T.C. SAKARYA ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

NADİR TOPRAK ELEMENTLERİNİN ATALET MOMENTLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Canan EROL

Enstitü Anabilim Dalı : FİZİK Tez Danışmanı : Prof. Dr. Ali Ekber KULİEV

MAYIS 2006

T.C. SAKARYA ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

NADIR TOPRAK ELEMENTLERININ ATALET MOMENTLERI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Canan EROL

Enstitü Anabilim Dalı : FİZİK

Bu tez .. / .. /2006 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Oybirliği ile kabul edilmiştir.

Jüri Başkanı

Jüri Üyesi

Jüri Üyesi

TEŞEKKÜR

Bu tezi hazırlamamda yardımlarını esirgemeyen ve bilgilerini paylaşarak kendimi geliştirmeme yardımcı olan danışman hocam Sayın Prof. Dr. Ali Ekber KULİEV'e; araştırma görevlisi sayın hocam Filiz ERTUĞRAL'a; yüksek lisans eğitimim süresince evlerinin ve yüreklerinin kapılarını sonuna kadar açan değerli teyzem ve amcam Emriye ve Ekrem ÇATALBAŞ'a; grafiklerin çizilme aşamasında sabrını hiç yitirmeden bilgilerini paylaşan, sevgili dostum Tuncay AKBAL'a; başından sonuna kadar beni yine şaşırtmayıp 'her zaman yanındayım' diyen ve en az benim kadar uğraşan hakkı ödenmez güzel insan Hakan FIRAT'a; lisans ve yüksek lisans eğitimim süresince bilgilerini en iyi şekilde aktaran başta sayın Prof. Dr. Recep AKKAYA olmak üzere Fizik Bölümünün tüm hocalarına ve her zaman olduğu gibi yine attığım her adımın arkasında olup, güven ve sevgilerini asla esirmeyen aileme sonsuz teşekkürler.

Canan EROL

İÇİNDEKİLER

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ	iii
ŞEKİLLER LİSTESİ	v
TABLOLAR LİSTESİ	vii
ÖZET	viii
SUMMARY	ix

BÖLÜM 1.

BÖLÜM 2.

4
4
9
11
13
20
34

BÖLÜM 3.

ATALET MOMENTİ HESAPLAMALARI	36
3.1. Sıvı Damlası Modeline Göre Atalet Momenti Hesaplamaları	36
3.2. Cranking Modeline Göre Atalet Momenti Hesaplamaları	36
3.3. Katı Cisim Modeline Göre Atalet Momenti Hesaplamaları	43
3.4. Süperakışkan Modele Göre Atalet Momenti Hesaplamaları	43
3.5. Nümerik Hesaplamalar ve Tartışma	48

BÖLÜM 4.	
SONUÇLAR	59
BÖLÜM 5.	
TARTIŞMA VE ÖNERİLER	60
EKLER	62
KAYNAKLAR	70
ÖZGEÇMİŞ	73

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

A . Nulle Sayis	A	:Kütle Sayısı
------------------------	---	---------------

- R :Çekirdek Yarıçapı
- β :Deformasyon Parametresi
- δ :Deformasyon Parametresi
- *j* :Toplam açısal momentum Operatörü
- *l* :Açısal Momentum Operatörü
- K :İzdüşüm
- N :Parçacık Sayısı
- G :Çiftlenim Sabiti
- a :Parçacık Operatörü
- α :Kuasi-parçacık Operatörü
- J :Atalet momenti Operatörü
- J_h :Sıvı Damlası Modeline Göre Atalet Momenti
- J_{rig} :Katı Cisim Modeline Göre Atalet Momenti
- J_{exp} :Deneysel Atalet Momenti
- *J*_p :Protonların Atalet Momenti
- *J_n* :Nötronların Atalet Momenti
- g_R :Jiromanyetik oran
- Δ :Seviyeler Arası Mesafe
- E(i') :Uyarılmış Halin Enerjisi
- E(0) :Temel Halin Enerjisi
- λ_n, λ_p :Nötron ve Protonlar İçin Kimyasal Potansiyeller
- u,v :Bogolyubov Kuasi-parçacık Dönüşüm Operatörleri
- ψ, φ :Kuasi-parçacık Genlikleri

- ε :Kuasi-parçacık Enerjisi
- σ :Tek-parçacık Matris Elemanı

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1. Sıvı Damlası Modeline göre, bir çekirdeğin uyarılıp iki ürün çekirdeğin meydana gelişine ait basamaklar
Şekil 2.2. Küresel bir çekirdeğin, eksenel simetrik bir elipsoide dönüştüğünde hacminin sabit kalması
Şekil 2.3. Nilsson Modeline göre, 8 <z<20 8<n<20="" bölgesindeki="" enerjileri<="" parçacık="" td="" tek="" ve=""></z<20>
Şekil 2.4. Tek-parçacık seviyeleri arasında çiftlenim yoğunluğunun dağılımı
Şekil 2.5. Tek-parçacık seviyeleri arasında parçacık dağılımı
Şekil 3.1. Nadir toprak elementlerinin atalet momentleri
Şekil 3.2. 150 <a<190 atalet="" bölgesi="" deforme="" içindeki="" momentleri<="" td="" çekirdeklerin=""></a<190>
Şekil 3.3. Ceryum elementinin atalet momentlerinin, kütle sayısı (A)'ya bağlılığının grafiği
Şekil 3.4. Ceryum elementinin atalet momentlerinin, deformasyon parametresi β^2 'ye bağlılığının grafiği
Şekil 3.5. Neodimium elementinin atalet momentlerinin, kütle sayısı (A)'ya bağlılığının grafiği
Şekil 3.6. Neodimium elementinin atalet momentlerinin, deformasyon parametresi β^2 ye bağlılığının grafiği
Şekil 3.7. Samarium elementinin atalet momentlerinin, kütle sayısı (A)'ya bağlılığının grafiği
Şekil 3.8. Samarium elementinin atalet momentlerinin deformasyon parametresi β^2 ye bağlılığının grafiği
Şekil 3.9. Gadolinium elementinin atalet momentlerinin, kütle sayısı (A)'ya bağlılığının grafiği

Şekil 3.10. Gadolinium elementinin atalet momentlerinin deformasyon parametresi β^2 'ye bağlılığının grafiği	2
Şekil 3.11. Disprosium elementinin atalet momentlerinin, kütle sayısı (A)'ya bağlılığının grafiği	3
Şekil 3.12. Disprosium elementinin atalet momentlerinin, deformasyon parametresi β^2 'ye bağlılığının grafiği	3
Şekil 3.13. Erbium elementinin atalet momentlerinin, kütle sayısı (A)'ya bağlılığının grafiği	4
Şekil 3.14. Erbium elementinin atalet momentlerinin, deformasyon parametresi β^2 'ye bağlılığının grafiği	4
Şekil 3.15. Itterbium elementinin atalet momentlerinin, kütle sayısı (A)'ya bağlılığının grafiği	5
Şekil 3.16. İtterbium elementinin atalet momentlerinin deformasyon parametresi β^2 'ye bağlılığının grafiği	5
Şekil 3.17. Nadir toprak elementlerinin deneysel atalet momenti değerlerinin, kütle sayısı (A)'ya bağlılığının grafiği	6

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 3.1.	Ceryum elementinin RPA metoduna göre proton, nötron ve toplam atalet momenti değerleri	57
Tablo 3.2. I	Neodimium elementinin RPA metoduna göre proton, nötron ve toplam atalet momenti değerleri	57
Tablo 3.3. S	Samarium elementinin RPA metoduna göre proton, nötron ve toplam atalet momenti değerleri	57
Tablo 3.4. (Gadolinium elementinin RPA metoduna göre proton, nötron ve toplam atalet momenti değerleri	57
Tablo 3.5. I	Disprosium elementinin RPA metoduna göre proton, nötron ve toplam atalet momenti değerleri	58
Tablo 3.6. I	Erbium elementinin RPA metoduna göre proton, nötron ve toplam atalet momenti değerleri	58
Tablo 3.7. I	Itterbium elementinin RPA metoduna göre proton, nötron ve toplam atalet momenti değerleri	58

ÖZET

Anahtar Kelimeler: RPA (Gelişigüzel faz yaklaşımı), $_{58}$ Ce, $_{60}$ Nd, $_{62}$ Sm, $_{64}$ Gd, $_{66}$ Dy, $_{68}$ Er, $_{70}$ Yb atalet momentleri.

Bu çalışmada, nadir toprak bölgesinde bulunan, ₅₈ Ce, ₆₀ Nd, ₆₂ Sm, ₆₄ Gd, ₆₆ Dy, ₆₈ Er, ₇₀ Yb çift-çift çekirdeklerin atalet momentleri hesaplandı. Bu hesaplamalar yapılırken katı-cisim ve sıvı damlası modeli ile RPA metodu kullanıldı. Bulunan bu teoriksel sonuçlar deneylerle karşılaştırıldı. Deneysel sonuçlarla en iyi uyum sağlayan modelin süperakışkan model olduğu görüldü. Katı cisim değerlerinin, deneysel sonuçların 2-3 katı bir değerde olduğu yapılan hesaplamalar sonucu elde edildi.

MOMENTS of INERTIA FOR THE RARE EARTH ELEMENTS

SUMMARY

Keywords: RPA (Random Phase Approximation), $_{58}$ Ce, $_{60}$ Nd, $_{62}$ Sm, $_{64}$ Gd, $_{66}$ Dy, $_{68}$ Er, $_{70}$ Yb, moments of inertia

In the study, moments of inertia for the rare-earth region even-even elements $_{58}$ Ce, $_{60}$ Nd, $_{62}$ Sm, $_{64}$ Gd, $_{66}$ Dy, $_{68}$ Er ve $_{70}$ Yb have been calculated. For the calculation two nuclear models, rigid body and liquid drop, have been used the calculation has been performed in the framework of the Random Phase Approximation (RPA). The calculation results have been compared with the experimental values. It has been shown that the best agreement with the experimental results is obtained if one uses the superfluid model. It has also been shown that results using the rigid body are 2-3 times greater than experimental values.

BÖLÜM 1. GİRİŞ

Sihirli çekirdekler denge durumunda küreseldirler. Sadece birkaç parçacıklı çekirdekler dışında kabuklar kapalıdır ve onların temel halleri içinde küresel şekle sahiptirler. Çift-çift çekirdekler içindeki en düşük 2⁺ durumu, nükleer yüzeylerin kuadrupol titreşimleri ile ilgilidir ve bunlar çok kolay uyarılırlar. Bu özellikler, henüz 'titreşim' çekirdek-çekirdek ile sadece birkaç parçacık veya hol içindeki dolmamış kabuklar ve küresel bir denge formu ile karakterize edildi.

Küresel nükleer şekil kararlılığını daha da azalttığı zaman, parçacık sayıları veya holler içindeki dolmamış kabukların sayısı artar. Dışarıda kalan çekirdekler, arta kalan etkileşmeler nedeniyle birbirlerini etkiler. Parçacıkların korelasyon hareketlerindeki etkileşim sonuçları, sırasıyla nükleer küresellikten ayrılmaya yol açarlar. Kararlı deforme bir nükleer durumun olasılığı, dolmamış kabuklardaki fonksiyonunda parçacık sayılarının hızlıca artar. Sonuc olarak; çekirdeklerle,dolmamış kabuklar içindeki çoğu nötron ve protonlar küresel değil, elipsoid şeklindedirler. Çift-çift çekirdeklerin ilk 2⁺ durumları çok küçük enerjiye sahiptir; ardarda gelen 2^+ , 4^+ , 6^+ içinde bu böyledir, seviyeler, tüm çekirdeklerin dönüşüne uygun olan bir dönme bandı gibi yorumlanır. Bu özellikler ile çekirdekler 'dönel' çekirdek olarak adlandırılır.

Çekirdeklerin kollektif hareketlerinin çeşitli tiplerinin anlaşılmasında, çiftlenim korelasyon etkisinin temel bir rol oynadığı iyi bilinir. Bu nedenle Cranking Modeli formülleri, bağımsız parçacık modeline uygulandığında, kalan etkileşmeler ihmal edilir ve bu, atalet momentinin değerinin yaklaşık olarak bir katı cisminkine eşit olmasına neden olurr ancak katı cismin değeri, burada gözlemlenen değerden daha

büyüktür. BCS formunun temelinde, atalet momentinin teoriksel değerleri, dönen bir çekirdeğin Cranking Modeli içinde hesaplandı burada bir azalma vardır ve onlar deneysel değerlere [1-4] yaklaşırlar. Bu nedenle, teoriksel değer BCS teorisi ile fazlaca düşer. Şimdiye kadar, bu alan içindeki çoğu çaba, denge teorisi ve deneyleri başarılı hale getirmemiştir [5,6]. Wood ve Saxon gibi, daha gerçeğe uygun bir temel alan kullanıldığında, bir çiftlenim gücüne bağlı olan Fermi seviyesi yakınlarındaki yoğun seviyenin bu farklılığı azaltmayacağını birleştirildi [7]. Eklenecek olursa, Nilsson temel alanının kullanımında çiftlenim gücü, izospin ve deformasyona [6,8] bağlı olan farklılığı azaltamaz.

Çiftlenim korelasyonu veya temel alan üzerinde değişiklik yapılması, teori ve deney arasındaki tartışmalarda iyi bir sonuç vermeye yetmemiştir ve bu problem üzerindeki çalışmaların tümü, arta kalan korelasyonlar için araştırmaları dolaylı anlatır ve bu henüz göz önüne alınmadı. Böyle bir etkileşim belki artık nötron-proton çiftlenim korelasyonu olacaktır. Bununla birlikte, ağır çekirdeklerde, nötron ve protonlar farklı temel kabuklarda yerleşirler ve bunların arasındaki etkileşim, dalga fonksiyonlarının üstüste gelmesi yüzünden zayıftır.

Nükleonların bu korelasyon hareketleri, sadece nükleer bir deformasyona sebep olmaz, aynı zamanda diğer iyi olan ortak özelliklerin de katılmasına sebep olur. Deforme çekirdekler, çoğu parçacığın bu sıralanmış hareketlerinin bir sonucu olarak yüksek kuadrupol momente sahiptirler. Tam dolmamış kabuklar içindeki parçacık sayılarının yükselmesi, çift-çift çekirdekler içindeki temel hal durumlarında ilk 2^+ durumundan geçişler için E2 geçiş olasılıklarını azaltır.

Bundan başka, kabuk ve çiftlenim etkileri yakınca bağlantılıdır. Örneğin, verilen bir çekirdek için, nötron veya protonların çiftlenim aralık parametreleri Δ_n veya Δ_p , çekirdek içindeki tek-parçacık seviyelerinin dağılımı ve kalan çiftlenim etkileşmelerinin ikisine de bağlıdır. Bu gerçek, Strutinsky açıklamaları içindeki hesaplamalarda çoktandır bulunur [9]: ortalama seviye yoğunluğu (bu \overline{E}_p nin ifadelerinde açıkça görünür) Fermi seviyelerinde alınarak, kabuk düzeltme hesabı süresince bunlardan birinin belirlenmesi ile değiştirildi. Jensen ve Damgaard [10] ve daha sonra Diebel [11], ortalama çekirdekler içinde çiftlenim korelasyonunun integral hesaplamalarındaki Strutinsky seviye yoğunluğunu direkt olarak ortaya koydular.

[12] referansında, bu metot ²⁰⁸Pb durumu ve aktinit çekirdeklerin temel hallerine uygulandı. Bu sonuçlar tatmin edici olduğunda, biz nadir-toprak bölgesindeki çekirdeklerin temel hallerinde çalıştığımız bu metodu uyguladık.

Bu çalışmada ikinci bölümde, çekirdek modellerine değinilmiş, üçüncü bölümde ise nadir toprak elementlerinin sıvı damlası modeli, tek parçacık modeli, Cranking Modeli, katı cisim modeli ve süper akışkan modele göre atalet momentleri incelenmiş ve bunların deneyle sağladıkları uyum tartışılmıştır. Bu elementler ile ilgili yapılan çalışmalar üçüncü bölümün son başlığında sunulmuş olup, sonuçlar verilerek, tartışmalar yapılmıştır.

BÖLÜM 2. ÇEKİRDEK MODELLERİ

Çekirdek yapılarını kesin olarak açıklayan bir teori henüz bulunamamasına rağmen; bugüne kadar yapılan deneysel çalışmalarla çeşitli teorik modelleri ileri sürülmüştür. Bunların her birinin geçerliliği çekirdek sayısı ile orantılıdır. Bugün için geçerli olan bazı çekirdek modelleri şunlardır:

- 2.1. Sıvı Damlası Modeli
- 2.2. Bağımsız Parçacıklı veya Tabakalı Çekirdek Modeli
- 2.3. Tek Parçacık Modeli
 - 2.3.1. Nilsson Modeli
- 2.4. Çekirdeklerin Süperakışkan Modeli
- 2.5. Kollektif Model

2.1. Sıvı Damlası Modeli

Nükleonların birbirleri üzerine uyguladıkları çekici kuvvetler, çok kuvvetli olmakla beraber, erimleri çok kısadır. 3 fm civarında bir uzaklığa kadar, iki proton arasındaki çekirdek çekimi, aralarındaki elektriksel itmeden yaklaşık 100 kat daha fazladır. Protonlarla protonlar, protonlarla nötronlar ve nötronlarla nötronlar arasındaki çekirdek etkileşmelerinin özdeş oldukları gözlenmektedir.

Nükleonların hiçbir özelliği bu çekirdek modeli ile açıklanamaz. Sıvı damlası modeli ilk defa Bohr ve Wheeler (1939) tarafından çekirdeklerin bölünmesi ile ilgili teoriler içinde kullanılmıştır [13]. Bu nedenle, sıvı damlası modeli Bohr ve Wheeler'in sıvı damlası modeli olarak da isimlendirilmektedir. Bu modele göre, çekirdek bölünmeleri şu iki basamak halinde meydana gelir: 1) Nötron ve protonlar, farklı serbestlik derecelerinde geçici olarak gruplanırlarken çekirdek içerisinde artan enerji fazlalığının depolanarak tutulduğu basamak. Bu basamakta meydana gelen yüksek seviyede uyartılmış (A,Z) ile sembolize edilen bileşik çekirdek, termik titreşim yapan bir sıvı damlasına benzetilebilir.

2) Enerjinin yeterli bir kısmının bileşik çekirdeği bölünmeye zorlayacak şekilde potansiyel enerjiye dönüşüp, çekirdek parçalanmasının gerçekleştiği basamak. Nükleonları arasındaki dengelenmemiş kuvvetler nedeni ile bu bileşik çekirdek yaklaşık 10⁻¹⁵ sn sonra, iki parçalı simetrik olmayan bir şekil alabilir.



Şekil 2.1. Sıvı damlası modeline göre, bir çekirdeğin uyarılıp iki ürün çekirdeğin meydana gelişine ait basamaklar

Çekirdeğin bir sıvı damlası gibi düşünülmesinin, nükleon başına düşen bağlanma enerjisinin gözlenen kütle sayısıyla değişimini nasıl açıkladığına bakalım ve işe her nükleon-nükleon bağına ilişkin enerjinin aynı bir U değerinde olduğunu kabul ederek başlayalım. Kuvvetler çekici olduğundan bu enerji gerçekte negatiftir, ancak genellikle pozitif olarak yazılır, çünkü bağlanma enerjisi pozitif bir büyüklük olarak düşünülür.

