

Çerçevelerin Optimum Boyutlandırılması

M. Polat SAKA ¹⁾

1. GİRİŞ :

Yapı boyutlandırılması problemi belirli bir amacı başaracak ve belirli sınırlamaları sağlayacak bir karar verme işlemi olarak düşünülebilir. Mühendis önce yapının şekli üzerinde karar verir. Sonra yapı elemanlarının kesitleri yapıya etkiyen dış yükleri emniyetle taşıyacak şekilde boyutlandırılır. Bu işlem ardısıra yapı analizleri ile gerçekleştirilir. Seçilen kesitlerle yapı analiz edilerek, çubuklar da doğan gerilmelerle, düğüm noktalarının deplasmanları şartnamede belirlenen değerlerden küçük veya eşit olup olmadığı kontrol edilir. İşletme bu şart sağlanıncaya kadar devam edilir.

Bu yolla elde edilen kesitler her ne kadar yukarıki şartı sağlarsa da, ilk seçilen kesitlere bağlı olacağından, en uygun kesitler değildir. İnşa bakımından ya pahalı veya lüzumundan ağır yapı meydana getirirler. Ayrıca pratikte mühendisin en elverişli kesitleri bulmak için bir çok yapı analizini yapacak kadar da vakti yoktur.

Geçtiğimiz son 20 senede geliştirilen matematiğin yeni bir dalı olan «Matematiksel programlama» belirli şartları sağlayacak şekilde bir amacı başarma probleminin çözümüyle uğraşmaktadır.

Matematiksel programlamanın yapı Mühendisliğine ilk uygulaması pratik teoriyi kullanarak çerçeveleri minimum ağırlıkta boyutlandırma şeklinde oldu. Heyman⁽¹⁾, Foulkes⁽²⁾, Livesley⁽³⁾ bu sahada dikkati çeken makaleler yayınladılar. Bu çalışmadaki ortak husus yapının rijid plastik çökme halinde statikçe belirli olması ve deplasmanların önemsenmemesi ve yapı ağırlığının plastik mafsal momentlerine lineer olarak bağlanması idi. Dolayısıyla bu faktörler boyutlandırma problemini lineer programlama ile çözmeyi mümkün kıldı.

Yapının deplasmanlarının gözönüne alınması boyutlandırma problemini elastik teori ile formüle etmeyi gerektirdi. Deplasman sınırla-

¹⁾ Dr. K.T.Ü. İnşaat Bölümü Ahşap ve Çelik Yapılar Kürsüsü

yıcı şartlarının boyutlandırma problemine girmesi nonlinear programlama kullanılmasını gerektirir. Nonlinear programlama problemi çözecek genel bir metod yoktur. Genellikle yapı mühendisliğinde üç tip çözüm metodu uygulanmıştır.

En fazla uygulama sahası bulan metod nonlinear programlama problemi Taylor serisine açarak ilk iki terimi almaktır. Böylece nonlinear problem, linear hale dönüşür. Elde edilen linear programlama problemi de Sümpleks metodu ile çözülür. Reinschmidt, K. F. (4), K. M. Romstad ve C. K. Wang (5), G. Pope (6), D. Johnson ve D. M. Brotton (7) bu yolu kullanarak Kafes sistemleri optimum boyutlandırılması metodları geliştirdiler.

Diğer bir yol Ceza fonksiyonları - (Penalty function) metodudur. Bu metod sınırlayıcı şartları olan nonlinear problemi sınırlayıcı şartı olmayan probleme dönüştürür. Bu son problemde herhangi bir fonksiyonun maksimum veya minimumunu bulan metodlarla çözülür. D. Kavlie (8), (9) K. M. Gisvold ve J. Moe (10), M. M.E. De Silva ve G. N.C. Grant (11) bu yolla yapıların optimizasyonu için metodlar geliştirdiler.

Moses ve Onoda 12) ızgara sistemleri yalnız gerilme sınırlayıcı şartlarını gözönüne alarak optimum boyutlandırdı.. Değişik nonlinear programlama metodlarının bir karşılaştırılması verildi.

Nonlinear problemi herhangi bir dönüştürme yapmadan çözen metodlarda vardır. Bunlardan Gradyan metod Brown ve Ang (13) tarafından yapı optimizasyonuna uygulandı. L. A. Schmit ve T. P. Kicher (14), A. Gellatly ve R. H. Gallegar (15), K. I. Majid ve D. W. C. Elliot (16), G. N. Vanderplaats ve F. Moses (17) değişik nonlinear programlama metodları kullanarak yapıları optimum olarak boyutlandıran metodlar geliştirdiler.

Optimum boyutlandırma problemini formüle etmek için yapı statığının kullanılabilir iki genel matris metodu vardır. Bunlar matris kuvvet metodu ile matris stifnes metodu olarak bilinirler.

Matris kuvvet metodu izostatik esas sistem kullanma durumunda olduğundan statikçe belirli ve statikçe belirsiz sistemler için aynı derecede elverişli değildir. Her ne kadar bu metod matris stifnes metoduna nazaran daha az denklem çözümü icab ettirirsede, kompüter programlamasına onun kadar uygun değildir.

Bu bakımdan bu çalışmada optimum boyutlandırma problemi mat-

ris stifnes metodu ile formüle edilmiştir. Bu metod referans (18) de etraflica izah edilmiştir.

2. SINIRLAYICI ŞARTLAR VE BUNLARIN OTOMATİK TEŞGİLİ

Genel olarak «minimum ağırlıklı yapı boyutlandırılması» yaklaşımı bazı kabuller yapar. Bunların ilki, tablolarda çubuk kesitleri için kullanılacak belirli kesit alanlarına sahip sınırlı sayıda profil olmasına rağmen, istenilen her kesit alanına haviz profil bulunabileceği kabul edilmesidir. Bu husus matematiksel programlamadan gelen bir husustur ve ciddi bir hataya sebep olmaz. Çubuk kesitlerinin tablolardaki profillerden seçilmesi istenirse, Integer veya Dinamik programlama kullanılabilir.

İkinci kabul çubuk kesit alanını, mukavemet momenti ve atalet momentine bağlamada yapılır. Görüleceği gibi kesit alanı ve atalet momenti, boyutlandırma probleminde değişkenlerdir. Dolayısıyla gerek sınırlayıcı şartları teşkilde ve gerekse amaç fonksiyonunu teşkilde bunlardan birini kullanmak arzu edilir. Bu amaçla bu değişkinler arasında makul bir bağıntı aranır. Templeman (19) bu bağıntıyı I profilleri için aşağıdaki şekilde ifade etmiştir.

$$\begin{aligned} A &= 0.78 z^{2/3} & \text{veya} & & z &= 1.452 A^{3/2} \\ A &= 0.559 I^{1/3} & & & I &= 3.20 A^2 \end{aligned} \quad (1)$$

Burada A kesit alanı, z mukavemet momenti, I ise atalet momentidir.

Amaç fonksiyonu yapımın ağırlığı olup, çerçeve elemanlarının alanları cinsinden ifade edilebilir. Eğer pratik nedenlerle bu elemanlar aralarında gruplandırılmışsa, amaç fonksiyonu

$$W = \sum_{i=1}^{NG} \gamma_i l_i A_i \quad (2)$$

Şeklini alır. Burada NG farklı bir grub sayısı, l_i i 'nci gruptaki elemanların uzunlukları toplamı ve A_i bu grup için benimsenen kesit alanıdır. γ_i ise bu gruptaki malzemenin yoğunluğudur. (2) ifadesinden görüleceği gibi amaç fonksiyonu lineerdir.

Elastik yapı optimizasyonunda genel olarak sınırlayıcı şartlar çerçeve elemanlarındaki gerilmelerin ve düğüm noktalarındaki deplasman-

ların belirli değerden büyük olmamasıdır. Buna göre optimum boyutlandırma problemi matris stifnes metoduyla formüle edildiğinde sağlanması gereken bu sınırlayıcı şartlar stifnes eşitlikleri, gerilme ve deplasman eşitsizlikleridir.

2.1. STIFNES EŞİTLİKLERİ

Bilindiği gibi yapılar, etkiyen dış yükleri emniyetle taşıyabilecek kadar rijid olarak boyutlandırılırlar. Bu şart stifnes eşitlikleri ile ifade edilir.

$$\underline{K} \cdot \underline{X} = \underline{L}$$

Burada X yapının deplasman vektörü olup her düğüm noktasından 3 eleman gelmesiyle meydana gelir. L dış yük vektörüdür. Sistem stifnes matrisi K , $A^T K A$ üçlü matris çarpımı ile elde edilir. Bu matrise R ve S düğüm noktalarının birleştiren bir çubuğun katkısı aşağıdaki gibidir.

	R düğüm noktasında			S düğüm noktasında		
R düğüm noktasında	A	B	-C	-A	-B	-C
	B	F	-T	-B	-F	-T
	-C	-T	e	C	T	f
$\underline{K} = \underline{S}$ düğüm noktasında	-A	-B	C	A	B	C
	-B	-F	T	B	F	T
	-C	-T	f	C	T	e

Kısaca $\underline{K} = \begin{bmatrix} K_{RR} & K_{RS} \\ K_{SR} & K_{SS} \end{bmatrix}$ şeklinde yazılır.

Burada

$$\begin{aligned} A &= al_p^2 + bm_p^2 \\ B &= (a - b) l_p m_p \\ c &= -dm_p \\ T &= dl_p \\ F &= am_p^2 + bl_p^2 \end{aligned} \quad (3)$$

olup l_p ve m_p çubuğun doğrultu cosinüsleridir.

