

Yapısal Değişim Teoremlerinin Çubukları Değişken Kesitli Çerçvelere Uygulanışı

Dr. M. Polat SAKA (*)

GİRİŞ

Çok yararlı ve etkili matris deplasman metodu çok sayıda denklem takımı çözümünü gerektirdiğinden pahalıdır. Özellikle bu pahalılık;

- 1 — Mühendisin ilk seçtiği yapı sistem şeklini değiştirmesi veya bunun için birden çok alternatif düşünmesi;
- 2 — Plakların, çubukların değişken ve düzgün olmayan kesitleri olması halinde⁽¹⁾;
- 3 — Yapının lineer olmayan veya elastik - plastik analizinin gerektiği hallerde^(2,3) daha da artar.

Yapısal değişim teoremleri, yapının bir veya daha fazla elemanının malzeme veya kesit özelliklerinin değişmesi veya bu elemanların yapıdan tamamen çıkarılması halinde, yapıyı yeniden analiz etmeden, meydana gelen yeni yapıdaki kuvvet ve deplasmanları kesin olarak hesaplar. Bu teoremler ilk olarak Majid ve Elliott^(4,5) tarafından düğüm noktaları mafsallı bağlı yapılar için geliştirilmiştir. Böyle bir yapının dış yüklerden dolayı j elemanındaki kuvvet P_j ve f_{ji} de diğer bir i elemanına etkileyen birim aksenal yükten dolayı j de doğan kuvvet olsun. Eğer bu yapının i elemanının alanı A_i den A_i' e değişirse, j deki yeni π_j kuvvetinin $\pi_j = P_j + r_{ai} f_{ji}$ olacağı ispatlanmıştır⁽⁴⁾. Burada r_{ai} değişen i elemanı için değişim faktörü olarak adlandırılmış olup, değeri

$$\begin{aligned} r_{ai} + \alpha_i P_i + \alpha_i r_{ai} f_{ii} &= 0 \\ r_{ai} &= -\alpha_i P_i / (1 + \alpha_i f_{ii}) \end{aligned} \quad (1)$$

(*) K.T.Ü. İnşaat Mühendisliği Bölümü, Trabzon.

olarak verilmiştir. Burada $x_i = \delta A_i / A_i = (A_i' - A_i) / A_i$, P_i , i elemanındaki dış yüklerden dolayı doğan normal kuvvet ve f_{ij} , i elemanındaki, bu elemanın eksenine doğrultusunda etki ettiren birim yüklerden doğan kuvvettir. Herhangi bir t noktasındaki deplasmanın $\Psi_t = x_t + r_{ai} \chi_{ti}$ olduğuda ayrıca ispatlanmıştır. Burada x_t , i elemanının değişiminden önce t deki deplasman ve x_{ti} ise i nin uçlarına etkiyen birim dış yükten dolayı t deki deplasmandır.

Bu teoremler, daha sonra, aynı zamanda birden fazla elemanın değişimini kapsayacak şekilde Al-Bakri⁽⁶⁾ tarafından geliştirildi. n elemanın aynı anda değişime uğraması halinde, r_{ai} den r_{an} e kadar bütün değişim faktörlerinin aşağıda tipik bir örneği verilen n denklemin çözümünü elde edileceğini göstermiştir.

$$r_{ai} + \alpha_i P_i + \alpha_i \sum_{j=1}^n r_{aj} f_{ij} \quad (2)$$

Burada dikkat edilmesi gereken husus her elemandaki değişimin diğerlerinden farklı oluşudur. Yeni i elemanındaki π_i kuvveti ise :

$$\pi_i = (1 + \alpha_i) \left(P_i + \sum_{j=1}^n r_{aj} f_{ij} \right) \quad (3)$$

Değişmiyen k elemanındaki yeni π_k kuvveti ise :

$$\pi_k = P_k + \sum_{j=1}^n r_{aj} f_{ij} \quad (4)$$

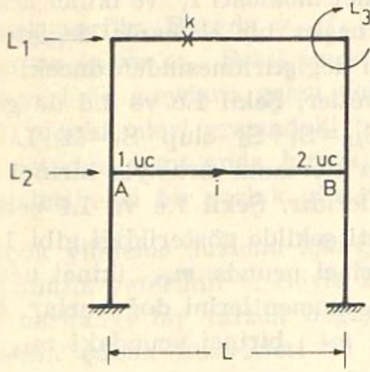
t düğüm noktasındaki yeni deplasman ise :

$$\Psi_t = \chi_t = \sum_{j=1}^n r_{aj} \chi_{tj} \quad (5)$$

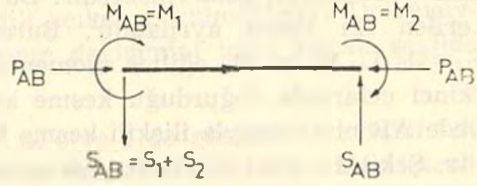
olarak verilmektedir.

