

Feyezan Tahminlerinde İstatistik Metodlar

Cevat ERKEK ¹⁾

1. Giriş

Maksimum debi, kritik feyezan debisi, en büyük feyezan, katastrofal ve afet feyezanı, olayın hangi zaman aralıkları ile tekerrür edeceği veya daha büyük bir feyezanın meydana gelme ihtimali hakkında bir fikir vermedikleri için, havza plânlamasında ve su yapıları projelerinde emin bir boyutlandırma kriteri teşkil etmezler. Bu nedenle, feyezanları yalnız su seviyesi veya akış miktarı büyüklükleri ile karakterize etmek, proje çalışmaları için yeterli değildir. Bu büyüklüklerin bilinmesi yanında, feyezan değerlerinin hangi zaman aralığı ile tekerrür edeceği veya belirli bir değerden daha büyük bir feyezanın meydana gelme ihtimalinin bilinmesi, tesislerin boyutlarına ve maliyetine tesir ettiği için plânlama ve proje çalışmalarında büyük önem taşır.

Proje mühendisi, en kötü şartları gözönüne alarak proje ve plânlamayı hazırlar. Bu husus, su mühendisleri için daha da önemlidir ve boyutlandırma kriterlerinin tesbiti daha güçtür. Bir yapı mühendisi, hesaplarında mümkün olan en kötü yük dağılımını esas almakla emniyeti sağlamış olur. Su mühendisleri, diğer birçok problemlerin yanında, akarsuyun getirebileceği debinin alt ve üst sınırını tayin etmek mecburiyetindedir. Feyezanlar büyük debi, yüksek su seviyesi ve aşırı hızlar ile karakterize edilebilecek bir tabiat olayı olarak büyük zararlara sebep olurlar. Bilhassa baraj, bağlama ve su kuvvetleri gibi tesislerin dolu savaklarının boyutlandırılmasında esas alınan feyezan debisinin büyüklüğünün ve tekerrür aralığının doğru olarak tesbiti, yapının emniyeti bakımından büyük önem taşır. Fizibilite etüdlerinde, boyutlandırmada

1) Doçent, Dr. - Ing., İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, Su Yapıları Kürsüsü
Taşkışla - İstanbul

gözönüne alınan feyezandan daha büyük bir feyezana meydana geldiğinde doğuracağı zarar ile daha büyük bir değer esas alındığında yapılacak fazla yatırım masrafları birbiriyle karşılaştırılır. Bu nedenlerle, su yapıları için feyezaneları etraflıca incelemek, büyüklüğünü ve meydana gelme ihtimalini doğru olarak tesbit etmek herşeyden önce bir emniyet ve ekonomi faktörüdür.

Feyezanların istatistik analizlerinden su yapıları ile ilgili tesislerin boyutlandırılması yanında diğer bir çok problemlerin çözümünde de yararlanılır. Misâl olarak, sigorta hesapları için önemini açıklıyalım. Bir çiftçi yıllık değeri 50 000 TL. olan mahsulünü feyezanelara karşı sigorta ettirmek istiyor. Tarlasının yanından geçen bir akarsu seddelerle düzenlenmiş ve seddelerin boyutlandırılmasında da meydana gelme ihtimali $P = \% 0.5$ ($T = 200$ sene) olan feyezanelar esas alınmış olsun. Bu durumda çiftçinin tarlası ortalama olarak 200 senede bir su taşkınlarına maruz kalacak ve hasılatı yok olacak demektir. Sigorta şirketinin riski aşağıda olduğu gibi hesaplanır. Meydana gelebilecek potansiyel zarar : 50 000.— TL., senede meydana gelme ihtimali = 0,005, Risko : $50\ 000 \cdot 0,005 = 250$ TL/sene.

Yukarıda kısaca belirtilen nedenlerle feyezaneların tekerrür aralıklarını veya meydana gelme ihtimallerini bir sayı ile belirtmek inşaat riski ve inşaat yatırımları arasındaki münasebeti bulmak için lüzumludur.

Şimdiye kadar yapılan araştırmalar, feyezaneların rastgele değişken, yani daha önceki senelerde meydana gelen feyezanelardan tamamen bağımsız ele alınabilecek bir olay olarak, istatistik metodların ihtimal dağılım fonksiyonlarına uyduğunu göstermektedir. İstatistik metodlar yardımıyla bir akarsuyun belirli bir kesitindeki feyezana hidrografının pik debisi ile, bu debiden daha büyük veya daha küçük değerlerin meydana gelme ihtimalinin veya tekerrür aralığının bağıntısı kurulur. Böylece geçmişteki gözlemlere dayanılarak, gelecekteki feyezana debisinin büyüklüğünü ve tekerrür aralığını istatistik metodlar yardımıyla hesaplamak mümkün olmaktadır.

2. İhtimal hesaplarının esası

İhtimal hesapları matematiksel teori olarak ilk önce 1931 yılında Kolmogoroff tarafından inkişâf ettirilmiştir. Bu teori bir olayın meydana gelme ihtimali P olmak üzere aşağıdaki 5 aksiyon üzerine inşa edilmiştir.

1. Her A olayının, reel bir ihtimal sayısı vardır. $P(A) \geq 0$.
2. Gözlem serisinin tümünü kapsayan E olayının ihtimal sayısı bir-
dir. $P(E) = 1$.
3. Şayet A ve B rastgele olaylarsa, \overline{A} , AB (A ve B) ve $A+B$ (A
veya B) de rastgele olaylardır.
4. Şayet A ve B olayları birbirinden bağımsız ise ve aynı anda
meydana gelme ihtimalleri yoksa, $P(A) + P(B) = P(A+B)$ eşit-
liği yazılabilir.
5. $A_1, A_2, A_3 \dots A_N$ olayları hiçbir zaman aynı anda meydana
gelmezse,

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P(A_1, A_2, A_3 \dots A_N) = 0$$

eşitliği geçerlidir.

Aksiyom 2 ve 4 den $P(A_i)$ değerinin en fazla 1 değerini alabileceği neticesine varılır. Böylece

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

ifadesi yazılabilir.

$P(A) = 0$ olayın meydana gelmesinin imkânsız olduğunu,

$P(A) = 1$ ise olayın kesinlikle meydana geleceğini gösterir.

X değeri $-\infty = x = +\infty$ bölgesinde rastgele bir olaysa; $X < x$ olayının ihtimali, azalmayan ve negatif değerler almayan x in sürekli bir fonksiyonu olup X - büyüklüğünün toplam ihtimal dağılım fonksiyonu olarak isimlendirilir.

$$F(x) = P(X < x)$$

$x \rightarrow -\infty$ için $F(x)$ sifıra yaklaşır,

$x \rightarrow +\infty$ için $F(x)$ bir değerine yaklaşır.