$a = EA/L$, $b = 12 EI/L^3$, $d = -6 EI/L^2$, $e = 4 EI/L$, $f = 0.5 e$ olup E elastisite modülü, A kesit alanı I atalet momenti, L ise çubuğun boyunu göstermektedir. Boyutlandırma probleminde kesit alanı ile atalet momenti değişkenler olduğuna göre (3) ifadesinde bunların katsayılarını ayırmak gerekir. Buna göre K_{RR} , K_{SR} , K_{RS} , ve K_{SS} altmatrisleri aşağıdaki şekli alırlar.

$$\begin{aligned}
 K_{RR} &= \begin{bmatrix} A_{11} \cdot A & A_{12} \cdot I & B_{11} \cdot A & B_{12} \cdot I & -CI \\ B_{11} \cdot A & B_{12} \cdot I & F_{11} \cdot A & F_{12} \cdot I & -T \cdot I \\ 0 & -CI & 0 & -T \cdot I & e \cdot I \end{bmatrix} \\
 K_{RS} &= \begin{bmatrix} -A_{11} \cdot A & -A_{12} \cdot I & -B_{11} \cdot A & -B_{12} \cdot I & -C \cdot I \\ -B_{11} \cdot A & -B_{12} \cdot I & -F_{11} \cdot A & -F_{12} \cdot I & -T \cdot I \\ 0 & C \cdot I & 0 & T \cdot I & fI \end{bmatrix} \\
 K_{SR} &= \begin{bmatrix} -A_{11} \cdot A & -A_{12} \cdot I & -B_{11} \cdot A & -B_{12} \cdot I & CI \\ -B_{11} \cdot A & -B_{12} \cdot I & -F_{11} \cdot A & -F_{12} \cdot I & T \cdot I \\ 0 & -CI & 0 & -T \cdot I & f \cdot I \end{bmatrix} \\
 K_{SS} &= \begin{bmatrix} A_{11} \cdot A & A_{12} \cdot A & B_{11} \cdot A & B_{12} \cdot I & CI \\ B_{11} \cdot A & B_{12} \cdot I & F_{11} \cdot A & F_{12} \cdot I & TI \\ 0 & C \cdot I & 0 & T \cdot I & e \cdot I \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4}$$

Bu ifadelerde alan değişkeninin katsayıları

$$A_{11} = \frac{E}{L} \cdot l_p^2, \quad B_{11} = \frac{E}{L} \cdot l_p m_p, \quad F_{11} = \frac{E}{L} m_p^2$$

ve atalet momenti değişkeninin katsayıları

$$\begin{aligned}
 A_{12} &= \frac{12E}{L^3} m_p^2 & B_{12} &= \frac{12E}{L^3} l_p m_p & C &= -\frac{6E}{L^2} \cdot m_p \\
 T &= -\frac{6E}{L^2} l_p & e &= \frac{4E}{L} & f &= \frac{2E}{L}
 \end{aligned}$$

şeklindedir. (1) bağıntısı kullanılarak atalet momenti, alan cinsinden ifade edilirse, yukarıki matrislerde birinci ve üçüncü kolonlar alan değişkeninin birinci dereceden terimlerinin katsayılarını, ikinci, dördüncü ve beşinci kolonları alan değişkeninin ikinci dereceden terimlerinin katsayılarını ihtiva eder.

Yapı analizinin aksine optimum boyutlandırma probleminde her elemanın sistem stifnes matrisine katkısı ayrı olarak saklanır. Bu katkılar ayrı olarak her düğüm noktasında ardarda yerleştirilirler. Yukarıda görüldüğü gibi bu alt matrislerin boyutları (3×5) dir. Buna göre toplam çubuk sayısı n olan bir çerçevede sistem stifnes katsayıları matrisinin

boyutları $(3N, 5 \left(\sum_{i=1}^N M_i \right))$ olur. M_i , i düğüm noktasına birleşen çubukların toplam sayısıdır. Eğer bu çubuklar aralarında gruplandırılmışsa, o zaman M_i , i düğüm noktasındaki farklı grup sayısı olur .

2.2. GERİLME EŞİTSİZLİKLERİ

Yapıların boyutlandırılmasında sağlanması gerekli şartlardan biri de, çubuklarda meydana gelen gerilmelerin, emniyet gerilmelerinde küçük olmasıdır. Çerçeve çubuğundaki kritik gerilme, eksenel ve eğilme gerilmelerinin toplanmasıyla elde edilir.

$$\sigma_i = \frac{P_i}{A_i} \pm \frac{M_i}{z_i} \tag{5}$$

Bu ifadede σ_i , i çubuğundaki birleşik gerilmeyi P_i , eksenel kuvveti, M_i çubuk ucundaki eğilme momentini göstermektedir. Bu gerilmenin yukarıdaki şartı sağlaması gerekir.

$$-\sigma_c \leq \sigma_i \leq \sigma_t \tag{6}$$

σ_c basınçta emniyet gerilmesi ve σ_t çekmede emniyet gerilmesidir. Çekme gerilmesi pozitif, basınç gerilmesi negatif alınmıştır. (15) bağıntısını (6) da yerine yazarsak

Buradan

$$\begin{aligned} -\sigma_c &\leq \frac{P}{A} \pm \frac{M}{z} \leq \sigma_t \\ \frac{P}{A} + \frac{M}{z} &\leq \sigma_t \\ \frac{P}{A} - \frac{M}{z} &\leq \sigma_t \\ -\frac{P}{A} + \frac{M}{z} &\leq \sigma_c \\ -\frac{P}{A} - \frac{M}{z} &\leq \sigma_c \end{aligned} \tag{7}$$

şartları elde edilir. Buna göre iki simetri eksenli kesiti olan çerçeve çubuğunun bir ucunda meydana gelebilecek gerilme durumlarının kapsamak için 4 adet birbirinden bağımsız gerilme eşitsizliğini göz önüne almak gerekir.

Çubuk uçlarında meydana gelen iç kuvvetleri

$$P = k \cdot A X$$

denkleminde elde edilir. Burada k çubuk stifnes matrisi, A deplasman dönüşüm matrisidir. R ve S düğüm noktalarını birleştiren bir çubuk elemanı için $k \cdot A$ çarpım matrisi aşağıdaki şekildedir.

R düğüm noktasında

$$k \cdot A = \begin{bmatrix} -a l_p & -a m_p & 0 & \dots & a l_p & a m_p & 0 \\ b m_p & -b l_p & d & \dots & -b m_p & b l_p & d \\ d m_p & -d l_p & e & \dots & -d m_p & d l_p & f \\ d m_p & -d l_p & f & \dots & -d m_p & d l_p & e \end{bmatrix}$$

Alan ve atalet momenti değişkenlerinin katsayılarını ayırırsak

$$k \cdot A = [B_R \ B_S] \quad \text{ve}$$

$$B_R = \begin{bmatrix} -A_{21} \cdot A & -A_{22} \cdot A & 0 \\ B_{21} \cdot I & -B_{22} \cdot I & -dI \\ -D_{21} \cdot I & D_{22} I & eI \\ -D_{21} \cdot I & D_{22} I & fI \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad B_S = \begin{bmatrix} A_{21} \cdot A & A_{22} \cdot A & 0 \\ -B_{21} \cdot I & B_{22} I & -dI \\ D_{21} I & -D_{22} I & fI \\ D_{21} I & -D_{22} I & eI \end{bmatrix} \quad (8)$$

şeklini alır. Burada alan değişkenlerinin katsayıları

$$A_{21} = \frac{E}{L} l_p \quad A_{22} = \frac{E}{L} m_p$$

ve atalet momenti değişkenlerinin kat sayıları

$$B_{21} = \frac{12E}{L^3} m_p \quad A_{22} = \frac{12E}{L^3} l_p$$

$$D_{21} = \frac{6E}{L} m_p \quad D_{22} = \frac{6E}{L^2} l_p$$

\underline{B}_R ve \underline{B}_S matrislerinin ilk satırı alan değişkeninin birinci dereceden terimleri ihtiva edip, bu satır ekstenel gerilmeyi hesaplamada kullanılır. Sonuç olarak ekstenel gerilme kesit alanından bağımsız olup, yalnız düğüm noktası deplasmanlarının fonksiyonudur. Çubuk uçlarındaki eğilme momentleri \underline{B}_R ve \underline{B}_S matrislerinin 3. ve 4. satırları kullanılarak hesaplanır. Bu satırdaki terimler, kesit atalet momentinin katsayılarıdır ve bunlar eğilme gerilmesi hesabında kesit mukavemet momentine bölüneceklerdir. (1) bağıntısı kullanılarak eğilme gerilmesinin katsayıları elde edilir. Bu satırdaki alan değişkenleri 0.5 inci derecedendir.