Bir çekirdekteki A tane nükleonun hepsi içte olsaydı, çekirdeğin bağlanma enerjisi:

$$E_h = 6AU \tag{2.1}$$

olurdu. (2.1) denklemi basit bir biçimde;

ile verilir. E_h enerjisi bir çekirdeğin hacim enerjisi diye anılır ve A ile doğru orantılıdır.Bu tür nükleonların sayısı, çekirdek yüzeyinin büyüklüğüne bağlıdır. R yarıçaplı bir çekirdeğin yüzölçümü $4\pi R^2 = 4\pi R_0^2 A^{2/3'}$ dir. Dolayısıyla bağlanma sayısı en büyük değerden az olan nükleonların sayısı, $A^{2/3}$ ile orantılı olup bağlanma enerjisini;

$$Y \ddot{u}zey \ Enerjisi \qquad E_{\rm y} = -a_2 \ A^{2/3} \tag{2.3}$$

kadar azaltır. Negatif E_y enerjisi, bir çekirdeğin yüzey enerjisi diye adlandırılır. Bu en çok hafif çekirdeklerde önemlidir; çünkü bunlarda nükleonların daha büyük bir kesri yüzeydedir. Doğal sistemler her zaman en düşük potansiyel enerjili yerleşimlere doğru giderler.

Bir çekirdekteki her pozitron çifti arasındaki elektriksel itme de bağlanma enerjisini azaltmaya katkıda bulunur. Bir çekirdeğin E_c Coulomb enerjisi, Z tane protonu, sonsuzdan çekirdek büyüklüğünde bir küresel topluluğa getirmek için yapılması gereken iştir. Birbirinden r uzaklığındaki bir çift protonun potansiyel enerjisi şöyledir:

$$V = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Z(Z-1)/2 tane proton çifti olduğundan;

$$E_{c} = \frac{Z(Z-1)}{2}V = -\frac{Z(Z-1)e^{2}}{8\pi\varepsilon_{0}} \left(\frac{1}{r}\right)_{ort}$$
(2.4)

bulunur. Burada (1/r)_{ort}, 1/r' nin tüm proton çiftleri üzerinden ortalaması alınmış değerdir. Protonlar R yarıçaplı bir çekirdek içine düzgün olarak dağılmışlarsa (1/r)_{ort}, 1/R ve dolayısıyla 1/A^{1/3} ile orantılıdır:

Coulomb Enerjisi
$$E_c = -a_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}$$
 (2.5)

Coulomb enerjisi, çekirdek kararlılığına karşıt bir etkiden dolayı ortaya çıktığı için negatiftir.

Sıvı damlası modeli bundan ibarettir. Şimdi sonucun, gerçekle nasıl kıyaslandığında bakalım:

Bir çekirdeğin E_b toplam bağlanma enerjisi, hacim, yüzey ve coulomb enerjilerinin toplamına eşit olmalıdır:

$$E_b = E_h + E_y + E_c = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}$$
(2.6)

Nükleon başına düşen bağlanma enerjisi ise şöyledir;

$$\frac{E_b}{A} = a_1 - \frac{a_2}{A^{1/3}} - a_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{4/3}}$$
(2.7)

Bağıntıda Düzeltmeler

Bağlanma enerjisi bağıntısı, basit sıvı damla modeline uymayan fakat çekirdek enerji düzeylerini göz önüne alan bir modelin çerçevesi içinde düşünebilen iki etkiyi hesaba katarak geliştirilir. Bu etkilerden birisi, bir çekirdekteki nötronların sayısı protonların sayısını geçtiğinde ortaya çıkar. Bu durumda N ile Z'nin eşit olduğu durumdakinden daha yüksekteki enerji durumları doldurulabilir.

Pauli dışarlama ilkesinin her birine iki parçacık sınırlaması getirdiği en üstteki nötron ve proton enerji düzeylerinin aynı ε aralığına sahip olduklarını kabul edelim. Örneğin, N-Z=8'lik bir nötron fazlalığı oluşturmak için, N=Z olan bir ilk çekirdekte 1/2(N-Z)=4 nötronun protonların yerine geçmesi gerekir. Yeni nötronlar, yerlerine geçtikleri protonlara göre $2\varepsilon = 4\varepsilon/2$ kadar yüksek olan düzeylere yerleşeceklerdir. Yeni nötron sayısının 1/2(N-Z) olduğu genel durumda, her bir nötronun enerjisi

 $\frac{1}{2}(N-Z)\frac{\varepsilon}{2}$ kadar artacaktır. Gereken toplam iş şöyle bulunur:

$$\triangle \mathbf{E} =$$
yeni nötronların sayısı $\left(\frac{enerjideki artış}{yeni nötron}\right)$

$$= \left[\frac{1}{2}(N-Z)\right] \left[\frac{1}{2}(N-Z)\frac{\varepsilon}{2}\right] = \frac{\varepsilon}{8}(N-Z)^2$$

N=A-Z olduğundan; $(N-Z)^2=(A-2Z)^2$ ve;

$$\Delta E = \frac{\varepsilon}{8} (A - 2Z)^2 \tag{2.8}$$

bulunur. Bir çekirdekteki nükleonların sayısı ne kadar büyükse, enerji düzeyleri arasındaki ε aralığı o kadar küçük olup, ε ; 1/A ile orantılıdır. Bu sebepten N ile Z arasındaki farktan doğan E_a asimetri enerjisi şöyle yazılabilir:

Asimetri Enerjisi
$$E_a = -\Delta E = -a_4 \left(\frac{(A-Z)^2}{A}\right)$$
 (2.9)

Asimetri enerjisi negatiftir, çünkü; çekirdeğin bağlanma enerjisini azaltır.

Son düzeltme terimi proton ve nötron çiftlerinin oluşma eğiliminden dolayıdır. Çift-çift olanlar en kararlı çekirdekler olup, bunların beklenenden daha yüksek bağlanma enerjileri vardır. ${}_{2}{}^{4}$ He, ${}_{6}{}^{12}$ C ve ${}_{8}{}^{16}$ O gibi çekirdekler deneysel nükleon başına bağlanma enerjisinin tepelerinde yer alır. E_ç çiftlenme enerjisi çift-çift çekirdekler için pozitif, tek-çift ve çift-tek çekirdekler için 0, tek-tek çekirdekler için ise negatif olup, A ile A^{-3/4} şeklinde değişir. Dolayısıyla;

Çiftlenme Enerjisi
$$E_{\varsigma} = (\pm, 0) \frac{a_5}{A^{3/4}}$$
 (2.10)

İlk kez C. F. Von Weizsöcker tarafından 1935'de elde edilen, Z atom sayılı ve A kütle sayılı bir çekirdeğin bağlanma enerjisini veren ifade en son şu şekli alır:

$$E_{b} = a_{1}A - a_{2}A^{2/3} - a_{3}\frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}$$

Yarı Emprik Bağlanma Enerjisi $-a_{4}\left(\frac{(A-2Z)^{2}}{A}\right)(\pm,0)\frac{a_{5}}{A^{3/4}}$ (2.11)

Verilerle iyi bir uyum veren katsayılar ise şöyle verilmiştir:

 $a_1 = 14.1 \text{ MeV}$ $a_2 = 13.0 \text{ MeV}$ $a_3 = 0.595 \text{ MeV}$ $a_4 = 19.0 \text{ MeV}$ $a_5 = 33.5 \text{ MeV}$

2.2. Bağımsız Parçacıklı veya Tabakalı Çekirdek Modeli

Nükleonlar fermiyonlardır ve değişik çekirdek özellikleri, atom özelliklerinin Z ile periyodik olarak değişimini hatırlatacak biçimde, Z ve N ile periyodik olarak değişirler.

Bir atomdaki elektronların, ana kuantum sayısının değişik değerleriyle belirlenen "tabakalar"da konumlar işgal ettikleri düşünülebilir. En dıştaki tabakanın doluluk derecesi, atomun davranışının bazı önemli taraflarını belirleyen etkendir. Örneğin; 2, 10, 18, 36, 54 ve 86 elektron içeren atomların bütün elektron tabakaları tamamen doludur. Bu tür elektron yapıları yüksek bağlanma enerjilerine sahip olup, çok kararlıdırlar. Asal gazların kimyasal asallığı bu sebeptendir.

2, 8, 20, 28, 50, 82 ve 126 nötron yada protona sahip olan çekirdekler, onlarla aynı kütle numarasına sahip diğer çekirdeklere göre daha boldurlar. Bu da, yapılarının daha kararlı olduğuna işaret eder. Sihirli sayılar diye bilinen 2, 8, 20, 28, 50, 82 ve 126 sayılarının çekirdek yapısındaki önemine işaret eden başka kanıtlar da

vardır. Buna bir örnek, çekirdek yük dağılımlarının küresellikten ayrılma miktarının bir ölçüsü olan, çekirdek elektrik kuadrupol momentlerinin gözlenen değerleridir. Sihirli N ve Z'ye sahip olan çekirdeklerin; sıfır kuadrupol momentli, dolayısıyla da küresel, diğer çekirdeklerin ise yamuk şekilde oldukları gözlenmiştir.

Çekirdeğin tabaka modeli, bugün için en ümit verici çekirdek modeli olmakla birlikte, sihirli sayıların varlığını ve bazı diğer çekirdek özelliklerini, nükleonların bir ortak kuvvet alanındaki davranışları ile açıklama yönünde bir girişimdir.

Atomdakinden farklı olarak, bir çekirdeğin potansiyel enerji fonksiyonu tam olarak bilinmediğinden U(r) fonksiyonu varsayılmalıdır. Çekirdekteki nötron ve protonlar için durum kümeleri farklıdır, çünkü; protonlar çekirdek etkileşmesinin ötesinde elektriksel olarak da etkileşirler. Fakat, bu tür bir hesaptan çıkan enerji düzeyleri gözlenen sihirli sayılar dizisi ile uyuşmaz. Modelde temel bir şey eksiktir.

Problem, sonunda 1949'da birbiriden bağımsız olarak Maria Goeppert-Mayer ve J. H. D. Jensen tarafından çözüldü. Bir spin-yörünge etkileşmesi hesaba katılmalıydı. Tabaka modeli LS bağlaşımının sadece, normal yerleşimlerin de *l* değerlerini zorunlu olarak küçük olduğu en hafif çekirdekler için geçerli olduğunu kabul eder. S_i iç spin açısal momentumları bir S toplam spini oluşturmak üzere birbirleriyle bağlaşırlar. L_i yörünge açısal momentumları, bunlardan ayrı olarak bir L toplam yörünge momentumu oluşturmak üzere birbirleriyle bağlaşırlar. Daha sonra S ve L, birbiriyle bağlaşarak, büyüklüğü $\sqrt{J(J+1)}$ ħ olan bir j toplam açısal momentumunu oluştururlar. Daha ağır çekirdekler ji bağlaşımı gösterirler. Bu durumda önce parçacığın S_i ve L_i'si bağlaşarak o parçacık için büyüklüğü $\sqrt{J(J+1)}$ ħ olan bir J_i oluşturur, sonra değişik J_i' ler birbirleriyle bağlaşarak J toplam açısal momentumunu oluştururlar.

Spin-yörünge etkileşmesi, belli bir j'ye karşılık gelen J_i'nin 2j+1 tane mümkün yönelimi olduğundan, 2j+1 alt duruma yarar. Her çekirdek tabakasındaki çekirdek durumlarının sayısı, yükselen enerji sıralandırmasıyla 2, 6, 12, 8, 22, 32 ve 44'tür.

Dolayısıyla tabakalar, bir çekirdekte 2, 8, 20, 28, 50, 82 ve 126 nötron ve proton bulunduğunda dolmuştur.

Bu çekirdek modelinin geçerliliği, çok hafif çekirdekler ile, sihirli sayılar yakınındaki ağır çekirdekler için deneysel olarak kanıtlanmıştır.

Tabaka modeli, sihirli sayılardan başka, bir çok çekirdek olgusunu da açıklar. Zıt spinli iki parçacık tarafından doldurulabilen enerji alt düzeylerinin varlığı, çift Z ve çift N'li çekirdeklerin bolluk eğilimini açıklar.

Tabaka modeli çekirdek açısal momentumlarını da açıklayabilir. Çift-çift çekirdeklerde, bütün proton ve nötronlar, birbirlerinin spin ve yörünge açısal momentumlarını yok edecek şekilde çekirdeklerde çiftlenmelidirler. Dolayısıyla, çift-çift çekirdeklerin çekirdek açısal momentumları gözlendiği gibi sıfır olmalıdır. Tek-tek çekirdeklerin her birinin bir fazla nötronu ve bir fazla protonu bulunup, bunların buçuklu spinlerinin vereceği toplam açısal momentum tamsayı olur. Bu açıklamalar deneyle doğrulanmıştır.

Bir çarpışmada enerji, bir nükleondan diğerine geçerek, ilk nükleonu daha düşük bir enerji durumunda, ikinciyi ise daha yüksek bir enerji durumunda bırakır. Fakat mümkün olan tüm daha düşük enerji durumları dolu olduğundan, enerji geçişi ancak dışarlama ilkesi çiğnenirse mümkün olabilir. Demek ki; dışarlama ilkesi nükleon-nükleon çarpışmalarını, çok sıkı paketlenmiş bir çekirdekte bile engellemekte, böylece de çekirdek yapısı için, birbirinden bağımsız parçacık yaklaşımını mümkün kılmaktadır.

2.3. Tek Parçacık Modeli

Tek parçacık modeli, ilk olarak Hartree-Fock metodu tarafından tanımlandı. Bu modele göre çekirdek içerisindeki nükleonlar, ortalama bir potansiyel alanı içinde birbirinden bağımsız olarak hareket ederler. Ancak çekirdek içerisinde bilinen ortalama bir alan olmadığından, Hartree-Fock metodu bu iki nükleon arasındaki etkileşim kuvvetinin bir potansiyele neden olabileceği ve bu şekilde etkileşen bütün nükleonların çekirdekte ortalama bir potansiyel alanı oluşturabileceğini matematiksel

olarak gösterdi [14]. Böylece tek parçacık modelinin temel problemi çözülmüş oluyordu.

İkinci olarak çekirdekteki bu potansiyeli tanımlamak gerekir. Bunun için benzer potansiyellerden yararlanıldı. Nötron veya proton sayısı sihirli sayıya tekabül eden çekirdeklerin küresel bir simetriye sahip olduğu bilinmektedir. Küresel çekirdekler için spin yörünge etkileşimli harmonik osilatör potansiyeli alındığında güzel sonuçlar verdi. Bununla birlikte bilgisayar teknolojisindeki büyük gelişmelerden sonra çok kompleks bir matematik ifadesi bulunan Wood-Saxon potansiyelinin çekirdeği çok iyi tarif edebileceği anlaşıldı.

Nötron ve proton sayısı sihirli sayılardan uzaklaştıkça çekirdeğin küresel simetrisi bozulur. Yeterince uzak bölgedeki çekirdekler bir eksene göre simetrik elipsoidal yapıya sahiptir. Bu tür çekirdeklere *'eksenel simetrik deforme çekirdekler''* denir. Bu çekirdeklerde küresel simetri bozulduğundan, artık harmonik osilatör veya Wood-Saxon potansiyeli çekirdeğe uygun değildir. Yeni bir potansiyel tanımlamak gerekir.

Tek parçacık düzeylerinin dizilişi, ortalama potansiyelinin simetrisine bağlıdır. Küresel çekirdekler tek parçacık durumları, onların enerji, parite, toplam açısal momentumu j ve onun izdüşümü m tarafından karakterize edilir. Sadece m değeri farklı düzeyler dejeneredir. Yani aynı enerjiye sahiptir. Eksenel simetrik deforme çekirdeklerde ise tek parçacık durumları onların enerji, parite, toplam açısal momentumun nükleer simetri eksenindeki izdüşümü K tarafından karakterize edilir. Toplam açısal momentum j ise iyi bir kuantum sayısı değildir. Eğer çekirdek, eksenel simetrik dahi olmayan bir yapıya sahipse bu durumda, j ve K'nın her ikisi de iyi kuantum sayısı olma anlamını kaybeder.

Şimdi, elipsoidal bir forma sahip dönel bir çekirdek düşünelim. Eğer onun biçimi çok hızlı değişmiyorsa, nükleonlar küresel olmayan bir potansiyele karşılık gelen yörüngelerde döneceklerdir. Böyle bir parçacık hareketi geri beslemeli gibi davranır ve nükleer biçimin değişmesine yardımcı olur. Korelasyonlu parçacık hareketi, elipsoidin formunu değiştirmeksizin onun uzaydaki yönelimini yavaşça değiştirebilir. Buna nükleer rotasyon denir. Rotasyonel çekirdekler kinetik enerji ve açısal momentumlarıyla karakterize edilir. Eğer rotasyonel frekanslar iç hareketin karakteristik frekansları ile karşılaştırıldığında küçükse, hareketin bu iki modu yaklaşık olarak birbirinden bağımsız kabul edilebilir. Gerçekte deforme çekirdeğin rotasyonel frekansları, çoğunlukla iç hareketin yüzey titreşim frekanslarından küçük olarak kabul edilebilir. Sonuç olarak rotasyonel ve iç titreşim hareketinin kuplajının ihmal edilebilir ve bu kabule dayanan *adiyabatik yaklaşımı* burada kullanabiliriz. Bu halde, tek parçacık hareketinin problemi, eksenel simetrik kuadrupol deforme ortalama bir alan içindeki harekete indirgenmiş olur.

Deforme bir potansiyelde, her bir küresel *j* alt kabukları yarılır. Yani, |m| üzerinden (2j+1)/2- katlı dejenerasyon kırılmış olur. Ancak halen her seviye iki katlı dejeneredir. Yani her bir durum $\pm m$ durumu, aynı enerjiye sahiptir. Bu dejenerasyon, zaman konfigürasyonuna karşı, bütün Hamiltonianlerin oldukça güzel bir özelliğidir [14].

2.3.1. Nilsson Modeli

Eksenel simetrik (simetri eksenine dik olan simetri yüzeyine sahip) bir potansiyeldeki hareket halindeki ilk makale, Nilsson tarafından yayınlandı [15]. Daha sonra bu çalışma Newton tarafından, eksenel simetrik olmayan çekirdeklere de genişletilmiştir. Nilsson'un böyle çekirdekler için önerdiği potansiyel, spin-yörünge etkileşimli ve açısal momentum katsayısı l^2 ile orantılı bir terim içeren anizotropik harmonik osilatör potansiyeliydi.

$$H_{av} = H_0^{av} + C_N ls + D_N l^2$$
(2.12)

$$H_{0}^{av} = -\frac{1}{2m}\Delta' + \frac{m}{2} \left(\omega_{x'}^{2} x' + \omega_{y'}^{2} y' + \omega_{z'}^{2} z' \right)$$
(2.13)

Buradaki l^2 ile orantılı terim, potansiyel kuyusunun tabanını yassılaştırarak, onu bir kare kuyuya yaklaştırır. x', y' ve z', parçacık orjinli koordinat sisteminin eksenleridir. H_{av} 'nin özdeğerleri, küresel simetrik (deformasyonun sıfır olduğu) özel durumda, Shell durumlarının düzgün sıralamasını verir. Bu şart, C_N ve D_N parametrelerinin uygun şekilde seçilmesiyle tamamlanabilir [15].