Bu limitler süreklilik aksiyomu 5 den çıkarılabilir.

Dağılım fonksiyonlarının kullanılmasında iki ekstrem durum özel bir önem kazanır. X - büyüklüğü, meydana gelme ihtimalleri $p_1, p_2 \dots p_N$ olmak üzere yalnız; $x_1, x_2 \dots x_N$ gibi kesikli bir rastgele olaylar dizisinden meydana geliyorsa $F(x)$ bir kademeli fonksiyondur. Diğer ekstrem durumda dağılım fonksiyonu sürekli ve türevi alınabilir ve aşağıdaki eşitlikler geçerlidir.

$$\frac{dF(x)}{dx} = p(x) , \quad F(x) = \int_{-\infty}^x p(x) \cdot dx , \quad \int_{-\infty}^{+\infty} p(x) \cdot dx = 1$$

Bu durumda $p(x)$ - fonksiyonu, x - değerinin ihtimal yoğunluk fonksiyonu olarak isimlendirilir ve x olayının x ve $x+dx$ arasında meydana gelme ihtimalini gösterir.

Akarsularda akım gözlemleri yapılmış ve istatistik yönden bir-biriyle karşılaştırılabilen değerler mevcutsa, feyezaneların meydana gelme ihtimali için çeşitli dağılım fonksiyonları kullanılabilir. Feyezan ihtimali hesaplarında, dağılım fonksiyonlarının kullanılabilmesi için aşağıdaki hususlara dikkat edilmesi gerekir.

- 1 — Feyezanlar rastgele meydana gelen bir olay olarak daha önce ve sonraki yıllarda meydana gelen feyezanelardan bağımsız stokastik değerler olarak ele alınır.
- 2 — Gözlem değerlerinin tesbitinde sistematik lme hataları yapılmadığı kabul edilir.
- 3 — Gözlem değerlerinin, sanat yapıları akarsu düzenlemeleri v.s. gibi tesirlerle değişmediği ve homojen olduğu kabul edilir.
- 4 — Gözlem sresinin herhangi bir zamanında istatistik parametrelerinin önemli kabul edilebilecek lde değişmediği gözönüne alınır.
- 5 — Feyezan değerleri incelenirken gözönüne alınan zaman periyodunda meydana gelen en büyük feyezana debisi esas alınır. Meselâ yıllık feyezanelarda o yılki en büyük feyezana debisi gözönüne alınır. Yağışlı bir yılın ikinci büyük feyezana rtalama debinin veya kurak bir yılın feyezana debisinin çok üstünde olmasına rağmen hesaplarda gözönüne alınmaz.
- 6 — Elde en azından 20 - 30 senelik bir gözlem dizisi mevcut olduğu durumlarda güvenilebilir değerler elde edilir.
- 7 — Küçük tekerrür aralığı ($T < 10$) için ihtimal hesapları zorunlu olan durumlarda yıllık feyezana debileri yerine belirli bir değerin üstün-

de kalan bütün debilerin esas alınması daha iyi neticeler vermektedir.

Feyezan ihtimal hesaplarında kullanılan istatistik metodların hepsinin benzer tarafı, feyezaları büyüklük sırasına göre belirli sınıflarda gruplandırıldıktan sonra, ihtimal dağılımlarını gözlem değerleri yardımıyla hesaplanan az sayıda parametreyi esas alan çeşitli ihtimal dağılım fonksiyonları ile mukayese etmeleridir. Böylece gözlem değerlerinin ihtimal dağılımı için en uygun analitik şeklin (dağılım fonksiyonunun) bulunması feyezana ihtimal hesaplarının esasını teşkil etmektedir. Feyezan ihtimal hesapları için önem taşıyan istatistik parametreler Tablo 1 de verilmiştir.

3. Feyezanların tekerrür aralığı ve meydana gelme ihtimali

Paragraf 1 de belirtildiği gibi baraj, bağlama, sedde, menfez, köprü v.s. gibi birçok yapıların boyutlandırılmasında; 10, 25, 50, 100... veya genel olarak T - senede bir tekerrür eden feyezaların bilinmesi gerekir. Boyutlandırmaya esas alınacak tekerrür aralığının seçimi, yapının önemine ve yıkıldığı zaman meydana gelecek zararların büyüklüğüne göre tesbit edilir.

Tekerrür aralığı için uzun bir zaman periyodu gözönüne alındığında, birbirini takip eden feyezana büyüklükleri hakkında hiçbir fikir yürütmeden, belirli bir feyezana debisinin ortalama olarak kaç senede bir meydana gelebileceğini söylemekle yetinilir. Bu maksatla aşağıdaki şema bir fikir vermek için hazırlanmıştır.

YQ_{1-5}	: 1 - 5	senede ortalama 1 defa meydana gelen feyezana çok sık,
YQ_{5-50}	: 5 - 50	» » » » » oldukça sık,
YQ_{50-100}	: 50 - 100	» » » » » sık,
$YQ_{100-200}$: 100 - 200	» » » » » nâdir,
$YQ_{200-500}$: 200 - 500	» » » » » çok nadir,

tekerrür eden feyezana olarak kabul edilebilir.

