

**T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YARI AKTİF SÖNÜMLEYİCİNİN OPTİMAL KAYAN
YÜZEY KONTROLÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Melih GÖKSEL

Enstitü Anabilim Dalı : ELEKTRİK ELEKTRONİK MÜH.

Enstitü Bilim Dalı : ELEKTRİK

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Ayhan ÖZDEMİR

Haziran 2007

T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YARI AKTİF SÖNÜMLEYİCİNİN OPTİMAL KAYAN YÜZEY KONTROLÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Melih GÖKSEL

Enstitü Anabilim Dalı : ELEKTRİK ELEKTRONİK. MÜH.

Enstitü Bilim Dalı : ELEKTRİK

Bu tez 21 / 06 /2007 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Oybirliği ile kabul edilmiştir.

Yrd.Doç.Dr. Ayhan ÖZDEMİR
Jüri Başkanı

Prof.Dr. Osman ÇEREZCİ
Üye

Yrd.Doç.Dr. İlyas ÇANKAYA
Üye

ÖNSÖZ

Bugünlere ulaşmamda emeği ve sabrı sonsuz olan aileme saygı ve hürmetlerimi sunarım. Gurbette ailem olan, can yoldaşlarım, arkadaşlarım Burhan BARAKLI, Ahmet KÜÇÜKER, Salim DURMUŞ, Can YÜZKOLLAR, Ahmet ŞANSLI ve ismini yazmak isteyip, tezden uzun olacağından korktuğum için yazamadığım nice arkadaşlarıma bana katlandıkları ve bana kattıkları için teşekkürler.

Tez çalışmamda bana yol gösteren danışman hocam Ayhan ÖZDEMİR ve tez aşamasında desteğini esirgemeyen hocam İrfan YAZICI'ya teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ.....	ii
İÇİNDEKİLER	iii
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ.....	v
ŞEKİLLER LİSTESİ	vii
TABLolar LİSTESİ.....	ix
ÖZET.....	x
SUMMARY.....	xi
BÖLÜM 1.	
GİRİŞ.....	1
BÖLÜM 2.	
MATEMATİKSEL MODEL.....	10
2.1. Pasif Süspansiyon Sistemine Sahip Koltuğun Modellenmesi.....	10
2.2. Yarı Aktif Süspansiyon Sistemine Sahip Koltuğun Matematiksel Modeli	12
BÖLÜM 3.	
KONTROL TEORİSİ	17
3.1. Kontrol Edilebilirlik.....	17
3.2. Gözlemlenebilirlik.....	18
3.3. Lineer Karesel Durum Regülâtörü	20
3.3.1. Kuadratik kazanç faktörü.....	21
3.3.2. Ayrık zamanlı sistemler için maksimum prensibi.....	24
3.3.3. Optimal lineer regülator.....	26
3.3.4. Sürekli hal karesel optimal control.....	29

3.3.5. Bilinmeyen P matrisinin çözümü.....	31
3.4. Kayan Kipli (Sliding Mode) Kontrol.....	33
3.4.1. Sürekli zaman kayan kipli kontrolcünün tasarımı.....	35
3.4.1.1. Kök yerleştirme metodu.....	38
3.4.1.2. Optimum kayma yüzeyi tasarımı (Riccati denklemi)..	38
3.4.1.3. Sürekli zaman kontrolcünün tasarımı.....	41
3.4.2. Ayrık zaman kayan kipli kontrolcü tasarımı.....	42
3.4.2.1. Kök yerleştirme metodu.....	46
3.4.2.2. Optimum kayma yüzeyi tasarımı (Riccati denklemi)..	46
3.4.2.3. Ayrık zaman kontrolcünün tasarımı.....	49
BÖLÜM 4.	
BENZETİM ÇALIŞMALARI.....	51
BÖLÜM 5.	
SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	71
KAYNAKLAR.....	74
EKLER.....	78
ÖZGEÇMİŞ.....	84

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

A	: Numune kesit alanı
B	: Sürekli zaman kontrol matrisi
c	: Sistemin toplam, sabit sürtünme katsayısı
C	: Kayma yüzeyi eğimleri
$C_{değişken}$: Damperin değişken katsayısı
C_{sabit}	: Damperin kontrolsüz katsayısı
$C_{sür}$: Sürtünme kat sayısı
D	: Bozucu katsayı matrisi
ER	: Elektorheological
F	: Sisteme uygulanması gerekli olan kuvvet girişi
$F_{değişken}$: Damperin sağladığı kontrol edilebilen kuvvet
F_g	: Kütleli dengeleyen kuvvet
F_{sabit}	: Damperin kontrolsüz sağladığı kuvvet
G	: Ayrık zaman sistem matrisi
g	: Yer çekimi ivmesi
h	: Taşıt yüzey salınım genliği
H	: Ayrık zaman kontrol matrisi
$H(k)$: Ayrık hamilton denklemi
J	: Performans kriteri
J_{MIN}	: Minimize edilecek olan performans kriteri
k	: Yay sabiti
$K_{(1)}$: Kontrolör matrisi
$K_{(2)}$: T dönüşümü yapılmış durum uzayı matrisi
L	: T dönüşümü yapılmış durum uzayı matrisi
LQR	: Linear quadratic regulator

m	: Sürücü ve koltuk yüzeyinin ağırlığı
M	: Dönüşüm matrisi
MR	: Magnetorheological
P	: Geçiş matrisi
Q	: Ağırlık fonksiyonu
\bar{Q}	: Tanımlanan Q matrisi
R	: Ağırlık fonksiyonu
\bar{R}	: Tanımlanan R matrisi
s	: A matrisinden elde edilen polinomun katsayıları
S	: Değer fonksiyonu
$sign(x)$: İşaret fonksiyonu
T	: Dönüştürme matrisi
u	: Kontrol girişi
\tilde{u}	: Optimal kontrol girişi
u_d	: Düşük frekanslı kontrol girişi
u_y	: Yüksek frekanslı kontrol girişi
x	: Durum uzayı değişken matrisi
$x(k_f)$: Durum değişkenlerinin son değeri
x_0	: Taşıt yüzeyinin salınım
x_1	: Koltuk yüzeyinin salınımı
V	: Dönüşüm matrisi
w	: Bozucu girişi
z	: T dönüşümü yapılmış durum uzayı değişkenleri matrisi
σ	: Kayma yüzeyi denklemi
Δ	: Örnekleme süresi
η	: Tanımlanan kayan kip değişkeni
η^{opt}	: Tanımlanan optimal kayan kip değişkeni
ω	: Açısal hız

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1.	Pasif süspansiyon sistemi	3
Şekil 1.2.	Sadece yay olan bir koltuğun davranışı	4
Şekil 1.3.	Yarı aktif süspansiyon sistemi	6
Şekil 1.4.	Aktif süspansiyon sistemi	8
Şekil 2.1.	Kontrol edilecek olan koltuk sisteminin pasif süspansiyon hali	10
Şekil 2.2.	Pasif süspansiyon sisteminin dinamik modeli	11
Şekil 2.3.	Yarı aktif süspansiyon sistemine sahip koltuk düzeneği	13
Şekil 2.4.	Yarı aktif süspansiyon sisteminin dinamik modeli	14
Şekil 3.1.	LQR kontrollü sistem	31
Şekil 3.2.	Durum değişkenleri x_1 ve x_2 olan bir sistem için kayma yüzeyi	34
Şekil 4.1.	Taşıt gövdesinin 1hz lik bozucu ile oluşan yer değişimi	53
Şekil 4.2	Koltuk yüzeyinin 1hzlik bozucu ile ivmelenmesi	54
Şekil 4.3.	1hz'lik gürültü girişi için koltuk yüzeyi ve taşıt tabanının ivmelenmesi	55
Şekil 4.4.	3hz'lik gürültü girişi için koltuk yüzeyi ve taşıtın ivmelenmesi	55
Şekil 4.5.	Lqr içeren sistemin dikey yer değiştirmesi, 1Hz gürültü girişi için	59
Şekil 4.6.	1hz için lqr kontrollü sistemin ve taşıt gövdesinin ivmelenmesi	60
Şekil 4.7.	3hz'lik gürültü girişi için koltuk yüzeyi ve taşıt gövdesinin ivmelenmesi	61
Şekil 4.8.	Kayan kipli kontrollü sistem ve taşıt gövdesinin ivmelenmesi	67
Şekil 4.9.	Kayan kipli kontrolcüye sahip koltuğun 1hz 'lik gürültüye göre yer değişimi	67
Şekil 4.10.	3hz gürültü için kayan kip kontrole sahip olan sistemin davranışı	68
Şekil 4.11.	Tüm sistemlerin 3hz'lik gürültü girişi için ivmelenmesi	69
Şekil 4.12.	3hz'lik gürültü girişi için koltukların yer değiştirme miktarı	70

Şekil A.1.	Koltuk sisteminin ifadesi	78
Şekil A.2.	Pasif süspansiyon sistemi	79
Şekil A.3.	LQR'li sistem	80
Şekil A.4.	Kayan kipli kontrollü sistem	82
Şekil A.5.	Kayan kipli kontrolcü	83

TABLolar LİSTESİ

Tablo 5.1. Gürültü girişleri için elde edilen sonuçlar.....	72
---	----

ÖZET

Anahtar kelimeler: Yarı Aktif Süspansiyon, LQR, Kayan Kip Kontrol

Ağır iş makinelerinde ve taşıtlarda, insan vücudunun salınımlara maruz kalması karşılaşılan bir problemdir. Yapılan incelemelerde bu taşıtları kullanan operatörlerin düşük frekanslı salınımlara maruz kaldığı deneysel olarak gözlemlenmiştir. Bu salınımlar geçici ve kalıcı sağlık problemlerine sebep olmaktadır. Bu problemin çözümü olarak yarı aktif süspansiyon sistemi tasarlanmıştır. Daha öncede bu problemin çözümü için pasif, yarı aktif, aktif süspansiyon sistemleri gerçekleştirilmiştir. Kontrolcüler koltuğun davranışını optimal hale getirmek için tasarlanmışlardır. İnsan vücudunda ki salınımı ortadan kaldıran koltuk sistemleri gelecek vaat edicidir ve pratikte vücuda gelen ivmelenmeyi azaltabilmiştir. Yarı aktif süspansiyon sistemi yay ve MR damperden oluşmaktadır. Tasarlanan kontrolcüler sanki sistemde hiç salınım yokmuş gibi koltuğun ivmelenmesini sıfırlamaya çalışmaktadır. Yarı aktif süspansiyon sistemi yapılan benzetim çalışmalarında koltuğun salınımını sıfıra götürmek için gerekli olan kuvveti oluşturur. Elde edilen sonuçlar tasarlanan yarı aktif sönümleyici ve kullanılan kontrol algoritmalarıyla koltuğun ivmelenmesi ve salınımı büyük ölçüde ortadan kaldırılmıştır.

OPTIMAL SLIDING MODE CONTROL OF SEMIACTIVE SUSPENSION SYSTEM

SUMMARY

Key Words: Semiactive Suspension, Lqr, Sliding Mode Kontrol

Whole body vibration is an important problem facing operators of heavy vehicles. Research has shown that drivers exposed to low frequency whole body vibration can experience temporary and even permanent injuries. One solution to this problem is to develop a semi active seat capable of canceling the vibrations felt by the driver. Several passive, semiactive, active, and fully active seats have been designed and built to address this problem. Controllers have been developed to optimize the seat performance. Vibration cancellation seating systems seem to be a promising and practical way to reduce the effects of whole body vibration. The semi active seat suspension system utilizes a spring and MR damper. Controllers were developed to control the acceleration of the seat, as well as cancel unwanted vibration. To simulation the performance of the Semi Active seat suspension system, the system identification of the seat was undertaken using open loop forcing functions. The seat was evaluated in each degree of freedom to understand the potential of the seat to cancel harmful vibration and acceleration.

BÖLÜM 1. GİRİŞ

Seyir halindeki taşıtlar, esas olarak yol pürüzlülüğünden gelen uyarılarla titreşim yaparlar. Ayrıca taşıt hareket halindeyken yol pürüzlülüğünden başka, dönen elemanların dengesizliği ve tekerlek çevresinin düzgünsüzlüğünden de titreşim uyarıları gelir ve bu uyarılar yüksek frekanslarda önemli boyutlara ulaşırlar. Yürüme sırasındaki vücut titreşimleri $1 \approx 1.17$ Hz arasındadır. Vücudun buna alışık olması nedeniyle bu frekanstaki titreşimler rahatsız edici değildir. Hafif taşıtlardaki titreşimlerde bu düzeydedir ($1 \approx 1,3$ Hz). Titreşimin frekansındaki değişme, insan vücudunu, genliğindeki değişimden daha çok etkilemektedir.

Hafif taşıtlarda bu titreşimin etkisini yolculara ve araç gövdesine en az şekilde yansıtmak için süspansiyon sistemleri bulunmaktadır. Süspansiyon sistemleri taşıtın statik yapıya sahip gövdesini dinamik tekerlekler ile esnek bir şekilde bağlama görevini üstlenir. Tekerleklere gelen yüklerin gövdeye dengeli veya yumuşatılarak iletilmesi taşıtın gerek dengeli hareketi, gerekse sürücü ve yolcuların konforu açısından önemlidir. Bu noktada süspansiyon sistemi yol ve yük şartlarından dolayı oluşan bu yüklerin emilimini sağlar.

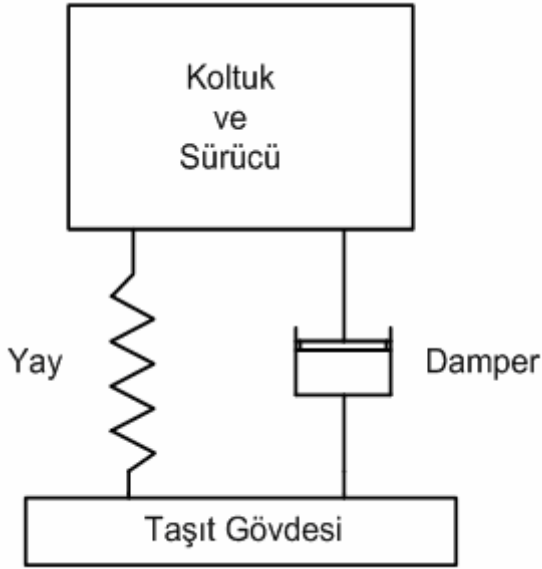
Taşıtların akslarına gelen titreşimler yaprak veya helisel yaylar ya da içlerinde belli bir basınçlı hava olan hava yayları (körüük) tarafından sönümlenir. Ancak bu yayların titreşim hareketlerinin sönüm süreleri uzun olduğundan hidrolik veya gazlı amortisörler vasıtasıyla hızlı bir sönümlemenin sağlanması gerekir. Bir başka deyişle yaylar yükü üzerine alır, ancak yaylanma frekansını amortisörler düzenler. Klasik süspansiyon sistemleri pasif sistemler olduklarından sabit titreşim katsayılarına sahiptirler ve her yol ve yük şartında istenilen verimi sağlamazlar. Taşıt emniyeti açısından sert, konfor, açısından da yumuşak süspansiyon gerektiğinden ideal şartları yakalamak mümkün değildir [1,2].

Ağır iş makineleri ve aşırı y¼k taşıyan taşıtlarda ise yoldaki bozukluklar sonucu oluşan titreşimleri en aza indirmek için yaprak yaylar ve beraberinde y¼ksek basınçlara dayanıklı k¼r¼kler kullanılır. Ağır taşıtların akslarına gelen titreşimler yaprak yaylar tarafından s¼n¼mlenir, ancak bu yayların titreşim hareketlerinin s¼n¼m s¼releri taşıdıkları y¼k¼n ağırlığı ile orantılı olarak artmaktadır. Bunun yanında yaprak yayların i s¼rt¼nmelerinin fazla olması sebebi ile yol ¼zerinden gelen k¼¼k titreşimleri s¼n¼mlemeleri zordur. Hafif taşıtlardaki gibi bu s¼reyi azaltmak için amortis¼rler kullanılamaz. Taşıdıkları y¼k¼n oluşturacağı basınç ve yol ¼zerindeki değişimler ve aracın hızı sonucu ¼zerine binecek olan y¼ksek kuvvet amortis¼rlerin ağır taşıtlarda sağlıklı bir biçimde kullanılmasını engellemiştir. Yaprak yayın oluşturacağı salınım direkt olarak s¼r¼c¼ kabinini ve s¼r¼c¼y¼ etkilemektedir. Buda s¼r¼ř konforunu bozmakta ve s¼r¼ř g¼venliđini tehlikeye atmaktadır.

