

**T.C.  
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ÇOK KATMANLI DİYAFRAM TİPİ PİEZOELEKTRİK  
AKTÜATÖRÜN ANALİTİK MODELLENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Mehmet Emin SAYAN**

**Enstitü Anabilim Dalı : MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ**

**Tez Danışmanı : Dr. Öğr. Üyesi Hüseyin DAL**

**Haziran 2021**

T.C.  
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

# ÇOK KATMANLI DİYAFRAM TİPİ PİEZOELEKTRİK AKTÜATÖRÜN ANALİTİK MODELLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mehmet Emin SAYAN

Enstitü Anabilim Dalı : MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ

Bu tez 16.06.2021 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliğ/oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

## **BEYAN**

Tez içindeki tüm verilerin akademik kurallar çerçevesinde tarafımdan elde edildiğini, görsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uygun şekilde sunulduğunu, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğunu, tezde yer alan verilerin bu üniversite veya başka bir üniversitede herhangi bir tez çalışmasında kullanılmadığını beyan ederim.

Mehmet Emin SAYAN

24 / 06 / 2021

## TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim boyunca değerli bilgi ve deneyimlerinden yararlandığım, her konuda bilgi ve desteğini almaktan çekinmediğim, araştırmanın planlanmasından yazılmasına kadar tüm aşamalarında yardımlarını esirgemeyen, teşvik eden, aynı titizlikte beni yönlendiren değerli danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Hüseyin DAL'a teşekkürlerimi sunarım.

Laboratuvar olanakları konusunda anlayış ve yardımlarını esirgemeyen Sakarya Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölüm Başkanı Prof. Dr. İmdat TAYMAZ'a teşekkür ederim.

# İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR.....	i
İÇİNDEKİLER.....	ii
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ.....	v
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	vii
TABLolar LİSTESİ.....	x
ÖZET.....	xi
SUMMARY.....	xii
BÖLÜM 1.	
GİRİŞ.....	1
BÖLÜM 2.	
KAYNAK ARAŞTIRMASI.....	21
2.1. Piezoelektrik Seramikler .....	21
2.1.1. Piezoelektrik malzemelerin tarihsel perspektifi.....	21
2.1.2. Piezoelektrik malzemelerin çalışma prensibi.....	22
2.1.3. Piezoelektrik ile lineer bünye denklemleri ilişkileri.....	24
2.2. Plak Teorisi.....	26
2.2.1. Klasik plak teorisi-Kirchhoff (CPT).....	28
2.2.1.1. Gerilme bileşenleri ile deformasyon bileşenleri arasındaki bağıntılar.....	31
2.2.1.2. Gerilme bileşenleri ile deplasman bileşenleri arasındaki bağıntılar.....	32
2.2.1.3. İç kuvvetlerin elde edilmesi.....	33
2.2.1.4. Diferansiyel elemanın kuvvet ve moment dengesi.....	35

2.2.2. Birinci mertebeden kayma deformasyonu plak teorisi-Uflyand Mindlin (FSDT).....	39
2.2.2.1.Gerilme bileşenleri ile deformasyon bileşenleri arasındaki bağıntılar.....	41
2.2.2.2. İç kuvvetlerin elde edilmesi.....	43
2.2.3. Yüksek mertebeden kayma deformasyonu plak teorisi (HSDT).....	44

### BÖLÜM 3.

MATERYAL VE YÖNTEM.....	51
3.1. Analitik Model.....	51
3.1.1. Çok katmanlı piezoelektrik aktüatörün çökmesinin analitik olarak elde edilmesi.....	53
3.1.2. Çok katmanlı piezoelektrik aktüatörün çökmesinin bölgelere ayrılarak incelenmesi.....	62
3.1.3. Çok katmanlı piezoelektrik aktüatörün katman konumlarının referans düzleme göre belirlenmesi.....	66
3.1.4. Çok katmanlı piezoelektrik aktüatörün rijitlik matrislerinin belirlenmesi.....	67
3.1.5. Aktüatör üzerine etkiyen eşdeğer piezoelektrik kuvvet ve momentlerin belirlenmesi .....	72
3.1.6.İntegral sabitlerinin belirlenmesi.....	73
3.2. Sonlu Elemanlar Modeli (FEM) .....	80
3.2.1. Geometrinin oluşturulması.....	81
3.2.2. Malzeme seçimi.....	81
3.2.3. Sınır şartları ve dış yüklerin tanımlanması.....	81
3.2.4. Eleman tipi.....	83
3.2.5. Problemin çözdürülmesi.....	84

### BÖLÜM 4.

ARAŞTIRMA BULGULARI.....	85
4.1. Analitik Modelleme.....	85

4.2. Sonlu Elemanlar Modellemesi (FEM).....	93
BÖLÜM 5.	
TARTIŞMA VE SONUÇ.....	98
KAYNAKÇA.....	101
ÖZGEÇMİŞ.....	107

## SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

CPT	: Klasik plak teorisi
CLPT	: Klasik lamine plak teorisi
$d_{31}$	: Kalık doğrultusundaki elektrik-mekanik bağlanma katsayısı
D	: Dielektrik deplasman
$E_f$	: Elektriksel yük
$E_k$	: Elastisite modülü
$\epsilon_{rr}, \epsilon_{\theta\theta}$	: Radyal ve teğetsel yöndeki birim şekil değişimi
FDC	: Eriyik yığıma seramikler
FGM	: Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzeme
FSDT	: Birinci mertebeden kayma deformasyonu teorisi
HSDT	: Yüksek mertebeden kayma deformasyonu teorisi
$\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}$	: Radyal ve teğetsel yöndeki gerilme
MEMS	: Mikro-elektromekanik sistemler
$N_r, N_\theta$	: Radyal ve teğetsel yöndeki net kuvvet
$M_r, M_\theta$	: Radyal ve teğetsel yöndeki net moment
P	: Uniform akışkan basıncı
PDMS	: Polidimetilsiloksan
POSFET	: Piezoelektrik Oksit Yarı İletken Alan Etkili Transistor
PVDF	: Poliviniliden Florür
PZT	: Piezoelektrik zikronat titanat
$Q_k$	: Gerilimi azaltılmış yüzey rijitlik matrisi
$Q_r$	: Düşey doğrultudaki kesme kuvvet
$r, \theta, z$	: Polar koordinat bileşenleri
$R_i, R_m, R_o$	: İç, orta ve dış bölgenin yarıçapı
SDM	: Tek diyaframlı mikro-pompa
$S_{11}^E$	: Elastik gevşeklik
THUNDER	: İnce katmanlı unimorf (tek yönde tahrikli) sürücü



$u_i, u_m, u_o$  : İç, orta ve dış bölgedeki yanal yer değiştirme  
 $\nu_k$  : Poisson oranı  
 $w_i, w_m, w_o$  : İç, orta ve dış bölgedeki düşey yer değiştirme

## ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1. Elektrik ve elastik fenomenlerin etkileşimi.....	23
Şekil 2.2. Direkt piezoelektrik etkinin molekül üzerinde gösterilmesi [56].....	24
Şekil 2.3. Bünye denklemlerindeki tensör yönleri.....	25
Şekil 2.4. Kirchoff İnce Plak Teorisi [62].....	30
Şekil 2.5. Plağın birim elemanı üzerindeki gerilmeler.....	33
Şekil 2.6. Diferansiyel eleman üzerindeki iç kuvvet ve momentlerin dengesi.....	35
Şekil 2.7. Tarafsız düzlem üzerindeki kuvvet ve moment dengesi.....	36
Şekil 2.8. Mindlin Plak Teorisi [62].....	40
Şekil 2.9. Diferansiyel eleman üzerindeki iç kuvvet ve momentlerin dengesi [67].....	43
Şekil 2.10. Yüksek Mertebeden Kayma Deformasyonu Plak Teorisi [62].....	44
Şekil 3.1. SDM (Tek diyaframlı mikro-pompa) mikro-pompanın açılımı.....	51
Şekil 3.2. Polar koordinat sistemine sahip 7 katmanlı dairesel aktüatörün yapısı.....	52
Şekil 3.3. Analitik modellemede kullanılan kuvvet ve momentlerin diferansiyel eleman üzerinde gösterilmesi.....	59
Şekil 3.4. Analitik modellemede kullanılan piezoelektrik aktüatörün parçalanmış modeli.....	62
Şekil 3.5. Analitik modellemede kullanılan aktüatörün katmanlarının referans düzleme göre olan mesafeleri.....	66
Şekil 3.6. Piezoelektrik aktüatörün 3 boyutlu modeli.....	81
Şekil 3.7. Direkt piezoelektrik etki [77].....	82
Şekil 3.8. Sonlu elemanlar yönteminde kullanılan eleman tipleri; tetrahedral(a), hexahedral(b), pentahedral(c), piramit(d).....	83
Şekil 3.9. Piezoelektrik aktüatörün sonlu elemanlar modeli.....	84
Şekil 4.1. 0.1 kPa basınç altında farklı voltajlar için piezoelektrik aktüatörün merkez çizgisi(a) ve merkez noktasındaki(b) çökmeler.....	86

Şekil 4.2. 100 V gerilim altında farklı basınçlar için piezoelektrik aktüatörün merkez çizgisi(a) ve merkez noktasındaki(b) çökmeler.....	87
Şekil 4.3. 100 V gerilim ve 0.1 kPa basınç altında piezoelektrik katmanın kalınlığının silikon katmanının kalınlığına göre değişiminin merkez çizgi(a) ve merkez nokta(b) üzerindeki çökmeye olan etkisi.....	88
Şekil 4.4. 100 V gerilim ve 0.1 kPa basınç altında piezoelektrik katmanın kalınlığının pirinç katmanının kalınlığına göre değişiminin merkez çizgi(a) ve merkez nokta(b) üzerindeki çökmeye olan etkisi.....	89
Şekil 4.5. 100 V gerilim ve 0.1 kPa basınç altında piezoelektrik katmanın kalınlığının gümüş katmanının kalınlığına göre değişiminin merkez çizgi(a) ve merkez nokta(b) üzerindeki çökmeye olan etkisi.....	90
Şekil 4.6. 100 V gerilim ve 0.1 kPa basınç altında iç bölgenin yarıçapının orta bölgenin yarıçapına göre değişiminin merkez çizgi(a) ve merkez nokta(b) üzerindeki çökmeye olan etkisi.....	91
Şekil 4.7. 100 V gerilim ve 0.1 kPa basınç altında iç bölgenin yarıçapının dış bölgenin yarıçapına göre değişiminin merkez çizgi(a) ve merkez nokta(b) üzerindeki çökmeye olan etkisi.....	91
Şekil 4.8. 100 V gerilim ve 0.1 kPa basınç altında orta bölgenin yarıçapının dış bölgenin yarıçapına göre değişiminin merkez çizgi(a) ve merkez nokta(b) üzerindeki çökmeye olan etkisi.....	92
Şekil 4.9. 100 V gerilim ve 0.1 kPa basınç altında piezoelektrik katmanın elastisite modülünün diğer katmanlara göre değişiminin plak merkez çizgisi üzerindeki çökmeye olan etkisi.....	93
Şekil 4.10. 0.1 kPa basınç altında farklı voltajlar için piezoelektrik aktüatörün merkez çizgisi(a) ve merkez noktasındaki(b) çökmeler (Sonlu Elemanlar Yöntemi).....	93
Şekil 4.11. 100 V gerilim altında farklı basınçlar için piezoelektrik aktüatörün merkez çizgisi(a) ve merkez noktasındaki(b) çökmeler (Sonlu Elemanlar Yöntemi).....	94
Şekil 4.12. 0.1 kPa basınç ve farklı voltajlar altında piezoelektrik aktüatörün analitik ve sonlu elemanlar modeli (FEM); sonuçları merkez çizgisi(a), merkez noktasındaki(b) çökmeler.....	95

Şekil 4.13. 100 V gerilim ve farklı basınçlar altında piezoelektrik aktüatörün analitik ve sonlu elemanlar modeli (FEM); sonuçları merkez çizgisi(a), merkez noktasındaki(b) çökmeler.....	96
Şekil 4.14. Sabit 0.1 kPa altında voltaja göre sonlu elemanlar modellemesindeki hata (a) ve sabit 100 V gerilim altında basınca göre sonlu elemanlar modellemesindeki hata (b).....	97

## TABLolar LİSTESİ

Tablo 2.1. Mikro-pompaların sınıflandırılması.....	25
Tablo 3.1. Katmanların geometrik özellikleri ve malzeme özellikleri.....	63
Tablo 3.2. Piezoelektrik katmanın özellikleri [73].....	64

## ÖZET

Anahtar kelimeler: Piezoelektrik aktüatör; mikro-pompa, valfsiz mikro-pompa, silikon diyafram, statik modelleme, sonlu elemanlar modelleme

Bu çalışmada mikro-pompa aktüasyonunda kullanılan çok katmanlı dairesel diyafram tipi piezoelektrik aktüatörün çalışma performansını etkileyen voltaj, uniform akışkan basıncı, geometrik özellikler ve mekanik özellikleri gibi parametrelerin düşey çökme davranışı üzerindeki etkileri analitik yöntem ve sonlu elemanlar yöntemiyle incelenmiştir.

Analitik modelleme çalışmalarında Kirchoff ince plak teorisine dayanan klasik çok katmanlı plak teorisi (CLPT) kullanılmıştır. Aktüatörün yüksek dereceden homojen olmayan statik çökme denkleminin çözümü olan matematiksel model, uygulanan voltaj ve basınç yükünün yanı sıra geometrik özellikler ve malzeme özelliklerine de bağlı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca elde edilen sonuçları karşılaştırmak amacıyla nümerik analiz yapılmıştır. Uygulanan voltaj yükü altındaki piezoelektrik seramik katman-elektrik etkileşimi, uniform akışkan basıncı altındaki pasif silikon katman-akışkan etkileşimi ve plak sınır şartlarının da tanımlanmasıyla bir sonlu elemanlar modeli oluşturulmuştur.

Çalışmada elde edilen sonuçlara göre kenarlarından ankastre çok katmanlı dairesel unimorf (tek yönde tahrikli) piezoelektrik aktüatörün çökme performansının bağlı olduğu parametreler gerilim, akışkan basıncı, geometrik özellikler ve malzeme özellikleri olduğuna ulaşılmıştır. Statik çökme verilerine göre çizilen düşey çökme grafiklerinden elde edilen sonuçlar neticesinde çökme performansı çalışma şartları içerisinde olarak maksimum voltaj ve düşük akışkan basıncı ile artmıştır. Ayrıca minimum katman kalınlıklarının yanı sıra maksimum piezoelektrik katman yarıçapı ve minimum pasif katman yarıçapı da çökme davranışını iyileştirmiştir. Ek olarak katman rijitlikleri açısından aktif piezoelektrik katman rijitliğinin hariç diğer katman rijitliklerinin artması çökme performansını olumsuz yönde etkilemiştir. Sonlu elemanlar analizi sonucunda elde edilen veriler ise analitik modelleme sonucu elde edilen verilerle iyi bir uyum göstermiş olup bu tür bir modelleme için tercih edilebilecek alternatif bir yol olarak kullanılabilir.

# **ANALYTICAL MODELING OF MULTILAYER DIAPHRAGM TYPE PIEZOELECTRIC ACTUATOR**

## **SUMMARY**

Keywords: Piezoelectric actuator, micropump, valveless micropump, silicon diaphragm, static modelling, finite element modelling

In this study, the effects of parameters such as voltage, uniform fluid pressure, geometric properties and mechanical properties, which affect the operating performance of the multilayer circular diaphragm type piezoelectric actuator used in micro-pump actuation, on the transverse deflection behavior were investigated by analytical method and finite element method.

Classical laminated plate theory (CLPT) based on Kirchoff thin plate theory was used in analytical modeling studies. The mathematical model, which is the solution of the high-order inhomogeneous static deflection equation of the actuator, has been found to depend on the applied voltage and pressure load, as well as geometric properties and material properties. In addition, numerical analysis was performed to compare the results obtained. A finite element model was created by defining the piezoelectric ceramic layer-electric interaction under applied voltage load, passive silicon layer-fluid interaction under uniform fluid pressure, and plate boundary conditions.

According to the results obtained in the study, it was concluded that the parameters on which the deflection performance of the multilayer circular unimorph (single direction driven) piezoelectric actuator, which is clamped at the edges, depend on the voltage, fluid pressure, geometric properties and material properties. As a result of the results obtained from the transverse deflection plots drawn according to the static deflection data, deflection performance increased with maximum voltage and low fluid pressure under operating conditions. In addition to the minimum layer thicknesses, maximum piezoelectric layer radius and minimum passive layer radius also improved the deflection behavior. Also, in terms of layer stiffnesses, the increase in the stiffness of the other layers, except for the active piezoelectric layer stiffness, adversely affected the deflection performance. The data obtained as a result of the finite element analysis showed good agreement with the data obtained as a result of analytical modeling and can be used as an alternative way to be preferred for this type of modelling.

## BÖLÜM 1. GİRİŞ

Özellikle enine bükülmüş plakalardaki deliklerin kenarlarında gerilme konsantrasyonu sorunu ön plana çıkmaktadır. Bu sorun, klasik plak teorisine göre delik çapının plaka kalınlığı kadar küçük hale getirildiğinde deneysel verilere uygun olmayan sonuçlara yol açmaktadır. Reissener, plakanın düzlemine dikey ve yatay yönde elastik özellikleri farklı olan homojen ve homojen olmayan (sandviç) plakaları kullanarak konsol plaka bükülmesi ile ilgili çalışmıştır. Homojen plaka için sonuçlar daha önceden St. Venant'ın minimum enerji yaklaşımı çözümünün doğruluğunu gösterirken, homojen olmayan plaka ile ilgili bu durum daha önce çalışılmamıştır. Yapılan çalışma sonuçlarına göre gerilmeler temel elastisite prensiplerinin kullanılmasıyla elde edilirken, gerilme ve birim şekil değişimi arasındaki ilişkiyi elde etmek için Lagrange çarpanı metodu kullanılmıştır [1].

1944 yılında Reissener tarafından geliştirilen plak teorisinde kesme kuvvetlerini içeren ve aynı zamanda moment ve yer değiştirmeleri analitik yolla belirlemek için bazı revizyonlar yapılmalıdır. Esasında bu yaklaşım en temel olarak Kirchhoff'un ince plak teorisinin esas alan klasik plak teorisidir. Ancak bu yaklaşımda, kesme kuvvetlerini dikkate almayı engelleyen kabuller mevcuttur. Lehnhoff, Reissener'in metoduna çok benzer ve denklemlerinin daha basit bir versiyonunu kullandı. Bu metot, dairesel plakların klasik küçük yer değiştirme teorisi ile ele alınabilen hemen hemen her probleme entegre edilebilen bir çözüm sunmaktadır. Ayrıca klasik plak teorisinden daha hatasız olmakla birlikte bu teoride anormallikleri ve tutarsızlıkları da ortadan kaldırmaktadır [2].

Whitney, katmanlı plakaların her bir katmanın malzeme eksenlerinin, plaka eksenlerine göre keyfi yönelime sahip olduğu simetrik yapıları ve kayma deformasyonun, kompozit plakaların davranışı üzerindeki davranışını inceledi. Ayrıca



enine yükleme, eğilme titreşimlerinin doğal frekansı ve özel konstrüksiyonlara sahip katmanlı yapılar için kapalı çözümlerini elde ederek elde ettiği sonuçları, CLPT sonuçları ile karşılaştırarak kayma deformasyonunun etkisi incelemiştir [3].

Enine kayma etkilerini içeren ve katmanlı anizotropik plakalara kolaylıkla adapte edilebilen sonlu elemanlar analiz tekniği ile ilgili çalışmalar yapılmıştır. Her katman için enine kayma gerilmeleri, elastik denge denklemlerinden türetilmiştir. Türetilen bu veriler daha sonra gerçek elastisite sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Sonuçlara göre Whitney'in çalışmasını doğrulayan bir levha davranışına ulaşılmıştır [4].

Kalın plakaların ister homojen ister heterojen (sandviç) olsun küçük deplasmanları için genel bir statik teori geliştirildi. Daha önceden kalın plakalar için Reissener'in teorisi en yaygın ve kabul görülen teoriydi. Bu teori, çoğu uygulama için üç boyutlu statik davranışı oldukça iyi derecede temsil etmek için iki boyutlu ve altıncı mertebeden bir plaka teorisi ile yapılabilecek en iyi teoridir. Ancak yapmış olduğu bazı kabuller ile ilgili bazı eksiklikleri mevcuttur. Wang, daha önceki yer değiştirme yaklaşımına dayanan teoriyi, doğrudan üç boyutlu elastisitenin genel denklemlerini kullanarak daha açık ve eksiklikleri giderilmiş bir teori geliştirilmiştir [5].

Homojen olmayan kayma deformasyonun plakanın dinamik davranışı üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Enerji metodu kullanılarak ana denklemler kümesi çıkartıldı. İlk denklem kümesi ile her bir katmanın belirgin bir kayma deformasyonuna uğradığı kabul edilirken ikinci denklem kümesi ile kayma gerilmelerinin katmanların ara yüzlerinde sürekli olması için lokal enine kayma deformasyonlar sınırlandırılmıştır. Üçüncü denklem kümesiyle, katmanlardaki enine kesme deformasyonlarının aynı olması şart koşuldu. Ardından orta düzlem simetrisine sahip katmanlı özel bir sınıf plakanın hem lokal hem de toplam enine kayma deformasyonlarını açıklayan bir dizi hareket denklemi elde edildi. Bununla birlikte üç katmanlı bu plakanın isotropik ve ortotropik olduğu iki ayrı durum için titreşimleri incelendi. Yapılan çalışmalar neticesinde lokal kayma deformasyonlarının etkisi, katman bileşenlerinin enine kayma rijitlikleriyle ve iç yapılarıyla oldukça ilişkili olduğunu tespit edilmiştir. Bunun yanı

sıra lokal kayma deformasyonlarının etkisi, düşük frekans durumları için ihmal edilebilmektedir [6].

Mikro-mekanik, kompozit malzemenin heterojen olduğu ve bileşen malzemelerinin etkileşiminin ayrıntılı olarak incelendiği ayrıca lokal etkilerin ön planda olduğu davranıştır. Makro-mekanik ise, kompozit malzemenin homojen olduğu ve bileşen malzemelerin etkilerinin sadece standart özellikler olarak tespit edildiği davranıştır. Makro-mekaniği esas alınarak gerçekleştirilen bu çalışmada kayma deformasyonları da dikkate alınarak, katmalı kompozit plakanın lineer, transient, elastik ve plastik davranışlarının analizini gerçekleştirdi. Yapılan deneyler ve analizler neticesinde, anizotropik lamine plakalar için, geliştirilen HSDT (Yüksek mertebeden kayma deformasyonu teorisi), FSDT (Birinci mertebeden kayma deformasyonu teorisi)'den daha doğru sonuçlar vermiştir. Bunun yanı sıra kesme düzeltme faktörünün doğru belirlenmesi, FSDT kullanılarak elde edilen sonuçların doğruluğu için çok önemlidir [7].

Piezoelektrik aktüatörü ve yüzeylerine yapıştırılmış sensörler olan ve basit mesnetli dikdörtgen ve her katmanın birbiriyle mükemmel bir şekilde birbirine bağlandığı varsayılan kompozit bir plakanın sürekli durum titreşimlerini analiz etmek için piezo-esnekliğin üç boyutlu doğrusal teorisi kullanılmıştır. Problemin, analitik çözümünü bulmak için Fourier serisi yöntemi tercih edilmiştir. Bu analitik çözüm, piezoelektrik aktüatör vasıtasıyla sabit bir titreşime maruz kompozit bir plakanın şekil kontrolünü incelemek için kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar, düzlem dışı yer değiştirmeleri kontrol etmek için minimum voltaj gerektirecek şekilde uyarılmış dikdörtgen plakanın ağırlık merkezinin optimum yeri belirlenmiştir [8].

Düşük hesaplama maliyeti, geometrik özellikler ve malzeme özellikleri gibi parametrelerde değişiklik yapmanın oldukça kolay olduğu analitik yöntem; sandviç plakaların rijitlik, kütle ve sönüm karakteristiği çalışmalarında oldukça çok tercih edilmektedir. Ancak, analitik yöntemeye dayanan çalışmalar hala frekanstan bağımsız sönümleme modelleri ile sınırlıdır. Bundan dolayı bal peteği sandviç plakalar kompozit lamine plak teorisi ile hücresel malzeme teorisine dayanarak analitik olarak

çalışılmıştır. Problem iki boyutlu basit mesnetli bir model olarak basitleştirilmiştir. Ardından sandviç plakanın bal peteği çekirdek düzeni sonuçları iki farklı çekirdek düzeni modeli ile karşılaştırılmıştır. Frekans cevabı sonuçları, farklı çekirdek yapısına sahip olan sandviç plakaların rijitlik ve kütlelerindeki farklılıklar nedeniyle rezonans frekansında da değişikliklerin meydana getirdiğini göstermiştir. Ayrıca sönüm olamaması durumu için orthotropik özelliklere sahip sonlu elemanlar metodu, analitik yöntemi doğrulamak için kullanılmıştır [9].

Elastik plakaların geniş deplasmanlarını ifade eden Von Karman denklemi, basit olarak mesnetlenmiş uniform basınca maruz dairesel plaklar için Freidrichs ve Strokes tarafından çözülmüştür. Bu çözüm, başlangıçtaki eğilmiş durumda mevcut olan kenar reaksiyon kuvvetlerinin başlangıçtaki eğilme yüküne oranının sonsuz derecede büyük hale gelmesine kadar olan plaka davranışını tarif eder. Ardından Bodner, ankastre dairesel plakaların eğilme sonrası davranışını belirlemek için, Freidrichs ve Strokes'un metodunu geliştirmiştir [10]. Literatürde polar ortotropiye sahip dairesel plakların titreşimiyle ilgili çalışmalar mevcuttur. Öte yandan dikdörtgen ortotropiye sahip dairesel plaklar ile ilgili bilgiler oldukça sınırlıdır. Sanchez ve arkadaşları dikdörtgen ortotropiye sahip ankastre dairesel plaklar ve dıştan ankastre içten serbest olan halkasal plakların enine titreşimlerinin temel frekanslarıyla ilgili çalışmışlardır [11].

Esnek yapıların titreşimleri mühendislik uygulamaları için önemli bir çalışma alanı olmuştur. Bu esnek yapılar genellikle tek boyutlu (tel, bar, şaft ve kiriş), iki boyutlu (membran ve plaka) veya üç boyutlu (kabuk) olarak modellenebilmektedir. Binalar, hava araçları, otomobil ve basınçlı kaplar gibi birçok uygulama alanına sahiptir. Ayrıca basit ve karmaşık tahriklerde veya farklı sınır koşulları altında bu yapıların temel frekanslarının bilinmesi önemlidir. Rashidifar ince plakaların titreşimini hem analitik hem de yaklaşık metotlarla incelemiştir. Bunun için hesaplamalı analizi oldukça basitleştiren Sınır Karakteristik Ortogonal Polinomlar (BCOP) metodunu kullanmıştır. Bu yöntem Raleigh-Ritz metodu ve Mod metodu için geçerli olan trigonometrik fonksiyonlar ve Bessel fonksiyonlarına olan ihtiyacı ortadan kaldırmıştır. Bununla birlikte elektrik alanının yer değiştirmesi ve ortotropik özellikleri gibi parametreler dikkate alınarak piezoelektrik aktüatörler için

basitleştirilmiş bir model türetilmiştir. Oluşturulan modelin hareket denklemleri BCOP yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Plakanın hareket denklemi için genişletilmiş Hamilton prensibi kullanılmıştır. Yapılan analitik çözümün deneysel doğrulaması dairesel ve halkasal elektromanyetik aktüatör ve piezoelektrik aktüatörler kullanılarak yapılmıştır [12].

Schiffer yüksek hızdaki rijit küre bir merminin darbesine maruz ankastre dairesel kompozit plakanın transient elastik cevabını belirleyebilmek için analitik bir model geliştirdi. Bu model plakaların birinci mertebeden kayma deformasyon teorisini esas almaktadır. Aynı zamanda yüksek deformasyon etkisini, eğilme dalgalarının yayılması ve yansımalarını da hesaba katmaktadır. Analitik çözümden elde edilen plakanın çökmesi ve maksimum birim şekil değişimi yapılan sonlu elemanlar simülasyonu sonuçlarıyla iyi bir uyum yakalamıştır [13].

İnce, elastik, isotropik ve uniform olmayan dairesel ve halka şeklindeki plakların dinamik ve statik analizi için yeni bir metot üzerinde çalışılmıştır. Bu metot klasik dairesel plak teorisine sonlu elemanlar analizinin bir kombinasyonudur. Plaka bir daire ve bir halka şeklinde iki parça şeklinde modellenmiştir. Bununla birlikte deplasman denklemleri klasik plak teorisinden türetilmiştir. Ayrıca yer değiştirme denklemleri, sonlu elemanlar metodunun yakınsama kriterlerini de karşılamaktadır. Kütle ve rijitlik matrisleri sonlu elemanlar metoduyla, hassas analitik integrasyon ile belirlenmiştir. Kütle ve rijitliğin yanı sıra farklı durumlar için doğal frekanslar ve titreşim modları hesaplanmıştır. Elde edilen frekanslar, literatürdeki diğer çalışmalarda elde edilen sonuçlarla uyumlu olduğunu göstermektedir [14].

Darbe (impuls) zorlanmaya maruz dairesel metalik plakanın dinamik davranışını, analitik yaklaşımla incelenmiştir. Enerji denge denklemlerinin kullanıldığı yöntem plaka malzemesinin visko-plastik davrandığını varsaymaktadır. Dolayısıyla yöntem kinetik enerjinin ve plakanın plastik çalışmasını dikkate almıştır. Bunun yanı sıra yapılan modelleme dönme ataletleri, membran kuvvetleri, radyal ve çevresel kuvvetlerini içermektedir. Çalışma sonucunda elde edilen sonuçlar deneysel verilerle oldukça yakınlık göstermiştir. Model, farklı değerlere sahip dış basınçların farklı

geometrilere sahip metal plakalar üzerindeki etkisini simüle etmek için kullanılmıştır. Gerçekleştirilen çalışma neticesinde beklenen kalıcı enine çökme değeri, plaka kalınlığından fazla olması durumunda membran kuvvetleri analize dahil edilmelidir [15].

Mikro-pompa uygulamalarında kullanılan piezoelektrik aktüatörlerin kapalı formdaki analitik denklemleri bu sistemlerin davranışlarını ön görmek için oldukça önemlidir. Li ve Chen piezoelektrik aktüatörün pasif katmanının kalınlığı boyunca lineer birim şekil değişimi kabulü yaparak pasif plakanın çökmesini bu kabul üzerine elde etmişlerdir. Ayrıca piezoelektrik aktüatörün performansına etki eden piezoelektrik diskin, pasif katmanın ve yapıştırıcı katmanın boyutsal ve mekanik özellikleri incelenmiştir. Analitik çözümün yanı sıra sonlu elemanlar yöntemi ve deneysel olarak da çalışılmıştır. Yapılan çalışmalar neticesinde elde edilen sonuçlara göre bu üç yöntemin oldukça yakın sonuçlar verdiği tespit edilmiştir [16].

Literatürde membran titreşiminin teorik çalışmaları oldukça yaygındır. Ancak deneysel çalışmalar oldukça azdır. Bundan dolayı membran titreşimi deneysel olarak incelenmiştir. Bunun için dairesel bir plağın titreşim deneyleri gerçekleştirildi. Deney esnasında temassız bir vibrometre yardımıyla veriler alındı. Daha sonra da elde edilen veriler lineer titreşim teorisi ile karşılaştırıldı. Sonuçlara göre mod şekillerinin lineer teoriyle de açıklanabildiği tespit edilmiştir. Bununla birlikte tahrik bölgesinin membranın çapından çok daha küçük olduğu durumlarda, tahrik frekansı belli bir gerilim için arttıkça, titreşimlerin tahrik bölgesi etrafında daha da fazla lokalize olduğu gözlemlenmiştir. Ek olarak, membran büyüklüğü sonlu olduğunda, rezonans titreşimlerinin belirli bir gerilim için frekans artışı ile gittikçe daha fazla lokalize olma eğiliminde olduğunu ve bu etkinin membran gerilimindeki azalma ile güçlendirildiği gösterildi. Teorik sonuçlar aynı zamanda lokalizasyon eğiliminin, membranların doğal rijitliği ile atalet arasındaki ilişkililerden kaynaklandığını göstermiştir [17].

