtilen şartları sağlayacak şekilde belirlenmiştir. Dış kuvvet değerlerinin belirlenmesi işleminde öncelikli olarak sınır değerleri oluşturan $p_{1cr,\infty}$ ve $p_{1cr,0}$ değerleri tespit edilmiştir. Elde edilen sonuçlar Tablo 4.4 ve 4.5'de verilmiştir. Elde

edilen sonuçlara göre $\eta = \frac{p_3}{p_1}$ oranı azaldıkça $\frac{p_{1cr,0}}{E_0^{(2),1}}$ değerinin arttığı görülmüştür.

Kritik dış kuvvet değerlerinin belirlenmesinden sonara, yarı uzay malzemesinin reolojik parametrelerinin kritik zaman değerine etkisi incelenmiştir. Elde edilen sayısal sonuçlar grafiksel olarak Şekil 4.23-4.26'da verilmiştir. Elde edilen sonuçların

grafiklerinden $\frac{|p_1|}{E_0^{(2),1}} \rightarrow \frac{|p_{1cr,0}|}{E_0^{(2),1}}$ yaklaşır iken kritik zaman değerleri monoton olarak

azaldığı ve $\frac{|p_1|}{E_0^{(2),1}} \rightarrow \frac{|p_{1cr,\infty}|}{E_0^{(2),1}}$ yaklaşır iken kritik zaman değerlerinin monoton olarak

arttığı tespit edilmiştir. Şekil 4.23 ve 4.25'dan α reolojik parametresinin değerlerinin mutlak değerce azalması ile kritik zaman değerlerinin arttığı görülmüştür. Ayrıca, Şekil 4.24 ve 4.26'dan ise ω reolojik parametresinin değerindeki artış ile kritik zaman

değerleri arttığı belirlenmiştir. Bunlara ilave olarak $\eta = \frac{p_3}{p_1}$ değerinin azalması ile

$\frac{p_{1cr,0}}{E_0^{(2),1}}$ değerleri arttığı için kritik zaman değerlerinin de arttığı grafiksel sonuçlardan

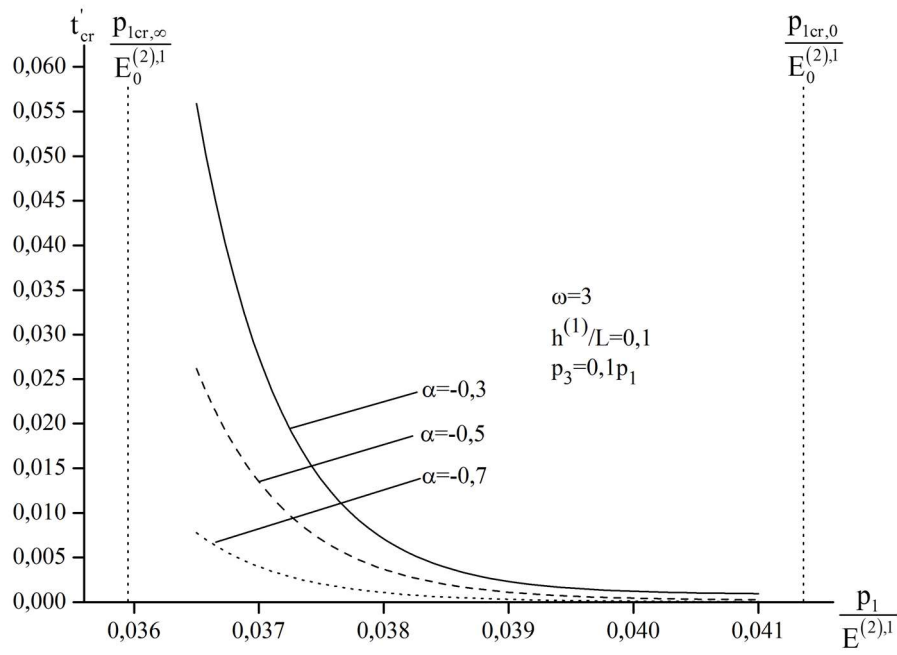
tespit edilmiştir.

Tablo 4.4. $\frac{E^{(2),1}}{E_0^{(1),1}} = 300$, $\alpha = -0,7$, $p_3 = 0,1p_1$ ve $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,1$ 'de, farklı ω değerleri için $\frac{p_{1cr,0}}{E_0^{(2),1}}$ ve $\frac{p_{1cr,\infty}}{E_0^{(2),1}}$ değerleri

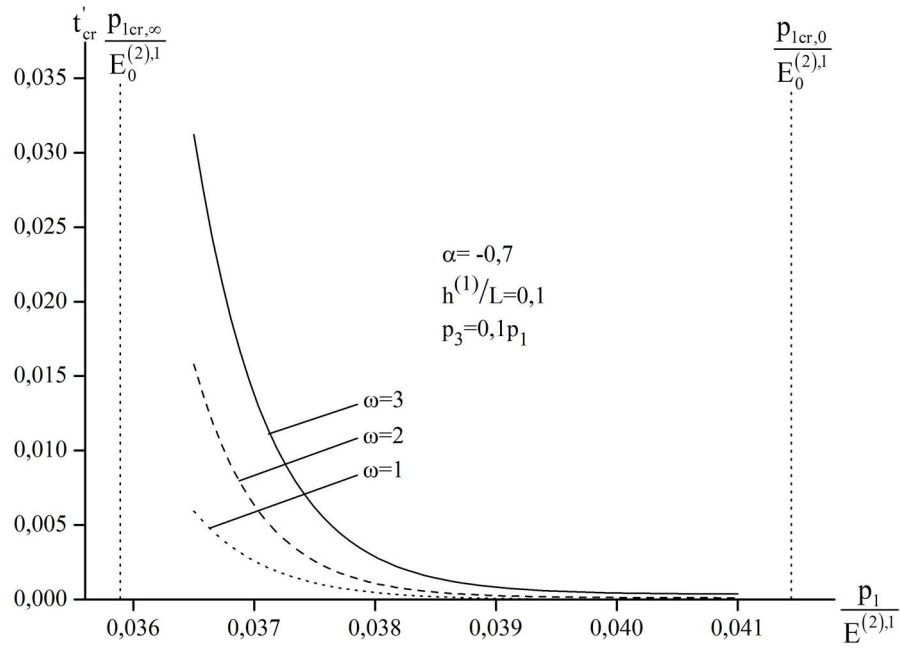
$\frac{E^{(2),1}}{E_0^{(1),1}} = 300$, $\alpha = -0,7$, $p_3 = 0,1p_1$ ve $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,1$					
$\omega = 1$		$\omega = 2$		$\omega = 3$	
$\frac{p_{1cr,0}}{E_0^{(2),1}}$	$\frac{p_{1cr,\infty}}{E_0^{(2),1}}$	$\frac{p_{1cr,0}}{E_0^{(2),1}}$	$\frac{p_{1cr,\infty}}{E_0^{(2),1}}$	$\frac{p_{1cr,0}}{E_0^{(2),1}}$	$\frac{p_{1cr,\infty}}{E_0^{(2),1}}$
0,0411	0,0040	0,0411	0,0100	0,0411	0,0320