Sıvı damlası modelinin yaklaşımından yararlanarak, küresel bir çekirdeğin deforme olduğunda eksenel simetrik bir elipsoide dönüştüğünü düşünürsek, çekirdek sıkıştırılamaz kabul edildiğinden, elipsoid, küreyle aynı hacme sahip olacaktır. Şekil (2.2)'de gösterildiği gibi bu durumda büyük ve küçük eksenler,

$$a = R(1 + \varepsilon) \tag{2.14}$$

$$b = R / (1 + \varepsilon)^{1/2}$$
 (2.14b)

$$Hacim = \frac{4\pi}{3}ab^2 \tag{2.14c}$$

bağıntıları ile verilir. Buradaki ε deformasyon parametresidir ve obleyt deformasyon için negatif, proleyt deformasyon için pozitif değere sahiptir. Yine Şekil (2.2)'den de görüldüğü gibi x've y' eksenleri birbirine eşit olduğundan, $\omega_{x'} = \omega_{y'}$ 'dür. ω_x ve ω_z frekansları, a ve b yarı eksenleriyle ters orantılı olarak;

 $\omega_x = \omega_0 R/b$

 $\omega_z = \omega_0 R / a$

ve bu durumda,

$$\omega_x = \omega_0 (1 + \varepsilon)^{1/2} \tag{2.15a}$$

$$\omega_z = \omega_0 / (1 + \varepsilon) \tag{2.15b}$$

şeklinde yazılabilir. Yine ω_x ve ω_z frekanslarını sıklıkla kullanılan δ parametresi cinsinden,

$$\omega_x = \omega_0 \left(\delta \right) \left(1 + \frac{2}{3}\delta\right)^{1/2} \tag{2.16a}$$

$$\boldsymbol{\omega}_{z} = \boldsymbol{\omega}_{0} \left(\delta \right) \left(1 - \frac{4}{3} \delta \right)^{1/2}$$
(2.16b)

olarak da yazabiliriz. Buradaki $\omega_{_0}(\delta)$

$$\omega_0(\delta) = \omega_0 \left(1 + \frac{1}{9} \delta^2 \right) \tag{2.17}$$

şeklinde olup, küçük ε değerleri için δ , $3\varepsilon/2$ 'ye eşit olarak alınabilir [16].



Şekil 2.2. Küresel bir çekirdek, eksenel simetrik bir elipsoide dönüştüğünde, hacmi sabit kalır

Burada, $\delta = 0$ için $\omega_0 \approx 41 A^{-1/3}$ MeV dir. δ deformasyon parametresi diğer bir β

deformasyon parametresine;

$$\delta \approx 0.95\beta$$

şeklinde bağlıdır. Şimdi de boyutsuz,

$$x = \sqrt{m\omega_0} x' \qquad y = \sqrt{m\omega_0} y' \qquad z = \sqrt{m\omega_0} z' \qquad (2.18)$$

koordinatlarını tanımlayalım. Bu durumda H_0^{av} , küresel $\overset{0}{H_0}$ ve deforme H_{δ} olmak üzere iki kısma bölünebilir.

$$H_0^{av} = H_0^0 + H_\delta$$
 (2.19a)

$$H_0^0 = \frac{\omega_0}{2} \left(-\Delta + r^2 \right)$$
(2.19b)

$$H_{\delta} = \omega_0 \delta \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} r^2 Y_{20}$$
(2.19c)

dalga fonksiyonu yazılırken $\overset{0}{H_0}$, l^2 , l_z ve s_z diyagonal terimlerine karşılık gelen kuantum sayıları; N (osilatör kuantalarının toplam sayısı), l, Λ , Σ terimlerinin kullanımı daha faydalı olacaktır. Operatör $j_z = l_z + s_z$, $K = \Lambda + \Sigma$ kuantum sayısına karşılık gelen H_{av} hamiltonyeniyle komuttur. Bu durumda parite korunur. Böylece H_{av} 'nin her bir öz durumu, K ve π kuantum sayılarıyla karakterize edilir. Açıkça,

$$\overset{0}{H} = \left| N l \Lambda \Sigma \right\rangle = \left(N + \frac{3}{2} \right) \omega_0 \left| N l \Lambda \Sigma \right\rangle$$
(2.20)

şeklindedir. *l.s* operatörü,

$$N = N' \qquad l = l' \qquad \Lambda = \begin{cases} \Lambda' \\ \Lambda' \pm 1 \end{cases} \qquad \Sigma = \begin{cases} \Sigma' \\ \Sigma' \mp 1 \end{cases}$$

 $r^2 Y_{20}$ için,

$$\Lambda = \Lambda' \qquad \Sigma = \Sigma' \qquad l = \begin{cases} l' & N = \begin{cases} N' \\ l' \pm 2 \end{cases} \qquad N = \begin{cases} N' \\ N' \mp 2 \end{cases}$$

seçim kurallarına uyan $\langle Nl\Lambda\Sigma|l\cdot s|Nl\Lambda\Sigma\rangle$ matris elemanına sahiptir. Burada, N ve $N\pm 2$ osilatör kabukları arasındaki kuplaj ihmal edilmiştir. Bununla birlikte, az sayıdaki durumlarda N ve $N\pm 2$ arasındaki kuplaj ihmal edilmeyebilir [17]

Bu halde Denklem (2.12) ve (2.13)'deki H_{av} Hamiltonyeni diyagonolize edilerek sistem çözülebilirse de , bu pek avantajlı bir yöntem değildir. Çünkü Denk.(2.19)'deki H_{δ} 'da bulunan r^2Y_{20} terimi, N(=2N+l) ana kabuğundaki bir durumu başka bir $N \pm 2$ durumuna bağlar[15]. Bunun yerine şu şekilde bir koordinat dönüşümünü tanımlamak daha yararlı olacaktır.

$$\xi = \sqrt{m\omega_{x'}} x' \qquad \eta = \sqrt{m\omega_{y'}} y' \qquad \zeta = \sqrt{m\omega_{z'}} z' \qquad (2.21)$$

Elipsoidal bir yapıya sahip olan çekirdeğimiz bu yeni ξ, η, ζ koordinat sisteminde, bir küreye dönüşmüştür. Ayrıca Hamiltonyenin $|n_1, n_2, n_3\rangle$ özdurumları birbirine dik olup, farklı ana kabuklar arasındaki kuplaj da elimine edilebilir.

Bu durumda Hamiltonyenimiz şu hale gelmiş oldu.

$$H_0^{av} = H_{\xi} + H_{\eta} + H_{\zeta}$$
(2.22a)
ve burada,

$$H_{\xi} = \frac{\omega_{x'}}{2} \left(-\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \xi^2 \right) \qquad H_{\eta} = \frac{\omega_{y'}}{2} \left(-\frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \eta^2 \right) \qquad H_{\zeta} = \frac{\omega_{z'}}{2} \left(-\frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} + \zeta^2 \right)$$
(2.22b)

şeklinde, enerji özdeğerleri $\Sigma(n_k + 1/2)\omega_k$ olan üç lineer osilatörün toplamı şeklinde yazılabilir. Böyle bir ifadenin çözümü daha basittir. n_1, n_2, n_3 durumlarının her biri, osilatörün uyarılmış durumlarına karşılık gelir. Elipsoidimiz küreye dönüştüğü için Hamiltonyenimizi de küresel koordinatlarda çözmek uygun olacaktır. Bu durumda Hamiltonyenimiz küresel ve deforme kısımları temsil eden,

$$H_0^{av} = \dot{H}_0 + H_\varepsilon \tag{2.23a}$$

$${}^{0}_{H_{0}} = \omega_{0}(\varepsilon) \frac{1}{2} \left(-\Delta + \xi^{2} + \eta^{2} + \zeta^{2} \right)$$
(2.23b)

$$H_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{6} \omega_0(\varepsilon) \left\{ \left(-\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \xi^2 \right) + \left(-\frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \eta^2 \right) - 2 \left(-\frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} + \zeta^2 \right) \right\}$$
(2.23c)

şeklinde iki kısma ayrılabilir.

Açısal momentum operatörümüz de yine bu yeni temsilde, örneğin x' ekenindeki bileşen için,

$$(l_{t})_{x'} = -i\left(\eta \frac{\partial}{\partial \zeta} - \zeta \frac{\partial}{\partial \eta}\right)$$
(2.24)

vb. şeklinde tanımlanabilir. Bu durumda Denk (2.12), (2.13),

$$H_{av} = H_t + H_{t'} \tag{2.25a}$$

$$H_{t} = \overset{0}{H}_{0} + H_{\varepsilon} + C_{N}l_{t} \cdot s + D_{N}l_{t}^{2}$$
(2.25b)

$$H_{t} = C_{N} (l - l_{t}) \cdot s + D_{N} (l^{2} - l_{t}^{2})$$
(2.25c)

haline gelmiş oldu. H_t , farklı N değerlerine sahip durumlar arasında tok olan matris elemanlarına sahiptir. Bu durum, H_t operatörü için N'nin iyi bir kuantum sayısı olduğu anlamına gelir. $|N_t, l_t, \Lambda_t \Sigma\rangle$ temsilinde H_t matris elemanları H_{av} 'nin matris elemanlarıyla aynıdır. Daha önce ihmal etmiş olmamızın aksine, H_t bir pertürbasyon gibi davranır ve ε üzerinden seriye açılabilir.

Hesaplamalarda genellikle, kolaylık sağlaması açısından C_N ve D_N parametreleri yerine boyutsuz μ ve χ parametreleri kullanılır.

$$\chi = -\frac{1}{2} \frac{C_N}{\omega_0} \qquad \qquad \mu = \frac{2D_N}{C_N} \tag{2.26}$$

ve χ 'ye bağlı bir deformasyon parametresi,

$$\eta = \frac{\delta}{\chi} \frac{\omega_0(\delta)}{\omega_0^0} = \frac{\delta}{\chi} \left(1 - \frac{4}{3} \delta^2 - \frac{16}{27} \delta^3 \right)^{-1/6}$$
(2.27)

şeklindedir. H_{av} 'nin deformasyona bağlı kısmı ise,

$$H_{\delta} = \delta \omega_0 \left(-\frac{4}{3} \right) \sqrt{\frac{\pi}{5}} r^2 Y_{20} = \chi \overset{0}{\omega}_0 \eta \left(-\frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} \right) r^2 Y_{20}$$
(2.28)

şeklindedir. Hamiltonyenin bu son durumu kullanılarak Nilsson tarafından elde edilen enerji değerleri Şekil (2.3)'deki gibidir [14].

Daha önce, tek parçacık enerji düzeylerinin sıfır deformasyon için shell modeliyle aynı değerlere sahip olacağını belirtmiştik. Bu durumda, dalga fonksiyonumuz shell model dalga fonksiyonları üzerinden,

$$\psi_{\Omega} = \sum a_{l\Lambda} \left| N l \Lambda \Sigma \right\rangle \tag{2.29}$$

şeklinde seriye açılabilir. Buradaki $a_{l\Lambda}$ katsayılarının hesaplanmasıyla, çözüm için uygun dalga fonksiyonları elde edilmiş olur. Deformasyon parametresi büyüdüğünde, dalga fonksiyonunun hesaplanması da daha kompleks bir hale gelir.



Şekil 2.3. Nilsson modeline göre, 8<Z<20 ve 8<N<20 bölgesindeki tek paçacık enerjileri. Deformasyonun sıfır olduğu durumda, shell modeli ile çakışır.

2.4. Çekirdeğin Süperakışkan Modeli

Atom çekirdeği içindeki çift süper akışkan korelasyonu tarif etmek için, matematiksel ifadelerin nasıl olduğunu açıklamalıyız. Bu teorinin orijinali, Bogolyubov, Cooper ve Schrieffer tarafından geliştirildi. Süper akışkan nükleer modelin temel eşitliklerini bir yolla türetmek mümkündür: temel bir metot üzerindeki değişik ilkeleri izlemeliyiz. Bu teori, [18,19,20,21,22] referanslarında açıklandı.

Hamiltonian nükleonların birbirlerini etkilediğini açıklamıştır. Bizim amacımız için;

$$H_0 = H_{av} + H_{pair} \tag{2.30}$$

yazmalıyız. Küresel çekirdekler için spin-orbit çiftlenimli osilatör potansiyeli veya Wood-Saxon potansiyeli (1.31) ve (1.32), deforme çekirdekler için Nilsson potansiyeli (1.78) ve (1.90) veya deforme Woods-Saxon (1.95) ve (1.96) potansiyellerini kullanacağız. Çiftlenim korelasyonu için kullanılan metotlar çok geneldir. Onlar ortalama alanın kesinliğine veya simetrik özelliklere bağlı kalmadılar. Biz, bu nedenle ilk olarak, genel formdaki temel eşitlikleri türetelim ve daha sonra bu eşitlikleri küresel ve deforme çekirdekler için kullanışlı hale getirelim. Çiftlenim korelasyonu çalışmalarında genellikle farklı kuantum sayıları ile özdeğerleri $\sigma \pm 1$ kuantum numaralarında tam yerleştirilir. Bu haller sadece zamanı tersine çevirme dönüşümlerinde σ 'nın işaretine göre farklılık gösterir. Bir kuantum numarası σ ; nükleer simetri ekseni üzerindeki açısal momentum izdüşümlerinin işaretini temsil edebilir. Biz, ortalama alandaki tek-parçacıkların yerini belirtmek için (q σ) 'yı kullanacağız. E(q) uygun enerjiyi gösterir. Bir nötronun durumu (s σ) ve proton un durumu da (r σ) ile belirtilir.

Süperakışkan nötron-proton korelasyonu, orta ve ağır çekirdeklerde yoktur. Ortalama alan potansiyeli, ayrılmayı düzenler ve bağımsız Schrödinger eşitliklerini, nötron ve protonlar için çözer. Buradan, nötron ve proton sistemleri, bağımsız kuasiparçacıklar modeli içinde ayrı davranırlar. Hamiltonian (2.30), böylece nötron ve protonlar içinde ayrılmıştır:

$$H_{o} = H_{o}(n) + H_{o}(p)$$
(2.31)

Çiftlenim etkileşmeleri G(q+, q-, q'-, q'+) için genellikle problemin çözülebildiğini göstermiştir. Bu nedenle biz (3.54) yaklaşıklığını kullanmalıyız, yani biz G(q+, q-, q',q'+) ile en baştaki sabiti, fonksiyonda yerine yazmalıyız. Çiftlenim etkileşmeleri o zaman iki parametre ile karakterize edilir. Bu niceliklerden biri G_n nötron sistemi, diğeri G_z proton sistemi ile tanımlanır. Bu notasyonları kullanıp; (2.31) Hamiltonian'ini tekrar yazarsak;

$$H_{o}(n) = \sum_{s\sigma} \{E_{o}(s) - \lambda_{n}\}a_{s\sigma}^{+}a_{s\sigma} - G_{N}\sum_{s,s'}a_{s+}^{+}a_{s-}^{+}a_{s'-}^{-}a_{s'+}$$

$$H_{0}(p) = \sum_{r\sigma} \{E_{o}(r) - \lambda_{p}\}a_{r\sigma}^{+}a_{r\sigma} - G_{Z}\sum_{r,r'}a_{r+}^{+}a_{r-}^{+}a_{r'-}a_{r'+}$$
(2.32)

Burada $E_o(s)$ ve $E_o(r)$ yeniden normalleştirilemeyen tek parçacık enerjileridir

Parçacık sayılarının korunmamasına yol açan çiftlenim korelasyonunu tanımlamakta matematiksel yaklaşıklıklar kullanıldı. Bu etkiyi karşılamakta, biz bu parçacıkların sayısının ortalama olarak korunduğunu kabul edelim, yani bu durumlar;

$$N = \sum_{s\sigma} \left\langle \left| a_{s\sigma}^{+} a_{s\sigma} \right| \right\rangle; \qquad Z = \sum_{r\sigma} \left\langle \left| a_{r\sigma}^{+} a_{r\sigma} \right| \right\rangle, \qquad (2.33)$$

geçerlidir. Bu sembol <|.....|> ortalamanın altında çalışılan durumları gösterir. Lagrange çoğaltıcıları; (2.33) eşitliklerinin yerine getirilmesini sağlamak için ortaya atıldı. Bu Lagrange çoğaltıcıları λ n ve λ p genellikle 'kimyasal potansiyeller' olarak adlandırılırlar. Hamiltonian'in başına $-\lambda_n N$ ve $-\lambda_p Z$ terimleri eklemek kullanışlıdır. Bunun anlamı; tek-parçacıklı sistemlerin enerjileri λ_n ve λ_p enerji değerinden dolayı sıfır enerjili sayılmazlar, yani bu; nötron ve proton sistemlerinin yerini tutan kapalı Fermi enerji seviyesi değerleridir. Biz,örnek olarak nötron sistemini göz önüne alalım. Hamiltonyen (2.32) o zaman

$$H_{o}(n) = \sum_{s\sigma} \{E_{o}(s) - \lambda_{n}\}a_{s\sigma}^{+}a_{s\sigma} - G_{N}\sum_{s,s'}a_{s+}^{+}a_{s-}^{+}a_{s'-}a_{s'+}$$

yazılır. Yaratma ve yok etme operatörleri genel antikomutatif ilişkilere uyar:

$$a_{s\sigma}^{+}a_{s\sigma'}^{+} + a_{s\sigma'}^{+}a_{s\sigma}^{+} = \delta_{ss}^{-}\delta_{\sigma\sigma'} \quad , \tag{2.34}$$

$$a_{s\sigma}a_{s'\sigma'} + a_{s'\sigma'}a_{s\sigma} = 0 \quad , \tag{2.35}$$

$$a_{s\sigma}^{+}a_{s\sigma}^{+} + a_{s\sigma}^{+}a_{s\sigma}^{+} = 0 \quad .$$
(2.36)

 $a_{s\sigma}^+$ ve $a_{s\sigma}$ operatörlerinin lineer dönüşümleri, kuasiparçacık operatörleri ile parçacık operatörlerini eski yerine koymak için kullanılır. Bu dönüşümler şöyle bir ifade ile tanımlanırlar:

$$a_{s\sigma} = u_s \alpha_{s,-\sigma} + \sigma v_s \alpha_{s\sigma}^+, \qquad a_{s\sigma}^+ = u_s \alpha_{s,-\sigma}^+ + \sigma v_s \alpha_{s\sigma}^-.$$
(2.37)

Yeni operatörler $\alpha_{s\sigma}^+$ ve $\alpha_{s\sigma}$; (2.23), (2.24) ve (2.25) arasındaki ilişkileri doğrular yani bu operatörler fermiyonları tanımlarlar. Eğer eşitlik;

$$\eta_s = u_s^2 + v_s^2 - 1 = 0 \tag{2.38}$$

ise, u_s ve v_s tüm gerçek fonksiyonlar için geçerlidir.

(2.37) eşitliği (2.38) eşitliğinin ters dönüşümlerini bulmakta kullanılır, yani bu ilişki;

$$\alpha_{s\sigma} = u_s a_{s,-\sigma} + \sigma v_s a_{s\sigma}^+ \tag{2.39}$$

ile verilir. Nötronların çift sayılı sisteminden oluşan temel durum, kuasiparçacık vakum ile tanımlanır. Dalga fonksiyonu ψ_o 'ın karşılığı açıkça verilen eşitliklerden belirlenir.

$$\alpha_{s\sigma}\psi_{a} = 0, \qquad \psi_{a}^{*}\alpha_{s\sigma}^{+} = 0 \tag{2.40}$$

bunlar tüm $(s\sigma)$ 'lar için geçerlidir.