Ağır iş makinelerinde bu oluşan problemleri ortadan kaldırma amacı ile çeşitli ¼z¼mler ortaya konmuştur. Yaprak yaylarla beraber hava yayı (k¼r¼k) g¼vde ile aks arasında kullanılmış b¼ylece oluşan salınım sınırlandırılmıştır. Bir başka uygulamada kabin ile araç g¼vdesi arasına hafif araçlarda kullanılan s¼spansiyon sistemi kullanılmıştır. B¼ylece tekerlekler ile g¼vdeye aktarılan titreşim ve makas yayın oluşturacağı salınım s¼r¼c¼ kabinine en az Şekilde yansıtılmış olur. S¼r¼c¼ rahatlığı ve s¼r¼ř konforu sağlamak amacı ile kullanılan bir diğer y¼ntem ise s¼r¼c¼ koltuğunun araç g¼vdesinden bağımsız olarak s¼spansiyonudur. B¼ylelikle s¼r¼c¼ye yansıyan t¼m titreşim ve salınım araç g¼vdesinden bağımsız olarak s¼n¼mlenmemiř olmaktadır [3].

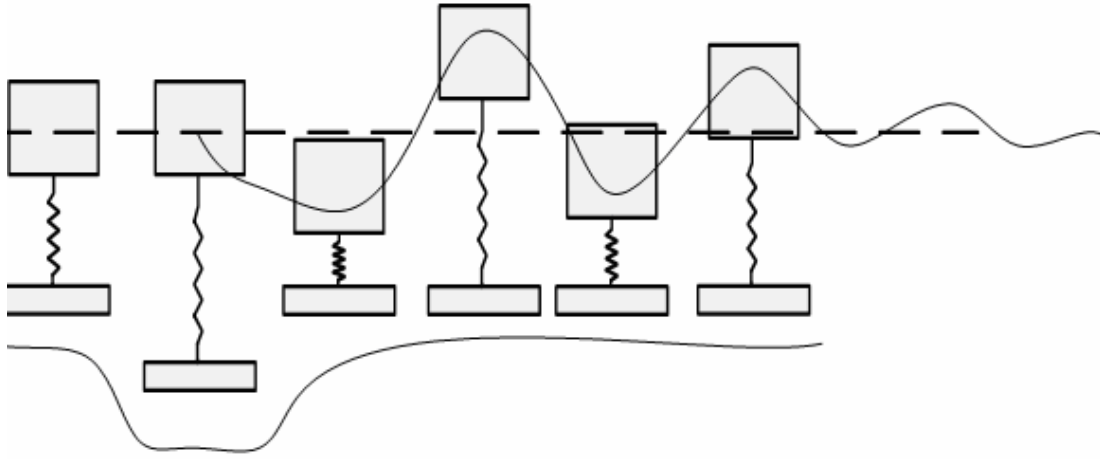
Yukarıda belirtilen y¼ntemlerin t¼m¼n¼n amacı ortaktır. Ancak maliyet ve gereklenebilirlik bakımından en uygun olanı s¼r¼c¼ koltuğunun taşıt g¼vdesinden bağımsız olarak titreşim ve darbeleri emilmesidir. Bu çalışmada da bir s¼r¼c¼ koltuğunun g¼vdenin hareketinden bağımsız olarak s¼r¼ř konforunu sağlaması amaçlanmıştır. Yarı aktif s¼spansiyon sistemi kullanılarak, MR sıvılı damper temel alınarak bir s¼r¼c¼n¼n titreşim ve darbelere karşı etkilenmesi minimuma indirilmesi amaçlanmıştır [1].

Koltuk süspansiyon sistemlerini oluşturan elemanlar yaylar ve amortisörlerdir. Şekil 1.1’de koltuk sisteminin yaklaşık olarak modeli verilmiştir.



Şekil 1.1. Pasif süspansiyon sistemi

Yaylar enerji depolayan elemanlardır. Seyir halindeki taşıta yoldan gelen darbeler gövde aracılığı ile koltuğa bağlı olan yaya kinetik enerji olarak iletilir. Yaylar bu enerjiyi sıkışmak sureti ile potansiyel enerji olarak üzerinde depolar. Bir süre sonra yaylar bir salınım hareketi ile potansiyel enerjiyi kinetik enerjiye dönüştürerek bırakır. Böylece yoldan gelen darbeler koltuğa geçmeden yay üzerinde sönmülmüş olur [4].



Şekil 1.2. Sadece yay olan bir koltuğun davranışı

Koltuk sisteminde yayın görevi; sürücüye ait ağırlık ve kütle kuvvetlerini üstüne almaktır, sürüş konforu için taşıt gövdesinde oluşan salınımları karşılar ve yumuşak titreşimlere dönüştürür. Koltuk süspansiyonlarında genellikle helezon yay ve hava yayı kullanılmaktadır [5]. Helezon yayın üzerine yük tatbik edildiğinde yayın tamamı esneyerek boyu kısalır. Bu şekilde harici enerji depolanarak darbe sönümlenir.

Gazlar özelliklerini kaybetmeden sıkıştırılabilirler. Hava yayları gazların sıkıştırıldığında esneme özelliğinden yararlanılarak yapılmıştır. Hava yayı tertibatı, metal bir hücre içerisine yerleştirilen esnek bir torbadan ibarettir. Bu hava dolu torba sürücünün ağırlığını üzerinde taşır.

Sürüş esnasında taşıt gövdesi üzerinde meydana gelen ani bir değişim sonucu hava yayı sıkışır ve darbeyi sönümler. Hava yayı yada sabit bir basınç değerinde hava poşet içine hapis edilerek kullanılır [5].

Araç gövdesi yol yüzeyindeki darbelerle maruz kaldığında koltuk süspansiyon yayları uzayarak ya da kısalarak bu darbeleri karşılar. Darbeleri karşılamaları esnasında bir süre salınım hareketi yapar. Gerçekte yayın kısa bir salınım hareketinden sonra durması beklenir. Yayların sıkışması ve gevşemesi hallerinde koltukta aşırı sarsıntılara yol açmaması, emniyet ve konfor için zorunludur. Bu nedenle sarsıntı ve

darbeyi sürücüye iletmeyen yayın yavaşça gevşemesi ve sıkışmasını sağlayan, kontrolsüz salınımı kısa sürede durduracak donanım ihtiyacı vardır. Bu görevi amortisörler gerçekleştirir.

Amortisörler sıvıların sıkıştırılmama ve yer değiştirme özelliklerinden yararlanılarak yapılmıştır. Bir hazne içindeki sıvı sıkıştırıldığında çıkış yolu bulması durumunda yüksek bir sürtünmeye maruz kalır. Amortisörler bu sürtünme kuvveti sayesinde yay esnemelerini kısa sürede durdurur [6].

Günümüzde koltuk süspansiyon sistemleri 4 ana grup altında toplanmaktadır.

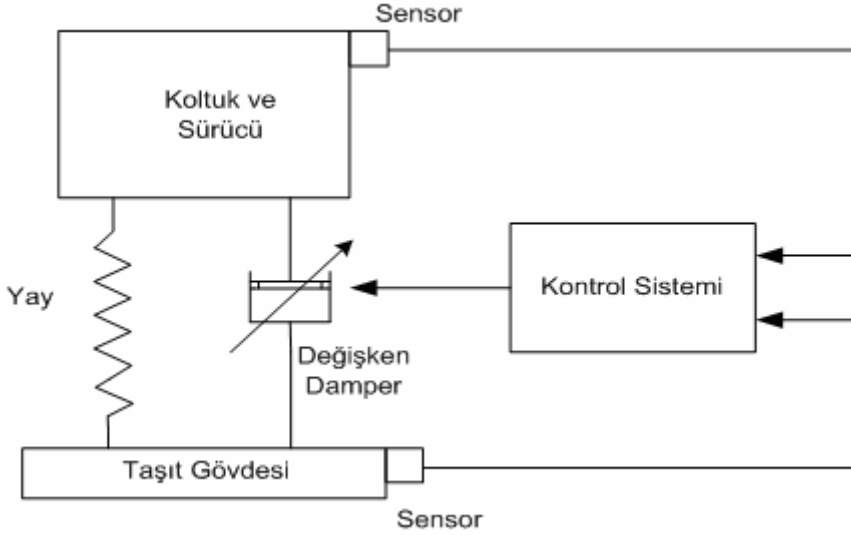
- Pasif Süspansiyon Sistemleri
- Ayarlanabilir Süspansiyon Sistemleri
- Yarı aktif Süspansiyon Sistemleri
- Aktif Süspansiyon Sistemleri

Pasif süspansiyon sistemleri enerji depolama elemanı olarak yay ve belirli bir sönümlenme oranına sahip damperden oluşmaktadır. Bir koltuk sistemi için pasif süspansiyon sistemi Şekil 1.1’de belirtilmiştir.

Ayarlanabilir süspansiyon sistemleri sabit bir sönümlenme oranına sahip damper ve hava yayından (körükten) oluşmaktadır. Ancak hava yayının iç basıncı bir kompresör yardımı ile sürekli olarak değiştirilerek araç gövdesinden koltuğa iletilen darbelerle titreşimi sönümlenmektedir. Ayarlanabilir süspansiyonlarda kontrol sistemi bulunmalıdır. Bu kontrol sistemi araç gövdesi ve sürücü koltuğunun dikey ivmelenmesine göre körük içindeki basınç miktarını ayarlamaktadır. Böylelikle sürücünün sürüş güvenliği ve konforu sağlanmıştır [6].

Yarı aktif süspansiyon sistemleri sabit bir katsayıya sahip bir yay ve sönümlenme oranı değiştirilebilir bir sönümlenme elemanından oluşmaktadır. Sönümlenme elemanı olan damper içinde bulunduğu hidroliğin akışkanlığı değiştirilerek iç sürtünme miktarı artırılır. Böylece araç gövdesine gelen titreşim ve darbeler koltuk

süspansiyon sisteminde yayın üzerine alınır. Ancak yayın yaptığı salınım hareketini astırmak için sistemin sönüm oranı değiştirilebilir bir damper kullanılır.



Şekil 1.3. Yarı aktif süspansiyon sistemi

Malzeme bilimindeki gelişmeler sonucunda zeki sıvılar ortaya çıkmıştır. Önceleri geliştirilen ER (Elektro- Rheological fluid) sıvılı damperler kullanılmaktaydı. Ancak bu sıvının kontrol edilebilmesi için yüksek gerilim miktarları gerektirmesi ve düşük kayma gerilmesi sebebi ile uygulamada pek rağbet görmemiştir. ER sıvılı damperlerin bu olumsuzluklarını ortadan kaldıran MR (Magneto-Rheological fluid) sıvılı damperler geliştirilmiştir.

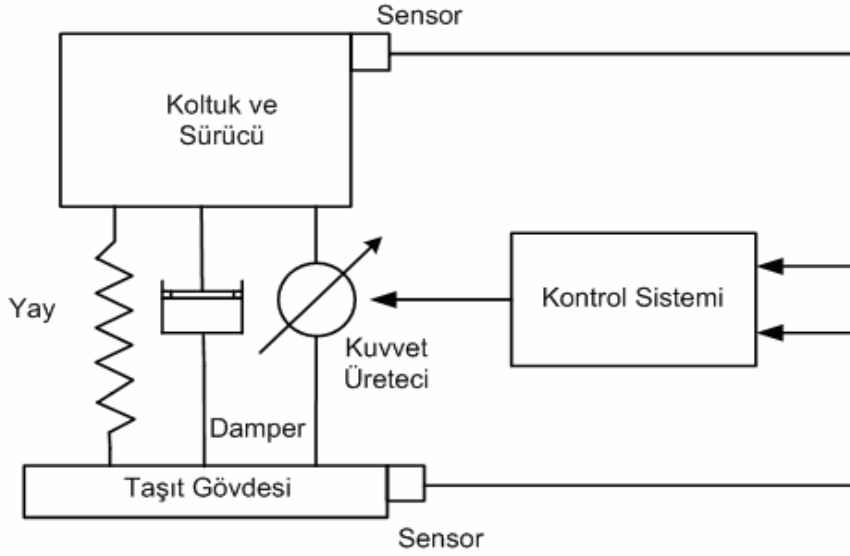
MR sıvılı damperler yüksek yüzey gerilmesi sağlamak ve kontrolü için düşük gerilim miktarları gerektirmektedir. Manyeto Reolojik (MR) akışkanlar, bir taşıyıcı akışkan içerisine (silikon, madeni yağ vs.) belirli oranda konmuş, mikron seviyede boyutlu mıknatıslanma özellikli katı taneciklerden oluşurlar. Bu tür akışkanlar dışarıdan manyetik alan uygulanmadıklarında normal hidrolik sıvı davranışını (genellikle Newtonian akışkan davranışı) gösterirler. Bu durumda katı tanecikler sıvı içerisinde rasgele konumlarda bulunurlar. Dışarıdan manyetik alan uygulanmasıyla bu katı tanecikler düşey kolonlar (zincir yapı) oluştururlar ve tıpkı bir elek görevi görerek akışkanın manyetik alan uygulanan bölgeden geçişini zorlaştırırlar. Bu sayede sıvı haldeki akışkan sanki çok yüksek bir viskoziteye sahip bir davranış

sergiler. Uygulanan manyetik alanın şiddeti süspansiyon şeklindeki akışkanın viskozitesinin kontrol edilmesini sağlar. MR akışkanlar önemli bazı avantajları sayesinde son yıllarda teknolojiye geniş uygulama alanı bulmuştur. Bu avantajları arasında hızlı cevap süresi, yüksek dinamik akma gerilmesi, düşük plastik viskozite, geniş sıcaklık bandında çalışabilme (-40 0C – 150 0C), zor çökeltme ve kolay ve homojen karışım oluşturma sayılabilir. MR sıvılar manyetik veya elektrik alanına maruz kaldıklarında sıvı halden yarı-katı hale birkaç milisaniyede geçebilir ve etkinin kalkmasıyla aynı hızda sıvı durumuna geri dönebilirler [7,8].

Aktif süspansiyon sistemlerinde koltuk ile taşıt gövdesi arasında yay ve damper sistemi bulunmaktadır. Bu pasif elemanlara ilaveten bir kuvvet üretici konulmuştur. Bu üreteç taşıt gövdesinde ve koltukta bulunan algılayıcılara göre sürücünün minimum dikey ivmelenme ile hareket etmesi için gerekli olan bozucu darbe ve titreşime ters bir kuvvet uygulayarak sürüş konforunu sağlar. Bu sistemde üreteç olarak genelde hidrolik ya da hava basıncından yararlanır. Gerçeklenebilirlik açısından uygulaması zordur ve maliyeti yüksek değerlere çıkmaktadır. Bu yüzden genelde yarı aktif süspansiyon sistemleri kullanılmaktadır. Yarı aktif sistemler kullanım aktif sistemlere yaklaşık olarak denk hale gelmektedir.

Günümüze kadar yapılan çalışmalar kontrol edilebilir süspansiyon sistemlerinin genellikle taşıt süspansiyonlarına uygulanmıştır. Birçok kontrol yöntemi ile kontrolünün sağlandığı görülmektedir.

Taşıt süspansiyonları için yapılan uygulamalar öncelikle pasif süspansiyon sistemleri için gerçekleştirilmiş ve pasif sistemlerin iyileştirilmesi yönündedir [9]. Süspansiyon sistemlerinin gelişmesi, hidrolik ve pnomatik modüler olarak her alanda kullanılması, süspansiyon sistemlerini geliştirmiştir. Bu gelişimle beraber yarı aktif ve aktif süspansiyon sistemleri ortaya çıkmıştır [9-11]. Kontrolsüz hayattan kontrollü hayata geçen süspansiyon sistemleri için çeşitli kontrol metotları kullanılarak teorikte ve pratikte uygulamalar gerçekleştirilmiştir.



Şekil 1.4. Aktif süspansiyon sistemi

Öncelikle süspansiyon kontrol mantıklarından olan Sky-Hook ve Ground-Hook yöntemleri kullanılarak araç gövdesinin havada amortisörle asılı kalması mantığı kabulü ile yapılan çalışmalar olmuştur [12-14]. Modern kontrol algoritmalarının gelişmesi ile süspansiyon sistemlerinin optimal kontrolü uygulamaları ve adaptif kontrol uygulamaları yapılmıştır [15-18]. Bulanık mantığın geliştirilmesi ve süspansiyon sistemlerinin kontrolünde kullanılması benzetim ve gerçek hayatta birçok uygulama yapılmasına olanak sağlamıştır [19-21]. Bulanık kontrolün diğer modern kontrol algoritmaları ile birlikte kullanılması ile adaptif uygulamalar daha doğru sonuçlar alınmasına sebep olmuştur.