Tablo 1. Dağılım fonksiyonlarında kullanılan başlıca istatistik parametreler

Istatistik parametre	Matematiksel ifadesi	Açıklamalar
Gözlem dizisinin aritmetik ortalaması	$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$	N = Gözlemlerin sayısı X _i = Gözlem değerleri
Gözlem dizisinin geometrik ortalaması	$\bar{X}_G = \sqrt[N]{X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_N}$	$\log \bar{X}_G = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log X_i$
Gözlem dizisinin harmonik ortalaması	$\bar{X}_H = \frac{1}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i}}$	Pratik hesaplarda: $\frac{1}{\bar{X}_H} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i}$
Sınıflara ayrılmış değerlerin ortalaması	$\bar{X}_S = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_i X_i$	k sınıf adedi n _i :- sınıfında tekrerr eden değerler sayısı
Medyan	X _{n/2}	Merkezdeki veya ihtimal yoğunluk eğrisini iki eşit parçaya bölen değer
Nod	X _m	En fazla tekrerr eden değe (ihtimal yoğunluk eğrisinin maksimumu)
Rölatif değe (Boyutsuz değışken)	$r = \frac{X_i}{\bar{X}}$	X _i = $\bar{X} \cdot r = 1$ X _i > $\bar{X} \Rightarrow r > 1$ X _i < $\bar{X} \Rightarrow r < 1$
Yayılna genişliği	D = X _{max} - X _{min}	En büyük ve en küçük değe arasındaki fark
Ortalama sapma	Ort. S = $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i - \bar{X}$	$\Delta X_i = (X_i - \bar{X})$ gözlem değerlerinin aritmetik ortalamasından sapma değeri
Varyans	Var(X) = $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2$	Gözlem değerlerinin ortalama değe etrafında yayılma nisbeti
Standart sapma	$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}$ $S_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}$	Ortalama değerdan sapma hatası : $\frac{\sigma}{\bar{X}}$ Standart sapmanın standart hatası : $\frac{S_x}{\bar{X}}$
Varyasyon standartı	$C_k = \frac{X_i - \bar{X}}{S_x}$	Ihtimal dağılımlarında ve matematik modellerin kurulmasında önem taşır.
Varyasyon katsayısı	$C_v = \frac{S_x}{\bar{X}} \sqrt{\frac{N}{N-1} (1 - r^2)}$	Boyutsuz rölatif sapma ölçüsü
Asimetri katsayısı	$C_B = \frac{N}{(N-1)(N-2)} \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^3}{S_x^3}$	C _B = 0 Simetrik dağılım C _B > 0 Dağılım sağa doğru çarpık C _B < 0 Dağılım sola doğru çarpık
Pearson-asimetri katsayısı	$C_{sp} = \frac{\bar{X} - X_m}{S_x}$	Simetriden sapma derecesi ortalama ile en fazla tekrerr eden değe arasındaki mesafe

Feyezan ihtimali hesaplarında, zaman aralığı olarak; ay, mevsim, sene veya başka bir zaman bölümü gibi değişik periyotlar esas alınabilir. Genel olarak sene feyezana ihtimal hesaplarında zaman birimi olarak seçilmektedir. Bu durumda senelik feyezanalardan söz edilir. Senelik feyezana yerine, bazen % olarak meydana gelme ihtimali de kullanılır. Meselâ tekerrür aralığı 50 sene olan feyezana, % 2 ihtimal feyezana olarak söylenir ve $YQ_{0,02}$ şeklinde yazılır.

Ayrıca tekerrür aralığı T sene olan bir feyezana debisinin, gelecekte her T -senede bir defa meydana geleceği manâsı çıkarılmamalıdır. Şayet matematiksel bir ifade tarzı aranırsa, aşağıda olduğu gibi söylenebilir. Meselâ 500 senelik bir zaman periyodunda tekerrür aralığı 50 sene olan feyezanaın ortalama olarak 10 defa meydana gelme ihtimali vardır. Bu değer birbirini takip eden senelerde arka arkaya birkaç defa meydana gelebilir, ve bundan sonraki 100 senede hiç meydana gelmeyebilir. Başka bir söyleyişle, tekerrür aralığı 50 sene olan feyezana debisi, % 2 ihtimalle her sene meydana gelebilir.

Feyezana ihtimali hesaplarında en önemli husus, X -büyüklüğündeki bir feyezana debisinin tekrar meydana gelmesi için geçmesi gereken zamanı yani tekerrür aralığını tesbit etmektir. Şayet X -büyüklüğündeki veya ondan daha büyük bir feyezana T senede meydana geliyorsa, herhangi bir senede meydana gelme ihtimali

$$P(X \geq x) = \frac{1}{T}$$

olur.

X -değerinden daha küçük değerlerin meydana gelme ihtimali ise,

$$P(X \leq x) = 1 - \frac{1}{T}$$

eşitliği ile bulunur.

Belirli bir gözlem süresinde meydana gelen feyezanaaların tekerrür aralığını bulmak için, feyezana değerleri büyükten küçüğe veya küçükten büyüğe doğru sıralanır. Şayet büyükten küçüğe doğru sıralanmışsa, herhangi bir feyezana debisine eşit veya ondan büyük değerlerin meydana gelme ihtimali veya tekerrür aralığı

$$P(X \geq x) = \frac{m}{N+1}, \quad T = \frac{N+1}{m}$$

formülleri ile hesaplanır. Burada N gözlem dizisinden toplam eleman sayısını, m ise tekerrür aralığı hesaplanacak feyezanın büyükten küçüğe doğru sıralanmış dizideki sıra numarasını ifade eder.

4. Dağılım fonksiyonları

Bugün hidrolojide çok sayıda ihtimal dağılım fonksiyonu kullanılmakla beraber, bunlardan sınırlı sayıda olan bazıları feyezana ihtimal analizleri için uygundur. Burada yalnız bu tip dağılım fonksiyonlarının özellikleri üzerinde durulacaktır.

İstatistik metodlar, feyezana ihtimal hesaplarına grafik ve analitik yoldan olmak üzere aşağıda olduğu gibi uygulanır:

Bir akarsuda belirli bir gözlem periyodu için feyezana değerleri bilindiği zaman, dağılım fonksiyonlarının herhangi biri ile her bir feyezana değerinin meydana gelme ihtimali veya tekerrür aralığı hesaplanır. Bundan sonra özel olarak hazırlanmış bir ihtimal kâğıdı üzerinde, feyezana değerleri meydana gelme ihtimaline veya tekerrür aralığına bağlı olarak taşınır. Bu şartlar altında diyagramda bir doğru elde edilir ve elde edilen doğruyu uzatmak suretiyle, istenilen tekerrür aralığında meydana gelecek feyezana debisi grafikten okunur.

T -senede tekerrür eden feyezana debisini (X_T), ortalama değer \bar{X} ile dağılım karakteristiği, tekerrür aralığı ve dağılım fonksiyonunu tayin eden diğer istatistik parametrelere bağlı olan ΔX değerinin toplamına eşit yazarak, analitik yoldan da hesaplamak mümkündür.

$$X_T = \bar{X} + \Delta X$$

ΔX değeri standart sapma ile bir tekerrür faktörü olan k değerinin çarpımına eşit olduğundan

$$X_T = \bar{X} + S_x \cdot k(C_s, T) = \bar{X} \cdot (1 + C_v \cdot k(C_s, T))$$

veya

$$\frac{X_T}{\bar{X}} = 1 + C_v \cdot k(C_s, T)$$

ifadeleri yazılabilir. Bu eşitlikler feyezana ihtimal hesaplarında kullanılan ana denklemlerdir.

Feyezan ihtimal hesaplarında kullanılan önemli dağılım fonksiyonlarının matematiksel ifadeleri ve karakteristik parametreleri Tablo 4 de toplu halde verilmiştir.