Biz ψ_o durumundaki $H_o(n)$ 'nin beklenen değerini bulmalıyız. $\langle |a_{s+}^+ a_{s-}^+ a_{s'-}^- a_{s'+}| \rangle$ ve $\langle |a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma'}| \rangle$ ifadeleri (2.40) eşitliklerinden kolayca bulunur ve bunların (2.34), (2.35) ve (2.36) ile komutasyonları belirlenir. Böylece;

$$\left\langle \left| a_{s\sigma}^{+}a_{s\sigma} \right| \right\rangle_{o} = \left\langle \left| (u_{s}\alpha_{s,-\sigma}^{+} + \sigma v_{s}\alpha_{s\sigma})(u_{s}\alpha_{s,-\sigma} + \sigma v_{s}\alpha_{s\sigma}^{+}) \right| \right\rangle_{o} = v_{s}^{2} \left\langle \left| \alpha_{s\sigma}\alpha_{s\sigma}^{+} \right| \right\rangle_{o} = v_{s}^{2} \right\rangle$$

$$\left\langle \left| a_{s\sigma}^{+} a_{s-}^{+} a_{s-}^{+} a_{s-}^{+} a_{s-}^{+} + v_{s} \alpha_{s-}^{+} + v_{s} \alpha_{s+} \right| (u_{s} \alpha_{s+}^{+} - v_{s} \alpha_{s-}) (u_{s} \alpha_{s+}^{+} - v_{s} \alpha_{s-}^{+}) (u_{s} \alpha_{s+}^{+} - v_{s} \alpha_{s+}^{+}) | e_{s} \alpha_{s+}^{+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+}^{+} \alpha_{s+}^{+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+}^{+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+}^{+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+}^{+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+}^{+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} | e_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+} \alpha_{s+}$$

ve $H_o(n)$ 'in beklenen eşitliği;

$$\langle |H_o(n)| \rangle_o = 2\sum_s \{E_o(s) - \lambda_n\} v_s^2 - G_N \left(\sum_s u_s v_s\right)^2 - G_N \sum_s v_s^4.$$

Ortalama alan potansiyelinin deneysel olarak bulunduğunu hatırlamalıyız ve sonuç, nükleer Hamiltonian'in farklı terimlerinin katkısını içerir. Özellikle, çiftlenim etkileşmeleri de ortalama alana katkıda bulunur. Burada ikinci terim olan $-G_N \sum_{s} v_s^4$ terimi ortalama nükleer Hamiltonyen'in içine dahil edilmelidir. Bu
yüzden tek parçacıklı enerjiler yeniden normalleştirilebilir;

$$E(s) = E_o(s) - \frac{G_N}{2} v_s^2$$
(2.41)

 $-G_N \sum_s v_s^4$ terimi nükleer ortalama alan çiftlenimi ile çiftlenim korelasyonunun karakteristiklerini tanımlar. Örneğin G_N değiştiği zaman tek-parçacık seviyeleri (2.41)'de gösterildiği gibi değiştirilmelidir. Eğer (2.41) normalleştirilmesi kullanılırsa, çiftlenim etkileşmeleri, ortalama alanın tek parçacıklı seviyelerinde kesin bir yaklaşıklık etkisi göstermez.

Yukarıdaki ψ_o (2.41) kullanılarak $H_o(n)$ 'nin ortalama değeri için verilen ifadeyi yeniden yazmalıyız;

$$\left\langle \left| H_{o}(n) \right| \right\rangle_{o} = 2 \sum_{s} \left\{ E(s) - \lambda_{n} \right\} v_{s}^{2} - G_{N} \left(\sum_{s} u_{s} v_{s} \right)^{2} - G_{N} \left(\sum_{s} u_{s} v_{s} \right)^{2}$$
(2.42)

 u_s ve v_s fonksiyonları (2.42)'in minimum olduğu koşulda belirlenecek. μ_s Lagrange çoğaltıcıları eklendiğinde bu ekleme yapılması koşuluyla geçerlilik sağlanır. δu_s ve δv_s değişiklikleri yapıldığı zaman bağımsız form elde edilir. Bir ekstremum enerji ise;

$$\delta\left\{\left\langle \left|H_{o}(n)\right|\right\rangle_{o}\mp\sum_{s}\mu_{s}\eta_{s}\right\}=0$$
(2.43)

(2.43) değişikliği iki eşitliğe yol açar:

$$2\{E(s) - \lambda_n\}v_s - 2G_n u_s \sum_{s'} u_{s'} v_{s'} - 2\mu_s v_s = 0$$

$$-2G_N v_S \sum_{s'} u_{s'} v_{s'} - 2\mu_s u_s = 0$$

 μ_s niceliği hesaba katılmayacaktır. Bu yüzden ilk eşitlik u_s ile, ikinci eşitlik v_s ile çoğaltılarak sonuç eşitliği çıktı. Bu sonuç;

$$2\{E(s) - \lambda_n\} u_s v_s - (u_s^2 - v_s^2) G_N \sum_{s'} u_{s'} v_{s'} = 0$$
(2.44)

Bu eşitliği (2.33) deki şu eşitlikle tamamlamalıyız:

$$N = 2\sum_{s} v_s^2 \tag{2.45}$$

Buradaki $2v_s^2$ niceliği s seviyesindeki parçacık yoğunluğudur. $2u_s^2 = 2(1 - v_s^2)$ ise hol yoğunluğunun karşılığıdır.

(2.43) eşitliği iki çözüm içerir. Birinci çözüm $u_s v_s = 0$ bu sıradandır ve bağımsız parçacıklara uyar. v_s ve u_s fonksiyonları o zaman derece fonksiyonlarına eşittir.

$$u_s = 1 - \theta_F(s), \qquad v_s = \theta_F(s) \tag{2.46}$$

Burada, eğer $E(s) < \lambda_n$ ise $\theta_F(s) = 1$ ve $E(s) > \lambda_n$ ise $\theta_F(s) = 0$ olur. Dalga fonksiyonunun karşılığı;

$$\Psi_o^o = \prod_{s < F} a_{s+}^+ a_{s-}^+ \Psi_{oo} , \qquad (2.47)$$

Burada;

$$a_{s\sigma}\psi_{oo} = 0 \tag{2.48}$$

s<F sembolünün anlamı $E(s) < \lambda_n$ 'dir. Fermi seviyesine kadar tüm seviyeler doldurulmuştur. Kalan durumlar boştur.

(2.43)'ün diğer çözümü önemlidir. Bu korelasyon fonksiyonunu karakterize eder.

$$C_n = G_N \sum_s u_s v_s \tag{2.49}$$

Bu çözümler şu formlar içinde aranmalıdır:

$$u_s^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{E(s) - \lambda_n}{\varepsilon(s)} \right\}, \qquad v_s^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{E(s) - \lambda_n}{\varepsilon(s)} \right\}.$$
(2.50)

(2.49) ve (2.50); (2.43)'de yerine yazılırsa;

$$u_s v_s = \frac{1}{2} \frac{C_n}{\varepsilon(s)}.$$
(2.51)

Diğer yandan (2.50) ifadesinden;

$$u_{s}^{2}v_{s}^{2} = \frac{1}{4}\frac{\varepsilon(s)^{2} - \{E(s) - \lambda_{n}\}^{2}}{\varepsilon(s)^{2}}$$

yazılır. Bu ifade (2.51)'in düzeltilmesi ile elde edilir.

$$\varepsilon(s) = \sqrt{C_n^2 + \{E(s) - \lambda_n\}^2}$$
(2.52)

(2.51) ifadesi (2.49)'da yerine koyulur ve sonuç eşitliği C_n ile bölünür, (2.45) akılda tutulursa, sonuç olarak sistemdeki C_n ve λ_n niceliği belirlenir:

$$1 = \frac{G_N}{2} \sum_{s} \frac{1}{\sqrt{C_n^2 + \{E(s) - \lambda_n\}^2}}$$
(2.53)

$$N = \sum_{s} \left\{ 1 - \frac{E(s) - \lambda_n}{\sqrt{C_n^2 + \{E(s) - \lambda_n\}^2}} \right\}$$
(2.54)

Temel durum enerjisi (2.42) ve (2.49)' dan şöyle bulunur:

$$\varepsilon_{o}^{n} = \sum_{s} 2E(s)v_{s}^{2} - C_{n}^{2} / G_{N}$$
(2.55)

 \mathcal{E}_o^n niceliğinin mutlak anlamı yoktur. Bu nedenle bu ifade, göreli niceliklerin hesaplanması için kullanılır. Örneğin, uyarılmış enerjilerin hesaplanması, deformasyon veya G_N üzerindeki temel hal enerjilerinin bağlılığının çalışılması vb. durumlarda kullanılabilir.

Biz dalga fonksiyonunun temel halini bulalım. ψ_o 'ı şu formda farz edelim:

$$\Psi_{o} = \prod_{s'} \left(u_{s'} + v_{s'} a_{s'+}^{+} a_{s'-}^{+} \right) \Psi_{00}$$

ve u'_{s} ve v'_{s} bilinmeyen niceliklerin bulunması için (2.40) kullanılabilir. Yani; $\alpha_{s:+}\psi_{o} = (u_{s}a_{s-} + v_{s}a^{+}_{s+})\prod_{s'}(u'_{s'} + v'_{s'}a^{+}_{s'+}a^{+}_{s'-})\psi_{oo}$ $= \prod_{s=s'}(u'_{s'} + v'_{s'}a^{+}_{s'+}a^{+}_{s'-})(-u'_{s}v'_{s}a^{+}_{s'+} + v_{s}u'_{s}a^{+}_{s+})\psi_{oo}$ $= (u'_{s}v_{s} - u_{s}v'_{s})a^{+}_{s+}\prod_{s=s'}(u'_{s'} + v'_{s'}a^{+}_{s'+}a^{+}_{s'-})\psi_{oo} = 0$

Bu bağıntılardan $u_s = u'_s$, $v_s = v'_s$ sonuçları ve temel halin dalga fonksiyonunu çıkar. Bu yüzden ;

$$\Psi_{o} = \prod_{s} \left(u_{s} + v_{s} a_{s+}^{+} a_{s-}^{+} \right) \Psi_{oo}$$
(2.56)

Nükleonların çiftlenim etkileşmeleri çekicidir ve G_N 'in değerleri genellikle yeterli büyüklüktedir. Nükleer temel hal bu nedenle süperakışkan haldir yani C \neq 0'dır. Bunun anlamı bu enerjinin bağımsız parçacık çözümü için sıradan enerjiye göre daha düşük olduğu gerçektir.

Proton sistemi de benzer niceliklerle karakterize edilir. Yani; korelasyon fonksiyonu C_p kimyasal potansiyel λ_p ve temel halin enerjisi \mathcal{E}_o^p ile verilir. Temel eşitliklerde doğal olarak (2.53)-(2.56) formlarıyla aynıdır.

(2.4) şekli süperakışkan ve normal çözümler için v_s^2 parçacık çiftlenim yoğunluğunu gösterir. Etkileşim sistem içindeki parçacık çiftlerinin her zaman Fermi seviyesinin altında kalmadığı açıktır.Onlar bazen Fermi seviyesi üzerindeki seviyelerde de yerleşebilirler. (2.5) şeklinde şematik olarak, ψ_{oo} durumunun (bağımsız parçacıklar modeli) karşılığı olan konumlar için tek-parçacıklı seviyeleri üzerindeki parçacık dağılımı ve ψ_o durumu (bağımsız kuasiparçacıklar modeli) gösterilmiştir. Şekil gerçekte belirli parçacık sayıları ile ikincil uzaydaki dalga fonksiyonunun izdüşümünü gösterir. Bir süperakışkan halin temel hal enerjisi, ψ_{00} hal enerjisinden daha küçüktür. Bunun anlamı kayıp olan kinetik enerji (parçacıklar bazen Fermi seviyesinin üzerinde olurlar, yani yüksek enerjili durumlar.) potansiyel enerji içindeki C^2/G kazancından daha küçüktür.



Şekil 2.4. Tek parçacık seviyeleri arasında parçacık çiftlenim yoğunluğunun dağılımıdır. Sürekli eğri süper akışkan hale uyar. Kesikli eğri normal duruma uyar. Apsis; kimyasal potansiyelin enerjiye göreliliğini verir. Kısa düşey çizgi, tek parçacık seviyelerinin pozisyonlarını gösterir.



Şekil 2.5. Tek parçacık seviyeleri arasında parçacık dağılımı. a) Bağımsız parçacık model b) Bağımsız kuasi parçacık modeli (izdüşüm)

Eğer etkileşim çekici güçlü ve sürekli G_N (veya G_Z) yada çok küçük değilse, nükleon etkileşmeleri süperakışkan çiftlenim korelasyonuna neden olur. Sıradan olmayan durum için çözüm (2.53) eşitliğinden bulunur ve geçerlidir.

$$\frac{G_N}{2} \sum_{s} \frac{1}{|E(s) - \lambda_n|} > 1 \tag{2.57}$$

(2.57) ifadesi sınırlı olmayan orta ve ağır çekirdeklerin hepsinde tam doludur. Bunun anlamı; süperakışkanlar uygun nükleer temel hallerdir.

Biz orta ve ağır çekirdeklerde süperakışkan nötron-proton çiftlenim korelasyonu olmadığını söylemeliyiz. Böyle bir korelasyon belki;

$$\left|\lambda_{n}-\lambda_{p}\right|<2C\tag{2.58}$$

olduğunda, yani nötron ve proton kimyasal potansiyelleri arasındaki farkın 2C' den daha küçük olması durumunda mümkündür.

Hafif çekirdeklerin çiftlenim korelasyon problemi epey karışıktır bu açıktır fakat bu problem, daha ağır çekirdeklerin problemlerinden daha az önemli bir rol oynar. Tüm kompleks problemler çalışılmıştır [23,24].

Çalışmalar, hafif bir çekirdek için temel hal enerjisinin, süperakışkan nötron-nötron ve proton-proton korelasyon çiftlenimi olup, nötron-proton korelasyonu olmadığı durumlarda, minimum olduğunu göstermiştir. Böylece bu da, kuasiparçacık modelinin çatısının hafif çekirdekler için süperakışkan nötron-proton korelasyonu çiftlenimi olmadığını gösterir.

Süperakışkan nükleer modelde kullanılan matematiksel yaklaşım metotları, parçacık sayısının korunmamasına yol açar. Temel halde nötron parçacık sayılarındaki standart sapma dalgalanmalarını hesaplayacağız, yani;

$$(\Delta N)^{2} = \left\langle \left| \left(\sum_{s\sigma} a_{s\sigma}^{+} a_{s\sigma} \right)^{2} \right| \right\rangle_{o} - \left\langle \left| \sum_{s\sigma} a_{s\sigma}^{+} a_{s\sigma} \right| \right\rangle_{o} \right|^{2} = \sum_{s} 4u_{s}^{2}v_{s}^{2} = \sum_{s} \frac{C_{n}^{2}}{C_{n}^{2} + \{E(s) - \lambda_{n}\}^{2}}$$

$$(2.59)$$

Açıkça, parçacık sayılarındaki dalgalanma küçük değildir,fakat eğer C_n sıfıra yaklaşırsa $(\Delta N)^2$ 'nin sıfır olacağı konusunda bir noktada birleşilir.

Parçacık sayısının korunma durumu (2.33) ile oluşturulabilir, yani ortalama parçacık sayısı doğru değere sahiptir. λ_n kimyasal potansiyeli için şöyle bir eşitlik yazılır:

$$\lambda_{n} = \frac{\delta \langle \left| H_{o}(n) \right| \rangle_{o}}{\delta N}, \qquad (2.60)$$

yani, bir nötron eklendiği zaman temel durum enerjisindeki λ_n eşitliği değişir.

Bu tartışma (2.53) ve (2.54) özel bir model içinde analitiksel olarak çözüldü. Farz edelim ki bu tek parçacık seviye yoğunluğu sabit ve enerji aralığı E_1 ve E_2 arasında $\overline{\ell}$ 'ye aşittir. Böyle bir durum, deforme olmuş bir çekirdeğin tek parçacık spektrumuna biraz benzerlik gösterir. E_1 ve E_2 sadece konumsal bir anlam içerir. Açıkça λ onlara yakın olmaz. Eğer tek bir kabuk modeline sahipsek, E_1 'in altı ve E_2 'nin üzerinde tek-parçacık seviyeleri yoktur. Seviyelerin toplam sayısı $\Omega = \overline{\ell}(E_2 - E_1)$ ve parçacıkların maksimum sayısı $N_{\text{max}} = 2\Omega$ 'dır.

(2.53) ve (2.54) 'deki ifadeler integrasyonda yerine yazılır ve böylece yeni eşitlikler şu formüllerle verilir.

$$1 = \frac{G\bar{\ell}}{2} \int_{E_1}^{E_2} \frac{dE}{\sqrt{C^2 + (E - \lambda)^2}},$$
(2.61)

$$N = \overline{\ell} \int_{E_1}^{E_2} \left\{ 1 - \frac{E - \lambda}{\sqrt{C^2 + (E - \lambda)^2}} \right\} dE$$
(2.62)

İntegrasyon alındıktan sonra sonuç;

$$C = \frac{1}{\sinh \frac{2}{G\overline{\ell}}} \sqrt{(E_1 - \lambda)^2 + (E_2 - \lambda)^2 - 2(E_1 - \lambda)(E_2 - \lambda)\cosh \frac{2}{G\overline{\ell}}}$$

$$\frac{N-\Omega}{2} = \sqrt{C^2 + (E_1 - \lambda)^2} - \sqrt{C^2 + (E_2 - \lambda)^2}$$

C' deki ikinci ifade yerine konur ve hiperbolik fonksiyonların özellikleri kullanılırsa;

$$\frac{E_1 + E_2}{2} - \lambda = \frac{N - \Omega}{2\overline{\ell}} \frac{1}{\tanh \frac{1}{\overline{G\ell}}} = \frac{N - \Omega}{2\overline{\ell}} \frac{e^{2/\overline{G\ell}} + 1}{e^{2/\overline{G\ell}} - 1}$$
(2.63)

sonuç olarak (2.63) ifadesinden C ifadesini yazmak için yararlanılır:

$$C = \frac{\sqrt{N(2\Omega - N)}}{\overline{\ell} \left(e^{1/G\overline{\ell}} - e^{-1/G\overline{\ell}} \right)}$$
(2.64)

Eğer N = 0 veya $N = 2\Omega$ ise çiftlenim korelasyonu olmadığı açıktır. $N = 2\Omega$ konumu dolu kabuklara uyar ve bu çiftlenim korelasyonunun olmadığı hem (2.57)'nin geçersizliği, hem de Fermi seviyeleri üzerinde kapalı dizilmiş tekparçacıklı seviyelerinin olmadığı durumda örneklerle açıklanabilir.

Eğer N = 2 veya $N = 2(\Omega - 1)$ ise korelasyon fonksiyonu küçüktür. Bu, parçacık veya hol sayılarının artması ile artar. Maksimum değere ulaşıldığında kabuklar yarım dolar, yani $N = \Omega$ 'dır. (2.63) ve (2.64) eşitliklerinden sonuç;

$$C = \frac{\Omega}{\overline{\ell}} \frac{1}{e^{1/G\overline{\ell}} - e^{-1/G\overline{\ell}}}, \qquad \lambda = \frac{E_1 + E_2}{2}$$

yani kimyasal potansiyel kabukların ortalamasıdır. Eğer $N,2\Omega$ 'ya yakın değilse bizim modelimiz, deforme çekirdeklerin konumuna benzerdir (E_1 ve E_2 nicelikleri kesik parametrelerdir ve onlar daha çok keyfi değerler alırlar). Asıl durumda $\overline{\ell}G < 1$ ve yaklaşık olarak;

$$C = \frac{\Omega}{\overline{\ell}} \sqrt{N(2\Omega - N)e^{-1/G\overline{\ell}}}, \qquad (2.65)$$

$$\frac{E_1 + E_2}{2} - \lambda \approx \frac{N - \Omega}{2\overline{\ell}}$$
(2.63')

olur. Yukarıdaki eşitlikler düşük enerjili süperakışkan çözümün, normal çözüme göre

daha iyi uyduğunu bir daha ispatlar. Parçacık sayısı yoğunluk dağılımı;

$$v^{2}(E) = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{E - \lambda}{\sqrt{C^{2} + (E - \lambda)^{2}}} \right\}$$

Eğer $G\overline{\ell} < 1$ ise şekil (3.4)'e benzer. Diğer yandan eğer $G\overline{\ell} > 1$ ise, parçacıklar mevcut aralıklarda tüm tek parçacıklı seviyeler boyunca hemen hemen izotropik dağılmışlardır.