Tanveer ilk olarak homojen kare ve eşkenar dörtgen plakaların lineer burulması ve serbest titreşimini farklı sınır şartları altında inceledi. Ardından piezoelektrik malzeme içeren ve içermeyen lamine kompozit plakaların lineer ve non-lineer zorlanmış

titreşimlerini inceledi. Membran modellenmesinde kullanılan denklemler birinci mertebeden kayma deformasyonuna uğrayabilen plak teorisini (FSDT) diğer bir değişle Reissener-Mindlin Plak teorisini esas almıştır. Ve çözüm kısmında ise deplasman temelli sonlu elemanlar yönteminin genelleştirilmiş bir biçimi olan P-tipi çözüm yöntemi kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre mevcut yöntemdeki sonuçların, sonlu elemanlar yönteminden olan farklılığı, yer değiştirme alanı polinomlarının dereceleri arttırılarak iyileştirilebilir. Ayrıca yöntem piezoelektrik kaplamalar ve fiber takviyeli lamine çekirdek ile inşa edilen sandviç plakaların analizi için başarıyla kullanılabilir [18].

Piezoelektrik etkilerin ve aynı zamanda elastik etkilerin olduğu bir sonlu elemanlar formülasyonu geliştirilmiştir. Elektriksel değişkenler ve elastik değişkenler arasında güçlü bir benzerlik söz konusudur. Dolayısıyla elektro-elastisite, dinamik matris şeklinde formüle edilebilir ve yapısal dinamik denklemine indirgenebilir. Allik ve Hughes, piezoelektrik etkiyi sonlu elemanlar formülasyonuna dahil ederek genel bir elektro-elastik analiz yöntemi geliştirmiştir. Burada mevcut olan matris formunda verilen teori, varyasyon prensibinin geliştirilmiş halidir. Ayrıca piezoelektriklik için türetilmiş olan dinamik matris denklemi, yapısal dinamiklerde karşılaşılan normal bir matris denklemine indirgenebilir olduğu bulunmuştur [19].

Piezoelektrik seramikler hem mekanik kuvvetin algılama hem de uygulanan elektrik alan altında tahrik üretildiği uygulamalarda oldukça fazla kullanılmaktadır. Bu seramiklerin, piezoelektrik katsayılarının nispeten düşük değerleri nedeniyle birim şekil değişimleri yaklaşık %0,1 civarındadır. Bu çalışmada yüksek performanslı piezoelektrik aktüatörleri geliştirmek ve optimize etmek için FDC (Eriyik Yığma Seramikler) tekniği ile kubbe, spiral, teleskop ve çok malzemeli ve çok katmanlı bimorph piezoelektrik aktüatör sistemleri üzerinde çalışılmıştır. Bunun için deneyler ve sonlu elemanlar metodu yoluyla piezoelektrik aktüatörlerin deplasman davranışları anlamaya çalışılmıştır [20].

Enerji toplama, kablosuz ve sensör ağlarında kullanıldığı gibi enerjinin harici kaynaklardan edildiği, yakalandığı ve küçük kablosuz cihazlar için depolandığı bir

süreçtir. Bu çalışmada ise amaç, uygulanan mekanik kuvvet, basınç veya gerilme ile ilgili olarak maksimum elektrik enerjisi üretimine yol açan faktörleri belirlemektir. Üç farklı numune kullanılarak uygulanan kuvvet veya basınç sonucu elektrik enerjisi üretimi ile sonuçlanan bu prosesin ayrıntılı matematiksel modellemesini yapıldı. Bu numuneler değiştirilmemiş diyafram, yarıçapın yarısında yeniden gruplandırılan diyafram ve yarıçapın dörtte üçünde yeniden gruplandırılan diyaframdır. Ardından piezoelektrik jeneratör (PEG) diyafram için elde edilen teorik sonuçları destekleyen bir dizi deney yapıldı. Deney sonuçlarına göre artan frekans piezoelektrikte daha hızlı basınç ve stres değişimine neden olduğu için daha yüksek voltaj üretimiyle sonuçlanmıştır [21].

Piezoelektrik dönüştürücüler yaygın olarak kullanılmakla birlikte kullanımı günden güne artmaktadır. Malzeme parametrelerine göre rezonans frekansı ve titreşim modunun nasıl elde edileceği, tasarım sürecinde çözülmesi gereken temel sorundur. Çalışma sırasında hem elektriksel hem de mekanik özellikler devrede olduğundan dolayı geleneksel plakanın titreşim teorisi, bu problemi çözmek için yeterli gelmemektedir. Bunun için problem, parametrik tasarım dili kullanılarak sonlu elemanlar metodu ile modellenmiş ve belli sınır koşulları uygulanmıştır. Bu yöntem geleneksel yöntemden hem daha hızlıdır hem de problemin analiz sürecini hızlandırmıştır. Elde edilen simülasyon sonuçları deneysel değerlerle tamamen yakın bulunmuştur [22].

Wang PZT (kuşun zikronat titanat) film içeren mikro-elektromekanik sistemlerinden olan ivmeölçerlerin modellenmesi, üretimi ve testlerini gerçekleştirdi. Konsol giriş, trampolin ve halkasal diyafram şeklinde üç farklı tipteki yapılarla çalışıldı. Çalışma neticesinde ortaya çıkan ivmeölçerler; yüksek performanslı, minyatür, seri üretime uygun ve potansiyel olarak entegre edilebilir mikro-elektromekanik piezoelektrik cihazlardır. Çalışmanın diğer katkıları ise piezoelektrik ivmeölçerler için analitik ve sonlu elemanlar modellerinin geliştirilmesi, ivmeölçerler için uygun bir imalat yolunun geliştirilmesi, DREI (Derin çukur aşındırma iyonu) işleme yöntemiyle birleştirilmiş kalın plakaların aşınması ve ölçülen hassasiyet değerlerinin tahmin edilen değerlerle karşılaştırılmasıdır [23].

Dağıtılmış yapılar denilen sistemlerde, bileşenler farklı platformlarda olmasına rağmen belirli bir hedefe ulaşmak için bir iletişim ağı üzerinden birbirleriyle iş birliği yapmasıdır. Bu yapılar piezoelektrik mikro-motorlar ile dağıtılmış yapıların özelliklerini içerdiğinden oldukça avantajlıdır. Dağıtılmış yapıyı piezoelektrik mikro-motorlarda kullanmak için bir motor yapı bloğu gereklidir. Bunun için de C-bloğu adı verilen bir piezoelektrik mikro-motor yapı taşı geliştirilmiştir. Brei ve Moskalik mikro-motorların gelişimini sunmakla beraber cihaz tasarımı, üretimini ve matematiksel modellemesini yaptılar. Bununla birlikte gerekli deneyleri yapıp sistemin doğrulamasını yaptılar [24].

Gerlach ve Wurmus, piezoelektrik tahrikli zıt yönlü çalışan mikro-pompa modelini incelediler. Akışı yönlendirmek için dinamik pasif valfler denilen yöne bağlı dinamik davranışa sahip olan mikro şekilli kanallar kullanıldı. Bu çözüm, tasarım prosesini kolaylaştırmakla birlikte üretimi de daha ucuz hale getirmiştir. Ardından deneysel çalışmalar yapılmıştır. Deneysel sonuçlar, dinamik mikro-pompanın, sürekli sıvı iletimi veya hidrolik aktivasyonlu mikro-sistemler gibi bazı uygulamalarda statik tipte bilinen çözümlerle rekabet edebileceğini göstermiştir. Bu çalışmanın esas avantajı ise ucuz bir imalat süreci ve yüksek güvenilirlik getiren basit geometridir. Ayrıca basit geometri, fonksiyon elemanları arasında güçlü, neredeyse kayıpsız mekanik bağlantıyı sağlayan yüksek çalışma frekansı aralığı sağlamaktadır [25].

Elektriksel, termal ve her ikisinin birlikte olduğu yükleme durumu altında dairesel ve halkasal plakanın non-lineer statik ve dinamik cevabını incelenmiştir. Asıl amaç ise mikro-makineler özellikle sensör ve mikro-pompaları incelemektir. Aktüatörler, Von Karman'ın yüzey gerilme ve geniş deformasyon durumundaki plakalar için geliştirdiği non-lineer modeli kullanılarak modellenmiştir. Daha sonra problem ilk olarak non-lineer statik çökme için çözüldü. Ardından deplasmana uğramış şekil için lineerleştirilmiş öz değer problemi olarak çözüldü. Ardından aktüatörün mod şekillerine karşılık gelen lineer doğal frekansları ve statik karakteristiğini ifade eden sonuçlara ulaşılmıştır. Elde edilen sonuçlar yüksek sıcaklıktaki bir ortamda çalışan



sensörlerin geometrisini ve performansını optimize etmek için bir araç sağlamaktadır [26].

Dış basınçtaki değişikliklerle birlikte kendiliğinde çalışan bir mikro-pompa tasarımı yapılmıştır. Bu nedenle akıllı Mikro-Sensör/Pompa (IMSP) olarak isimlendirildi. Yarı statik yükleme altında IMSP'yi modellemek ve karakterize etmek için adi diferansiyel denklem türetildi. Aynı zamanda IMSP'nin kritik bileşenleri olan membran ve mikro-valflerin her biri adi diferansiyel denklem içerisinde tanımlanmıştır. Mikro-vanaları karakterize etmek için sonlu elemanlar metodu yardımıyla akışkan haznesindeki akışkan basıncını simüle edildi. Ardından türetilen adi diferansiyel denklemin analitik çözümünden elde edilen mikro-hazne basınçları ve buradan da hesaplanan akışkan hızına göre, IMSP karakterize edilmiş olunur. Sonuçlara göre IMSP için kabartılmış membran diye farklı bir membran modeli kullanılmıştır. Bu model, düz membrana göre daha geniş ve doğrusal bir çalışma aralığı sağlamakla birlikte daha büyük bir strok hacmine de sahiptir. Daha büyük mikro oda basıncı nedeniyle de daha yüksek bir akış hızı elde edilmiştir [27].

Aktüatörler robotik, mikroskobik tarama probu, litografi, mikro ve nano boyuttaki montaj uygulamalarında kullanılmaktadır. Chigullapalli S-sürücülü naestabil piezoelektrik aktüatörler ile ilgili çalışmıştır. S-sürücülü aktüatörlerde piezoelektrik malzeme iki iletken arasında sandviç model oluşturmuştur. Elektrotlar ise iki kirişte uzamaya diğer iki kirişte ise sıkıştırma neden olarak 's' şeklinde büyük bir yanal deplasman yaptıracak şekilde konumlandırılmıştır. Dolayısıyla 'S-sürücülü' adını, çalışırken görünen karakteristik S biçiminden alır. S-sürücülü aktüatörün yanal yer değiştirmesini öngörebilmek ve rijitliğini hesaplamak için analitik bir model geliştirilmiştir. Daha sonra yapılan sonlu elemanlar modeliyle arasında %6'luk bir hata söz konusudur. Çünkü analitik çözümde yapılan kabuller lineer durum içindir. Bundan dolayı sonuçlar her zaman sonlu elemanlar modelinden daha yüksek çıkacaktır. Bununla birlikte deneysel olarak da çalışılmıştır. Sonlu elemanlar ile deney sonuçları oldukça iyi uyuyurken, analitik sonuçlarla arasında yaklaşık %6.3'lük bir hata ile örtüşmektedir [28].

Minyatürize edilmiş doğrudan yakıt dağıtım sistemleri (DMFC) ile yeni bir yakıt dağıtım sistemi üzerinde çalışılmıştır. Bu sistemlerin ana bileşenleri, halkasal tip piezoelektrik aktüatör tarafından tahrik edilen valfsiz bir mikro-pompadır. Aktüatör boyunca uygulanan alternatif elektrik alan, aktüatörde ileri geri bir hareket meydana getirmekte ve bu da pompalama anlamına gelmektedir. Bu çalışmada valfsiz piezoelektrik mikro-pompa ile tahrik edilen DMFC sistemlerinin tasarımı yapılmıştır. Hem elektrik alan hem de mekanik basınca maruz piezoelektrik aktüatörün çökmesini hesaplamak ve uygulanan voltaj sonucu açığa çıkan akış hızı arasındaki ilişkiyi belirlemek için analitik bir model geliştirilmiştir. Aynı zamanda teorik analize dayanarak malzeme özelliklerinin ve boyutsal özelliklerin mikro-pompa performansına olan etkisi incelendi. Valfsiz piezoelektrik mikro-pompanın performansı, akışkan yükü olmadığı durum için deneysel olarak incelendi. Bunun yanı sıra elektro-kimyasal empedans spektroskopisi (EIS) analizi yönteminden elde edilen verileri ölçmek için eşdeğer bir devre modeli oluşturuldu [29].

Zhaoli, bimorph PZT-5H aktüatörün yüksek harmoniklere sahip dalga formları altındaki dinamik davranışını inceledi. Bunun için öncelikle aktüatörün matematik modeli oluşturuldu. Daha sonra aktüatörün farklı frekanslar altındaki dinamik davranışını modellemek için bilgisayar simülasyonu kullanıldı. Aktüatörün hem gecikmesi hem de histeresiz etkisi, geniş kapasitansı ve dinamik ferro-elektrik özelliği nedeniyle uyarıldığı için, bu çalışmada istenmeyen deformasyonları nasıl azaltılacağı, gecikme ile histeresiz arasındaki bağlantı ele alınmıştır. Aktüatörün sistem gecikmesinden bağımsız olarak doğru bir histeresiz modelini oluşturmak için ise aktüatörün majör ve minör döngüleri hem statik hem de dinamik olarak incelendi. Bununla birlikte deneysel olarak aktüatörün hem statik hem de dinamik yer değiştirmesini algılamak için bir optik interferometre kullanıldı. Elde edilen sonuçlar matematiksel simülasyonlarla karşılaştırıldı [30].

İki boyutlu dairesel plakaların yüksek hassasiyetli şekil ve titreşim kontrolü için piezokeramik temelli aktüatörlerin incelenmiştir. Bunun için iki yönlü ayrıştırma yöntemi önerilmiştir. Bunlar: Aktif Güçlendirici (AS) ve Makro Fiber Kompozit (MFC). Dolayısıyla çalışmanın asıl amacı bahsi geçen bu iki konfigürasyonu analiz etmek,

özelliklerini anlamak, daha iyi tasarım ve kontrol için bir bakış açısı kazanmak ve teorik bulguları deneysel olarak doğrulamaktır. Sağlam ve esnek bir ana yapıya bağlı AS'nin kapsamlı modeli geliştirildi ve aktüatör-yapı analizi yapıldı. Sonuçlara göre uygun tasarlanmış AS'nin tahrik yönünde momenti korurken, ayrılmış yönde azaltabildiğini göstermiştir. MCF'lerde ise monolitik piezo-seramiklere göre daha fazla tokluk, esneklik ve daha yüksek spesifik çıkış işi vermiştir [31].

Elektromanyetik aktüatör yardımıyla tahrik edilen valfsiz bir mikro-pompa tasarımı üzerinde çalışılmıştır. Bu mikro-pompa akışkan akışını düzenlemek için bir çift yayıcı ve nozül, kapalı akışkan odasındaki basıncı düzenlemek için elastik bir manyetik membrandan oluşmaktadır. Mikro-pompanın davranışını belirlemek için analitik model oluşturuldu. Bununla birlikte bu model, akış oranı ile nozül, yayıcıyı içeren tasarım parametreleri ile çalışma sıvılarının ve elastik membranın malzeme özellikleri arasında kritik ilişkilerin belirlenmesinde kullanıldı. Mikro-pompanın imalatında yüksek en-boy oranlı UV litografisi ve polidimetilsiloksan (PDMS) elastomer mikro-kalıplama yumuşak imalat teknikleri kullanılmıştır. Aynı zamanda mikro-pompanın rezonans frekansı akışkanın bağlanma etkileri kullanılarak deneysel olarak belirlenmiştir. Yapılan mikro-pompa tasarımı daha önce yapılan tasarımlara karşılaştırılmıştır. Mekanik hareketli parçalara sahip olmayan düzlemsel yapısı sayesinde parçacık yüklü sıvıların taşınmasında oldukça kullanışlıdır. Aynı zamanda bu tasarım diğer mikro-akışkan sistemlerine kolaylıkla entegre edilebilmektedir [32].

Mikro-elektromekanik sistemlerden (MEMS) olan piezoelektrik membranın performansı güç üretiminin ne derece olduğunu belirlemek için hesaplanmaktadır. Robinson piezoelektrik bir membranın birim şekil değişimi yeteneğini etkileyen geometrik ve malzeme özelliklerini incelemek için bir araştırma yapmıştır. Çünkü membranın mekanik olarak çalıştırılmasıyla üretilen birim şekil değişimi ve elektrik enerjisi miktarı, membran içerisindeki piezoelektrik eleman tarafından üretilen güç miktarını arttırmak için önemli bir parametredir. Bunun yanı sıra çökme miktarı, yaklaşık %2 ye kadar olan çift eksenli birim şekil değişiminin üretmek için anahtar rol oynamaktadır. Ancak bu değer üstünde membran kırığı meydana gelmektedir. Dolayısıyla bu birim şekil değişimi seviyesi, bağlanma katsayısını %3 te ve dinamik

çalışma esnasında 8 mm'lik bir membranda yaklaşık 20  $\mu$ W kadar üretilebilen bir RMS değerinde sınırlamaktadır. Piezoelektrik MEMS cihaz uygulamalarında istenen miktarda güce ulaşmak için, çalışma koşulları, piezoelektrik membran özellikleri ve membran geometrisi üzerinde değişiklik yapılabilmektedir. Bu parametrelerin her biri, çıkış gücü ve coupling katsayısı için deneysel olarak çalışılıp doğrulanmıştır [33].

Ho, gibi 1  $\mu$ L / dakikalık küçük bir debide (ilaç dağıtımı ve DNA taşınımı) akışı gerçekleştirebilecek mikro-pompa sistemlerinin tasarımı ve detaylı modellemesini yaptı. Tasarlanan cihaz bir peristaltik membranlı bir pompa odası ve akışı düzenlemek için bir dizi akış blokajından oluşmaktadır. Bu mikro-pompa uygulanan gerilim 50-150 V arasında veya çalışma frekansı 10-100 Hz arasında değiştirilerek, 1-10  $\mu$ L / dakika arasında doğru bir akış oranı sağlanabilmektedir. Tasarım silikon membran ve Pyrex cam akışkan kanalı şeklinde sadece iki yapısal katmandan oluşmaktadır. Yapılan çalışmalar neticesinde 9.5 mm uzunluğuna, 12  $\mu$ m'lik mikro-kanal derinliğine ve 4  $\mu$ m'lik silikon membran kalınlığına sahip bir mikro-pompada 150 V büyüklüğünde kare dalga girişi ve 80 Hz frekans ile maksimum akış oranına yani 11  $\mu$ L /dakikaya ulaşılmıştır [34].

Mikro-sistemlerin büyük bir yüzdesi spesifik amaçlar doğrultusunda mikro-akışkanların taşınması aktarılması ve dağıtılması için tasarlanmaktadır. Xiao, en az sayıda bileşene sahip bir mikro-pompa üzerinde çalıştı. Bu temel bileşenler düzlemsel bir yerleşim yüzeyi, piezoelektrik aktüatör, yekpare bir halkasal yüzük içerisine yerleştirilmiş kapak valfleridir. Bu temel bileşenlerin boyutlandırılması, nasıl seçildiği, mikro-sisteme olan etkileri ve sonlu elemanlar yönteminde modellendi ve analizleri gerçekleştirilmiştir [35].

Hohnbaum pnömatik olarak tahrik edilen üç farklı tek selenoidli polidimetilsiloksan (PDMS) mikro-pompaların akış performansını modelledi. Bununla birlikte farklı pnömatik basınçlar ve tahrik frekansları altında deneysel çalışmalar yapmıştır. Bu çalışmada, sistemdeki laminer akışı elektronik devrelerdekine benzer durumlarla karşılaştırarak ve diyafram çökmesinin, iki boyutlu kiriş çökmesine benzer bir yaklaşım kullanarak mikro pompaların akış özelliklerini açıklayan yeni bir model

geliştirilmiştir. Bu model mikro-pompaların genel performansını açıklayan bir çalışma modeli oluşturmuş ve deneysel olarak doğrulamıştır [36].

Aktüatörlerin çökme performansının ölçülmesi için aktif fiber kompozit bimorph aktüatörler ile çalışıldı. Aktüatörlerin çökmesi, aktif malzemeye uygulanan elektrik potansiyeli ve bimorph yapıya uygulanan aksel önyüklemenin bir fonksiyonudur. Dolayısıyla bu problem için geometrik non-lineer sonlu elemanlar modelleme tekniği kullanılarak analizler yapılmıştır. Bu analizler, bimorph aktüatörlerin önemli derecede bir çökme özelliğine sahip olduğu anlaşıldı. Ayrıca aktüatöre etkiyen aksel ön yükünün, bimorph aktüatörlerin çökme performansını önemli ölçüde artırdığını tespit edildi. Dolayısıyla bu aktüatörlerin sahip olduğu çökme performansları neticesinde insansız mikro hava araçlarının kanatlarını tahrik etmek için kullanılabileceklerini göstermiştir [37].

Singh piezoelektrik olarak tahrik edilen polidimetilsiloksan (PDMS) düzlemsel valfsiz mikro-pompanın analitik modellenmesi, simülasyon, üretimi ve testlerini gerçekleştirmiştir. Analitik model, akışkan-membran ara yüzeyinde nozül-yayıcı arasındaki kuvvet dengesini esas alarak mikro-pompanın doğal frekansını ve akış oranı performansı belirlenmiştir. Ayrıca, uygulanan bir voltaja bağlı olarak bir piezoelektrik diskin deformasyonu ile bunun sonucunda oluşan membranın yer değiştirmesi arasındaki elektro-yapısal birleşme söz konusudur. Simülasyona göre geleneksel mikro-pompalarda kullanılan dairesel şekilli odacık modeline, çıkışta bir koniklik verilerek akış oranı %28 oranında artırılmıştır. Sayısal simülasyon nozül-yayıcı açısı ve boyutu, odacık çapı ve yüksekliği, membran çapı ve kalınlığı gibi özelliklerin akış oranı üzerindeki etkisi belirlemek için gerçekleştirildi. Deneysel çalışmalar frekans ve voltajın akış oranı ve basınç-akış karakteristiği üzerindeki etkisi belirlemek için gerçekleştirildi. Analitik model ile sayısal simülasyonların tahminleri akış oranı-frekans, voltaj ve basınç-akış karakteristikleri açısından deneysel verilerle karşılaştırılabilir sonuçlar vermiştir [38].

Arshid ve Khorshidvand iki piezoelektrik aktüatör arasına poröz maddenin entegre edilmesiyle modellenmiş dairesel bir plakanın serbest titreşimini incelediler. Bunun

yanı sıra plakanın ince ve kayma deformasyonlarının ihmal edildiği varsayılmıştır. Analitik modelleme için Hamilton'un varyasyon prensibi ve klasik plaka teorisi (CPT) kullanılarak hareket denklemleri elde edilmiştir. Sınır şartları için basit ve ankastre durumlar kabul edildi. Kalınlık oranı, porozite, piezoelektrik aktüatörler, piezoelektrik aktüatör-poröz madde kalınlık oranı, porözlülük dağılımı ve por sıkıştırılabilirliği gibi parametrelerin etkisi incelenmiştir. Sonuçlara göre, her iki sınır şartı altında ve üç farklı por dağılımı için porözlülük katsayısının artmasıyla birlikte doğal frekansta artmıştır. Plakanın yarıçapının artması, radial ve teğetsel gerilmeyi azaltmıştır [39].

Hasan, piezoelektrik malzemeli THUNDER (İnce katman tek yönde tahrikli sürücü)'ın sonlu elemanlar modeli üzerinde çalıştı. THUNDER düz bir piezoelektrik enerji toplayıcısına kıyasla düşük frekanslı titreşimde daha iyi titreşim emme ve daha yüksek enerji geri kazanım verimliliğine sahip olan NASA Langley Araştırma Merkezi tarafından geliştirilen kavisli bir piezoelektrik enerji üreticisidir. Piezoelektrik THUNDER toplayıcı konsol sınır şartları altında incelenmiştir. Tahrik kuvvetleri dağılımı kubbe çizgisi üzerinden etkimektedir. Rezonans frekansına etki eden eğrilik yarıçapı, TUNDER'ın voltaj ve güç çıktıları gibi parametrelerin etkisi incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar neticesinde sonlu elemanlar analizi ve deneysel veriler arasında iyi bir uyum yakalandığı gözlemlenmiştir. TUNDER'ın maksimum performans sergilediği rezonans frekansının bulunması için sonlu elemanlar metoduyla modal analiz yapıldı. Ardından, yük direnci değişikçe voltaj ve güç çıkışı değişimini ayırt etmek için harmonik analiz yapılmıştır [40].

Hong Mikro Elektro Mekanik Sistem (MEMS) kütle spektrometresine entegre edilebilen MEMS pompalarının tasarım, üretim ve karakterize edilmesi üzerine çalışmıştır. Bu sistemlerde kurşun zikronat titanat (PZT) kullanılır. MEMS pompaları genellikle, en az üç iç bağlantılı odalı peristaltik pompa olarak tasarlanır. Ve piezoelektrik diyaframların bu üç oda üzerindeki ardışık hareketleri pompalama işlemini meydana getirir. Bununla birlikte uygun işleme tekniklerinin hem de uygun aktüatör tasarım eksikliğinden dolayı, piezoelektrik film kullanarak yüzeyi mikro işlenmiş pompa imalatı zordur. Piezoelektrik film silikon veya silikon oksit ile kolayca reaksiyona girebilmesi için 650 derece civarında bekletilir. Piezoelektrik diyafram

genellikle kesit kalınlığından daha fazla bir çökme üretmesi gerekmektedir. Bunun için bu tarz aktüatörleri modellemek için standart çökme miktarı kesit kalınlığından daha az olan piezoelektrik diyafram modelinden farklı yaklaşımlar gerekmektedir. Bundan dolayı silikon kullanılan MEMS peristaltik pompa üretmek için yüzey mikro işleme teknikleri üzerinde çalışıldı. Ayrıca 1 mm den daha küçük bir çapa sahip ve aynı zamanda birkaç mm gibi büyük bir çökme üretebilen halkasal pompaların modellenmesi, üretilmesi ve karakterize edilmesi gerçekleştirilmiştir [41].

Yüksek performanslı piezoelektrik kompozit aktüatörlerin tasarımlarıyla ilgili çalışılmıştır. Standart bimorph aktüatörlerin orta düzlemlerinde meydana gelen gerilme konsantrasyonunu azaltmak için FGM (Fonksiyonel Olarak Derecelendirilmiş Malzeme) piezoelektrik aktüatörler tasarlandı. FGM piezoelektrik malzemeler, elektro-elastik özelliklerin katman kalınlığı boyunca değiştiği kompozit malzemelerdir. Bunun için Klasik Lamine Teorisini (CLPT) esas alan ve uygulanan voltaja maruz kalan dikdörtgen ve dairesel gibi farklı geometrideki piezoelektrik yapıların matematik modellenmesi yapıldı ve 2 boyutlu sonuçları elde edilmiştir [42].

Çeşitli piezoelektrik eğilme modunda çalışan cihazlarının, rezonans, çökme ve verdikleri cevap karakteristiklerini incelenmiştir. Bu cihazlar türleri arasında unimorph (tek yönde tahrikli), bimorph (çift yönde tahrikli) ve multimorph (çok yönde tahrikli) çalışan piezoelektrik cihazlar vardır. Yapılan analiz elektrotların ve yapıştırıcı katmanın performans üzerindeki etkisini içermektedir. Bunun yanı sıra piezoelektrik katmanlara uygulanan uniform olmayan kutuplama, cihazın performansını değiştirmiştir. Dolayısıyla piezoelektrik seramiğin kutuplanması ayarlanarak en uygun ve optimize eğilme modu cihazları üretilebilmektedir. Yapılan deneyler neticesinde, piezoelektrik seramiğin eğilme modu cihazının performansı yüksek derecede yapıştırıcı katmanın özelliklerine, elektrot seçimine ve elektrot kalınlıklarına bağlı olduğu tespit edilmiştir. Çift yönde tahrikli ve tek yönde tahrikli çalışan cihazlarda, piezoelektrik tabaka kalınlığı azaldıkça, elektrot etkileri daha belirgin hale gelir ve cihaz performansını belirlemek için önemli bir faktör haline gelecektir. Multimorph cihazlarda, katman sayısı arttıkça deplasman bant genişliği (DBWP) değeri de

artmıştır. Bu yüzden olabildiğince çok katmanlı cihazların üretilmesi arzu edilmektedir [43].

Ha ve arkadaşları hem mekanik hem de elektriksel yükleme altında, katmanlı kompozit piezoelektrik seramiğin, statik ve dinamik modellemesi için yapılan sonlu elemanlar formülasyonu üzerinde çalışmışlardır. Formülasyon hem yapıların toplam potansiyel enerjisi hem de piezoelektrik seramiklerin elektriksel potansiyel enerjisi dikkate alınarak varyasyon ilkesinden türetilmiştir. Yapılan analiz, sonrası gerçekleştirilen deney ile sonuçların doğrulaması gerçekleştirilmiştir. Dolayısıyla sonlu elemanlar formülasyonuna dayanan bilgisayar kodunun, dağıtılmış sensörler ve aktüatörler içeren büyük ölçekli yapıların tasarımı için bir tasarım aracı olarak kullanılabilir [44].

Su-Wei ve Zhou, piezoelektrik katman ve pasif katmanın bütünleşik bir sistem olarak performansını incelemek için empedans temelli elektro-dinamik analitik metot ve deneysel çalışmalar yapmıştır. Teorik model, PZT aktüatör tahrikli aktif yapılar için geliştirilmiştir. Daha sonra piezoelektrik aktüatörün elektriksel parametrelerini içerecek şekilde genişletildi. Böylelikle bütünleşik sistemin güç akışı ve tüketimi tahmin edilebilir hale gelmiştir. Modellenen sistemin kullanılabilirliğini ve etkinliğini incelemek için geliştirilen model, ince plakalar ve ince kabuklar gibi tipik iki boyutlu yapılara ve dairesel halkalar ve kirişler gibi tek boyutlu yapılara da uygulanmıştır. Teorik çalışmaya ek olarak deneyler yapıldı. Piezoelektrik aktüatör tahrikli basit mesnetli bir plaka üretildi ve testleri yapıldı. Plakanın hız cevabı ve piezoelektrik aktüatörlerin dinamik birim şekil değişimi ölçüldü. Gerçek sistemin elektro-mekanik girişi, bir empedans analizörü kullanılarak doğrudan ölçülmüştür. Elde edilen veriler, teorik modeli doğrulamıştır [45].

Medikal uygulamalarda kullanılacak olan mikro-pompalar tekrar üretilebilir ve stabil bir pompa davranışı sergilemelidir. Bununla birlikte insan vücuduna implant edilebilecek kadar küçük olmalı, 10  $\mu$ L / dakika tipik bir akış debisini sağlamak için yeterli deplasman yapabilmeli, sıvıyı aktarabilmek için yeterli basınç üretimini sağlayabilmeli, pompa aracılığıyla sıvıyı güvenli şekilde aktarabilmek için korozyona



dayanıklı olmalı (biyo-uyumlu) ve uzun süreli çalışma için güvenli bir tasarıma sahip olması gerekmektedir. Bunun için piezoelektrik disk ve silikon katmandan oluşan, piezoelektrik tahrikli peristaltik bir mikro-pompa tasarlanmıştır. Ardından piezoelektrik aktüatörün çökme değerleri hesaplanmıştır. Amaç çökme miktarının maksimize edilmesidir. Çünkü bu sayede yüksek miktarda akışkan pompalanmış olacaktır. Yapılan testlerle mikro-pompanın fiziksel ve yapısal özelliklerinin bunun ne derece etkilediği incelenmiştir [46].

Hu, gaz sıkıştırma amacıyla mikro-pompalarda dairesel piezo-aktüatörlerin çökmesini tahmin etmek için bir analitik çözüm geliştirmiştir. Bu çözüm Kirchhoff ince plak teorisini esas alan Enerji minimizasyonu metodu ve Rayleigh-Ritz metodundan türetilmiştir. Bu enerji mikro-pompanın içerdiği aktüatörün çökmesinden kaynaklı elastik potansiyel enerji, piezoelektrik diskteki elektriksel potansiyel enerji ve gazın sıkışmasından kaynaklıdır. Kullanılan bu çözüm yöntemi sonlu elemanlar metodu ve deneysel verilerle doğrulanmıştır. Bununla birlikte piezoelektrik aktüatörün boyutsal ve malzeme özelliklerinin statik basınç üzerindeki etkileri incelenip optimum geometrik özellikler belirlenmiştir [47].

Akışkan haznesi ve pompalama haznesi sabit olan ve yüksek debilere ulaşabilen iki yeni piezoelektrik aktüatörlü dairesel mikro-pompa üretilmiştir. Bunlar tek diyaframlı ve çok diyaframlı mikro-pompalardır. Üretilen bu modellerin akışkan hızları üzerindeki hidrodinamik ve elektro-mekaniksel etkileri araştırmak için kapsamlı deneyler yapılmıştır [48].