Tablo 4.5. $\frac{E^{(2),1}}{E_0^{(1),1}} = 300$, $\alpha = -0,7$, $p_3 = 0,5p_1$ ve $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,1$ 'de, farklı ω değerleri için $\frac{P_{1cr,0}}{E_0^{(2),1}}$ ve $\frac{P_{1cr,\infty}}{E_0^{(2),1}}$ değerleri

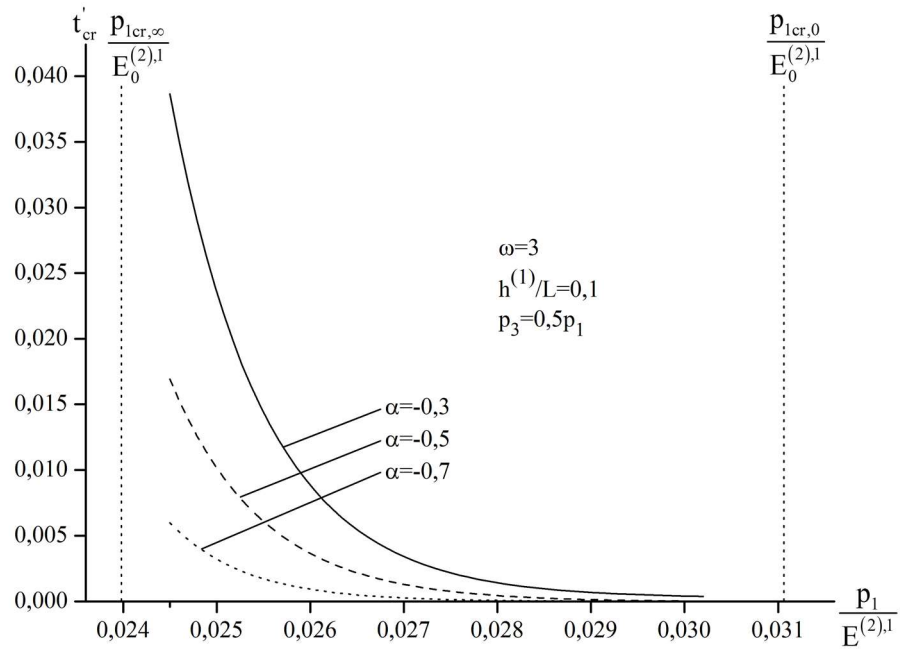
$\frac{E^{(2),1}}{E_0^{(1),1}} = 300$, $\alpha = -0,7$, $p_3 = 0,5p_1$ ve $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,1$					
$\omega = 1$		$\omega = 2$		$\omega = 3$	
$\frac{P_{1cr,0}}{E_0^{(2),1}}$	$\frac{P_{1cr,\infty}}{E_0^{(2),1}}$	$\frac{P_{1cr,0}}{E_0^{(2),1}}$	$\frac{P_{1cr,\infty}}{E_0^{(2),1}}$	$\frac{P_{1cr,0}}{E_0^{(2),1}}$	$\frac{P_{1cr,\infty}}{E_0^{(2),1}}$
0,0300	0,0040	0,0300	0,0090	0,0300	0,0290



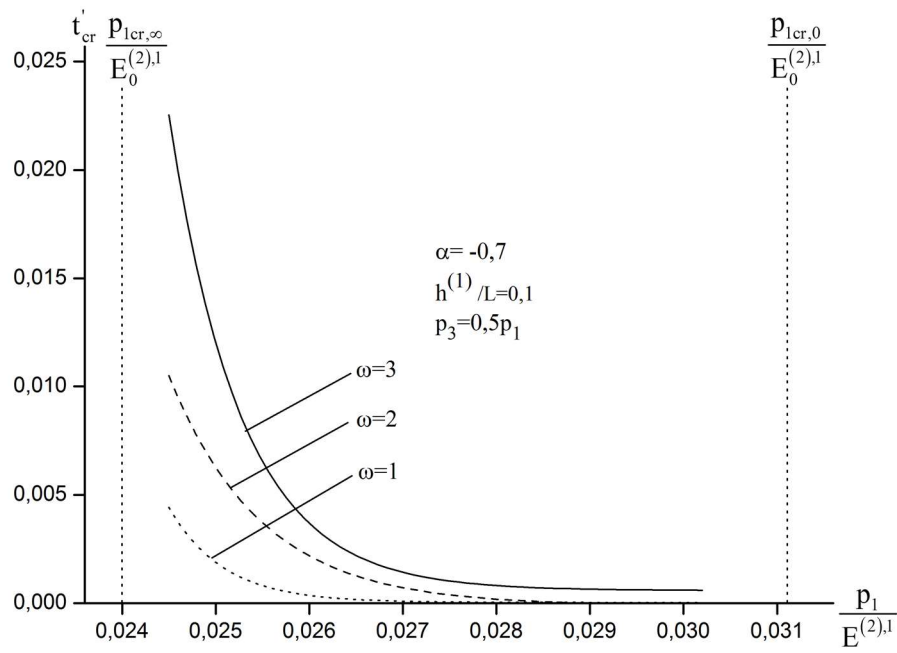
Şekil 4.23. $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,1$, $p_3 = 0,1p_1$ ve $\omega = 3$ 'de farklı α değerleri için $\frac{P_1}{E_0^{(2),1}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