2.5. Kollektif Model

Deformasyon modeli (bazen Nilsson modeli olarak da bilinir) kuadrupol momentlerini ve deforme olmuş çekirdeklerin spinlerini iyi açıklamasına rağmen, manyetik momentlerini, alçak enerjili uyartma spektrumlarını ve elektromanyetik geçiş olasılıklarını açıklayamaz. Bu nedenle Rotasyon Modeli de denilen ve kuvvetli deformasyona uğramış çekirdeklerin nükleonlarının kollektif hareketlerini incelemeye çalışan 'Kollektif Model' geliştirilmiştir[25]. Bu modele göre, bütün nükleonlar ortak bir dönme ekseni etrafında dönerek çekirdek spinine katkıda bulunurlar. Bu model için Hamilton operatörü;

$$H=H_{ic}+H_{rot} \tag{2.66}$$

şeklinde yazılabilir. Burada H_{ic} , iç hareketlere ait Hamilton operatörü ve H_{rot} ise rotasyon hareketine ait Hamilton operatörüdür. Çekirdeğin bir rotasyon elipsoidi gibi deforme olduğu varsayılırsa;

$$H_{rot} = \sum_{i=1}^{3} \frac{\hbar^2}{2\theta} R_i^2$$
(2.67)

yazılabilir. Burada, $R_i = R_1$, R_2 , R_3 kollektif rotasyonun açısal momentum operatörü ve θ ise, sistemin eylemsizlik momentidir. Buradan rotasyon enerjisi için;

$$E_{rot} = \frac{\hbar^2}{2\theta} I(I+1) \qquad I=0, 2, 4....$$
(2.68)

bulunur. Buradaki I; sistemin toplam açısal momentum kuantum sayısıdır. Eğer rotasyon hareketi yapan çekirdeğin bir iç açısal momentumu varsa, rotasyon enerjisi;

$$E_{rot} = \frac{\hbar^2}{2\theta} \Big[I \big(I + 1 \big) - K^2 \Big]$$
(2.68')

şekline girer. K iç açısal momentum vektörünün simetri ekseni üzerindeki izdüşümünü göstermektedir.

Yazılan bu enerji denkleminden de anlaşılacağı gibi, nükleonların çiftlenebileceği iç açısal momentumun her değeri için bir rotasyon tabakası oluşur. Bu tabakası sabit bir K için I'nın alabileceği değerler oluşturur.

BÖLÜM 3. ATALET MOMENTİ HESAPLAMALARI

3.1. Sıvı Damlası Modeline Göre Atalet Momenti İfadeleri

Atalet momenti *J* içinde nükleer sıvı-damla modelinin eşiti;

$$J_h = \frac{9}{8\pi} m A R^2 \beta^2 \tag{3.1}$$

ile verilir. Burada A; çekirdeğin kütle sayısını, β^2 ; deformasyon parametresini gösterir. R ise çekirdeğin yarıçapı olup $R^2 = (1, 24)^2 A^{2/3}$ ile verilir.

3.2. Cranking Modeli

Saf bir spektrum I(I+1)durumunda, sadece tek bir sabitin yani atalet momentinin hesaplanmasına ihtiyaç duyarız. Bu şimdiye kadar 2⁺ durumu ile belirlenmiştir ve bu nedenle küçük I değerleri için pertürbasyon teorisini uygulamak anlamlı görünür.

Biz, deforme bir potansiyelin pertürbe olmayan sistemi ile başlayalım ki bu sistemde Fermi seviyesinin üzeri doludur. Seviyelerin aşağısı hol olarak adlandırılır (index i,i',...); seviyelerin yukarısı da parçacık olarak adlandırılır (index m,m',....). Shell (kabuk) modelinin temel halinin esas sabitleri $|\phi_0\rangle$, ph durumları $|mi\rangle = a_m^+ a_i |\phi_0\rangle$, 2p-2h durumları ve daha üstü. Pertürbasyon $w.J_x$ bir tek parçacık operatörü ve bu nedenle bir zamanda uyarılmış sadece bir ph çifti vardır. Bu nedenle biz pertürbe olmuş dalga fonksiyonları için ilk yöntemi izlemeliyiz:

$$\left|\phi\right\rangle = \left|\phi_{0}\right\rangle + w \sum_{im} \frac{\left|\left\langle mi \left|j_{x}\right|\phi_{0}\right\rangle\right|}{\varepsilon_{m} - \varepsilon_{i}} a_{m}^{+} a_{i} \left|\phi_{0}\right\rangle, \qquad (3.2)$$

Burada; ε_i ve ε_m , Hamiltonyen'in (H) tek parçacık enerjileridir. j_x 'in beklenen değeri yukarıdaki birinci yöntem içindeki w'dan o zaman;

$$j = \langle \phi | j_x | \phi \rangle = 2w \sum_{mi} \frac{\left| \langle mi | j_x | \phi_0 \rangle \right|^2}{\varepsilon_m - \varepsilon_i}, \qquad (3.3)$$

bu denklem (3.78) ile birlikte atalet momentini verir;

$$J_{Inglis} = 2 \sum_{mi} \frac{\left| \left\langle m \left| j_x \right| i \right\rangle \right|^2}{\varepsilon_m - \varepsilon_i}.$$
(3.4)

(Moleküler fizik içindeki benzer bir formül Wick tarafından türetildi.[26]

Atalet momentinin bu sonuçları genellikle katı cisimlerin atalet momenti değerlerine çok yakındır [eşitlik (1.49)]. Aslında biz saf bir aniztropik osilatörün durumuna bakıp, buradan tam sonucunu bulacağız. Lüders [27]; geniş parçacık sayılarının limitinde her bir bağımsız parçacık modeli için bu sonuçları gösterdi [28,29,30,31,32].

Biz bu sonuçların üstünlüğünü anlamalıyız; temel hal içinde deforme olmuş statik potansiyelin hız dağılımı neredeyse izotropiktir ve bu gerçek Coriolis veya merkezcil kuvvetler ile dönme sistemlerinde değişmez. O zaman gerçek sistemde net bir akış yoktur ve laboratuar sisteminde katıların dönme hız dağılımına dikkat ederiz.

Bölüm 1.51 içine baktığımızda, deneysel atalet momenti, onların katı-cisim değerlerinden 2-3 kat daha küçüktür. Bohr ve Mottelson [33,34] her zaman artık ikicisim etkileşmesinin değerinin daha düşük olduğunu gösterdi. En önemli etkiler içindeki bu oran, çiftlenim çeşitlerinin korelasyonudur.

En önemli etkiler içinde ki bu oran, çiftlenim çeşitlerinin korelasyonudur. Bunlar BCS formu içine bir,tek-parçacık tanımlanmasıyla çok kolay dahil edilir ve bize Belyaev formülü olarak bilinen [35] formülü verir ve bu formülü Inglis formülü (2.28)'den üretilir ve çiftlenim korelasyonuna dahil edilir. Bu sonuç içinde, BCS temel hali (6.31) ve uyarılmalar, iki-kuasi parçacık durumları $\alpha_k^+ \alpha_{k'}^+ |BCS\rangle$, dört-kuasi parçacık durumları vs. tarafından verilirler. (3.2) eşitliği ile benzer olarak, biz pertürbe olan dalga fonksiyonlarını elde ederiz:

$$\left|\phi\right\rangle = \left|BCS\right\rangle + w \sum_{k < k'} \frac{\left\langle BCS \left|\alpha_{k'} \alpha_{k} j_{x} \right| BCS \right\rangle}{E_{k} + E_{k'}} \alpha_{k}^{+} \alpha_{k'}^{+} \left|BCS\right\rangle$$
(3.5)

Burada; $E_k + E_{k'}$, kuasi parçacık çifti k, k' nün uyarılma enerjisidir. Kuasi-parçacık enerjileri şöyle verilir:

$$E_{k} = \sqrt{\left(\varepsilon_{k} - \lambda\right)^{2} + \Delta_{k}^{2}}$$
(3.6)

Biz (3.3) ve (3.4) eşitliklerindeki gibi bir yöntemle, biz atalet momenti için bir ifade buluruz.

$$J_{Belyaev} = 2\sum_{k,k'} \frac{\left| \langle k | j_x | k' \rangle \right|^2}{E_k + E_{k'}} (u_k v_{k'} - u_{k'} v_k)^2.$$
(3.7)

(E.16) eşitliğinden, biz j_x^{20} yi bulabiliriz ve bu;

$$J_{Belyaev} = 2 \sum_{k,k>0} \frac{\left| \langle k | j_x | k' \rangle \right|^2}{E_k + E_{k'}} (u_k v_{k'} - u_{k'} v_k)^2.$$
(3.8)

şeklinde yazılır. Atalet momenti için bu formül, (3.4) ifadesine oranla gerçekten daha düşük değeri verir. İki etki, bundan sorumludur:

(i) Enerji katkısı (34) eşitliği içindeki parçacık-hol enerjilerinden daha büyüktür. Δ parametresi [(3.6) eşitliği], Fermi seviyesinin yakınlarındaki önemli seviyeler için bir aralıkta en azından $2\Delta \cong 2$ MeV 'dir.

(ii) $(u_k v_{k'} - u_k v_k)^2$ faktörü genellikle, bir dereceye kadar birden daha küçüktür.

Gerçek çekirdekler için sunulan sayısal hesaplamalar [36,37,38] dikkate değer tartışmalar ile deneysel değerleri gösterir. Bunları gelecek bölüm içinde göreceğiz, Inglis veya Belyaev formüllerinin kendi-tutarlı dalga fonksiyonlarının uygulamaları çok önemlidir ve bu deformasyonlardaki hesaplamalar minimum enerjiye uyar. Bu hesaplamaların çoğu, Nilsson dalga fonksiyonu ve enerjileri kullanılarak yapıldı, deneysel olarak dikkate edilen deformasyonlar Δ aralığının deneysel olarak belirlenen değerleri ile aynı gibidir [39].

Bu hesaplamaların başarısı, atalet momentinin çok küçük irrasyonel değeri ile çok büyük katı cisim değerlerini kabaca doğru vermesidir ve deforme olmuş çoğu katı sistem gibi, dönen çekirdeklerin şekilleri de doğru sonuçlar verir.

Elbette biz, atalet momenti üzerinde kalan etkileşimlerin etkilerini araştırabiliriz. Bu, lineer tepki teorisinin yapısı içinde yapılabilir. Teorinin bu çeşidinde, dış alan Coriolis operatörü j_x öz durumunu uyarılmış gerçek titreşimleri ile temsil edilir ve bunlar sırasıyla atalet momenti üzerindeki etkilerdir. Bu titreşimlerin iki çeşidi vardır yüzey salınımları (ph titreşimleri), bunlar gerilme etkilerine uyar ve salınımlar içindeki çiftlenim korelasyonlarıdır. Bu hesaplamaların net sonucu, etkilerin ikisinin de çok veya az iptal edilmesidir ve bize BCS teorisi tarafından, atalet momenti için (Şekil 3.1) aynı değerleri verir.

Biz şimdi j_x 'in beklenen değerinin, hesaplanan pertürbasyon teorisinin uygulamalarını yani atalet momentini tartışacağız. Benzer tarzda, dönel çekirdeklerin diğer özelliklerini hesaplayabiliriz, örneğin; jiromanyetik oran g_R veya ilk 2⁺ durumunun manyetik momenti. Manyetik moment μ , $|I, M = I\rangle$ (eşitlik B.31) durumu içindeki μ_z 'nin beklenen değeri gibi belirlenir ve Cranking modeli dalga fonksiyonu, açısal momentumun öz fonksiyonu değildir. En düşük yöntemde çok basit sonuçlar alacağız ve bunlar Cranking modelinin yaklaşık ifadeleri içinde kolayca anlaşılabilir.

$$\mu = \left\langle \phi_w \left| \mu_x \right| \phi_w \right\rangle. \tag{3.9}$$

Bununla birlikte jiromanyetik oran şöyle tanımlanabilir;

$$\mu = g_R \cdot j = g_R \cdot \left\langle \phi_w \left| j_x \right| \phi_w \right\rangle. \tag{3.10}$$

(3.22)'den, pertürbasyon teorisinin ilk yönteminden şunu elde ederiz:

$$g_{R} = \frac{1}{J} \sum_{k,k>0} \frac{\left(\langle k | j_{x} | k' \rangle \langle k' | \mu_{x} | k \rangle + c.c. \right)}{E_{k} + E_{k'}} (u_{k} v_{k'} - u_{k'} v_{k})^{2}.$$
(3.11)

Hesaplanan değerler ile bu formüller, sıvı damla değerinden; $g_R = Z / A$ daha düşüktür ve tartışmalar, deneysel bilgilerle [40] tam doğrudur.



Şekil 3.1. Nadir toprak elementlerinin atalet momenti. Kareler, deneysel değerleri [36] gösterir, çaprazlar, Belyaev formülü (2.32) den elde edildi. Açık halkalar, sadece gerilme etkisi (ph etkileşimi) hesaplar; eklemeler içinde, kapalı halkalar da antiçiftlenim etkisi (pp etkileşimi) [39] hesaplamaları içine alır.

Inglis Cranking modeli içinde atalet momenti için bir ifade türeteceğiz. Eksenel simetrik bir çekirdek ile açısal hız Ω 'nın bir dönmesini göz önüne alacağız; Dönme ekseni $O_x = O_x$, nükleer simetri ekseni O_z ' ne diktir. Bu sistem Schrödinger eşitliği açıklanır.

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi(x, y, z, t) = H\psi(x, y, z, t).$$

Standart kuantum mekaniği, katı sabitlenmiş dönme sistemindeki $\psi'(x', y', z', t')$ dalga fonksiyonunun terimleri içinde, laboratuar sistemindeki $\psi(x, y, z, t)$ dalga fonksiyonunun nasıl açıklandığını verir.

$$\psi(x, y, z, t) = e^{-i\Omega R_x^{\prime}} \psi'(x', y', z', t')$$

Burada R $_x$, dönme operatörünün x-bileşenidir. Dalga fonksiyonu sabit bir durumu açıklar ve bu nedenle,

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi = E\psi$$

Özdeğer eşitliğinin formülü o zaman;

$$(H + \Omega R_x)\psi = E\psi.$$
(3.12)

ile verilir. Diğer bir deyişle, dönme sistemi zamandan bağımsız Hamiltonien ile açıklanır:

$$H' = H + \Omega R_x \tag{3.13}$$

Nükleer rotasyona neden olan enerji düzeltmelerini hesaplamada pertürbasyon teorisini kullanalım. Pertürbe olmayan dalga fonksiyonu $|0\rangle$ ve $|i'\rangle$ çoğunlukla $\Omega = 0$ da hesaplandı. Bu H 'nin dönmedeki açısal hıza bağlı olmadığını söyler. İlk yöntem düzeltmesi yoktur, çünkü $\langle 0|R_X|0\rangle = 0$ dır.

İkinci yöntemdeki düzeltmeler temel hal enerji eşitindedir:

$$\Omega^{2} \sum_{i} \frac{\langle 0|R_{x}|i'\rangle\langle i'|R_{x}|0\rangle}{E(i')-E(0)},$$

Burada E(0) ve E(i') temel ve uyarılmış hallerin enerjileridir. İlerdeki görünür düzeltmeler dördüncü yöntemdedir, yani bu Ω^4 ile orantılıdır. R_x operatörünün hermitselliğini kullanarak formüldeki dönme sisteminin enerjisini elde ederiz:

Diğer bir şekilde, dönme enerjisinin eşiti $\frac{1}{2}J\Omega^2$ ile tanımlanır ve böylece atalet momenti ifadesi;

$$J = 2\sum_{i'} \frac{|\langle 0|R_x|i'\rangle|^2}{E(i') - E(0)}$$
(3.15)

 $J\Omega = \sqrt{I(I+1)}$ bağıntısını kullanmak yardımcı olur ve sonuçta alışılmış formülü elde ederiz;

$$E_I = E(0) + \frac{1}{2J}I(I+1)$$
(3.16)

3.3. Katı-Cisim Modeline Göre Atalet Momenti İfadeleri

Bohr ve Mottelson [32,33], bir katı cismin orbitalinin atalet momenti değerini şu şekilde verildiğni göstermişlerdir;

$$J = J_{rig} = \frac{2}{5}mAR^2$$
(3.17)

Böylece, sınırlı iki basit durum içindeki atalet momenti için ifadelere sahibiz; katı-cisim ve sıvı-damla modeli. Bunların oran eşitliği;

$$J_h / J_{rig} = 45\beta^2 / 16\pi = (\Delta R / R)^2$$

Burada, ΔR , elipsoidin uzun ve kısa ekseni arasındaki farktır. $\Delta R/R$; β ile yeniden oluşturuldu; $\Delta R/R = \frac{3}{4} (5/\pi)^{1/2} \beta.$

Nükleer atalet momentin deneysel belirttiği değerler, iki limit arasındadır, yani;

$$J_h < J_{exp} < J_{rig} \tag{3.18}$$

3.4. Süper Akışkan Modele Göre Atalet Momenti İfadeleri

Bağımsız kuasi-parçacık modeli içinde elde edilen atalet momentini genelleştirelim. Uygun formül aslında Belyaev [2] tarafından türetildi ve daha sonra çoğu zaman azalmada ve sayısal hesaplamalarda kullanıldı.