Süspansiyon sistemlerindeki bu hızlı ve yoğun gelişime karşılık koltuk süspansiyon sistemlerindeki uygulamalar daha yeni gelişmektedir. Süspansiyon sisteminin farklı bir kullanımı olduğundan öncelikle pasif sistemler ile başlanılmıştır [22,23]. Hidrolik sistemleri ve sıvılarındaki gelişme damper teknolojisini ileri taşımıştır. Pnömatik sistemlerindeki gelişmeler yay sistemlerinde havalı yayların kullanılmasına olanak vermiştir. Böylece koltuk süspansiyon sistemleri de pasif halden kurtulup aktif ve yarı aktif hal alması koltuk süspansiyon sistemlerinin kontrol edilebilir bir sistem olmasına neden olmuştur. Böylelikle taşıt süspansiyon sistemlerinde kullanılan kontrol yöntemleri koltuk süspansiyon sistemlerinde de kullanılmıştır.

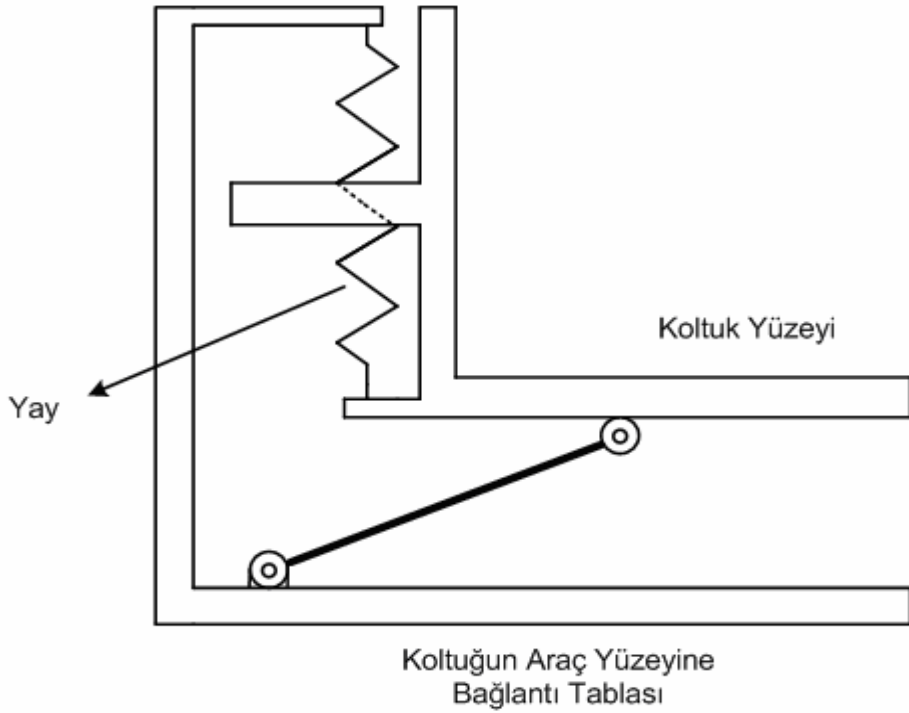
Sky-Hook ve Ground-Hook süspansiyon kontrol mantığı kullanılarak birçok çalışma yapılmıştır. Taşıt süspansiyon sisteminde havada asılı olarak kabul edilen taşıt gövdesiyken koltuk sisteminde de havada asılı olan sürücü olarak kabul edilmiştir [24,25]. Kontrol algoritmalarının gelişmesi ile koltuk süspansiyon sistemlerin de kontrol uygulamaları artmıştır. Kontrol teorilerinin gelişimi ile aktif ve yarı aktif süspansiyon sistemlerinin kontrol uygulamaları gerçekleştirilmiştir [27-30]. Modern kontrol teorilerinin gelişimi ile bulanık, adaptif ve optimal kontrol yöntemlerinin koltuk süspansiyon sistemlerin de uygulamaları gerçekleştirmiştir [31-34].

Bu çalışmanın ikinci bölümde temel alınan bir koltuk sisteminin modellenmesi pasif ve kontrolü gerçekleştirilecek olan yarı aktif süspansiyon sistemleri içeren örnekleri için modellenmesi yapılmıştır. Üçüncü bölümde modern kontrol yöntemlerinden olan ve optimal kontrol ana başlığı altında incelenen lineer karesel geri besleme (LQR) ve kayan kipli kontrol teorileri için kontrolcü tasarım mantığı anlatılmıştır. Dördüncü bölümde ise benzetim çalışması yapılarak bölüm ikide modeli verilen sistemlerin üçüncü bölümde anlatılan kontrol yöntemleri kullanılarak MATLAB® programı vasıtasıyla çeşitli yol değişimleri için kontrolcünün ve sistemin cevabı incelenmiştir.

BÖLÜM 2. MATEMATİKSEL MODEL

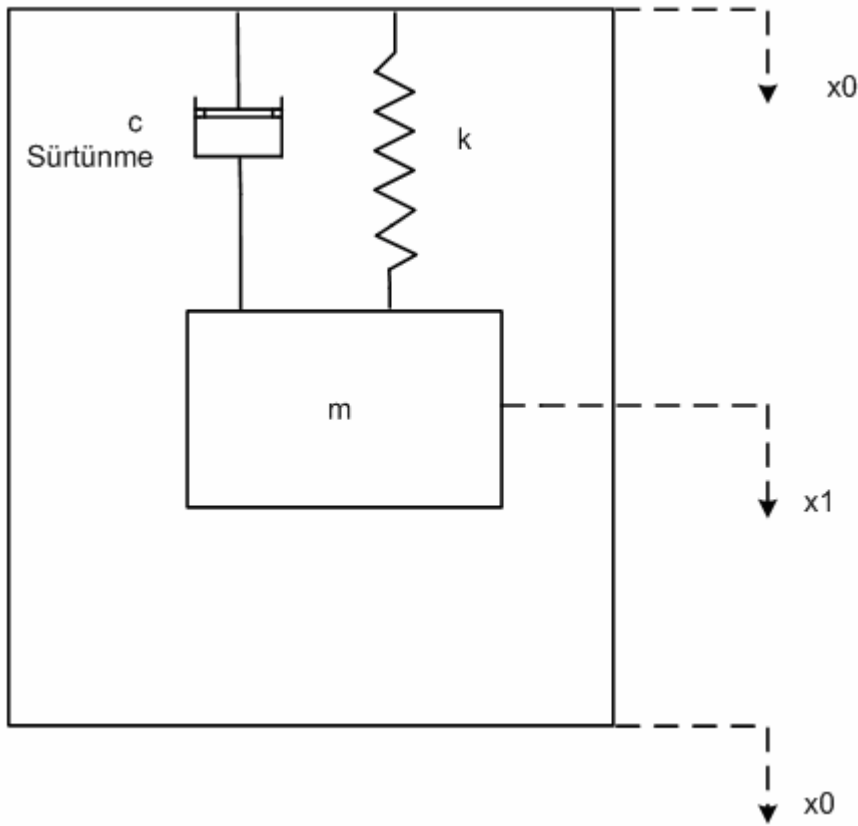
2.1. Pasif Süspansiyon Sistemine Sahip Koltuğun Modellenmesi

Pasif süspansiyon sistemine sahip olan koltuk modeli Şekil 2.1’de gösterilmiştir. Sistemde damperin olmadığı ve sadece yayın olduğu kabul edilmiştir. Koltuk mekanik bir hareket yaptığı için sürtünme olacaktır. Sürtünme etkisi sistemde yer değişim hızıyla etkili olarak harekete ters yönde bir etki gösterir, yani damperin yaptığı etkiyi yapmaktadır. Bunun için Şekil 2.2’de sistemi bir amortisör olarak gösterilmiştir.



Şekil 2.1. Kontrol edilecek olan koltuk sisteminin pasif süspansiyon hali

Şekil 2.2’de m koltuğun yüzeyi ve sürücünün ağırlığına karşılık gelmektedir. Gerçek hayatta koltuk üzerinde bulunan yumuşak yüzeyde bir sönümlenme görevi görmektedir. Bu sönümlenme ihmal edilmiştir. k sistemin sahip olduğu yay sabitini vermektedir. Koltuğun sahip olduğu sürtünme katsayısı c olarak verilmiştir. x_0 taşıt gövdesinin yaptığı dikey yer değiştirme hareketini göstermektedir. Bu hareket yeryüzüne göre yapılan yer değiştirilmedir. x_1 ise sürücünün yaptığı dikey yer değiştirme hareketidir. Bu hareket yeryüzüne göre yapılan harekettir.



Şekil 2.2. Pasif süspansiyon sisteminin dinamik modeli

Koltuğa sürücü oturduğunda sistem denge konumuna gelene kadar m kütlesi ile birlikte koltuk yüzeyi aşağı doğru hareket edecektir. Bu hareket sistemin denge noktasına gelene kadar devam eder. Bu denge noktasının sürüş esnasında da korunması istenmektedir.

$$F_g = -k(x_1) - c(\dot{x}_1) \quad (2.1)$$

$$F_g = mg \quad (2.2)$$

Eşitlik (2.2)'de verilen g yer çekimi ivmesini vermektedir ve değeri $9,80665 \text{ m / sn}^2$ 'dir. Sürücü koltuğa oturduğunda bu ivme ile hızlanarak denge noktasına oturur. Kütlenin sahip olacağı kuvvet yay üzerinde ve sürtünme içinde harcanacaktır.

Denge konumuna ulaşan sitem için taşıt gövdesinden gelecek olan titreşimler ve darbeler sistemin denge konumunu bozacaktır. Bunun sonucunda sürücü ivmeli bir hareket yapacaktır. Bu sözel ifadeyi matematiksel olarak ifade edersek,

$$m\ddot{x}_1 = -k(x_1 - x_0) - c(\dot{x}_1 - \dot{x}_0) \quad (2.3)$$

$$m\ddot{x}_1 + c\dot{x}_1 + kx_1 = c\dot{x}_0 + kx_0 \quad (2.4)$$

Eşitlik (2.4)'de taşıt gövdesinin dikey yönde hızlanması \dot{x}_0 değeri sıfır olduğunda ona bağlı olan değeri olan x_0 yer değişim miktarı da sıfır olacaktır. Eşitliğin bir tarafı sıfırlandığında diğer tarafta sıfır olacaktır. Eşitlik (2.4)'de sağ tarafın sıfır olması sol tarafta bulunan koltuk yüzeyi ve sürücünün ivmelenmesi, yer değişim hızı ve yer değişim miktarını da sıfırlayacaktır. Böylece sistem denge konumunu koruyacaktır.

Şekil 2.2'de verilen sistemde koltuğun denge halini koruması ve ivmelenmesini sıfırlamak yada azaltmak amacı ile sisteme daha büyük sönümleme oranına sahip damper kullanılmalı yada sönüm oranı değiştirilebilir bir damper sistemi kullanılmalıdır. Böylece denge halini bozan ve taşıt gövdesinden gelen bozucu etkiye ters bir kuvvet oluşturularak sürücü ve koltuk sisteminin ivmelenmesi azaltılabilir.

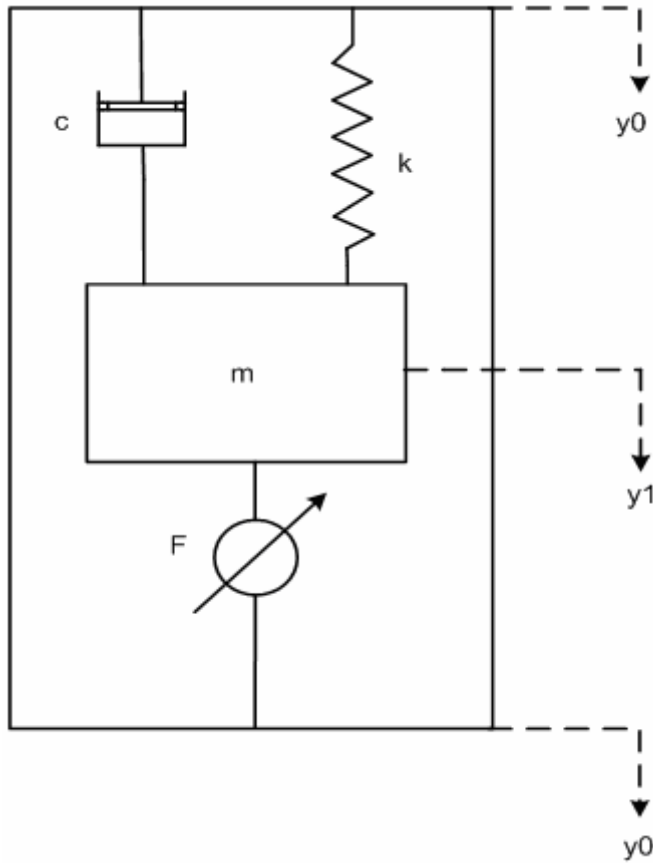
2.2. Yarı Aktif Süspansiyon Sistemine Sahip Koltuğun Matematiksel Modeli

Yarı aktif süspansiyon sisteminde koltuk yüzeyi ve taşıt yüzeyi arasındaki bağlantı yay ve sönümleme kat sayısı değiştirilebilir bir damper ile sağlanır. Şekil 2.2'de yarı aktif süspansiyon sistemine sahip koltuk sistemi gösterilmektedir. Sistemde yay, sönümleme katsayısı değiştirilebilir MR sıvılı damper bulunmaktadır. Damper

değişimler ve/veya koltuk yüzeyindeki yer değişimler olduğu sürece var olacaktır. değişken olmadığından ve ayrıca sistemin mekanik hareketleri sonucu oluşan sürtünme katsayısının değişmediği kabul edilirse bu iki sabit katsayı değeri tek bir ifade ile gösterilir.

$$C = C_{SABIT} + C_{SÜRTÜNME} \quad (2.6)$$

Şekil 2.4'da gösterilen ifadesi (2.6) eşitliğine denk gelmektedir.



Şekil 2.4. Yarı aktif süspansiyon sisteminin dinamik modeli

MR sıvılı damper için ikinci durum ise kontrol edildiği anda başlar. Kontrolle birlikte hidrolik sıvısının akışkanlığı azalmakta. Bu andan itibaren damperin üzerine binen kuvvet (2.5) eşitliğine denk değildir. (2.5) eşitliğine değişken bir kuvvet ilave

olmaktadır. dampere uygulanan akım miktarına bağlı olarak değişmektedir. Kontrol altında olan damper için değişken kuvvet ifadesi (2.7)'de verilmiştir.

$$F_{DEĞİŞKEN} = c_{DEĞİŞKEN} (\dot{x}_1 - \dot{x}_0) \quad (2.7)$$

Kontrolcü ile yapmak istediğimiz bozucu etkiye karşılık gerekli olan $F_{DEĞİŞKEN}$ kuvvetini sağlayacak olan $c_{DEĞİŞKEN}$ değerini belirleyecek akım miktarını dampere uygulamaktır. Kısacası $F = F_{DEĞİŞKEN}$ değerini sisteme uygulamaktır. $(\dot{x}_1 - \dot{x}_0)$ ifadesi algılayıcılar vasıtası ile bilindiğinden gerekli olan F kuvvetini sağlayacak akım miktarının bulunması problemidir. Bunun için Şekil 2.3'te ki sistemde damperin sahip olduğu $F_{DEĞİŞKEN}$ ifadesi F olarak gösterilmiştir. Bu açıklamalar dikkate alınarak sistemin matematiksel olarak dinamik denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

Kütlenin ivmelenmesi dikkate alınırsa;

$$m\ddot{x}_1 = -k(x_1 - x_0) - c(\dot{x}_1 - \dot{x}_0) - F \quad (2.8)$$

$$m\ddot{x}_0 = k(x_0 - x_1) + c(\dot{x}_0 - \dot{x}_1) - F$$

$F = 0$ olduğu kabul edilirse bozucu etki olan x_0 ile x_1 koltuk yüzeyinin hareketi arasında ki transfer fonksiyonu (2.9) eşitlikle ifade edilebilir.

$$\frac{x_1}{x_0} = \frac{\frac{c}{m}s + \frac{k}{m}}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}} \quad (2.9)$$

Eşitlik (2.8) dikkate alınırsa durum değişkeni olarak

$$\dot{x}_1$$

$$x_1$$

seçilmiştir. Burada x_1 koltuk ve sürücünün dikey yer değiştirmesi, \dot{x}_1 yine koltuk ve sürücünün dikey olarak yaptığı hızlanma miktarıdır. $x = [\dot{x}_1 \quad x_1]^T$ olarak tanımlanırsa durum uzayı eşitliği yazılırsa ve (2.8)'de eşitliğinden \ddot{x}_1 çekilirse;

$$\ddot{x}_1 = -\frac{c}{m}\dot{x}_1 - \frac{k}{m}x_1 - \frac{1}{m}F + \frac{k}{m}x_0 + \frac{c}{m}\dot{x}_0 \quad (2.10)$$

$$\dot{x} = Ax + BF + Dw \quad (2.11)$$

Burada w ifadesi koltuğa araç gövdesinden yansıyan bozucu girişlerini ve D matrisi ise bu bozucu girişlerinin katsayılarını ifade etmektedir.