Şekil 4.24. $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,1$, $p_3 = 0,1p_1$ ve $\alpha = -0,7$ 'de farklı ω değerleri için $\frac{p_1}{E_0^{(2),1}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



Şekil 4.25. $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,1$, $p_3 = 0,5p_1$ ve $\omega = 3$ 'de farklı α değerleri için $\frac{p_1}{E_0^{(2),1}}$ ile t'_{cr} ilişkisi



Şekil 4.26. $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,1$, $p_3 = 0,5p_1$ ve $\alpha = -0,7$ 'de farklı ω değerleri için $\frac{p_1}{E_0^{(2),1}}$ ile t'_{cr} ilişkisi

4.2.2. Üç boyutlu problemin normal gerilme dağılımına ait sayısal sonuçlar

Üç boyutlu problemin normal gerilme dağılımına ait sayısal sonuçlar (Bkz. Şekil 3.3) dikkate alınarak araştırma yapılmıştır. İlk aşamada örtü tabakası ve yarı düzlem malzemesini tamamen elastik olduğu dikkate alınmış ve örtü ve bağ tabakaları arasındaki ara yüz üzerine etki eden normal gerilme $\sigma_{mn}(\varepsilon\sigma_{22}^{(1),1})$ dağılımı incelenmiştir. Yapılan sayısal araştırmalar için

$$\frac{E^{(2)}}{E_0^{(1)}} = \frac{E^{(2)}}{E_0^{(3)}} = 50, v_0^{(3)} = v_0^{(2)} = v_0^{(1)} = 0,3, \varepsilon = 0,015, \text{ ve } \gamma = 1,0; L_1 = L_3 = L \text{ olarak}$$

kabul edilmiştir. Dağılım üzerindeki doğrusal olmayan geometrik etki $e = \frac{p}{E_0^{(1)}} \times 10^3$

parametresi ile karakterize edilmiş, elde edilen sayısal sonuçların incelenmesi $\frac{x_1}{L} = 0$

iken $\frac{h^{(1)}}{L}$ değişimine karşın $\frac{\sigma_{mn}}{\sigma_{11}^{(1),0}}$ bağıntısının değerindeki değişimlerin incelenmesi

yapılmış ve sonuçları grafiksel olarak Şekil 4.27’de verilmiştir. $\frac{h^{(1)}}{L}$ değerindeki artış ile σ_{nn} asimtotik sınır değerine yaklaştığı tespit edilmiştir. $|e|=1,0$ değeri için elde edilen σ_{nn} değerleri ile doğrusal elastisite teorisi için [19]’da yapılmış olan çalışmanın sonucunda verilmiş olan σ_{nn} değerleri ile uyuşmakta olduğu görülmüştür. Bunların yanında Şekil 4.27’de verilen grafikteki sonuçlardan, doğrusal olmayan geometrik durum hesaba katıldığında, çekme dış kuvveti altında artan e değerleri ile σ_{nn} değerlerinin azaldığı, mutlak değerce artan e değerleri ile σ_{nn} ’nın değerlerinin basma dış kuvveti altında mutlak değerce artmakta olduğu tespit edilmiştir. Bu sonuçların kalitatif olarak [19, 44]’de verilen sonuçlar ile uyumlu olduğu tespit edilmiştir. Şekil 4.28’de grafiksel olarak verilmiş olan sonuçlar, [19]’da verilmiş olan sonuçlar gibi değişimin monoton olmadığı tespit edilmiştir. Bunların yanında artan $\frac{h^{(2)}}{L}$ ile farklı

her bir e değeri için $\left| \frac{\sigma_{nn}}{\sigma_{11}^{(1),0}} \right|$ için bir maksimum değeri olduğu görülmüştür. Denklem

(3.36)’da görülen m parametresi, $\frac{x_1}{L}$ ’ye göre güçlendirici tabakadaki yerel eğri formu

üzerindeki $\left| \frac{\sigma_{nn}}{\sigma_{11}^{(1),0}} \right|$ dağılımını karakterize etmektedir. m parametresinin etkisi

araştırılmış ve elde edilen sonuçlar grafiksel olarak Şekil 4.29’da verilmiştir. m

parametre değerinin büyümesi ile $\left| \frac{\sigma_{nn}}{\sigma_{11}^{(1),0}} \right|$ değerinin artışı belirlenmiştir.

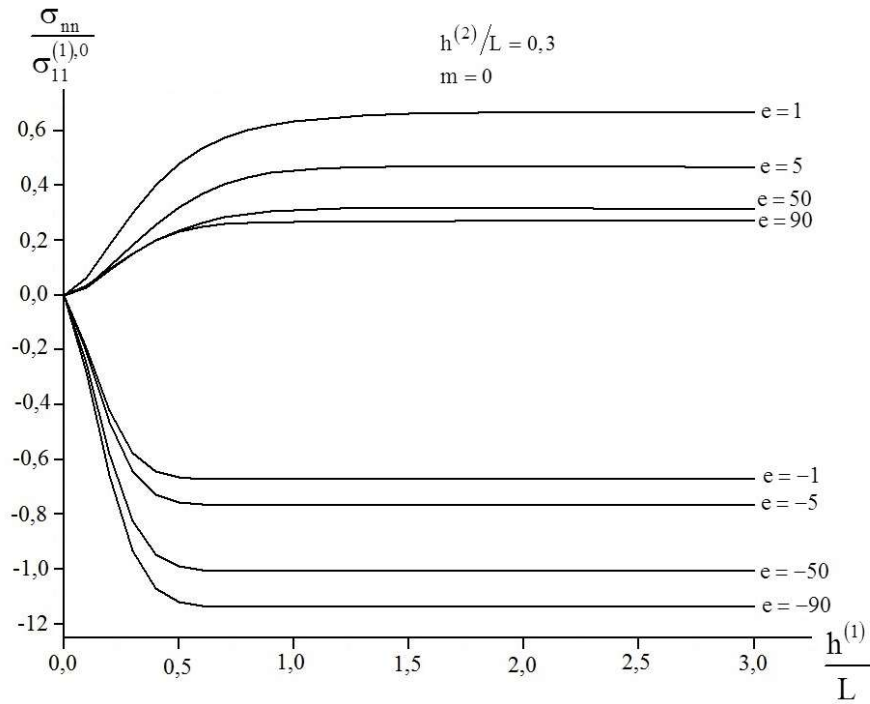
$\left| \frac{\sigma_{nn}}{\sigma_{11}^{(1),0}} \right|$ ’nın üzerine reolojik parametreler olan α ve ω etkisini incelenmiş ve bu