Pasif mikro valfler ve piezoelektrik Tek yönde tahrikli diyaframlar ile basınç artışını arttırmak için seri olarak bağlanmış çoklu pompa kademeleri kullanılan çok kademeli bir mikro gaz kompresörünün gelişimi için bir araştırma gerçekleştirilmiştir. Bu çalışma mikro-kompresör ve bileşenlerinin modellenmesi, simülasyonu, tasarım ve imalatı aşamalarından oluşmaktadır. Çok kademeli tasarımın performansını ve etkinliğini göstermek ve karşılaştırmak için tek kademeli ve iki kademeli bir mikro kompresör üretilmiştir. Statik analiz ve transient analiz analitik modelleme ve sonlu elemanlar modellemesiyle gerçekleştirildi. Elde edilen sonuçlara göre, tek kademeli

ve iki kademeli mikro kompresörler, pasif mikro-valfler ve piezoelektrik tek yönde tahrikli disk ile başarılı bir şekilde üretildi ve seri halinde modellendiğinde gaz basıncını arttırdığını göstermiştir. Aynı zamanda çok kademeli mikro-kompresör modeli, mikro-kompresör dinamiklerinin çalışmasını ve genel cihaz performanslarının tahmin edilmesini sağlamaktadır [49].

Yapılan araştırmalar göre medikal sektörü uygulamaları için mekanik mikro-pompalar, mekanik olmayan mikro-pompalara göre daha elverişlidir. Çünkü akışkan elektrik, manyetik ve akustik alana ve ayrıca ısıya maruz kalmakta olup, bu da alçın kimyasal özelliklerini değiştirmektedir. Dereshgi, Dal ve Yıldız piezoelektrik aktüatörlü mikro-pompa çalışmalarının daha iyi anlaşılabilmesi için ve bu alandaki sözü edilen bu ve bunun gibi sorunlara, araştırmalardaki eksiklik ve boşluklara genel bir bakış sunmuştur [50].

Dairesel diyafram tipi piezo-aktüatörün çökme davranışının belirlenmesi için pasif kaman, yapıştırıcı katman ve piezoelektrik katmanın hesaba katıldığı analitik olarak non-lineer denklemler formüle edildi. Küçük deplasmanlar için yapılan lineer modellemelere benzemektedir. Ancak lineer çözümler voltaj ve basınç gibi uygulanan yüklerin yüksek olduğu durumlarda hatalı sonuç vermektedir. Bundan dolayı Hu, minimum enerji prensibi ve Rayleigh-Ritz Metodunu kullanarak voltaj ve basınç altındaki piezo-aktüatörün çökmesini non-lineer analitik çözümle incelemiştir. Kullanılan bu çözüm yöntemi, lineer çözümden elde edilen statik çökme ölçümleriyle doğrulanmıştır. Ancak yükler büyük olduğunda lineer çözümün geçersiz olduğu bulunmuştur. Bununla birlikte piezo-aktüatör boyutlarının ve uygulanan yüklerin aktüatör performansına (Strok hacmine) olan etkileri de araştırılmıştır [51].

Mikro-pompa sürücülerinde kullanılan daireysel piezoelektrik aktüatörün düşey çökme davranışı analitik yöntem ve sonlu elemanlar yöntemiyle incelenmiştir. Bu çalışmada modelleme yapılırken basitleştirme ve ihmal yapılmaksızın sistemde mevcut olan katmanların tamamı kullanılmıştır. Unimorf olarak tasarlanan aktüatörde pasif katmanlar kısmi olarak piezoelektrik ile kaplıdır. Dolayısıyla üç farklı kalınlığa sahip bölgelerden oluşan yedi katmanlı bir model ortaya çıkmaktadır. Ayrıca aktüatör

performansı voltaj, uniform akışkan basıncı, geometrik özellikler ve mekanik özellikler açısından incelenmiştir.

## **BÖLÜM 2. KAYNAK ARAŞTIRMASI**

Bu bölümün amacı piezoelektrik aktüatörlerin daha iyi anlaşılabilmesi için piezoelektrik malzemelerin tarihçesinden, kullanıldığı yerlerden, çalışma prensibinden ve temel üç plak teorisinden söz edilmiştir.

### **2.1. Piezoelektrik Seramikler**

Piezoelektrik malzemeler bir seramik grubunda yer almakta olup üzerlerine uygulanan basınç ile elektrik üretmektedirler. Diğer bir deyişle malzeme üzerine bir basınç uygulandığında bu malzemeler gözle görülemeyecek bir şekilde boyları değişmektedir ve bunun sonucu olarak dışarıya elektrik vermektedirler.

#### **2.1.1. Piezoelektrik malzemelerin tarihsel perspektifi**

“Piezo” ifadesi Yunancadan gelmekte olup “sıkıştırmak, basınç uygulamak” anlamına gelmektedir. Daha modern terminolojide ise uygulanan mekanik basınç sonucunda elektrik alan meydana getiren veya bunun tersi olarak elektrik alan uygulandığında gerilme ve zorlanma meydana getiren malzemeleri ifade etmektedir.

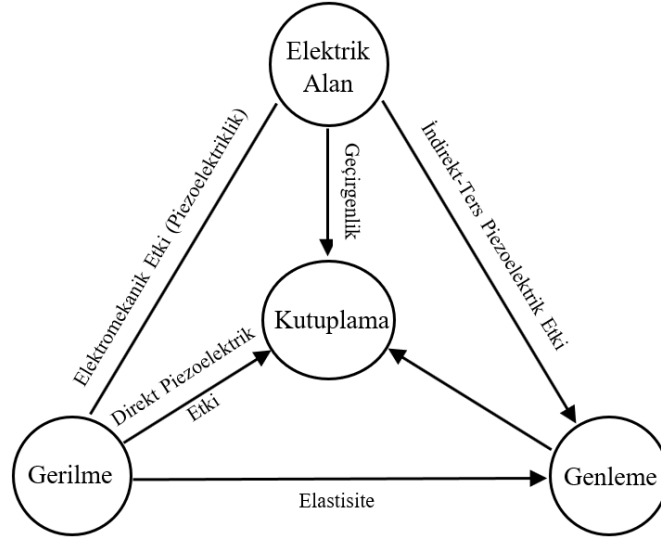
19.yy‘ın son çeyreğinde Curie kardeşler tarafından keşfedilen piezoelektriklik yeni bir araştırma alanı olarak hayatımıza hızla girmiştir. 1880 yılında Pierre ve Jaques Curie çinkoblend, topaz ve kuvars gibi belirli malzemelerin gerilim ve şekil değiştirmelerine, elektrik yüklerinin de eşlik ettiğini buldular [52]. Bunu talep eden yıl söz konusu malzemelerdeki gerilmelerin elektrik alan oluşturmasının tersi olarak termodinamik çalışmalar ile uygulanan voltajın mekanik bir şekil değiştirme meydana getirdiği keşfedildi [53].

Piezoelektrik etki 1920'li yılların başına kadar osilatörlerin stabilizasyonunda kullanılan kristal kuvars içerisinde kullanılmaya devam etti bununla birlikte hala bir merak konusuydu. Bu gelişim piezoelektrik etkinin frekans kontrolü alanında kullanımını başlatmış oldu [54]. Bu tarihten şimdiye insan yapımı piezoelektrik malzeme çeşitleri ve uygulama alanları oldukça genişledi. Piezoelektrik'e dayalı bazı araçlar sonar sistemleri, hidrofona, mikrofonlar, piezo ateşleme sistemleri, ivmeölçerler ve ultrasonik dönüştürücüler.

1969 yılına gelindiğinde Kawai poliviniliden florür (PVDF) polimerinin güçlü piezoelektrik etkisini keşfetti. Ayrıca mekanik esnekliğin istendiği birçok uygulama için de çığır açıcı olmuştur [55]. Günümüzde piezoelektrik'in kullanım alanı titreşim kontrolü için akıllı malzemelerde, esnek yüzeylerin istendiği havacılık ve uzay uygulamalarında, robotik uygulamalarda kullanılan sensörler ayrıca tenis raketi ve snowboard gibi spor ekipmanlarındaki titreşimi azaltmak için kullanılmaktadır. Son zamanlarda ise geçici olmayan bellek (güç kesildikten sonra bile depolanan bilgileri saklayabilen bir tür bilgisayar belleğidir), ve mekanik aktüatör ve sensör yapılarının bileşimi olan mikro yapıların mikro çiplere entegre edilmiş bir şekilde kullanılmaktadır (POSFET cihazları).

### **2.1.2. Piezoelektrik malzemelerin çalışma prensibi**

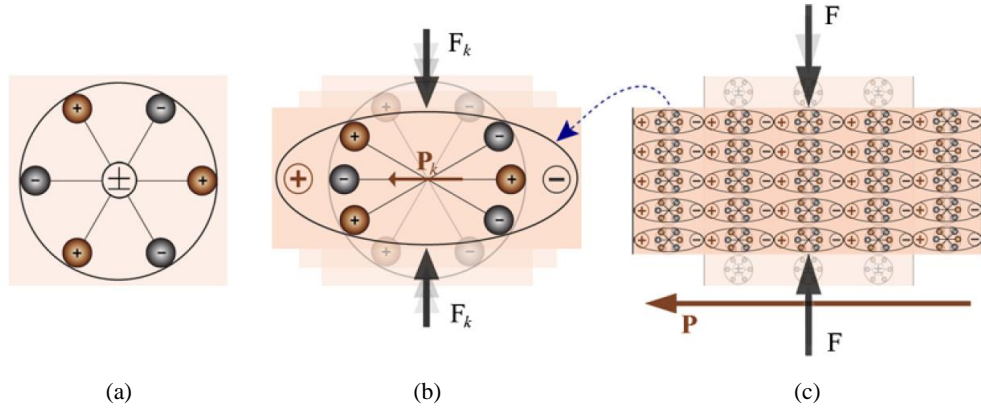
Piezoelektrik malzemeler elektrik alanının yanı sıra harici bir mekanik etki ile de kutuplanabilen dielektrik malzeme sınıfındadır (Şekil 2.1.). Sadece birkaç dielektrik malzeme tarafından gösterilen bu sıra dışı özelliğe piezoelektrik veya kelimenin tam anlamıyla basınç elektriği denir.



Şekil 2.1. Elektrik ve elastik fenomenlerin etkileşimi

Piezoelektrik etki denen kavramı anlaşılması için basit bir molekül modeli kullanılır (Şekil 2.2.). Malzemeye herhangi bir kuvvet ve gerilme uygulanmadan önce her molekülün negatif ve pozitif yüklerinin merkezlerinden geçen eksenler çakışmaktadır. Bu durum Şekil 2.2.a'da gösterildiği gibi nötr bir durum anlamına gelmektedir. Uygulanan harici bir kuvvet etkisiyle elektriksel olarak dengede olan bu durum deforme olup, pozitif ve negatif merkezlerin ayrılmasıyla küçük kutuplar meydana gelir.

Genel bazda bakıldığında ise her bir molekülün bu kutupları birbiriyle etkileşime geçerek malzeme yüzeyinde sabit yükler oluşturur (Şekil 2.2.c). Malzemeyi polarize eden yani kutuplandıran bu etkiye "direkt piezoelektrik etki" denir. Mekanik enerjinin bu şekilde bir kutuplama meydana getirmesi sonucunda da bir elektrik alan oluşmuş olur. Bu durumunun tersi olarak elektrik alan içerisindeki nötr piezoelektrik malzemenin molekülleri, kutuplama doğrultusunda deforme olacaktır. Bu deforme, dışardan bakıldığında malzemede bir genleme veya şekil değişimi olarak açığa çıkmaktadır. Bu duruma "İndirekt piezoelektrik etki" denir.



Şekil 2.2. Direkt piezoelektrik etkinin molekül üzerinde gösterilmesi [56]

### 2.1.3. Piezoelektriklik ile lineer bünye denklemleri ilişkileri

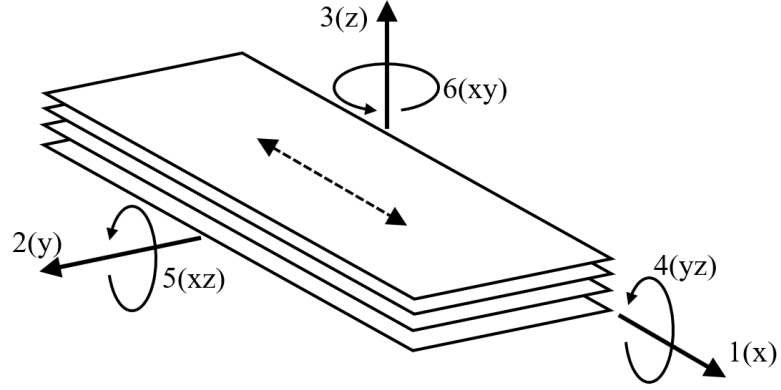
Yukarıda verilenler temel olarak piezoelektrik malzemelerin elastisite ve dielektrik ile ilişkileri ayrı ayrı ele alınarak incelendi. Ancak pratik uygulamada bu parametrelerin hepsi aynı anda birbirleriyle etkileşim halindedir. Yani elastik değişkenler olan gerilme ‘‘T veya  $\sigma$ ’’ ve gerinim ‘‘S veya  $\epsilon$ ’’, dielektrik değişkenler olan elektrik alan ‘‘E’’ ve dielektrik deplasman ‘‘D’’ ile ilişki halindedir. Bahsi geçen bu bağlantı ve ilişkiler oldukça fazla olarak kullanılan elektro-elastik bünye denklemleri ile açıklanmıştır. Lineer piezoelektrik teorisine göre mekanik gerilme, mekanik gerinim, elektrik alan ve dielektrik yer değiştirme arasındaki ilişki tensörler denklem (2.1) ve (2.2)’de verilmiştir.

$$S_p = s_{pq}^E T_q + d_{pk} E_k \quad (2.1)$$

$$D_i = d_{iq} T_q + \epsilon_{ik}^T E_k \quad (2.2)$$

Burada  $S_p$  p doğrultusundaki birim şekil değişimi,  $s_{pq}^E$ , sabit elektrik alandaki elastik gevşeklik tensörü,  $T_q$  q doğrultusundaki mekanik gerilme,  $d_{pk}$  piezoelektrik sabiti tensörü,  $E_k$  k doğrultusundaki elektrik alan ve  $\epsilon_{ik}^T$  sabit gerilme altındaki dielektrik sabiti tensörünü temsil etmektedir.

Genel olarak uygulamada kullanılan yönler Şekil 2.3.’te verilmiştir.



Şekil 2.3. Bünye denklemlerindeki tensör yönleri

PVDF gibi malzemeler söz konusu olduğunda genel olarak uzama yönü olarak ifade edilen ‘‘x’’ yani 1 yönüdür. Uzama yönünün ortogonal yönü olan ‘‘y’’ yani 2 yönü yatay daralma yönünü ifade eder. Katman yüzeylerine dik olan kutuplanma eksenini ise ‘‘z’’ yani 3 yönü ifade eder. Bununla birlikte 4, 5 ve 6 ile ifade edilen kayma düzlemleri ise sırasıyla x, y ve z düzlemlerine dik yüzeylerde bulunmaktadır. Bunun yanı sıra literatürde yönler ifade edilirken daha çok sayı notasyonu kullanılmaktadır.

Tanımlanan bu yönler kullanılarak bünye denklemleri matris formunda şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^E & S_{12}^E & S_{13}^E & S_{14}^E & S_{15}^E & S_{16}^E \\ S_{21}^E & S_{22}^E & S_{23}^E & S_{24}^E & S_{25}^E & S_{26}^E \\ S_{31}^E & S_{32}^E & S_{33}^E & S_{34}^E & S_{35}^E & S_{36}^E \\ S_{41}^E & S_{42}^E & S_{43}^E & S_{44}^E & S_{45}^E & S_{46}^E \\ S_{51}^E & S_{52}^E & S_{53}^E & S_{54}^E & S_{55}^E & S_{56}^E \\ S_{61}^E & S_{62}^E & S_{63}^E & S_{64}^E & S_{65}^E & S_{66}^E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} \\ d_{51} & d_{52} & d_{53} \\ d_{61} & d_{62} & d_{63} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$



$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^T & \varepsilon_{21}^T & \varepsilon_{31}^T \\ \varepsilon_{21}^T & \varepsilon_{22}^T & \varepsilon_{23}^T \\ \varepsilon_{31}^T & \varepsilon_{32}^T & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

## 2.2. Plak Teorisi

Plak iki yüzeyle sınırlandırılmış katı bir yapıya sahip cisimlerdir. İki yüzey arasındaki mesafe dikdörtgen bir levha için uzunluk ve genişliğin plaka kalınlığına oranı, dairesel bir levha durumunda ise çapın plaka kalınlığına oranı 1/20'den az olan ve orta düzlemine dik olarak yüklenmiş yapılar ‘‘plak’’, ‘‘membran’’ veya ‘‘diyafram’’ diye isimlendirilir.

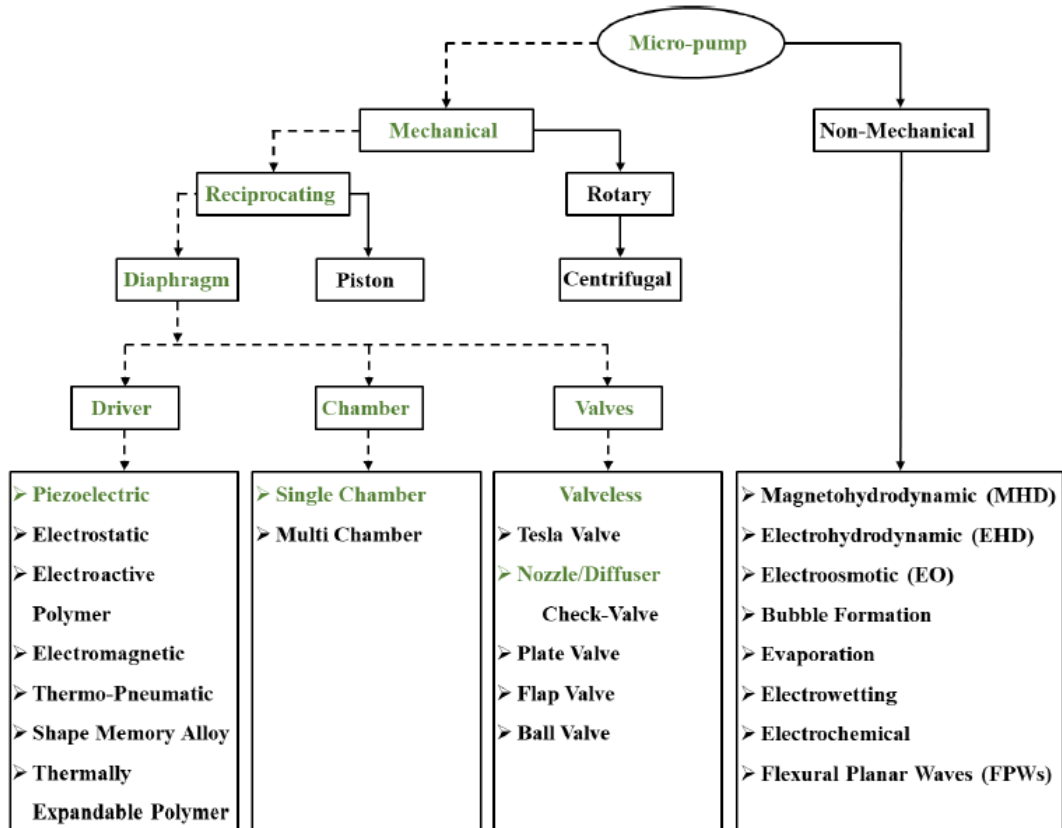
Plakların titreşiminin çeşitli birçok alanda uygulaması vardır. Köprü güverteleri, hidrolik yapılar, basınçlı kap kapakları, otoyolların ve havaalanı pistlerinin kaplamaları, gemi güverteleri, uçaklar, füzeler, makine parçaları, müzik, akustik ayrıca mikrofon, hoparlör gibi pratik sistemlerin çalışılmasında önemlidir [57].

Genel olarak mikro-pompalar iki kategori altında sınıflandırılır. Bunlar mekanik mikro-pompalar ve mekanik olmayanlar mikro-pompalardır. Tablo 2.1. bu ayrımı göstermektedir. Mekanik mikro-pompalar fiziksel bir aktüatöre veya bir pompalama mekanizmasına ihtiyaç duyar. Mekanik olmayan mikro-pompalar ise mikro kanallarındaki akışkanı aktarmak için mekanik olmayan enerjiyi kinetik momentuma çevirmesi gerekir [58].

Mekanik mikro-pompalar sıvıyı hareket ettirmek amacıyla basıncı yükseltmek için mekanik enerjinin periyodik olarak mı yoksa sıvının hızını arttırmak için sürekli olarak mı ekleneceğine göre deplasman pompaları ve dinamik pompalar olarak da ayrılabilir.

Öte yandan mekanik olmayan mikro-pompalar çoğunlukla manyeto-hidrokinamik, elektro-hidrokinamik ve elektro-kinetik etkilere ve akustik akışa dayanır [32].

Tablo 2.1. Mikro-pompaların sınıflandırılması [48]



Tarihsel olarak, plak teorisinin, ana denkleminin doğru formları ve sınır koşulları açısından gelişimi, enerji yaklaşımıyla ilişkilendirilmiştir. Bernoulli, Germain, Lagrange, Poisson ve Navier dahil olmak üzere birçok araştırmacı, tatmin edici bir plaka teorisi sunmaya çalıştı, ancak tamamen başarılı olamamıştır. Çoğu plak teorisi, plakaların statik ve dinamik davranışını öngörebilmek için geliştirilmiştir. Şekil fonksiyonu türüne göre plak teorileri iki kategori altında toplanabilir. Gerilme temelli teoriler ve deplasman temelli teoriler. Deplasman temelli teoriler de Klasik Plak Teorisi (CPT) ve Kayma Deformasyonu Teorileri (SDT) olmak üzere iki alt başlığa ayrılabilir [59].

Kirchhoff [60], (potansiyel) enerjinin en aza indirilmesini kullanarak plakalar için doğru denklemleri türetmiş ve bir plaka kenarında yalnızca iki sınır koşulu

bulduğuna işaret etmiştir. Ardından Daha sonra, Lord Kelvin ve Tait [61] , levhanın kenarı boyunca bükülme momentlerini kesme kuvvetlerine dönüştürerek Kirchhoff tarafından verilen sınır koşullarına fiziksel bir bakış sağladı.

Elastik plakaların teorisi, plakadaki her noktanın deformasyonunun yalnızca plakanın orta düzleminin deformasyonu açısından açıklamasına izin veren üç boyutlu elastiklik teorisinin iki boyuta indirgemesidir. Plakaların hareket denklemleri, ince plak teorisi (Kirchhoff), döner atalet ve kayma deformasyonunun etkilerini dikkate alan Mindlin teorisi kullanılarak elde edilir. Plaka teorisinin amacı, yüklere maruz kalan levhadaki deformasyon ve gerilmeleri hesaplamaktır [57]. Bu teorinin yanı sıra son yıllarda kompozit malzemelerin kullanımındaki artış nedeniyle, kayma deformasyonu teorisi (Mindlin), birçok durumda hesaplamanın doğruluğunu sağlayamamıştır. Ve bazı çareler bulunmasına rağmen, sayısal analizde kilitlenme ana sorun haline gelmiştir. Yüksek mertebeden kayma deformasyonu teorisinde (HSDT), enine kesitin eğrilmesi üzerindeki kısıtlama gevşetilir ve her iki yönde de kübik olan levhanın kalınlık yönünde değişime izin verir. Yani Mindlin teorisinde yüzeye dik olmayan ancak doğrusal olan nötr yüzey normali bu teoride de yüzeye dik değildir ancak doğrusal formu yerini eğriliğe bırakmıştır [62]. Yukarıda belirtildiği gibi 19. yüzyılın sonlarından bu yana geliştirilen birçok plak teorisinden üçü mühendislikte yaygın olarak kabul görmektedir. Bunlar:

-Kirchhoff- Love Plak Teorisi (Klasik Plak Teorisi, CPT)

-Uflyand- Mindlin Plak Teorisi (First Order Shear Deformation Plate Theory, FSDT)

-Higher Order Plate Theory (Higher Order Shear Deformation Plate Theory, HSDT)

### 2.2.1. Klasik plak teorisi- Kirchhoff (CPT)

Şekil fonksiyonu türüne göre deplasman temelli plak teorilerinin ilk olan Klasik Plak Teorisi. Kirchhoff Plak Teorisi, Euler-Bernoulli ince kiriş hipotezine dayandığı için ince plaklar için uygundur. Çok katmanlı plak modellemeleri için en basit teorilerden biri olan Kirchhoff teorisi, Kirchhoff-Love veya CPT olarak da isimlendirilmektedir. CPT’de plak orta yüzeyine ait normalin deformasyondan sonra da orta yüzeye dik

kaldığı kabul edilir (Şekil 2.4.). Bununla birlikte çok ince plaklarda enine kayma birim şekil değişimleri ihmal edilmesi çok az bir hataya neden olur.

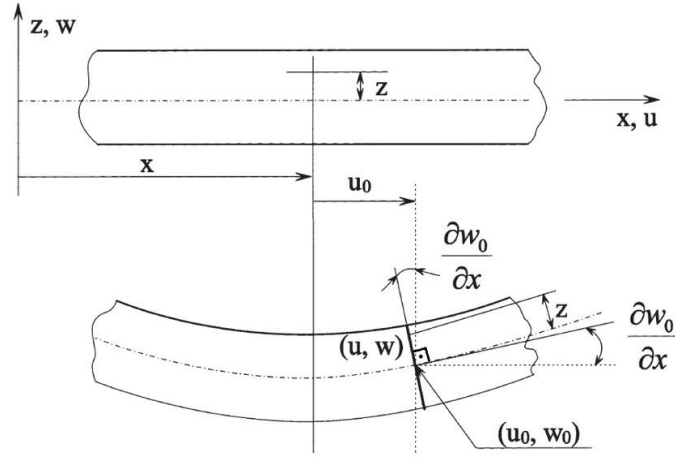
Çok katmanlı dairesel piezoelektrik aktüatör (MCPA) modellemelerinde, Kirchoff İnce Plak Teorisine dayanan CLPT en sık kullanılan teorilerdir. Çünkü MCPA, plaka orta düzlemine dik doğrultudaki normal gerilmeleri yok sayılabilecek kadar küçüktür. Dolayısıyla katman kalınlıkları katman çaplarına göre çok küçük olduğu için enine gerilmeler ihmal edilebilecek kadar çok küçük kalmaktadır.

Basit CPA (circular piezoelectric actuator) modelleri için analitik çözümler tercih edilmekle birlikte, daha karmaşık ve nonlinear CPA modelleri için sonlu elemanlar modelleme (FEM) tekniklerinden destek alınmaktadır. CPA modelleme çalışmalarında enerji metotları da sıklıkla kullanılmaktadır.

Dolayısıyla bu teori kapsamında yapılan kabuller şu şekildedir.

- Plak homojen ve izotropdur.
- Yükler plak düzlemine diktir.
- Çökmeler plak kalınlığının yanında çok küçüktür.
- Gerilme-Birim şekil değişimi bağlantıları için Hooke kanunu geçerlidir.
- Plaka orta düzlemine dik  $\sigma_z$  normal gerilmeleri yok sayılabilecek kadar küçüktür.
- Yukardaki kabule bağlı olarak düşey yöndeki birim şekil değişimi de  $\varepsilon_z \approx 0$  alınabilir.
- x doğrultusundaki yer değiştirme  $u$ , y doğrultusundaki yer değiştirme  $v$ , z doğrultusundaki yer değiştirme de  $w$  dur.
- Kesitin orta düzleminde deformasyon yoktur.

$$\begin{aligned} (\varepsilon_x)_{z=0} &\approx 0 & (\varepsilon_y)_{z=0} &\approx 0 & (\gamma_{xy})_{z=0} &\approx 0 \\ (u)_{z=0} &\approx 0 & (v)_{z=0} &\approx 0 & (w)_{z=0} &\neq 0 \end{aligned}$$



Şekil 2.4. Kirchoff İnce Plak Teorisi [62]

Kabullerden sonra yapmamız gerek ilk şey yükler, kabullere bağlı olarak tanımladığımız diferansiyel elaman üzerinden gerilmeler ile şekil değiştirmeler arasındaki ilişkileri tanımlamaktır.

$$(\epsilon_x)_z = \left[ \frac{\partial u}{\partial x} \right]_z = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} z \quad (2.5)$$

$$(\epsilon_y)_z = \left[ \frac{\partial v}{\partial y} \right]_z = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} z \quad (2.6)$$

$$(\epsilon_z)_z = \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.7)$$

$$(\gamma_{xy})_z = \left[ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right]_z = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} z - \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} z = -2z \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] \quad (2.8)$$

X, Y ve Z doğrultularındaki normal birim şekil değiştirmeleri ve kayma birim şekil değiştirmesi düşey çökmeye bağlı şekilde yazıldı.

### 2.2.1.1. Gerilme bileşenleri ile deformasyon bileşenleri arasındaki bağıntılar

Yapılan kabullere göre:

$\sigma_z = 0$  ve  $\varepsilon_z = 0$  dır. Bununla birlikte çok eksenli gerilme durumundan, diğer eksenlerdeki birim şekil değişimleri ise:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu \sigma_y] \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu \sigma_x] \quad (2.10)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad (2.11)$$

Bir gerilme bileşeninin pozitif değeri çekmeyi, negatif değeri de basmayı gösterir. Aynı şekilde bir şekil değiştirme bileşeninin pozitif değeri karşılık gelen doğrultudaki genişlemeyi, negatif değeri ise daralmayı gösterir [63].

Burada G elastisite teorisinden şöyle bilinir:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.12)$$

Denklem (2.9) , (2.10) , (2.11) ve (2.12)'den gerilmeleri çektiğimiz zaman:

$$\sigma_x = \varepsilon_x E + \nu \sigma_y \quad (2.13)$$

$$\sigma_y = \varepsilon_y E + \nu \sigma_x \quad (2.14)$$

Denklem (2.14)'ü , denklem (2.13)'de yerine yazarsak:

$$(\sigma_x)_z = \frac{E}{1 - \nu^2} [\varepsilon_x + \varepsilon_y \nu]_z \quad (2.15)$$

$$(\sigma_y)_z = \frac{E}{1 - \nu^2} [\varepsilon_y + \varepsilon_x \nu]_z \quad (2.16)$$

$$(\tau_{xy})_z = G [\gamma_{xy}]_z \quad (2.17)$$

### 2.2.1.2. Gerilme bileşenleri ile deplasman bileşenleri arasındaki bağıntılar

Denklem (2.15)'de  $\varepsilon_x$  ve  $\varepsilon_y$  yerine yazıldığında:

$$(\sigma_x)_z = \frac{E z}{1 - \nu^2} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \nu \right]_z \quad (2.18)$$

Aynı işlemler diğer gerilme bileşenleri için de uygulandığında:

$$(\sigma_y)_z = -\frac{E z}{1 - \nu^2} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \nu \right]_z \quad (2.19)$$

$$(\tau_{xy})_z = -\frac{E z}{1 + \nu} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right]_z \quad (2.20)$$

Denklem (2.18) , (2.19) ve (2.20) basitleştirilecek olursa:

$$\sigma_x = a z \quad (2.21)$$

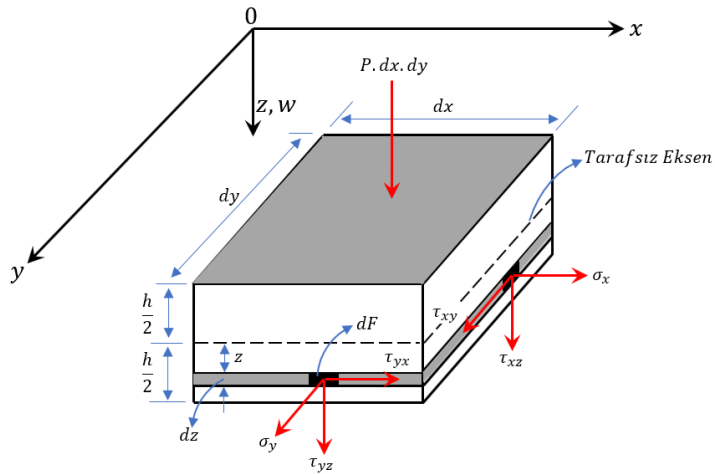
$$\sigma_y = b z \quad (2.22)$$

$$\tau_{xy} = c z \quad (2.23)$$

Dolayısıyla denklem (2.21) , (2.22) ve (2.23)'a göre şunları söyleyebiliriz. Gerilmeler  $z$ 'e lineer olarak bağlıdır. Diğer bir deyişle kesit yüksekliğinin değişmesi gerilmeleri lineer olarak etkileyecektir.