4.1. Normal dağılım

Akarsularda akımın zamanla değişimi genel olarak Gauss'un normal dağılım fonksiyonuna uymamakla beraber, diğer birçok dağılım fonksiyonlarının esasını teşkil etmesi nedeniyle burada kısaca izah edilecektir. [1, 3, 6, 7].

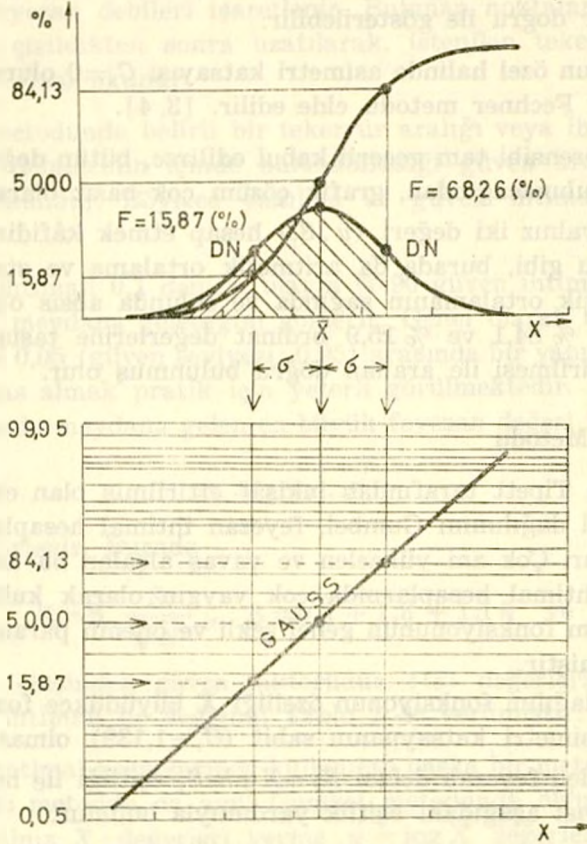
Normal dağılım fonksiyonu, ekstrem değerler istatistiğinin temelini teşkil eder ve dağılım fonksiyonlarının en önemlisidir. Gauss, aynı şartlar altında cereyan eden birçok olayların aritmetik ortalaması, en fazla meydana gelme ihtimali olan değere, standart sapması ise dağılım fonksiyonunun dönüş noktalarının, simetri eksenine olan uzaklığına eşit olacağı prensibini esas almaktadır. Aritmetik ortalamadan sapma hatası $-\infty$ ile $+\infty$ arasındadır. Böylece hatanın verilen sınırlar içinde olma ihtimali 1 dir. Normal dağılımda aritmetik ortalama Mod, Medyan değerleri birbirine eşit olup ($X = X_m = X_M$) asimetri katsayısı $C_s = 0$ dır. Böylece Gauss dağılım fonksiyonu, simetrik, çan eğrisi şeklindedir ve analitik olarak çözümü mümkün değildir. Aritmetik ortalama koordinat ekseninin başlangıcı olmak üzere, standart sapma, $S_x = 1$ için dağılım fonksiyonunun entegrali tablolaştırılmıştır. [1, 8].

Normal dağılım, absisi lineer (feyezan değerleri) ve ordinatı (ihtimal dağılımı) dağılım fonksiyonunun altında kalan alana göre ölçeklendirilmiş bir ihtimal kâğıdında, toplam ihtimal fonksiyonu şeklinde bir doğru ile gösterilebilir ve doğru, \bar{X} , $\bar{X} \pm S_x$ değerleri yardımıyla çabuk çizilebilir. Böylece, verilen bir dağılımın normal dağılım fonksiyonuna ne derece uyduğunu kolayca kontrol etmek mümkündür. Şekil 1 de normal dağılım metodunun esasını gösterilmiştir.

4.2. Log - Normal dağılım

Feyezan ihtimal hesaplarında kullanılan log - normal dağılım fonksiyonu, rastgele değişkenlerin yalnız pozitif değerler aldığı asimetric bir dağılımdır, ($C_s > 0$). Feyezan debisinin kendisi yerine logaritmaları kullanılır. ($y_i = \log X_i$) ve istatistik parametreler bu değerler yardımıyla hesaplanır. Bu rastgele değer ($y = \log X$) normal dağılmışsa X - de-

ğerin de logaritmik normal dağılmış olduğu kabul edilir. Dağılım fonksiyonunun matematiksel ifadesi Tablo 4 de verilmiştir.



Şekil 1. GAUSS - normal dağılımı.

Belirli tekerrür aralığında meydana gelecek feyezan debisi

$$y_T = \bar{y} + k \cdot S_y$$

eşitliği ile hesaplanır. Burada \bar{y} , y değerlerinin aritmetik ortalaması, S_y ise standart sapmasıdır. Tekerrür faktörü k , dağılım eğrisinin asimetrisinin ve ihtimalin bir fonksiyonudur ve asimetri katsayısı C_s 'e bağlı olarak tablolardan alınır. [3].

Belirli tekerrür aralığındaki feyezan debisinin büyüklüğü

$$X_T = 10^{y_T}$$

eşitliğinden hesaplanır.

Absis eksenini (feyezan değerleri) logaritmik, ordinat eksenini Gauss'un hata entegraline göre ölçekli bir koordinat sisteminde toplam ihtimal fonksiyonu bir doğru ile gösterilebilir.

Bu metodun özel halinde asimetri katsayısı $C_s=0$ olursa, Avrupa'da çok kullanılan Fechner metodu elde edilir. [3, 4].

Fechner prensibi tam geçerli kabul edilirse, bütün değerler bir doğru üzerinde bulunacağından, grafik çözüm çok basit olarak yapılabilir. Bu durumda yalnız iki değeri (\bar{y} , S_y) hesap etmek kafidir. Normal dağılımda olduğu gibi, burada da aritmetik ortalama ve standart sapma değeri aritmetik ortalamanın sağında ve solunda absis olmak üzere sırasıyla % 50, % 84,1 ve % 15,9 ordinat değerlerine taşınırsa bu noktaların birleştirilmesi ile aranan doğru bulunmuş olur.

4.3. Gumbel Metodu

Fisher ve Tippett tarafından inkişaf ettirilmif olan ekstrem değerlerinin ihtimal dağılımını Gumbel, feyezani ihtimal hesaplarında ilk defa kullanmıştır. Çok ani yükselen ve yavaş alçalan bu asimetrik dağılım feyezani ihtimal hesaplarında çok yaygın olarak kullanılmaktadır. İhtimal dağılım fonksiyonunun genel şekli ve önemli parametreleri Tablo 4 de verilmiştir.