incelemeyi yaparken denklem (4.2)’de $t=0$ olduğunu kabul edilmiştir. Aşağıda

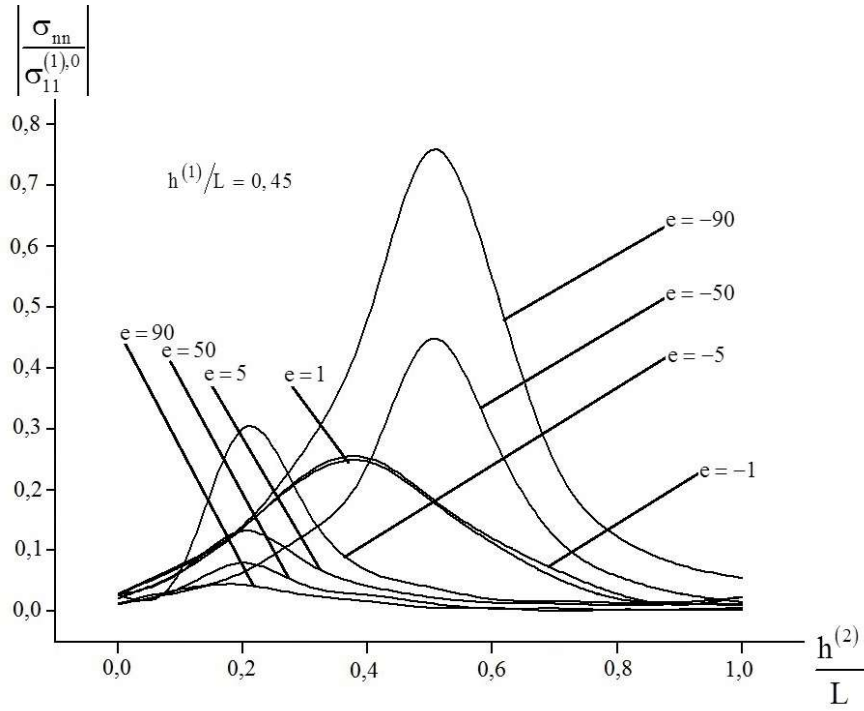
verilen Şekil 4.30 ve 4.31’de t' ile $\left| \frac{\sigma_{nn}}{\sigma_{11}^{(1),0}} \right|$ ’nın değişimini göstermektedir. Şekil

4.30’da artan zaman ile $\left| \frac{\sigma_{nn}}{\sigma_{11}^{(1),0}} \right|$ arttığını ve sınır değerine yaklaştığı tespit edilmiştir.

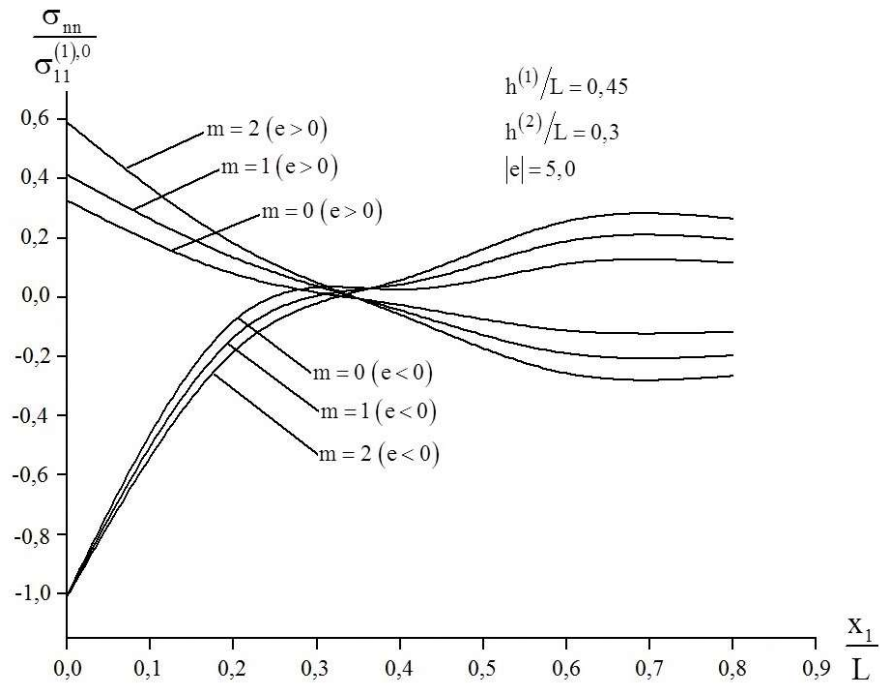
Aynı zamanda buradan ω değerinin artışı ile $\left| \frac{\sigma_{nn}}{\sigma_{11}^{(1),0}} \right|$ 'nin değerinin azaldığı görülmüştür. Bu durum ω değerindeki artış ile $E_{\infty}^{(1)}$ 'nin değerindeki azalmayla açıklanabilir. Şekil 4.31'de t' 'nin artışı ile $\left| \frac{\sigma_{nn}}{\sigma_{11}^{(1),0}} \right|$ değerlerinin arttığı görülmüş fakat t' 'nin artışı öyle bir değere ulaşıyor ki, bu değerden sonra $\left| \frac{\sigma_{nn}}{\sigma_{11}^{(1),0}} \right|$ değerlerinin sınır değerlerine ulaştığı sonucu belirlenmiştir. Ayrıca $|\alpha|$ değerce artarken $\left| \frac{\sigma_{nn}}{\sigma_{11}^{(1),0}} \right|$ değerlerinin arttığı tespit edilmiştir. Elde edilmiş olan bu sonuçların [20, 42]'de elde edilmiş olan sonuçlar ile uyduğu görülmüştür.