### 2.2.1.3. İç kuvvetlerin elde edilmesi

Plakta dış yüklerden dolayı oluşan gerilmeler, moment ve kesme kuvvetlerini oluşturmuştur.  $\sigma_x$  ve  $\sigma_y$  den meydana gelen  $M_x$  ve  $M_y$  eğilme momentleri,  $\tau_{xy}$  ve  $\tau_{yx}$  den meydana gelen  $M_{xy}$  ve  $M_{yx}$  burulma momentleri,  $\tau_{xy}$  ve  $\tau_{yx}$  den meydana gelen  $Q_x$  ve  $Q_y$  kesme kuvvetleridir.



Şekil 2.5. Plağın birim elemanı üzerindeki gerilmeler

$\sigma_x$  gerilmesinin tarafsız eksene göre momentine  $M_x$  denir. Bunun yanı sıra  $dz$  yüksekliğindeki diferansiyel elemana etkiyen kuvvet  $\sigma_x \cdot dF$  dir.

$$M_x = \sigma_x dF z \quad (2.24)$$

Momenti birim elemanın kalınlığı boyunca integre edersek bütün kalınlık boyunca olan momenti bulmuş oluruz.



$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dF z$$

$$dF = d_z d_y \quad (2.25)$$

Birim eleman olduğundan söz etmiştik. Dolayısıyla  $d_y$  , birim eleman genişliği 1 demektir. Bundan dolayı  $dF = d_z$ , diyebiliriz.

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz = \int_{-h/2}^{h/2} (a z) z dz \quad (2.26)$$

$$M_x = \frac{ah^3}{12} = a \frac{1 h^3}{12} = a I \quad (2.27)$$

Birim genişlikteki eleman için momentler:

$$M_x = a I \quad (2.28)$$

$$M_y = b I \quad (2.29)$$

$$M_{xy} = c I \quad (2.30)$$

Denklem (2.28) , (2.29) ve (2.30) açık halde yazılırsa:

$$M_x = -\frac{E I}{1 - \nu^2} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \nu \right] \quad (2.31)$$

$$M_y = -\frac{E I}{1 - \nu^2} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \nu \right] \quad (2.32)$$

$$\frac{EI}{1 - \nu^2} = D$$

“D” ile gösterilen ifade Plak Rijitliği olarak adlandırılır.

$$M_x = -D [ W_{xx}'' + W_{yy}'' \nu ] \quad (2.33)$$

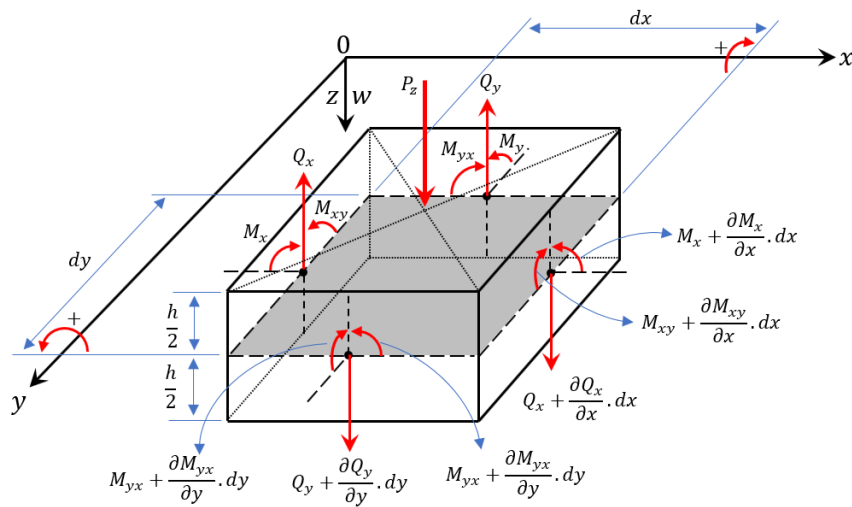
$$M_y = -D [ W_{yy}'' + W_{xx}'' \nu ] \quad (2.34)$$

$$M_{xy} = -D (1 - \nu) [ W_{xy}'' ] \quad (2.35)$$

Bu bağlantılar plağın herhangi bir noktasındaki momentlerin, o noktadaki sehimin yani çökmenin kısmi türevlerine bağlı olduğu anlamına gelir.

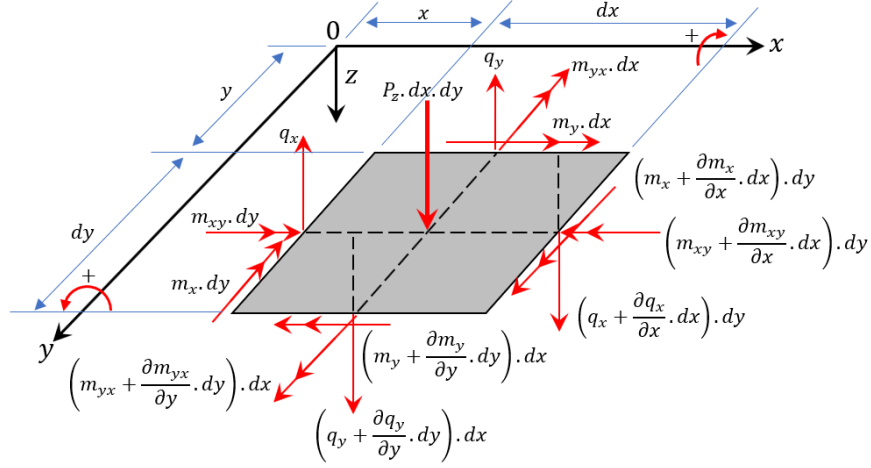
#### 2.2.1.4. Diferansiyel elemanın kuvvet ve moment dengesi

Plakta dış yüklerden dolayı oluşan gerilmeler, moment ve kesme kuvvetlerini oluşturduğunu söylemiştik. Bunlar  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_{xy}$ ,  $M_{yx}$ ,  $Q_x$  ve  $Q_y$ 'dir. Bu kuvvet ve momentleri diferansiyel eleman üzerinde göreceğ olursak:



Şekil 2.6. Diferansiyel eleman üzerindeki iç kuvvet ve momentlerin dengesi

Diferansiyel eleman üzerindeki kuvvet ve momentleri tarafsız düzlem üzerine indirgeyip, momentleri de sağ el kuralı vasıtasıyla vektör halinde gösterirsek:



Şekil 2.7. Tarafsız düzlem üzerindeki kuvvet ve moment dengesi

Kuvvet ve moment denge şartları:

$$\sum P_z = 0$$

$$\sum M_x = 0$$

$$\sum M_y = 0$$

şeklinde ifade edilir. Şekil 2.7.'de gösterilen kuvvet ve kuvvet çiftleri yerlerine yazılırsa:

$$1) \sum P_z = 0$$

$$P \, dx \, dy - Q_x \, dy - Q_y \, dx + Q_x \, dy + \frac{\partial Q_x}{\partial x} \, dx \, dy + Q_y \, dx +$$

$$\frac{\partial Q_y}{\partial y} \, dy \, dx = 0$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = -P$$

(2.36)

$$2) \sum M_x = 0$$

$$-P \, dx \, dy \frac{dx}{2} + Q_y \, dx \frac{dx}{2} - \left( Q_y + \frac{\partial Q_y}{\partial y} \, dy \right) dx \frac{dy}{2}$$

$$- \left( Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} \, dx \right) dy \, dy - M_x \, dy - M_{yx} \, dx$$

$$+ \left( M_{yx} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} \, dy \right) dx + \left( M_x + \frac{\partial M_x}{\partial x} \, dx \right) dy = 0$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} = Q_x$$

(2.37)

$$3) \sum M_y = 0$$

$$-P \, dx \, dy \frac{dy}{2} + Q_y \, dx \frac{dy}{2} - \left( Q_y + \frac{\partial Q_y}{\partial y} \, dy \right) dx \frac{dx}{2}$$

$$- \left( Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} \, dx \right) dy \, dx + M_y \, dx - M_{xy} \, dy$$

$$- \left( M_{xy} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \, dx \right) dy - \left( M_y + \frac{\partial M_y}{\partial y} \, dy \right) dx = 0$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = Q_y$$

(2.38)

Denklem (2.33) , (2.34) ve (2.35) , denklem (2.37) ve (2.38)'te yerine yazılırsa:

$$Q_x = -D \left[ \frac{\partial^3 W}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 W}{\partial y^2 \partial x} \right]$$

(2.39)

$$Q_y = -D \left[ \frac{\partial^3 W}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 W}{\partial x^2 \partial y} \right] \quad (2.40)$$

Diğer bir gösterimle:

$$Q_x = -D [W_{xxx}''' + W_{xyy}'''] \quad (2.41)$$

$$Q_y = -D [W_{yyy}''' + W_{xxy}'''] \quad (2.42)$$

Denklem (2.39) ve (2.40), denklem (2.36)'da yerine yazılırsa:

$$\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} = \frac{P}{D} \quad (2.43)$$

$$\left[ \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right]^2 = \frac{P}{D} \quad (2.44)$$

$$\Delta^2 W = \frac{P}{D} \quad (2.45)$$

Çökmeyi Hamilton operatörü ile ifade edersek:

$$\nabla W = \frac{P}{D} \quad (2.46)$$

Bulunan bu ifade bir dış kuvvet altındaki ince bir plağın kartezyen koordinatlardaki statik çökmesini ifade eden diferansiyel denklemdir.

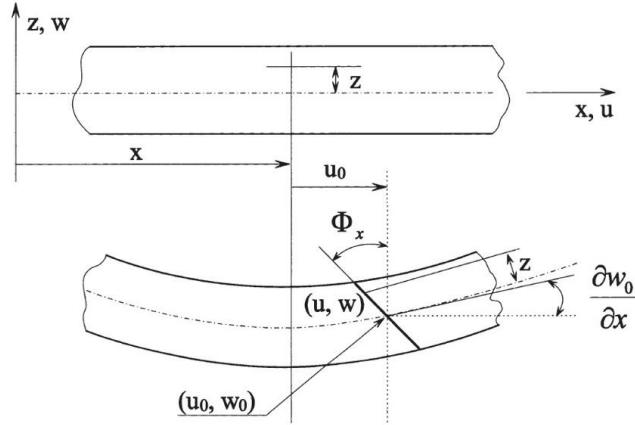
### 2.2.2. Birinci mertebeden kayma deformasyonu plak teorisi-Uflyand Mindlin (FSDT)

Reissener [1] plakların eğilme denklemlerine enine kesme etkisini de dahil etmesinden sonra, Mindlin de [64] dönme ataletleri ve kayma etkilerini plak denklemlerine dahil etti. Böylece kısmen kalın sayılabilecek orta kalınlıktaki plaklar için Timoshenko kalın kiriş teorisine dayanan Reissener -Mindlin Plak Teorisi veya diğer adıyla İyileştirilmiş Plak Teorisi (IPT) ortaya çıktı. Enine kayma etkisini hesaba katan bu teorilere FSDT de denir.

Bu teori kapsamında yapılan kabuller şu şekildedir:

- Plak homojen ve izotropdur
- Yükler plak düzlemine diktir
- Çökmeler plak kalınlığının yanında çok küçüktür
- Orta düzlemdeki normal gerilme  $\sigma_z$  ve birim şekil değişimlerinin  $\epsilon_z$  etkisi ihmal edilecek seviyededir
- Klasik plak denklemlerinden farklı olarak  $\tau_{xy}$  ve  $\tau_{yz}$  kayma gerilmeleri ihmal edilmemektedir [65].
- Gerilme-Birim şekil değişimi bağlantıları için Hooke kanunu geçerlidir.
- Plak ince olmak zorunda değildir.
- Şekil değiştirmeden önce orta düzleme normal olan çizgiler, şekil değiştirmeden sonra düzleme dik değildir (Şekil 2.8.). Yani Navier Bernoulli hipotezi geçerli değildir.

Mindlin plak teorisini, klasik plak teorisinden ayıran özellikler yukarıdaki son iki maddeden ileri gelmektedir. Bu teori kalın sayılabilecek plaklar için geliştirilmiştir. Kayma deformasyonlarının teori içine dahil edilmesi, sonuçların gerçeğe daha yakın olmasını sağlamıştır [66].



Şekil 2.8. Mindlin Plak Teorisi [62]

Mindlin plak teorisinin de yapılan işlemler bir seviyeye kadar Kirchhoff ince plak teorisine aynı ilerlenir. Ancak momentlerin tanımlandığı yerde farklılıklar vardır. Çünkü deformasyondan sonra orta düzlemin normalinin yine bu düzleme dik kalmaması (Şekil 2.8.), işlemleri bu noktadan sonra değiştirir.

Burada  $u$ ,  $v$  ve  $w$  sırasıyla  $X$ ,  $Y$  ve  $Z$  doğrultularındaki yer değiştirmeleri göstermektedir.  $u$ ,  $v$  nin  $z$  ile orantılı,  $w$ 'nin ise  $z$ 'den bağımsız olduğu kabul edilerek yukarıda verdiğimiz  $u$ ,  $v$  ve  $w$  yer değiştirmelerini  $x$  ve  $y$  eksenine etrafındaki dönmeye ve düşey yer değiştirmeye bağlı olarak:

$$u = -z \phi_x$$

$$v = z \phi_y$$

$$w = w$$

(2.47)

şeklinde yazılır [64].

Buna göre birim şekil değişimlerini tanımlarsak:

İzotrop bir plakta normal ve kayma birim şekil değişimlerini  $u$ ,  $v$  ve  $w$  yer değiştirmeleri cinsinden yazıp denklem (2.47), bu denklemlerde yerine konursa:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \quad (2.48)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \quad (2.49)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.50)$$

$$\gamma_{xy} = \left[ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right] = -z \left[ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right] \quad (2.51)$$

$$\gamma_{xz} = \left[ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right] = \frac{\partial w}{\partial x} - \phi_x \quad (2.52)$$

$$\gamma_{yz} = \left[ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right] = \frac{\partial w}{\partial y} - \phi_y \quad (2.53)$$

Burada  $\phi_x$  ve  $\phi_y$ , X ve Y eksenleri etrafındaki dönmeleri göstermektedir. Aynı şekilde  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  ve  $\varepsilon_z$ , X, Y ve Z doğrultularındaki normal birim şekil değişimlerini temsil etmektedir.

Ancak kayma birim şekil değişimlerinde ise ilave olarak kalınlık doğrultusundaki kayma birim şekil değişimleri ( $\gamma_{xz}$ ,  $\gamma_{yz}$ ) de eklenir.

### 2.2.2.1. Gerilme bileşenleri ile deformasyon bileşenleri arasındaki bağıntılar

Elastisite teorisinden bildiğimiz gerilme-birim şekil değişimi ifadeleri şöyledir:

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \nu^2} [\varepsilon_x + \varepsilon_y \nu] \quad (2.54)$$



$$\sigma_y = \frac{E}{1 - \nu^2} [\epsilon_y + \nu \epsilon_x] \quad (2.55)$$

$$\sigma_z = 0 \quad (2.56)$$

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy} \quad (2.57)$$

$$\tau_{xz} = G \gamma_{xz} \quad (2.58)$$

$$\tau_{yz} = G \gamma_{yz} \quad (2.59)$$

Burada  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  ve  $\sigma_z$  sırasıyla X, Y ve Z düzlemlerine dik doğrultudaki normal gerilmelerdir.  $\tau_{xy}$  tarafsız düzleme paralel doğrultudaki kayma gerilmesi olup,  $\tau_{xy}$  ve  $\tau_{xy}$  ise bu düzleme dik yani düşey doğrultudaki kayma gerilmeleri temsil etmektedir

Denklem (2.47) , (2.48) , (2.49) , (2.50) , (2.51) , (2.52) ve (2.53)'ü, denklem (2.54) , (2.55) , (2.56) , (2.57) , (2.58) ve (2.59)'da yerine yazarak gerilmeleri, düşey yöndeki çökme (W) ve dönme açıları ( $\phi_x$ ,  $\phi_y$ ) cinsinden ifade etmiş oluruz.

$$\sigma_x = -\frac{E z}{1 - \nu^2} \left[ \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \nu \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \right] \quad (2.60)$$

$$\sigma_y = -\frac{E z}{1 - \nu^2} \left[ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + \nu \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right] \quad (2.61)$$

$$\sigma_z = 0 \quad (2.62)$$

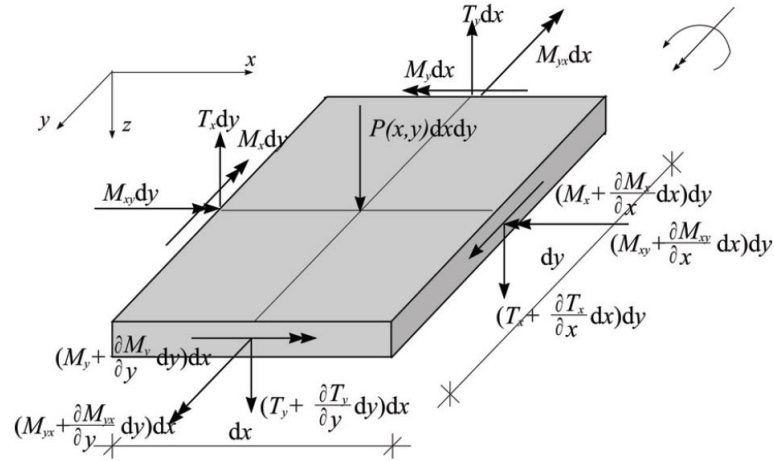
$$\tau_{xy} = -G z \left[ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right] \quad (2.63)$$

$$\tau_{xz} = G \left[ \frac{\partial W}{\partial x} - \phi_x \right] \quad (2.64)$$

$$\tau_{yz} = G \left[ \frac{\partial W}{\partial y} - \phi_y \right] \quad (2.65)$$

### 2.2.2.2. İç kuvvetlerin elde edilmesi

Plak üzerine etkileyen normal gerilme ve kayma gerilmelerinden dolayı oluşan iç kuvvetleri yani eğilme momentleri, burulma momentleri ve kesme kuvvetlerini diferansiyel eleman üzerinde yeniden göreceğ olursak:



Şekil 2.9. Diferansiyel eleman üzerindeki iç kuvvet ve momentlerin dengesi [67]

$$M_x = D \left[ \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \nu \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \right] \quad (2.66)$$

$$M_y = D \left[ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + \nu \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right] \quad (2.67)$$

$$M_{xy} = D \frac{(1 - \nu)}{2} \left[ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right] \quad (2.68)$$

$$D = \frac{E I}{1 - \nu^2} \quad (2.69)$$

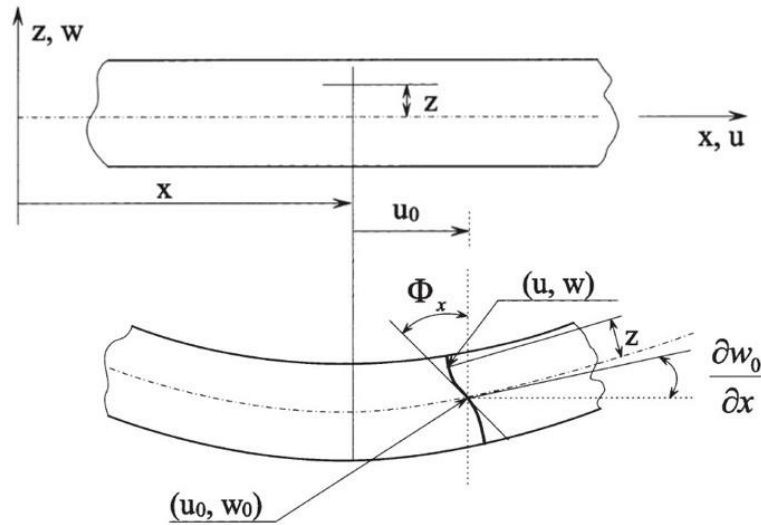
### 2.2.3. Yüksek mertebeden kayma deformasyonu plak teorisi (HSDT)

Deformasyondan önce düzlem normallerinin düzleme dik olup deformasyondan sonra da normal kaldığının varsayıldığı klasik plak teorisinde, çökmeleri olduğundan az, doğal frekans ve burkulma yüklerini olduğundan fazla hesaplar. Bunun nedeni klasik plak teorisindeki enine kayma gerilmelerinin ihmal edilmesinden ileri gelmektedir.

Eğilme, gerilme, doğal frekans ve burkulma yüklerindeki hatalar elastisite modülü kayma modülü oranı yüksek olan kompozit plakalarda (örneğin 25 ila 40 civarında olan grafit-epoksi) daha yüksektir. Bu yüksek oranlar, klasik plak teorilerini kompozit plakaların analizi için yetersiz kılmaktadır. Doğruluğu yüksek bir teori enine kayma gerilmelerini hesaba katmalıdır [68].

Mindlin plak teorisinde yüzeye dik olmayan ancak doğrusal olan nötr yüzey normali bu teoride de yüzeye dik değildir ancak doğrusal form yerini eğriliğe bırakmıştır.

Mindlin ve Reissner kayma etkilerini içeren ve bu nedenle kalın plakalar için uygun bir plak teorisi geliştirdiler. Ancak Mindlin ve Reissner'in teorileri benzerdir ve genellikle Mindlin plak teorisini esas alırlar. Bu iki teori farklı varsayımlara dayandığından yanıltıcı bir tanımdır [69].



Şekil 2.10. Yüksek Mertebeden Kayma Deformasyonu Plak Teorisi [62]

Ancak kayma etkilerini içeren yüksek mertebeden kayma deformasyonu teorisi kinematiği FSDT'den daha iyi ifade etmekle birlikte kompozit plakalar için de daha uygundur.

Yer değiştirme ifadesi, düşey kayma gerilmelerinin kuadratik (ikinci dereceden) değişimlerini ve plakanın alt ve üst yüzeylerinde düşey kayma gerilmelerinin yok olmasını barındırır (Denklem (2.70) , (2.71)). Bundan dolayı HSDT'de kayma düzeltme faktörlerine gerek yoktur [70].

$$u(x, y, z) = u + z \phi_x + z^2 \xi_x + z^3 \zeta_x \quad (2.70)$$

$$v(x, y, z) = v + z \phi_y + z^2 \xi_y + z^3 \zeta_y \quad (2.71)$$

$$w(x, y, z) = w \quad (2.72)$$

Burada  $u$ ,  $v$  ve  $w$  sırasıyla  $X$ ,  $Y$  ve  $Z$  doğrultularındaki yer değiştirmeleri göstermektedir.  $\phi_x$  ve  $\phi_y$  ise doğrusal olmayan yüzey normali ile yüzeyin  $X$  ve  $Y$  eksenleri ile arasında yaptığı açıdır.

$$\tau_{xz}(x, y, \pm \frac{h}{2}) = 0 \quad (2.73)$$

$$\tau_{yz}(x, y, \pm \frac{h}{2}) = 0 \quad (2.74)$$

Olduğu için birim şekil değişimleri de  $z = \frac{h}{2} = 0$  olmalı.

$$\gamma_{xz} = \left[ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right]_{z=\frac{h}{2}} = 0 \quad (2.75)$$

$$\gamma_{yz} = \left[ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right]_{z=\frac{h}{2}} = 0 \quad (2.76)$$

Denklem (2.70) ve (2.71)'yi, denklem (2.75) ve (2.76)'da yerine yazarsak:

$$\gamma_{xz} = \phi_x + 2 \frac{h}{2} \xi_x + 3 \frac{h^2}{4} \zeta_x + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (2.77)$$

$$\gamma_{yz} = \phi_y + 2 \frac{h}{2} \xi_y + 3 \frac{h^2}{4} \zeta_y + \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad (2.78)$$

$$\xi_x = 0$$

$$\xi_y = 0 \quad \text{dır.}$$

Denklem (2.77) ve (2.78)'den  $\zeta_x$  ve  $\zeta_y$  elde edilebilir.

$$\zeta_x = -\frac{4}{3h^2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \phi_x \right) \quad (2.79)$$

$$\zeta_y = -\frac{4}{3h^2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \phi_y \right) \quad (2.80)$$

Denklem (2.79) ve (2.80), denklem (2.70), (2.71) ve (2.72)'de yerine yazılırsa:

$$u(x, y, z) = u + z \phi_x + z^3 \left[ -\frac{4}{3h^2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \phi_x \right) \right] \quad (2.81)$$

$$v(x, y, z) = v + z \phi_y + z^3 \left[ -\frac{4}{3h^2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \phi_y \right) \right] \quad (2.82)$$

$$w(x, y, z) = w \quad (2.83)$$

Birim şekil değişimi deplasman ilişkisi şu şekilde ifade edilir:

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{xx}^0 + z(k_{xx}^0 + z^2 k_{xx}^2) \quad (2.84)$$

$$\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{yy}^0 + z(k_{yy}^0 + z^2 k_{yy}^2) \quad (2.85)$$

$$\varepsilon_{zz} = 0 \quad (2.86)$$

$$\gamma_{yz} = \gamma_{yz}^0 + z^2 k_{yz}^2 \quad (2.87)$$

$$\gamma_{xz} = \gamma_{xz}^0 + z^2 k_{xz}^2 \quad (2.88)$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xy}^0 + z(k_{xy}^0 + z^2 k_{xy}^2) \quad (2.89)$$

Denklem (2.84)-(2.89)'daki ifadeleri açarsak:

$$\varepsilon_{xx}^0 = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.90)$$

$$\varepsilon_{yy}^0 = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.91)$$

$$\gamma_{yz}^0 = \phi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.92)$$

$$\gamma_{xz}^0 = \phi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.93)$$

$$\gamma_{xy}^0 = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.94)$$

$$k_{xx}^0 = \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \quad (2.95)$$

$$k_{yy}^0 = \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \quad (2.96)$$

$$k_{xy}^0 = \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \quad (2.97)$$

$$k_{xx}^2 = -\frac{4}{3h^2} \left( \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (2.98)$$

$$k_{yy}^2 = -\frac{4}{3h^2} \left( \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.99)$$

$$k_{yz}^2 = -\frac{4}{h^2} \left( \phi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (2.100)$$

$$k_{xz}^2 = -\frac{4}{h^2} \left( \phi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (2.101)$$

$$k_{xy}^2 = -\frac{4}{3h^2} \left( \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (2.102)$$

Sabit  $h$  kalınlığından ve ince ortotropik malzeme katmanlarından oluşan bir plaka için, bünye denklemleri, denklem (2.84), (2.85), (2.86), (2.87), (2.88) ve (2.89) kullanılarak şöyle türetilebilir:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} & 0 & 0 & 0 \\ E_{12} & E_{22} & E_{23} & 0 & 0 & 0 \\ E_{13} & E_{23} & E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.103)$$

Buradaki  $E$ 'ler malzeme eksenlerindeki yüzey gerilmesi azaltılmış elastik rijitlik tensörünü temsil etmektedir.

Matrisi daha spesifik hale getirecek olursak:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & 0 \\ E_{12} & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & G_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.104)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_4 \\ \sigma_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{44} & 0 \\ 0 & G_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} \quad (2.105)$$

Z doğrultusundaki birim şekil değişimi yok kabul edildiği için buna bağlı olarak bu doğrultudaki gerilmede 0 olacaktır.

$$\sigma_{xx} = E_{11} \varepsilon_{xx} + E_{12} \varepsilon_{yy} \quad (2.106)$$

$$\sigma_{yy} = E_{12} \varepsilon_{xx} + E_{22} \varepsilon_{yy} \quad (2.107)$$

$$\tau_{xy} = G_{66} \gamma_{xy} \quad (2.108)$$

$$\tau_{yz} = G_{44} \gamma_{yz} \quad (2.109)$$

$$\tau_{xz} = G_{55} \gamma_{xz} \quad (2.110)$$

Momentleri yazarsak [70]:

$$M_x = \frac{4h^2D}{35} \left[ \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \nu \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \right] - \frac{h^2D}{28} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (2.111)$$

$$M_y = \frac{4h^2D}{35} \left[ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + \nu \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right] - \frac{h^2D}{28} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (2.112)$$

$$M_{xy} = \frac{(1-\nu)}{2} \left[ \frac{4h^2D}{35} \left[ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \nu \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right] - \frac{h^2D}{28} \left[ 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] \right] \quad (2.113)$$



$$D = \frac{EI}{1 - \nu^2} \quad (2.114)$$

Bu bağlantılar plağın herhangi bir noktasındaki momentlerin, o noktadaki sehimin yani çökmenin kısmi türevlerine bağlı olduğu anlamına gelir.

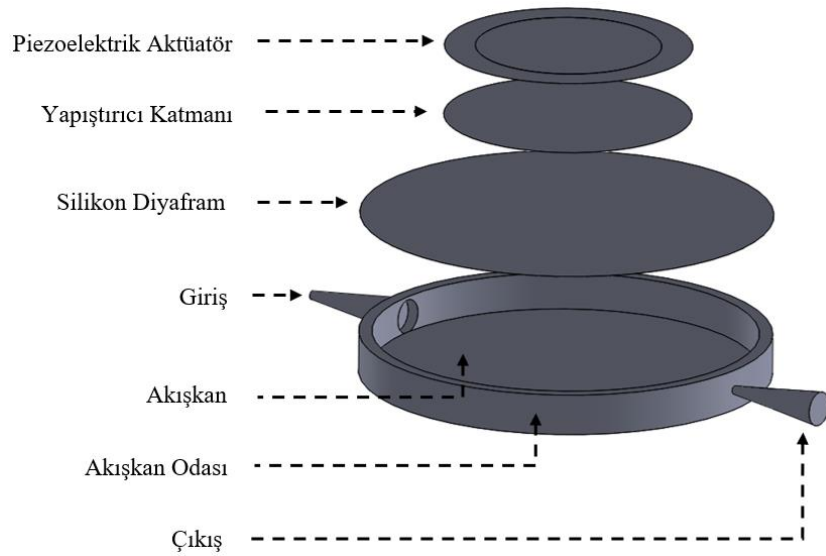
Kayma düzeltme faktörlerinin ayarlanması FSDT ile elde edilen sonuçları iyileştiriyor gibi gözükse de çok düşük bir  $k_1$  ,  $k_2$  değeri çözümü olduğundan daha fazla hesaplatır. FSDT'nin sonuçlarının elde edilirken, kayma düzeltme faktörü olarak 5/6 değeri kullanılır ( $k_1^2 = k_2^2 = 5/6$ ).Yüksek mertebeden kayma deformasyonu teorisinden elde edilen sonuçlara FSDT teorisine kıyasla nispeten daha hızlı ve yakınsak bir çözüm sunar [68].

## BÖLÜM 3. MATERYAL VE YÖNTEM

Bu bölümde silikon, brass, piezoelektrik, gümüş ve yapıştırıcı katmanlarıyla birlikte 7 katmandan oluşan dairesel çok katmanlı aktüatörün uniform akışkan basınç ve voltaj yükü altındaki statik çökmesi ve titreşimi, analitik ve sonlu elemanlar metotları ile incelenecektir.

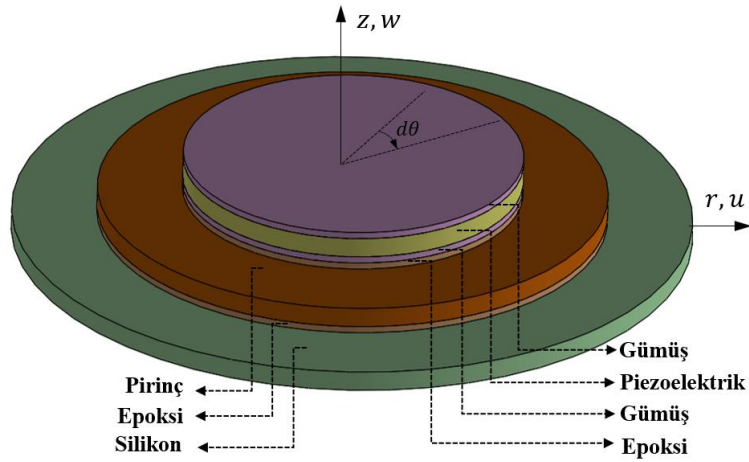
### 3.1. Analitik Model

Genel olarak tek diyaframlı bir piezoelektrik mikro-pompanın (SDM) yapısı Şekil 3.1.'de gösterilmiştir. En altta sabit bir yapı olarak akışkanın içerisinde bulunduğu önünde ve arkasında giriş çıkışları olan akışkan odası. Bu sabit yapının üzerinde ise akışkanın pompalayan katmanlı yapıdaki hareketli kısım mevcuttur. Bu kısım ise temel olarak üç katmandan oluşur. Bunlar pasif silikon katman, yapıştırıcı katman ve en üstte de hareketi oluşturan piezoelektrik aktüatör.



Şekil 3.1. SDM (Tek diyaframlı mikro-pompa) mikro-pompanın açılımı

Çok katmanlı piezoelektrik aktüatörün yapısı Şekil 3.2.'de gösterilmiştir. Silikon, brass, gümüş ve piezoelektrik katmanlar ince yapışkan katmanlar vasıtasıyla birbirine yapıştırılmıştır. Aktüatörde bulunan katmanların hiçbirinin etkisi ihmal edilmemiştir. Piezoelektrik katmana uygulanan voltajdan dolayı meydana gelen yer değiştirme elastik olan silikon katmana aktarılır. Ve böylelikle akışkan alt hazneye alınıp oradan da diğer bölgeye pompalanır. Dairesel geometriye sahip çok katmanlı aktüatörün modellenmesi için polar koordinat sistemi seçilmiştir.