2.3. DEPLASMAN EŞİTSİZLİKLERİ

Yapıda dış yüklerden ötürü meydana gelen deplasmanların şartnamelerde belirtilmiş değerlerden daha büyük olmaması gerekir. Bu çalışma düğüm noktası deplasmanları değişken olarak alındığından deplasman eşitsizlikleri üst sınır (upper bound) eşitsizlikleri halini alırlar.

$$\underline{X} \leq \underline{\Delta}$$

$\underline{\Delta}$ şartnamelerde belirlenen değerlerdir. Kolayca görülebilir ki deplasmanlar pozitif veya negatif değerler alabilirler. Halbuki matematiksel programlarda yalnız pozitif değer alan değişkenler kullanılabilir. Bu zorluk değişken dönüşümü yapılarak yenilir. Bu da iki türlü yapılabilir. İlki pozitif veya negatif değer alabilecek değişkeni, yalnız pozitif değer alan iki değişken farkı olarak yazmaktır.

$$X_i = X_i' - X_i''$$

Burada X_i , i düğüm noktasının yatay deplasmanı, X_i' ve X_i'' de yeni değişkenlerdir. X_i' ve X_i'' değerlerine bağlı olarak X_i pozitif veya negatif değer alır. Hadley (20) lineer programlama probleminin çözümünde X_i' ve X_i'' lardan ancak birinin bulunabileceğini göstermiştir. Bu da $X_i''=0$ olunca $X_i=X_i'$ veya $X_i'=0$ olunca $X_i=-X_i''$ veya $X_i'=X_i''=0$ olunca $X_i=0$ anlamına gelir. Bu yol her ne kadar bazı optimizasyon problemlerinde uygulanmış ise de değişken sayısını iki misli arttırdığından pek başarılı bulunmamıştır. Özellikle bu çalışmada da amaç fonksiyonunun deplasman değişkenleri ihtiva etmemesi, her iki X_i' , X_i'' lerin çözümünde bulunmasına neden olmuştur. Yukarıda belirtildiği gibi bu da kabul edilemez bir durumdur. İlâve bir değişken sunmadan negatif olmama şartını sağlamanın diğer yolu,

$$X_i = \gamma_i - e_i$$

değişken dönüşümünü yapmaktır. Burada γ_i yeni pozitif değişken ve e_i de sabittir. Eğer γ_i çözümde bulunmazsa X_i , $-e_i$ ye eşit olur ki bu da X_i nin alabileceği en büyük negatif değerdir. Eğer i düğüm noktasında deplasman Δ_i değeriyle sınırlandırılmışsa, X_i ye tekabül eden deplasman eşitsizliği

$$X_i = \gamma_i - e_i \leq \Delta_i$$

$$\gamma_i \leq \Delta_i + e_i$$

X_i nin pozitif ve negatif alabileceği en büyük değerlerin eşit olması halinde

$$X_i = \gamma_i - \Delta_i \leq \Delta_i$$

$$X_i \leq 2\Delta_i$$

şeklini alır. Düzlem çerçevenin her düğüm noktasında yatay ve düşey doğrultudaki deplasmanlar ile dönmeyen meydana gelen 3 değişken vardır. Bu değişkenlere konan sınırlamalarda 3 kısımda toplanır. Yatay ve düşey deplasmanlar için şartnameler limit koymuştur. Örneğin B. S. 449 kirişlerin orta noktalarının çökmesinin 1/360 değerini geçmemesi şartını kabul etmiştir. Burada L kiriş açıklığıdır. Aynı şartname kolonun yatay deplasmanını yüksekliğinin 1/325 şî olarak sınırlamıştır. Genellikle düğüm noktaları dönmeleri için sınırlama konulmaz. $e=0.08$ radyan değerini üst sınır olarak lineer yapı analizi teorisine uygunluğu bakımından yeterlidir. Genel olarak herhangi bir deplasmanda sınırlanma yoksa, o deplasmanın alabileceği en büyük değer üst sınır olarak alınır.

3. YAKLAŞIK PROGRAMLAMA

Optimum boyutlandırma problemi matris stifnes metodla formüle edilince nonlinear programlama problemi doğar. Bu tip problemlerin çözümünde yaklaşık programlama daha önce bir çok araştırmacı tarafından uygulanmış ve oldukça başarılı bulunmuştur. Bu metod nonlinear fonksiyonu Taylor serisine açıp ilk iki terim olarak lineer hale getirir. Buna göre nonlinear programlama problemi

Minimumu bulunacak amaç fonksiyonu

$$W = W(X)$$

Sınırlayıcı şartlar

$$h_k(X) = 0 \quad k = 1, \dots, l$$

$$g_j(X) \leq 0 \quad j = l+1, \dots, m$$

aşağıdaki

$$W = W(X^0) + \nabla W(X) (X^1 - X^0)$$

Sınırlayıcı şartlar

$$h_k(X^0) + \nabla h_k(X^0) [X^1 - X^0] = 0$$

$$g_j(X^0) + \nabla g_j(X^0) [X^1 - X^0] \leq 0$$

lineer programlama problemine dönüştürülür. Burada X^0 noktasında fonksiyonların bütün değerleri biliniyor ve aranan değişken vektörü X^1 dir.

$$\nabla W = \left[\frac{\partial W}{\partial X_1} \quad \frac{\partial W}{\partial X_2} \quad \dots \quad \frac{\partial W}{\partial X_n} \right]$$

gradyan vektörü olarak bilinir. X^1 değişken vektörü lineer programlama problemi çözümlenerek elde edilir ve X^0 la yer değiştirilerek iterasyona devam edilir. Birbirini takip eden iki iterasyonda elde edilen amaç fonksiyonunun değerinde değişiklik olmayınca işlem durdurulur.

4. SINIRLAYICI ŞARTLARIN TÜREVLERİ

Yaklaşık programlamada kullanılan gradyan vektörü sınırlayıcı şartların boyutlandırma değişkenlerine göre türevlerini ihtiva eder. Kompüter kullanılması halinde türev almak için iki yol vardır. Birincisi, sonlu farklar metodudur. Buna göre $G(X)$ fonksiyonunun türevi

$$\frac{\partial G}{\partial X_k} \cong \frac{G(X^k) - G(X)}{\Delta X_k}$$

şeklinde yaklaşık olarak ifade edilir. Burada

$$\underline{X}_k = (X_1, X_2, \dots, X_k + \Delta X_k, \dots, X_n)$$

olup ΔX_k , X_k değişkenine verilen artma miktarıdır. Bu yolla gelen sayısal hatalar büyük olur.

Yaklaşık olmayan türev alma

$$Y = X^m$$

$$\frac{dy}{dx} = m \cdot X^{m-1}$$

şeklinde yapılır. Boyutlandırma değişkenleri arasındaki bağıntı ikinci yolla Türev almaya uygundur.

Boyutlandırma değişkenleri vektörü

$$\underline{V} = \{V_1, V_2, \dots, V_m, V_{m+1}, \dots, V_{m+3n}\} \quad (9)$$

şeklinde olup ilk m değişken her grup için benimsenen alanları, diğerleri de düğüm noktası deplasmanlarını temsil eder. (9) ifadesi matrisiyel olarak

$$\underline{V} = \{A, X\}$$

şeklinde gösterilebilir. Burada alt matris $\underline{A} = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ alanları ve $\underline{X} = \{X_1, Y_1, \theta_1, X_n, Y_n, \theta_n\}$ düğüm noktası deplasmanlarını ihtiva eder.

Bilindiği gibi stifnes eşitlikleri çubuk alanları ile düğüm noktası deplasmanlarının fonksiyonudur.

$$G(A, X) = \underline{K}(A) \cdot \underline{X} - L = 0$$

Burada $G(A, X)$ stifnes eşitliğini, $\underline{K}(A)$ sistem stifnes katsayıları matrisini ve L de dış yük vektörünü göstermektedir.

$$\nabla G = \left\{ \frac{\partial G}{\partial V_1}, \frac{\partial G}{\partial V_2}, \dots, \frac{\partial G}{\partial V_{m+3n}} \right\}$$

bu da

$$\nabla G = \left\{ \frac{\partial G}{\partial A_1}, \frac{\partial G}{\partial A_2}, \dots, \frac{\partial G}{\partial A_m}, \frac{\partial G}{\partial X_1}, \dots, \frac{\partial G}{\partial Q_n} \right\}$$

Burada stifnes eşitliklerinin alan değişkenine göre türevi :

$$\frac{\partial G}{\partial A_i} = \frac{\partial k(A)}{\partial A_i} \cdot \underline{X}$$

şeklinindedir. Gerilme sınırlayıcı şartı aksenal ve eğilme gerilmelerinin toplanmasıyla elde edilir.

$$\sigma(A, X) = [B + C(A)] \cdot X - \sigma_e \leq 0$$

Burada B matrisi değişkenlerin aksenal gerilme ifadesindeki katsayıların, C matrisi değişkenlerin eğilme gerilmesi ifadesindeki katsayılarını ihtiva eder. σ_e ise emniyet gerilmesidir. Gerilme sınırlayıcı şartının gradyan vektörü

$$\nabla \sigma(A, X) = \left[\frac{\partial \sigma}{\partial A_1} \cdots \frac{\partial \sigma}{\partial A_m} \frac{\partial \sigma}{\partial X_1} \cdots \frac{\partial \sigma}{\partial X_n} \right]$$

şeklinde olup alan değişkenine göre türevi

$$\frac{\partial \sigma}{\partial A_i} = \frac{\partial C(A)}{A_i} \cdot X$$

deplasman değişkenine göre türevi

$$\frac{\partial \sigma}{\partial X_i} = B + C(A)$$

şeklinde dir.

5. LINEERLEŞTİRME VE DEĞİŞİM SINIRLARI

Lineerleştirme Taylor açılımı ile yapılır. Bundan ötürü problemin çözümüne hata sunulmuş olacaktır. Bu hatalar boyutlandırma değişkenlerinde uygulanan sınırlamalarla kontrol edilir. Bu sınırlara değişim sınırları (move limit) adı verilir. Bu sınırlar gelişigüzel alınabilirse de genellikle iterasyon anındaki değişken değerlerinin belirli bir yüzdesi olarak tesbit edilirler. Buradaki çalışmada değişim sınırları aşağıdaki gibi düzenlenmiştir.

$$(1 - m)X_j^o \leq X_j^i \leq (1 + m)X_j^o \quad j=1, 2, \dots, n$$

Burada n değişkenlerin toplam sayısı, X_j^o değişkenin bu iterasyondaki değeri, X_j^i ise bunu takip eden iterasyonda elde edilecek değerdir. m değişim sınırı olup belirli yüzde değerler olarak seçilir. Çözülen örneklerden alınan sonuca göre, değişim sınırlarını başlangıçta % 90 alıp her iterasyon % 10 azaltmak başarılı sonuçlar vermiştir. Ayrıca bu yol ilk iterasyonlarda büyük, son iterasyonlarda küçük değişim sınırları temin eder. Bu da aşağıda belirtilen hususlara uyar.