Dönen çekirdeğin Hamiltonien formülü,

$$H_{0}^{'} = H_{0}(n) + H_{0}(p) + \Omega \sum_{\substack{q,q'\\\sigma,\sigma'}} \langle q\sigma | j_{x} | q'\sigma' \rangle a_{q\sigma}^{+} a_{q'\sigma'}$$
(3.19)

$R_{_{X}}$ operatörü ikinci niceliksel formdaki gibi tekrar yazılabilir;

$$R_{x} = \sum_{\substack{q,q'\\\sigma,\sigma'}} \langle q\sigma | j_{x} | q'\sigma' \rangle a_{q\sigma}^{+} a_{q'\sigma'}$$
(3.20)

İleriki adımda σ izdüşümünün yerini yani kuantum numarası σ , σ' açıklayacağız. Eğer q ve $q'; K \neq \frac{1}{2}$ veya $K' \neq \frac{1}{2}$ ise, o zaman $\sigma = \sigma'$ olur ve böylece,

$$\langle q\sigma | j_x | q'\sigma' \rangle = \delta_{\sigma\sigma'} \langle q\sigma | j_x | q'\sigma \rangle;$$
 (3.21)

$$K = K' = \frac{1}{2}$$
 iken o zaman $\sigma = -\sigma'$ olur ve böylece

$$\langle q\sigma | j_x | q'\sigma' \rangle = \delta_{\sigma, -\sigma'} \langle q\sigma | j_x | q', -\sigma \rangle.$$
 (3.21')

Burada j_x operatörünün hermitselliğinden yararlanacağız, aslında matris elemanları $\langle q\sigma | j_x | q'\sigma' \rangle$ gerçektir ve zamanı tersine çevirme operatörünün özellikleri standarttır. Alttaki zaman çevirme operatörü açıkça;

$$\Im \langle q + | j_x | q' + \rangle = \langle (q' +) \Im^{-1} | \Im j_x \Im^{-1} | \Im (q +) \rangle$$

ve hatırlatma olarak;

$$\Im j_{x} \Im^{-1} = -j_{x}, \qquad \Im |q+\rangle = |q-\rangle, \qquad \qquad \Im |q-\rangle = -|q+\rangle,$$

biz simetri bağıntısını elde ederiz:

$$\left\langle q + \left| j_x \right| q' + \right\rangle = -\left\langle q' - \left| j_x \right| q - \right\rangle.$$
(3.22)

yardımcı olarak;

$$\Im \langle q + |j_x|q' + \rangle = \langle (q +)\Im^{-1} | \Im j_x \Im^{-1} | \Im (q' -) \rangle^*$$
$$= \langle q - |-j_x|(-1)q' + \rangle^* = \langle q - |j_x|q' + \rangle$$
(3.22')

yazılabilir.

Bağımsız kuasi-parçacık modelindeki atalet momentinin eşiti;

.

$$J = 2\sum_{i'} \frac{\left|\left\langle 0 \left| R_x \right| i' \right\rangle\right|^2}{E(i') - E(0)}$$

Uyarılmış durumlar $|i'\rangle$ parçacık-hol durumlarıdır çünkü (3.19)'daki $a_{q'\sigma'}$ operatörü bir holü yaratırken, $a_{q\sigma}^{+}$ operatörü bir parçacığı yaratır.

Bağımsız kuasiparçacık model içindeki benzer ifadeler nasıl ortaya çıktı? Biz çift-çift çekirdeklerin temel hali ile başlayacağız, bloke etkisi ihmal edilecek. İki-kuasiparçacık durumuna karşı (4.31) [15] dalga fonksiyonu;

 $\alpha_{q_1\sigma_1}^+\alpha_{q_2\sigma_2}^+\psi_0$

 $(\Psi_0, \text{temel halin dalga fonksiyonudur})$, bu uygun uyarılmış durumlara sadece adaydır. Sonraki adım olarak, (4.31) ve (4.22) dalga fonksiyonlarını kullanarak, $\langle 0|R_x|i'\rangle$ matris elemanlarını hesaplayacağız. Adlandırılan E(i) - E(0) enerji farkı, iki-kuasiparçacık durumu ve kuasiparçacık vakumu arasındaki enerji farkı ile yeniden oluşturulmalıdır, (4.31)'e göre eşitlik;

$$\xi_0(q_1,q_2) - \xi_0 = \varepsilon(q_1) + \varepsilon(q_2) \qquad \text{olur.}$$

Uygun matris elemanının eşitliği,

$$\left\langle \left| R_x \boldsymbol{\alpha}_{q_1 \sigma_1}^{\dagger} \boldsymbol{\alpha}_{q_2 \sigma_2}^{\dagger} \right| \right\rangle_0 = \boldsymbol{\sigma}_2 \left\langle q_2 \boldsymbol{\sigma}_2 \right| j_x | q_1, -\boldsymbol{\sigma}_1 \right\rangle \boldsymbol{u}_{q_1} \boldsymbol{v}_{q_2} - \boldsymbol{\sigma}_1 \left\langle q_1 \boldsymbol{\sigma}_1 \right| j_x | q_2, -\boldsymbol{\sigma}_2 \right\rangle \boldsymbol{u}_{q_2} \boldsymbol{v}_{q_1}$$
(3.23)

Eğer, $K_1 \neq \frac{1}{2}$ veya $K_2 \neq \frac{1}{2}$ ise, o zaman $\sigma_1 = -\sigma_2$ ve (3.22) kullanılarak, (3.23) içinde değişiklikler yapabiliriz:

$$\left\langle \left| R_x \alpha_{q_1 \sigma_1}^+ \alpha_{q_2 \sigma_2}^+ \right| \right\rangle_0 = \delta_{\sigma_1, -\sigma_2} \sigma_1 \left\langle q_1 \sigma_1 \right| j_x \left| q_2 \sigma_1 \right\rangle \left(u_{q_1} v_{q_2} - u_{q_2} v_{q_1} \right) \right\rangle$$

Diğer taraftan eğer $K_1 = K_2 = \frac{1}{2}$ ise; o zaman $\sigma_1 = \sigma_2$ ve (3.22)'ye göre tekrar yazabiliriz:

$$\left\langle \left| R_{x} \alpha_{q_{1}\sigma_{1}}^{\dagger} \alpha_{q_{2}\sigma_{2}}^{\dagger} \right| \right\rangle_{0} = \sigma_{1} \delta_{\sigma_{1}\sigma_{2}} \left\langle q_{1} \sigma_{1} \right| j_{x} \left| q_{2} - \sigma_{1} \right\rangle \left(u_{q_{1}} v_{q_{2}} - u_{q_{2}} v_{q_{1}} \right).$$

Sonuç olarak, enerji ifadesini (3.23) matris elemanlarını kullanarak tekrar yazacağız ve yukarıdaki aritmetik σ 'yı yerine getireceğiz. Sonuçta, atalet momentinin takip eden eşitliğini elde ederiz;

$$J = 4 \sum_{q_1, q_2} \frac{\left| \left\langle q_1 + \left| j_x \right| q_2 \pm \right\rangle \right|^2}{\varepsilon(q_1) + \varepsilon(q_2)} \left(u_{q_1} v_{q_2} - u_{q_2} v_{q_1} \right)^2$$
(3.24)

Matris elemanları içindeki yukarıdaki işaretlemeler $K_1 \neq \frac{1}{2}$ veya $K_2 \neq \frac{1}{2}$ durumlarına uyarken, daha düşük işaretler $K_1 = K_2 = \frac{1}{2}$ durumuna uyar. Çiftlenme faktörü $(u_{q_1}v_{q_2} - u_{q_2}v_{q_1})^2$ parçacık-hol durumlarının en büyük katkıyı verdiklerini gösterir. Toplam atalet momenti eşiti;

$$J = J_p + J_n \tag{3.25}$$

yani nötron ve proton katkılarını da içerir.

(3.24) ifadesi bir dereceye kadar azalma olduğunda, bloke etkisi hesaplar içinde verilir. O zaman atalet momenti eşiti;

$$J = 4\sum_{q_1q_2} \frac{\left|\left\langle q_1 + \left| j_x \right| q_2 \pm \right\rangle\right|^2}{\xi_0(q_1, q_2) - \xi_0} \left(u_{q_1}v_{q_2} - u_{q_2}v_{q_1}\right)^2 \prod_{q \neq q_1, q_2} \left(u_q u_q(q_1q_2) + v_q v_q(q_1q_2)\right)^2$$
(3.26)

Burada, $\xi_0(q_1, q_2)$ ve ξ_0 , sırasıyla (4.48) veya (4.21)'den belirlenir. Bu sonuç;

 $\prod_{q \neq q_1, q_2} \left(u_q u_q (q_1 q_2) + v_q v_q (q_1 q_2) \right)^2$ 'ye yakın bir değere sahiptir ve bu nedenle genellikle ihmal

edilir. Kuasi-parçacık vakumunun atalet momentinin hesaplamalarında bloke etkisi çok önemli değildir.



Şekil 3.2. 150<A<190 bölgesi içindeki deforme çekirdeklerin atalet momentleri. Deneysel atalet momentleri takip eden yolla gösterilmelidir. 1 (boş halkalar), gösterilen çift-çift çekirdekler tam çizgilerle bağlıdır. 2 (üçgen), tek Z çekirdeklerini gösterir.;3 (kareler) tek N çekirdeklerini gösterir. 4 (tek noktalı halkalar) tek-tek çekirdekleri gösterir. Kısa çizgiler, katı-cisim değerlerini gösterir. Nükleer süper akışkan model.

3.5. Nümerik Hesaplamalar ve Tartışma

Geliştirilen teori çerçevesinde yapılan sayısal hesaplamalar nadir toprak bölgesindeki çekirdekler ele alınarak irdelenmiştir. Bu çekirdeklerin katı cisim modeline göre atalet momentleri (3.17) eşitliği kullanılarak elde edilmiştir. Sıvı damlası modeline göre bulunan sonuçlar da (3.1) eşitliğinden yapılmıştır. Bu model kullanılarak yapılan hesaplamalarda deformasyon parametreleri [40] makalesinden alınmıştır. Deneysel değerler yine [40] ve [41] makalesinden alınmış ve bunlar nadir toprak bölgesindeki her bir element için ayrı ayrı şekillendirilmiştir. Hesaplanan bu atalet momentleri sırasıyla A ve deformasyon parametresi β^2 'nin bir fonksiyonu olarak çizilmiştir. RPA metodunda bulunan teoriksel hesaplamalarda yine her bir element için ayrı ayrı tablolarda gösterilmiştir.



Şekil 3.3. Ceryum elementinin atalet momentlerinin kütle sayısı (A)'ya bağlılığı. 1) Kesikli çizgiler katı cisim modeline göre çizilen atalet momentlerini, 2) (o) ile çizilen eğri ise sıvı damlası modeline göre hesaplanan değerleri gösterir.



Şekil 3.4. Ceryum elementinin atalet momentlerinin deformasyon parametresi β^2 'ye bağlılığı. 1) Kesikli çizgiler katı cisim modeline göre çizilen atalet momentlerini, 2) (o) ile çizilen eğri ise sıvı damlası modeline göre hesaplanan değerleri gösterir.



Şekil 3.5. Neodimium elementinin atalet momentlerinin kütle sayısı (A)'ya bağlılığı. 1) Kesikli çizgiler katı cisim modeline göre çizilen atalet momentlerini, 2) (o) ile çizilen eğri ise sıvı damlası modeline göre hesaplanan değerleri, 3) (+) ile verilen nokta deneysel değeri gösterir.



Şekil 3.6. Neodimium elementinin atalet momentlerinin deformasyon parametresi β^2 'ye bağlılığı. 1) Kesikli çizgiler katı cisim modeline göre çizilen atalet momentlerini, 2) (o) ile çizilen eğri ise sıvı damlası modeline göre hesaplanan değerleri, 3) (+) ile verilen nokta deneysel değeri gösterir.



Şekil 3.7. Samarium elementinin atalet momentlerinin kütle sayısı (A)'ya bağlılığı. 1) Kesikli çizgiler katı cisim modeline göre çizilen atalet momentlerini, 2) (o) ile çizilen eğri ise sıvı damlası modeline göre hesaplanan değerleri, 3) (+) ile verilen eğri deneysel değeri gösterir.



Şekil 3.8: Samarium elementinin atalet momentlerinin deformasyon parametresi β^2 'ye bağlılığı. 1) Kesikli çizgiler katı cisim modeline göre çizilen atalet momentlerini, 2) (o) ile çizilen eğri ise sıvı damlası modeline göre hesaplanan değerleri, 3) (+) ile verilen eğri deneysel değeri gösterir.



Şekil 3.9. Gadolinium elementinin atalet momentlerinin kütle sayısı (A)'ya bağlılığı. 1) Kesikli çizgiler katı cisim modeline göre çizilen atalet momentlerini, 2) (o) ile çizilen eğri ise sıvı damlası modeline göre hesaplanan değerleri, 3) (+) ile verilen eğri deneysel değeri gösterir.



Şekil 3.10. Gadolinium elementinin atalet momentlerinin deformasyon parametresi β²'ye bağlılığı.
1) Kesikli çizgiler katı cisim modeline göre çizilen atalet momentlerini, 2) (o) ile çizilen eğri ise sıvı damlası modeline göre hesaplanan değerleri, 3) (+) ile verilen eğri deneysel değeri gösterir.



Şekil 3.11. Disprosium elementinin atalet momentlerinin kütle sayısı (A)'ya bağlılığı. 1) Kesikli çizgiler katı cisim modeline göre çizilen atalet momentlerini, 2) (o) ile çizilen eğri ise sıvı damlası modeline göre hesaplanan değerleri, 3) (+) ile verilen eğri deneysel değeri gösterir.



Şekil 3.12. Disprosium elementinin atalet momentlerinin deformasyon parametresi β^2 'ye bağlılığı. 1) Kesikli çizgiler katı cisim modeline göre çizilen atalet momentlerini, 2) (o) ile çizilen eğri ise sıvı damlası modeline göre hesaplanan değerleri, 3) (+) ile verilen eğri deneysel değeri gösterir.



Şekil 3.13. Erbium elementinin atalet momentlerinin kütle sayısı (A)'ya bağlılığı. 1) Kesikli çizgiler katı cisim modeline göre çizilen atalet momentlerini, 2) (o) ile çizilen eğri ise sıvı damlası modeline göre hesaplanan değerleri, 3) (+) ile verilen eğri deneysel değeri gösterir.



Şekil 3.14. Erbium elementinin atalet momentlerinin deformasyon parametresi β^2 'ye bağlılığı. 1) Kesikli çizgiler katı cisim modeline göre çizilen atalet momentlerini, 2) (o) ile çizilen eğri ise sıvı damlası modeline göre hesaplanan değerleri, 3) (+) ile verilen eğri deneysel değeri gösterir.



Şekil 3.15. Itterbium elementinin atalet momentlerinin kütle sayısı (A)'ya bağlılığı. 1) Kesikli çizgiler katı cisim modeline göre çizilen atalet momentlerini, 2) (o) ile çizilen eğri ise sıvı damlası modeline göre hesaplanan değerleri, 3) (+) ile verilen eğri deneysel değeri gösterir.



Şekil 3.16. Itterbium elementinin atalet momentlerinin deformasyon parametresi β^2 'ye bağlılığı. 1) Kesikli çizgiler katı cisim modeline göre çizilen atalet momentlerini, 2) (o) ile çizilen eğri ise sıvı damlası modeline göre hesaplanan değerleri, 3) (+) ile verilen eğri deneysel değeri gösterir.



Şekil 3.17. Nadir toprak elementlerinin deneysel atalet momentlerinin kütle sayısı A'ya bağlılığının grafiği. 1) üçgen Neodimium elementini, 2) ters üçgen ile çizilen eğri Samarium elementinin, 3) beşgen yıldız ile çizilen eğri Gadolinium elementinin, 4) altıgen yıldız ile verilen eğri Disprosium elementinin, 5) yuvarlaklar ile verilen eğri Erbium elementinin, 6) kare ile veriln eğri ise İtterbium elementinin deneysel değerlerini gösterir.

Tablo 3.1. Ceryum elementi için RPA metoduna göre hesaplanan proton, nötron ve toplam atalet momenti değerleri ile elementin katı cisim modeli, sıvı damlası modeli ve deneysel değerlerinin sonuçları.

Çekirdek	N	Δ_N	Δ_P	λ_n	λ_p	J_n	J_p	J	β_{ram}	β_2	δ	J _{rig}	J_h	J_{exp}
¹⁴² ₅₈ Ce	84	0,79	1,16	-6,282	-7,718	2,88	4,76	7,66	0,1236	0,1185	0,1062	114,59	1,55	
¹⁴⁶ ₅₈ Ce	88	1,16	1,16	-5,715	-9,208	7,38	7,60	14,98	0,174	0,1642	0,150	120,02	3,23	
¹⁴⁸ ₅₈ Ce	90	1,15	1,16	-5,657	-10,210	13,98	11,42	25,4	0,246	0,2273	0,2127	122,72	6,62	
¹⁵⁰ ₅₈ Ce	92	1,12	1,16	-5,574	-11,188	21,96	14,5	36,46	0,311	0,2823	0,2696	125,55	10,75	

Tablo 3.2. Neodimium elementi için RPA metoduna göre hesaplanan proton, nötron ve toplam atalet momenti değerleri ile elementin katı cisim modeli, sıvı damlası modeli ve deneysel değerlerinin sonuçları.

Çekirdek	Ν	Δ_N	Δ_P	λ_n	λ_{p}	J_n	J_p	J	$m{eta}_{\scriptscriptstyle ram}$	β_2	δ	$J_{\it rig}$	J_h	J_{exp}
¹⁴⁴ ₆₀ Nd	84	0,79	0,97	-6,975	-6,654	3,28	7,14	10,44	0,1309	0,1252	0,1126	117,29	1,78	
¹⁴⁶ ₆₀ Nd	86	1,01	0,97	-6,667	-7,373	5,60	8,82	14,44	0,1524	0,1448	0,1313	120,02	2,48	
¹⁴⁸ ₆₀ Nd	88	1,16	0,97	-6,548	-8,201	9,62	13,1	22,78	0,2036	0,1905	0,1759	122,72	4,56	
¹⁵⁰ ₆₀ Nd	90	1,15	0,97	-6,470	-9,174	17,1	19,1	36,30	0,2848	0,2603	0,2468	125,55	9,08	43
¹⁵² ₆₀ Nd	92	1,12	0,97	-6,049	-9,761	18,6	18,5	37,24	0,274	0,2512	0,2375	128,35	8,58	

Tablo 3.3. Samarium elementi için RPA metoduna göre hesaplanan proton, nötron ve toplam atalet momenti değerleri ile elementin katı cisim modeli, sıvı damlası modeli ve deneysel değerlerinin sonuçları.

Çekirdek	Ν	Δ_{N}	Δ_P	λ_n	λ_p	J_n	J_p	J	$m{eta}_{\scriptscriptstyle ram}$	β_2	δ	$J_{\it rig}$	J_h	$J_{\rm exp}$
¹⁴⁴ ₆₂ Sm	82	1,06	1,412	-8,847	-5,044	0,44	2,08	2,50	0,0881	0,0854	0,0757	117,29	0,81	
$^{148}_{62}{ m Sm}$	86	0,919	1,514	-7,218	-6,430	6,12	4,4	10,52	0,1423	0,1356	0,1227	120,02	2,19	
$^{150}_{62}{ m Sm}$	88	1,009	1,164	-7,114	-7,144	11,44	10,1	21,56	0,1931	0,1812	0,1669	122,72	4,072	20
$^{152}_{62}{ m Sm}$	90	0,949	0,806	-7,534	-7,969	9,96	23,8	33,76	0,3055	0,2777	0,2650	125,55	10,66	49,26
¹⁵⁴ ₆₂ Sm	92	1,138	0,733	-6,897	-8,631	30,42	25,34	55,76	0,3410	0,3070	0,2963	128,35	13,56	73,17

Tablo 3.4. Gadolinium elementi için RPA metoduna göre hesaplanan proton, nötron ve toplam atalet momenti değerleri ile elementin katı cisim modeli, sıvı damlası modeli ve deneysel değerlerinin sonuçları.