Gumbel dağılım fonksiyonunun özelliği X büyüdükçe fonksiyonun küçülmesi ve asimetri katsayısının sabit ($C_s=1,139$) olmasıdır. T -senede tekerrür eden feyezani debisi $X_T=\bar{X}+k \cdot S_x$ eşitliği ile hesaplanır. Burada k katsayısı aşağıdaki eşitlik yardımıyla bulunur.

$$k = \frac{Y_T - Y_n}{S_n}$$

Y_n ve S_n gözlem süresine bağlı olarak değişen tashihi edilmiş ortalama ve standart sapmadır. Bu değerler gözlem süresine bağlı olarak Tablo 2 de verilmiştir. Y_T -değeri tekerrür aralığının bir fonksiyonu olarak Gumbel tarafından aşağıdaki eşitlikte verilmiştir.

$$Y_T = - \left(0,834 + 2,303 \log \log \frac{T}{T-1} \right)$$

Y_T -değeri çeşitli tekerrür aralığları için Tablo 2 den alınabilir.

Gumbel metodunu grafik yoldan feyezani ihtimal hesaplarına uygulamak için absis eksenini Y_T eşitliğine göre ölçeklendirilir ve $T = \frac{N+1}{m}$

eşitliği ile bulunan feyezaların tekerrür aralığı veya meydana gelme ihtimali değerleri bu eksende işaretlenir. Ordinat eksenine ise logaritmik ölçekli olup feyezaların debileri işaretlenir. Bulunan noktalardan geçen ortalama doğru çizildikten sonra uzatılarak, istenilen tekerrür aralığındaki feyezanın debisi okunur.

Gumbel metodunda belirli bir tekerrür aralığı veya ihtimal için verilen feyezaların debilerinin içinde bulunabileceği güven aralığının tesbit edilmesi mümkündür. Böylece yanılma ve güven ihtimali belirlenmiş olur.

Yanılma ihtimali 0,1 demek, olayın % 90 güven ihtimali ile (güven seviyesi: 0,9) meydana geleceğini gösterir. Genel olarak 0,2 (güven seviyesi: 0,8) ile 0,05 (güven seviyesi: 0,95) arasında bir yanılma ihtimalini hesaplarda esas almak pratik için yeterli görülmektedir. Belirli bir zaman periyodunda meydana gelen en büyük feyezanın değeri hesaplanırken, güven aralığı

$$X_T \pm t(s) \cdot S_e$$

eşitliği ile belirlenir. Burada

$$S_e = \beta \cdot \frac{S_x}{\sqrt{N}}, \quad \beta = \sqrt{1 + 1,3 + 1,1k} \quad \text{ve}$$

$t(s)$ ise (%) cinsinden güven faktörüdür. $t(s)$ değerlerinin, esas alınan s - güven ihtimali ile değişimi Tablo 2 de verilmiştir.

Feyezan ihtimal hesaplarında kullanılan başka bir metod da, Fréchet metodudur. Bu metodda da aynı Gumbel metodunda olduğu gibi hareket edilir. Yalnız X - değerleri yerine $y = \log X$ değerleri esas alınarak hesaplar yapılır. Bu nedenle Fréchet metodu log - Gumbel metodu (ikinci tip ekstrem dağılım) olarak da isimlendirilmektedir.

Yarı kurak ve kurak bölgelerde, Gumbel metodunu direkt tatbik etmek mümkün olmamaktadır. Bunun nedeni, gözlem değerleri Gumbel kâğıdına taşındığında ekstrem değerlerin diğer gözlem değerlerinden geçen ortalama doğruya çok yukarıda bulunmalarıdır. Bu durumda Gumbel metodu, ilk önce ekstrem yağış değerlerine tatbik edilir; böylece elde edilen ortalama doğru, feyezaların gözlemlerinden geçirilen doğruya çok daha diktir. Yağışlar yardımıyla çizilen bu doğru ekstrem feyezaların değerlerinden geçinceye kadar paralel kaydırılır. Bu durumda üçüncü veya dördüncü büyüklükteki feyezanın değerinin yanında köşesi olan kırık bir tekerrür çizgisi elde edilir. Bu metoda ise «Gradex Metodu» ismi verilir.

Tablo 2 — Gumbel metodunda yardımcı tablolar

$$y_T = -(0,834 + 2,303 \log \log T / T - 1)$$

tekrar ü aralığı T (sene)	daha büyük değerlerin meydana gelme ihtimali P (X > x) (%)	değişken y _T
1,01	99	-1,73
1,05	95	-1,12
1,11	90	-0,83
1,25	80	-0,48
2	50	0,37
5	20	1,50
10	10	2,25
25	4	3,20
50	2	3,90
100	1	4,60
200	0,5	5,34
500	0,2	6,22
1000	0,1	6,92

Güven sayıları	
s (%)	t (s)
99,7	3,00
99,0	2,58
98	2,33
90	1,64
80	1,28
68	1,00
50	0,67

rasat süresi uzunluğu (sene)	tashih edilmiş ortalama y _n	tashih edilmiş standart sapma S _n
10	0,504	0,950
15	0,513	1,021
20	0,524	1,063
25	0,531	1,092
30	0,536	1,112
35	0,540	1,128
40	0,544	1,141
45	0,546	1,152
50	0,549	1,161
55	0,550	1,168
60	0,552	1,175
65	0,554	1,180
70	0,555	1,185
75	0,556	1,190
80	0,557	1,194
85	0,558	1,197
90	0,559	1,201
95	0,559	1,204
100	0,560	1,206
150	0,564	1,225
200	0,567	1,236
500	0,572	1,259
1000	0,575	1,269
>1000	0,577	1,283

4.4. Gamma Dağılımı

Gamma dağılımı, yıllık feyezaların ihtimal hesaplarında yaygın şekilde kullanılan, olayların sadece pozitif değerler alabileceği asimetric bir dağılım fonksiyonudur. Böylece bu dağılım $X > 0$ için geçerli olup $X \leq 0$ için $p(x) = 0$ olur.

Bir, iki veya üç parametrelili Gamma dağılım fonksiyonları mevcut olmasına rağmen feyezani hesaplarında genellikle iki parametrelili tipi kullanılmaktadır. Bu tip bir Gamma dağılımı ve önemli parametreleri Tablo 4 de verilmiştir. Gamma fonksiyonunun genel şekli

$$T(\lambda) = \int_0^{\infty} x^{\lambda-1} \cdot e^{-x} \cdot dx = (\lambda - 1)!$$

eşitliği ile verilir. Feyezan ihtimal hesaplarında entegralin üst sınırı belirli bir X_N değeri ile sınırlanmış olduğundan, entegral değerlerini tablolardan almak gerekir.