- 1) Eğer iterasyon başlangıç noktası, gerçek optimum çözümden

uzakta seçilmişse, optimum çözüme ulaşmada gerekli iterasyon sayısını azaltmak için büyük değişim sınırları seçmek lüzumludur.

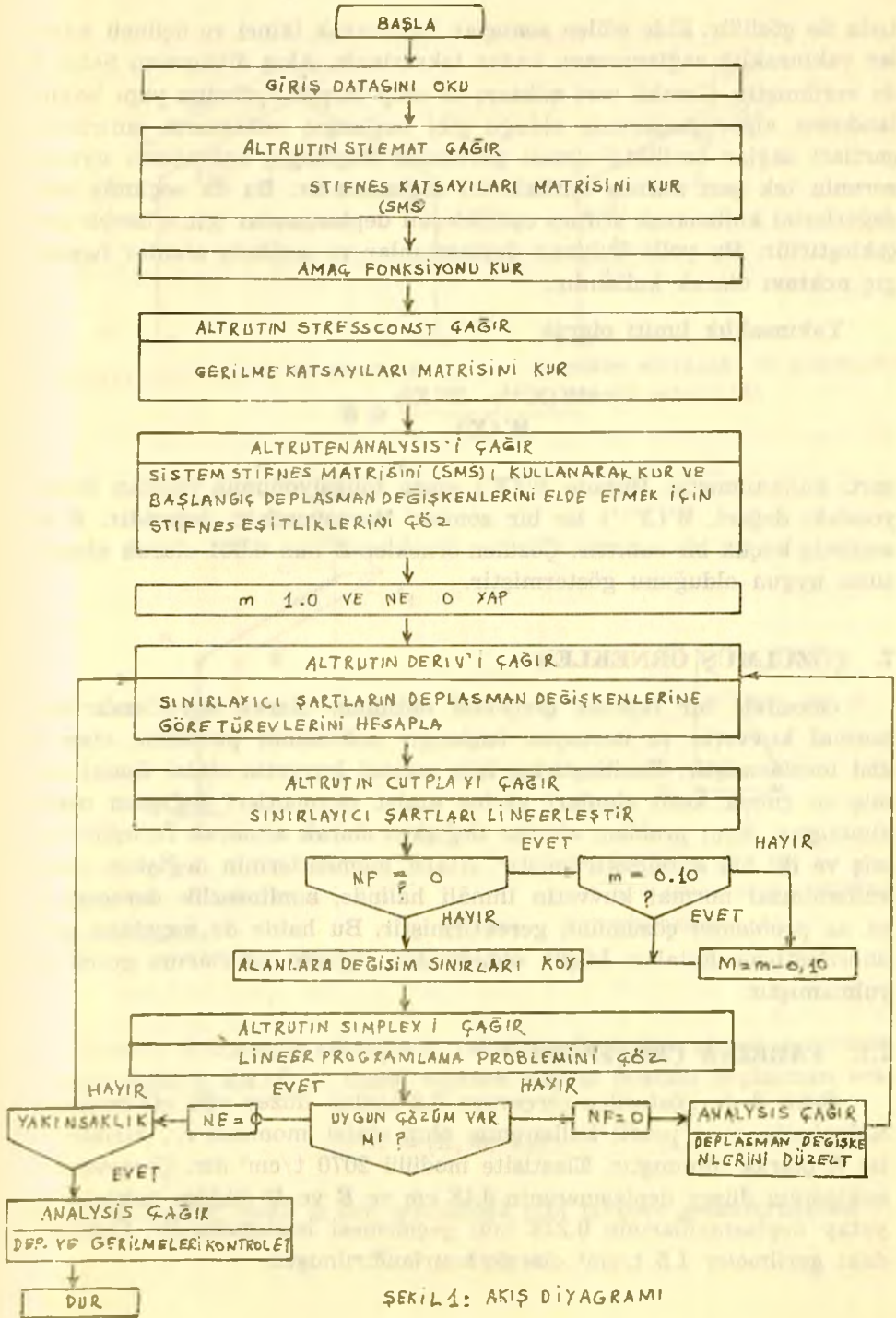
2) Optimum çözüm gerilmelerin üst sınıra ulaşması haline teka-bül ediyorsa yakınsaklık elde edebilmek için küçük değişim sınırları gereklidir.

Çözülen örnekler göstermiştir ki değişim sınırların yalnız alan değişkenlerine uygulamak yeterlidir. Deplasman değişkenleri için yapılan dönüşüm lineerleştirme hatalarını kontrol etmeye yeterli sınırlamayı temin eder. Böylece ($3 \times$ Düğüm noktası sayısı) kadar sınırlayıcı şartı probleme katlamaya gerek kalmaz.

Değişim sınırlarını düzenledikten sonra lineer programlama problemi simpleks metodu ile çözülebilir. Bu metod eşitliklere suni (artificial) değişkenler ilâve edilmesini gerektirir. Bu değişkenlerin simpleks iterasyonları esnasında ayıklanmaları gerekir. Bu ayıklamayı yapan iki tip simpleks metodu vardır. Biri «charnes M» metodu diğeri iki-faz simpleks metodudur. Araştırmacılar iki-faz simpleks kompüter uygulaması için daha elverişli bulmuştur. Suni değişkenlerin çözümde görülmeleri, lineer programlama probleminin uygun çözümü olmamasına (no feasible solution) neden olur. Fakat bu genel olarak çözüm yoktur anlamına gelmez. Bunun birkaç nedeni vardır. Biri değişim sınırlarının çok küçük seçilmesi olabilir. Bu halde problem daha fazla sınırlandırılmış olur ki bu sınırlar için de uygun çözüm bulunamayabilir. Değişim sınırlarının büyütülmesi uygun çözüm elde etmeyi sağlar. Diğer bir neden iterasyon başlangıç noktasının gerçek optimumdan çok uzakta seçilmesidir. Bu halde lineerleştirme hataları çok büyük olur ve uygun çözüm bulunamaz. Bu zorluğu başlangıç noktasını değiştirerek yenmek mümkündür. Son olarak lineerleştirme hatalarının birbirine eklenmesi sonucu, deplasman değişkenleri stifnes eşitliklerini sağlamaz. Bu durum birkaç iterasyon sonra meydana gelebilir. Bu halde stifnes eşitlikleri o iterasyondaki alanı değişkenleri değerleri için çözümlü deplasman değişkenleri yeniden düzenlenir. Bu yeni değerler bir sonraki iterasyonda kullanılır.

6. OPTIMUM BOYUTLANDIRMA METODU

Bu metod 3 kısımdan ibarettir. Birinci kısımda boyutlandırma problemi kurulur. İkinci kısımda seçilen iterasyon başlangıç noktasında non-lineer problem lineerleştirilir. Alan değişkenlerine değişim sınırları uygulanır. Üçüncü kısım da lineer programlama problemi simpleks me-



ŞEKİL 1: AKIŞ DİYAGRAMI

totu ile çözüür. Elde edilen sonuçlar kullanarak ikinci ve üçüncü adımlar yakınsaklık sağlanıncaya kadar tekrarlanır. Akış diyagramı Şekil 1. de verilmiştir. Gerekli veri miktarı az olup birçok optimum yapı boyutlandırma algoritmalarında olduğu gibi başlangıç noktasının sınırlayıcı şartları sağlar özellikte olması gerekmez. Başlangıç noktasının uyması zorunlu tek şart stifnes eşitliklerini sağlamasıdır. Bu da seçilmiş alan değerlerini kullanarak stifnes eşitliklerini deplasmanlar için çözerek gerçekleştirilir. Bu yolla bulunan deplasmanlar ve seçilmiş alanlar başlangıç noktası olarak kullanılır.

Yakınsaklık limiti olarak

$$\frac{W(X^{i+1}) - W(X^i)}{W(X^i)} \leq E$$

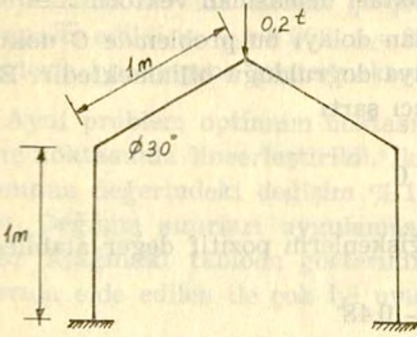
şartı kullanılmıştır. Burada $W(X^i)$ amaç fonksiyonunun yapılan iterasyondaki değeri, $W(X^{i+1})$ ise bir sonraki iterasyondaki değeridir. E ise seçilmiş küçük bir sabittir. Çözülen örnekler E nun 0.001 olarak alınmasının uygun olduğunu göstermiştir.