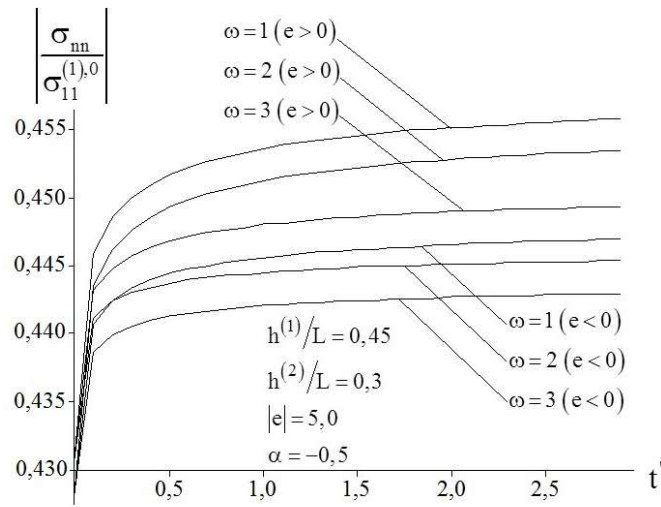
Şekil 4.27. $\frac{h^{(2)}}{L} = 0,3$ ve $m = 0$ 'da ve farklı e değerlerinde $\frac{h^{(1)}}{L}$ ile $\frac{\sigma_{nn}}{\sigma_{11}^{(1),0}}$ 'nin değişimi



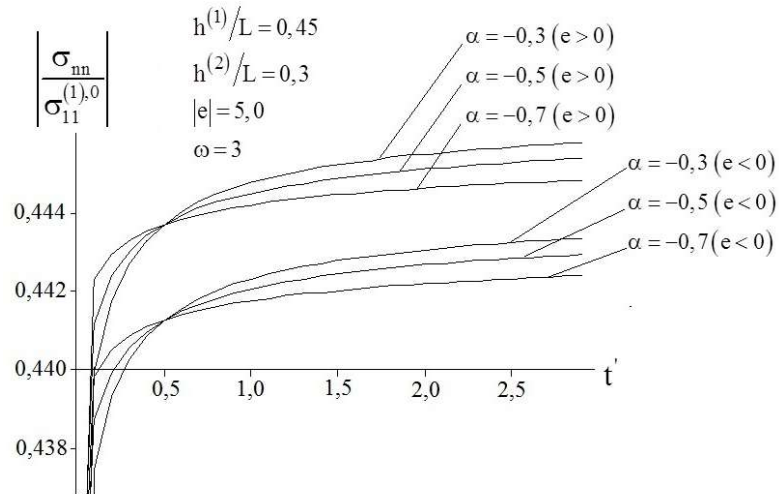
Şekil 4.28. $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,45$ 'de ve farklı e değerlerinde $\frac{h^{(2)}}{L}$ ile $\left| \frac{\sigma_{mn}}{\sigma_{11}^{(1),0}} \right|$ 'nın değişimi



Şekil 4.29. $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,45$, $|e| = 5,0$, $\frac{h^{(2)}}{L} = 0,3$ de ve farklı m değerlerinde $\frac{x_1}{L}$ ile $\frac{\sigma_{mn}}{\sigma_{11}^{(1),0}}$ 'nın değişimi



Şekil 4.30. $|e| = 5,0$, $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,45$, $\frac{h^{(2)}}{L} = 0,3$, $\alpha = -0,5$ 'de ve farklı ω değerlerinde t' ile $\left| \frac{\sigma_{mn}}{\sigma_{11}^{(1),0}} \right|$ 'nın değişimi



Şekil 4.31. $|e| = 5,0$, $\frac{h^{(1)}}{L} = 0,45$, $\frac{h^{(2)}}{L} = 0,3$, $\omega = 3,0$ 'de ve farklı α değerlerinde t' ile $\left| \frac{\sigma_{mn}}{\sigma_{11}^{(1),0}} \right|$ 'nın değişimi

Düşünülen malzeme için kırılma durumunun formülasyonu için Ox_1 eksenı boyunca nihai çekme mukavemeti Π_1^+ , aynı eksen boyunca nihai basma mukavemeti Π_1^- ve Ox_2 eksenı boyunca olan mukavemeti de Π_2^+ olarak tanımlanmıştır. Π_2^+ matris malzemesinin mukavemeti ile sonlandırıldığında denklem (4.6) elde edilmiştir.

$$\frac{\Pi_2^+}{\Pi_1^+} \ll 1 \quad (4.6)$$

[45]'da verilen deneysel sonuçlara göre fiberglas ile güçlendirilmiş plastikler için $\frac{\Pi_2^+}{\Pi_1^+}$ değeri 0,055 ile 0,10 arasında değişmektedir. Bu durum denklem (4.6)'da verilen eşitsizlik ile uyum içinde olduğu tespit edilmiştir. Sonuç olarak denklem (4.7)'de verilen bağıntılar sağlanınca düşünülen malzeme için yakın yüzey kırılması gerçekleşeceği sonucu tespit edilmiştir.

$$\sigma_{nn} = \Pi_2^+, \quad \sigma_{11}^{(1),0} < \Pi_1^+ \quad (4.7)$$

Bu durum için yapılan nümerik çalışmaların sonuçları $\frac{\sigma_{nn}}{\sigma_{11}^{(1),0}} > \frac{\Pi_2^+}{\Pi_1^+}$ eşitsizliğinin sağlandığını göstermiştir. Bu durumda denklem (4.7)'de verilen kriterler problemim çözümü için kabul edilmiştir.