DÜĞÜM NOKTALARI RİJİD BAĞLI ÇERÇEVELER

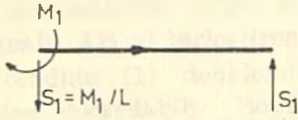
Bu teoremleri düğüm noktaları rijid bağlı çerçeveleri kapsayacak şekilde genişletmek için Şekil 1.a da gösterilen $L = \{L_1, L_2, L_3\}$ dış yüklerine maruz çerçeveyi göz önüne alalım. Bu çerçevenin analizi elemanlarının prizmatik olması nedeniyle kolaydır. Analizden sonra, atalet momenti



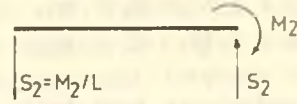
a Çerçeve ve Yüklemesi



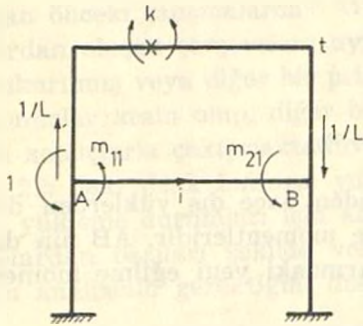
b Çubuk uc Kuvvetleri



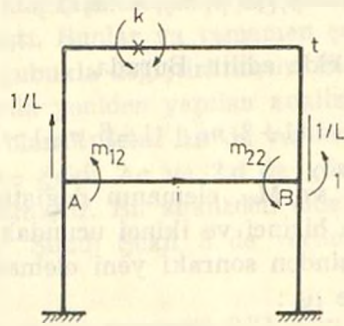
c. M_{AB} ile ilişkili kesme kuvveti



d. M_{BA} ile ilişkili kesme kuvveti



e 1 uca da birim moment yüklemesi



f 2 uca da birim moment yüklemesi

Elemanı değişen bir çerçevede
ış ve iç kuvvetler

Şekil 1.

I olan AB çubuğunun, birinci ucundaki atalet momenti I_1' ve ikinci ucundaki I_2' olan prizmatik kesitli olmayan başka bir elemanla değiştirildiğini göz önüne alalım. Şekil 1.b, AB nin değiştirilmesinden önceki çubuk kuvvetlerini göstermektedir. Bu kuvvetler, Şekil 1.c ve 1.d de gösterilen iki kısma ayrılabilir. Burada $S_{AB}=S_1+S_2$ olup $S_1=M_1/L$ ve $S_2=M_2/L$, M_1 ve M_2 eğilme momentlerinin elemanın sırasıyla birinci ve ikinci uçlarında doğurduğu kesme kuvvetleridir. Şekil 1.e ve 1.f çerçevede AB nin sırasıyla ilişkili kesme kuvveti şekilde gösterildiği gibi $1/L$ dir. Şekil 1.e deki kuvvetler, elemanın birinci ucunda m_{11} , ikinci ucunda m_{21} ve çerçevenin bir k noktasında m_{k1} momentlerini doğururlar. Şekil 1.f dekiler ise AB nin ikinci ucundaki m_{22} , birinci ucundaki m_{12} ve k da m_{k2} yi meydana getirirler.

Düğüm noktaları mafsallı bağlı yapılar için^(4,6) verilen aynı yolla (Ek ve referans 7, 8) 1 ve 2 uçları için değişim faktörleri

$$\begin{aligned} r_1 + \beta_1 M_1 + \beta_1 (r_1 m_{11} + r_2 m_{12}) &= 0 \\ r_2 + \beta_2 M_2 + \beta_2 (r_1 m_{21} + r_2 m_{22}) &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Denklemlerinden hesaplanır. Burada $\beta_1=(I_1'-I)/I=\delta I_1/I_1$ ve $\beta_2=(I_2'-I)/I=\delta I_2/I_2$ dir. Bu denklemlerden r_1 ve r_2 yi çözümlenerek :

$$\begin{aligned} r_1 &= \beta_1 [M_2 \beta_2 m_{12} - M_1 (1 + \beta_2 m_{22})] / D \\ r_2 &= \beta_2 [M_1 \beta_1 m_{21} - M_2 (1 + \beta_1 m_{11})] / D \end{aligned} \quad (7)$$

olarak elde edilir. Burada,

$$D = (1 + \beta_1 m_{11}) (1 + \beta_2 m_{22}) - \beta_1 \beta_2 m_{12} m_{21}$$

dir. M_1 ve M_2 , elemanın değiştirilmesinden önce dış yüklerden dolayı AB nin birinci ve ikinci ucundaki eğilme momentleridir. AB nin değiştirilmesinden sonraki yeni elemanın uçlarındaki yeni eğilme momentleri μ_1 ve μ_2 :

$$\begin{aligned} \mu_1 &= (1 + \beta_1) (M_1 + r_1 m_{11} + r_2 m_{12}) \\ \mu_2 &= (1 + \beta_2) (M_2 + r_2 m_{22} + r_1 m_{21}) \end{aligned} \quad (8)$$

ifadesiyle verilir. Diğer bir k noktasındaki eğilme momenti ise :

$$\mu_k = M_k + r_1 m_{k1} + r_2 m_{k2} \quad (9)$$

olur ve t noktasındaki deplasman (veya dönme)

$$\Psi_t = x_t + r_1 \chi_{t1} + r_2 \chi_{t2} \quad (10)$$

olarak verilir. Burada x_t , L dış yüklemesinden doğan orijinal deplasman ve χ_{t1} ve χ_{t2} , Şekil 1.e ve 1.f de sırasıyla gösterilen dış yüklerden dolayı t de meydana gelen deplasmanlardır. (3), (4), (5) ve (8), (9), (10) denklemleri arasındaki benzerlik açıkça görülmektedir. Dolayısıyla metodun aynı anda birçok elemanın değişimini içine alacak şekilde genişletilmesi bir zorluk göstermez.