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{c}{m} & -\frac{k}{m} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

$$B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{m} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

$$D = \begin{pmatrix} \frac{c}{m} & \frac{k}{m} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

A, B, D matrislerini (2.12), (2.13), (2.14) eşitlikleri ile verilmiştir. Bozucu girişi $w = (\dot{x}_0 \quad x_0)^T$ olarak tanımlanmıştır.

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \dot{x}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{c}{m} & -\frac{k}{m} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ x_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{m} \\ 0 \end{pmatrix} F + \begin{pmatrix} \frac{c}{m} & \frac{k}{m} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_0 \\ x_0 \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

(2.11) ifadesini açık biçimi (2.15)'de gösterilmiştir.

BÖLÜM 3. KONTROL TEORİSİ

Süspansiyon sisteminin kontrolü için modern kontrol yöntemlerinden olan lineer karesel durum geri beslemesi ve kayan kipli kontrol yöntemlerinden yararlanılacaktır. Ancak daha önce ele alınan bir sistemin kontrol edilebilirliği ve gözlemlenebilirlik kavramları ele alınmıştır.

3.1. Kontrol Edilebilirlik

Bir sistemi durum denkleminde verilen durum değişkenlerinden biri sınırlandırılmamış kontrol girişi ile bir başlangıç konumundan farklı bir noktaya taşınabiliyor ise sistem kontrol edilebilir denir.

$$x((n+1)T) = Ax(nT) + Bu(nT) \quad (3.1)$$

ile verilen ayrık zamandaki n . derecedenki sistemin kontrol edilebilirlik matrisinin rankı n 'e eşitse sistem kontrol edilebilir denir.

$$x(T) = Ax(0) + Bu(0)$$

$$x(2T) = A^2x(0) + ABu(0) + Bu(T)$$

$$x(3T) = A^3x(0) + A^2Bu(0) + ABu(T) + Bu(2T)$$

·
·
·

$$x(nT) = A^n x(0) + \sum_{p=0}^{n-1} A^{n-p-1} Bu(pT)$$

Matrisel formda yazılırsa;

$$x(nT) = A^n x(0) + \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u((n-1)T) \\ u((n-2)T) \\ \vdots \\ u(0) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Kontrol edilebilirlik matrisi

$$M = \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

eşitliği ile verilir.

$$\text{rank}(M) = \text{rank} \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = n$$

eşitliği sağlanıyorsa sistem kontrol edilebilir denir.

3.2. Gözlemlenebilirlik

Başlangıç anından itibaren alınan sınırlı sayıda örnekle sonunda giriş ve çıkış vektörleri hakkında bilgi elde edebiliyorsak sistem gözlemlenebiliyor denebilir. Kısacası kontrol edilecek olan bir sistemin durum değişkenleri hakkında bilgi sahibi olunabiliyorsa sistem gözlemlenebiliyordur denir.

$$x((n+1)T) = Ax(nT) + Bu(nT) \quad \text{ve} \quad y(nT) = Cx(nT) + Du(nT)$$

olarak belirtilsin,

$$x(nT) = A^n x(0) + \sum_{p=0}^{n-1} A^{n-p-1} Bu(pT)$$

ve

$$y(nT) = CA^n x(0) + \sum_{p=0}^{n-1} CA^{n-p-1} Bu(pT) + Du(nT) \quad (3.4)$$

A, B, C, D matrisleri ve $u(nk)$ (3.4) toplamında ikinci ve üçüncü kısım bilinmektedir. Çıkış gözlemlenerek $x(0)$ ve $x(nk)$ elde edilir.

$$x(nT) = A^n x(0)$$

$$y(nT) = CA^n x(0)$$

Tam gözlenebilirliği verebilmek için $y(0), y(T), y(2T), \dots, y(nT)$ den her bir durum değişkeninin ilk $x(0)$ değerini elde etmektir.

$$y(0) = Cx(0)$$

$$y(T) = CAx(0)$$

.

.

.

$$y((n-1)T) = CA^{n-1}x(0)$$

Gözlemlenebilirlik matrisini elde etmek için yukarıda verilen eşitliklerden yararlanılırsa.

$$\begin{bmatrix} C \\ \dots \\ CA \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

Matrisinin rankı n 'ye eşit olursa sistem gözlemlenebilirdir denir. Gözlemlenebilirlik matrisini ifade etmek gerekirse

$$N = [C \ : \ CA \ : \ \dots \ : \ CA^{n-1}]^T \quad (3.5)$$

olarak ifade edilir. Sistemin gözlemlenebilir olabilmesi için N gözlemlenebilirlik matrisinin rankının n'e eşit olması gereklidir.

3.3. Lineer Karesel Durum Regülâtörü (Linear Quadratic Regulator-LQR)

Klasik kontrol sistemlerinde tasarımcı sistemin istendiği gibi çalışmasını deneysel yolla yada yaklaşık hesaplamalar ile elde eder. Optimal kontrolde ise sisteme uygun bir davranış ölçütü belirlenir ve bu ölçüt için en uygun çözüm bulunmaya çalışılır.

Kontrol edilebilir özel durumlarda atanmış pozisyona karşı ilk pozisyondan bir durum vektörüne neden olan olanakla ilgiliydi yani hedef sonlu zamanın bir kısmıydı. Örnek için durumlar merkez bölgede gezmesine ve kontrol fonksiyonları kesin sınır kapasitelerine izin vermeyebilir. Diğer önemli karşılık ise bizim optimize etmek istediğimiz kesin büyüklüklerin var olmasıdır. Genellikle minimize edilmek istenen büyüklük zaman, yakıt, enerji, maliyet... vb ve bunların maksimize edilmesi hız, verim, kazanç... vb kapsar. Genellikle kontrol fonksiyonuna bağlı olan ve işlevsel olarak adlandırılan optimize büyüklük durum kriterlerine ve zamanın parametrelerine bağlıdır. Yani durum uzayı tanımlamalarını kontrol denklemleri bir durum uzayı bölgesiyle sınırlanır ve kontrol fonksiyonu uygun olan fonksiyonunun makul bir toplamıdır.

LQR optimal kontrol teorisi iki versiyona sahiptir: açık düğüm ve kapalı düğüm optimal kontrol problemleri. Bunun dışında ilk koşul yerleştirmek için zamanın açık fonksiyonu olarak optimal kontrol verilir. Sadece ikinci hal hesaplanır (kapalı düğüm). Lineer kuadratik sonlu boyutunun asıl sonucu en uygun varsayımlar altında lineerdir. Optimal geri besleme kontrolü durumla ve zamanla sabit olarak lineerdir [35].

Tipik karesel performans fonksiyon formu sürekli zaman için aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$J(u) = \frac{1}{2} \int_0^{T_k} \left[x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t) \right] dt \quad (3.6)$$

Q Matrisi $Q \geq 0$ ise kesin yarı pozitif matris

R Matrisi $R > 0$ ise kesin pozitif matris

A, B (sistemin durum matrisleri) çifti kontrol edilebilir.

Değer matrisleri olan R ve Q kontrol sistemi tasarımcısı tarafından seçilir; fakat bu matrisler yukarıdaki durumları karşılamak zorundadır. Q matrisi diyagonal elemanlarının sıfır veya pozitif olması ile diyagonal olur. Bazı pozitif bileşenler ($|R| \neq 0$) kontrol tarafından seçilir; aksi takdirde çözüm sonsuz kontrol kazancı içine girer.

3.3.1. Kuadratik kazanç faktörü

LQR problemlerinde sistemin K kontrolör matrisi J performans ölçütüne bağlı olarak bulunur. K kontrolör matrisi sistemin J performans ölçütünü minimum yapan değerde seçilir.

$$J_{MIN} = \frac{1}{2} \sum_{k=k_0}^{\infty} \left[x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k) \right]$$

olarak ifade edilebilir. Kuadratik kazanç faktörü içinde tanımlanan $Q(k)$ ve $R(k)$ simetriktir.

Lineer sistemlerin durum uzayı ifadeleri

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k)$$

$$y(k) = Cx(k)$$

eşitlikleri ile verilmektedir.

$y(k) = Cx(k) = [c_1 \ c_2] x(k)$ ile ifade edilebilir. Çıkışın sıfır olmasını isteyelim ve değer fonksiyonunda $y^2(k)$ 'yi ihmal edelim.

($Q = c^T c$ matrisi 2×2 matristir.)

$$y^2(k) = y^T(k)y(k)$$

$$y^2(k) = X^T(k)c^T cx(k)$$

$$y^2(k) = X^T(k)Qx(k) \quad (3.7)$$

Denklem (3.7), kuadratik fonksiyonun doğal olarak bulunduğu görebiliriz.

$$F = x^T Qx = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} x_1 q_{11} + x_2 q_{21} & x_1 q_{12} + x_2 q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = q_{11}x_1^2 + (q_{12} + q_{21})x_1x_2 + q_{22}x_2^2$$

F skalerdir. Eğer F kuadratik formu yarı kesin artı ise, yani;

$$F \geq 0, \quad x \neq 0$$

$$F = 0, \quad x = 0$$

Genel olarak F 'nin minimize edilmesi, F 'ye katkıda bulunan durumlarının genliklerinin azaltmasıdır.

Örneğin:

$$F = x_1^2 + x_2^2 = X^T Qx = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

F 'nin minimize edilmesi X_1 ve X_2 'nin azaltmasıdır.

F 'nin X_1 ve X_2 ile olan ilişkisi birine de bağlı olabilir ($F = x_1^2$ gibi..)Bu durumda F 'nin bağlı bulunduğu X değeri yardımıyla diğer X değeri bulunur.Fakat F 'nin azaltmasıdır bu durumda belirtilen X değerine bağlı olur.

Kontrol girişi $u(k)$ 'yı göz önüne alırsak;

$$S = u^T R u = [u_1 \ u_2] \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = [u_1 r_{11} + u_2 r_{21} \ u_1 r_{12} + u_2 r_{22}] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$S = u^T R u = r_{11} u_1^2 + (r_{12} + r_{21}) u_1 u_2 + r_{22} u_2^2$$

Eğer S kesin pozitifse,

$$S > 0, \quad u \neq 0$$

$$S = 0, \quad u = 0$$

S 'nin minimize edilmesi, kontrol fonksiyonunun minimize edilmesidir. Eğer S 'nin yalnızca yarı kesin artı olmasına izin verildiyse S minimize edildiğinde kontrol vektörünün bazı bileşenleri çok büyük olabilir.

$$J_{MIN} = \frac{1}{2} \sum_{k=k_0}^{\infty} \left[x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k) \right]$$

Değer fonksiyonu göz önünde bulunduralım. Eğer $Q(k)$ ' yarı kesin pozitif ve $R(k)$ da sıfır matris olsaydı, J_{MIN} 'nin minimizasyonu $x(k)$ vektörünü hızlı bir şekilde sıfır yapardı ve genel olarak büyük $u(k)$ 'ya gereksinim duyardı. Fiziksel bir sistem için $u(k)$ her zaman sınırlıdır. Genel olarak büyük $u(k)$ 'da gerçekleştirilmez. Bundan dolayı, yarı kesin matris $R(k)$ kazanç fonksiyonu ilave edilir ve $u(k)$ gerçekleştirilebilir değerlerde sınırlandırılır.

Değer fonksiyonu J_N kullanılarak, $x(k)$ 'yı ilave ederek, bazı durumlarda durumların genlikleri sınırlanmaya çalışılır.

$u(k)$ İfadesinin ilave edilmesiyle de, tasarımın fiziksel gerçekleştirilebilmesi için kontrol vektör bileşenleri sınırlandırılır.

3.3.2. Ayrık zamanlı sistemler için maksimum prensibi

Ayrık-zamanlı sistem:

$$x(k+1) = f[x(k), u(k), k]$$

ve değer fonksiyonu

$$J = Q[x(k), k] \Bigg|_{k=k_0}^{k=k_f} = \sum_{k=k_0}^{k_f-1} Q[x(k), u(k), k]$$

olarak ifade edilsin.

$Q[x(k), u(k), k]$ k_0 ve k_f aralığındaki her k değeri için değer fonksiyonudur. Değer fonksiyonu J 'nin $x(k+1)$ sınırlaması altında minimize eden kontrol vektörü $u(k)$ 'nin bulunması maksimum prensip metodu ile çözülebilir. Kısaca aşağıdaki verilen şekilde izah edilebilir.

Ayrık-zaman 'Hamilton Fonksiyonu', $H(k)$, (3.9) eşitliği ile tanımlanır.

$$H(k) = Q[x(k), k] \Bigg|_{k=k_0}^{k=k_f} + \sum_{k=k_0}^{k_f-1} [H(k) - \lambda^T(k+1)x(k+1)] \quad (3.9)$$

$J = J'$ dir.

Bu eşitliğin diferansiyeli alınırsa:

$$\delta J' = Q[\delta x(k)]^T \left(\frac{\partial Q}{\partial x(k)} - \lambda(k) \right) \Bigg|_{k=k_0}^{k=k_f} + \sum_{k=k_0}^{k_f-1} \left[\delta x(k)^T \left(\frac{\partial H(k)}{\partial x(k)} - \lambda(k) \right) + [\delta u(k)]^T \left(\frac{\partial H(k)}{\partial u(k)} \right) \right]$$

J' 'in minimum olabilmesi için gerekli koşul $\delta J' = 0$ ifadesini sağlanması gereklidir. Bu koşulun sağlanabilmesi için her $\delta x(k)$ ve $\delta u(k)$ için aşağıdaki ilişkiler sağlanmalıdır.

$$\frac{\partial H(k)}{\partial x(k)} - \lambda(k) = 0 \quad (3.10)$$

(3.10) eşitliğinden aşağıdaki üç denklem çıkarılır;

$$\frac{\partial H(k)}{\partial x(k)} = \lambda(k) \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial H(k)}{\partial x(k)} = 0 \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial H(k)}{\partial x(k)} = x(k+1) = f[x(k), u(k), k] \quad (3.13)$$

Yukarıdaki ilişkiler, ayrık zaman sınır koşullarını sağlamak zorundadırlar.

$$[\delta x(k)]^T \left(\frac{\partial Q}{\partial x(k)} - \lambda(k) \right) = 0 \quad (3.14)$$

$k = k_0$ ve k_f için (3.14) denkleminin J kazanç faktörünün minimize edebilmesi için $\delta J^2 > 0$ şartını sağlamalıdır. Otomatik kontrol sistemleri alanında (3.11) (3.12) (3.13), denklemleri önemli yer tutmaktadır.(3.11) (3.12), (3.13) ifadeleri Kanonik Hamilton Denklemleri olarak adlandırılırlar[35,36].

Kazanç Faktörü J 'yi minimize eden kontrol işareti $u(k)$, Hamilton fonksiyonunu da minimize eder.

$$H(x, u, \lambda, k) \leq H(x, \tilde{u}, \lambda, k)$$

$u(k) \Rightarrow$ Her hangi bir kontrol işareti

$\tilde{u}(k) \Rightarrow$ Optimal bir kontrol işareti

Bununla birlikte, Hamilton fonksiyonunda işaret değişirse, metot maksimum prensibe düşer.

3.3.3. Optimal lineer regülâtör

Optimal lineer regülâtör problemi özel fakat çok önemli optimal kontrol problemidir. Lineer homojen bir sistemde ilk koşul değeri sıfır olmayan $x(k_0)$ vektörü sistem için yegâne uyardımdır. Durum vektörünü denge durumuna $x(k_f) \cong 0$ getiren ve belli bir performans ölçütü minimize eden optimal kontrol işareti $u(k)$ 'nin bulunması optimal regülâtör problemi olarak ifade edilebilir. Bu durumu oluşturacak üç temel karakter aşağıda verilmiştir. Bu karakterler ile değer fonksiyonu minimize edilebilir.