BÖLÜM 5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde ÜBDST kullanılarak viskoelastik kompozit malzeme için dış sıkıştırma kuvveti ile birlikte güçlendirici tabakanın başlangıç önemsiz yakın yüzey bölgesel kusurunun büyümesine dayalı olarak yakın yüzey kararsızlık kaybı problemi incelenmiştir. [12,14,21–25]'de kullanılan yaklaşım geliştirilerek, iki boyutlu problemler için viskoelastik-elastik-viskoelastik (Bkz. Şekil 3.1) ve elastik-viskoelastik-elastik (Bkz. Şekil 3.2) ve üç boyutlu problemler için viskoelastik-elastik-viskoelastik (Bkz. Şekil 3.3) durumları incelenmiştir. Ayrıca, (Bkz. Şekil 3.3) normal gerilmelerin kendinden dengeli yüzeye yakın dağılımı araştırılmıştır. Problemin çözümü için Laplace ve Fourier dönüşümleri kullanılarak bir metot geliştirilmiştir. Kararsızlığın oluşmasının nedeni, başlangıç küçük kusurlarının verilen dış kuvvetin etkisi altında zamanla büyüyerek sonsuza gitmesi kabul edilmiş ve bu kriterlerden faydalanılarak elastik ortamlarda incelenen problemler için kritik kuvvet (p_{cr}) değerleri, viskoelastik problemler için kritik zaman (t'_{cr}) değerleri bulunmuştur.

Formülasyonu yapılmış olan sınır değer problemlerinin çözümü, belirli bir aşamaya kadar analitik olarak çözülmüş ve sonrasında sayısal sonuçlar elde edebilmek için uygun algoritma geliştirilmiştir. Geliştirilmiş olan algoritmalar, kullanılarak yazılmış olan bilgisayar programlarından elde edilen sonuçlar literatürdeki uygun sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

İki boyutlu problem için mekanik özellikleri zamana bağlı malzemelerin, Rabotnov operatörleriyle verilen malzemeler olması durumunda t'_{cr} değerleri elde edilmiş ve bu operatörlerin yapısına giren reolojik parametrelerin (α, ω) t'_{cr} üzerine etkisine bakılmıştır. Mutlak değerce azalan α reolojik parametresi ile kritik zaman

değerlerinin arttığı görülmüştür. Buna ilave olarak, ω reolojik parametresinin değerinin artması ile kritik zaman değerlerinin arttığı tespit edilmiştir.

İncelenen VEV durumu için elde edilen sonuçlardan, $\frac{h^{(1)}}{L}$ 'nin artan değerleri ile

$\frac{p_{cr,0}}{E_0^{(2)}}$ ve $\frac{p_{cr,\infty}}{E_0^{(2)}}$ değerlerinin arttığı belirlenmiştir. Aynı durumdaki polimer nano-

kompozit yapı göz önünde bulundurulmuş ve elde edilen sonuç benzerlik göstermiştir.

EVE durumu için $\frac{h^{(2)}}{L}$ 'nin azalan değerleri ile $\frac{p_{cr,0}}{E_0^{(2)}}$ ve $\frac{p_{cr,\infty}}{E_0^{(2)}}$ değerlerinin artığı tespit

edilmiştir. Ayrıca, kritik kuvvet ve kritik zamanın γ , m ve χ 'den bağımsız olduğu

sonucu belirlenmiştir. Bunlara ilave olarak $\frac{|p|}{E_0^{(2)}} \rightarrow \frac{|p_{cr,0}|}{E_0^{(2)}}$ yaklaşır iken kritik zaman

değerlerinin monoton olarak azaldığı ve $\frac{|p|}{E_0^{(2)}} \rightarrow \frac{|p_{cr,\infty}|}{E_0^{(2)}}$ yaklaşır iken kritik zaman

değerlerinin monoton olarak arttığı görülmüştür. Bu durumun, hem VEV hem de EVE yapısı için geçerli olduğu tespit edilmiştir.

Üç boyutlu problem için de mekanik özellikleri zamana bağlı malzemelerin, Rabotnov operatörleriyle verilen malzemeler olması durumunda t'_{cr} değerleri elde edilmiş ve bu operatörlerin yapısına giren reolojik parametrelerin (α, ω) t'_{cr} üzerine etkisine bakılmıştır. Mutlak değerce azalan α reolojik parametresi ile kritik zaman değerlerinin arttığı belirlenmiştir. Ayrıca, ω reolojik parametresinin değerinin artması ile kritik zaman değerlerinin arttığı görülmüştür.

Elde edilen sonuçların grafiklerinden $\frac{|p_1|}{E_0^{(2),1}} \rightarrow \frac{|p_{1cr,0}|}{E_0^{(2),1}}$ yaklaşır iken kritik zaman

değerleri monoton olarak azaldığı ve $\frac{|p_1|}{E_0^{(2),1}} \rightarrow \frac{|p_{1cr,\infty}|}{E_0^{(2),1}}$ yaklaşır iken kritik zaman

değerlerinin monoton olarak arttığı görülmüştür. Buna ilaveten, $\eta = \frac{p_3}{p_1}$ değerinin azalması ile $\frac{P_{1cr,0}}{E^{(2),1}}$ değerleri arttığı için kritik zaman değerlerinin de arttığı belirlenmiştir.

Kendinden dengeli normal gerilmenin mutlak değerleri, düşünülen cismin serbest yüzeyine elastik katmanda bulunan yerel eğrinin yaklaşması ile azalmakta olduğu tespit edilmiştir. Kendinden dengeli normal gerilmenin mutlak değerleri, dış basma kuvvetinin artan mutlak değeri ile arttığı görülmüştür. Buna karşın çekme kuvvetinin artan mutlak değeri ile azaldığı belirlenmiştir. Ayrıca, $\frac{h^{(2)}}{L}$ oranı ile kendinden dengeli normal gerilme arasındaki değişimin monoton olmadığı görülmüştür.