Birçok yükleme durumu için Şekil 1.a, e ve f de gösterilenler dahil tek bir analiz yeterlidir⁽⁹⁾. Böyle bir analiz tamamlanınca, elemanlar istenilen herhangi bir tarzda değiştirilebilirler ve meydana gelen yeni çerçevenin çubuk kuvvetleri ve düğüm noktaları deplasmanları yeni bir analiz gerekmeden hesaplanır.

Özellikle, AB tamamen çerçeveden çıkarılınca her iki ucdaki atalet momenti sıfıra indirgenmiş olur, $\beta_1 = \beta_2 = -1 \cdot AB$ nin iki ucundaki μ_1 ve μ_2 eğilme momentleride sıfıra indirgenir. Meydana gelen yeni çerçeve uçları mafsallı AB yi birleştiren elemana sahip olur. Tabi ki, bu yeni elemanın kendide (1) denklemini kullanarak değiştirilir veya tamamen çerçeveden çıkarılabilir. Böylece çerçevenin topolojisi (taşıyıcı sistem şekli) değişerek, iki katlı çerçeve tek katlı hale gelir.

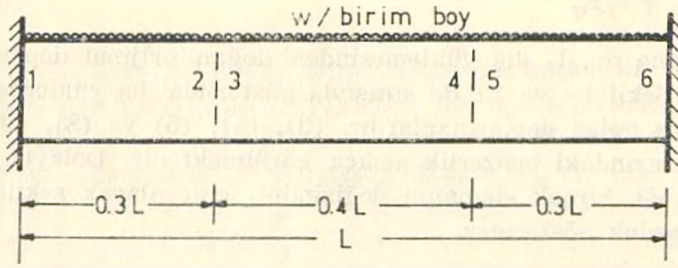
DEĞİŞKEN KESİTLER

Bundan önceki çalışmalarda^(8, 10) yapısal değişim teoremleri prizmatik çubuklardan oluşan çerçevelere uygulanmıştı. Bunlar ya tamamen çerçeveden çıkarılmış veya diğer bir prizmatik çubukla değiştirilmiştir. Elde edilen sonuçlar kesin olup, diğer bir metodla yeniden yapılan analizle elde edilen sonuçlarla çakışmaktadır. Örnek olarak Şekil 2.a da verilen kiriş, Şekil 2.b deki denk üniform yükleme ve Şekil 2.c ve 2.d de gösterilen birim yükleme durumları için analiz edilmiştir. Bu analizden elde edilen sonuçlardan bazıları şekilde verilmiştir. Şimdi Şekil 3 de verilen yeni kirişin analizinin gerektiğini düşünelim.

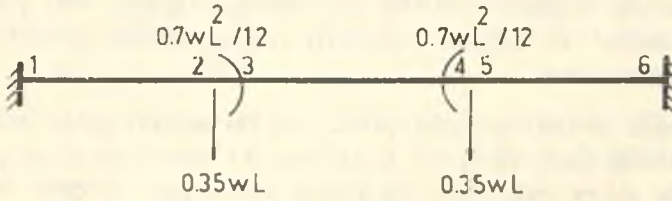
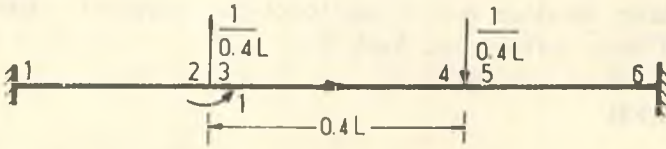
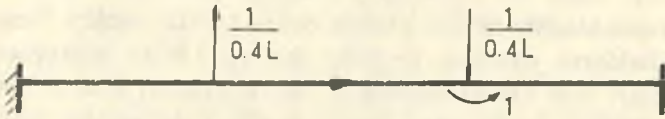
Bu kiriş 3 den 4'e kadar olan kısmının atalet momenti 0.31 olan değişken kesitlidir. Böylece $\beta_3 = \beta_4 = \beta = -0.7 \cdot 3$ ve 4 numaralı referans noktalarındaki değişim faktörlerini r_3 ve r_4 ile gösterip, ana kirişin elde edilmiş olan sonuçlarını kullanarak (Şekil 2) (6) denklemi

$$r_3 + 0.7 \times 0.43 wL^2/12 - 0.7 (0.768 r_3 + 0.168 r_4) = 0$$

$$r_4 - 0.7 \times 0.42 wL^2/12 - 0.7 (0.168 r_3 + 0.768 r_4) = 0$$



a. Ana Kiriş

b. Denk Üniform
Yaylı Yükc. 3 deki Birim
Moment Yükd. 4 deki Birim
Moment Yük

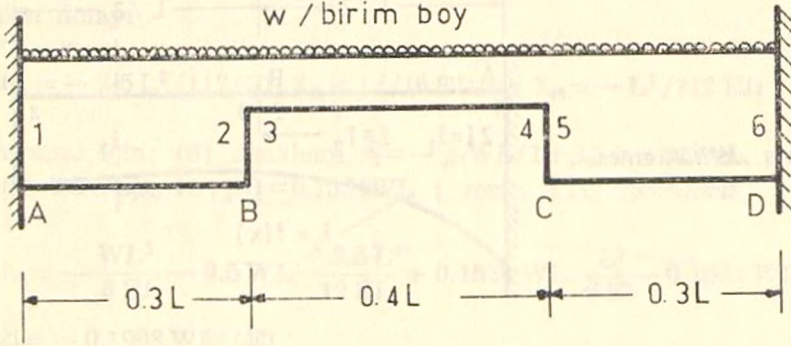
DİŞ YÜKLEME	BİRİM MOMENT 3 DE	BİRİM MOMENT 4 DE
$M_1 = 0.91wL^2/12$	$m_{13} = -0.25$	$m_{14} = 0.12$
$M_3 = 0.42wL^2/12$	$m_{33} = 0.768$	$m_{34} = 0.168$
$M_4 = 0.42wL^2/12$	$m_{43} = 0.168$	$m_{44} = 0.768$

Şekil 2.