Şekil 3.2. Polar koordinat sistemine sahip 7 katmanlı dairesel aktüatörün yapısı

Akışkan ve voltaj yükü altındaki çok katmanlı dairesel aktüatörün kapalı form deplasman denklemini elde etmek için Kirchhoff ince plak teorisini esas alan Klasik Lamine Plak Teorisi (CLPT) kullanıldı. Böylelikle çok katmanlı eksenel simetrik aktüatörün yanal (lateral) ve düşey (transverse) yer değiştirmelerinin genel çözümü için klasik lamine plak teorisi kullanılarak bulunur

Klasik lamine plak teorisi kapalı formdaki çözümlere ulaşmayı sağlayan yeterli bir basitleştirmeye izin verir. Böylelikle çok katmanlı dairesel aktüatörün heterojen yapısı kinematik olarak eşdeğer tek bir katmana indirgenir Böylece 3 boyutlu bir elastisite problemi 2 boyutlu bir probleme indirgenmiş olur [71].

Piezoelektrik sınır şartlarının mükemmel derecede sabit olduğu ve akışkan basıncının uniform olduğu kabul edildi. Referans düzlem olarak pasif katmanın yani silikon

katmanın orta düzlemi kabul edildi. Koordinat sistemi ise kalınlık yönü pozitif olacak şekilde referans düzleme konumlandırılmıştır (Şekil 3.2.).

### 3.1.1. Çok katmanlı dairesel piezoelektrik aktüatörün çökmesinin analitik olarak elde edilmesi

Klasik lamine plak teorisine göre referans düzlemin orta çizgisinin düşey yer değiştirmesinin bilinmesi gerekmektedir. Kirchhoff'un teorisinden, plakanın referans düzlemindeki birim şekil değişimi ve eğriliği, bu düzlemdeki yanal ve düşey deplasmanlar cinsinden ifade edilebilir [71]. Ve bu uniform deformasyon denklem (3.1) ve (3.2) ile hesaplanabilir [72].

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{rr}^{(0)} \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_0(r)}{\partial r} \\ \frac{u_0(r)}{r} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{rr}^{(1)} \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0(r)}{\partial r^2} \\ -\frac{1}{r} \frac{w_0(r)}{r} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Burada  $u_0(r)$  ve  $w_0(r)$  sırasıyla orta düzlemdeki enine ve yatay yönlerde çökmelerdir.  $\varepsilon_{rr}^{(0)}$  ve  $\varepsilon_{\theta\theta}^{(0)}$  orta düzlemdeki radyal ve teğetsel yönlerdeki birim şekil değişimleridir.  $\varepsilon_{rr}^{(1)}$  ve  $\varepsilon_{\theta\theta}^{(1)}$  ise sırasıyla orta düzlemin radyal ve teğetsel doğrultudaki eğimleridir.

Sistemin kayma bileşeni ( $\varepsilon_{r\theta}$ ) dikkate alınmaz, çünkü yalnızca eksenel simetrik deformasyona uğradığı kabul edildi [71].

Piezoelektrik katmanın kalınlığı, pasif katmanın kalınlığının yarısından daha küçük olduğu durumlarda, uniform birim şekil değişimi dağılımı varsayımına dayanan piezoelektrik aktüatörün analitik modellenmesi yapılabilir [73]. Dolayısıyla herhangi bir k'ncü düzlemin birim şekil değişimi şu şekilde olacaktır.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{rr} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{rr}^{(0)} \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(0)} \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \varepsilon_{rr}^{(1)} \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(1)} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Piezoelektrik diyaframın deformasyonu sıvı yükü ve piezoelektrik malzemenin ters basınç etkisinin ortak bir hareketidir. Bundan dolayı piezoelektrik diyaframın gerilme-birim şekil değiştirmesinin bünye denklemi olarak denklem (2.1) ve (2.2)'den birinci tür yani denklem (2.1) seçildi

$$\varepsilon = s_{11}^E \sigma + d_{31} E_3 \quad (3.4)$$

$\varepsilon$  ve  $\sigma$  piezoelektrik katmanların iç gerilme ve birim şekil değişimleridir.  $s_{11}^E$  elastik gevşekliği ifade eder. Buradaki üst simge E, elektrik alanın 0'a eşit olduğunu ifade eder.  $d_{31}$  kalınlık doğrultusundaki piezoelektrik elektriksel-mekanik bağlama katsayısı veya piezoelektrik katsayısıdır.  $E_3$  3 doğrultusundaki elektrik alanıdır.

Bundan dolayı k ıncı piezoelektrik katman için orthotropik şartlardaki lineer süreklilik denklemi şu şekildedir:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ . & . & . & S_{44} & 0 & 0 \\ . & . & . & . & S_{55} & 0 \\ . & . & . & . & . & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{13} \\ 0 & 0 & d_{23} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{42} & 0 \\ d_{51} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}$$

Piezoelektrik diyaframa uygulanan düşey yöndeki elektrik alan, diyaframın kesitinin incelik kalınlaşmasına neden olur. Ayrıca plak çevresel olarak ankastre olmasından dolayı diyafram merkezinden bombe yapacaktır. Bundan dolayı incelememiz gereken yer 1 yüzeyinde bulunup 3 doğrultusundaki değişimleri ifade eden 31 doğrultusu olacaktır.

İncelenen çok katmanlı plağın dairesel bir yapıdadır. Bundan dolayı k ıncı katmanın lineer isotropik bünye denklemi polar koordinat sisteminde yazılırsa:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \end{bmatrix}^k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix}^k \begin{bmatrix} \varepsilon_{rr} - \sigma_{rr} \Delta T \\ \varepsilon_{\theta\theta} - \sigma_{\theta\theta} \Delta T \end{bmatrix} - E_f^k \begin{bmatrix} d_{31}^{(k)} \\ d_{31}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Burada  $\sigma_{rr}$  ,  $\sigma_{\theta\theta}$  ,  $Q_{ij}^k$ ,  $E_f^k$  ve  $d_{31}^k$  ifadeleri sırasıyla k ıncı katmanın radyal ve teğetsel doğrultulardaki gerilmeleri, ise k ıncı katmanın gerilimi azaltılmış yüzey rijitlik matrisi, k ıncı katmana uygulanan elektriksel yük ve k ıncı katman için kalınlık doğrultusunda piezoelektrik elektriksel-mekanik bağlama katsayısı veya piezoelektrik katsayısıdır.

Sistem çalışma esnasında sıcaklık değişmediği kabul edildiği yani izotermal durum için( $\Delta T = 0$ ):

$$\begin{bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \end{bmatrix}^k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix}^k \begin{bmatrix} \varepsilon_{rr} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \end{bmatrix} - E_f^k \begin{bmatrix} d_{31}^k \\ d_{31}^k \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \end{bmatrix}^k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix}^k \begin{bmatrix} \varepsilon_{rr}^{(0)} \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(0)} \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \varepsilon_{rr}^{(1)} \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(1)} \end{bmatrix} - E_f^k \begin{bmatrix} d_{31}^k \\ d_{31}^k \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Dairesel plak ince kesitli bir yapıya sahiptir. Bu yüzden bu parçalarda kalınlık boyunca oluşan gerilmeler ihmal edilebilir. Bu duruma ‘‘düzlem gerilme durumu’’ denmektedir. Pratikte çoğu problem için gerilmeler düzlem gerilmelerdir [74]. Buna göre gerilimi azaltılmış yüzey rijitlik matrisi denilen  $Q_{ij}^k$  matrisi şu şekilde ifade edilir:

$$Q_{11} = Q_{22} = \frac{E_k}{1 - \nu_k^2} \quad (3.8)$$

$$Q_{12} = Q_{21} = \frac{\nu_k E_k}{1 - \nu_k^2} \quad (3.9)$$

Denklem (3.1) , (3.2) , (3.8) ve (3.9) , denklem (3.7)‘da yerine yazılırsa:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \end{bmatrix}^k &= \begin{bmatrix} \frac{E_k}{1-\nu_k^2} & \frac{\nu_k \cdot E_k}{1-\nu_k^2} \\ \frac{\nu_k \cdot E_k}{1-\nu_k^2} & \frac{E_k}{1-\nu_k^2} \end{bmatrix}^k \cdot \\
&\left[ \begin{bmatrix} \frac{\partial u_0(r)}{\partial r} \\ \frac{u_0(r)}{r} \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0(r)}{\partial r^2} \\ -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w_0(r)}{\partial r} \end{bmatrix} - E_f^k \begin{bmatrix} d_{31}^k \\ d_{31}^k \end{bmatrix} \right]
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Klasik plak teorisine göre, enine birim şekil değişimleri sıfır olduğu kabul edilir. Bununla birlikte süreklilik denkleminde hesaplanmış ise, enine kayma gerilmeleri de aynı şekilde sıfır olacaktır. Ancak enine normal gerilmeler Poisson etkisi nedeniyle sıfır olmayacaktır. Ancak tüm bu gerilme bileşenleri formülasyona dâhil edilmez. Çünkü von Karman plak teorisine göre kinematik olarak sürekli virtüel birim şekil değişimleri sıfır olması gerektiğinden bu gerilmeler de sıfır olması gerekecektir.

Virtüel iş prensibinin dinamik hali şu şekildedir:

$$0 = \int_0^T (\delta U + \delta V - \delta K) dt \tag{3.11}$$

Burada  $\delta U$  ,  $\delta V$  ,  $\delta K$  sırasıyla birim şekil değiştirme enerjisi, dışardan uygulanan kuvvetten dolayı oluşan virtüel iş ve virtüel kinetik enerjiyi temsil etmektedir.

Ardından bu üç enerji denkleminde yerine yazılıp kalınlık boyunca integre edildiğinde tüm plağın kalınlığı doğrultusundaki net kuvvet ve net momentler elde edilir.

$$\begin{bmatrix} N_r \\ N_\theta \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \end{bmatrix} dz \tag{3.12}$$

$$\begin{bmatrix} M_r \\ M_\theta \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \end{bmatrix} z dz \tag{3.13}$$

Burada  $N_r$  ,  $N_\theta$  ,  $M_r$  ve  $M_\theta$  sırasıyla net kuvvet ve momentlerin radyal ve teğetsel yönlerdeki bileşenlerini temsil etmektedir.

Gerilmeler yerlerine yazılıp eşitlik düzenlendiğinde:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} N_r \\ N_\theta \end{bmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial u_0(r)}{\partial r} \\ \frac{u_0(r)}{r} \end{pmatrix} \sum_{k=1}^n \left[ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix}^k dz \right] \\
&+ \begin{pmatrix} -\frac{\partial^2 w_0(r)}{\partial r^2} \\ -\frac{1}{r} \frac{\partial w_0(r)}{\partial r} \end{pmatrix} \sum_{k=1}^n \left[ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix}^k z dz \right] \\
&- \sum_{k=1}^n \left[ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix}^k \epsilon_f^k \begin{pmatrix} d_{31}^k \\ d_{31}^k \end{pmatrix} dz \right]
\end{aligned} \tag{3.14}$$

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} M_r \\ M_\theta \end{bmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial u_0(r)}{\partial r} \\ \frac{u_0(r)}{r} \end{pmatrix} \sum_{k=1}^n \left[ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix}^k z dz \right] \\
&+ \begin{pmatrix} -\frac{\partial^2 w_0(r)}{\partial r^2} \\ -\frac{1}{r} \frac{\partial w_0(r)}{\partial r} \end{pmatrix} \sum_{k=1}^n \left[ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix}^k z^2 dz \right] \\
&- \sum_{k=1}^n \left[ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \left( \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix}^k z \epsilon_f^k \begin{pmatrix} d_{31}^k \\ d_{31}^k \end{pmatrix} \right) dz \right]
\end{aligned} \tag{3.15}$$

İfadede değişken dönüşümü yapıldığında, biraz daha basitleşecektir:

$$\begin{bmatrix} N_r \\ N_\theta \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_0(r)}{\partial r} \\ \frac{u_0(r)}{r} \end{pmatrix} \alpha + \begin{pmatrix} -\frac{\partial^2 w_0(r)}{\partial r^2} \\ -\frac{1}{r} \frac{\partial w_0(r)}{\partial r} \end{pmatrix} \beta - \begin{bmatrix} N_r^{\text{piezo}} \\ N_\theta^{\text{piezo}} \end{bmatrix} \tag{3.16}$$



$$\begin{bmatrix} M_r \\ M_\theta \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_0(r)}{\partial r} \\ u_0(r) \\ r \end{pmatrix} \beta + \begin{pmatrix} -\frac{\partial^2 w_0(r)}{\partial r^2} \\ -\frac{1}{r} \frac{\partial w_0(r)}{\partial r} \end{pmatrix} \lambda - \begin{bmatrix} M_r^{\text{piezo}} \\ M_\theta^{\text{piezo}} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$\begin{bmatrix} N_r^{\text{piezo}} \\ N_\theta^{\text{piezo}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n \frac{(1 + \nu_k) E_k}{1 - \nu_k^2} \epsilon_f^k d_{31}^k (z_k - z_{k-1}) \\ \sum_{k=1}^n \frac{(1 + \nu_k) E_k}{1 - \nu_k^2} \epsilon_f^k d_{31}^k (z_k - z_{k-1}) \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$\begin{bmatrix} M_r^{\text{piezo}} \\ M_\theta^{\text{piezo}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \frac{(1 + \nu_k) E_k}{1 - \nu_k^2} \epsilon_f^k d_{31}^k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \\ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \frac{(1 + \nu_k) E_k}{1 - \nu_k^2} \epsilon_f^k d_{31}^k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Burada  $N_r^{\text{piezo}}$  ,  $N_\theta^{\text{piezo}}$  ,  $M_r^{\text{piezo}}$  ,  $M_\theta^{\text{piezo}}$  ifadeleri sırasıyla radyal ve teğetsel yönlerdeki piezoelektrik kuvvetler ve momentleri temsil etmektedir.

Ayrıca  $\alpha$  ,  $\beta$  ve  $\gamma$  , denklem (3.20) , (3.21) , (3.22) , (3.23) , (3.24) ve (3.25)' ten hesaplanabilir.

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix}$$

$$\gamma = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix}$$

$$\alpha_{11} = \alpha_{22} = \sum_{k=1}^n \frac{E_k}{1 - \nu_k^2} (z_k - z_{k-1}) \quad (3.20)$$

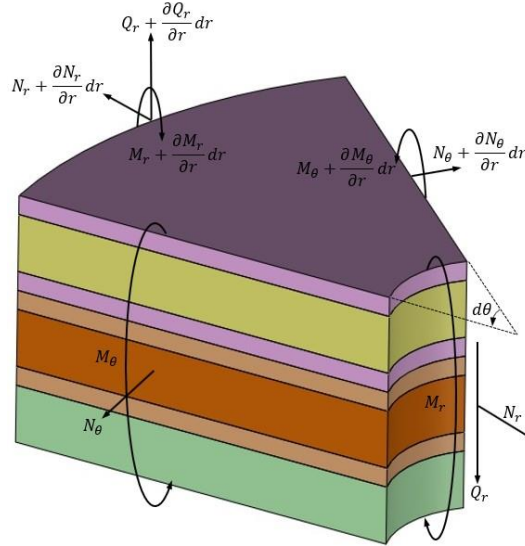
$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = \sum_{k=1}^n \frac{\nu_k E_k}{1 - \nu_k^2} (z_k - z_{k-1}) \quad (3.21)$$

$$\beta_{11} = \beta_{22} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \frac{E_k}{1 - \nu_k^2} (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (3.22)$$

$$\beta_{12} = \beta_{21} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \frac{\nu_k E_k}{1 - \nu_k^2} (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (3.23)$$

$$\lambda_{11} = \lambda_{22} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n \frac{E_k}{1 - \nu_k^2} (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (3.24)$$

$$\lambda_{12} = \lambda_{21} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n \frac{\nu_k E_k}{1 - \nu_k^2} (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (3.25)$$



Şekil 3.3. Analitik modellemede kullanılan kuvvet ve momentlerin diferansiyel eleman üzerinde gösterilmesi

Şekil 3.3.'te görülen katmanlı yapıda olan piezoelektrik tahrikli aktüatöre etki eden net kuvvet ve momentler sistemi dengede tutar.

$$\frac{dN_r}{dr} + \frac{N_r - N_\theta}{r} = 0 \quad (3.26)$$

$$\frac{dQ_r}{dr} + P + \frac{Q_r}{r} = 0 \quad (3.27)$$

Burada P aktüatör üzerine z doğrultusunda etkiyen uniform basınç,  $Q_r$  ise düşey doğrultuda değişen kesme kuvvetidir.

Bununla birlikte  $Q_r$  i radyal yöndeki momentler cinsinden ifade edecek olursak:

$$Q_r = \frac{dM_r}{dr} + \frac{M_r - M_\theta}{r} \quad (3.28)$$

Denklem (3.16) ve (3.17)'deki matrisler parçalandığında:

$$N_r = \frac{\partial u_0(r)}{\partial r} \alpha - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w_0(r)}{\partial r^2} \beta \quad (3.29)$$

$$N_\theta = \frac{u_0(r)}{r} \alpha - \frac{1}{r} \frac{\partial w_0(r)}{\partial r} \beta \quad (3.30)$$

$$M_r = \frac{\partial u_0(r)}{\partial r} \beta - \frac{\partial^2 w_0(r)}{\partial r^2} \lambda \quad (3.31)$$

$$M_\theta = \frac{u_0(r)}{r} \beta - \frac{1}{r} \frac{\partial w_0(r)}{\partial r} \lambda \quad (3.32)$$

Denklem (3.29), (3.30), (3.31) ve (3.32), denklem (3.26) ve (3.28)'de yerine yazılırsa:

$$\left[ \frac{\partial^2 u_0(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_0(r)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{u_0(r)}{r} \right] \alpha_{11} + \left[ -\frac{\partial^3 w_0(r)}{\partial r^3} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w_0(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial w_0(r)}{\partial r} \right] \beta_{11} = 0 \quad (3.33)$$

$$\left[ \frac{\partial^2 u_0(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_0(r)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{u_0(r)}{r} \right] \beta_{11} + \left[ -\frac{\partial^3 w_0(r)}{\partial r^3} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w_0(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial w_0(r)}{\partial r} \right] \lambda_{11} = Q_r \quad (3.34)$$

Membranın dikey yöndeki çökmesini ifade eden  $w_0(r)$ 'a ulaşmak için  $u_0(r)$  elimine edilirse:

$$\left[ -\frac{\partial^3 w_0(r)}{\partial r^3} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w_0(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial w_0(r)}{\partial r} \right] \frac{(\lambda_{11} \alpha_{11} - \beta_{11}^2)}{\alpha_{11}} = Q_r \quad (3.35)$$

Denklem (3.35), denklem (3.27)'de yerine yazılıp çözülürse:

$$w_0(r) = \frac{K_1 P r^4}{64} + c_1 r^2 + c_2 \ln r + c_3 \ln r r^2 + c_4 \quad (3.36)$$

$$K_1 = \frac{\alpha_{11}}{(\lambda_{11} \alpha_{11} - \beta_{11}^2)}$$

Bulunan ifade, denklem (3.33)'de yerine yazıldığında karşımıza gelen homojen olmayan Euler denklemi çözülürse yanal çökmeyi ifade eden  $u_0(r)$  'ye ulaşırız.

$$u_0(r) = \frac{K_2 P r^3}{16} + c_3 r [2 \ln(r) - 1] K_3 + c_5 r + C_6 \frac{1}{r} \quad (3.37)$$

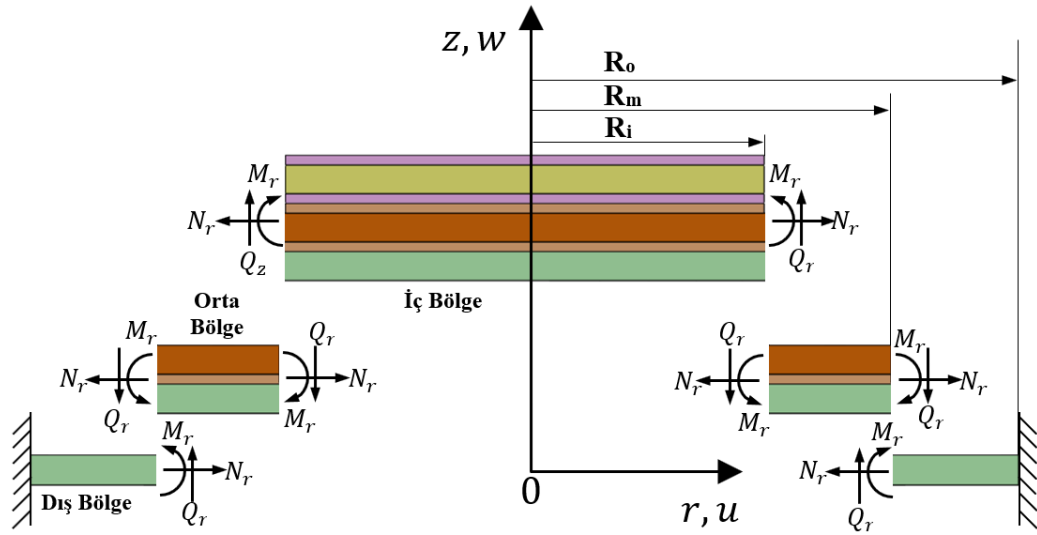
$$K_2 = \frac{\beta_{11}}{(\lambda_{11} \alpha_{11} - \beta_{11}^2)}$$

$$K_3 = \frac{\beta_{11}}{\alpha_{11}}$$

Denklem (3.36) ve (3.37) ile katmanlı yapıdaki aktüatörün, uygulanan voltaj ve dış basınç altında enine ve yanal çökmesi, uygun sınır şartlarının kullanılması vasıtasıyla integral sabitleri belirlenerek kapalı formda hesaplanabilir.

### 3.1.2. Çok katmanlı dairesel piezoelektrik aktüatörün çökmesinin bölgelere ayrılarak incelenmesi

Bu tür aktüatörlerin çökmeleri için analitik çözümler yukarıda elde edilen ilişkilerin eşit çaplara sahip üç bölgeye ayrılmış kısımlarına ayrı ayrı uygulanmasının ardından bu üç bölgenin ara yüzlerinde eşleşen süreklilik ve denge koşullarıyla birleştirilerek elde edilir [75]. Belirlenen bu üç bölge; iç bölge ( $0 \leq r \leq R_i$ ), orta bölge ( $R_i \leq r \leq R_m$ ) ve dış bölge ( $R_m \leq r \leq R_o$ ) şeklinde tanımlanır. Ayrıca pasif katman olan silikon diyafram kenarlarından ankastredir (Şekil 3.4.).



Şekil 3.4. Analitik modellemede kullanılan piezoelektrik aktüatörün parçalanmış modeli

$$w_o(r) = \frac{K_1^o P r^4}{64} + C_1 r^2 + C_3 r^2 \ln r + C_2 \ln r + C_4 \quad (3.38)$$

$$u_o(r) = \frac{K_2^o P r^3}{16} + C_5 r + C_6 + C_3 K_3^o r (2 \ln r - 1) \quad (3.39)$$

$$w_m(r) = \frac{K_1^m P r^4}{64} + C_7 r^2 + C_9 r^2 \ln r + C_8 \ln r + C_{10} \quad (3.40)$$

$$u_m(r) = \frac{K_2^m P r^3}{16} + C_{11} r + C_9 K_3^m r (2 \ln r - 1) + C_{12} \quad (3.41)$$

$$w_i(r) = \frac{K_1^i P r^4}{64} + C_{13}r^2 + C_{15}r^2 \ln r + C_{14} \ln r + C_{16} \quad (3.42)$$

$$u_i(r) = \frac{K_2^i P r^3}{16} + C_{15}K_3^i r(2 \ln r - 1) + C_{17}r + C_{18} \frac{1}{r} \quad (3.43)$$

Burada,  $w_i(r)$ ,  $w_m(r)$  ve  $w_o(r)$  sırasıyla iç, orta ve dış bölgelerdeki düşey deplasmanlardır.  $u_i(r)$ ,  $u_m(r)$  ve  $u_o(r)$  ise iç, orta ve dış bölgelerdeki yatay deplasmanlardır.  $K$  parametreleri ise fiziksel rijitlik sabitleridir.  $C_1, C_2, C_3, C_4, \dots, C_{18}$  sabitleri ise integral sabitleridir.

Bu integral sabitleri, iç, orta ve dış bölge ara yüzeyindeki uygun sınır şartların uygulanmasıyla belirlenecektir. Ara yüzeyin kullanılma sebebi, uygulanan sınır şartın her iki bölgede de sağlanması gerektiği içindir. Dolayısıyla ortak bir yer seçilmelidir.

Dış bölge için sınır şartları:

$$w_o(R_o) = 0$$

$$\frac{\partial w_o(R_o)}{\partial r} = 0$$

$$u_o(R_o) = 0$$

Orta bölge için süreklilik ve denge şartları:

$$w_o(R_m) = w_m(R_m)$$

$$\frac{\partial w_o(R_m)}{\partial r} = \frac{\partial w_m(R_m)}{\partial r}$$

$$u_o(R_m) = u_m(R_m)$$

$$N_r^o(R_m) = N_r^m(R_m)$$

$$M_r^o(R_m) = M_r^m(R_m)$$

$$Q_r^o(R_m) = Q_r^m(R_m)$$

İç bölge için süreklilik ve denge şartları:

$$w_m(R_i) = w_i(R_i)$$

$$\frac{\partial w_m(R_i)}{\partial r} = \frac{\partial w_i(R_i)}{\partial r}$$

$$u_m(R_i) = u_i(R_i)$$

$$N_r^m(R_i) = N_r^i(R_i)$$

$$M_r^m(R_i) = M_r^i(R_i)$$

$$Q_r^m(R_i) = Q_r^i(R_i)$$

Hooke kanununa göre, merkez noktadaki yer değiştirme 0'dır. Ayrıca elastik bölgede çalışıldığı kabul edildiğinden deplasman sınırlıdır. Bundan dolayı  $C_{14}$ ,  $C_{15}$  ve  $C_{18}$  sabitlerinin 0 olması gerekir. Dolayısıyla üç bölge için çökme ifadelerini tekrar yazacak olursak:

$$w_o(r) = \frac{K_1^o P r^4}{64} + C_1 r^2 + C_3 r^2 \ln r + C_2 \ln r + C_4 \quad (3.44)$$

$$u_o(r) = \frac{K_2^o P r^3}{16} + C_5 r + \frac{C_6}{r} + C_3 K_3^o r (2 \ln r - 1) \quad (3.45)$$

$$w_m(r) = \frac{K_1^m P r^4}{64} + C_7 r^2 + C_9 r^2 \ln r + C_8 \ln r + C_{10} \quad (3.46)$$

$$u_m(r) = \frac{K_2^m P r^3}{16} + C_{11} r + \frac{C_{12}}{r} + C_9 K_3^m r (2 \ln r - 1) \quad (3.47)$$

$$w_i(r) = \frac{K_1^i P r^4}{64} + C_{13} r^2 + C_{16} \quad (3.48)$$

$$u_i(r) = \frac{K_2^i P r^3}{16} + C_{17} r \quad (3.49)$$

Düsey ve yanal çökmelerin kapalı formdaki ifadeleri yukarıda verilen sınır ve süreklilik şartlarının denklem (3.44)-(3.49)'e uygulanıp bu 15 denklemin birlikte çözdürülmesiyle integral sabitlerinin elde edilmiş olur.

Statik davranışın belirlenmesi için gerekli geometrik özellikler ve malzeme özellikleri Tablo 3.1. ve Tablo 3.2.'de gösterilmiştir.

Tablo 3.1. Katmanların geometrik özellikleri ve malzeme özellikleri

Katmanlar	Yarıçap (mm)	Kalınlık ( $\mu\text{m}$ )	Poisson Oranı	Young Modülü (GPa)	Yoğunluk ( $\text{kg/m}^3$ )
Silikon	12,5	100	0,22	20	2329
Epoksi	7	10	0,3	5,17	1000
Pirinç	7	140	0,27	110	8730
Gümüş	5	10	0,35	40	10490
PZT-5A	5	100	0,3	75,09	7750

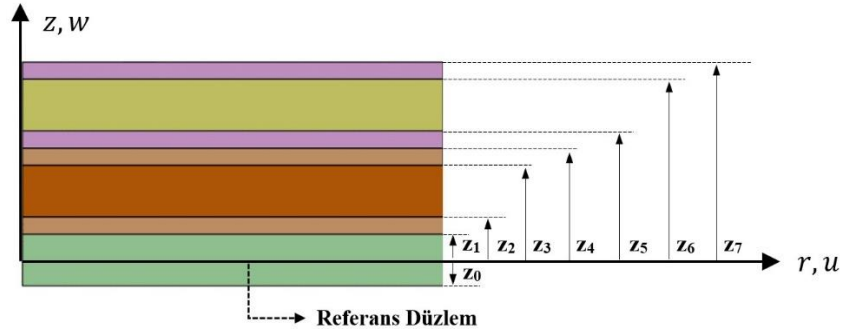


Tablo 3.2. Piezoelektrik katmanın özellikleri [76]

Özellikler	Matris
Elastik Matris (GPa)	$\begin{bmatrix} 12,034 & 7,518 & 7,509 & 0 & 0 & 0 \\ 7,518 & 12,034 & 7,509 & 0 & 0 & 0 \\ 7,509 & 7,509 & 11,086 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,105 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,105 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,257 \end{bmatrix} * 10^{10}$
Kuplaj Matrisi d ( C/N )	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 5,84 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5,84 & 0 & 0 \\ -1,71 & -1,71 & 3,74 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * 10^{-10}$
İzafi Geçirgenlik ( $\epsilon$ )	$\begin{bmatrix} 919,1 & 0 & 0 \\ 0 & 919,1 & 0 \\ 0 & 0 & 826,6 \end{bmatrix}$

### 3.1.3. Çok katmanlı dairesel piezoelektrik aktüatörün katman konumlarının referans düzleme göre belirlenmesi

Katman kalınlıkları kullanılarak çökme denklemleri içerisinde geçen katmanların referans düzleme olan mesafeleri yani z uzunlukları belirlendi.



Şekil 3.5. Analitik modellemede kullanılan aktüatörün katmanlarının referans düzleme göre olan mesafeleri

$$z_0 = -\frac{t_{\text{silikon}}}{2} = -50 * 10^6 \text{ m} \quad (3.50)$$

$$z_1 = \frac{t_{\text{silikon}}}{2} = 50 * 10^6 \text{ m} \quad (3.51)$$

$$z_2 = z_1 + t_{\text{epoksi}} = 60 * 10^6 \text{ m} \quad (3.52)$$

$$z_3 = z_2 + t_{\text{pirinç}} = 200 * 10^6 \text{ m} \quad (3.53)$$

$$z_4 = z_3 + t_{\text{epoksi}} = 210 * 10^6 \text{ m} \quad (3.54)$$

$$z_5 = z_4 + t_{\text{gümüş}} = 220 * 10^6 \text{ m} \quad (3.55)$$

$$z_6 = z_6 + t_{\text{PZT}} = 320 * 10^6 \text{ m} \quad (3.56)$$

$$z_7 = z_6 + t_{\text{gümüş}} = 330 * 10^6 \text{ m} \quad (3.57)$$

### 3.1.4. Çok katmanlı dairesel piezoelektrik aktüatörün rijitlik matrislerinin belirlenmesi

Piezoelektrik aktüatörün rijitlik matrisleri olan  $Q_{ij}$ 'leri içeren  $\alpha$ ,  $\beta$  ve  $\gamma$  ifadeleri denklem (3.20), (3.21), (3.22), (3.23), (3.24) ve (3.25) kullanılarak iç, orta ve dış bölgeler için ayrı ayrı hesaplanır.