Son değer, $x(k_f)$ sistemin denge noktasına olabildiğince yakın olmalıdır. Sistemi denge noktasına getirecek olan $u(k)$ kontrol işaretinin genliği mümkün olduğunca küçük olmalıdır. $x(k)$ vektörünün genliği uygun küçük bir değerde olmalıdır. Böylece sistem doyumdan uzaklaştırılır ve kontrol edilen sistemin zarar görmesi önlenir.

Yukarıda verilen üç temel karakter ile kontrol sisteminin tasarımı için en önemli sorun olan performans ölçütünün (J) nasıl seçileceği belirlenmiş olur.

Lqr problemlerinde sistemin K kontrolör matrisi J performans ölçütüne bağlı olarak bulunur. K kontrolör matrisi sistemin J performans ölçütünü minimum yapan değerde seçilir.

Ayrık zaman lineer zamanla değişen bir sisteme ait durum uzayı ifadesi :

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k)$$

$x(k_0) = x_0$ olmak üzere:

$$J = \frac{1}{2} x^T(k_f) S x(k_f) + \frac{1}{2} \sum_{k=k_0}^{k_f-1} [x^T(k) Q(k) x(k) + u^T(k) R(k) u(k)] \quad (3.15)$$

Eşitlik (3.15)'de değer fonksiyonu denir [36]. Bu ifadeyi minimize edecek $u(k)$ ifadesi bulunacaktır.

Bunun içinde Hamilton sistem denklemlerinden yararlanılarak P geçiş matrisinin bulunması gerekir:

$$H(k) = \frac{1}{2} x^T(k) Q(k) x(k) + \frac{1}{2} u^T(k) R(k) u(k) + \lambda^T(k+1) [A(k)x(k) + B(k)u(k)]$$

Kanonik denklemler yazılırsa:

$$\frac{\partial H(k)}{\partial x(k)} = \lambda(k) = Q(k)x(k) + A^T(k)\lambda(k+1) \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial H(k)}{\partial u(k)} = 0 = R(k)u(k) + B^T(k)\lambda(k+1) \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial H(k)}{\partial \lambda(k+1)} = x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) \quad (3.18)$$

Sınır koşulları yalnızca son koşullara işaret eder. Örneğin $K = k_f$ olsun ve

$$\left. \frac{\partial Q}{\partial x(k)} \right|_{k=k_f} = \lambda(k_f) = s x(k_f)$$

ile verilir.

$$u(k) = -R^{-1}(k)B^T(k)\lambda(k+1)$$

$$u(k) = -R^{-1}(k)B^T(k)[A^T(k)]^{-1}[P(k) - Q(k)]x(k) \quad (3.19)$$

ilişkisinden

$$u(k) = -R^{-1}(k)B^T(k)\lambda(k+1)$$

$$|R(k)| \neq 0, k = 0, 1, 2, \dots, k_f \quad \text{için}$$

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

$$x(k+1) = A(k)x(k) - B(k)R^{-1}(k)B^T(k)\lambda(k+1) \quad (3.20)$$

$$x(0) = x_0 \quad \text{ile}$$

$$\lambda(k) = P(k)x(k)$$

denklemi (3.20) eşitliğinde yerine konursa;

$$x(k+1) = A(k)x(k) - B(k)R^{-1}(k)B^T(k)P(k+1)x(k+1) \quad (3.21)$$

(3.16) ve (3.21) denklemlerinden

$$P(k)x(k) = Q(k)x(k) + A^T(k)\lambda(k+1)$$

$$P(k)x(k) = Q(k)x(k) + A^T(k)P(k+1)x(k+1) \quad (3.22)$$

(3.21) ve (3.22) denklemlerinden $x(k+1)$ 'in yok edilmesiyle;

$$\left(P(k) - A^T(k)P(k+1) \left[I + B(k)R^{-1}(k)B^T(k)P(k+1) \right]^{-1} A(k)Q(k) \right) x(k) = 0$$

denklemi tüm $x(k)$ için geçerlidir.

Eğer,

$$Q(k) = P(k) - A^T(k)P(k+1) \left[I + B(k)R^{-1}(k)B^T(k)P(k+1) \right]^{-1} A(k) \quad (3.23)$$

ise (3.23) denklemi Ayrık Zaman Riccati Denklemi olarak bilinir.

Riccati denkleminin en son hali olarak $P(k_f) = S$ ve (3.7)denklemini ilişkisi ile $|A(k)| \neq 0$ şartı ile $k = 0, 1, 2, \dots, k_f$ göz önüne alınır

$$\lambda(k+1) = -[A^T(k)]^{-1} Q(k)x(k) + [A^T(k)]^{-1} P(k)x(k) \quad (3.24)$$

(3.24) denklemini (3.19) denkleminde yerine koyulursa Optimal Kontrol Kuralı olan

$$u(k) = K(k)x(k)$$

elde edilir. $K(k)$ Ayrık Zaman Kalman matrisidir.

$$K(k) = -R^{-1}(k)B^T(k)[A^T(k)]^{-1}[P(k) - Q(k)] \quad (3.25)$$

3.3.4. Sürekli hal karesel optimal kontrol

Lineer zamanla değişmeyen sistem,

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

$$x(k_0) = x_0$$

ile ifade edilir.

Performans ölçütü (3.26) ile verilmektedir

$$J = \frac{1}{2} x^T(k_f) S x(k_f) + \frac{1}{2} \sum_{k=k_0}^{k_f-1} [x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k)] \quad (3.26)$$

Performans ölçütü formülü içindeki A, B, S, Q ve R sabittirler. Denkleminde bulunan A, B sistem matrisi; Q, R de performans matrisleridir. J ifadesi ve $K(k)$ geri besleme matrisi, k_f 'nin değerine bağlı olarak değişiklik gösterir. Bunlar aşağıda sıralanmıştır:

k_f sonlu değerde ise $K(k)$ geri besleme matrisi zamanla değişken olur.

$k_f \rightarrow \infty$ ise $K(k)$ matrisi sabit matris olur ve K ile gösterilir.

$k_f \rightarrow \infty$ olduğu durumda J performans ölçütü aşağıda verilen forma döner:

$$J_{MIN} = \frac{1}{2} \sum_{k=k_0}^{\infty} \left[x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k) \right]$$

Kapalı çevrim kontrol sisteminin asimptotik kararlı olduğu kabul edildiğinden

$$\frac{1}{2} X^T(k_f) S X(k_f)$$

ifadesi sıfır olur. $X(\infty) = 0$ 'dır. Bu nedenle

$$\frac{1}{2} X^T(\infty) S X(\infty) = 0$$

olur. Kapalı çevrim kontrol sistemine

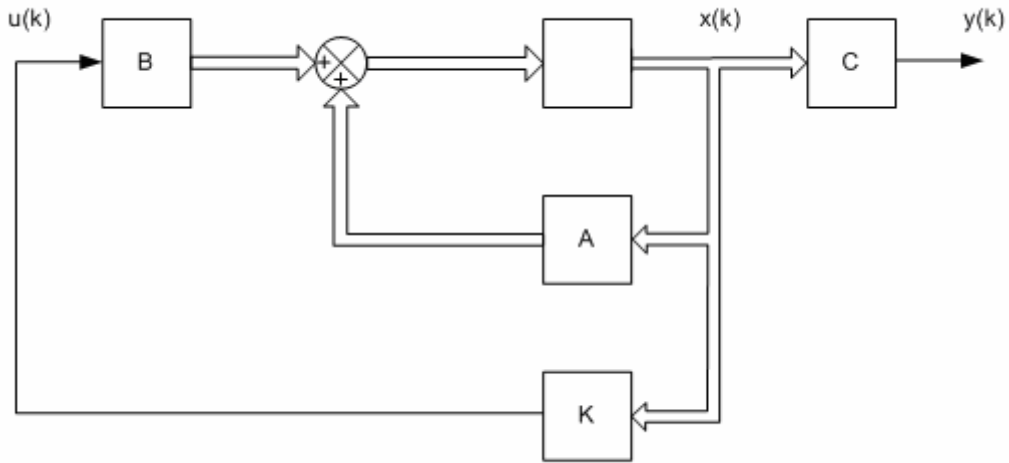
$$u(k) = -Kx(k)$$

kontrol girişi uygulanır.

Kalıcı durum karesel optimal kontrol sisteminde ana hedef J 'yi minimize edecek olan kalıcı durum geri besleme matrisi olan $K(k)$ 'yı bulmaktır. $X(\infty) = 0$ olduğunda $K(k)$ matrisi sabit olur. K sabiti ifadesi (3.27) eşitliği ile verilmiştir:

$$K = -R^{-1} B^T [A^T]^{-1} [P - Q] \quad (3.27)$$

Burada P geçiş matrisi Ayrık Riccati Denkleminde (3.28) de ifade edilmiştir:



Şekil 3.1. LQR kontrollü sistem

$$P - A^T P [I + BR^{-1}B^T P]^{-1} A = Q \quad (3.28)$$

P matrisi burada bilinmeyen bir değerdir ve aşağıdaki eşitliklerle bulunabilir. λ_i , M matrisinin bir özdeğeri ise, λ_i^{-1} 'de M matrisinin bir özdeğeri.

$$M = \begin{bmatrix} I_n & BR^{-1}B^T \\ 0 & A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & 0 \\ -Q & I_n \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

(3.29) eşitliğinde A matrisi tekil değildir. ($|A| \neq 0$). A matrisi tekil ise M matrisi bulunamaz. Yukarıdaki koşul nedeniyle M matrisinin z_n özdeğerinden n tanesi karardır, birim daire içindedir ve diğer kalanları kararsızdır.

3.3.5. Bilinmeyen P matrisinin çözümü

P matrisini elde etmek için iki temel yöntem vardır [35].

Birinci Yöntem:

$$P = WV^{-1} \quad (3.30)$$

$$W = [W_1 \dots W_n] \quad (3.31)$$

$$V = [V_0 \dots V_n] \quad (3.32)$$

W_i ve V_i ler kararlı n özdeğer için şöyle belirlenir:

$$\lambda_i W_i = M W_i \quad W_i = \begin{bmatrix} V_i \\ W_i \end{bmatrix} \quad (W_i \text{ } M_i \text{ matrisinin özdeğeridir.})$$

İkinci Yöntem:

Kalıcı-durum quadratik optimal. $x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$ kontrol problemi çözülürken, Riccati denkleminin çözümünün bulunmasında 2.yol olarak aşağıda verildiği gibi çözülebilir.

$$P = Q + A^T P A - A P B (R + B^T P B)^{-1} B^T P A \quad (3.33)$$

Riccati denklemi (3.33) eşitliği ile ifade edilir. Bu eşitlik kalıcı durum olmayan şekliyle yazılırsa (3.34) eşitliği ile ifade edilir.

$$P(k) = Q + A^T P(k+1) A - A^T P(k+1) B [R + B^T P(k+1) B]^{-1} B^T P(k+1) A \quad (3.34)$$

Zamanın yönü ters döndürülerek,

$$P(k+1) = Q + A^T P(k) A - A^T P(k) B [R + B^T P(k) B]^{-1} B^T P(k) A$$

elde edilir ve çözüme $P(0) = 0$ ile başlanır.

Durağan çözüm elde edilinceye yani P matrisinin elemanlarının değeri değişmemeye başladığı ana kadar $P(k+1)$ denklemi yinelenerek, çözüme devam edilir. Elde edilen P matrisi (3.27) eşitliğinde kullanılarak gerekli olan regülatör K matrisi elde edilir.

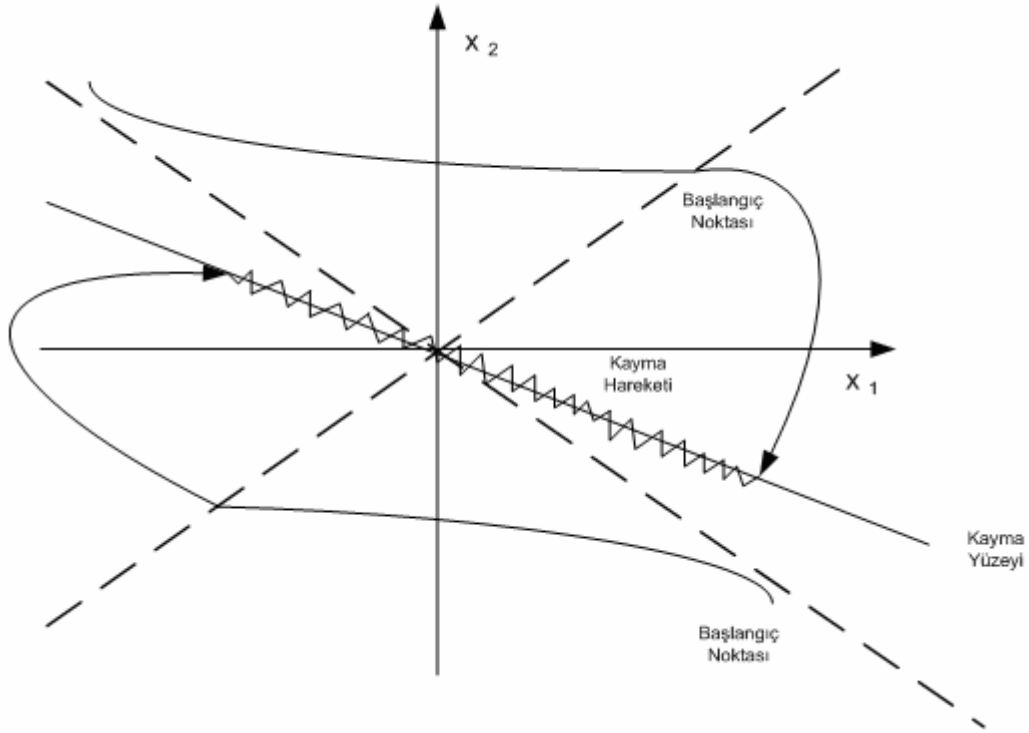
3.4. Kayan Kipli (Sliding Mode) Kontrol

Modern kontrol yöntemlerinden biri olan kayan kipli kontrol yöntemi kontrol edilecek olan sistemi bir kayma yüzeyi üzerine yönelmesi ve bu kayma yüzeyi üzerinde kalmasını amaçlar. Kayma yüzeyinin bulunması ve sistemin bu kayma yüzeyi üzerinde tutulması için gerekli olan kontrolcünün tasarlanması olarak iki aşamadan oluşmaktadır.

Kayan kipli kontrolde, n . mertebeden izleme problemi birinci mertebeden kararlılık problemine dönüştürülür, böylece incelenen sistem için oluşan problemler ile daha kolay başa çıkılabilir hale gelir. Kayma yüzeyinin tasarımı için sistem uygun koordinat dönüşümü ile kontrol girişinin olduğu ve olmadığı iki alt sisteme ayrılır. Kontrol girişinin olmadığı alt sistemi kararlı hale getirecek olan kayma yüzey eğimleri belirlenmesi ile kayma yüzeyi tasarımı yapılır. Kontrol girişinin olduğu alt sistem kullanılarak kontrol girişi tasarlanır ve kontrol girişinin uygulanması ile sistemi denge noktasına ulaştıracak kayma yüzeyi üzerinde davranmaya zorlanır.

Sistemi kontrol girişi içeren ve içermeyen iki sistem haline getirecek olan dönüşüm matrisi doğrusal sistemler için belirlenebilse de, doğrusal olmayan sistemler için böyle bir matrisin varlığı her zaman söz konusu değildir. Yüzey bulunsa bile kontrol içermeyen alt sistemin kararlılığını sağlayacak olan yüzey parametrelerinin bulunması zorlaşacaktır. Bu problemi ortadan kaldırmak amacı ile doğrusal olmayan sistemlerin kullanım aralıkları için lineerleştirilmesi yolu kullanılabilir.

Kayan kipli kontrol teorisinde kontrol edilecek olan sistem bir kayma yüzeyi üzerine yönlendirmek ve sistemi bu doğru üzerinde tutmaktır. Böylece sistemi istenen referans doğrultusunda kalması sağlanacaktır. x_1 ve x_2 sistemin durum değişkenleri olmak üzere, Şekil 3.2 'de bir sistem için gerekli olan kayma yüzeyi verilmiştir [37].



Şekil 3.2. Durum değişkenleri x_1 ve x_2 olan bir sistem için kayma yüzeyi

Başlangıç noktasından kayma yüzeyine kadar olan harekete yaklaşma hareketi denmektedir. Sistemin istenen denge haline gelene kadar yaptığı harekete kayma hareketi denir. Sistemin durum değişkenleri kayma hareketi boyunca kayma yüzeyi üzerinde salınım yapacaklardır.