şeklini alır. Buradan $r_3 = -r_4 = -0.507$ olarak bulunur. Aslında kirişin simetrik oluşu özelliği kullanılarak denklem sayısı bire indirgenebilir. A'deki ankastrelik momenti μ_1 , (9) denklemiyle hesaplanabilir.

$$\mu_1 = wL^2/12 + 0.507(0.18 + 0.12)wL^2/2 = 1.2028wL^2/12$$

Gerçekten yeni kirişin analizinden $1.202758619wL^2/12$ olarak bulunmuştur ki, yukarıda bulunan sonuçla kesin olarak çakışmaktadır.



Şekil 3.

Daha ileri bir adım olarak (6) ve (10) denklemleri prizmatik çubuğun prizmatik olmayan ve kesit değişimi herhangi bir fonksiyonla ifade edilebilen bir çubukla değiştirilmesi halinde uygulanabilir. Burada I'nin değerini çubuk boyunca yalnız bir noktada belirlemekle, yeterli yaklaşıklık sağlanabileceği kısaca gösterilmiştir. Şekil 4.a da gösterilen ABC konsolu, x serbest C ucundan alınmak üzere $I_x = f(x)$ atalet momentine sahiptir. I_x için dört farklı fonksiyon seçilmiştir. Bu fonksiyonların hepsinde $f(x)$ in serbest uca I den ankastre uca 21 ye değiştiği kabul edildi. Böylece β_1 , A da bire eşit olur. Göz önüne alınan durumlar :

(1) Kiriş derinliği C de D den, A da $d = 2^{1/3}D$ ye linear olarak değişmektedir. Böylece $I_x = [L + (2^{1/3} - 1)x]^3 I / L^3$ olur. B de, $x = L/2$, $I_2 = I_3 = 1.44271$ ve $\beta_2 = \beta_3 = 0.4427$. C'deki deplasmanın kesin değeri $EI d^2y / d^2x = -M$ nin integrasyonu ile elde edilir. Böylece

$$\psi_4 = \int \int - \frac{WL^3 x \cdot dx}{EI [L + (2^{1/3} - 1)x]^3} = 0.1976 WL^3 / EI$$

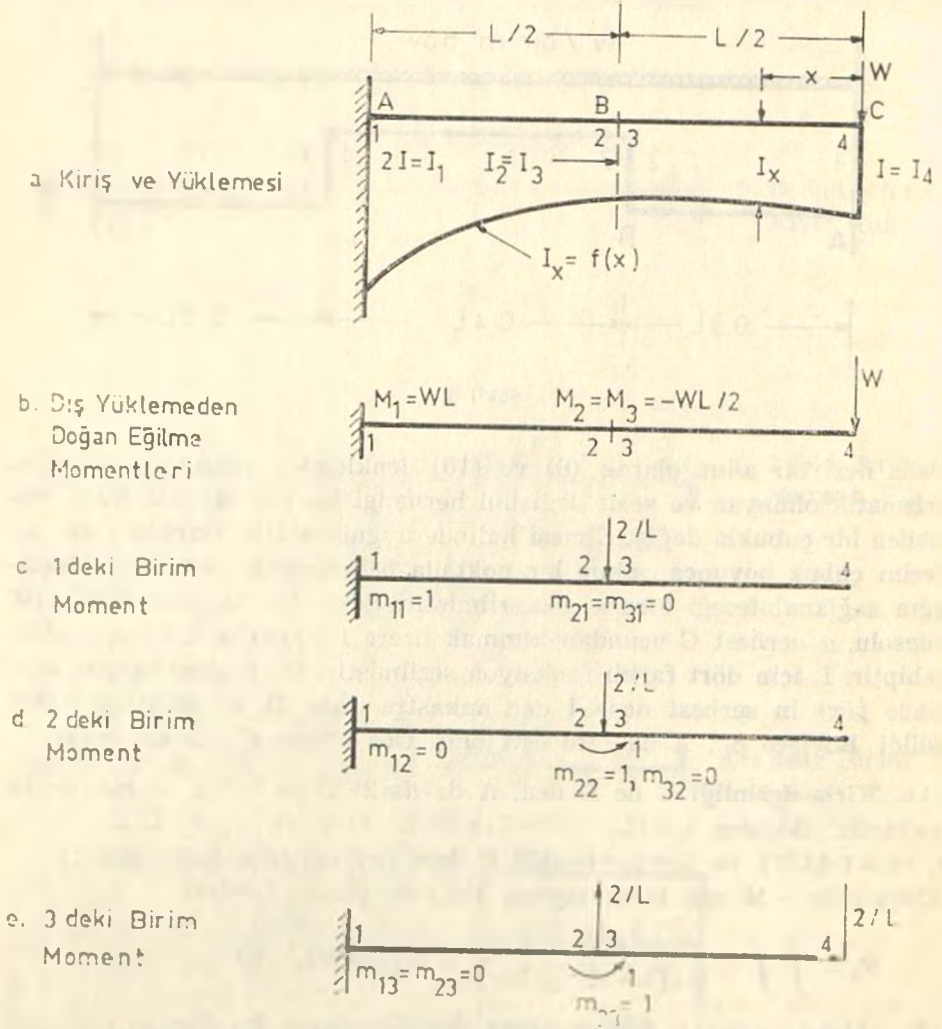
(2) Atalet momentini linear olarak değişmektedir. Bu durumda :