Gamma dağılım fonksiyonunda yıllık feyezani değerleri yerine logaritmaları ($y_i = \log x_i$) kullanılırsa, log - Gamma dağılımı elde edilmiş olur.

4.5. Pearson - Tip. III - Dağılımı

Anglo - Amerikan memleketlerinde feyezani tekerrürlerini hesap etmede, Pearson - Tip III - dağılım fonksiyonunu esas alan Foster metodu çok yaygın olarak kullanılmaktadır. Pearson, asimetric katsayılarına göre çeşitli dağılım fonksiyonlarını incelemiş ve sınıflandırmıştır. Foster analogik düşünceler ve mukayeseli bir çok hesaplar neticesinde, Pearson dağılım fonksiyonlarından - Tip III - eğrisinin feyezani ihtimal dağılımı için en uygun olduğunu göstermiş ve pratikte uygulanması çok kolay olan bir metod inkişaf etmiştir.

Pearson III dağılımı bir tarafı küçük değerlerle sınırlı, diğer tarafı ise sonsuza giden bir asimetric dağılımdır. (Şekil 2.)

$C_s = 0$ için Pearson III dağılımı, normal dağılım fonksiyonu ile aynıdır. Foster - Pearson III metodu ile T senede tekerrür eden feyezani debisi

$$X_T = \bar{X} + k \cdot S_x$$

eşitliği ile hesaplanır.

TALBO - 3

Pozitif C_s - asimetrik katsayısı için k - değerleri

Cs değeri	Tekerrür aralığı T(sene)										
	Tekerrür ihtimali P(x) %										
	1.0101	1.0526	1.1111	1.2500	2	5	10	15	100	100	200
3.0	-0.667	-0.665	-0.660	-0.636	-0.396	0.420	1.100	2.278	3.152	4.051	4.970
2.9	-0.690	-0.688	-0.681	-0.651	-0.390	0.440	1.195	2.277	3.134	4.013	4.909
2.8	-0.714	-0.711	-0.702	-0.666	-0.384	0.460	1.210	2.275	3.114	3.973	4.847
2.7	-0.740	-0.736	-0.724	-0.681	-0.376	0.479	1.224	2.272	3.093	3.932	4.783
2.6	-0.769	-0.762	-0.747	-0.694	-0.368	0.499	1.238	2.267	3.071	3.889	4.718
2.5	-0.799	-0.790	-0.771	-0.711	-0.360	0.518	1.250	2.262	3.048	3.845	4.652
2.4	-0.832	-0.819	-0.795	-0.725	-0.351	0.537	1.262	2.256	3.023	3.800	4.584
2.3	-0.867	-0.850	-0.819	-0.739	-0.341	0.555	1.274	2.248	2.997	3.753	4.515
2.2	-0.905	-0.882	-0.844	-0.752	-0.330	0.574	1.284	2.240	2.970	3.705	4.444
2.1	-0.946	-0.914	-0.869	-0.765	-0.319	0.592	1.294	2.230	2.942	3.656	4.372
2.0	-0.990	-0.949	-0.895	-0.777	-0.307	0.609	1.302	2.219	2.912	3.605	4.298
1.9	-1.037	-0.984	-0.920	-0.788	-0.294	0.627	1.310	2.207	2.881	3.553	4.223
1.8	-1.087	-1.020	-0.945	-0.799	-0.282	0.643	1.318	2.193	2.848	3.499	4.147
1.7	-1.140	-1.056	-0.970	-0.808	-0.268	0.660	1.324	2.179	2.815	3.444	4.069
1.6	-1.197	-1.093	-0.994	-0.817	-0.254	0.675	1.329	2.163	2.780	3.388	3.990
1.5	-1.256	-1.131	-1.018	-0.825	-0.240	0.690	1.333	2.146	2.743	3.330	3.910
1.4	-1.318	-1.161	-1.041	-0.832	-0.225	0.705	1.337	2.128	2.706	3.271	3.828
1.3	-1.383	-1.204	-1.064	-0.838	-0.210	0.719	1.339	2.108	2.666	3.211	3.745
1.2	-1.449	-1.243	-1.086	-0.844	-0.195	0.732	1.340	2.087	2.626	3.149	3.661
1.1	-1.518	-1.280	-1.107	-0.848	-0.180	0.745	1.341	2.066	2.585	3.087	3.575
1.0	-1.588	-1.317	-1.128	-0.852	-0.164	0.758	1.340	2.043	2.542	3.022	3.489
0.9	-1.660	-1.353	-1.147	-0.854	-0.148	0.769	1.339	2.018	2.498	2.957	3.401
0.8	-1.733	-1.388	-1.166	-0.856	-0.132	0.780	1.336	1.993	2.453	2.891	3.312
0.7	-1.816	-1.423	-1.183	-0.857	-0.116	0.790	1.333	1.967	2.407	2.824	3.223
0.6	-1.880	-1.453	-1.200	-0.857	-0.099	0.800	1.328	1.939	2.359	2.755	3.132
0.5	-1.955	-1.491	-1.216	-0.855	-0.083	0.808	1.323	1.910	2.311	2.686	3.041
0.4	-2.029	-1.524	-1.231	-0.855	-0.066	0.816	1.317	1.880	2.261	2.615	2.949
0.3	-2.104	-1.555	-1.245	-0.853	-0.050	0.824	1.309	1.849	2.211	2.544	2.856
0.2	-2.178	-1.586	-1.258	-0.850	-0.033	0.830	1.301	1.818	2.159	2.471	2.763
0.1	-2.252	-1.616	-1.270	-0.846	-0.017	0.836	1.292	1.785	2.107	2.400	2.670
0	-2.326	-1.645	-1.282	-0.842	0	0.842	1.282	1.751	2.054	2.326	2.576