Kendinden dengeli normal gerilmenin mutlak değerlerinin, zaman ile arttığı ve bir limit değere ulaştığı tespit edilmiştir. α reolojik parametresin mutlak değerce değerindeki azalma ile kendinden dengeli normal gerilme değerlerinin arttığı görülmüştür. Reolojik parametre ω 'nın değerindeki artış ile kendinden dengeli normal gerilme değerlerinin azaldığı belirlenmiştir.

Dikkate alınan tipteki kompozit malzemelerin tabakalı yapısında yüzeye yakın kırılmanın tahmini için makroskopik bir kriter önerilmiştir. Ayrıntıları [45, 46]'da verilen sınırlamalar ile bu yaklaşım, nano-kompozit malzemelerin çekme kuvveti altında yakın yüzey kırılma problemlerinin incelenmesi için de kullanılabileceği öngörülmüştür.

Tezde elde edilen çözümlerden yola çıkılarak geliştirilen algoritmalar ve programların başlangıç küçük kusurların farklı alınması ve farklı sınır koşulları için geliştirilebilir olması ve elde edilen sayısal sonuçların nano malzemelerin iki eksenli kuvvet altında kırılmalarının analizlerinde kullanmaya olanak sağlaması, yapılmış olan çalışmanın önemini artırmaktadır.

KAYNAKLAR

- [1] Askeland, D.R., Malzeme Bilimi ve Mühendislik Malzemeleri, Nobel Yayınları, Ankara, 15-125, 1998.
- [2] Özbay, M., Çağdaş Teknolojide Kompozit Malzemeler, Mühendis ve Makine, 28(325), 311-329, 1987.
- [3] Rosen, B.W., Mechanics of Composite Strengthening in Fiber Composite Materials, ASM, Ohio, USA, 37-75, 1965.
- [4] Dow, N.F., Rosen, B.W., The Fracture Mechanics of Composite Materials, In Fracture of Nanometals and Composite, Vol. 7, Liebowitz, H., Vd., Academic Press, New York, USA, 611-645, 1972.
- [5] Greszczuk, L.B., Microbuckling Failure of Circular Fiber-Reinforced Composites, AIAJ, 13(10), 1311-1318, 1975.
- [6] Guz, A.N., Fracture Mechanics of Composites in Compression, Naukova Dumka, Kiev, Russian, 1990.
- [7] Dow, N.F., Gruntfest, I.J., Determination of Most Needed Potentially Possible Improvements in Materials for Ballistic and Space Vehicles, GE-TIS 60SD389, 1960.
- [8] Budiansky, B., Fleck, N.A., Compressive Kinking of Fiber Composites: A Topical Review, Applied Mechanics Reviews, Part 2, 47(6), 246-270, 1994.
- [9] Babich, I. Yu., Guz, A. N., Chekov, V.N., The Three-Dimensional Theory of Stability of fibrous and laminated materials, International Applied Mechanics, 37(9), 1103–1141, 2001.
- [10] Guz, N.A., Lapusta, Yu.N., Three-Dimensional Problems of the Near-Surface Instability of Fiber Composites in Compression (Model of a Piecewise-Uniform Medium, Survey), International Applied. Mechanics, 35(7), 641–670, 1999.
- [11] Green, A.E., Rivlin, R.S., Shield, R.T., General Theory of Small Elastic Deformation Superposed on Finite Elastic Deformations, Proceedings of the Royal Society Series A, 211(1104), 128-154, 1952.

- [12] Guz, N.A., *Fundamentals of the Three Theory of Stability of Deformable Bodies*, Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1999.
- [13] Guz, N.A., *Design Models in Linearized Solid Mechanics*, *International Applied Mechanics*, 40(5), 506–516, 2004.
- [14] Biot, M.A., *Mechanics of Incremental Deformations*, Wiley, New York, USA, 1965.
- [15] Gerard, G., Gilbert, A.C., *A Critical Strain Approach to Creep Buckling of Plates and Shells*, *J. Aerospace Sci.*, 25(7), 429–434, 1958.
- [16] Thachenko, E.A., Chekhov, V.N., *Stability of Laminate Between Two Homogeneous Half-Space Under Inelastic Deformation*, *International Applied Mechanics*, 41(5), 481–489, 2005.
- [17] Hoff, N.J., *A survey of the Theories of Creep buckling*, In *Proceedings of the Third US National Congress of the Applied Mechanics*, ASME, New York, USA, 1958.
- [18] Xiao, K.Q., Zhang, L.C., I., Zarudi, *Mechanical and Rheological Properties of Carbon Nanotube-Reinforced Polyethylene Composites*”, *Composite. Science Technology*, 67, 77–182, 2007.
- [19] Akbarov, S.D., A.N.Guz, *Mechanics of Curved Composites*, Kluwer Academic Publisher, Dortrecht-Boston-London, USA, 2000
- [20] Akbarov, S.D., A.N.Guz, *Mechanics of Curved Composites and Some Related Problems for Structural Members*, *Mech. Adv. Mater. Struct.*, 11(6), 445-515, 2004.
- [21] Akbarov, S.D., Sismam, T., Yahnioğlu, N., *On the Fracture of the Unidirectional Composites in Compression*, *Int. Y. Eng. Sci.*, 35, 1115–1135, 1997.
- [22] Akbarov, S.D., Kosker, R., *Internal Stability Loss of Two Neighboring Fibers in a Viscoelastic Matrix*, *Int. J. Eng. Sci.*, 42, 1847–1873, 2004.
- [23] Akbarov, S.D., Tekercioğlu, R., *Near-Surface Buckling Instability of a System Consisting of a Moderately Rigit Substrate, a Viscoelastic Bond Layer, and an Elastic Covering Layer*, *Mech. Compos. Mater.*, 42(4), 363–372, 2006.
- [24] Akbarov, S.D., Tekercioğlu, R., *Surface Undulation Instability of the Viscoelastic Half-Space Covered with the Stack of Layer in Bi-Axial Compression*, *Int. J. Mech. Scien.*, 49, 778-789, 2007.