$$I_x = (L + x)I / L ; \quad \beta_2 = \beta_3 = 0.5 \quad \text{olur ve}$$

$$\Psi_4 = \iint -WLx dx / [EI(L+x)] = -0.1931 WL^3 / EI$$

(3) Atalet momenti $I_x = Ie^{ax}$ şeklinde değişmektedir. Burada $a = 0.69315 = \log_2 2$ dir. Buda $I_A = 2I$, $I_B = I\sqrt{2}$ ve $\beta_2 = \beta_3 = \sqrt{2} - 1$ olarak verir. C deki kesin deplasman :

$$\Psi_4 = \iint -Wxe^{-ax} dx / (EI = -0.2 WL^3 / EI)$$



Şekil 4.

(4) Atalet momenti hiperbolik olarak değişmektedir. $I_x = 2LI / (2L - x)$, $\beta_2 = \beta_3 = 0.333$ ve

$$\Psi_4 = \iint -W x (2Lx - x^2) dx / (2EI L) = -0.2083 WL^3 / EI$$

Gerçek W yükünden ve üç birim yükleden 1, 2, 3 ve 4 noktalarındaki eğilme momentleri Şekil 7 de gösterilmiştir. Sabit I için, W dan dolayı C deki deplasman $-WL^3 / (3EI)$ olup aynı deplasman birim yüklemelerden dolayı

$$\chi_{41} = -2.5 L^2 / (12EI), \chi_{42} = L^2 / (6EI) \text{ ve } \chi_{43} = -L^2 / (12EI)$$

(1) durumu için; (6) denklemi $r_1 = -\beta_1 WL (1 + \beta_1) = -0.5WL$, $r_2 = -r_3 = 0.5WL\beta_2 / (1 + \beta_2) = 0.1534WL$ i verir. (11) denklemi

$$\Psi_4 = \frac{WL^3}{3EI} - 0.5WL \frac{-2.5L^2}{12EI} + 0.1534WL \frac{L^2}{6EI} - 0.1534WL \frac{-L^2}{12EI}$$

$$\Psi_4 = -0.1908 WL^3 / EI$$

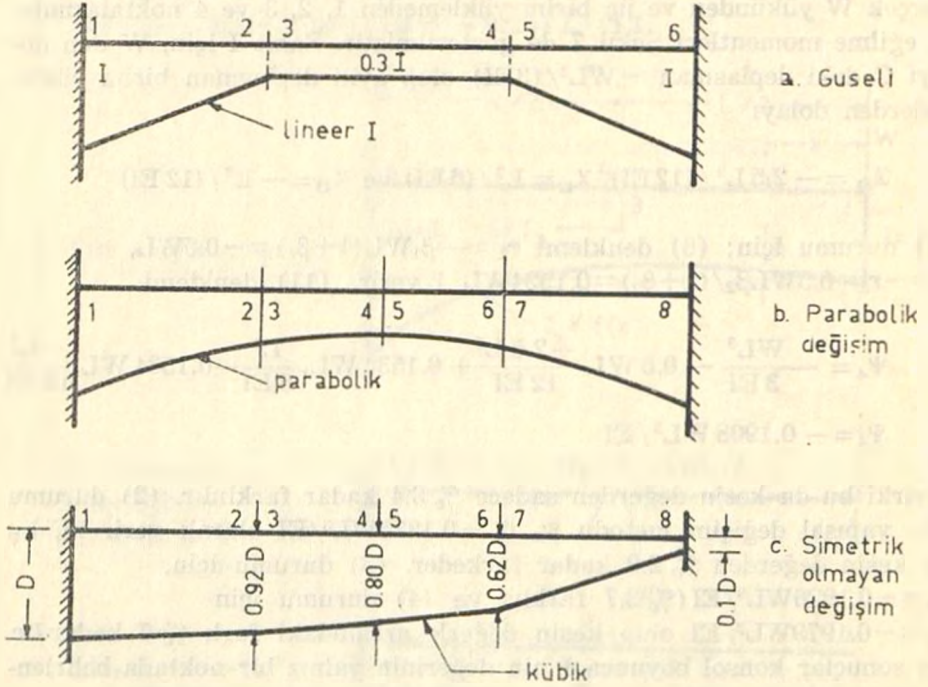
verirki bu da kesin değerden sadece % 3.4 kadar farklıdır. (2) durumu için yapısal değişim metodu Ψ_4 ü $-0.1875WL^3 / EI$ olarak verir ki, bu da kesin değerden % 2.9 kadar farkeder. (3) durumu için, $\Psi_4 = -0.1926WL^3 / EI$ (% 3.7 farklı) ve (4) durumu için $\Psi_4 = -0.1979WL^3 / EI$ olup kesin değerle arasındaki fark % 5 kadardır. Bu sonuçlar konsol boyunca I nin değerinin yalnız bir noktada belirlenmesiyle iyi bir yaklaşımın elde edilebileceğini göstermektedir.