7. ÇÖZÜLMÜŞ ÖRNEKLER

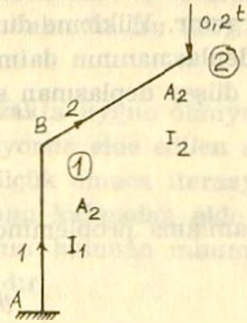
Öncelikle bir fabrika çerçevesi optimum olarak boyutlandırılmış, normal kuvvetin ve iterasyon başlangıç noktasının probleme olan etkisi incelenmiştir. Basitleştirme için normal kuvvetin etkisi ihmal edilmiş ve çubuk kesit alanları yerine atalet momentleri değişken olarak alınmıştır. Aynı problem alanlar değişken olarak alınarak formüle edilmiş ve iki hâl karşılaştırılmıştır. Atalet momentlerinin değişken olarak kullanılması normal kuvvetin ihmâli halinde, nonlineerlik derecesi daha az problemin çözümünü gerektirmiştir. Bu halde de meydana gelen lineerleştirme hataları küçük olduğundan değişim sınırlarına gerek duyulmamıştır.

7.1. FABRİKA ÇERÇEVESİ

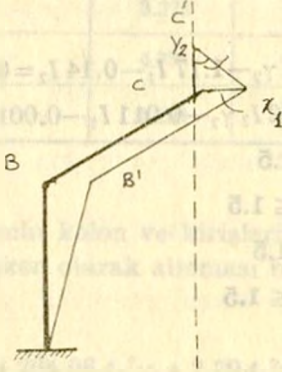
Şekil 2 de gösterilen çerçeveye 0.2 tonluk düzey yük etkimektedir. Kolonlarda aynı profil kullanılmış olup atalet momenti I_1 , kirişlerinki ise I_2 olarak alınmıştır. Elastisite modülü 2070 t/cm^2 dir. Çerçevenin C noktasının düşey deplasmanının 0.48 cm ve B ve D düğüm noktalarının yatay deplasmanlarının 0.278 mm geçmemesi istenmektedir. Çubuklardaki gerilmeler 1.5 t/cm^2 olarak sınırlandırılmıştır.



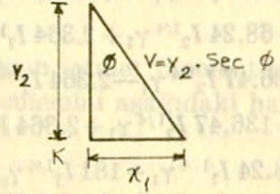
a) ÇERÇEVENİN YÜKLEMESİ VE BOYUTLARI



b) DÜĞÜM NOKTALARI VE ÇUBUKLARIN NUMARALANDIRILIŞI



c) ÇERÇEVENİN İDEALİZE EDİLMİŞ DEPLASMANLARI



d) DEPLASMANLARIN VEKTÖREL DİYAGRAMI

Simetri dolayısıyla çerçevenin yarısını göz önüne almak yeterlidir. Eksenel rijidlik EA/L yi, ihmal edersek düğüm noktası deplasman vektörü

$$\underline{X} = \{X_1 \ 0_1 \ Y_2\}$$

olarak belirlenir. Şekil 2 den görüldüğü gibi çerçeve geometrisinden

$$X_1 = y_2 \tan \phi$$

olarak ifade edilir. Böylece düğüm noktası deplasman vektörü $X = \{0, y_2\}$ haline indirgenir. Yükleme durumundan dolayı bu problemde C noktasının düşey deplasmanının daima aşağıya doğrulduğu bilinmektedir. Buna göre C nin düşey deplasman sınırlayıcı şartı

$$y_2 \leq 0$$

olur. Programlama problemindeki değişkenlerin pozitif değer alabileceklerinden

$$y_2 = \gamma_2 - 0.48$$

$$\theta_1 = \gamma_1 - 0.01$$

değişken dönüşümleri stifnes ve gerilme sınırlayıcı şartlarında θ_1 ve y_2 yerine konur. Böylece optimum boyutlandırma problemi aşağıdaki hali alır.

$$82.8 I_1 \gamma_1 + 82.8 I_2 \gamma_2 + 0.716 I_1 \gamma_2 - 1.435 I_2 \gamma_2 - 1.17 I_1 - 0.14 I_2 = 0$$

$$0.716 I_1 \gamma_1 - 1.435 I_2 \gamma_1 + 0.0083 I_1 \gamma_2 + 0.032 I_2 \gamma_2 - 0.011 I_1 - 0.0015 I_2 = -0.1$$

$$68.24 I_2^{1/4} \gamma_1 - 2.364 I_2^{1/4} \gamma_2 + 0.452 I_2^{1/4} \leq 1.5$$

$$-68.24 I_2^{1/4} \gamma_1 + 2.364 I_2^{1/4} \gamma_2 + 0.452 I_2^{1/4} \leq 1.5$$

$$136.47 I_2^{1/4} \gamma_1 - 2.364 I_2^{1/4} \gamma_2 - 0.23 I_2^{1/4} \leq 1.5$$

(10)

$$-136.47 I_2^{1/4} \gamma_1 + 2.364 I_2^{1/4} \gamma_2 + 0.23 I_2^{1/4} \leq 1.5$$

$$68.24 I_1^{1/4} \gamma_1 + 181 I_1^{1/4} \gamma_2 - 1.25 I_1^{1/4} \leq 1.5$$

$$-68.24 I_1^{1/4} \gamma_1 - 1.81 I_1^{1/4} \gamma_2 + 1.25 I_1^{1/4} \leq 1.5$$

$$\gamma_1 \leq 0.02$$

$$\gamma_2 \leq 0.48$$

Bu problemde BC çubuğunun C ucundaki gerilme sınırlayıcı şartları diğerinin hâkim olduğu görüldü ve yalnız bunlar gözönüne alındı. Problem

$$\{I_1 \ I_2 \ \gamma_1 \ \gamma_2\} = \{4.0 \ 6.0 \ 0.0065 \ -0.04\}$$

noktasında lineerleştirildi. Birinci iterasyon sonunda

$$\{I_1 \ I_2 \ \gamma_1 \ \gamma_2\} = \{5.373 \ 5.466 \ 0.008 \ 0.0\} \quad (11)$$

Minimum hacim $W = 10.8 \text{ cm}^3$ olarak bulunur. Grafik yolla bulunan çö-

züm $w=10.5 \text{ cm}^3$ idi. Eldeki çerçeve $I_1=5.373 \text{ cm}^4$, $I_2=5.466 \text{ cm}^4$ alınarak analiz edildi ve $\gamma_1=0.008$, $\gamma_2=0$ olarak bulundu. Bu (11) de bulunan değerlerle iyi uyuşma göstermektedir.

Aynı problem optimum noktasından uzakta uygun olmıyan bir başlangıç noktasında lineerleştirildi. İki iterasyonda elde edilen amaç fonksiyonunun değerindeki değişim % 1 den küçük olunca iterasyon durduruldu. Değişim sınırları uygulamasına lüzum kalmadan elde edilen sonuçlar aşağıdaki tabloda gösterildi. Yapının bulunan minimum hacmi yukarıda elde edilen ile çok iyi uyuşmaktadır.

İterasyon No.	$I_1 \text{ (cm}^4\text{)}$	$I_2 \text{ (cm}^4\text{)}$	$\gamma_1 \text{ (cm)}$	$\gamma_2 \text{ (cm)}$	$W' \text{ (cm}^3\text{)}$
İterasyon baş. noktası	2.25	3.0	0.004	-0.51	5.25
1	3.273	4.748	0.0061	0.0	8.02
2	4.35	6.368	0.0077	0.0	10.72
3	5.201	5.619	0.0074	0.0	10.82

Tablo 1.

Çerçevenin kolon ve kirişlerinin kesit alanlarının, atalet momentleri yerine değişken olarak alınması boyutlandırma problemini aşağıdaki hale getirir.

$$\begin{aligned}
 &264.96A_1^2\gamma_1 + 264.96A_2^2\gamma_1 + 2.29A_1^2\gamma_2 - 4.59A_2^2\gamma_2 - 3.75A_1^2 - 4.46A_2^2 = 0 \\
 &2.29A_1^2\gamma_1 - 4.59A_2^2\gamma_2 + 0.0265A_1^2\gamma_2 - 0.106A_2^2\gamma_2 - 0.356A_1^2 - 0.005A_2^2 = -1.0 \\
 &9.12A_2^{1/2}\gamma_1 - 3.16A_2^{1/2}\gamma_2 + 0.605A_2^{1/2} \leq 1.5 \\
 &-0.12A_2^{1/2}\gamma_1 + 3.16A_2^{1/2}\gamma_2 - 0.605A_2^{1/2} \leq 1.5 \\
 &182.48A_2^{1/2}\gamma_1 - 3.16A_2^{1/2}\gamma_2 - 0.307A_2^{1/2} \leq 1.5 \quad (12) \\
 &-182.48A_2^{1/2}\gamma_1 + 3.16A_2^{1/2}\gamma_2 + 0.307A_2^{1/2} \leq 1.5 \\
 &9.12A_1A^{1/2}\gamma_1 + 1.579A^{1/2} - 1.67A^{1/2} \leq 1.5 \\
 &-9.12A^{1/2}\gamma_1 - 1.579A^{1/2}\gamma_2 + 1.67A^{1/2} \leq 1.5 \\
 &\gamma_1 \leq 0.02 \\
 &\gamma_2 \leq 0.48
 \end{aligned}$$

Burada A_1 ve A_2 sırasıyle kolon ve kirişlerin alanlarıdır. (10) ile (12)

boyutlandırma problemleri karşılaştırılsa kesit alanlarının değişken alınması stifnes eşitliklerinin nonlineerlik derecesini artırmasına karşılık gerilme eşitsizliklerinin nonlineerlik derecesini azalttığı görülür. Başlangıç noktası

$$\{A_1 \ A_2 \ \gamma_1 \ \gamma_2\} = \{1.0 \ 1.0 \ 0.007 \ 0.0\}$$

olarak alınırsa, birinci iterasyon sonunda çözüm olarak bulunur.

$$\{A_1 \ A_2 \ \gamma_1 \ \gamma_2\} = \{0.642 \ 1.992 \ 0.0 \ 0.0\}$$

Bu çözüm vektörü bir sonraki iterasyonda kullanılırsa «uygun olmayan çözüm» elde edilir. Bunun sebebi stifnes eşitliklerinin nonlineerlik derecesinin artması sonucu meydana gelen lineerleştirme hatalarının büyük olmasıdır. Nitekim stifnes eşitlikleri $A_1=0.642 \text{ cm}^2$ ve $A_2=1.992 \text{ cm}^2$ ile çözümlenip γ_1 ve γ_2 deplasman değişkenleri yeniden düzenlenince boyutlandırma noktası

$$\{A_1 \ A_2 \ \gamma_1 \ \gamma_2\} = \{0.642 \ 1.992 \ 0.0016 \ 0.9\}$$

olarak bulunur. Bu vektör iterasyonda kullanılırsa uygun çözüm

$$\{A_1 \ A_2 \ \gamma_1 \ \gamma_2\} = \{1.265 \ 0.0 \ 0.0078 \ 0.0\}$$

yakınsaklık elde edilemedi. Değişim sınırlarının gerekliliği anlaşıldı. Bu husus diğer örneklerde incelendi.