Negatif C_s - asimetrik katsayısı için k - değerleri

Cs değeri	Tekerrür aralığı T(sene)										
	Tekerrür ihtimali P(x) %										
	1.0101	1.0526	1.1111	1.2500	2	5	10	15	100	100	200
0	-2.326	-1.645	-1.282	-0.842	0	0.842	1.282	1.751	2.054	2.326	2.576
-0.1	-2.400	-1.673	-1.292	-0.836	0.017	0.846	1.270	1.716	2.000	2.252	2.482
-0.2	-2.472	-1.700	-1.301	-0.830	0.033	0.850	1.258	1.680	1.945	2.178	2.388
-0.3	-2.544	-1.726	-1.309	-0.824	0.050	0.853	1.245	1.643	1.890	2.104	2.294
-0.4	-2.615	-1.750	-1.317	-0.816	0.066	0.855	1.231	1.606	1.834	2.029	2.201
-0.5	-2.686	-1.774	-1.323	-0.808	0.083	0.856	1.216	1.567	1.777	1.955	2.108
-0.6	-2.755	-1.797	-1.328	-0.800	0.099	0.857	1.200	1.528	1.720	1.880	2.016
-0.7	-2.824	-1.819	-1.333	-0.790	0.116	0.857	1.183	1.488	1.663	1.806	1.926
-0.8	-2.891	-1.839	-1.336	-0.780	0.132	0.856	1.166	1.448	1.606	1.733	1.837
-0.9	-2.957	-1.858	-1.339	-0.769	0.148	0.854	1.147	1.407	1.549	1.660	1.749
-1.0	-3.022	-1.877	-1.340	-0.758	0.164	0.852	1.128	1.366	1.492	1.588	1.664
-1.1	-3.087	-1.894	-1.341	-0.745	0.180	0.848	1.107	1.324	1.435	1.518	1.581
-1.2	-3.149	-1.910	-1.340	-0.732	0.195	0.844	1.086	1.282	1.379	1.449	1.501
-1.3	-3.211	-1.925	-1.339	-0.719	0.210	0.838	1.064	1.240	1.324	1.383	1.424
-1.4	-3.271	-1.938	-1.337	-0.705	0.225	0.832	1.041	1.198	1.270	1.318	1.351
-1.5	-3.330	-1.951	-1.333	-0.690	0.240	0.825	1.018	1.157	1.217	1.256	1.282
-1.6	-3.388	-1.962	-1.329	-0.675	0.254	0.817	0.994	1.116	1.166	1.197	1.216
-1.7	-3.444	-1.972	-1.324	-0.660	0.268	0.808	0.970	1.075	1.116	1.140	1.155
-1.8	-3.499	-1.981	-1.318	-0.643	0.282	0.799	0.945	1.035	1.069	1.087	1.097
-1.9	-3.553	-1.989	-1.310	-0.627	0.294	0.788	0.920	0.996	1.023	1.037	1.044
-2.0	-3.605	-1.996	-1.302	-0.609	0.307	0.777	0.895	0.959	0.980	0.990	0.995
-2.1	-3.656	-2.001	-1.294	-0.592	0.319	0.765	0.869	0.923	0.939	0.946	0.949
-2.2	-3.705	-2.006	-1.284	-0.574	0.330	0.752	0.844	0.888	0.900	0.905	0.907
-2.3	-3.753	-2.009	-1.274	-0.555	0.341	0.739	0.819	0.855	0.864	0.867	0.869
-2.4	-3.800	-2.011	-1.262	-0.537	0.351	0.725	0.795	0.823	0.830	0.832	0.833
-2.5	-3.845	-2.012	-1.250	-0.518	0.360	0.711	0.771	0.793	0.798	0.799	0.800
-2.6	-3.889	-2.013	-1.238	-0.499	0.368	0.696	0.747	0.764	0.768	0.769	0.769
-2.7	-3.932	-2.012	-1.224	-0.479	0.376	0.681	0.724	0.738	0.740	0.740	0.741
-2.8	-3.973	-2.010	-1.210	-0.460	0.384	0.666	0.702	0.712	0.714	0.714	0.714
-2.9	-4.013	-2.007	-1.195	-0.440	0.390	0.651	0.681	0.683	0.689	0.690	0.690
-3.0	-4.051	-2.003	-1.180	-0.420	0.396	0.636	0.660	0.666	0.666	0.667	0.667

laştırmıştır. Amerika'da feyzan ihtimallerinin bütün memleket çapında bu metodla hesaplanması yukarıda adı geçen kuruluş tarafından tavsiye edilmektedir. [9, 12].

Metodun esası, feyezan değerinin logaritmalarına ait dağılım fonksiyonunun, asimetrik bir dağılım fonksiyonu ile en iyi şekilde verilebileceği prensibine dayanmaktadır.

Belirli tekerrür aralığında meydana gelen feyezan debisini hesaplayabilmek için gerekli 6 büyük hesap işlemi aşağıda olduğu gibi özetlenebilir.

1. Gözlem değerleri, meselâ yıllık feyezan debileri veya seviyeleri logaritmik değerlere çevrilir.

$$y_i = \log X_i$$

2. Logaritmik değerlerin aritmetik ortalaması bulunur.

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{N}$$

3. Logaritmik değerlerin standart sapması hesaplanır.

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{N - 1}}$$

4. Logaritmik değerlerin asimetri katsayısı hesaplanır.

$$C_{s_y} = \frac{N \cdot \sum (y_i - \bar{y})^3}{(N-1)(N-2)S_y^3}$$

5. İstenilen tekerrür aralığında meydana gelen feyezan debisinin logaritması

$$Y_T = \bar{y} + k S_y$$

eşitliği yardımıyla hesaplanır. k değerleri asimetri katsayısı ve tekerrür aralığının bağlı olarak Tablo 3 den alınır.