Şekil 2.a da gösterilen ana kiriş, Şekil 5.a da gösterilen guseli kirişin analizinde kullanılmıştır. Gerekli birim momentleri 2, 3, 4 ve 5 noktalarına uygulanmıştır. Simetriden dolayı (6) tipinde bir denklem $r_2 = -r_3 = r_4 = -r_5 = 0.0192WL^2 / 12$ değişim faktörlerini bulmak için yeterlidir. (9) denklemi ankastrelik momentini $1.161WL^2 / 12$ olarak verir ki bu da integrasyonla (11) elde edilenden % 0.5 kadar fazladır.

Şekil 5.b de gösterilen parabolik kiriş, üniform ana kirişin açıklığı ortasında ilave bir nokta daha alınmasıyla elde edilmiştir. Birim momentler Şekil 5.b de gösterilen 2, 3 ve 4 noktalarına etkilmiştir.

Simetri kullanılarak yalnız r_2 ve r_4 hesaplanmıştır. Ankastrelik momentleri $1.278WL^2 / 12$ bulunmuştur. Aynı moment referans (11) deki grafikleri kullanarak $1.23WL^2 / 12$ olarak elde edilmiştir. r_2 , r_4 , r_3 ve r_5 için dört

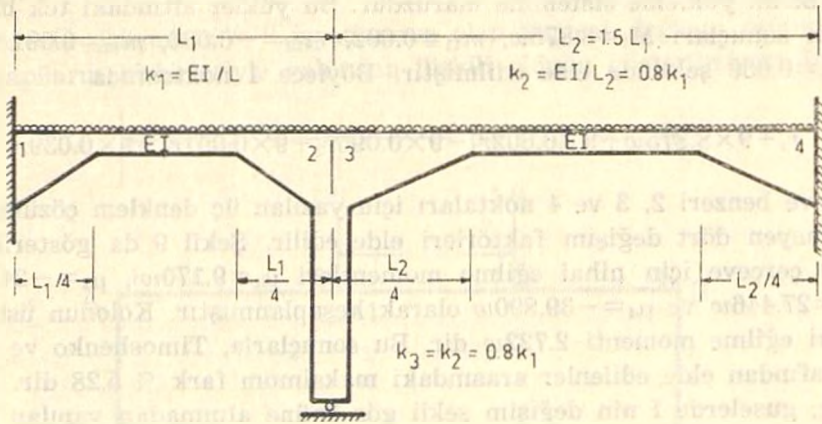
denklem Şekil 5.c de gösterilen kübik kiriş için ankastrelik momentlerini $\mu_1 = 0.8WL^2/12$ ve $\mu_8 = 1.5 \times 10^{-7} WL^2/12$ olarak vermiştir. Bu düzensiz kesitli kiriş, problemin simetrik olmaması nedeniyle referans (11) de verilen grafikler yardımıyla analiz edilemez.



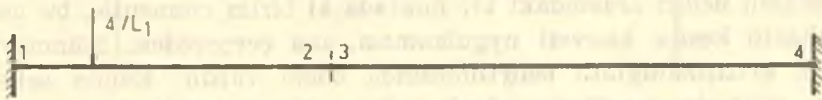
Uniform Kirişin Çeşitli Türevleri

Şekil 5.

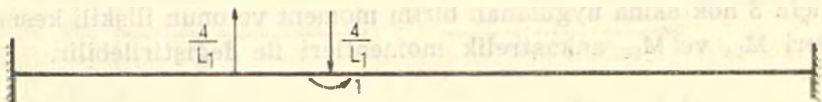
Şekil 6 da gösterilen çerçeve Timoshenko ve Young⁽¹¹⁾ tarafından, yorucu ve usandırıcı integrasyon sonucu elde edilen grafiklerle analiz edilmiştir. Kirişin ince kısmı için atalet momenti, 1, 2, 3 ve 4 noktalarındaki maksimum atalet momentinin % 10 u dur. Böylece $\beta = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = +9$ Guselerin takdiminde önce, ana çerçeve ince kısımli sürekli kirişden olmuş olup $k_1 = EI/L_1$, $k_2 = EL/L_2 = 0.8k_1$ ve kolon için $k_3 = 0.8k_1$ dır.



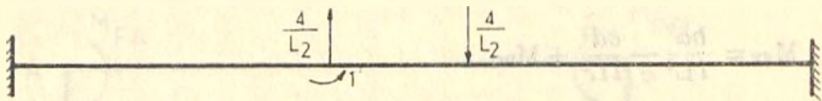
a Çerçeve ve Yüklemesi



b Birim moment 1 de



c Birim moment 2 de



d Birim moment 3 de



e Birim moment 4 de

Çubukları Değişken Kesitli Çerçeve

Şekil 6.

Ana çerçeve, şekilde gösterilen w birim boy gerçek üniform yayılı yük ile birim yükleme sistemine maruzdur. Bu yükler altındaki tek bir analizin sonuçları $M_1=8.875w$, $m_{11}=0.602$, $m_{12}=-0.096$, $m_{13}=0.091$ ve $m_{14}=0.039$ şeklinde elde edilmiştir. Böylece 1 noktasında

$$r_1 + 9 \times 8.875w + 9 \times 0.602r_1 - 9 \times 0.096r_2 + 9 \times 0.091r_3 + 9 \times 0.039r_4 = 0$$

Bu ve benzeri 2, 3 ve 4 noktaları için yazılan üç denklem çözülerek bilinmeyen dört değişim faktörleri elde edilir. Şekil 9 da gösterilen türev çerçeve için nihai eğilme momentleri $\mu_1=9.170w$, $\mu_2=-24.718w$, $\mu_3=27.446w$ ve $\mu_4=-39.890w$ olarak hesaplanmıştır. Kolonun üst ucundaki eğilme momenti $2.722w$ dir. Bu sonuçlarla, Timoshenko ve Young tarafından elde edilenler arasındaki maksimum fark % 5.28 dir. Bu sonuç, guselerde I nin değişim şekli göz önüne alınmadan yapılan hesaplama ile bulunmuştur.