İç bölge için:

$$\begin{aligned} \alpha_{11}^i &= \alpha_{22}^i = \sum_{k=1}^n \frac{E_k}{1 - \nu_k^2} (z_k - z_{k-1}) \\ &= \sum_{k=1}^7 \frac{E_k}{1 - \nu_k^2} (z_k - z_{k-1}) \\ &= \frac{E_1}{1 - \nu_1^2} (z_1 - z_0) + \frac{E_2}{1 - \nu_2^2} (z_2 - z_1) + \frac{E_3}{1 - \nu_3^2} (z_3 - z_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{E_4}{1 - \nu_4^2} (z_4 - z_3) + \frac{E_5}{1 - \nu_5^2} (z_5 - z_4) + \frac{E_6}{1 - \nu_6^2} (z_6 - z_5) \\
& + \frac{E_7}{1 - \nu_7^2} (z_7 - z_6) \\
& = \frac{E_{\text{silikon}}}{1 - \nu_{\text{silikon}}^2} (z_1 - z_0) + \frac{E_{\text{epoksi}}}{1 - \nu_{\text{epoksi}}^2} (z_2 - z_1) + \frac{E_{\text{pirinç}}}{1 - \nu_{\text{pirinç}}^2} (z_3 - z_2) \\
& + \frac{E_{\text{epoksi}}}{1 - \nu_{\text{epoksi}}^2} (z_4 - z_3) + \frac{E_{\text{gümüş}}}{1 - \nu_{\text{gümüş}}^2} (z_5 - z_4) + \frac{E_{\text{PZT}}}{1 - \nu_{\text{PZT}}^2} (z_6 - z_5) \\
& + \frac{E_{\text{güm2}}}{1 - \nu_{\text{güm2}}^2} (z_7 - z_6) \\
& = \frac{20 * 10^9}{1 - 0,22^2} [(50 * 10^{-6}) - (-50 * 10^{-6})] \\
& + \frac{5,17 * 10^9}{1 - 0,3^2} [(60 * 10^{-6}) - (50 * 10^{-6})] \\
& + \frac{110 * 10^9}{1 - 0,27^2} [(200 * 10^{-6}) - (60 * 10^{-6})] \\
& + \frac{5,17 * 10^9}{1 - 0,3^2} [(210 * 10^{-6}) - (200 * 10^{-6})] \\
& + \frac{40 * 10^9}{1 - 0,35^2} [(220 * 10^{-6}) - (210 * 10^{-6})] \\
& + \frac{75,09 * 10^9}{1 - 0,3^2} [(320 * 10^{-6}) - (220 * 10^{-6})] \\
& + \frac{40 * 10^9}{1 - 0,35^2} [(330 * 10^{-6}) - (320 * 10^{-6})]
\end{aligned}$$

$$\alpha_{11}^i = \alpha_{22}^i = 2,79 * 10^{19} \quad (3.58)$$

$$\alpha_{12}^i = \alpha_{21}^i = 7,77 * 10^{18} \quad (3.59)$$

$$\beta_{11}^i = \beta_{22}^i = 4,64 * 10^{27} \quad (3.60)$$

$$\beta_{12}^i = \beta_{21}^i = 1,342 * 10^{27} \quad (3.61)$$

$$\gamma_{11}^i = \gamma_{22}^i = 9,898 * 10^{35} \quad (3.62)$$

$$\gamma_{12}^i = \gamma_{21}^i = 2,91 * 10^{35} \quad (3.63)$$

$$\alpha^i = \begin{bmatrix} 2,79 * 10^{19} & 7,77 * 10^{18} \\ 7,77 * 10^{18} & 2,79 * 10^{19} \end{bmatrix}$$

$$\beta^i = \begin{bmatrix} 4,64 * 10^{27} & 1,342 * 10^{27} \\ 1,342 * 10^{27} & 4,64 * 10^{27} \end{bmatrix}$$

$$\gamma^i = \begin{bmatrix} 9,898 * 10^{35} & 2,91 * 10^{35} \\ 2,91 * 10^{35} & 9,898 * 10^{35} \end{bmatrix}$$

Orta bölge için:

$$\alpha_{11}^m = \alpha_{22}^m = \sum_{k=1}^3 \frac{E_k}{1 - \nu_k^2} (z_k - z_{k-1})$$

$$= \frac{E_1}{1 - \nu_1^2} (z_1 - z_0) + \frac{E_2}{1 - \nu_2^2} (z_2 - z_1) + \frac{E_3}{1 - \nu_3^2} (z_3 - z_2)$$

$$= \frac{E_{\text{silikon}}}{1 - \nu_{\text{silikon}}^2} (z_1 - z_0) + \frac{E_{\text{epoksi}}}{1 - \nu_{\text{epoksi}}^2} (z_2 - z_1) + \frac{E_{\text{pirinç}}}{1 - \nu_{\text{pirinç}}^2} (z_3 - z_2)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{20 * 10^9}{1 - 0,22^2} [(50 * 10^{-6}) - (-50 * 10^{-6})] \\
&+ \frac{5,17 * 10^9}{1 - 0,3^2} [(60 * 10^{-6}) - (50 * 10^{-6})] \\
&+ \frac{110 * 10^9}{1 - 0,27^2} [(200 * 10^{-6}) - (60 * 10^{-6})]
\end{aligned}$$

$$\alpha^m_{11} = \alpha^m_{22} = 1,8769 * 10^7 \quad (3.64)$$

$$\alpha^m_{12} = \alpha^m_{21} = 4,9644 * 10^6 \quad (3.65)$$

$$\beta^m_{11} = \beta^m_{22} = 2,1625 * 10^3 \quad (3.66)$$

$$\beta^m_{12} = \beta^m_{21} = 583,9813 \quad (3.67)$$

$$\gamma^m_{11} = \gamma^m_{22} = 0,3098 \quad (3.68)$$

$$\gamma^m_{12} = \gamma^m_{21} = 0,0836 \quad (3.69)$$

$$\alpha^m = \begin{bmatrix} 1,8769 * 10^7 & 4,9644 * 10^6 \\ 4,9644 * 10^6 & 1,8769 * 10^7 \end{bmatrix}$$

$$\beta^m = \begin{bmatrix} 2,1625 * 10^3 & 583,9813 \\ 583,9813 & 2,1625 * 10^3 \end{bmatrix}$$

$$\gamma^m = \begin{bmatrix} 0,3098 & 0,0836 \\ 0,0836 & 0,3098 \end{bmatrix}$$

Dış bölge için:

$$\begin{aligned}
\alpha^0_{11} = \alpha^0_{22} &= \sum_{k=1}^1 \frac{E_k}{1 - \nu_k^2} (z_k - z_{k-1}) \\
&= \frac{E_1}{1 - \nu_1^2} (z_1 - z_0) \\
&= \frac{E_{\text{sil}}}{1 - \nu_{\text{sil}}^2} (z_1 - z_0) \\
&= \frac{20 * 10^9}{1 - 0,22^2} [(50 * 10^{-6}) - (-50 * 10^{-6})]
\end{aligned}$$

$$\alpha^0_{11} = \alpha^0_{22} = 2,1017 * 10^6 \quad (3.70)$$

$$\alpha^0_{12} = \alpha^0_{21} = 4,6238 * 10^5 \quad (3.71)$$

$$\beta^0_{11} = \beta^0_{22} = 0 \quad (3.72)$$

$$\beta^0_{12} = \beta^0_{21} = 0 \quad (3.73)$$

$$\gamma^0_{11} = \gamma^0_{22} = 1,751 * 10^{-3} \quad (3.74)$$

$$\gamma^0_{12} = \gamma_{21} = 3,8532 * 10^{-4} \quad (3.75)$$

$$\alpha^0 = \begin{bmatrix} 2,1017 * 10^6 & 4,6238 * 10^5 \\ 4,6238 * 10^5 & 2,1017 * 10^6 \end{bmatrix}$$

$$\beta^0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\gamma^0 = \begin{bmatrix} 1,751 * 10^{-3} & 3,8532 * 10^{-4} \\ 3,8532 * 10^{-4} & 1,751 * 10^{-3} \end{bmatrix}$$

### 3.1.5. Aktüatör üzerine etkiyen eşdeğer piezoelektrik kuvvetler ve momentlerin belirlenmesi

$N_r^{\text{piezo}}$ ,  $N_\theta^{\text{piezo}}$ ,  $M_r^{\text{piezo}}$  ve  $M_\theta^{\text{piezo}}$  ile ifade edilen radyal ve teğetsel yönlerdeki piezoelektrik kuvvet ve momentler Denklem (3.18) ve (3.19)'de gösterildi.

Sistemimizin düşey yöndeki çökmeleri incelenmektedir. Dolayısıyla piezoelektrik kuvvet ve momentlerin sadece radyal doğrultudaki bileşenleri kullanılmıştır.

Aktüatörde bulunan tek piezoelektrik katman için uygulanan elektrik alan:

$$\epsilon_f^k = \frac{V}{t_{\text{piezoelektrik}}}$$

olarak ifade edilir. Dolayısıyla Denklem (3.18) ve (3.19)'de verilen piezoelektrik kuvvet ve momentler uygulanan gerilim ve Tablo 3.1.'de verilen malzeme özellikleri cinsinden elde edilir.

$$\begin{aligned} N_r^{\text{piezo}} &= \sum_{k=1}^n \frac{(1 + \nu_k) E_k}{1 - \nu_k^2} \epsilon_f^k d_{31}^k (z_k - z_{k-1}) \\ &= \frac{(1 + \nu_{\text{piezoelektrik}}) E_{\text{piezoelektrik}}}{1 - \nu_{\text{piezoelektrik}}^2} \epsilon_f^6 d_{31}^6 (z_6 - z_5) \\ &= \frac{(1 + \nu_{\text{piezoelektrik}}) E_{\text{piezoelektrik}}}{1 - \nu_{\text{piezoelektrik}}^2} \frac{V}{t_{\text{piezoelektrik}}} d_{31}^6 (z_6 - z_5) \\ &= \frac{(1 + 0,3) \cdot 75,09 \cdot 10^9}{1 - 0,3^2} \frac{V}{100 \cdot 10^{-6}} 1,71 \cdot 10^{-10} (320 \cdot 10^{-6} - 220 \cdot 10^{-6}) \end{aligned}$$

$$N_r^{\text{piezo}} = 18,3434 * V \quad (3.76)$$

$$\begin{aligned}
M_r^{\text{piezo}} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \frac{(1 + \nu_k) E_k}{1 - \nu_k^2} \epsilon_f^k d_{31}^k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \\
&= \frac{1}{2} \frac{(1 + \nu_{\text{piezoelektrik}}) E_{\text{piezoelektrik}}}{1 - \nu_{\text{piezoelektrik}}^2} \epsilon_f^6 d_{31} (z_6^2 - z_5^2) \\
&= \frac{1}{2} \frac{(1 + \nu_{\text{piezoelektrik}}) E_{\text{piezoelektrik}}}{1 - \nu_{\text{piezoelektrik}}^2} \frac{V}{t_{\text{piezoelektrik}}} d_{31} (z_6^2 - z_5^2) \\
&= \frac{1}{2} \frac{(1 + 0,3) \cdot 75,09 \cdot 10^9}{1 - 0,3^2} \frac{V}{100 \cdot 10^{-6}} 1,71 \cdot 10^{-10} \\
&\cdot ((320 * 10^{-6})^2 - (220 * 10^{-6})^2)
\end{aligned}$$

$$M_r^{\text{piezo}} = 0.005 * V \quad (3.77)$$

### 3.1.6. İntegral sabitlerinin belirlenmesi

Her bir bölge için olan rijitlik matrisleri, piezoelektrik kuvvet ve momentler belirlendikten sonra sıra çökme denklemlerindeki integral sabitlerini belirlemeye geldi. On beş adet integral sabiti vardır. Dolayısıyla on beş adet de sınır şartı gereklidir. Bu integral sabitleri  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8, C_9, C_{10}, C_{11}, C_{12}, C_{13}, C_{16}$  ve  $C_{17}$ 'dir. İç, orta ve dış bölgelerdeki sınır ve süreklilik şartları Denklem (3.29), (3.31), (3.35), (3.44), (3.45), (3.46), (3.47), (3.48) ve (3.49)'e uygulandığında on beş adet denklem elde edilir ardından bu denklemler birlikte çözdürülürse integral sabitleri voltaj 'V' ve basınca 'P' bağlı şekilde elde edilmiş olur [71].

Dış bölge için sınır şartları:

$$1) \quad w_0(R_0) = 0$$



$$\frac{K_1^0 P R_o^4}{64} + C_1 R_o^2 + C_3 R_o^2 \ln(R_o) + C_2 \ln(R_o) + C_4 = 0 \quad (3.78)$$

$$2) \quad \frac{\partial w_o(R_o)}{\partial r} = 0$$

$$\frac{K_1^0 P R_o^3}{16} + 2C_1 R_o + 2C_3 R_o \ln(R_o) + C_3 R_o + \frac{C_2}{R_o} = 0 \quad (3.79)$$

$$3) \quad u_o(R_o) = 0$$

$$\frac{K_2^0 P R_o^3}{16} + C_5 R_o + \frac{C_6}{R_o} + C_3 K_3^0 R_o [2 \ln(R_o) - 1] = 0 \quad (3.80)$$

Orta bölge için süreklilik ve denge şartları:

$$4) \quad w_o(R_m) = w_m(R_m)$$

$$\begin{aligned} & \frac{K_1^0 P R_m^4}{64} + C_1 R_m^2 + C_3 R_m^2 \ln(R_m) + C_2 \ln(R_m) + C_4 \\ & = \frac{K_1^m P R_m^4}{64} + C_7 R_m^2 + C_9 R_m^2 \ln R_m + C_8 \ln(R_m) + C_{10} \end{aligned} \quad (3.81)$$

$$5) \quad \frac{\partial w_o(R_m)}{\partial r} = \frac{\partial w_m(R_m)}{\partial r}$$

$$\begin{aligned} & \frac{K_1^0 P R_m^3}{16} + 2C_1 R_m + 2C_3 R_m \ln(R_m) + C_3 R_m + \frac{C_2}{R_m} \\ & = \frac{K_1^m P R_m^3}{16} + 2C_7 R_m + 2C_9 R_m \ln(R_m) + C_9 R_m + \frac{C_8}{R_m} \end{aligned} \quad (3.82)$$

$$6) \quad u_o(R_m) = u_m(R_m)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{K_2^0 P R_m^3}{16} + C_5 R_m + \frac{C_6}{R_m} + C_3 K_3^0 R_m (2 \ln(R_m) - 1) \\
& = \frac{K_2^m P R_m^3}{16} + C_{11} R_m + \frac{C_{12}}{R_m} + C_9 K_3^m R_m (2 \ln(R_m) - 1)
\end{aligned} \tag{3.83}$$

$$7) \quad N_r^o(R_m) = N_r^m(R_m)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial u_o}{\partial r} \alpha_o - \frac{1}{R_m} \frac{\partial^2 w_o}{\partial r^2} \beta_o = \frac{\partial u_m}{\partial r} \alpha_m - \frac{1}{R_m} \frac{\partial^2 w_m}{\partial r^2} \beta_m \\
& \left[ C_5 - \frac{C_6}{R_m^2} + 2C_3 K_3^0 + C_3 K_3^0 (2 \ln(R_m) - 1) + \frac{3K_2^0 P R_m^2}{16} \right] \alpha_o \\
& - \frac{1}{R_m} \left[ 2C_1 + 3C_3 - \frac{C_2}{R_m^2} + 2C_3 \ln(R_m) + \frac{3K_1^0 P R_m^2}{16} \right] \beta_o \\
& = \left[ C_{11} - \frac{C_{12}}{R_m^2} + 2C_9 K_3^m + C_9 K_3^m (2 \ln(R_m) - 1) + \frac{3K_2^m P R_m^2}{16} \right] \alpha_m \\
& - \left[ 2C_7 + 3C_9 - \frac{C_8}{R_m^2} + 2C_9 \ln(R_m) + \frac{3K_1^m P R_m^2}{16} \right] \beta_m
\end{aligned} \tag{3.84}$$

$$8) \quad M_r^o(R_m) = M_r^m(R_m)$$

$$\begin{aligned}
M_r & = \frac{\partial u_o(R_m)}{\partial r} \beta_o - \frac{\partial^2 w_o(R_m)}{\partial r^2} \lambda_o = \frac{\partial u_m(R_m)}{\partial r} \beta_m - \frac{\partial^2 w_m(R_m)}{\partial r^2} \lambda_m \\
& \left[ C_5 - \frac{C_6}{R_m^2} + 2C_3 K_3^0 + C_3 K_3^0 (2 \ln(R_m) - 1) + \frac{3K_2^0 P R_m^2}{16} \right] \beta_o \\
& - \left[ 2C_1 + 3C_3 - \frac{C_2}{R_m^2} + 2C_3 \ln(R_m) + \frac{3K_1^0 P R_m^2}{16} \right] \lambda_o \\
& = \left[ C_{11} - \frac{C_{12}}{R_m^2} + 2C_9 K_3^m + C_9 K_3^m (2 \ln(R_m) - 1) + \frac{3K_2^m P R_m^2}{16} \right] \beta_m \\
& - \left[ 2C_7 + 3C_9 - \frac{C_8}{R_m^2} + 2C_9 \ln(R_m) + \frac{3K_1^m P R_m^2}{16} \right] \lambda_m
\end{aligned} \tag{3.85}$$

$$9) Q_r^o(R_m) = Q_r^m(R_m)$$

$$\begin{aligned} & \left[ -\frac{\partial^3 w_0(R_m)}{\partial r^3} - \frac{1}{R_m} \frac{\partial^2 w_0(R_m)}{\partial r^2} + \frac{1}{R_m^2} \frac{\partial w_0(R_m)}{\partial r} \right] \frac{(\lambda_{11}^o \cdot \alpha_{11}^o - \beta_{11}^{o^2})}{\alpha_{11}^o} \\ &= \left[ -\frac{\partial^3 w_m(r)}{\partial r^3} - \frac{1}{R_m} \frac{\partial^2 w_m(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{R_m^2} \frac{\partial w_m(r)}{\partial r} \right] \frac{(\lambda_{11}^m \cdot \alpha_{11}^m - \beta_{11}^{m^2})}{\alpha_{11}^m} \\ & \left[ -\left( \frac{2C_3}{r} + \frac{2C_2}{r^3} + \frac{3K_1^o Pr}{8} \right) \right. \\ & \quad - \frac{1}{r} \left( 2C_1 + 3C_3 - \frac{C_2}{r^2} + 2C_3 \ln(r) + \frac{3K_1^o Pr^2}{16} \right) \\ & \quad \left. + \frac{1}{r^2} \left( 2C_1 r + C_3 r + \frac{C_2}{r} + 2C_3 r \ln(r) + \frac{K_1^o Pr^3}{16} \right) \right] \frac{(\lambda_{11}^o \cdot \alpha_{11}^o - \beta_{11}^{o^2})}{\alpha_{11}^o} \\ &= \left[ -\left( \frac{2C_9}{r} + \frac{2C_8}{r^3} + \frac{3K_1^m Pr}{8} \right) \right. \\ & \quad - \frac{1}{r} \left( 2C_7 + 3C_9 - \frac{C_8}{r^2} + 2C_9 \ln(r) + \frac{3K_1^m Pr^2}{16} \right) \\ & \quad \left. + \frac{1}{r^2} \left( 2C_7 r + C_9 r + \frac{C_8}{r} + 2C_9 r \ln(r) + \frac{K_1^m Pr^3}{16} \right) \right] \frac{(\lambda_{11}^m \cdot \alpha_{11}^m - \beta_{11}^{m^2})}{\alpha_{11}^m} \end{aligned} \quad (3.86)$$

İç bölge için süreklilik ve denge şartları

$$10) w_m(R_i) = w_i(R_i)$$

$$\begin{aligned} & \frac{K_1^m P R_i^4}{64} + C_7 R_i^2 + C_9 R_i^2 \ln(R_i) + C_8 \ln(R_i) + C_{10} \\ &= \frac{K_1^i P R_i^4}{64} + C_{13} R_i^2 + C_{16} \end{aligned} \quad (3.87)$$

$$11) \frac{\partial w_m(R_i)}{\partial r} = \frac{\partial w_i(R_i)}{\partial r}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{K_1^m P R_m^3}{16} + 2C_7 R_m + 2C_9 R_m \ln(R_m) + C_9 R_m + \frac{C_8}{R_m} \\
& = \frac{K_1^i P R_m^3}{16} + 2C_{13} R_m
\end{aligned} \tag{3.88}$$

$$12) \quad u_m(R_i) = u_i(R_i)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{K_2^m P R_i^3}{16} + C_{11} R_i + \frac{C_{12}}{R_i} + C_9 K_3^m R_i (2 \ln(R_i) - 1) \\
& = \frac{K_2^i P R_i^3}{16} + C_{17} R_i
\end{aligned} \tag{3.89}$$

$$13) \quad N_r^m(R_i) = N_r^i(R_i)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial u_m(R_i)}{\partial r} \alpha_m - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w_m(R_i)}{\partial r^2} \beta_m = \frac{\partial u_i(R_i)}{\partial r} \alpha_i - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w_i(R_i)}{\partial r^2} \beta_i \\
& \left[ C_{11} - \frac{C_{12}}{R_i^2} + 2C_9 K_3^m + C_9 K_3^m (2 \ln(R_i) - 1) + \frac{3K_2^m P R_i^2}{16} \right] \alpha_m \\
& - \frac{1}{r} \left[ 2C_7 + 3C_9 - \frac{C_8}{R_i^2} + 2C_9 \ln(R_i) + \frac{3K_1^m P R_i^2}{16} \right] \beta_m \\
& = \left[ C_{17} + \frac{3K_2^i P R_i^2}{16} \right] \alpha_i - \frac{1}{r} \left[ 2C_{13} + \frac{3K_1^i P R_i^2}{16} \right] \beta_i
\end{aligned} \tag{3.90}$$

$$14) \quad M_r^m(R_i) = M_r^i(R_i)$$

$$\frac{\partial u_m(R_i)}{\partial r} \beta_m - \frac{\partial^2 w_m(R_i)}{\partial r^2} \lambda_m = \frac{\partial u_i(R_i)}{\partial r} \beta_i - \frac{\partial^2 w_i(R_i)}{\partial r^2} \lambda_i$$

$$\begin{aligned}
& \left[ C_{11} - \frac{C_{12}}{R_i^2} + 2C_9K_3^m + C_9K_3^m(2 \ln(R_i) - 1) + \frac{3K_2^mPR_i^2}{16} \right] \beta_m \\
& - \left[ 2C_7 + 3C_9 - \frac{C_8}{R_i^2} + 2C_9 \ln(R_i) + \frac{3K_1^mPR_i^2}{16} \right] \lambda_m \\
& = \left[ C_{17} + \frac{3K_2^iPR_i^2}{16} \right] \beta_i - \left[ 2C_{13} + \frac{3K_1^iPR_i^2}{16} \right] \lambda_i
\end{aligned} \tag{3.91}$$

$$15) Q_r^m(R_i) = Q_r^i(R_i)$$

$$\begin{aligned}
& \left[ -\frac{\partial^3 w_m(R_i)}{\partial r^3} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w_m(R_i)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial w_m(R_i)}{\partial r} \right] \frac{(\lambda_{11}^m \cdot \alpha_{11}^m - \beta_{11}^{m^2})}{\alpha_{11}^m} \\
& = \left[ -\frac{\partial^3 w_i(R_i)}{\partial r^3} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w_i(R_i)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial w_i(R_i)}{\partial r} \right] \frac{(\lambda_{11}^i \cdot \alpha_{11}^i - \beta_{11}^{i^2})}{\alpha_{11}^i} \\
& \left[ -\left( \frac{2C_9}{r} + \frac{2C_8}{r^3} + \frac{3K_1^mPr}{8} \right) \right. \\
& - \frac{1}{r} \left( 2C_7 + 3C_9 - \frac{C_8}{r^2} + 2C_9 \ln(r) + \frac{3K_1^mPr^2}{16} \right) \\
& + \frac{1}{r^2} \left( 2C_7r + C_9r + \frac{C_8}{r} + 2C_9r \ln(r) + \frac{K_1^mPr^3}{16} \right) \left. \right] \frac{(\lambda_{11}^m \cdot \alpha_{11}^m - \beta_{11}^{m^2})}{\alpha_{11}^m} \\
& = \left[ -\left( \frac{3K_1^iPr}{8} \right) - \frac{1}{r} \left( \frac{3K_1^iPr^2}{16} + 2C_{13} \right) \right. \\
& + \frac{1}{r^2} \left( \frac{K_1^iPr^3}{16} + 2C_{13}r \right) \left. \right] \frac{(\lambda_{11}^i \cdot \alpha_{11}^i - \beta_{11}^{i^2})}{\alpha_{11}^i}
\end{aligned} \tag{3.92}$$

Denklem (3.78), (3.79), (3.80)...(3.91), (3.92)'den oluşan denklem sistemi matris formda yazılır. Oluşan katsayılar matrisinin bir çözdürücü yardımıyla determinantı alınıp çözüldüğünde voltaj ve basınca bağlı şekilde bulduğumuz on beş adet öz değer, bizim integral sabitlerimizdir. Buradaki V'ler volt, P'ler ise Pascal cinsindedir.

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \\ C_7 \\ C_8 \\ C_9 \\ C_{10} \\ C_{11} \\ C_{12} \\ C_{13} \\ C_{16} \\ C_{17} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3,64.10^{-3} * P - 7,046.10^{-4} * V \\ 2,663.10^{-7} * P + 2.202.10^{-7} * V \\ 0 \\ 1,518.10^{-6} * P + 1,075.10^{-6} * V \\ 5,198.10^{-9} * P - 1,022.10^{-7} * V \\ -8,121.10^{-13} * P + 1,596.10^{-11} * V \\ 1,036.10^{-4} * P + 1,592.10^{-4} * V \\ 2,939.10^{-9} * P + 1.355.10^{-7} * V \\ 0 \\ 5,865.10^{-8} * P + 6,126.10^{-7} * V \\ -2,292.10^{-8} * P - 3,199.10^{-8} * V \\ 2,803.10^{-13} * P + 1,252.10^{-11} * V \\ -3,585.10^{-5} * P + 2,87.10^{-3} * V \\ 4,149.10^{-8} * P - 1,733.10^{-7} * V \\ -9,982.10^{-9} * P + 4,69.10^{-7} * V \end{bmatrix} \quad (3.93)$$

Denklem (3.93)'den  $C_3$  ve  $C_9$  integral sabitlerinin de sıfır olduğuna ulaşılmıştır. Buna göre çökme denklemlerini yeniden yazarsak:

$$w_o(r) = \frac{K_1^o P r^4}{64} + C_1 r^2 + C_2 \ln r + C_4 \quad (3.94)$$

$$u_o(r) = \frac{K_2^o P r^3}{16} + C_5 r + \frac{C_6}{r} \quad (3.95)$$

$$w_m(r) = \frac{K_1^m P r^4}{64} + C_7 r^2 + C_8 \ln r + C_{10} \quad (3.96)$$

$$u_m(r) = \frac{K_2^m P r^3}{16} + C_{11} r + \frac{C_{12}}{r} \quad (3.97)$$

$$w_i(r) = \frac{K_1^i P r^4}{64} + C_{13} r^2 + C_{16} \quad (3.98)$$

$$u_i(r) = \frac{K_2^i P r^3}{16} + C_{17} r \quad (3.99)$$

### 3.2. Sonlu Elemanlar Modeli (FEM)

Sonlu elemanlar yönteminin gelişmesi bilgisayar teknolojisinde son yıllarda görülen gelişme ile paralellik göstermektedir. Başlangıçta yapı analizi problemleri için geliştirilen bu yöntem, kullanışlılığı sebebiyle günümüzde mühendisliğin birçok alanında kullanılmaktadır.

Sonlu elemanlar yöntemi sürekli bir sistemi istenilen sayıda sonlu elemanlara ayırarak elde edilen elemanlar üzerinde iç ve dış kuvvetlerin enerjisinin minimizasyonu ve sonra bu elemanların birleştirilmesi mantığına dayanmaktadır [66].

Ayrıca modelin istenildiği kadar parçalara ayrılarak elde edilen parçaların yani eleman olarak isimlendirilen bu alt bölgelerin birbirlerine düğüm noktaları adı verilen noktalardan bağlı olduğu düşünülür ve çözümde ulaşılmak istenen sonuç değerlerinin, sistemin içinde her noktada değil de bu düğüm noktalarında elde edilmesi amaçlanır. Böylece analitik çözümü karmaşık olan problemlerin çözümüne yaklaşık olarak ulaşılması sağlanır [65].

Bu çalışmada da analitik modellemesi yapılan çok katmanlı dairesel aktüatör plağın çökme verileri yani kesin sonuçları elde edildi. Bunun yanı sıra modelin sonlu elemanlar modellemesi ve analizi de yapıldı. Amaç; sonlu elemanlar analizi yönteminin problemin sonuçları yani plağın voltaj ve basınç yükü altındaki davranışı açısından tutarlılığını incelemektir.

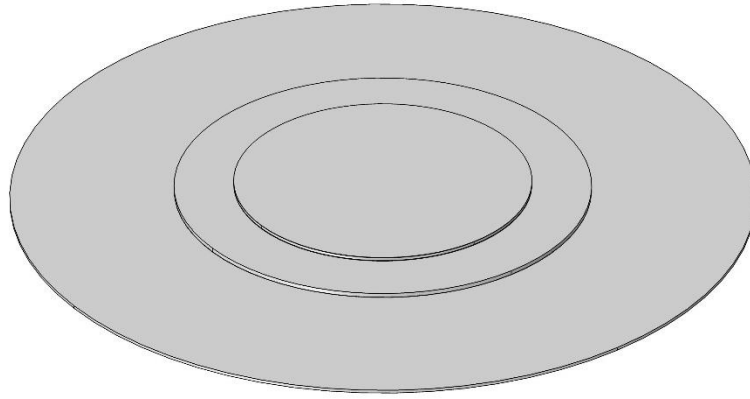
Sonlu elemanlar analizi yapılırken şu aşamalar takip edilir.

İlk olarak programda yapılacak analize uygun modül seçilir. Ardından modelle ilgili parametreler, denklemler ve değişkenler tanımlanır. Analizi yapılacak olan geometri oluşturulur. Oluşturulan modeldeki parça veya parçalar için kütüphaneden malzemeler seçilir veya tanımlanır. Sistemdeki sınır şartları, başlangıç şartları, iç ve dış yükler tanımlanır. Daha sonra mesh adı verilen örgü, ağ yapısında kullanılacak eleman tipi ve boyutu tanımlanır. Bu girdiler tanımlandıktan sonra çözücü yani solver parametreleri

ayarlanır ve çözdürülür. Son olarak istenilen sonuçlar en anlamlı şekilde görüntülenip yorumlanır.

### 3.2.1. Geometrinin oluşturulması

Analizde kullanılacak olan yedi katmanlı piezoelektrik aktüatörün 3 boyutlu modeli Tablo 3.1.'deki boyutlara uygun olarak çizildi (Şekil 3.6.).



Şekil 3.6. Piezoelektrik aktüatörün 3 boyutlu modeli

### 3.2.2. Malzeme seçimi

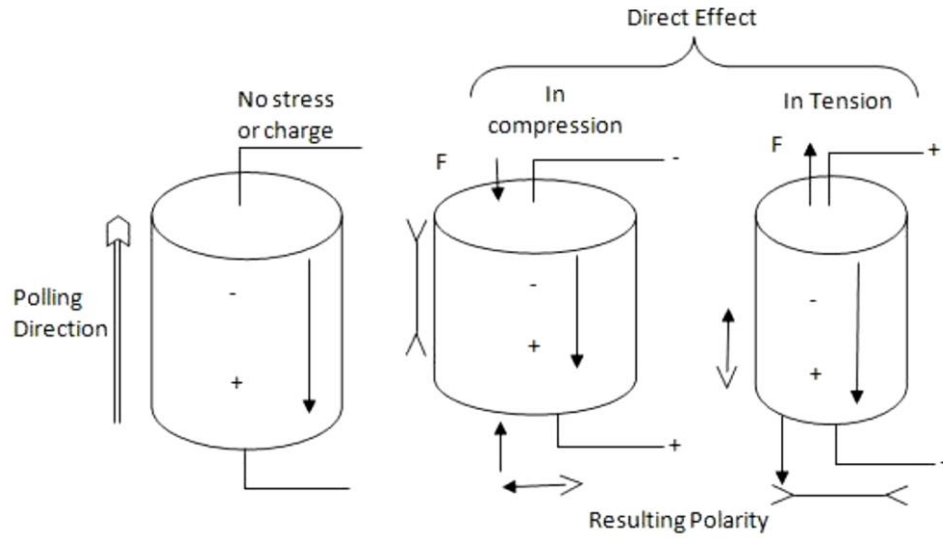
Modelimiz 7 katmana sahip olup, 5 farklı malzemeden oluşmaktadır. Bunlar silikon, epoksi, pirinç, gümüş ve piezoelektrik malzemedir. Sözü edilen bu malzemeler Tablo 3.1.'deki değerlere uygun olarak seçilip, sahip olduğu katmanlar için tanımlandı.

### 3.2.3. Sınır şartları ve dış yüklerin tanımlanması

Piezoelektrik aktüatör çalışma prensibi olarak kenarlardan tutturulmuş olup sahip olduğu aktüatör sistemi yani piezoelektrik materyal sayesinde tahrik ettirilip akışkanı alır ve pompalar.