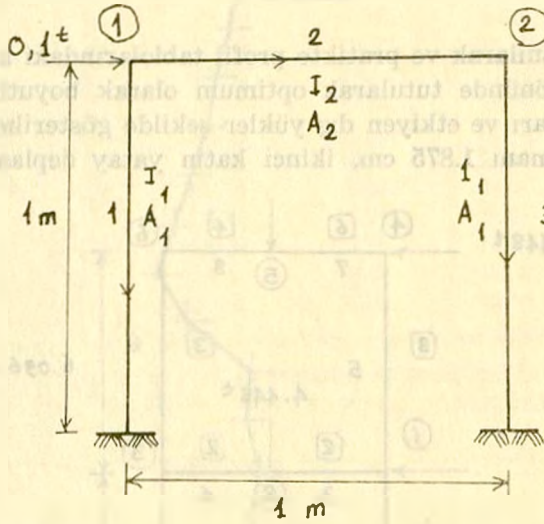
7.2. TEK KATLI ÇERÇEVE

Şekil 3 de görülen 0.1 t luk yatay yüke maruz çerçevenin optimum boyutlandırılması istenmektedir. Elastisite modülü 2070 t/cm^2 olarak verilmiş olup kolonların aynı gruptan olması gerekmektedir. B noktasındaki yatay deplasmanın 0.4 cm geçmemesi, kolon ve kirişlerdeki gerilmelerin 1.5 t/cm^2 den büyük olmaması istenmektedir.

Elle çözülen bir çok örnekten anlaşıldığına göre değişim sınırlarını gelişi güzel seçmek mümkündür. Daha önceki araştırmacılar tarafından değişik yollar uygulanmıştır. Örneğin Johnson ve Brotton⁽¹⁾ sabit değerli değişim sınırlarını çözdükleri örneklerde tatmin edici bulmuşlardır. Bunlarda ilk 3 iterasyonda % 50, bunu takip eden iterasyonlar da % 25 ve son iterasyonlarda % 10 olarak alınmıştır. Buna karşılık Reinsehmidt⁽²⁾ yakınsaklık elde etmek için benimsenmemiş (adoptive) de-

ğişim sınırları uygulamışlardır. Değişim sınırlarının seçimi programlama probleminin davranışına bağlı olduğundan bu sınırların uygulaması için genel bir kaide vermek imkânsızdır. Problemin davranışı iyi değilse o zaman küçük değişim sınırları kullanmak gerekir. Bu halde benimsenmiş değişim sınırları daha iyi yakınsaklık sağlar.

Göz önüne alınan örnekte uygun olmayan çözümler elde edildiği zaman deplasman değişkenlerinin düzenlenmesi yerine farklı değişim sınırları ile lineerleştirilmiş problem çözülmüştür. Her ne kadar optimum çözüm elde edilmişse de, bu yol gereğinden fazla simpleks metodu uygulanmasına yol açmıştır. Özellikle büyük çerçevelerde optimum çözümü elde etmek için 100 den fazla simpleks iterasyonu gerekli olur. Bu hallerde farklı değişim sınırları ile simpleksi tekrarlamak pratik olmaktan çı-



kar. Küçük değişim sınırları uygulandığında, uygun olmayan çözüm elde ediliyorsa stifnes eşitliklerini çözerek deplasman değişkenlerinin yeniden düzenlenmesi uygun çözüm bulmayı sağlayabilir. Bu yol kompüterde simpleks tablosunu tekrarlamaktan daha az zaman alır. Tablo 2 de iterasyonlarda elde edilen sonuçlar sunulmuştur. Buna optimum kolon alanı 2 cm^2 , kiriş alanı 0.926 cm^2 olarak bulunmuştur. Çerçevenin minimum hacmi 493 cm^3 olarak elde edilmiştir.

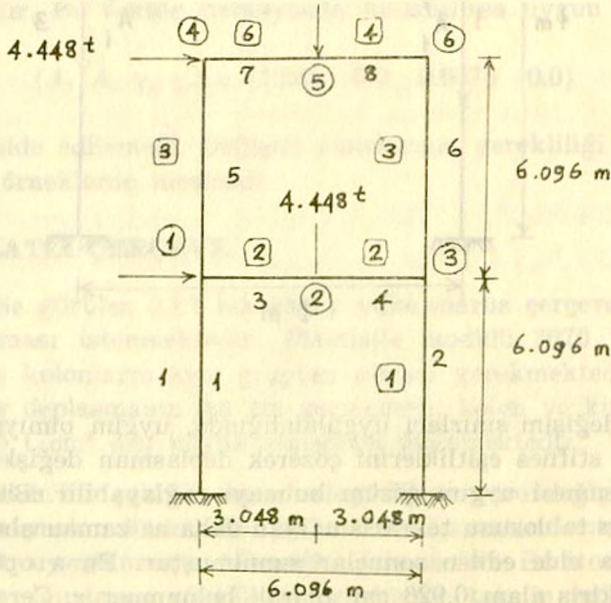
7.3. İKİ KATLI TEK AÇIKLIKLI ÇERÇEVE

Şekil 4 de gösterilen çerçeve ilk olarak Toakley ⁽²¹⁾ tarafından rijid

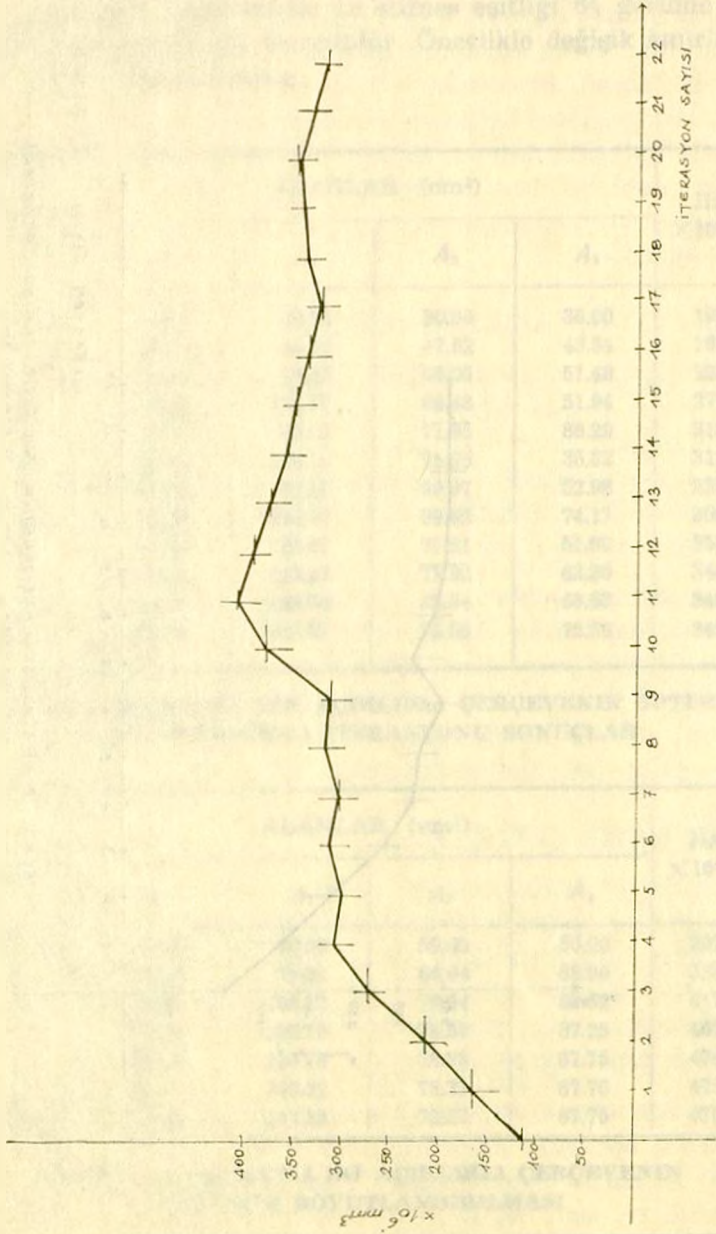
İterasyon No.	$A_1(\text{cm}^2)$	$A_2(\text{cm}^2)$	$\gamma_1(\text{cm})$	$\gamma_2(\text{cm})$	$\gamma_3(\text{rad})$	$\gamma_4(\text{cm})$	$\gamma_5(\text{cm})$	$\gamma_6(\text{rad})$	$W(\text{cm}^3)$
Başlangıç noktası	5.0	3.0	0.447	0.0503	0.0095	0.443	0.0497	0.0095	1300
1	3.75	2.10	0.466	0.0504	0.0092	0.475	0.0496	0.0095	960
2	2.812	1.47	0.532	0.0505	0.0086	0.531	0.0495	0.0093	709
3	2.109	1.029	0.641	0.0506	0.0074	0.639	0.0494	0.0086	525
4	2.0039	0.9261	0.749	0.0507	0.0061	0.746	0.0493	0.0061	493
5	2.0041	0.9261	0.740	0.0505	0.0060	0.738	0.0494	0.0061	493

Tablo 2.