Kayan kipli kontrolün gerçekleştirilebilmesi için $\sigma = 0$ eşitliğini sağlayan bir kayma yüzeyi tasarlanmalıdır [38,39].

$$\sigma(t) = Cx(t) \quad (3.35)$$

$x(t) \in R^{n \times 1}$ ise $C \in R^{n \times m}$ olmak zorundadır. Ayrıca sistemi bu kayan yüzey üzerinde tutabilecek bir kontrolcü tasarlanmalıdır.

Kayma yüzeyi tasarlanırken kontrolcü girişi olmayan durum denklemi bulunmalıdır. Bunun için gerekli olan matris dönüşümleri yapılmalıdır. Kontrolsüz olan durum denkleminde yararlanılarak bu denklemi kararlı yapacak şekilde tasarlanmalıdır.

Kontrolcü Şekil 3.2’de görüldüğü gibi iki temel kısımdan oluşur. Birinci kısım başlangıç noktasından sistemi kayma yüzeyi üzerinde tutacak olan. İkincisi ise sistemi bu kayma yüzeyi üzerinde tutacak olan kısımdır.

3.4.1. Sürekli zaman kayan kipli kontrolcünün tasarımı

İlk olarak kayma yüzeyinin tasarlanması gerekmektedir. Bir sistemin durum denklemi (3.36) ile ifade edilmektedir.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.36)$$

Burada $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $x \in R^n$ ve $u \in R^m$ olarak kabul edilsin.(3.35) eşitliği ile verilen kayma yüzeyi denkleminde C sistemi kararlı davranıracak şekilde seçilmelidir.

Kayma yüzeyinin tasarlanması için (3.36) denklemi ile verilen sistemin durum denklemlerinden sadece m tanesi kontrol işaretini içermesi n-m kadarının içermemesi gerekmektedir. Bunun için gerekli matris dönüşümleri yapılmalıdır. Bu dönüşümü sağlayacak olan matris T olarak kabul edilsin ve $z = Tx$, olsun. Sitemin durum denkleminin dönüşüm yapılmış hali (3.38)’de verilmiştir.

$$z = Tx \quad (3.37)$$

$$\dot{z} = T(Ax + Bu)$$

$$\dot{z} = TAx + TBu$$

$$\dot{z} = TAT^{-1}z + TBu \quad (3.38)$$

$TAT^{-1} = K$ ve $TB = L$ değişiklikleri kabul edilirse (3.38) ifadesi (3.39) halini alır.

$$\dot{z} = Kz + Lu \quad (3.39)$$

(3.39) ifadesi (3.40) ve (3.41) hallerini alır.

$$\dot{z}_1 = K_{11}z_1 + K_{12}z_2 \quad (3.40)$$

$$\dot{z}_2 = K_{21}z_1 + K_{22}z_2 + Lu \quad (3.41)$$

Böylelikle kontrol girişi içeren ve içermeyen iki alt sistem elde edilmiş olur.

$K_{11} \in R^{(n-m) \times (n-m)}$, $K_{12} \in R^{(n-m) \times m}$, $K_{21} \in R^{m \times (n-m)}$, $K_{22} \in R^{m \times m}$, $L \in R^{(n-m) \times m}$, $z_1 \in R^{(n-m)}$ ve $z_2 \in R^m$ olarak tanımlıdır. Burada kullanılacak olan H matrisi tekil olmamalı yani tersi alınabilmeli ve durum denklemini kontrol girişi içermeyen alt sistemlere ayırabilmelidir.

Şayet kontrol girişi tek ise yani $u \in R^1$ ise T dönüşüm matrisi özel bir yöntem ile bulunabilir [38].

$$T = (MW)^{-1} \quad (3.42)$$

$$M = [B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (3.43)$$

$$W = \begin{bmatrix} s_{n-1} & s_{n-2} & \dots & s_1 & 1 \\ s_{n-2} & s_{n-3} & \dots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s_1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

(3.44) ifadesi ile verilen W matrisi (3.36) ifadesi ile verilen durum denkleminin A matrisinin polinomlarının katsayılarından oluşur. n . mertebe bir A matrisi için elde edilen karakteristik polinom aşağıda verilmiştir [35].

$$\lambda^n + s_{n-1}\lambda^{n-1} + s_{n-2}\lambda^{n-2} + \dots + s_1\lambda + s_0$$

$z = Tx$ dönüşümü gerçekleştirildikten ve durum denklemi (3.42) (3.41) ifadelerine ayrıldıktan sonra kayma yüzey tasarımı gerçekleştirilir.

$$\sigma(t) = Cz$$

$$\sigma(t) = [C_1 \quad C_2] \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

$$\sigma(t) = C_1 z_1 + C_2 z_2 \quad (3.45)$$

Burada $C_1 \in R^{1 \times (n-m)}$, $C_2 \in R^1$ şeklinde tanımlıdır. Kayma yüzeyi üzerinde

$$\sigma(t) = C_1 z_1 + C_2 z_2 = 0$$

Olmalıdır. Böylece $C_1 z_1 + C_2 z_2 = 0$ eşitliği yazılabilir.

$$z_2 = C_2^{-1} C_1 z_1 \quad (3.46)$$

(3.46) ifadesi (3.40) ifadesinde yerine konursa

$$\dot{z}_1 = [K_{11} - K_{12} C_2^{-1} C_1] z_1 \quad (3.47)$$

elde edilir. Tek kontrol girişi olan bir sistem için (3.39) ifadesi için K ve L matrisleri daha açık bir şekilde yazılırsa

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ l \end{bmatrix}$$

$z_1 \in R^{(n-1)}$ ve $z_2 \in R^1$ olarak tanımlanırsa sistemin kontrol içermeyen alt sistemi aşağıda şekilde ifade edilmiştir.

$$\dot{z}_1 = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1(n-1)} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ k_{(n-1)1} & k_{(n-1)2} & \cdots & k_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} z_1 + \begin{bmatrix} k_{1n} \\ k_{2n} \\ \vdots \\ k_{(n-1)n} \end{bmatrix} z_2 \quad (3.48)$$

$$K_{11} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1(n-1)} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ k_{(n-1)1} & k_{(n-1)2} & \cdots & k_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \quad K_{12} = \begin{bmatrix} k_{1n} \\ k_{2n} \\ \vdots \\ k_{(n-1)n} \end{bmatrix}$$

Kayma yüzeyi parametrelerinin tespiti için iki temel yol kullanılır. Bunlar

- Kök yerleştirme metodu
- Optimum Kayma Yüzeyi Tasarımı (Riccati Denklemi)

3.4.1.1. Kök yerleştirme metodu

Kayma yüzeyinin sağlanabilmesi için indirgenmiş ve kontrol girişinden arındırılmış olan durum denkleminin kararlı çalışması sağlanmalıdır. Eşitlik (3.47) ifadesinde $[K_{11} - K_{12}C_2^{-1}C_1] = V$ kabul edilirse V ifadesinin özdeğerlerinin gerçel kısmının negatif olması indirgenmiş sistemin kararlı olması için yeterlidir [39].

$$|\lambda I - V| = 0$$

C yüzey eğim matrisi sistemin $(n-m)$ özdeğerinin nerede olması istendiğine göre bulunur.

3.4.1.2. Optimum kayma yüzeyi tasarımı (Riccati denklemi)

Doğrusal zamanla değişen sistemler için optimal kontrol girişi bölüm 3,1'de de belirtildiği gibi performans kriterini eşitlik (3.49)'ü minimum yapacak şekilde tasarlanmalıdır [39,40].

$$J(u) = \frac{1}{2} \int_0^{T_k} \left[x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t) \right] dt \quad (3.49)$$

Burada Q matrisi kesin yarı pozitif matris, R matrisi ise kesin pozitif matris olmak zorundadır. Riccati denklemi ise

$$\dot{P} = A^T P + PA - P B R^{-1} B^T P + Q \quad (3.50)$$

İfadesi ile verilmektedir. Optimal kontrol ifadesi ise

$$u(t) = K x(t) \quad (3.51)$$

$$K = -R^{-1} B^T P \quad (3.52)$$

Kayma yüzeyinin elde edilmesi için gerekli olan optimal kayma yüreği parametrelerini bulmak için (3.49) ifadesi ile verilen performans kriterinde kontrol girişi ihmal edilmelidir.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{T_k} \left[x^T(t) Q x(t) \right] dt \quad (3.53)$$

Kontrol teriminin dahil edilmemesinin sebebi kayma yüzeyinin kontrol girişinden bağımsız olarak seçilmesidir. Elde edilen bu denklem minimize edilerek optimal yüzey parametreleri elde edilir.

Kayma yüzeyinin parametreleri bulunmak istendiğinde minimize edilmek istenen performans kriteri fonksiyonuna T dönüşümü yapılır.

$$z = T x$$

$$\left[T^{-1} \right]^T Q T^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Kabulü ile (3.53) eşitliğinde yerine konursa

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{T_k} \left[z_1^T Q_{11} z_1 + 2z_1^T Q_{12} z_2 + z_2^T Q_{22} z_2 \right] dt \quad (3.55)$$

eşitliği elde edilir ($Q_{12} = Q_{21}$ alınmıştır.). Burada η olarak bir değişken tanımlanmış ve eşitliği aşağıda verilmiştir.

$$\eta = z_2 + Q_{22}^{-1} Q_{12}^T z_1 \quad (3.56)$$

(3.56) eşitliği (3.40) ifadesinde yerine konursa,

$$\dot{z}_1 = \left[K_{11} - K_{12} Q_{22}^{-1} Q_{12}^T \right] z_1 + K_{12} \eta \quad (3.57)$$

Performans kriteri ise aşağıdaki ifadeyi alır.

$$J = \int_0^{T_k} \left(z_1^T \left[Q_{11} - Q_{12} Q_{22}^{-1} Q_{12}^T \right] z_1 + \eta^T Q_{22} \eta \right) dt \quad (3.58)$$

$$\bar{Q} = Q_{11} - Q_{12} Q_{22}^{-1} Q_{12}^T \quad (3.59)$$

ve

$$\bar{R} = Q_{22} \quad (3.60)$$

olarak kabul edilirse (3.55) ifadesi (3.49) ifadesine dönüştürülmüştür.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{T_k} \left[z_1^T \bar{Q} z_1 + \eta^T \bar{R} \eta \right] dt \quad (3.61)$$

Riccati eşitliği

$$\dot{P} = \bar{A}^T P + P \bar{A} - P \bar{B} R^{-1} \bar{B}^T P + Q$$

kullanılarak P matrisi elde edilmelidir. Burada \bar{A} ve \bar{B} matrisleri eşitlik (3.57)'de yerine konursa;

$$\begin{aligned}\bar{A} &= K_{11}z_1 - K_{12}Q_{22}^{-1}Q_{12}^T \\ \bar{B} &= K_{12} \\ \eta^{op} &= (-R^{-1}K_{12}^T P)z_1\end{aligned}\quad (3.62)$$

olarak elde edilir. Eşitlik (3.46) kullanılarak ve $C_2 = 1$ seçilirse;

$$z_2 = -C_1^{op} z_1 \quad (3.63)$$

$$z_2 = -C_1^{op} z_1 = -Q_{22}^{-1} [K_{12}P + Q_{12}^T] z_1 \quad (3.64)$$

$$\sigma(k) = C_1^{op} z_1 + z_2 = 0$$

Kayma yüzgeği ifadesi elde edilir.

3.4.1.3. Sürekli zaman kontrolcünün tasarımı

Kayma yüzeyi parametreleri hesaplandıktan sonra sistemi bu kayma yüzeyi üzerine de tutacak olan kontrolcü tasarlanmalıdır.

$$\dot{\sigma} = C_1 \dot{z}_1 + \dot{z}_2 = 0 \quad (3.65)$$

\dot{z}_1 ve \dot{z}_2 ifadeleri eşitlik (3.40) ve (3.41) dan yararlanılarak (3.65) eşitliğinde yerine konursa

$$\dot{\sigma} = C_1 (K_{11}z_1 + K_{12}z_2) + K_{21}z_1 + K_{22}z_2 + Lu = 0 \quad (3.66)$$

Tek girişli sistem için ise

$$\dot{\sigma} = C_1 (K_{11}z_1 + K_{12}z_2) + K_{21}z_1 + K_{22}z_2 + lu = 0$$

eşitliği verilebilir. u ifadesi çekilirse,

$$u_d = -\frac{1}{l}(C_1(K_{11}z_1 + K_{12}z_2) + K_{21}z_1 + K_{22}z_2)$$

$$u_d = -\frac{1}{l}((C_1K_{11} + K_{21})z_1 + (C_1K_{12} + K_{22})z_2) \quad (3.67)$$

Bu u_d ifadesi sistemi başlangıç noktasından kayma yüzeyine yönlendirecek olan düşük frekanslı kontrol girişidir.

Sistemi kayan yüzey üzerinde tutacak olan kontrolcü girişi ise

$$u_y = -k\text{sign}(\sigma) \quad (3.68)$$

eşitliği ile ifade edilir. Eşitlik (3.68)'de k değişkeni ne kadar büyük olursa sistem kayma yüzeyi üzerinde o oranda hızlı cevap verecektir. Ancak bu değer artması sistemin zorlanmasına sebep olacaktır. Eşitlik (3.68) kontrolcünün yüksek frekans bileşenini oluşturmaktadır.

$$u = u_d + u_y$$

$$u_d = -\frac{1}{l}((C_1K_{11} + K_{21})z_1 + (C_1K_{12} + K_{22})z_2) + (-k\text{sign}(\sigma)) \quad (3.69)$$

Bu ana kadar yapılan işlemlerde T dönüşümü yapılmış olan sistemden yararlanılmıştır. Kontrolcü sisteme uygulanmadan evvel ters T dönüşümü yapılmalıdır.

3.4.2. Ayrık zaman kayan kipli kontrolcü tasarımı

İlk olarak kayma yüzeyinin tasarlanması gerekmektedir. Belirli bir Δ örnekleme süresine göre ayrıklaştırılmış sistemim durum denklemi (3.70) ile ifade edilmektedir.

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) \quad (3.70)$$

Burada $G \in R^{n \times n}$, $H \in R^{n \times m}$ sistemin ayırık durum denklemlerinin matrisleridir $x \in R^n$ ve $u \in R^m$ olarak kabul edilsin. (3.70) eşitliği ile verilen kayma yüzeyi denkleminde C sistemi kararlı davranıracak şekilde seçilmelidir.

Kayma yüzeyinin tasarlanması için (3.70) denklemi ile verilen sistemin durum denklemlerinden sadece m tanesi kontrol işaretini içermesi n-m kadarının içermemesi gerekmektedir. Bunun için gerekli matris dönüşümleri yapılmalıdır. Bu dönüşümü sağlayacak olan matris H olarak kabul edilsin ve $z(k) = Hx(k)$ olsun. Sistemin durum denkleminin dönüşüm yapılmış hali (3.71)'da verilmiştir [38,41].

$$z = Tx \quad (3.71)$$

$$z(k+1) = T(Gx(k) + Hu(k))$$

$$z(k+1) = T G x(k) + T H u(k)$$

$$z(k+1) = T G T^{-1} z(k) + T H u(k) \quad (3.72)$$

$T G T^{-1} = K$ ve $T H = L$ değişiklikleri kabul edilirse (3.72) ifadesi (3.73) halini alır.

$$z(k+1) = K z(k) + L u(k) \quad (3.73)$$

(3.73) ifadesi (3.74) ve (3.75) hallerini alır.

$$z_1(k+1) = K_{11} z_1(k) + K_{12} z_2(k) \quad (3.74)$$

$$z_2(k+1) = K_{21} z_1(k) + K_{22} z_2(k) + L u(k) \quad (3.75)$$

Böylelikle kontrol girişi içeren ve içermeyen iki alt sistem elde edilmiş olur.

$$K_{11} \in R^{(n-m) \times (n-m)}, \quad K_{12} \in R^{(n-m) \times m}, \quad K_{21} \in R^{m \times (n-m)}, \quad K_{22} \in R^{m \times m}, \quad L \in R^{m \times m},$$

$z_1 \in R^{(n-m)}$ ve $z_2 \in R^m$ olarak tanımlıdır. Burada kullanılacak olan H matrisi tekil olmamalı yani tersi alınabilmeli ve durum denklemini kontrol girişi içermeyen alt sistemlere ayırabilmelidir.