	Ν	Δ_{N}	Δ_P	λ_n	λ_p	J_n	J_p	J	$m{eta}_{\scriptscriptstyle ram}$	β_2	δ	J_{rig}	J_h	$J_{\rm exp}$
¹⁵² ₆₄ Gd	88	1,16	1,04	-7,896	-6,125	10,56	13,82	24,38	0,212	0,1979	0,1835	128,35	5,11	24
¹⁵⁴ ₆₄ Gd	90	1,15	1,04	-7,786	-6,818	19,98	18,44	38,32	0,3104	0,2818	0,2695	131,18	11,26	46,6
¹⁵⁶ ₆₄ Gd	92	1,12	1,04	-7,484	-7,415	24,90	19,48	44,38	0,3378	0,3044	0,2937	134,03	13,62	67,42
¹⁵⁸ ₆₄ Gd	94	1,07	1,04	-7,148	-8,005	27,8	19,84	47,64	0,3484	0,3131	0,3033	136,91	14,81	75,41
¹⁶⁰ ₆₄ Gd	96	1,01	1,04	-6,787	-8,589	30,88	19,98	50,8	0,3534	0,3171	0,3079	139,81	15,56	79,68

Tablo 3.5. Disprosium elementi için RPA metoduna göre hesaplanan proton, nötron ve toplam atalet momenti değerleri ile elementin katı cisim modeli, sıvı damlası modeli ve deneysel değerlerinin sonuçları.

Çekirdek	N	Δ_N	Δ_P	λ_n	λ_p	J_n	J_p	J	$m{eta}_{ram}$	β_2	δ	J _{rig}	J_h	$J_{\rm exp}$
¹⁵² ₆₆ Dy	86	1,01	1,03	-8,172	-4,428	2,08	3,24	5,32	0,086	0,0834	0,0741	128,35	0,83	
¹⁵⁴ ₆₆ Dy	88	1,16	1,03	-8,642	-5,016	12,38	15,84	28,22	0,237	0,2196	0,2054	131,18	6,56	22
¹⁵⁶ ₆₆ Dy	90	1,15	1,03	-8,350	-5,624	18,00	17,78	35,76	0,2929	0,2671	0,2544	134,03	10,16	46
¹⁵⁸ ₆₆ Dy	92	1,12	1,03	-8,065	-6,218	23,44	17,82	41,26	0,3255	0,2943	0,2832	136,91	12,93	58
160 66 Dy	94	1,07	1,03	-7,731	-6,811	26,82	18,64	45,46	0,3365	0,3033	0,2930	139,81	14,11	69,2
¹⁶² ₆₆ Dy	96	1,01	1,03	-7,36	-7,400	30,00	18,68	48,66	0,3407	0,3068	0,2969	142,74	14,76	74,35
¹⁶⁴ ₆₆ Dy	98	0,95	1,03	-6,952	-7,974	34,20	18,74	52,94	0,3481	0,3128	0,3033	145,69	15,72	81,74

Tablo 3.6. Erbium elementi için RPA metoduna göre hesaplanan proton, nötron ve toplam atalet momenti değerleri ile elementin katı cisim modeli, sıvı damlası modeli ve deneysel değerlerinin sonuçları.

Çekirdek	N	Δ_N	Δ_P	λ_n	λ_p	J_n	J_p	J	$m{eta}_{\scriptscriptstyle ram}$	β_2	δ	$J_{_{rig}}$	J_h	J_{exp}
156 68 Er	88	1,16	1,09	-9,053	-4,005	9,38	11,34	20,62	0,1893	0,1779	0,1640	134,03	4,27	
158 68 Er	90	1,15	1,09	-8,826	-4,457	14,76	15,56	29,84	0,254	0,2342	0,2206	136,91	7,81	
160 68 Er	92	1,12	1,09	-8,603	-4,981	20,96	16,88	37,82	0,303	0,2756	0,2636	139,81	11,44	
162 68 Er	94	1,07	1,09	-8,294	-5,559	25,58	17,5	43,08	0,3222	0,2915	0,2807	142,74	13,21	55
164 68 Er	96	1,01	1,09	-7,937	-6,138	29,58	17,84	47,42	0,3333	0,3007	0,2906	145,69	14,39	65,72
166 68 Er	98	0,95	1,09	-7,522	-6,712	34,02	18,14	52,16	0,342	0,3078	0,2985	148,66	15,50	74,44
168 68 Er	100	0,88	1,09	-7,047	-7,282	36,76	18,04	54,80	0,3381	0,3046	0,2952	151,66	15,46	75,19
170 68 Er	102	0,86	1,09	-6,574	-7,841	37,24	17,98	55,22	0,3363	0,3032	0,2938	154,68	15,58	75,6

Tablo 3.7. Itterbium elementi için RPA metoduna göre hesaplanan proton, nötron ve toplam atalet momenti değerleri ile elementin katı cisim modeli, sıvı damlası modeli ve deneysel değerlerinin sonuçları.

Çekirdek	N	Δ_N	Δ_P	λ_n	λ_p	J_n	J_p	J	$m{eta}_{\scriptscriptstyle ram}$	β_2	δ	$J_{\scriptstyle rig}$	J_h	J_{exp}
¹⁵⁸ ₇₀ Yb	88	1,16	0,98	-9,699	-3,010	9,72	12,04	21,76	0,193	0,1811	0,1673	136,91	4,54	
160 70 Yb	90	1,15	0,98	-9,307	-3,487	12,72	14,16	26,88	0,222	0,2066	0,1928	139,81	6,13	
¹⁶² ₇₀ Yb	92	1,12	0,98	-9,035	-3,888	17,16	16,7	33,86	0,262	0,2410	0,2279	142,74	8,73	
¹⁶⁴ ₇₀ Yb	94	1,07	0,98	-8,772	-4,363	22,76	18,08	40,84	0,289	0,2639	0,2517	145,69	10,85	58
¹⁶⁶ ₇₀ Yb	96	1,01	0,98	-8,462	-4,879	28,3	19,22	47,52	0,312	0,2831	0,2721	148,66	12,90	62
168 70 Yb	98	0,95	0,98	-8,066	-5,431	33,24	19,98	53,22	0,3267	0,2953	0,2852	151,66	14,43	68,26
¹⁷⁰ ₇₀ Yb	100	0,88	0,98	-7,593	-5,996	36,32	19,74	56,06	0,3235	0,2926	0,2826	154,68	14,43	71,26
¹⁷² ₇₀ Yb	102	0,86	0,98	-7,129	-6,545	36,86	20,88	56,94	0,3302	0,2981	0,2886	157,73	15,33	76,24
¹⁷⁴ ₇₀ Yb	104	0,82	0,98	-6,637	-7,093	38,72	19,68	58,38	0,3250	0,2939	0,2842	160,80	15,14	78,43
176 70 Yb	106	0,81	0,98	-6,185	-7,658	35,98	18,64	54,62	0,3078	0,2796	0,2693	163,89	13,84	68,41

BÖLÜM 4. SONUÇLAR

Bu çalışmada nadir toprak bölgesindeki $140 \le A \le 176$ çekirdekler için atalet momenti hesaplamaları katı cisim ve sıvı damlası modeline göre yapılmıştır. RPA metodu kullanılarak bu bölgedeki çekirdeklerde nötron, proton ve bunların toplamı halinde verilen teoriksel atalet momentleri hesaplanmıştır. Hesaplanan bu değerler nadir toprak bölgesindeki elementler için sırasıyla tablolarda verilmiştir.

Nadir toprak bölgesindeki bu çekirdekler için atalet momentinin deneysel sonuçları [40] makalesinden alınarak bunların incelenen modeller ve teoriksel sonuçlarla kıyaslaması yapılmıştır. Çekirdekler için çizilen atalet momentleri hem çekirdeğin kütle sayısı A, hem de deformasyon parametresi β^2 'ye bağlı olarak sunulmuştur (bknz Şekil 3.3-3.17). RPA metoduna göre hesaplanarak bulun değerler, Tablo 3.1-3.7 arasında verilmiştir.

Sonuç olarak;

- Katı cisim modeline göre ölçülen atalet momentleri, deneysel değerlerin yaklaşık 2-3 katı çıkmıştır.
- RPA metoduna göre yapılan hesaplamalarda gap parametrelerinin aldığı değerlere göre farklılık göstermiştir.
- RPA metodunda bulunan toplam atalet momenti değerleri, deneysel değerlerle uyum içerisindedir.
- 4) Deneyle en iyi uyum gösteren model, süperakışkan modeldir.
- 5) Nükleer atalet momentinin deneysel değerleri; sıvı damlası ve katı cisim değerleri arasındadır.
BÖLÜM 5. TARTIŞMA ve ÖNERİLER

Çiftlenim korelasyonunun dahil edilmesi, teoriksel atalet momentini düşürür. Bu düşüşün iki sebebi vardır: Çiftlenim faktörü $(u_{q_1}v_{q_2} - u_{q_2}v_{q_1})^2$ çok küçük olduğu zaman, q_1 ve q_2 nin ikisi de Fermi seviyesine yakındır. Böylece nükleonların bulunduğu 'süper akışkan' durum, nükleer atalet momentine çok az katkıda bulunur. *J* değerlerinin düşmesi için ikinci sebep, çift-çift çekirdeklerinin spektrumu içindeki boşluğun varlığının yeniden oluşturulmasıdır.

Atalet momentinin çiftlenim korelasyonu nedeniyle azalmasının nedeni, Şekil 3.2'de verilmiştir. 150<A<190 çekirdeklerinin deneysel temel-hal atalet momentleri, bağımsız parçacık modeli (yani katı-cisim değerleri) atalet momentleri ve nükleer süper akışkan model içindeki hesaplamaların sonuçlarını gösterir. Katı-cisim değerlerinin; deneysel değerlerin 2-3 katı olduğu açıktır. Diğer yandan, nükleer süper akışkan model içinde hesaplanan atalet momenti, deneylerle iyi şekilde uyuşur; küçük bir sistematik farklılık (deneysel değerler tipik olarak, teorik değerlerden bir dereceye kadar daha büyüktür) bulunur. Bu farklılıklar hesaplanan metottaki düzeltmeler ile olasılıkla ortadan kaldırılabilir. Özellikle Woods-Saxon tek parçacık dalga fonksiyonları kullanılırsa, Coriolis anti-çiftlenim etkisi ve nükleer gerilmeler dahil edilir.

Sıvı damlası modeli kullanılarak bulunan atalet momenti değerlerinin, deneysel değerlerden çok çok küçük olduğu görülmüştür. Bundan yola çıkarak biz; çekirdeğin bir sıvı damlası modeli gibi düşünülemeyeceğini söyleyebiliriz. Benzer şekilde katıcisim modeline göre bulunan değerlerde, deneysel değerlerin 2-3 katı bir değerde çıktığından, buradan çekirdeğin katı bir cisim gibi düşünülemeyeceğini de söyleyebiliriz. Deneysel değerlerle en iyi uyum sağlayan model süperakışkan model olduğu için çekirdeğin bir süperakışkan gibi alınabileceği sonucuna varabiliriz. RPA metodunu kullanarak bulduğumuz değerlerin, deneysel değerlere yakın çıkmasının nedeni ise, daha önceki metotlar kullanılırken ihmal eden katkıların, bu model içerisine dahil edilmesidir. Katkı sağlayan bu terimlerden birinin spin-spin etkileşmesinden gelen katkı olduğu da söylenebilir.

EK A SÜPERAKIŞKAN MODEL İLE İLGİLİ ARA İŞLEMLER

Süperakışkan modelde sistemin parçacık sayısının kuasi-parçacık tasvirinde yazılışı;

$$N = \sum_{s\sigma} a_{s\sigma}^{+} a_{s\sigma}$$
(A.1)
$$N = \sum_{s\sigma} (u_{s} \alpha_{s-\sigma}^{+} + \sigma v_{s} \alpha_{s\sigma}) (u_{s} \alpha_{s-\sigma} + \sigma v_{s} \alpha_{s\sigma}^{+})$$
(A.2)

$$N = \sum_{s\sigma} \left[u_s(\alpha_{s-\sigma}^+ \alpha_{s-\sigma}) + \sigma u_s v_s(\alpha_{s-\sigma}^+ \alpha_{s\sigma}^+) + \sigma u_s v_s(\alpha_{s\sigma} \alpha_{s-\sigma}) + \sigma^2 v_s^2(\alpha_{s\sigma} \alpha_{s\sigma}^+) \right]$$
(A.3)

 $\sigma = \pm 1$ olduğundan $\sigma^2 = 1$ ' dir. Şimdi toplamdaki $\sigma = \pm 1$ ' i açalım;

$$N = \sum_{s+} \left[u_s^2 (\alpha_{s-}^+ \alpha_{s-}) + u_s v_s (\alpha_{s-}^+ \alpha_{s+}^+) + u_s v_s (\alpha_{s+} \alpha_{s-}) + v_s^2 (\alpha_{s+} \alpha_{s+}^+) \right] + \sum_{s-} \left[u_s^2 (\alpha_{s+}^+ \alpha_{s+}) - u_s v_s (\alpha_{s+}^+ \alpha_{s-}^+) - u_s v_s (\alpha_{s-} \alpha_{s+}) + v_s^2 (\alpha_{s-} \alpha_{s-}^+) \right]$$
(A.4)

burada $s + ve s - yerine sırasıyla s ve <math>\tilde{s}$ yazabiliriz.

$$N = \sum_{s+} \left[u_s^2 (\alpha_{\tilde{s}}^+ \alpha_{\tilde{s}}^- + \alpha_s^+ \alpha_s^-) + u_s v_s (\alpha_{\tilde{s}}^+ \alpha_s^+ + \alpha_s^- \alpha_{\tilde{s}}^- - \alpha_s^+ \alpha_{\tilde{s}}^+ - \alpha_{\tilde{s}}^- \alpha_s^-) + v_s^2 (\alpha_s^- \alpha_s^+ + \alpha_{\tilde{s}}^- \alpha_{\tilde{s}}^+) \right]$$
(A.5)

$$\alpha_{s\sigma}^{+}\alpha_{s'\sigma'} + \alpha_{s'\sigma'}\alpha_{s\sigma}^{+} = \delta_{ss'}\delta_{\sigma\sigma'}$$

$$\alpha_{s\sigma}\alpha_{s'\sigma'} + \alpha_{s'\sigma'}\alpha_{s\sigma} = 0$$
(A.6)
$$\alpha_{s\sigma}^{+}\alpha_{s'\sigma'}^{+} + \alpha_{s'\sigma'}^{+}\alpha_{s\sigma}^{+} = 0$$

anti-komütasyon bağıntıları kullanılırsa;

$$\alpha_{s}^{+}\alpha_{\tilde{s}} = -\alpha_{\tilde{s}}\alpha_{s}^{+}$$

$$\alpha_{\tilde{s}}\alpha_{s} = -\alpha_{s}\alpha_{\tilde{s}}$$

$$\alpha_{s}\alpha_{s}^{+} = 1 - \alpha_{s}^{+}\alpha_{s}$$

$$\alpha_{\tilde{s}}\alpha_{\tilde{s}}^{+} = 1 - \alpha_{\tilde{s}}^{+}\alpha_{\tilde{s}}$$
(A.7)

ifadeleri yazılabilir bu ifadeleri yerlerine koyarsak

$$N = \sum_{s} \left[u_s^2 (\alpha_{\tilde{s}}^+ \alpha_{\tilde{s}} + \alpha_s^+ \alpha_s) + 2u_s v_s (\alpha_{\tilde{s}}^+ \alpha_s^+ + \alpha_s \alpha_{\tilde{s}}) + v_s^2 (2 - \alpha_s^+ \alpha_s - \alpha_{\tilde{s}}^+ \alpha_{\tilde{s}}) \right]$$
(A.8)

$$N = \sum_{s} \left[(u_s^2 - v_s^2)(\alpha_{\overline{s}}^+ \alpha_{\overline{s}} + \alpha_s^+ \alpha_s) + 2u_s v_s (\alpha_{\overline{s}}^+ \alpha_s^+ + \alpha_s \alpha_{\overline{s}}) + 2v_s^2 \right]$$
(A.9)

$$N = \sum_{s\sigma} \left[(u_s^2 - v_s^2)(\alpha_{s\sigma}^+ \alpha_{s\sigma}) + 2u_s v_s (\alpha_{\tilde{s}}^+ \alpha_s^+ + \alpha_s \alpha_{\tilde{s}}) + 2v_s^2 \right]$$
(A.10)

burada

$$B_{ss} = \sum_{\sigma} \alpha_{s\sigma}^{+} \alpha_{s\sigma} \tag{A.11}$$

$$u_s^2 - v_s^2 = \frac{E_s - \lambda_n}{\varepsilon_s}$$
(A.12)

$$N = \sum_{s\sigma} \left[\frac{E_s - \lambda_n}{\varepsilon_s} B_{ss} + 2u_s v_s (\alpha_{\bar{s}}^+ \alpha_s^+ + \alpha_s \alpha_{\bar{s}}) + 2v_s^2 \right]$$
(A.13)

ifadesi parçacık sayısının kuaziparçacık tasvirinde yazılmış halidir.

Taban durumundaki parçacık sayısını bulabilmek için (A.13) ifadesinin ortadeğeri alınırsa;

$$\langle N \rangle = \sum_{s\sigma} \langle \Psi_0 | a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma} | \Psi_0 \rangle$$

$$\langle N \rangle = \frac{E_s - \lambda_n}{\varepsilon_s} \sum_s \langle \Psi_0 | B_{ss} | \Psi_0 \rangle + 2u_s v_s \sum_s \langle \Psi_0 | (\alpha_{\tilde{s}}^+ \alpha_s^+ + \alpha_s \alpha_{\tilde{s}}) | \Psi_0 \rangle + 2v_s^2 \sum_s \langle \Psi_0 | \Psi_0 \rangle$$
(A.14)
(A.15)

burada sistemin taban durumu kuasi-parçacık vakumu olduğundan;

$$\alpha |\psi_0\rangle = 0 \tag{A.16}$$

$$\left\langle \boldsymbol{\psi}_{0} \middle| \boldsymbol{\alpha}^{+} = \boldsymbol{0} \right. \tag{A.17}$$

olur. Bu ifadeler (A.15)'te kullanılırsa,

$$\left\langle N\right\rangle = \sum_{s\sigma} \left\langle \psi_0 \left| a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma} \right| \psi_0 \right\rangle = 2v_s^2 \tag{A.18}$$

elde edilir. Bu ifade taban durumundaki kuaziparçacık sayısıdır.