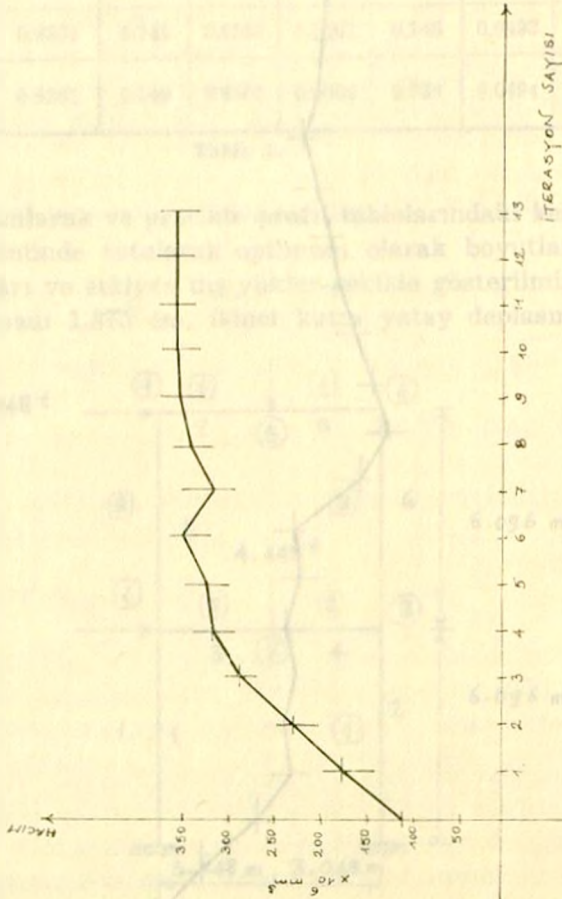
plastik teori kullanılarak ve pratikte profil tablolarındaki kesitlerin kullanılabilceği gözönünde tutularak optimum olarak boyutlandırılmıştır. Çerçevenin boyutları ve etkiyen dış yükler şekilde gösterilmiştir. İlk katın yatay deplasmanı 1.875 cm, ikinci katın yatay deplasmanı 3.75cm



Kutu içindeki sayılar çubukların ait oldukları grupları göstermektedir.



ŞEKİL 5. ALAN DEĞİŞKENLERİNİN ALT SINIR DEĞİŞİM SINIRLARI UYGULANAN İTERASYONLAR



ŞEKİL 6 : AĞAN DEĞİŞKENLERİNE ALT SINIR DEĞİŞİM SINIRLARI UYGULAYARAK YAPILAN İTERASYONLAR

ve bütün düğüm noktaların düşey deplasmanları 1.693 cm olarak sınırlandırılmıştır. Elastisite modülü 2070 t/cm² olarak verilmiş olup, çubuklarda ki gerilmelerin 1,5 t/cm² den büyük olmaması istenmektedir.

Boyutlandırma probleminde 18 stifnes eşitliği 64 gerilme eşitsizliği ve 18 deplasman eşitsizliği mevcuttur. Öncelikle değişik sınırları sadece üst sınır olarak uygulanmıştır.

İterasyon No.	ALANLAR (cm ²)				Hacim ×10 ³ cm ³
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	
İ. B. N.	30.00	30.00	30.00	30.00	109.728
1	46.21	46.50	47.52	43.54	169.170
2	64.83	73.41	56.06	51.48	223.516
3	78.06	126.87	60.48	51.94	277.916
4	98.71	83.87	71.85	88.29	312.904
5	96.46	134.19	75.85	35.32	313.524
6	109.14	86.19	99.37	52.98	339.047
7	93.63	120.67	59.62	74.17	305.621
8	91.96	156.87	77.51	51.92	333.894
9	110.35	125.49	77.92	62.30	344.023
10	99.32	138.04	83.94	68.53	349.360
11	109.25	128.57	75.55	75.38	349.634

TABLO 3. İKİ KATLI TEK AÇIKLIKLI ÇERÇEVENİN OPTİMUM BOYUTLANDIRMA İTERASYONU SONUÇLAR

İterasyon No.	ALANLAR (cm ²)				Hacim ×10 ³ cm ³
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	
İ. B. N.	60.00	50.00	50.00	50.00	207.264
1	89.26	76.88	66.94	68.90	320.576
2	118.31	108.32	76.94	82.62	411.318
3	134.28	132.15	78.50	87.25	462.081
4	136.98	139.78	78.33	87.75	474.287
5	137.17	140.32	78.33	87.76	475.134
Son İter.	137.17	140.33	78.33	87.75	475.138

TABLO 4: İKİ KATLI İKİ AÇIKLIKLI ÇERÇEVENİN OPTİMUM BOYUTLANDIRILMASI

$$X_j^{(1)} \leq (1+m)X_j^{(0)}$$

Başlangıç noktası olarak uygun olmıyan nokta seçilmiş ve grup alanları için birbirine eşit değerde alınmıştır. Şekil 5 de görüldüğü gibi 22 iterasyon yapıldığı halde yakınsaklık elde edilemedi. Her ne kadar benimsenmiş değişim sınırları, farklı başlangıç noktaları kullanılmışsada yakınsaklık zorluğu giderilemedi. Problemin büyüklüğü göz önüne alınca lineerleştirme, hatalarının yalnız üst sınır şeklindeki değişim sınırları ile kontrol edilmeyeceği anlaşılır. Bunun üzerine alt sınır (lower bound) değişim sınırlarında probleme ilave edildi. Her iterasyonda elde edilen alan değerleri Tablo 3 de verilmiştir. Çerçevenin minimum hacmi 349634 cm³ olarak bulunmuştur.

7.4. İKİ KATLI İKİ ACIKLIKLI ÇERÇEVE

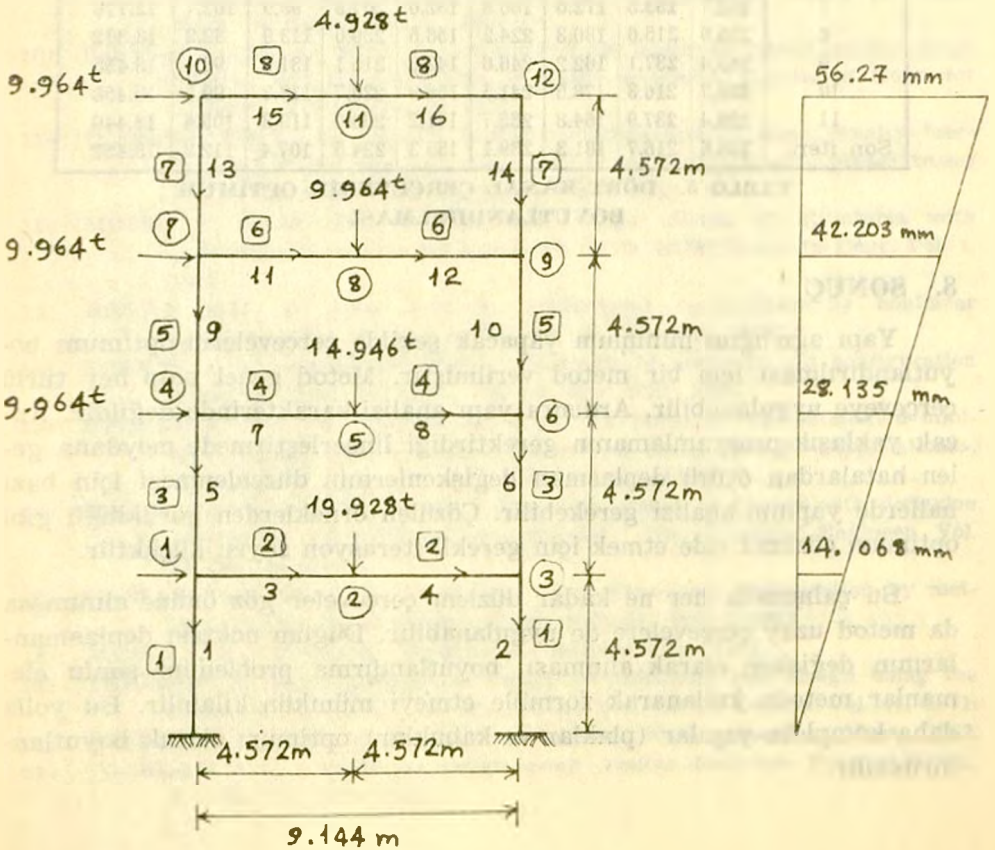
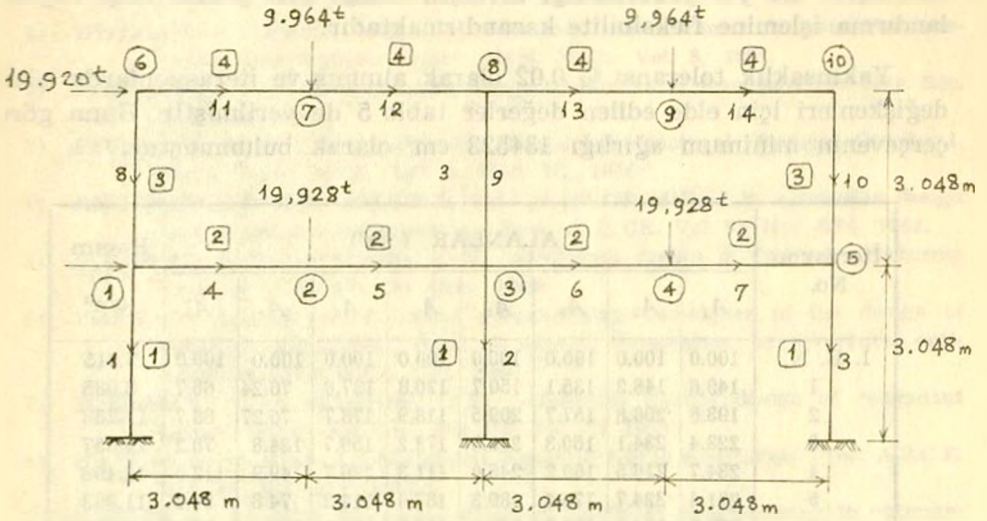
Şekil 7 de yapı mühendisliğinde çokca kullanılan bir çerçevenin boyutları ve etkisi altında bulunduğu dış yükler verilmiştir. Bu çerçevenin birinci ve ikinci kat yatay deplasmanlarını sırasıyla 0.9378 cm ve 1.693 cm i geçmemesi istenmektedir. Yapıdaki düşeydeplasmanlar 1.693 cm olarak sınırlandırılmıştır. Elastisite modülü 2070 t/cm² olarak verilmiş olup, emniyet gerilmesi 1.5 t/cm² dir.