Elemanın uçları arasındaki bir noktada ki birim momentle, bu momentle ilişkili kesme kuvveti uygulanması, ana çerçevedeki bilinmeyen sayısını arttırmadığının belirtilmesinde önem vardır. Bunun sebebi, bu ilave yüklerin kendilerine denk ankastrelik momentlerle değiştirilebilmesidir. Örnek olarak, Şekil 7.a da gösterilen ACDB kirişinin CD kısmı için 3 noktasına uygulanan birim moment ve onun ilişkili kesme kuvvetleri M_{FA} ve M_{FB} ankastrelik momentleri ile değiştirilebilir.

$$M_{FA} = \frac{de^2}{IL} - \frac{ab}{IL} - M_{AC}$$

$$M_{FB} = \frac{ba^2}{IL^2} - \frac{ed^2}{IL^2} + M_{BC}$$

Burada M_{AC} ve M_{BC} momentleri C deki birim momentlerden doğan ankastrelik momentleridir. Bunlarda

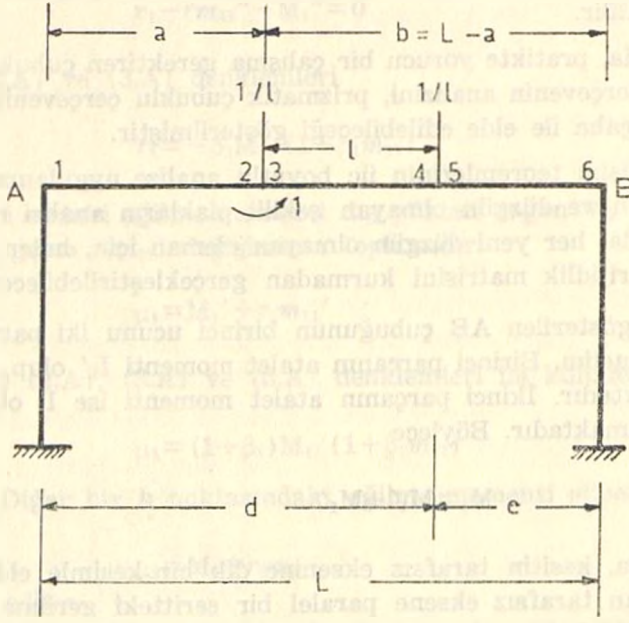
$$M_{AC} = -b(3a-L)/L^2$$

$$M_{BC} = a(3b-L)/L^2$$

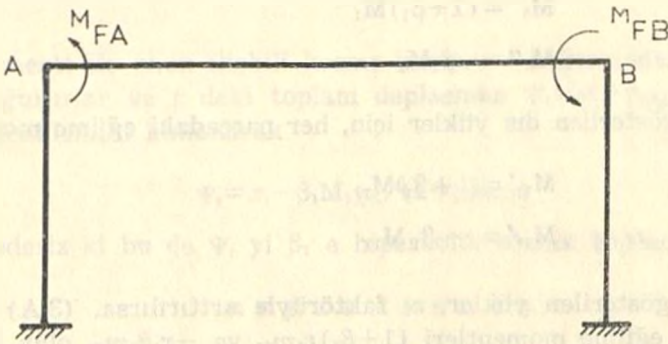
ile verilirler⁽¹³⁾. Bu yolla ana çerçevenin serbestlik derecesi hiçbir şekilde artmaz. Sadece çerçeveye dış yük olarak uygulanacak olan farklı yükleme sayıdır.

SONUÇ :

Daha önceki çalışmada^{10,14} ispatlanmış olan yapısal değişim teoremleri ile yapıların birbirleriyle yakından ilişkili olduğu gösterilmiştir. Böy-



a. 3. deki birim yükleme



b. Denk ankastrelik momentleri

Şekil 7.

lece bir ana çerçevenin lineer analiz sonuçları ile, çok sayıda türev yapının lineer, lineer olmayan ve elastik - plastik davranışını⁽¹⁴⁾ bulmak mümkün olur. Bu yolla kompüter zamanında önemli miktarda tasarruf yapmak mümkün olur. Türev yapılar orijinal ana yapının değiştirilmesiyle elde edilir.

Bu çalışmada, pratikte yorucu bir çalışma gerektiren çubukları değişken kesitli bir çerçevenin analizini, prizmatik çubuklu çerçevenin analizinden çok az bir çaba ile elde edilebileceği gösterilmiştir.

Yapısal değişim teoremlerinin üç boyutlu analize uygulanmasıyla değişken kalınlıklı ve düzgün olmayan şekilli plakların analizi mümkün olacaktır. Bu da, her yeni düzgün olmayan eleman için, halen yapıldığı gibi yeniden rijidlik matrisini kurmadan gerçekleştirilebilecektir.