- [25] Akbarov, S.D., Çilli, A., Guz, A.N., The Theoretical Strength Limit in Compression of Viscoelastic Layered Composite Materials, *Composites Part B: Engineering*, 30, 365–472, 1999.
- [26] Schapery, R.A., Approximate Method of Transform Inversion for Viscoelastic Stress Analysis, *Proc. US. Nat. Cong. Appl. ASME*, 4, 1075–1085, 1966.
- [27] Rabotnov, Yu.N., *Elements of Hereditary Mechanics of Solid Bodies*, Nauka, Moscow, Russian, 1977.
- [28] Eringen, A.C., *Nonlinear Theory of Continuous Media*, McGraw Hill, New York, 15-125, 1962.
- [29] Guz, A.N., *Stability of Three Dimensional Deformable Body*, Naukova Dumka, Kiev, Russian, 1971.
- [30] Guz, A.N., Three Dimensional Theory of Elastic Stability Under Finite Precritical Deformation, *Prikladnaya Mekhanika*, 8(12), 15–44, 1972.
- [31] Lekhnitskii, S.G., *Theory of Elasticity of Anisotropic Elastic Body*, Holden Day, San Francisco, CA, 1963.
- [32] Biot, M.A., Non-linear Theory of Elasticity and The Linearized Case for a Body Under Initial Stress, *Philas. Mag. Ser. Z*, 27, 89-115, 1939
- [33] Guz, A.N., *Stability of Elastic Body Under Finite Deformations*, Naukova Dumka, Kiev, Russian, 1973.
- [34] Guz, A.N., On The Three Dimensional Theory of Stability, Internal Instability *Prikl. Mech.*, 11, 3-11, 1985.
- [35] Guz, A.N., *Foundation of Three Dimensional Theory of Deformable Bodies Stability*, Vistaya Shcola, Kiev, Russian, 1986.
- [36] Babich Yu.I., Guz, A.N., Stability of Fibrous Composites, *Appl. Mech. Rev.*, 45, 61-80, 1992.
- [37] Guz, A.N., Three-Dimensional Theory of Stability of Carbon Nanotube in a Matrix II, *International Applied Mechanics*, 42(1), 19–31, 2006.
- [38] Guz, A.N., Guz, I.A., On Models in the Theory of Stability of Multiwalled Carbon Nanotubes in Matrix'', *International Applied Mechanics*, 42(6), 617–628, 2006.
- [39] Zhuk, Ya.A., Guz, I.A., Influence of Pre-Stress on the Velocities of Waves Propagating Normally to the Layers of Nanocomposites, *International Applied Mechanics*, 42(7), 729–743, 2006.

- [40] Akbarov, S.D., Guz A.N. Continuum Approach in the Mechanics of Curved Composites and Associated Problems for Structural Members, *International Applied Mechanics*, 38(11), 1285-13089, 2002.
- [41] Akbarov S.D., Guz A.N. Mechanics of curved composites (Piecewise-Homogeneous Body Model), *International Applied Mechanics*, 38(12), 1415-1439, 2002.
- [42] Akbarov, S.D., Yahnioğlu N., Rzayev, O.G., On Influence of the Singular Type Finite Elements to the Critical Force in Studying the Buckling of a Circular Plate with a Crack, *International Applied Mechanics*, 43(9), 120-129, 2007.
- [43] Akbarov, S.D., Three-dimensional stability loss problems of the viscoelastic composite materials and structural members, *International Applied Mechanics*, 43(10), 3-27, 2007.
- [44] Akbarov, S.D., Kosker, R., Simsek, K., Stress Distribution in an Infinite Elastic Body with a Locally Curved Fiber in a Geometrically Non-Linear Statement, *Mechanics of Composite Materials*, 41(4), 291-302, 2005.
- [45] Guz, A.N., Rushchitsky, J.J., Guz, I. A. Establishing fundamentals of the mechanics of nanocomposites, *International Applied Mechanics*, 43(3), 247-271, 2007.
- [46] Zhuk, Yu.A., Guz, I.A., Features of Plane Wave Propagation Along the Layers of a Pre-Strained Nanocomposites, *International Applied Mechanics*, 43(3), 361-379, 2007.

ÖZGEÇMİŞ

1971 yılında Afyon'da doğan Osman AKKOYUNLU, 1995 yılında Orta Doğu Teknik Üniversitesi Fizik Bölümünden mezun oldu. 2000 yılında Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim dalı'nda yüksek lisansını tamamladı. Çalışma hayatına, 1995 yılında Afyon Kocatepe Üniversitesi Fizik Bölümünde, Araştırma Asistanı olarak başladı. 1999 yılında TÜBİTAK Ulusal Metroloji Enstitüsünde (UME) Araştırmacı olarak çalışmaya başladı. TÜBİTAK UME'de 2000-2006 yılları arasında İlk Ulusal Referans Tork Standardı olan "1000 N·m kapasiteli Tork Standardı Makinesinin" gerçekleştirilmesi projesinde görev aldı. 2008-2011 yılları arasında "0,2 N·m ile 1000 N·m Ölçüm Aralığında TSE'de Tork Ölçümlerine Yönelik Statik Tork Ölçme Sistemlerinin Tasarlanması, Geliştirilmesi ve Kurulması" projesinde, proje çalışanı, 2009-2012 yılları arasında "TÜBİTAK UME Çevresel Test Merkezi Kurulması" projesinde, proje yürütücülüğü yaptı. 2014 ile 2016 yılları arasında ŞİŞECAM Bilim ve Teknoloji Merkezinde Kalite ve İdari İşler Yöneticisi olarak çalıştı. Osman AKKOYUNLU, iyi derecede İngilizce bilmektedir.