Buna göre plağın sabitlenmesi için en altta konumlanan silikon katmanının kenarlarında ankastre sınır şartları tanımlandı. Pompalama işleminin asıl gerçekleştiren piezoelektrik malzemenin tahrik oluşturabilmesi için de doğru doğrultuda bir voltaj uygulanması gerekmektedir. Çünkü piezoelektrik seramik malzemelere kutup gerilim yönüyle aynı yönlü bir dış gerilim uygulanması polarizasyon yani kutuplanma yönünde elamanı uzatacaktır. Ancak malzeme kutup gerilim yönünün tersi yönde bir dış gerilim uygulanması ise malzemeyi kısaltıp genişletecektir. Buna direkt piezoelektrik etki denmektedir.

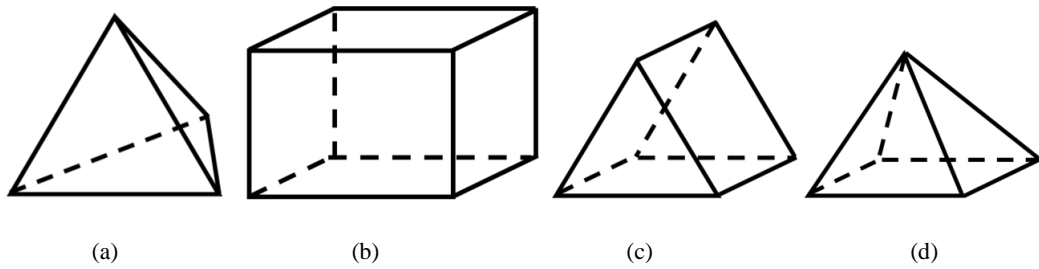


Şekil 3.7. Direkt piezoelektrik etki [77]

Sistemimizde piezoelektrik diskin kutuplama yönünde veya ters yönünde uygulayacağımız voltaj diske enine daralma ve genişleme şeklinde form kazandırıp akışkan pompalayabileceğiz. Bunun piezoelektrik diskin üst ve alt yüzeyine elektrik akımı uygulandı. Aktüatör sistemimiz içerisinde bir akışkan dolaşmaktadır. Dolayısıyla bu akışkan dairesel diske pozitif z yönünde bir basınç uygulayacaktır. Bunun için silikon katmanın alt yüzeyine pozitif z yönünde olacak şekilde bir basınç tanımlandı.

### 3.2.4. Eleman tipi

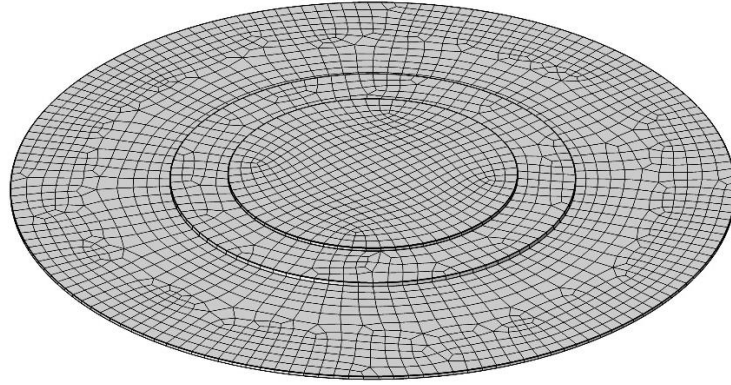
Sonlu elemanlar yönteminin genel olarak temel mantığı olan geometriyi parçalara ayırıp ardından bu elemanların oluşturduğu düğüm noktalarını incelemektir. Bu düğüm noktalarının adedi, oluşturulma şekilleri ise parçalara ayrılan elemanların tipi ve boyutuyla bağlantılıdır. Uygun eleman tipi ve boyutu çözümdeki doğruluğu arttıracaktır.



Şekil 3.8. Sonlu elemanlar yönteminde kullanılan eleman tipleri; tetrahedral(a), hexahedral(b), pentahedral(c), piramit(d)

Genel olarak 3 boyutta mesh yapılırken 4 farklı eleman tipi mevcuttur. Bunlar tetrahedral (dört yüzlü), hexahedral (altı yüzlü, tuğla), pentahedral (beş yüzlü, üçgen prizma) ve piramittir (Şekil 3.8.). Elemanlara ayrılacak geometri tipine göre kullanılacak eleman tipi farklıdır.

Öncelikle tetrahedral eleman çoğu problem için şekle ve modele bakılmaksızın herhangi bir 3 boyutlu model için kullanılabilen bir elemandır. Bu eleman çoğu sonlu eleman programında adaptive mesh refinement yani uygulanabilir ağ iyileştirme ile kullanılabilen tek eleman tipidir. Diğer üç tipteki elemanlarda böyle bir iyileştirme söz konusu olmadığı için geometrinin uygulanabileceği bir eleman tipi tercih edilmelidir.



Şekil 3.9. Piezoelektrik aktüatörün sonlu elemanlar modeli

Tetrahedral elemanlar en-boy oranı genellikle 1'e yakın tutulan geometrilerde tercih edilen bir eleman tipidir. Hexahedral ve pentahedral elemanlar ise en boy oranı çok yüksek olan geometriler için kullanılabilir.

Çok katmanlı piezoelektrik aktüatörün geometrisi genel olarak narinliği yüksek kesiti ince geniş yüzeyli bir yapıdadır. Yukarıda belirtildiği üzere boyutsal oran oldukça yüksektir. Bundan dolayı hexahedral eleman tipi tercih edilmiştir (Şekil 3.9.).

### 3.2.5. Problemin çözdürülmesi

Piezoelektrik aktüatörün çökme davranışının sonlu elemanlar yöntemiyle incelenmesi için gerekli olan; geometrinin modellenmesi, malzemelerin seçimi, sınır şartları ve dış kuvvetlerin tanımlanması en son olarak da geometriyi sonlu elemanlara ayırdıktan sonra problem çözdürülür. Çökme davranışının incelenmesi için gerekli grafikler ve veriler elde edilir.

## **BÖLÜM 4. ARAŞTIRMA BULGULARI**

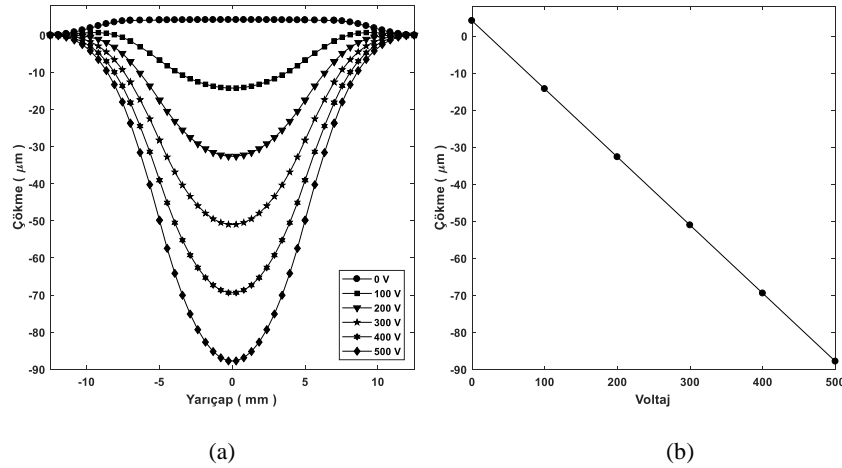
Bu bölümde yapılan analitik modelleme ve sonlu elemanlar modellemesi ve analizleri sonucunda piezoelektrik aktüatör merkez referans düzleminde bulunan merkez çizgi ve merkez nokta üzerinde meydana gelen düşey çökme değerleri incelenerek pompalanacak olan akışkan debisi üzerindeki etkileri gözlemlenecektir.

### **4.1. Analitik Modelleme**

Uniform akışkan basıncı ve voltaj etkisi altındaki çok katmanlı piezoelektrik aktüatörün çökme davranışının belirlenmesi için yatay ve düşey yöndeki çökme denklemlerinin kapalı formdaki halleri belirlendi. Plak kenarlarından tamamen ankastredir. Elde edilen denklemlerdeki integral sabitleri sınır şartları ve süreklilik şartları kullanılarak elde edildi. Buna bağlı olarak çökme denklemlerini akışkan basıncı ve voltaja bağlı şekilde bulundu. Ardından voltaj ve basınç değerleri denklemlere uygulanarak plak çökme değerleri sayısal olarak elde edildi. Bu değerlere bağlı olarak plak çökme grafikleri çizdirildi.

Dairesel aktüatörün çökme davranışının bilinmesi, çalışma esnasındaki performansıyla doğrudan ilgilidir. Aktüatör mikro düzeyde akışkan pompalamak için tasarlanır. Bundan dolayı dış yükler altındaki çökme miktarı pompalayacağı akışkan debisini belirler. Bu debinin optimum düzeyde olması istenir. Dolayısıyla yapılan tasarımın pompalayabileceği akışkan miktarı diğer bir deyişle çökme miktarının ayarlanabilmesi için daha önceden elde ettiğimiz çökme denklemlerinden yararlanarak sistem üzerine etkiyen voltaj ve basınç gibi dış yükler, geometrik özellikler ve malzeme özellikleri gibi parametrelerin değişimi incelenmelidir.

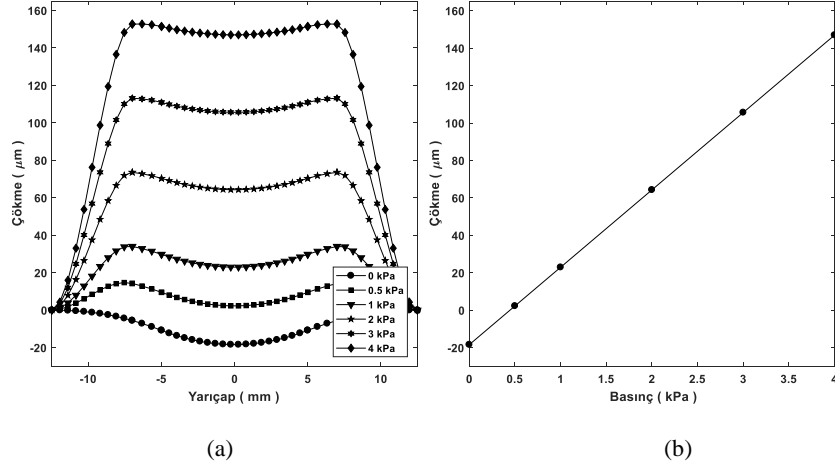
Dairesel aktüatör kenarlarından ankastre olup uniform 100 Pa akışkan basıncına maruzdur. Bu şartlar altında piezoelektrik seramik katmana 0-500V arası voltaj uygulandı. Gerilim uygulandığında aktüatör uniform basıncın tersi yönünde bir çökme meydana getirmektedir. Bu, voltajın olmadığı durumda merkez çizginin pozitif z yönünde yer değiştirip bu değer 4.134  $\mu\text{m}$  olarak okunmakta olup voltaj uygulandığında ise çökmenin negatif tarafa dönmesinden anlaşılabilmektedir. Artan voltaj plak çökmesini lineer bir şekilde arttırmaktadır. Maksimum çökme plak merkez noktasında oluşmakta olup uygulanan maksimum 500V için -87.732  $\mu\text{m}$ 'dir. Uygulanan voltaja göre plakta meydana gelen maksimum ve minimum çökmeler Şekil 4.1.'de görülmektedir.



Şekil 4.1. 0.1 kPa basınç altında farklı voltajlar için piezoelektrik aktüatörün merkez çizgisi(a) ve merkez noktasındaki(b) çökmeler

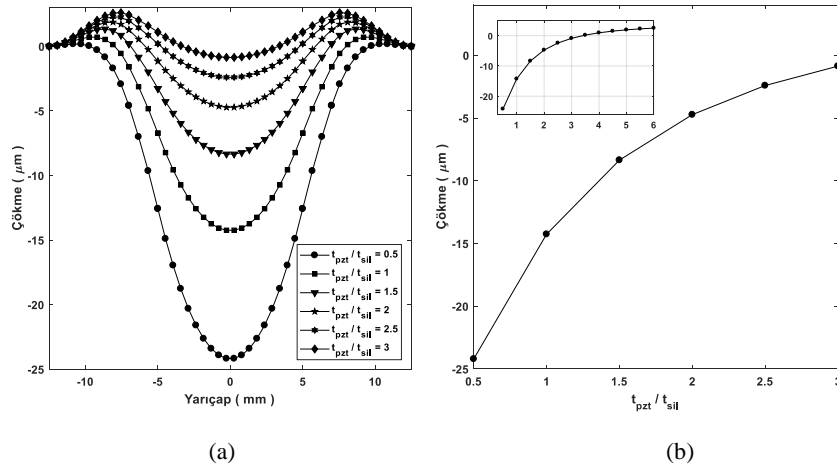
En alt yüzeyden pasif silikon katmana etkiyen uniform akışkan basıncı voltajın tam tersi yönde bir yer değiştirme meydana getirmektedir. 100 V'luk sabit bir gerilim altında akışkan basıncı 0'dan 4 kPa kadar sürekli arttırılmıştır. İlk durumda yani 0 kPa basınç için negatif tarafa doğru olan -18.394 $\mu\text{m}$ 'lik yer değiştirme uygulanan sabit 100V'luk gerilimden dolayı oluşmuştur. Basınç arttırıldığında aktüatör de pozitif z yönünde sürekli artan bir yer değiştirme meydana getirmektedir. Ve uygulanan maksimum 4 kPa'lık akışkan basıncı için plak merkez noktasında meydana gelen yer değiştirme 146.957  $\mu\text{m}$ 'dir. Basıncın çökmeye olan etkisi, voltajda olduğu gibi çökmeyi lineer olarak değiştirmiştir (Şekil 4.2.b). Artan basınç plağın inaktif olan pirinç ve silikon bölgelerindeki çökmeye istisnasız bir üstünlük sağlamıştır. Ancak

plağın aktif olan piezoelektrik bölgesindeki bükülmeyi tam manasıyla yok edememiştir. Basıncın bu derece artmasına karşın uygulanan voltajın yetersizliği Şekil 4.2.a'da görülmektedir.



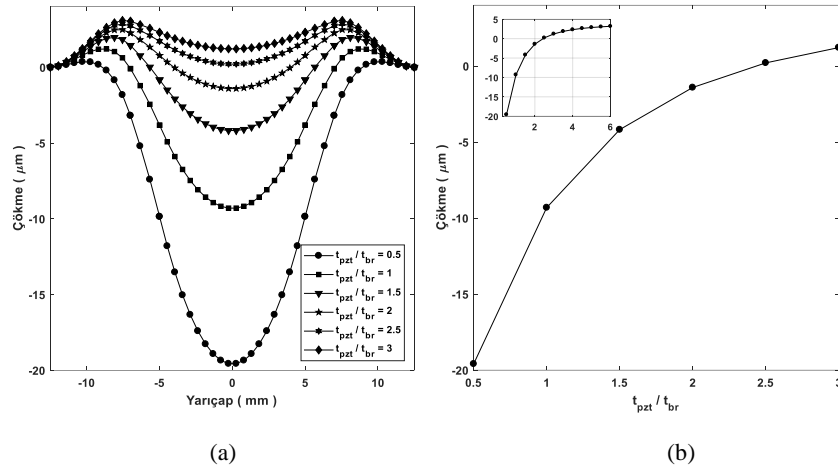
Şekil 4.2. 100 V gerilim altında farklı basınçlar için piezoelektrik aktüatörün merkez çizgisi(a) ve merkez noktasındaki(b) çökmeler

Şekil 4.3. ise piezoelektrik aktüatörün çökme davranışına yalnız dış yüklerin etki etmediğini göstermektedir. Katman kalınlıklarının da aktüatörün performansında etkisi vardır. Aktif kaman kalınlığının pasif katman kalınlığına göre değişiminin çökmeye olan etkisi görülmektedir. Piezoelektrik katman kalınlığının silikon katmanın kalınlığının yarısından başlayıp üç katı olana kadar sürekli artırıldığı modellenmiştir. Artan bu oran plak merkez noktasındaki çökmeyi logaritmik olarak azaltmıştır (Şekil 4.3.b). Ve PZT kalınlığının silikon katman kalınlığının yarısı olduğunda yani maksimum durumdaki çökme  $-24.171 \mu\text{m}$  iken üç katı olduğundaki çökme ise  $-0.864 \mu\text{m}$  olarak okunmaktadır. Fakat bu oran 6-7 gibi değerlere çıkarıldığında ise çökmedeki değişim çok yavaşlayıp  $2.52 \mu\text{m}$  değerinde sabitlendiği kabul edilmiştir (Şekil 4.3.b-üst). Yani tespit edilen bu değerden sonra aktif piezoelektrik katmanın kalınlığı üzerindeki değişim çökme davranışı açısından bir anlam ifade etmemektedir. Bunun yanı sıra piezoelektrik seramiğin kalınlığına karşın silikon katmanın kalınlığının artması da çökme miktarını arttırdığı anlamına gelmektedir. Yani pasif silikon katmanın kalınlığı, PZT katmanın kalınlığının üçte birinden başlayıp iki katı olana kadar yapılan tekrar neticesinde plak merkez noktasındaki çökme  $-24.171 \mu\text{m}$ 'ye kadar arttırmıştır.



Şekil 4.3. 100 V gerilim ve 0.1 kPa basınç altında piezoelektrik katmanın kalınlığının silikon katmanının kalınlığına göre değişiminin merkez çizgi(a) ve merkez nokta(b) üzerindeki çökmeye olan etkisi

Bir ara katman olan pirinç katman kalınlığının çökmeye olan etkisi de Şekil 4.4.'te incelendi. Oranın 0.5 olması durumunda plak merkez noktasındaki çökme-19.588 µm iken oranın 3'e çıkarılması halinde çökme pozitif taraf dönmüş olup 1.212 µm değerine düşmüştür. Şekil 4.3.'te olduğu gibi pirinç katmana göre, piezoelektrik katman kalınlığının artırılması çökme üzerinde azaltıcı bir etki yaratmıştır. Öte yandan piezoelektrik katmana karşın pirinç katman kalınlığının artırılması da merkez noktadaki çökmeyi arttırmıştır. Bir önceki piezoelektrik-silikon incelemesinde olduğu gibi katman kalınlığının çökmeye olan etkisi belli bir değerden sonra etkisini yitirmektedir PZT katman kalınlığı ile pirinç katman kalınlık oranının 5-6 değerlerine çıkartıldığında çökmedeki değişim diğer bir deyişle azalım 3.18 µm değerinde sabitlendiği kabul edilmiştir (Şekil 4.4.b-üst).

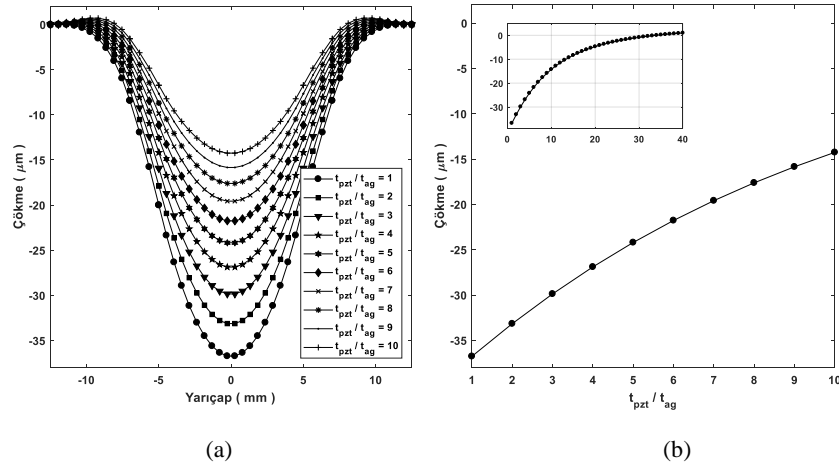


Şekil 4.4. 100 V gerilim ve 0.1 kPa basınç altında piezoelektrik katmanın kalınlığının pirinç katmanının kalınlığına göre değişiminin merkez çizgi(a) ve merkez nokta(b) üzerindeki çökmeye olan etkisi

Aktif katmanın üst ve alt yüzeyine epoksi ile yapıştırılmış olan gümüş katman kalınlıklarının çökmeye olan etkisi incelendi (Şekil 4.5.). Aynı şekilde piezoelektrik katmanın kalınlığı gümüş katman kalınlığına göre eşit olma durumdan 10 katına kadar sürekli arttırılmıştır. Plak merkez noktasındaki çökme ilk durumda-36.765 µm iken artan kalınlık oranı çökme değerini-14.260 µm'ye kadar düşürmüştür. Gümüş katmanlarının kalınlıklarının azalması da yine merkez noktadaki çökmeyi azaltmıştır (Şekil 4.5.). PZT katman kalınlığının pasif gümüş katman kalınlığına oranının çökme değeri için önemsiz olduğu oran yaklaşık olarak 40 olduğu tespit edilmiştir. Bu oran için çökme değeri de 0.968 µm. Kalınlık oranının bu kadar yüksek olmasının sebebi gümüş katmanın piezoelektrik seramiğin hem altında hem üstünde olmak üzere çift kat kullanılmasıdır. Ayrıca kenarlarından ankastre olan pasif silikon katmandan mesafe olarak diğer katmanlara göre daha uzak olmasıdır. Bundan dolayı kalınlık parametresi için çökme üzerindeki etkisi daha da azdır.

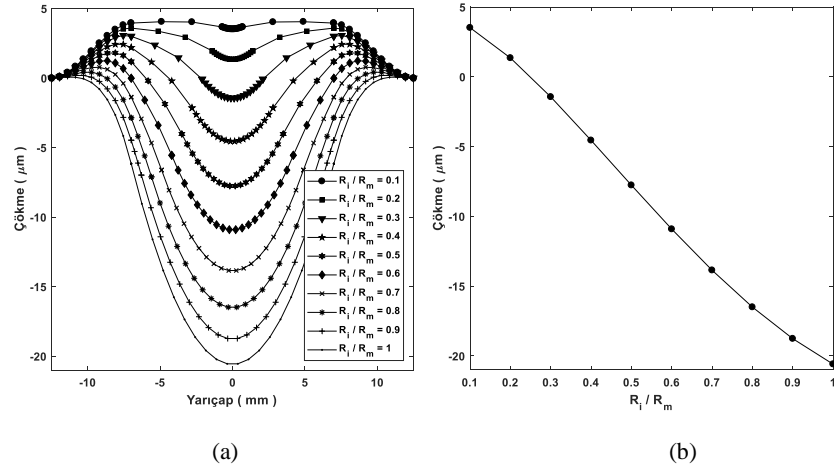
Pek çok tek yönde tahrikli veya çift yönde tahrikli piezoelektrik aktüatörde, yapıştırıcı katmanı gibi piezoelektrik olmayan malzeme katmanları nispeten çok incedir ve esneme rijitliğine olan katkıları, piezoelektrik ve alt tabaka katmanlara kıyasla ihmal edilebilir. Ve bu nedenle çok katmanlı bir piezoelektrik aktüatörlerin enine çökme hesaplamalarında bu tür tabakalar genellikle göz ardı edilir. Bundan dolayı yapıştırıcı epoksi katman kalınlığının çökmeye olan etkisi incelenmemiştir [71].





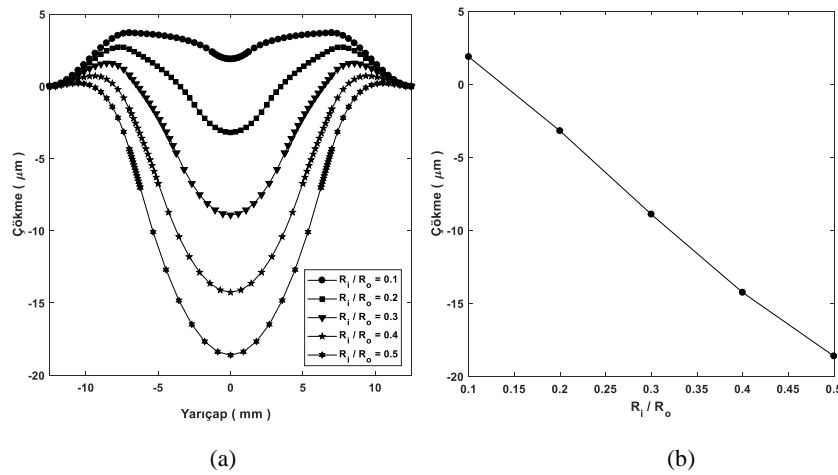
Şekil 4.5. 100 V gerilim ve 0.1 kPa basınç altında piezoelektrik katmanın kalınlığının gümüş katmanının kalınlığına göre değişiminin merkez çizgi(a) ve merkez nokta(b) üzerindeki çökmeye olan etkisi

İç, orta ve dış bölgenin diğer bir deyişle piezoelektrik, pirinç ve silikon katmanların yarıçaplarının çökme üzerindeki etkileri incelendi. Piezoelektrik katmanın yarıçapının pirinç katmanının yarıçapının 10'da birinden eşit olana kadar arttırılmasının çökmeye olan etkisi Şekil 4.6.'da incelendi. 0.1 yarıçap oranı için merkezde meydana gelen enine çökme  $3.514 \mu\text{m}$  iken, oran 1 olduğunda  $-20.591 \mu\text{m}$ 'ye çıkmıştır. Artan oran çökmeyi olumlu anlamda sürekli arttırmaktadır. Yani orta bölgeye göre iç bölgenin yarıçapının artması merkez noktadaki çökmeyi arttırmaktadır (Şekil 4.6.b). Piezoelektrik katmanın boyutunun büyümesi performansı da arttırmıştır. Bunun nedeni ise daha geniş yüzeyli PZT seramik daha çok bükülme meydana getirecektir. Bundan dolayı artan eğim merkez noktadaki çökmeyi de haliyle arttırmış olur. Seramiğin boyutunun küçülmesi ise bükülmeyi azaltarak merkez noktadaki eğimi azaltmaktadır.



Şekil 4.6. 100 V gerilim ve 0.1 kPa basınç altında iç bölgenin yarıçapının orta bölgenin yarıçapına göre değişiminin merkez çizgi(a) ve merkez nokta(b) üzerindeki çökmeye olan etkisi

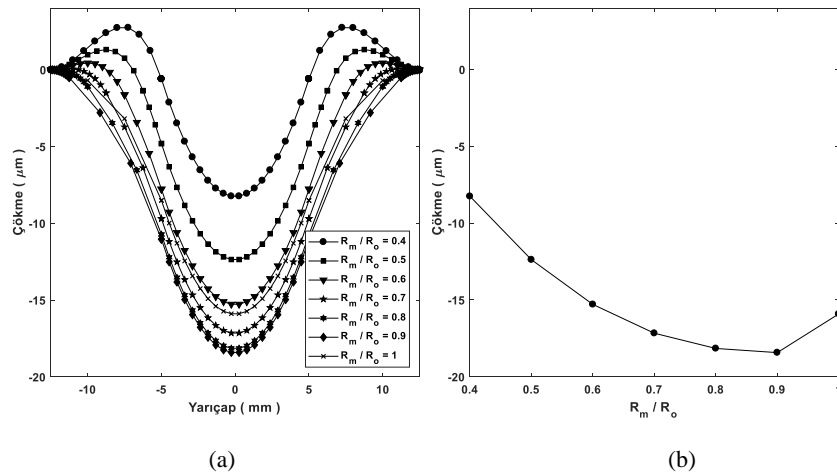
Piezoelektrik katman boyutunun büyümesi çökmeyi arttırmaktaydı. Bu ilişkinin pasif silikon katmanla olanı ise Şekil 4.7.'de gösterilmiştir. Aynı şekilde PZT katmanın boyutunun büyümesi çökme davranışını arttırmakta olup 0.1 oranı için 1.876  $\mu\text{m}$  iken oran 1'e çıktığında düşey çökme de-18.617  $\mu\text{m}$  değerine çıkmıştır. Bunun tersi düşünülürse; çapı büyüyen pasif silikon katman plak merkez çizgisinin düşey enine çökmesini azaltacaktır.



Şekil 4.7. 100 V gerilim ve 0.1 kPa basınç altında iç bölgenin yarıçapının dış bölgenin yarıçapına göre değişiminin merkez çizgi(a) ve merkez nokta(b) üzerindeki çökmeye olan etkisi

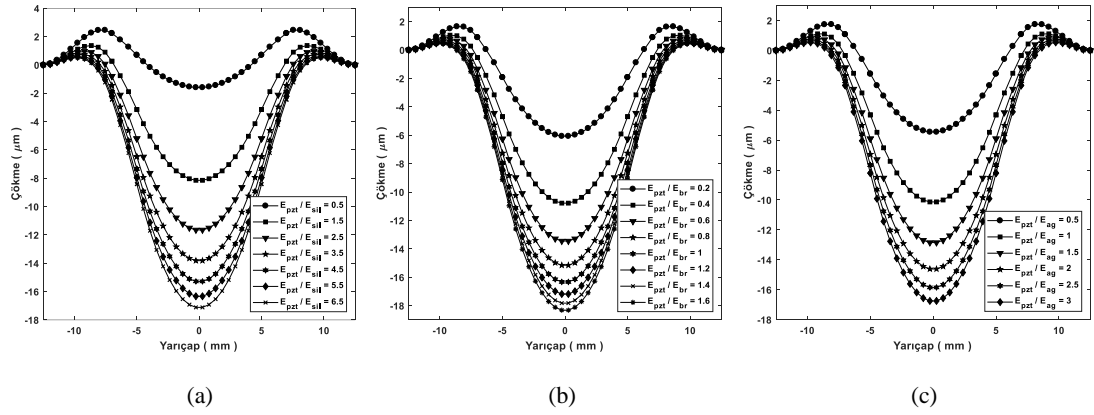
Yarıçap ilişkisinin çökmeye olan etkisi pirinç katman ile silikon katman arasındaki durumda farklıdır. Orta bölgenin yarıçapı, dış bölgenin yarıçapının 0.4 katında

başlayıp eşit olana kadar arttırılmıştır. Yarıçap oranı 0.4 olduğu durumdaki çökme-8.254  $\mu\text{m}$ 'dir. Artan oranla birlikte beklenildiği gibi çökme miktarı sürekli artarak 0.9 yarıçap oranında çökme maksimum değeri olan-18.429  $\mu\text{m}$  değerine ulaşmıştır. Ancak yarıçap oranı 0.9'dan sonra merkez noktadaki çökme yön değiştirip azalmaya başlamıştır (Şekil 4.8.). Çalışılan son yarıçap oranı olan 1 değeri için çökme şekilde de görüldüğü gibi-15.913  $\mu\text{m}$  değerine gerilemiştir.



Şekil 4.8. 100 V gerilim ve 0.1 kPa basınç altında orta bölgenin yarıçapının dış bölgenin yarıçapına göre değişiminin merkez çizgi(a) ve merkez nokta(b) üzerindeki çökmeye olan etkisi

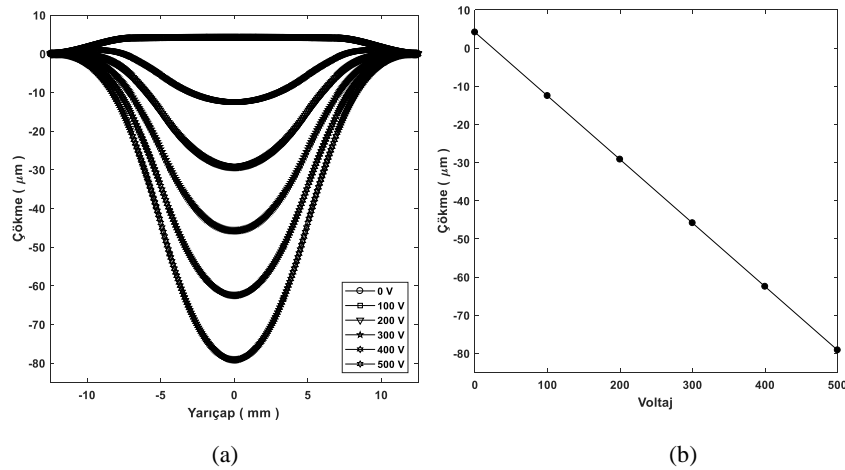
Malzeme elastisite modülü değişiminin diğer bir deyişle plak rijitliği üzerindeki değişimlerin merkez çizginin eğriliği üzerinde bir değişime neden olmuştur (Şekil 4.9.). Aktüatör katmanlarının Young modüllerindeki değişimler incelendi. Sabit voltaj ve basınç altında piezoelektrik katman rijitliğinin artması merkez çizgi üzerindeki çökmeyi sürekli arttırmaktadır. Yapılan denemelerde PZT katman rijitliğinin pasif silikon katmanın rijitliğine oranı 0.5 ten başlatılıp 6.5'e kadar sürekli arttırılmıştır (Şekil 4.9.a). Ve ulaşılan maksimum çökme değeri 6.5 oranında olup-17.115  $\mu\text{m}$ 'dir. PZT katman rijitliğinin pirinç katmanın rijitliğine oranı 0.2'den başlatılıp 1.6'ya kadar sürekli arttırılmıştır (Şekil 4.9.b). Bu şartlarda elde edilen maksimum çökme değeri 1.6 oranında olup-18.319  $\mu\text{m}$ 'dir. PZT katman rijitliğinin gümüş katmanın rijitliğine oranı 0.5 ten başlatılıp 3'e kadar sürekli arttırılmıştır (Şekil 4.9.c). Bu durumda ise elde edilen maksimum çökme değeri 3 oranında olup-16.749  $\mu\text{m}$ 'dir. Sonuç olarak pasif silikon, pirinç ve gümüş katmanların elastisite modüllerinin artması ise çökmeyi azaltıcı yönde etki etmektedir.