Şimdi taban durumunda (ψ_0) $H_0(n)$ Hamiltonyeninin beklenen değerinin ifadesini bulalım.

$$H_0(n) = \sum_{s\sigma} (E_0(s) - \lambda_n) a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma} - G_N \sum_{ss'} a_{s+}^+ a_{s-}^+ a_{s'-} a_{s'+}$$
(A.19)

$$\left\langle \left| H_{0}(n) \right| \right\rangle_{0} = \sum_{s\sigma} \left(E_{0}(s) - \lambda_{n} \right) \left\langle \psi_{0} \left| a_{s\sigma}^{+} a_{s\sigma} \right| \psi_{0} \right\rangle - G_{N} \sum_{ss'} \left\langle \psi_{0} \left| a_{s+}^{+} a_{s-}^{+} a_{s'-}^{-} a_{s'+} \right| \psi_{0} \right\rangle$$
(A.20)

burada

$$\left\langle \boldsymbol{\psi}_{0} \middle| a_{s\sigma}^{+} a_{s\sigma} \middle| \boldsymbol{\psi}_{0} \right\rangle = 2v_{s}^{2} \tag{A.21}$$

olarak bulunur. (bkz. (A.18))

(A.20) ifadesindeki $\langle \psi_0 | a_{s+}^+ a_{s-}^+ a_{s-}^- a_{s'+} | \psi_0 \rangle$ terimi ele alınırsa,

$$\begin{array}{c}
a_{s+}^{+} = u_{s}\alpha_{s-}^{+} + v_{s}\alpha_{s+} \\
a_{s-}^{+} = u_{s}\alpha_{s+}^{+} - v_{s}\alpha_{s-} \\
a_{s'-}^{-} = u_{s'}\alpha_{s'+} - v_{s'}\alpha_{s'-}^{+} \\
a_{s'+}^{-} = u_{s'}\alpha_{s'-} + v_{s'}\alpha_{s'+}^{+}
\end{array}$$
(A.22)

(A.22) ifadeleri (A.20)' de yerlerine konulursa,

$$\left\langle \psi_{0} \middle| a_{s+}^{+} a_{s-}^{+} a_{s-}^{-} a_{s'+} \middle| \psi_{0} \right\rangle = \left\langle \psi_{0} \middle| (\underline{u_{s}} \alpha_{s-}^{+} + v_{s} \alpha_{s+}) (u_{s} \alpha_{s+}^{+} - v_{s} \alpha_{s-}) (u_{s'} \alpha_{s'+} - v_{s'} \alpha_{s'-}^{+}) (\underline{u_{s'}} \alpha_{s'-}^{-} + v_{s'} \alpha_{s'+}^{+}) \middle| \psi_{0} \right\rangle$$

elde edilir ve bu ifadedeki altı çizili terimler (A.16) ve (A.17) ifadelerinden dolayı ihmal edilebilir.

$$\langle \psi_{0} | a_{s+}^{+} a_{s-}^{+} a_{s'-} a_{s'+} | \psi_{0} \rangle = \langle \psi_{0} | (u_{s} v_{s} \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} - v_{s}^{2} \alpha_{s+} \alpha_{s-}) (u_{s'} v_{s'} \alpha_{s'+} \alpha_{s'+}^{+} - v_{s}^{2} \alpha_{s'-}^{+} \alpha_{s'+}) | \psi_{0} \rangle$$

$$= u_{s} v_{s} u_{s'} v_{s'} \langle \psi_{0} | \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} \alpha_{s'+} \alpha_{s'+}^{+} | \psi_{0} \rangle - u_{s} v_{s} v_{s'}^{2} \langle \psi_{0} | \alpha_{s+} \alpha_{s+}^{+} \alpha_{s'+}^{+} | \psi_{0} \rangle - u_{s} v_{s'} v_{s'}^{2} \langle \psi_{0} | \alpha_{s+} \alpha_{s-} \alpha_{s'-}^{+} \alpha_{s'+}^{+} | \psi_{0} \rangle - v_{s}^{2} u_{s'} v_{s'} \langle \psi_{0} | \alpha_{s+} \alpha_{s-} u_{s'} v_{s'} \alpha_{s'+} \alpha_{s'+}^{+} | \psi_{0} \rangle + v_{s}^{2} v_{s'}^{2} \langle \psi_{0} | \alpha_{s+} \alpha_{s-} \alpha_{s'-}^{+} \alpha_{s'+}^{+} | \psi_{0} \rangle$$

$$(A.23)$$

(A.24) ifadesindeki bazı terimleri aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$\alpha_{s+}\alpha_{s+}^{+} = 1 - \alpha_{s+}^{+}\alpha_{s+}$$

$$\alpha_{s'+}\alpha_{s'+}^{+} = 1 - \alpha_{s'+}^{+}\alpha_{s'+}$$
(A.25)
$$\alpha_{s-}\alpha_{s-}^{+} = \delta_{ss'} - \alpha_{s'-}^{+}\alpha_{s-}$$

Buradan,

$$\left\langle \psi_{0} \left| a_{s+}^{+} a_{s-}^{+} a_{s'-} a_{s'+} \right| \psi_{0} \right\rangle = u_{s} v_{s} u_{s'} v_{s'} \left\langle \psi_{0} \left| \alpha_{s'+} \alpha_{s'+}^{+} \right| \psi_{0} \right\rangle + v_{s}^{2} v_{s'}^{2} \delta_{ss'} \left\langle \psi_{0} \left| \alpha_{s+} \alpha_{s'+}^{+} \right| \psi_{0} \right\rangle$$
(A.26)

$$\left\langle \psi_{0} \left| a_{s+}^{+} a_{s-}^{-} a_{s'-} \right| \psi_{0} \right\rangle = u_{s} v_{s} u_{s'} v_{s'} + v_{s}^{2} v_{s'}^{2} \delta_{ss'} \delta_{ss'}$$
(A.27)

bulunur. Bu ifade genel formda

$$\left\langle \Psi_{0} \middle| a_{s+}^{+} a_{s-}^{-} a_{s'-} \middle| \Psi_{0} \right\rangle = u_{s} v_{s} u_{s'} v_{s'} - v_{s}^{4} \delta_{ss'}$$
(A.28)

şeklinde yazılabilir.

Böylece Hamiltonyenin beklenen değeri için; (A.21) ve (A.28) ifadelerini aşağıda yerine yazarsak

$$\left\langle \left| H_{0}(n) \right| \right\rangle_{0} = \sum_{s\sigma} \left(E_{0}(s) - \lambda_{n} \right) \left\langle \psi_{0} \left| a_{s\sigma}^{+} a_{s\sigma} \right| \psi_{0} \right\rangle - G_{N} \sum_{ss'} \left\langle \psi_{0} \left| a_{s+}^{+} a_{s-}^{+} a_{s'-}^{-} a_{s'+} \right| \psi_{0} \right\rangle$$

$$\left\langle \left| H_{0}(n) \right| \right\rangle_{0} = 2 \sum_{s\sigma} \left(E_{0}(s) - \lambda_{n} \right) v_{s}^{2} - G_{N} \sum_{ss'} \left(u_{s} v_{s} u_{s'} v_{s'} - v_{s}^{4} \delta_{ss'} \right)$$

$$(A.29)$$

Bu eşitlikte $E(s) = E_0(s) - G_N \frac{v_s^2}{2}$ ifadesindeki $E_0(s)$ terimi çekilip yerine yazılırsa (A.29) ifadesinin genel formda yazılışı;

$$\left\langle \left| H_{0}(n) \right| \right\rangle_{0} = 2 \sum_{s\sigma} \left(E_{s} - \lambda_{n} \right) v_{s}^{2} - G_{N} \sum_{s} u_{s} v_{s} \sum_{s'} u_{s'} v_{s'} \delta_{ss'}$$
(A.30)

elde edilir.

* \mathcal{U}_s ve \mathcal{V}_s çözümlerinin elde edilmesi

$$2\{E(s) - \lambda_n\}u_s v_s - (u_s^2 - v_s^2)C_N = 0$$
(A.31)

$$2\{E(s) - \lambda_n\}u_s v_s = (u_s^2 - v_s^2)C_N$$
(A.32)

eşitliğinde her iki tarafın karesi alınırsa

$$4\{E(s) - \lambda_n\}^2 u_s^2 v_s^2 = (u_s^4 - 2u_s^2 v_s^2 + v_s^4)C_N^2$$
(A.33)

$$4\{E(s) - \lambda_n\}^2 u_s^2 v_s^2 = \left[(u_s^4 + 2u_s^2 v_s^2 + v_s^4) - 4u_s^2 v_s^2\right] C_N^2$$
(A.34)

$$4\left\{E(s) - \lambda_n\right\}^2 u_s^2 v_s^2 = \left[\left(u_s^4 + 2u_s^2 v_s^2 + v_s^4\right) - 4u_s^2 v_s^2\right] C_N^2$$
(A.35)

$$4\left[\left\{E(s) - \lambda_n\right\}^2 + C_N^2 \mu_s^2 v_s^2 = \left[\left(u_s^2 + v_s^2\right)^2\right]C_N^2$$
(A.36)

 $u_s^2 + v_s^2 = 1$ olduğundan

$$4\left[\left\{E(s) - \lambda_n\right\}^2 + C_N^2\right] \mu_s^2 v_s^2 = C_N^2$$
(A.37)

Burada $\mathcal{E}(s) = \sqrt{C_N^2 + \{E(s) - \lambda_n\}^2}$ olarak seçilirse

$$u_s^2 v_s^2 = \frac{1}{4} \frac{C_N^2}{\epsilon^2(s)}$$
(A.38)

$$u_s v_s = \frac{1}{2} \frac{C_N}{\varepsilon(s)} \tag{A.39}$$

bulunur.

(A.38) ifadesinden
$$v_s^2 = \frac{1}{4u_s^2} \frac{C_N^2}{\varepsilon(s)^2}$$
 alınıp aşağıda yerine konursa,

$$u_s^2 + v_s^2 = 1$$

$$u_s^2 + \frac{1}{4u_s^2} \frac{C_N^2}{\varepsilon(s)^2} = 1$$
 (A.40)

$$u_s^4 - u_s^2 + \frac{1}{4} \frac{C_N^2}{\varepsilon(s)^2} = 0$$
 (A.41)

denklemi elde edilir. Bu denklemde $u_s^2 = t$ değişken dönüşümü ve $\frac{1}{4} \frac{C_N^2}{\varepsilon(s)^2} = k$ sadeleştirmesi yapılırsa;

$$t_s^2 - t_s + k = 0 (A.42)$$

Bu ikinci dereceden denklem çözülürse;

$$t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4k}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4\frac{1}{4}\frac{C_N^2}{\varepsilon(s)^2}}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{C_N^2}{\varepsilon(s)^2}}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{\frac{\varepsilon(s)^2 - C_N^2}{\varepsilon(s)^2}}}{2}$$
(A.43)

$$t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{\frac{\left\{E(s) - \lambda_n\right\}^2}{\varepsilon(s)^2}}}{2} = \frac{1}{2} \left[1 \pm \frac{\left\{E(s) - \lambda_n\right\}}{\varepsilon(s)} \right]$$
(A.44)

$$u_s^2 = \frac{1}{2} \left[1 \pm \frac{\left\{ E(s) - \lambda_n \right\}}{\varepsilon(s)} \right]$$
(A.45)

$$v_s^2 = \frac{1}{2} \left[1 \mp \frac{\left\{ E(s) - \lambda_n \right\}}{\varepsilon(s)} \right]$$
(A.46)

çözümleri elde edilir.

*Eğer Bogolyubov' un teorisi doğru ise $\alpha_s \psi_0 = 0$ olmalıdır. Yani BCS temel hal dalga fonksiyonu kuasi-parçacık vakumudur.

$$\Psi_0 = \prod_{s'} (u_{s'} + v_{s'} a_{s'+}^+ a_{s'-}^+) \Psi_{00}$$
 (BCS) (A.47)

$$\alpha_s = u_s a_{\tilde{s}} + v_s a_s^+ \tag{A.48}$$

$$\alpha_{s}\psi_{0} = (u_{s}a_{\tilde{s}} + v_{s}a_{s}^{+})\prod_{s'}(u_{s'} + v_{s'}a_{s'+}^{+}a_{s'-}^{+})\psi_{00}$$
(A.49)

$$\alpha_{s}\psi_{0} = (u_{s}a_{\tilde{s}} + v_{s}a_{s}^{+})(u_{s} + v_{s}a_{s+}^{+}a_{s-}^{+})\prod_{s\neq s'}(u_{s'} + v_{s'}a_{s'+}^{+}a_{s'-}^{+})\psi_{00}$$
(A.50)

$$\alpha_{s}\psi_{0} = (u_{s}^{2}a_{\tilde{s}} + v_{s}^{2}\underline{a_{s}^{+}a_{s}^{+}a_{\tilde{s}}^{+}} + u_{s}v_{s}a_{s}^{+} + u_{s}v_{s}a_{\tilde{s}}a_{s}^{+}a_{\tilde{s}}^{+})\prod_{s\neq s'}(u_{s'} + v_{s'}a_{s'}^{+}a_{\tilde{s}'}^{+})\psi_{00}$$
(A.51)

 $a_s^+ a_s^+ = 0$ dır. (Pauli ilkesinden dolayı)

$$\alpha_{s}\psi_{0} = (u_{s}^{2}a_{\tilde{s}} + u_{s}v_{s}a_{s}^{+} - u_{s}v_{s}a_{s}^{+}a_{\tilde{s}}a_{\tilde{s}}^{+})\prod_{s\neq s'}(u_{s'} + v_{s'}a_{s'}^{+}a_{\tilde{s}'}^{+})\psi_{00}$$
(A.52)

 $a_{\tilde{s}}a_{\tilde{s}}^+ = 1 - a_{\tilde{s}}^+ a_{\tilde{s}}$ olduğundan

$$\alpha_{s}\psi_{0} = (u_{s}^{2}a_{\tilde{s}} + u_{s}v_{s}a_{s}^{+} - u_{s}v_{s}a_{s}^{+} + u_{s}v_{s}a_{s}^{+}a_{\tilde{s}}^{+}a_{\tilde{s}})\prod_{s\neq s'}(u_{s'} + v_{s'}a_{s'}^{+}a_{\tilde{s}'}^{+})\psi_{00}$$
(A.53)

$$\alpha_{s}\psi_{0} = (u_{s}^{2}a_{\tilde{s}} + u_{s}v_{s}a_{s}^{+}a_{\tilde{s}}^{+}a_{\tilde{s}})\prod_{s\neq s'}(u_{s'} + v_{s'}a_{s'}^{+}a_{\tilde{s}}^{+})\psi_{00}$$
(A.54)

$$\alpha_{s}\psi_{0} = \prod_{s\neq s'} (u_{s'} + v_{s'}a_{s'}^{+}a_{\tilde{s}'}^{+})(u_{s}^{2}a_{\tilde{s}} + u_{s}v_{s}a_{s}^{+}a_{\tilde{s}}^{+}a_{\tilde{s}})\psi_{00}$$
(A.55)

$$\alpha_{s}\psi_{0} = \prod_{s\neq s'} (u_{s'} + v_{s'}a_{s'}^{+}a_{\tilde{s}'}^{+})(u_{s}^{2} + u_{s}v_{s}a_{s}^{+}a_{\tilde{s}}^{+})a_{\tilde{s}}\psi_{00}$$
(A.56)

burada $a_{\tilde{s}}\psi_{00} = 0$ dır. $\alpha_{s}\psi_{0} = 0$ (A.57) elde edilir.

KAYNAKLAR

- [1] Inglis PR 1954 Phys.96 1059
- [2] Belyaev S.T. 1959 Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 31 11
- [3] Griffin J.J.and Rich M 1960 Phys. Rev. 118 850
- [4] Boisson J.P and Piepenbring J.r 1971 Nucl. Phys. A 168 385
- [5] Rich M 1967 Nucl. Phys. A 90 407
- [6] Sabic Zewski A, Bjorholm S and Pamarski K 1973 Nucl. Phys. A 202 274
- [7] Brack M, Lederberger T, Pauli H. C and Jensen A.S. 1974 Nucl. Phys A 234 185
- [8] Ma C W and Tsang C F 1975 Phys. Rev C 11 213
- [9] V.M. Strutinsky Nucl. Phys A 95, 402 (1967) A 12,1 (1968)
- [10] A.S.Jensen and J.Damgaard, Nucl. Phys. A 203, 578 (1973)
- [11] M.Diebel, K Albrecht and R.W. Hasse, Nucl. Phys. A 355,66 (1981)
- [12] N.H. Allal and M.fellah Phys. Rev 48, 1656 (1993)
- [13] Nükleer Fiziğe Giriş, Dicle Üniversitesi Fizik Bölümü, Doç. Dr. Mahmut Aydınol, Diyarbakır, 1991
- [14] P.Ring and P. Schuck, The Nuclear Many Body Problem Springer- Verlag (1980)
- [15] V.G Soloviev, Theory of Complex Nuclei, Pergamon Press, (1976)
- [16] S.G. Nilsson, k. Danske Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Medd. 29, No 16 (1955)
- [17] N.A. Jelley Fundamentals of Nuclear Physics Cabridge University Press (1990)

- [18] V.G. Soloviev, Effect of Pairing Superfluid Correlations on the Properties of Atomic Nuclei, Atomizdat, Moscow, 1963; Selected Topics in Nuclear Theory, p.233; IAEA, Vienna, 1963
- [19] A.Bohr and Mottelson, Nuclear Structure, vol. 1, Benjamin, New York and Amsterdam, (1969)
- [20] V.G. Soloviev, preprint P-801, JINR, Dubna, 1961
- [21] A.M.Lane, Nuclear Theory, Benjamin, New York and Amsterdam, 1964
- [22] V.G. Soloviev, Structure of complexs Nuclei, p. 38, Atomizdat, Moscow, 1966 (translation, Consultants Bureau, New York, 1969)
- [23] V.B. Belyaev, B.N. Zakhariev and V.G. Soloviev, Zh. Exsp. Teor. Fiz. 38, 952 (1960) (translation, Soviet Phys. Jetp 11, 686 (1960))
- [24] G.N. Afanasiev, preprint P4-3431, JINR, Dubna, 1967. P.Camiz, A.Covello and M. Jean, Nuovo Cim. 36, 663 (1965); 42, 199 (1966)
- [25] Çekirdek Fiziğine Giriş, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen-edebiyat Fakültesi, Prof. Dr. Adil Gedikoğlu, Trabzon 1988
- [26] G.C.Wick. Phys. Rev. 73 (1948) 51.130
- [27] G. Lüders Z. Naturfarschung 15 A (1960) 371. 131
- [28] R.D. Amado and K.A. Brueckner Phys. Rev. 115 (1959) 778. 131
- [29] R.M. Rockmore Phys. Rev 116 (1959) 469. 131
- [30] J.L. Schwartz and S. Barawitz. Phys. Rev. 133 (1964) A 122. 131
- [31] J.Dabrowski Phys. Lett. 59 B (1975) 132. 131
- [32] K.K.Kan and J.J. Grifin Nucl Phys. A 301 (1978) 258. 131
- [33] A.Bohr and B.R. Mottelson Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 30 (No.1) (1955) 131
- [34] S.A.Moszkowski Phys. Rev. 103 (1956) 1328. 131
- [35] S.T. Belyaev Nucl. Phys. 24 (1961) 322. 131
- [36] J.J.Griffin and M.Rich. Phys. Rev. 118 (1960). 850.132
- [37] S.G.Nilsson and prior mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 32 (1961) No 16. 132, 133, 238, 242

- [38] C.W.ma and C.F. Tsang Phys. Rev. C11 (1975) 213. 312
- [39] B.R.Mottelson and S.G. Nilsson Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk. 1 (1959) No. 8. 78, 125,132
- [40] J.Meyer-ter-Vehn, J. Speth, and J.H. Vageler Nucl. Phys. A 193 (1972) 60. 132,133
- [41] S.Raman, C.H. Malarkey, W.T.Milner, C.W. Neston, J.R. and P.H. Stelsen, Transition Probability, B(E2), From the Ground to First-Excited 2⁺ states of even-even Nuclides, Atomic data and Nuclear Data Tables, v.36, 1, 1987
- [42] E Meftunoğlu, M. Gerçeklioğlu, H.H.Erbil ve A.A. Kuliev A Special Type of Neutron-Proton Pairing Interaction and Moments of Inertia of Some deformed even-even Nuclei in the rare earth region, Nucl. Part. Phys. 24 107-115 (1998)

ÖZGEÇMİŞ

Canan EROL, 1982 yılında Kocaeli'de doğdu. İlk ve orta öğrenimini Kocaeli'de tamamladı. 2003 yılında Sakarya Üniversitesi Fizik Bölümünden mezun oldu. 2003-2004 Eğitim-Öğretim yılında Körfez Necati Cumalı İlköğretim Okulunda Fen Bilgisi Öğretmenliği yaptı. 2004 yılında Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Programını kazandı. 2005-2006 Eğitim-Öğretim yılında Hereke Nuh Çimento Endüstri Meslek Lisesinde fizik öğretmenliği yapmaktadır.