Şayet kontrol girişi tek ise yani $u \in R^1$ ise T dönüşüm matrisi özel bir yöntem ile bulunabilir.

$$T = (MW)^{-1} \quad (3.76)$$

$$M = [B \ : \ AB \ : \ \dots \ : \ A^{n-1}B] \quad (3.77)$$

$$W = \begin{bmatrix} r_{n-1} & r_{n-2} & \dots & r_1 & 1 \\ r_{n-2} & r_{n-3} & \dots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

Eşitlik (3.78)ifadesi ile verilen W matrisi (3.70) ifadesi ile verilen durum denkleminin A matrisinin polinomlarının katsayılarından oluşur. n . mertebe bir A matrisi için elde edilen karakteristik polinom aşağıda verilmiştir.

$$|sI - A| = | \quad |$$

$z = Tx$ dönüşümü gerçekleştirildikten ve durum denklemini (3.74)(3.75) ifadelerine ayrıldıktan sonra kayma yüzey tasarımı gerçekleştirilir [35].

$$\sigma(k) = Cz(k)$$

$$\sigma(k) = [C_1 \ C_2] \begin{bmatrix} z_1(k) \\ z_2(k) \end{bmatrix}$$

$$\sigma(k) = C_1 z_1(k) + C_2 z_2(k) \quad (3.79)$$

burada $C_1 \in R^{1 \times (n-m)}$, $C_2 \in R^1$ şeklinde tanımlıdır. Kayma yüzeyi üzerinde

$$\sigma(k) = C_1 z_1(k) + C_2 z_2(k) = 0$$

olmalıdır. Böylece $C_1 z_1 + C_2 z_2 = 0$ eşitliği yazılabilir.

$$z_2(k) = C_2^{-1} C_1 z_1(k) \quad (3.80)$$

eşitlik (3.80) ifadesi (3.74) ifadesinde yerine konursa

$$z_1(k+1) = [K_{11} - K_{12} C_2^{-1} C_1] z_1(k) \quad (3.81)$$

elde edilir. Tek kontrol girişi olan bir sistem için (3.73) ifadesi için K ve L matrisleri daha açık bir şekilde yazılırsa

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ l \end{bmatrix}$$

$z_1 \in R^{(n-1)}$ ve $z_2 \in R^1$ olarak tanımlanırsa sistemin kontrol içermeyen alt sistemi aşağıda şekilde ifade edilmiştir.

$$z_1(k+1) = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1(n-1)} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ k_{(n-1)1} & k_{(n-1)2} & \cdots & k_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} z_1(k) + \begin{bmatrix} k_{1n} \\ k_{2n} \\ \vdots \\ k_{(n-1)n} \end{bmatrix} z_2(k) \quad (3.82)$$

$$K_{11} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1(n-1)} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ k_{(n-1)1} & k_{(n-1)2} & \cdots & k_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \quad K_{12} = \begin{bmatrix} k_{1n} \\ k_{2n} \\ \vdots \\ k_{(n-1)n} \end{bmatrix}$$

Kayma yüzeyi parametrelerinin tespiti için iki temel yol kullanılır. Bunlar

- Kök yerleştirme metodu
- Optimum Kayma Yüzeyi Tasarımı (Riccati Denklemi)

3.4.2.1. Kök yerleştirme metodu

Kayma yüzeyinin sağlanabilmesi için indirgenmiş ve kontrol girişinden arındırılmış olan durum denkleminin kararlı çalışması sağlanmalıdır. Eşitlik (3.81) ifadesinde $[K_{11} - K_{12}C_2^{-1}C_1] = V$ kabul edilirse V ifadesinin özdeğerlerinin gerçel kısmının negatif olması indirgenmiş sistemin kararlı olması için yeterlidir.

$$|\lambda I - V| = 0$$

C yüzey eğim matrisi sistemin $(n-m)$ özdeğerinin nerede olması istendiğine göre bulunur.

3.4.2.2. Optimum kayma yüzeyi tasarımı (Ayrık Riccati denklemi)

Doğrusal zamanla değişen sistemler için optimal kontrol girişi bölüm 3.1'de de belirtildiği gibi ayrık performans kriterini eşitlik (3.83)'i minimum yapacak şekilde tasarlanmalıdır.

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=k_0}^{k_f-1} [x^T(k)Q(k)x(k) + u^T(k)R(k)u(k)] \quad (3.83)$$

Burada Q matrisi kesin yarı pozitif matris, R matrisi ise kesin pozitif matris olmak zorundadır.

Ayrık Riccati denklemi ise

$$Q(k) = P(k) - G^T(k)P(k+1)[I + H(k)R^{-1}(k)H^T(k)P(k+1)]^{-1}G(k) \quad (3.84)$$

İfadesi ile verilmektedir. Optimal kontrol ifadesi ise

$$u(k) = Kx(k) \quad (3.85)$$

$$K = -R^{-1}B^T P \quad (3.86)$$

Kayma yüzeyinin elde edilmesi için gerekli olan optimal kayma yüreği parametrelerini bulmak için (3.83) ifadesi ile verilen performans kriterinde kontrol girişi ihmal edilmelidir.

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=k_0}^{k_f-1} [x^T(k)Q(k)x(k)] \quad (3.87)$$

Kontrol teriminin dahil edilmemesinin sebebi kayma yüzeyinin kontrol girişinden bağımsız olarak seçilmesidir. Elde edilen bu denklem minimize edilerek optimal yüzey parametreleri elde edilir.

Kayma yüzeyinin parametreleri bulunmak istendiğinde minimize edilmek istenen performans kriteri fonksiyonuna T dönüşümü yapılır.

$$z(k) = Tx(k)$$

$$\left[T^{-1} \right]^T Q T^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \quad (3.88)$$

Kabulü ile (3.87) eşitliğinde yerine konursa

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=k_0}^{k_f-1} [z_1^T Q_{11} z_1 + 2z_1^T Q_{12} z_2 + z_2^T Q_{22} z_2] \quad (3.89)$$

eşitliği elde edilir. ($Q_{12} = Q_{21}$ alınmıştır.).

Burada η olarak bir değişken tanımlanmış ve eşitliği aşağıda verilmiştir.

$$\eta = z_2 + Q_{22}^{-1} Q_{12}^T z_1 \quad (3.90)$$

(3.90) eşitliği (3.81) ifadesinde yerine konursa

$$z_1(k+1) = \left[K_{11} - K_{12} Q_{22}^{-1} Q_{12}^T \right] z_1(k) + K_{12} \eta \quad (3.91)$$

performans kriteri ise aşağıdaki ifadeyi alır.

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=k_0}^{k_f-1} \left[z_1(k)^T \left[Q_{11} - Q_{12} Q_{22}^{-1} Q_{12}^T \right] z_1(k) + \eta^T Q_{22} \eta \right] \quad (3.92)$$

$$\bar{Q} = Q_{11} - Q_{12} Q_{22}^{-1} Q_{12}^T \quad (3.93)$$

ve

$$\bar{R} = Q_{22} \quad (3.94)$$

Olarak kabul edilirse (3.89) ifadesi (3.95) ifadesine dönüştürülmüştür.

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=k_0}^{k_f-1} \left[z_1^T \bar{Q} z_1 + \eta^T \bar{R} \eta \right] \quad (3.95)$$

Riccati eşitliği

$$Q = P(k) - \bar{A}^T P(k+1) \left[I + \bar{B} R^{-1} \bar{B}^T P(k+1) \right]^{-1} \bar{A}$$

Kullanılarak P matrisi elde edilmelidir. Burada \bar{A} ve \bar{B} matrisleri eşitlik (3.92) çekilirse;

$$\bar{A} = K_{11} - K_{12} Q_{22}^{-1} Q_{12}^T$$

$$\bar{B} = K_{12}$$

$$\eta^{op} = \left(-R^{-1} K_{12}^T P \right) z_1(k) \quad (3.96)$$

Eşitlik (3.79) kullanılarak ve $C_2 = 1$ seçilirse;

$$z_2(k) = -C_1^{op} z_1(k) \quad (3.97)$$

$$z_2(k) = -C_1^{op} z_1(k) = -Q_{22}^{-1} [K_{12}P + Q_{12}^T] z_1(k) \quad (3.98)$$

$$\sigma(k) = C_1^{op} z_1(k) + z_2(k) = 0$$

eşitliği elde edilir.

3.4.2.3. Ayırık zaman kontrolcünün tasarımı

Kayma yüzeyi parametreleri hesaplandıktan sonra sistemi bu kayma yüzeyi üzerin de tutacak olan kontrolcü tasarlanmalıdır.

$$\sigma(k+1) = C_1 z_1(k+1) + z_2(k+1) = 0 \quad (3.99)$$

\dot{z}_1 ve \dot{z}_2 ifadeleri eşitlik (3.74) ve (3.75) ten yararlanılarak (3.99) eşitliğinde yerine konursa

$$\sigma(k+1) = C_1 (K_{11}z_1(k) + K_{12}z_2(k)) + K_{21}z_1(k) + K_{22}z_2(k) + Lu(k) = 0 \quad (3.100)$$

Tek girişli sistem için ise

$$\sigma(k+1) = C_1 (K_{11}z_1(k) + K_{12}z_2(k)) + K_{21}z_1(k) + K_{22}z_2(k) + lu(k) = 0$$

Eşitliği verilebilir. $u(k)$ ifadesi çekilirse,

$$u_d(k) = -\frac{1}{l} (C_1 (K_{11}z_1(k) + K_{12}z_2(k)) + K_{21}z_1(k) + K_{22}z_2(k))$$

$$u_d(k) = -\frac{1}{l} ((C_1 K_{11} + K_{21}) z_1(k) + (C_1 K_{12} + K_{22}) z_2(k)) \quad (3.101)$$

Eşitliği elde edilir. Bu u ifadesi sistemi başlangıç noktasından kayma yüzeyine yönlendirecek olan düşük frekanslı kontrol girişidir. Sistemi kayan yüzey üzerinde tutacak olan kontrolcü girişi ise

$$u_y(k) = -k \text{sign}(\sigma(k)) \quad (3.102)$$

Eşitliği ile ifade edilir.(3.102) İfadesinde k değişkeni ne kadar büyük olursa sistem kayma yüzeyi üzerinde o oranda hızlı cevap verecektir. Ancak bu değer artması sistemin zorlanmasına sebep olacaktır. k sabitinin değeri tasarımcıya bırakılmıştır. Eşitlik (3.68) kontrolcünün yüksek frekans bileşenini oluşturmaktadır [41,42].

$$u(k) = u_d(k) + u_y(k)$$

$$u(k) = -\frac{1}{l} \left((C_1 K_{11} + K_{21}) z_1(k) + (C_1 K_{12} + K_{22}) z_2(k) \right) + (-k \text{sign}(\sigma(k))) \quad (3.103)$$

Bu ana kadar yapılan işlemlerde T dönüşümü yapılmış olan sistemden yararlanılmıştır. Kontrolcü sisteme uygulanmadan evvel ters T dönüşümü yapılmalıdır.

BÖLÜM 4. BENZETİM ÇALIŞMALARI

Üçüncü bölümde anlatılan LQR ve kayan kipli kontrol algoritmaları kullanılarak tasarlanan ayrık zaman kontrolcüler ile 2. bölümde modellenen yarı aktif süspansiyon sistemine sahip koltuğun kontrolü MATLAB® programı yardımı ile benzetimi gerçekleştirilecektir. Yapılan uygulamaların MATLAB® ve SIMULINK dosyaları EKLER bölümünde verilmiştir.

İlk olarak kontrolcüler tasarlanmadan evvel sistemin pasif damper(amortisör) içeren sisteminin modeli için sistem cevabını inceleyelim. İkinci bölümde pasif sistem için geçerli olan matematiksel model ifadesi ile aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$m\ddot{x}_1 = -k(x_1 - x_0) - c_{sür}(\dot{x}_1 - \dot{x}_0)$$

Burada c ifadesi sürtünme katsayısı ve pasif damperin sönümlenme katsayılarını içermektedir.

$$m\ddot{x}_1 + c_{sür}\dot{x}_1 + kx_1 = c_{sür}\dot{x}_0 + kx_0$$

x_0 taşıt dikey yer değişimi

$$x_0 = h \sin(\omega t) \tag{4.1}$$

$$\omega = 2\pi f$$

olarak tanımlanmıştır. Sistemin örnekleme süresi 0.005sn olarak alınmıştır. Taşıt dikey yer değişimi metre cinsinden h olarak verilmiştir. Taşıtın hızının arttıkça yol üzerindeki titreşim ve bozulmalar daha yüksek bir frekans ile sistemi etkileyecektir. Hızlanma koltuğa yansıtacak olan titreşim miktarını arttıracaktır. Yapılan ölçümler

de koltuğa yansıyan titreşimin aralığı maksimum 3Hz olarak belirtilmiştir. Tabii buna etkili olan taşıt süspansiyon sisteminin yol bozukluklarını araç gövdesine ne kadar yansıttığı ile alakalıdır.

Pasif süspansiyon sistemi için kabul edilen sabit değerler aşağıda verilmiştir;

$$m = 50kg$$

$$c_{sür} = 3000Nsn / m$$

$$k = 9100N / m$$

Durum uzayı denklemleri çıkartılırsa ve \dot{x}_1 (sürücü koltuğunun dikey yönde hızlanması, m/sn) ve x_1 (sürücü koltuğunun dikey yöndeki yer değişim miktarı, m) durum değişkenleri olarak kabul edilsin. Gerçek hayat uygulamasında her iki durum değişkeni de okunmakta ve birbirlerinden elde edilmektedir. Bu yüzden bir kestirim algoritmasına ihtiyaç yoktur.

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \dot{x}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{c_{sür}}{m} & -\frac{k}{m} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ x_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{c}{m} & \frac{k}{m} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_0 \\ x_0 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{c_{sür}}{m} & -\frac{k}{m} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3000}{50} & -\frac{9100}{50} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

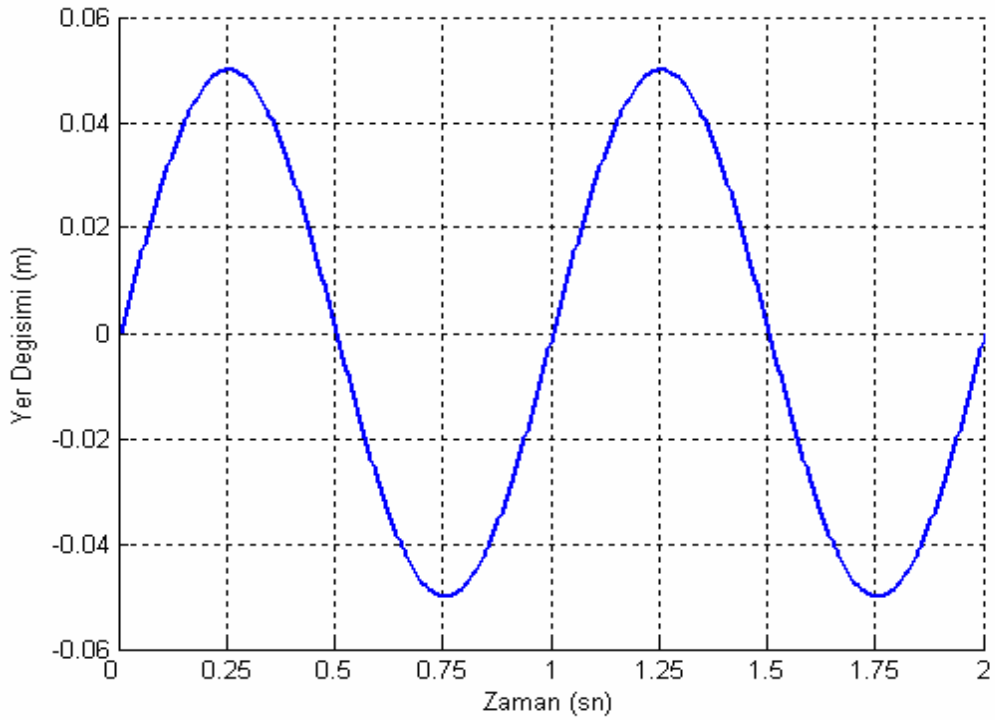
$$D = \begin{pmatrix} \frac{c}{m} & \frac{k}{m} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3000}{50} & \frac{9100}{50} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Burada D matrisi gürültünün katsayılarını taşıyan matristir. Sistemde gürültü sıfır olduğunda

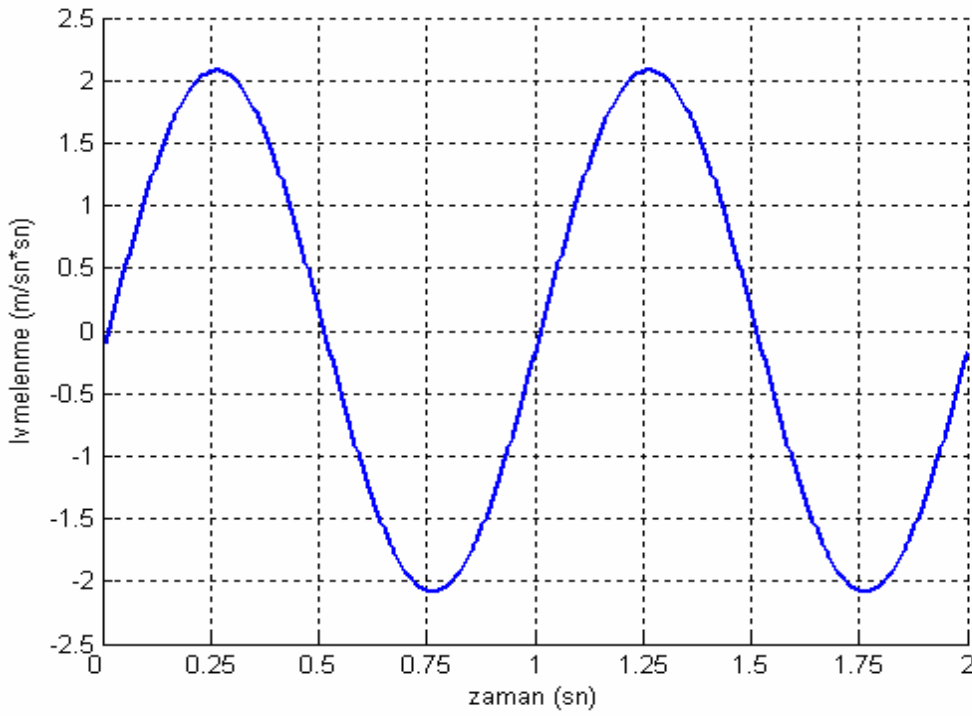
$$m\ddot{x}_1 + c_{sür}\dot{x}_1 + kx_1 = 0$$

eşitliği sağlanır koltuk ve sürücü denge konumunu korur. Sistemin bu hali denge konumu olarak tanımlanabilir.