Şekil 4.9. 100 V gerilim ve 0.1 kPa basınç altında piezoelektrik katmanın elastisite modülünün diğer katmanlara göre değişiminin plak merkez çizgisi üzerindeki çökmeye olan etkisi

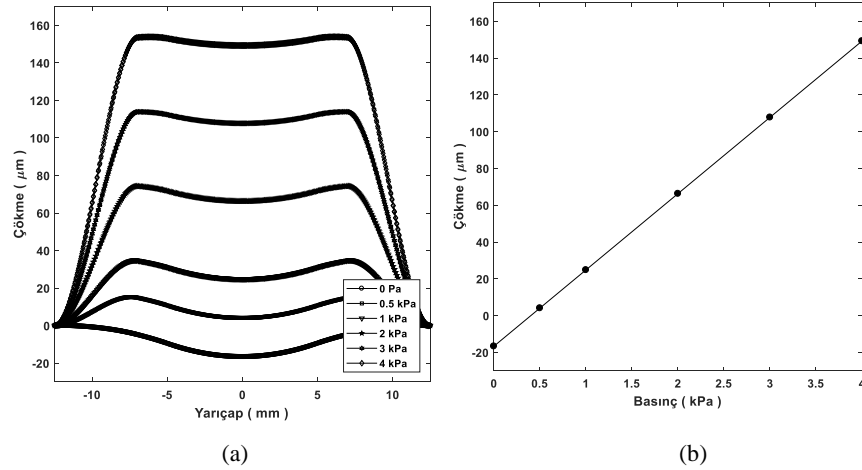
## 4.2. Sonlu Elemanlar Modellemesi (FEM)

Sonlu elemanlar programında, analitik yöntemde kullanılan modelin birebir 3 boyutlu bir kopyası oluşturulmuştur. Plak kenarlarından aynı şekilde ankastre olup katmanlar arasında bounded ilişkisi tanımlanmıştır. Aktüatör üzerine farklı çalışma koşulları için farklı voltaj ve basınç yükleri uygulanmıştır. Analitik modellemede elde edilen sonuçlara olan yakınlık incelenecek hata miktarı tespit edilecektir.



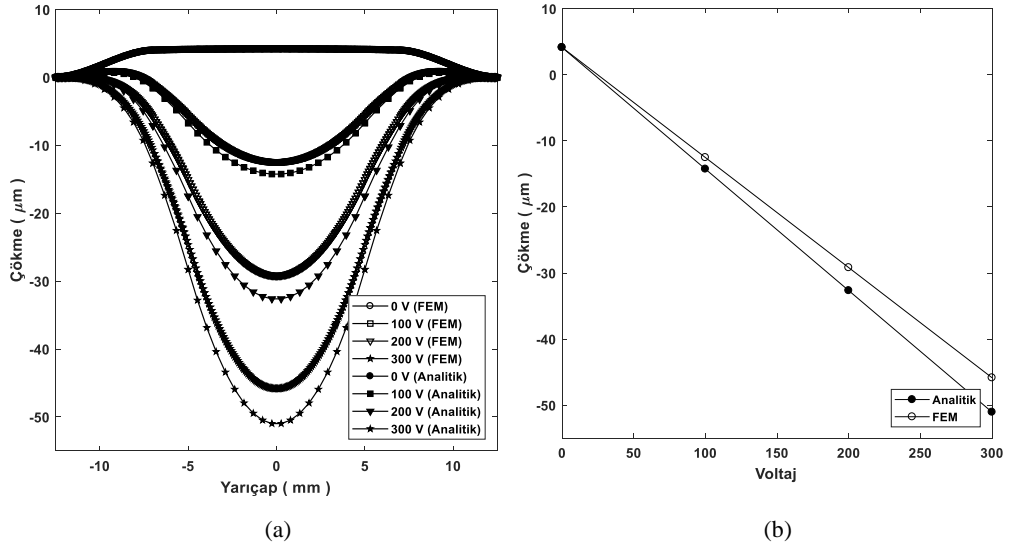
Şekil 4.10. 0.1 kPa basınç altında farklı voltajlar için piezoelektrik aktüatörün merkez çizgisi(a) ve merkez noktasındaki(b) çökmeler (Sonlu Elemanlar Yöntemi)

Sabit akışkan basıncı altında kenarlarından ankastre olan dairesel aktüatöre 0-500V arası gerilim uygulanmıştır. Artan voltajla uniform akışkan basıncının etkidiği yönün tersi yönünde bir yer değiştirme meydana getirmiştir. Voltajın yükselmesi çökme değerini de lineer bir şekilde arttırmıştır (Şekil 4.10.b). Her çalışma şartı için maksimum çökme plak merkez noktasında meydana gelmiştir. Uygulanan minimum voltaj yani 0V değerinde voltajın etkisi hiç olmayıp plak basınç etkisiyle pozitif z yönünde yer değiştirmiş olup  $4.148 \mu\text{m}$ 'dir. Voltaj uygulanmaya başlandığı ilk değer 100 V için merkez noktadaki çökme- $12.52 \mu\text{m}$ 'dir. Uygulanan maksimum 500V için meydana gelen yer değiştirme- $79.18 \mu\text{m}$ 'dir. Plajın voltaj altındaki davranışı analitik modellemeden de gözlemlediğimiz sonuçlarla aynı doğrultuda çıkmıştır.



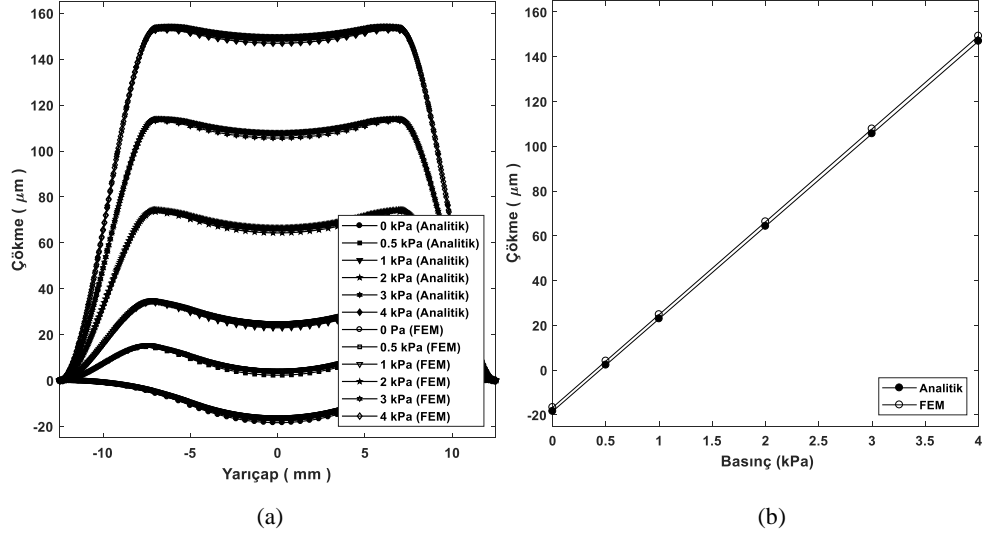
Şekil 4.11. 100 V gerilim altında farklı basınçlar için piezoelektrik aktüatörün merkez çizgisi(a) ve merkez noktasındaki(b) çökmeler (Sonlu Elemanlar Yöntemi)

Gerilim yükünün tersi yönde plağa etkiyen akışkan basıncının, sabit voltaj için 0 kPa'dan 4 kPa'a kadar sürekli arttırılmıştır (Şekil 4.11.). Basıncın olmadığı ilk durumda voltaj etkisini göstererek negatif yönde- $16.66 \mu\text{m}$  çökme meydana getirmiştir. Artan basınçla birlikte merkez çizgideki yer değiştirme pozitif yönde artarak merkez noktada meydana gelen çökmeyi lineer bir şekilde azalmıştır (Şekil 4.11.). Buna göre maksimum akışkan yükü altındaki çökme değeri ise  $149.245 \mu\text{m}$ 'dir.



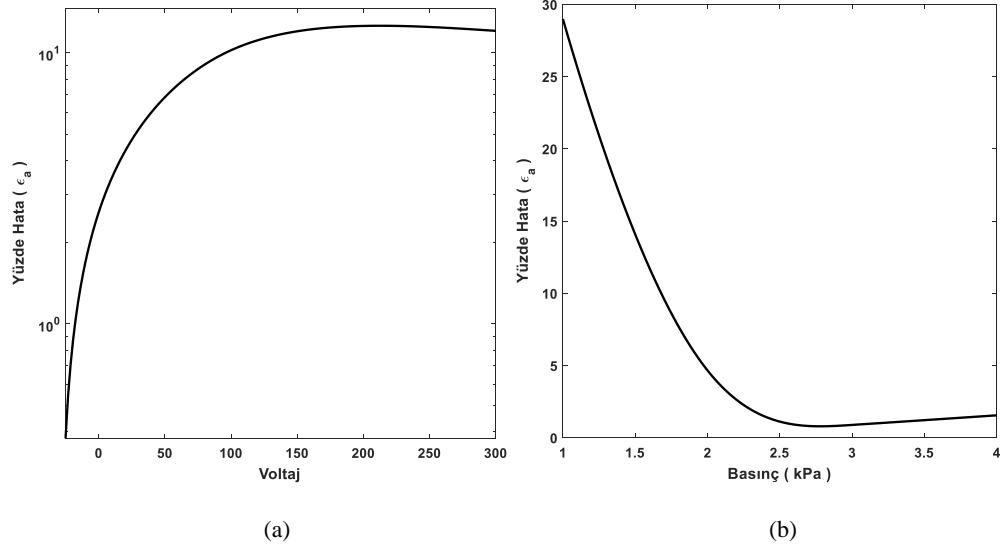
Şekil 4.12. 0.1 kPa basınç ve farklı voltajlar altında piezoelektrik aktüatörün analitik ve sonlu elemanlar modeli (FEM); sonuçları merkez çizgisi(a), merkez noktasındaki(b) çökmeler

Sonlu elemanlar modellemesinde ise sabit akışkan basıncı altında voltajın, sabit voltaj altında da basıncın etkisi incelendi. Artan voltaj negatif z yönünde sürekli bir artmaya yani çökme performansı üzerinde olumlu bir etkiye sahiptir. Elde edilen sonuçlar analitik sonuçlarla karşılaştırıldığında oldukça yakın sonuçlar elde edildiği görülmektedir (Şekil 4.12.). Voltajın olmadığı durumda sonuçlar birbirinin neredeyse aynısı olup %0.33 lük bir hata tespit edilmiştir. Artan voltajla birlikte hata da kısmen artmış olup 300V değerinde maksimum %10.18'lik bir hata meydana gelmiştir (Şekil 4.14.a).



Şekil 4.13. 100 V gerilim ve farklı basınçlar altında piezoelektrik aktüatörün analitik ve sonlu elemanlar modeli (FEM); sonuçları merkez çizgisi(a), merkez noktasındaki(b) çökmeler

Uniform akışkan basıncının plak üzerinde çökmeyi azaltan yönde bir etkisi olmuştur. Analitik model sonuçlarından da bildiğimiz üzere basıncın olmadığı durumda yani dış yük olarak sadece voltaj etkisi altındayken merkez noktadaki çökme negatif taraftadır. Basınç arttıkça plak merkez çizgisi pozitif z yönünde artmıştır. Basıncın aktüatör performansı üzerindeki etkisinin FEM sonuçları ve analitik model sonuçları arasında oldukça iyi bir uyum mevcuttur (Şekil 4.13.). Basıncın olmadığı 0 kPa durumda analitik ve nümerik sonuçlar arasında %9.43'lük bir hata mevcuttur. Akışkan basıncı 4 kPa'a çıkartıldığında sonuçlar arasında %1.56 değerinde bir hata meydana gelmektedir (Şekil 4.14.b).



Şekil 4.14. Sabit 0.1 kPa altında voltaja göre sonlu elemanlar modellemesindeki hata (a) ve sabit 100 V gerilim altında basınca göre sonlu elemanlar modellemesindeki hata (b)



## BÖLÜM 5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu bölümde yapılan analitik ve sonlu elemanlar analizleri sonucu elde edilen çökme verilerinin yorumlanması, karşılaştırılması ve fiziksel anlamları incelenerek dış yükler, aktüatör geometrik ve mekanik özellikleri tartışılacaktır.

Bu çalışmada farklı voltaj ve farklı uniform akışkan yüküne maruz dairesel tek yönde tahrikli çok katmanlı piezoelektrik aktüatörün fiziksel ve mekanik parametrelere göre statik çökme davranışı incelenmiştir. İncelenen aktüatör pasif silikon katman, pirinç katman ve gümüş katmandan ayrıca aktüatör tahrikini oluşturan piezoelektrik kamandan oluşmakta olup katman aralarında da yapıştırıcı elemanı olarak epoksi kullanılarak yedi katmandan oluşmaktadır.

Kirchhoff ince plak teorisini esas alan klasik lamine plak teorisi (CLPT) kullanılarak aktüatörün enine deplasman hareketleri elde edilmiştir. Enine ve yatay deplasman ilişkileri birlikte hesaplandı. Buna bağlı olarak çökme davranışının incelendiği enine yani düşey çökme denklemi elde edilmiştir.

Çalışmanın sonlu elemanlar modelindeki sonuçlarının doğruluğunu belirlemek için fiziksel ve geometrik boyutlara, malzeme özelliklerine ve çalışma koşullarına sadık kalınarak üç boyutlu model oluşturulmuştur. Analitik modelden elde edilen kesin sonuçlar kullanılarak akışkan basıncı ve voltajın etkisi, geometrik özellikler ve malzeme özelliklerinin aktüatör statik çökme davranışı üzerindeki etkileri incelendi.

Artan voltaj, uniform akışkan basıncının tam tersi yönünde çökmeyi sürekli arttırmaktadır. Buna karşın artan uniform basınç ise çökmeyi azaltmaktadır. Ayrıca piezoelektrik katman kalınlığı ile diğer katman kalınlıklarının ilişkilendirilerek yapılan analizde kalınlığının artması çökmeyi istisnasız bir şekilde sürekli azaltmaktadır.

Katman kalınlıklarının azalması ise çökmeyi olumlu anlamda sürekli olarak arttırmaktadır. Bunun nedeni ise, artan malzeme kalınlığının kenar noktalarda meydana gelen momenti arttırmasıdır. Bu da kenar noktalardaki eğimi azaltacaktır. Böylelikle plak merkez çizgisi üzerindeki çökme azalmış olur. Plak çökmesinin bağlı olduğu diğer parametre olan katman yarıçaplarında ise piezoelektrik katman yarıçapının artmasına bağlı olarak çökme de sürekli artmaktadır. Pasif katman yani silikon katman yarıçapının artması ise çökmeyi sürekli olarak azaltmaktadır. Bunlardan farklı olarak ara katman olan pirinç katmanda ise artan yarıçap piezoelektrik katmanda olduğu gibi çökme performansını arttırmaktadır. Ancak belirtilen yarıçap oranından sonra ise çökme azalmaya başlamaktadır. Bunun nedeni ise pirinç katmanın yarıçapı arttıkça bu katmanın altında bulunan elastik silikon katmanın etkisinin azalmaya başlamasıdır. Pirinç ile silikon katmanın yarıçaplarının eşit olduğu durumda ise silikon katmanın etkisi ortadan kalkmış olur. Ek olarak plak çökmesinin yön değiştirdiği değerden sonra pirinç katmanın davranışı pasif katmanın davranışına dönmüş olur. Malzeme özelliklerinin etkisi açısından yapılan elastisite modülü değişimi incelendiğinde ise sadece aktif PZT katmanın rijitliğinin artması çökmeye katkı sağladığı tespit edilmiştir.

Sonuç olarak yapılan sonlu elemanlar modellemesinden alınan düşey çökme analizi verilerinin analitik modellemeden alınan verilerle de iyi bir tutarlılığı mevcuttur. Dolayısıyla sözü edilen model ve şartlar altında sonlu elemanlar modeli güvenilir bir metot olmaktadır.

Ayrıca modelleme ve analizler neticesinde çok katman tek yönde tahrikli dairesel piezoelektrik aktüatöre etkiyen uniform akışkan basıncının artması, aynı çökme performansının elde edilebilmesi için, uygulanması gereken voltaj yükünü de arttırmaktadır. Dolayısıyla akışkan basıncı ile voltaj doğru orantılı bir etkiye sahiptir. Bunun yanı sıra aktüatöre uygulanan voltaj değerinin artması pompalanan akışkan debisini arttırmaktadır. Ama yüksek voltajların güvenlik açısından tehdit oluşturacağından medikal sektöründe kullanılabilecek maksimum gerilim 45 V'tur.

Geometrik özellikler açısından piezoelektrik katman dahil tüm katman kalınlıklarının artması sistemi rijitleştirdiğinden dolayı pompalanacak akışkan debisini azaltmaktadır. Piezoelektrik disk yarıçapının artması çökme miktarı yükseltirken pasif silikon katmanın boyutunun artırılması çökme performansını azaltmaktadır.

Piezoelektrik katman rijitliğinin artması akışkan debisini arttırıcı bir rol oynamaktadır. Dolayısıyla daha rijit piezoelektrik seramik seçimi performansı yükseltmektedir. Diğer katmanların rijitliklerinin artması ise çökme miktarını azalttığı tespit edildiğinden dolayı debi üzerinde olumsuz bir etki oluşturmaktadır.

## KAYNAKÇA

- [1] Reissner, E., On the Theory of Bending of Elastic Plates, J. Math. Phys, vol. 23, no. 1-4, pp. 184-191, 1944.
- [2] Lehnhoff, T., The Influence of Transverse Shear on The Small Displacement Theory of Circular Plates, University of Illinois, 1968.
- [3] Whitney, J., The Effect of Transverse Shear Deformation on the Bending of Laminated Plates, J. Compos. Mater., vol. 3, no. 3, pp. 534-547, 1969.
- [4] Pryor, C., Barker, R., A finite Element Analysis Including Transverse Shear Effects for Applications to Laminated Plates, AIAA Journal, vol. 9, no. 5, pp. 912-917, 1971.
- [5] Wang, T., A Theory for Thick Elastic Plates, Ohio State University, 1972.
- [6] Sun, C., J. WHITNEY, J., On Theories for The Dynamic Response of Laminated Plates, vol. 11, no. 2, pp. 178-183, 1972.
- [7] Pervez, T., Transient Dynamic, Damping and an Elasto-plastic Analysis of Anisotropic Laminated Composite Plates Using a Refined Plate Theory, University of Minnesota, 1991.
- [8] Liang, X., Dynamic Response of Linear / Nonlinear Laminated Structures Containing Piezoelectric Laminas Xiaoqing Liang, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1997.
- [9] Shan, N., Analytical Solutions Using High Order Composite Laminate, Clemson University, 2011.
- [10] Bodner, S., The Post Buckling Behavior of A Clamped Circular Plate, Q. Appl. Math., vol. 12, no. 4, pp. 397-401, 1955.
- [11] Sanchez, M., Vega, D., Vera, S., Laura, P. , Vibrations of Circular Plates of Rectangular Orthotropy, J. Sound Vib., vol. 209, no. 1, pp. 199-202, 1998.
- [12] Rashidifar, M., Rashidifar, A., Vibrations Analysis of Circular Plate with Piezoelectric Actuator Using Thin Plate Theory and Bessel Function, Am. J. Eng. Technol. Soc., vol. 2, no. 6, p. 140, 2015.

- [13] Schiffer, A., Cantwell, W., Tagarielli, V., An Analytical Model of The Dynamic Response of Circular Composite Plates to High-Velocity Impact, *Int. J. Impact Eng.*, vol. 85, pp. 67-82, 2015.
- [14] Lakis, A., Selmane, A., Classical Solution Shape Functions in The Finite Element Analysis of Circular and Annular Plates, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 40, no. 6, pp. 969-990, 1997.
- [15] Zaera, R., Arias, A., Navarro, C., Analytical Modelling of Metallic Circular Plates Subjected to Impulsive Loads, *Int. J. Solids Struct.*, vol. 39, no. 3, pp. 659-672, 2002.
- [16] Li, S., Chen, S., Analytical Analysis of A Circular PZT Actuator for Valveless Micropumps, *Sensors Actuators, A Phys.*, vol. 104, no. 2, pp. 151-161, 2003.
- [17] Jenkins, C., Korde, U., Membrane Vibration Experiments: An Historical Review and Recent Results, *J. Sound Vib.*, vol. 295, no. 3-5, pp. 602-613, 2006.
- [18] Tanveer, M., Linear and Nonlinear Vibrations of Composite Plates, The University of Western Ontario, 2008.
- [19] Allik, H., Hughes, T., Finite Element Method for Piezoelectric Vibration, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 2, no. 2, pp. 151-157, 1970.
- [20] Farhad, M., An Investigation on The Development of Novel Designs Piezoelectric Actuators by Fused Deposition of Ceramics (FDC), The State University of New Jersey, 2001.
- [21] Kim, S., Low Power Energy Harvesting with Piezoelectric Generators, University of Pittsburgh, 2002.
- [22] Li, F., Li, G., Application of ANSYS APDL in the Design of Piezoelectric Transducer, 5th International Conference on Advanced Engineering Materials and Technology, pp. 506-511, 2015.
- [23] Wang, L., Microelectromechanical Systems (Mems) Sensors Based on Lead Zirconate Titanate (PZT) Films, The Pennsylvania State University, 2001.
- [24] Brei, D., A. J. Moskalik, A., Deflection Performance of a Bi-Directional Distributed Polymeric Piezoelectric Micromotor, *J. Microelectromechanical Syst.*, vol. 6, no. 1, pp. 62-69, 1997.
- [25] Gerlach, T., Wurmus, H., Working Principle and Performance of The Dynamic Micropump, *Sensors and Actuators, A: Physical*, vol. 50, no. 1-2, pp. 135-140, 1995.

- [26] Faris, W., Nonlinear Dynamics of Annular and Circular Plates under Thermal and Electrical Loadings, pp. 104, 2003.
- [27] Hammad, B., Characterization of Smart MEMS Pump by Applying Quasi-Static Model Based on Simulations of Membrane and Solid-Fluid Interface of Microvalves, The University of Texas, 2003.
- [28] Chigullapalli, A., Modeling and Validation of S-Drive, A Nestable Piezoelectric Actuator, Purdue University, 2014.
- [29] Zhang, T., Valveless Piezoelectric Micropump for Fuel Delivery in Direct Methanol Fuel Cell (DMFC) Devices, University of Pittsburgh, 2005.
- [30] Hu, Z., Analyses and Application of Piezoelectric Actuator in Decoupled Vibratory Feeding, The Ohio State University, 2005.
- [31] Philen, M., Directional Decoupling of Piezoelectric Sheet Actuators For High-Precision Shape and Vibration Control of Plate Structures, The Pennsylvania State University, 2006.
- [32] Zhou, Y., Design and Microfabrication of an Electromagnetically-Actuated Soft-Polymer Micropump, Beijing University of Technology, 2006.
- [33] Robinson, M., Microstructural and Geometric Effects on The Piezoelectric Performance of PZT MEMS, Washington State University, 2007.
- [34] Ho, M., Design of A Single Chamber Peristaltic Micropump, University of Toronto, 2008.
- [35] Xiao, X., Development of A Novel Micropump System, University Of Calgary, 2008.
- [36] Hohnbaum, J., Design, Testing and Modeling of PDMS Based Pneumatic Micropumps, University of Arkansas, 2011.
- [37] Kernaghan, R., Geometric Nonlinear Finite Element Analysis of Active Fibre Composite Bimorphs, Carleton University, 2011.
- [38] Singh, S., Kumar, N., George, D., Sen, A., Analytical Modeling, Simulations and Experimental Studies of A PZT Actuated Planar Valveless PDMS Micropump, Sensors Actuators, A Phys., vol. 225, pp. 81-94, 2015.
- [39] Arshid, E., Khorshidvand, A., Free Vibration Analysis of Saturated Porous FG Circular Plates Integrated with Piezoelectric Actuators via Differential Quadrature Method, Thin-Walled Struct., vol. 125, no., pp. 220-233, 2018.
- [40] Hasan, N., Design Study of a Piezoelectric Curved THUNDER via Finite Element Modeling, Southern Illinois University, 2018.

- [41] Hong, E., Surface Micromachined Peristaltic Pumps Using Lead Zirconate Titanate Film, The Pennsylvania State University, 2004.
- [42] Almajid, A., Design of High Performance Piezo-Composites Actuators, University of Washington, 2002.
- [43] Marcus, M., Performance Characteristics of Piezoelectric Polymer Flexure Mode Devices, *Ferroelectrics*, vol. 57, no. 1, pp. 203-220, 1984.
- [44] Ha, S., Keilers, C., Chang, F., Finite Element Analysis of Composite Structures Containing Distributed Piezoceramic Sensors and Actuators, *AIAA Journal*, vol. 30, no.3, 1992.
- [45] Zhou, S., Coupled Electro-Mechanical System Modeling and Experimental Investigation of Piezoelectric Actuator-Driven Adaptive Structures, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1994.
- [46] Cao, L., Design, Simulation, Fabrication and Testing of an Implantable Micropump for Use in Medical Drug Delivery Systems, University Of Minnesota, 2000.
- [47] Hu, Y., Liang, X., Wang, W., Deflection of Circular Diaphragm-Type Piezoactuators Coupling with Gas Compression in Micropumps, *Microsystem Technology.*, vol. 23, no. 12, pp. 5329-5341, 2017.
- [48] A. Dereshgi, H., Investigation of Electro-Mechanical Factors Effecting Micro-Pump Characteristics for Biomedical Applications, Sakarya Üniversitesi, 2019.
- [49] Hu, Y., You, H., Wang, W., Non-Linear Deflection of A Circular Diaphragm-Type Piezoactuator under Loads of Voltage and Pressure, *Sensors Actuators, A Phys.*, vol. 268, pp. 91-100, 2017.
- [50] A. Dereshgi, H., Dal, H., Yıldız, M., Piezoelectric Micropumps: State of the Art Review, *Microsystem Technology*, 2021.
- [51] Le, S., Design, Modeling, Fabrication, and Testing of A Multistage Micro Gas Compressor with Piezoelectric Unimorph Diaphragm and Passive Micro Valves for Microcooling Applications, Louisiana Tech University, 2017.
- [52] Curie, J., Curie, P., Development by Pressure of Polar Electricity in Hemihedral Crystals with Inclined Faces, *Bull. la Société minéralogique Fr.*, vol. 3, no. 4, pp. 90-93, 1880.
- [53] Lippmann, G., Principe De La Conservation De L'électricité, Ou Second Principe De La Théorie Des Phénomènes Électriques, *J. Phys. Théorique Appliquée*, vol. 10, no. 1, pp. 381-394, 1881.

- [54] Nalwa, H., *Ferroelectric Polymers-Chemistry, Physics and Application*, Marcel Dekker, Inc, 1995.
- [55] Kawai, H., The Piezoelectricity of Poly (Vinylidene Fluoride), *J. Appl. Phys.*, vol. 8, no. 7, pp. 975-976, 1969.
- [56] Dahiya, R., Valle, M., *Robotic Tactile Sensing*, vol. 53, no. 9. 2013.
- [57] Rao, S., *Vibration of Continuous Systems*. 2007.
- [58] Abhari, F., Jaafar, H., Yunus, N., A Comprehensive Study of Micropumps Technologies, *International Journal of Electrochem*, vol. 7, no. 10, pp. 9765–9780, 2012.
- [59] Liu, Y., A Refined Shear Deformation Plate Theory, *Int. J. Comput. Methods Eng. Sci. Mech.*, vol. 12, no. 3, pp. 141-149, 2011.
- [60] Kirchhoff, V., Ueber das Gleichgewicht und die Bewegung der elastischen Körper, *J. für die reine und angewandte Math.*, vol. 89, no. 7, pp. 383-404, 1850.
- [61] Thomson, W., Kelvin, B., Tait, P., *Treatise on Natural Philosophy*, vol. 53, no. 9. Cambridge University, 1883.
- [62] Eisenberger, M., *Dynamic Stiffness Vibration Analysis for Higher Order Plate Models, Theories of Plates and Shells and New Applications*, pp. 2938, 2002.
- [63] Beer, F., Johnston, R., Dewolf, J., Mazurek, D., *Mechanics of Materials*, 6th Edition. McGraw-Hill, 2012.
- [64] Mindlin, R., Influence of Rotatory Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic Elastic Plates. *Journal of Applied Mechanics, Journal of Applied Mechanics*, vol. 18. pp. 31-38, 1951.
- [65] Şahinkaya, Y., *Elastik Zemin Oturan Düzgün Yayılı Yük Etkisindeki Kalın Plakların Parametrik İncelenmesi*, Karadeniz Teknik Üniversitesi, 2010.
- [66] Özyayın, T., *Kalın Sayılabilecek Plakalar için Sonlu Eleman Formülasyonu*, İstanbul Teknik Üniversitesi, 2001.
- [67] Mladenovic, B., Bonic, Z., Mijalkovic, M., P. Dancevic, P., Davidovic, N., Application of Mindlin's Theory for Analysis of Footing Plate Bending Based on Experimental Research, *Facta Univ. - Ser. Archit. Civ. Eng.*, vol. 8, no. 2, pp. 211-223, 2010.
- [68] Reddy, J., A Simple Higher-Order Theory for Laminated Composite Plates, *J. Appl. Mech. Trans. ASME*, vol. 51, no. 4, pp. 745-752, 1984.



- [69] Kolvik, G., Higher Order Shear Deformation Plate Theory, Fac. Math. Nat. Sci. Univ. Oslo, 2012.
- [70] Wang, C., Relationships between Vibration Frequencies of Higher-Order Plate Theories and Classical Thin Plate Theory, Anal. Des. Plated Struct. Dyn., no. Kirchhoff 1850, pp. 275-292, 2007.
- [71] Deshpande, M., Saggere, L., An Analytical Model and Working Equations for Static Deflections of A Circular Multi-Layered Diaphragm-Type Piezoelectric Actuator, Sensors Actuators, A Phys., vol. 136, no. 2, pp. 673-689, 2007.
- [72] Dereshgi, H., Dal, H., Sayan, M.E., Analytical Analysis of A Circular Unimorph Piezoelectric Actuator in The Range Of Low Voltages and Pressures, Microsyst. Technol., vol. 26, no. 8, pp. 2453-2464, 2020.
- [73] Crawley, E., Anderson, E., Detailed Models of Piezoceramic Actuation of Beams, J. Intell. Mater. Syst. Struct., vol. 1, no. 1, pp. 4-25, 1990.
- [74] Yayla, P., Uygulamalı Elastisite Teorisi, 1st ed. İstanbul: Nobel Akademik Yayıncılık Eğt. Dan. Tic. Ltd Şti., 2014.
- [75] Prasad, S., Analytical Electroacoustic Model of A Piezoelectric Composite Circular Plate, AIAA J., vol. 44, no. 10, pp. 2311-2318, 2006.
- [76] He, X., Xu, W., Lin, N., Uzoejinwa, B., Deng, Z., Dynamics Modeling and Vibration Analysis of A Piezoelectric Diaphragm Applied in Valveless Micropump, J. Sound Vib., vol. 405, pp. 133-143, 2017.
- [77] Ramar, M., Balasubramanian, S., Development of Piezoelectric Property Materials for The Nanogenerator Production, Res. J. Chem. Environ. Sci., no., 2018.

## ÖZGEÇMİŞ

**Adı Soyadı** : Mehmet Emin SAYAN

### ÖĞRENİM DURUMU

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Yılı
Lisans	Sakarya Üniversitesi / Mühendislik Fakültesi / Makine Mühendisliği	2017
Lise	Figen Sakallıoğlu Anadolu Lisesi	2013

### İŞ DENEYİMİ

Yıl	Yer	Görev
2019-Halen	Sakarya Üniversitesi	Araştırma Görevlisi

### YABANCI DİL

İngilizce

### ESERLER

1. Analytical Analysis of A Circular Unimorph Piezoelectric Actuator in The Range Of Low Voltages and Pressures, *Microsyst. Technol.*, vol. 26, no. 8, pp. 2453-2464, 2020.
2. Proposal of A Novel Piezoelectric Actuator for MEMS Based Diaphragm Micropumps, *Karadeniz 5. Uluslararası Uygulamalı Bilimler Kongresi*, 2021.
3. Displacement Analysis Of Elastic Supported Circular Piezoelectric Actuator, *Karadeniz 5. Uluslararası Uygulamalı Bilimler Kongresi*, 2021.

### HOBİLER

Kaligrafi , Hat , Tezhip