Boyutlandırma probleminde 34 değişken olup bunun 4 ü alan değişkeni, gerisi deplasman değişkenidir ve toplam olarak 176 sınırlayıcı şart vardır. Herbir lineer programlama probleminin optimum çözümünü elde etmek için ortalama 140 simpleks iterasyonu gerekmiştir. Alan değişkenlerinin iterasyonlarda aldığı değerler tablo 4 de gösterilmiştir. Buna göre çerçevenin minimum ağırlığı 47513 cm³ olarak bulunmuştur.

7.5. DÖRT KATLI ÇERÇEVE

Son olarak 12 düğüm noktası ve 16 çubuktan ibaret şekil 8 de gösterilen çerçevenin optimum boyutlandırılması gözönüne alınmıştır. Düşey deplasman sınırlaması 2.54 cm olarak verilmiştir. Yatay deplasman sınırlaması ise şekilde gösterilmiştir. Malzemenin elastisite modülü 2070 t/cm² alınmış olup, çubuklarda doğacak gerilmelerin 1.5 t/cm² den büyük olması istenmektedir.

Toplam olarak 44 değişken ve 216 sınırlayıcı şarttan ibaret olan bu çerçevenin optimum boyutlandırma problemi ICL 1905 E bilgisayarında 60 K lık hafıza işgal etmiştir. İterasyon başlangıç noktası olarak, son üç örnek te, alan değişkenleri birbirine eşit uygun olmıyan nokta



alınmıştır. Bu yol yakınsaklığı zorlaştırmadığı gibi pratik olup boyutlandırma işlemine fleksibilite kazandırmaktadır.

Yakınsaklık toleransı % 0.02 olarak alınmış ve iterasyonlarda alan değişkenleri için elde edilen değerler tablo 5 de verilmiştir. Buna göre çerçevenin minimum ağırlığı 134523 cm³ olarak bulunmuştur.

İterasyon No.	ALANLAR (cm ²)								Hacim × 10 ³ cm ³
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	
İ. B. N.	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	7.315
1	149.6	146.2	135.1	150.7	120.8	137.0	76.24	66.7	8.985
2	193.6	208.8	157.7	209.5	118.9	178.7	76.27	83.7	11.268
3	223.4	234.1	160.3	240.3	172.2	150.7	124.8	78.2	12.657
4	234.7	216.5	169.2	245.0	111.3	226.7	49.9	112.6	12.498
5	201.4	324.7	179.4	189.3	167.9	114.2	74.8	56.5	11.963
6	227.2	194.8	180.0	259.4	101.6	159.9	100.3	79.0	11.890
7	242.7	253.3	172.0	186.8	132.0	207.9	99.9	102.7	12.778
8	235.0	215.6	180.3	224.2	158.5	239.0	113.9	82.2	13.302
9	245.4	237.1	162.2	246.6	142.6	215.1	131.9	90.4	13.455
10	234.7	216.3	178.5	241.5	156.9	226.7	118.7	99.5	13.458
11	228.4	237.9	164.8	265.7	141.2	204.0	119.3	109.4	13.449
Son iter.	234.6	216.7	181.3	239.1	155.3	224.5	107.4	112.2	13.452

TABLE 5. DÖRT KANAL ÇERÇEVENİN OPTİMUM BOYUTLANDIRILMASI

8. SONUÇ

Yapı ağırlığını minimum yapacak şekilde çerçevelerin optimum boyutlandırılması için bir metod verilmiştir. Metod genel olup her türlü çerçeveye uygulanabilir. Ardisıra yapı analizi karakterinde değildir. Ancak yaklaşık programlamanın gerektirdiği lineerleştirmede meydana gelen hatalardan ötürü deplasman değişkenlerinin düzenlenmesi için bazı hallerde yapının analizi gerekebilir. Çözülen örneklerden görüldüğü gibi optimum çözümü elde etmek için gerekli iterasyon sayısı küçüktür.

Bu çalışmada her ne kadar düzlem çerçeveler göz önüne alınmışsa da metod uzay çerçevelere de uygulanabilir. Düğüm noktası deplasmanlarının değişken olarak alınması, boyutlandırma problemini sonlu elemanlar metodu kullanarak formüle etmeyi mümkün kılabilir. Bu yolla daha kompleks yapılar (plaklar ve kabuklar) optimum olarak boyutlandırılabilir.

REFERANSLAR :

- 1) HEYMAN, J. «Plastic design of beams and plane frames for minimum material consumption» Quart. Appl. Math. Vol. 8, 1951.
- 2) FOULKES, J. «Minimum weight design of structural frames» Proc. Roy. Soc. Vol. 223 - 1954.
- 3) LIVESLEY, R.K. «The automatic design of structural frames» Quart. J. Mech. Appl. Math. Vol. 9, Part III, 1956.
- 4) REINSCHMIDT, K.F, CORNELL, C.A. ve BROTHIE, J.F. «Iterative design and structural optimisation» Proc. A. S. CE. Vol 92 No: ST6, 1966.
- 5) ROMSTAD, K.M. ve WANG, C.K. «Optimum design of framed structures» Proc. A.S.C.E. Vol. 94 Dec., 1968.
- 6) POPE, G. Application of Linear programming techniques in the design of optimum structures', Proc. of AGAR, Symposium on structural optimisation, ISTANBUL, Oct. 1969.
- 7) JOHNSON, D. ve BROITON, D.M. «Optimum elastic design of redundant trusses» Proc. A.S.C.E., Vol. 95, ST. 12 1969.
- 8) KAVLIE, D. ve MOE, J. «Automated design of frame structures» Proc. A.S.C.E. Vol. 97, No: ST1, 1971.
- 9) KAVLIE, D. ve MOE, J. «Application of Nonlinear programming to optimum grillage design with non-convex sets of variables» Int. J. for Num. Meth. in Engr., Vol. 1., 1969.
- 10) GISVOLD, K.M., ve MOE, J. «A method for nonlinear mixed integer programming and its application to design problems» Journal of Engr. for Industry, Vol. 94, No. 2, 1972.
- 11) DESILVA, B.M.E., ve GRANT, G.N.C. «Comparison of some penalty function based optimisation procedues for the synthesis of a planer truss» Int. J. for Num. Meth. in Engr., Vol 7, 1973.
- 12) MOSES, F., ve ONODA, S. «Minimum weight design of structures with application to elastic prillages» Int. J. for NUM. Meth. in Engr. Vol. 1, 1969.
- 13) BROWN, D.M., ve ANG, A.H. - S., «Structural optimisation by nonlinear programming.» Proc. A.S.C.E. Vol 92, No: ST6, 1966.
- 14) SCHMIT, L. A. ve KICHER, T. P., «Synthesis of material and configuration selection» Proc. A.S.C.E., Vol 88, NO: ST3, 1962.
- 15) GELLATLY, R. A., ve GALLAGER, R. H. «A procedure for automated minimum weight design. part I - Theoretical basis, Part II - Applications», Aeronautical Quartely. Vol. XVII August, 1966.
- 16) MAJID, K.I. ve ELLIOT, D.W.C., «Optimum design of frames with deflexion constraints by nonlinear programming». The structural Engineer, Vol. 49, No: 4, 1971.
- 17) VANDER PLAATS, G. N., ve MOSES, F., «Structural Optimisation by methods of reasible directions» Comp. 8 Struc., Vol. 3, 1973.
- 18) MAJID, K. I., «Nonlinear Structures» Butterworths, 1972.
- 19) TEMPLEMAN, A. B. «Structural design for minimum cost design using the method of geometric programming Proc. I.C.E., London Vol. 46, 1971.
- 20) HADLEY, G. «Linear Programming» Addison - Wesley, Reading, Mass., 1962.
- 21) TOAKLEY, A. R. «Optimum design using avabile Sections» Proc. A.S.C.E., Vol. 94, No: STS 1968.