6. X - değeri $\log y$ değeri yardımıyla bulunur.

$$X_T = 10^{Y_T}$$

Tablo 4. Feyezan ihtimal hesaplarında kullanılan önemli dağılım fonksiyonları

İhtimal kanununun adı	Matematiksel ifadesi	Açıklamalar
Normal dağılım (Gauss)	$P(X < x) = \int_{-\infty}^x p(x).dx$ $p(x) = \frac{1}{S_x \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x}{S_x}\right)^2}$	İki parametrelili (\bar{X}, S_x) Simetrik dağılım ($C_s = 0$) $u = \frac{x - \bar{X}}{S_x}$
Log-normal dağılım	$P(Y < y) = \int_{-\infty}^y p(y).dy$ $p(y) = \frac{1}{S_y \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y}{S_y}\right)^2}$	Asimetrik ve iki parametrelili (y, S_y) dağılım $z = \log X_i - \frac{1}{N} \sum \log X_i$; $y_i - y$ $0 < x < \infty$ $\infty < y < \infty$ $C_{sy} = 0$ için Fechner metodu
Gumbel dağılımı	$P(X < x) = e^{-e^{-y}}$ $p(x) = \alpha e^{-y} e^{-y}$	$-\infty < x < \infty$ için ekstrem değerlerin ihtimal dağılımı (iki parametre) $y = \alpha(X-u)$; $u = \bar{X} - \frac{y_n}{\alpha}$ $\alpha = \frac{S_n}{S_x}$ (y_n ve S_n için Tablo 2) X yerine $\log X$ konursa Fréchet-dağılımı elde edilir.
Gamma dağılımı	$P(X < x) = \int_0^x p(x).dx$ $p(x) = \frac{\alpha^\lambda}{\Gamma(\lambda)} \cdot X^{\lambda-1} e^{-\alpha \cdot X}$	İki parametrelili (X, S) asimetrik dağılım şekli $\Gamma(\lambda) = (\lambda-1)!$ Gamma dağılımı $\bar{X} = \frac{\lambda}{\alpha}$; $S_x = \sqrt{\frac{\lambda}{\alpha^2}}$ X -yerine $y = \log X$ konursa log-gamma dağılımı elde edilir.
Pearson Tip III dağılımı	$P(X < x) = \int_0^x p(x).dx$ $p(x) = P_0 \cdot e^{-\frac{x}{d}} \cdot \left(1 + \frac{x}{a}\right)^{\frac{a}{d}}$	Üç parametrelili (\bar{X}, S_x, C_s) asimetrik dağılım. $P_0 = \frac{N}{a} \left(\frac{a}{d}\right)^{\frac{a}{d}+1}$ (Şekil 2) $P_0 = \frac{N}{a} \frac{\left(\frac{a}{d}\right)^{\frac{a}{d}+1}}{e^{\frac{a}{d}} \cdot \Gamma\left(\frac{a}{d}+1\right)}$ $d = \frac{1}{2} C_s C_v \bar{X} - X_m$ $a = \frac{C_v^2}{d} - d$, $a + d = 2 \frac{C_v}{C_s}$ X yerine $y = \log X$ konursa Log-Pearson dağılımı elde edilir.

Log - Pearson Tip III metodunun grafik çözümü için ordinat eksenini çift logaritmik, absis eksenini ise Gauss'un hata entegraline göre ölçeklendirilmiş bir ihtimal kâğıdının hazırlanması gerekir.

Almanya'da ise o. Prof. Dr. - Ing. Mosonyi (Karlsruhe) başkanlığında tanınmış bilim adamlarından kurulu bir komisyon, feyezan ihtimali hesaplarında aşağıda kısaca izah edilecek yolun takip edilmesini tavsiye etmektedir. [11]

- 1 — Gözlem değerlerinin logaritmaları ($y_i = \log x_i$) esas alınarak \bar{y} , C_{yy} , C_{yy} değerleri hesaplanır.
- 2 — $C_{yy} \geq 0$ durumunda feyezan ihtimal hesapları USA. da tavsiye edildiği gibi log - Pearson - Tip III - dağılımı esas alınarak yapılır.
- 3 — $C_{yy} < 0$ ise \bar{X} , S_x , C_s , C_v ve d değerleri gözlem değerlerinin logaritmaları yerine kendileri kullanılarak tekrar hesaplanır. Burada da iki ayrı durum gözönüne alınmaktadır.
 - a) $C_s < 0$ veya $d < 0$. Bu durumda Pearson III dağılımında asimetri katsayısı varyasyon katsayısının iki katına eşit alınır ve $C_s = +2 C_v$ için k - katsayısı Pearson tablolarından (Tablo 3) okunur ve T -senede tekerrür eden feyezanlar $\bar{X}_T = \bar{X} + S_x k(C_s, T)$ eşitliği yardımıyla bulunur.
 - b) $C_s = 0$ veya $d = 0$ olduğu hallerde k - değeri Pearson tablolarından (Tablo 3) C_s değerine bağlı olarak alınır ve

$$\bar{X}_T = \bar{X} + S_x \cdot k(C_s, T)$$

eşitliğinden belirli tekerrür aralığındaki feyezanlar hesaplanır.

5. Sonuç

Su yapılarında esas alınacak proje feyezani, emniyet, ekonomi ve diğer hususlarla ilgili faktörler gözönüne alınarak meydana gelme ihtimali veya telerrür aralığına bağlı olarak verilmelidir.

Dağılım fonksiyonları feyezanların ihtimal hesaplarına yardımcı olmaları nedeniyle önemli bir vazife görürler. Bugün feyezan ihtimal hesaplarında on kadar çeşitli karakterde dağılım fonksiyonu kullanılmaktadır.

Feyezan ihtimal hesaplarında belirli bir standart metod kullanılması ile su yapılarında göze alınacak riskler belirli prensibe bağlanmış olacaktır. Bir çok memlekette bu yönde yoğun çalışmalar yapılmaktadır. USA'da genel ve Almanya'da sınırlı olarak feyez an ihtimal hesaplarında standart metod olarak kullanılması tavsiye edilen log - Pearson - Tip III. - dağılımının Türkiye akarsularında kullanılabileceği müellifin başka bir araştırmasında [3] ele alınmasına rağmen, problemin tam aydınlığa kavuşması için diğer metodlarla da mukayeseli sistematik çalışmalara ihtiyaç vardır.

REFERANSLAR

- [1] BAYAZIT, M. — Hidroloji
İ.T.Ü. İnşaat Fak. yayınları 1974, 156 sayfa.
- [2] DİNÇER, T — Feyezan Tekerrür Hesapları
DSİ Etüd ve Plânlama Rehberi 1959, 52 s.
- [3] ERKEK, C. — Türkiye Akarsularına Öncelik Verilerek Kritik Feyezan Debisini Hesap Metodları, İstanbul 1972, 206 s. (Doçentlik tezi)
- [4] GRASSBERGER, H. — Die Anwendung der Wahrscheinlichkeit auf Hochwasserfragen
Deutsche Wasserwirtschaft 1936, Nr. 9
- [5] GUMBEL, A. J. — Statistics of Extremes
3. Aufl. New - York, 1966
- [6] ÖZDEMİR, H. — Bölgesel Taşkın Tekerrür Analizi
DSİ Hidroloji Semineri 1968, «Taşkınlar Hidrolojisi», 99 s.
- [7] OZİŞ, Ü. — Hidrolik Süreçlerin İstatistik ve Olasılığı
E. Ü. Müh. Bilim Fak. Dergisi, 1976, sa. 3, 40 s.
- [8] SACHS, L. — Statistische Auswertungsmethoden, Berlin, 1966
- [9] STEFAN, H. — Ein einheitliches Verfahren zur Bestimmung von Hochwasserhäufigkeiten, Die Wasserwirtschaft 1968, H. 8
- [10] Ven Te Chow — Handbook of Applied Hydrology
Mc Graw - Hill, New - York 1964.
- [11] — — — Empfehlungen für die Berechnung der Hochwasserwahrscheinlichkeit, (Entwurf). Wasser und Boden 1973, H. 11, S. 362
- [12] — — — Water Resourche Council of the USA.
Hidrology Committee, Washington, December 1967, H. 15.