Şekil 1 de gösterilen AB çubuğunun birinci ucunu iki parçadan ibaret olarak düşünelim. Birinci parçanın atalet momenti I_1' olup, M_1' momentini taşımaktadır. İkinci parçanın atalet momenti ise I_1 olup, M_1'' momentini taşımaktadır. Böylece

$$M_1 = M_1' + M_1'' \quad (1.A)$$

Bu iki parça, kesitin tarafsız eksenine dik bir kesimle elde edilmiştir. Bu bakımdan tarafsız eksene paralel bir şeritteki gerilme iki parçada da aynıdır. Çubuğun bir parçası çıkarıldığından δI negatiftir ve $\beta_1 = -\delta I_1 / I_1$ olur. Böylece

$$\begin{aligned} M_1' &= (1 + \beta_1) M_1 \\ M_1'' &= -\beta_1 M_1 \end{aligned} \quad (2.A)$$

Şekil 1.e de gösterilen dış yükler için, her parçadaki eğilme momentleri

$$\begin{aligned} M_{11}' &= (1 + \beta_1) M_{11} \\ M_{11}'' &= -\beta_1 M_{11} \end{aligned} \quad (3.A)$$

Şekil 1.e de gösterilen yükler, r_1 faktörüyle arttırılırsa, (3.A) denklemiyle verilen eğilme momentleri $(1 + \beta_1)r_1 m_{11}$ ve $-\beta_1 r_1 m_{11}$ olur. Bu faktörle çoğaltılmış yükler çerçeveye dış yük olarak etkittirilirken, ikinci parçanın birinci ucu kaldırılabilir. Çerçevdeki çubuk kuvvetleri ikinci parçanın çıkarılmasıyla değişmemesi için A düğüm noktasına $r_1 m_{11}''$ ve A ve B ye $r_1 m_{11}'' / L$ kesme kuvvetinin dış yük olarak uygulanması ge-

rekir. Bu durumda A daki net dış moment $r_1 - r_1 m_{11}''$ olur. Bununla beraber, ikinci parça bu yüklerin çerçeveye uygulanmadan, sistemden çıkarılırsa, Şekil 1.a da gösterilen dış yükler

$$r_1 - r_1 m_{11}'' - M_1'' = 0 \quad (4.A)$$

olur. Bu, (2.A) ve (3.A) denklemleri

$$r_1 = -\beta_1 M_1 / (1 + \beta_1 m_{11}) \quad (5.A)$$

verir. Birinci uçdaki eğilme momenti dış yükten doğan M_1' ile moment-te meydana gelen $r_1 m_{11}'$ değişiminin toplamıdır.

$$\mu_1 = M_1' + r_1 m_{11}'$$

Bu denklemi (2.A), (3.A) ve (5.A) denklemleri ile kullanarak,

$$\mu_1 = (1 + \beta_1) M_1 / (1 + \beta_1 m_{11}) \quad (6.A)$$

elde edilir. Diğer bir k noktasındaki eğilme momenti süperpozisyon ile

$$\mu_k = M_k + r_1 m_{k1} \quad (7.A)$$

olarak elde edilir.

Al - Bakri'nin çalışması da (8) ve (9) denklemlerini verir. Bu çalışma aynı zamanda birden fazla çubuğun sistemden çıkarılmasını mümkün kılar.

m_{11} momenti ile onun ilişkili kesme kuvveti t noktasında χ_{t1} deplasmanını doğururlar ve t deki toplam deplasman $\Psi_t = x_t + r_1 \chi_{t1}$ olur. (5.A) denklemini kullanarak

$$\Psi_t = x_t - \beta_1 M_1 \chi_{t1} / (1 + \beta_1 m_{11})$$

elde ederiz ki bu da Ψ_t yi β_1 e hiperbolik olarak bağlar.

REFERANSLAR

1. Just, D. J. Plane frame works of tapering box and I sections, J. Struc. Div., ASCE, Jan., 1977.
2. Jennings, A. ve Majid, K. I. An elastic plastic analysis by computer for framed structures loaded up to collapse, The Structural Engineer, Vol. 43, No. 12, Dec., 1965.

3. Majid, K. I. and Anderson, D. The computer analysis of large multistorey framed structures, *The Struc. Eng.*, Vol. 46, No. 11, Nov., 1968.
4. Majid, K. I. and Elliott, D. W. C. Forces and deflections in changing structures, *The Struc. Eng.*, Vol. 51, No. 3, March, 1973.
5. Majid, K. I. and Elliott, D. W. C. Topological design of pin jointed structures by non-linear programming, *Proc. I.C.E.*, Vol. 55, March, 1973.
6. Al-Bakri, Optimum design of transmission towers, Ph. D. Thesis, Univ. of Surrey, U.K., 1978.
7. Saka, M. P., Optimum design of structures, Ph. D. Thesis, Univ. of Aston, U.K., 1975.
8. Majid, K. I. and Saka, M. P. Optimum shape design of rigidly jointed frames, *Proc. Symposium on the application of computer methods in engineering*, Univ. of Southern California, USA, 1977.
9. Jennings, A., *Matrix computation for engineers and scientists*, John Wiley and Sons, 1977.
10. Saka, M. P. Yapısal Değişim Teoremlerinin Çerçevelere Uygulanışı, *İ.T.Ü. Dergisi*, Cilt 34, No. 6, 1977.
11. Timoshenko, S. and Young, D. H. *Theory of structures*, 1 st. edition, McGraw-Hill Book Co., 1945.
12. Majid, K. I. *Optimum design of structures*, Newness - Butterworth and co, London, 1974.
13. Gray, C. S. et al *Steel Designer's Manual*, Crosby Lockwood and Son Ltd., 1956.
14. Majid, K. I., Saka, M. P., Çelik, T. The theorems of structural variation generalized for rigidly jointed frames, *Proc. I.C.E. Part 2*, Vol. 65, Dec., 1978.