Taşıt yüzeyinin hareketi $x_0 = 5 * 10^{-2} \sin 2\pi ft$ olarak kabul edilsin ve frekans değeri 1Hz 'den başlayarak artırılınsın MATLAB® SIMULINK ortamında pasif sistem için gerekli benzetim çalışmaları yapıldığında koltuk yüzeyinin yer tabanına ve taşıt yüzeyine göre ivmelenmeleri ve yer değışim miktarları incelendiğinde elde edilen grafikler aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.1. Taşıt gövdesinin 1hz lik bozucu ile oluşan yer değışimi

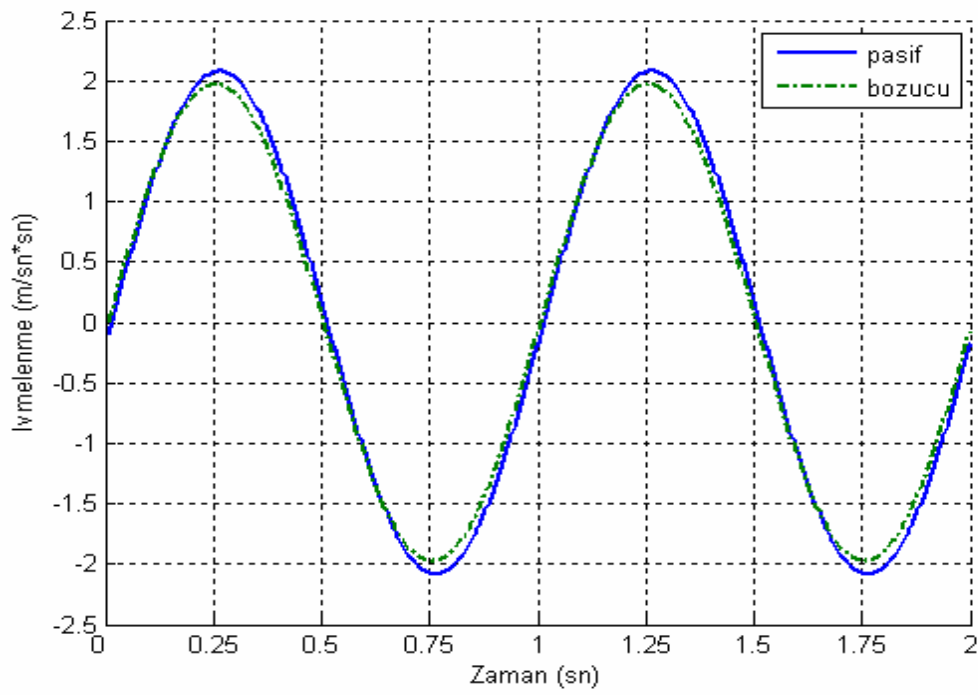


Şekil 4.2. Koltuk yüzeyinin 1Hzlik bozucu ile ivmelenmesi

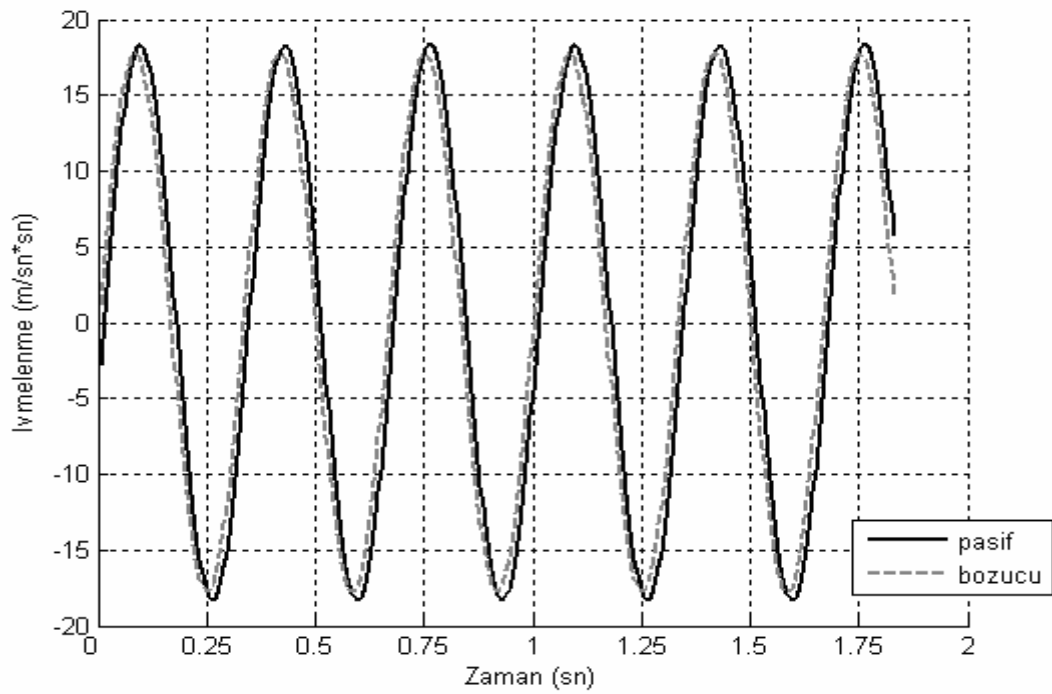
Başlangıç anı göz önünde bulundurulmaz ise sistem gelen gürültü ile aynı miktarda yer değişim gerçekleştirir. Koltuğun ve taşıt Gövdesinin ivmelenmeleri Şekil 4.3'te belirtilmiştir.

Şekil 4.3 'da görüldüğü gibi gelen gürültünün ivmelenmesi ile koltuk yüzeyinin ivmelenmesi birbirine yakındır. Gelen gürültünün frekansı düşük olduğu için koltuk yüzeyi taşıt gövdesi ile beraber hareket etmekteymiş gibi davranmaktadır.

Gelen gürültünün genliği aynı kaldığı halde aracın hızlandığını yani gelen gürültünün frekansının arttığını kabul edelim ve frekans değeri $f = 3Hz$ olsun. Yeni frekans değeri için pasif koltuk sisteminin benzetim sonuçları Şekil4.4'te verilmiştir.



Şekil 4.3. 1Hz'lik gürültü girişi için koltuk yüzeyi ve taşıt tabanının ivmelenmesi



Şekil 4.4. 3Hz'lik gürültü girişi için koltuk yüzeyi ve taşıtın ivmelenmesi

Şekil 4.3'deki ifadeye göre koltuk yüzeyi yani sürücü gelen gürültüden daha büyük bir ivme ile hareket yapmaktadır. Frekansın artması ile ivmelenme değerlerinde büyük bir artış olmakta. Bu da bize araç hızının artması ile yoldaki değişimlerin araca daha fazla yansıdığını görmekteyiz. Şekil 4.3 'de ivme değerleri arasındaki fark bize koltuğun taşıt yüzeyine göre ivmelenmesini vermektedir. Bu ivmelenme sistemde bulunan yayın kazandığı kinetik enerjiden doğan salınım hareketidir.

Şekil 4.3'de olduğu gibi Şekil 4.4'te de ivmeler arasında fark bulunmaktadır. Ancak şekillerde düşey eksene bakıldığında genlik değerinin hemen hemen 10 kat fark ettiği görülmektedir. İkinci şekilde koltuğun ivmelenmesi genlik oldukça büyük olduğundan sürüş konforu oldukça az olacaktır.

Yukarda yapılan benzetim çalışmalarında görüldüğü gibi pasif sistem düşük frekanslar için sağlıklı sonuçlar verirken frekans arttıkça cevabı yetersiz kalmaktadır. Sistem cevabını her frekans değerinde iyileştirebilmek için sistemin pasif değil aktif ya da yarı aktif olarak tasarlanması gerekmektedir.

Yarı aktif damper sistemine sahip olan bir koltuk sistemi için ilk önce LQR kontrol mantığı uygulanarak pasif sistem ile olan karşılaştırılması yapılacaktır.

Damper hem aktif hem de pasif davranış sergilediğinden $c = c_{SABIT} + c_{SÜRTÜNME}$ eşitliği kabul edilir ve değeri $c = 3000Ns/m$ olarak kabul edilsin. Diğer sabitlerde pasif süspansiyon sistemi ile eşit seçilsin. Buna göre durum uzayı ifadesi (4.2) eşitliği ile verilmektedir.

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \dot{x}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3000}{50} & -\frac{9100}{50} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ x_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{50} \\ 0 \end{pmatrix} F + \begin{pmatrix} \frac{3000}{50} & \frac{9100}{50} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_0 \\ x_0 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Tasarlanacak olan kontrolcüler sistemi denge haline göre tasarlanmalıdır. Bunun için (4.2) eşitliğinde gürültü yok kabul edilir.

$$Dx_0 = \begin{pmatrix} \frac{3000}{50} & \frac{9100}{50} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_0 \\ x_0 \end{pmatrix}$$

Dx_0 ifadesi durum uzayında bulunan gürültüdür. Gürültünün olmadığı kabulü ile (4.2) ifadesi tekrar yazılırsa

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \dot{x}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3000}{50} & -\frac{9100}{50} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ x_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{50} \\ 0 \end{pmatrix} F \quad (4.3)$$

(4.3) halini alır. Kontrolcü tasarımı ayrık zamanda yapılacağından (4.3) eşitliği ile verilen denge halindeki sürekli zaman durum uzayı denklemini ayrıklaştırılmalıdır.

$$x(k+1) = Gx(k) + HF(k) \quad (4.4)$$

olmak üzere.

$$x(k) = \begin{pmatrix} x_1(k+1) \\ x_1(k) \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} 0,73895 & -0,78558 \\ 0,00431 & 0,99793 \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad H = \begin{pmatrix} -0,000086328523 \\ -0,000000226683 \end{pmatrix}$$

Üçüncü bölümde bahsedildiği gibi LQR problemini çözmek için değer fonksiyonunu minimize edecek olan kontrol girişi bulunmalıdır.

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=k_0}^{\infty} [x^T(k)Q(k)x(k) + u^T(k)R(k)u(k)] \quad (4.5)$$

Q matrisi kesinlikle yarı pozitif tanımlı olmalıdır. Q matrisi belirlenirken sistemin durum değişkenlerinin sisteme olan etkileri göz önünde bulundurulmalıdır. R matrisi belirlenirken kesin pozitif bir matris olmasına dikkat edilmelidir. Bu sistem için

$$Q = \begin{pmatrix} 1e+5 & 0 \\ 0 & 1e+5 \end{pmatrix} \quad R = (1)$$

Seçilmiştir. Böylelikle (4.5) ifadesindeki Q içeren kısmın küçük değerler alması için $x_1(k+1)$ ve $x_1(k)$ ifadelerinin de küçük değerlerde olması sağlanmıştır.

R ve Q matrisleri bilindiğine göre ve gürültü içermeyen denge halindeki sistemin ayrık zaman durum uzayı matrisleri G ve H da bilindiğine göre ayrık Riccati denkleminde elde edilecek olan P matrisi kendini tekrar edene kadar tekrarlanır.

$$P(k+1) = Q + G^T P(k)G - G^T P(k)H \left[R + H^T P(k)H \right]^{-1} H^T P(k)G$$

elde edilen P matrisi ve diğer bilinen matrisler

$$K = -R^{-1}H^T \left[G^T \right]^{-1} [P - Q]$$

ifadesinde yerine konursa sistemi kontrol edecek olan

$$u(k) = F(k) = Kx(k)$$

denklemini elde edilmiş olunur. Yarı aktif sönümleyici içeren sistem için elde edilen ayrık geri besleme matrisi

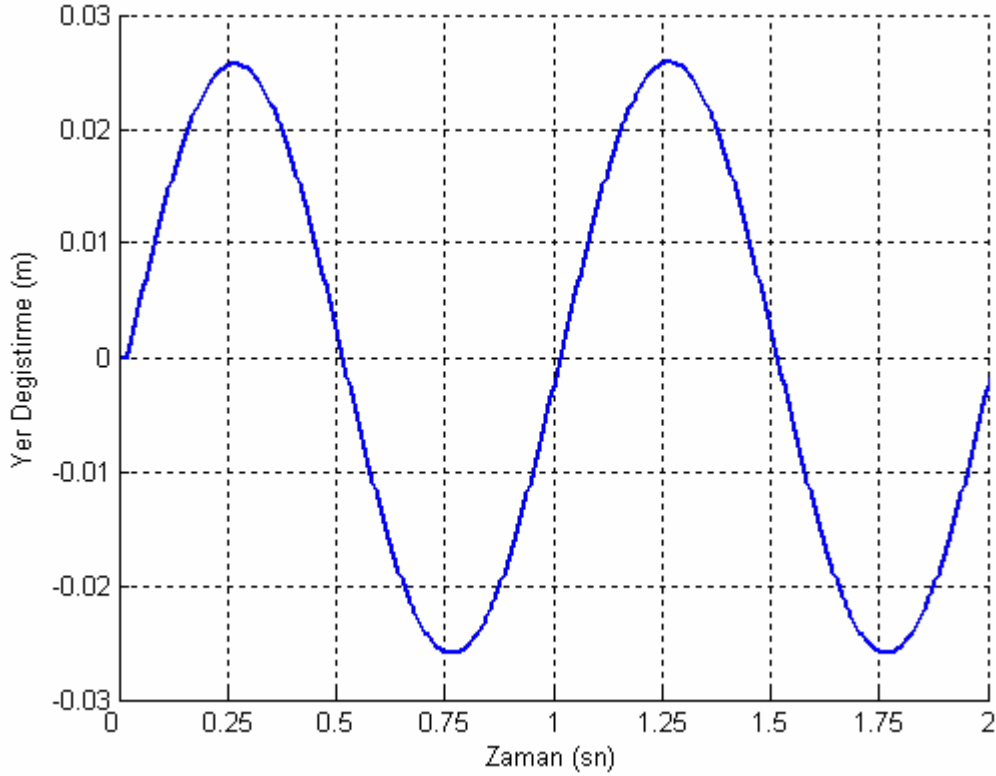
$$K = (-2.9837e+003 \quad -9.0997e+003)$$

olarak bulunur. Koltuğun ivmelenmesini minimum yapacak olan kuvvet girişi (4.6) ifadesi ile verilmiştir.

$$u(k) = F(k) = (-2.9837e+003 \quad -9.0997e+003) \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ x_1 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

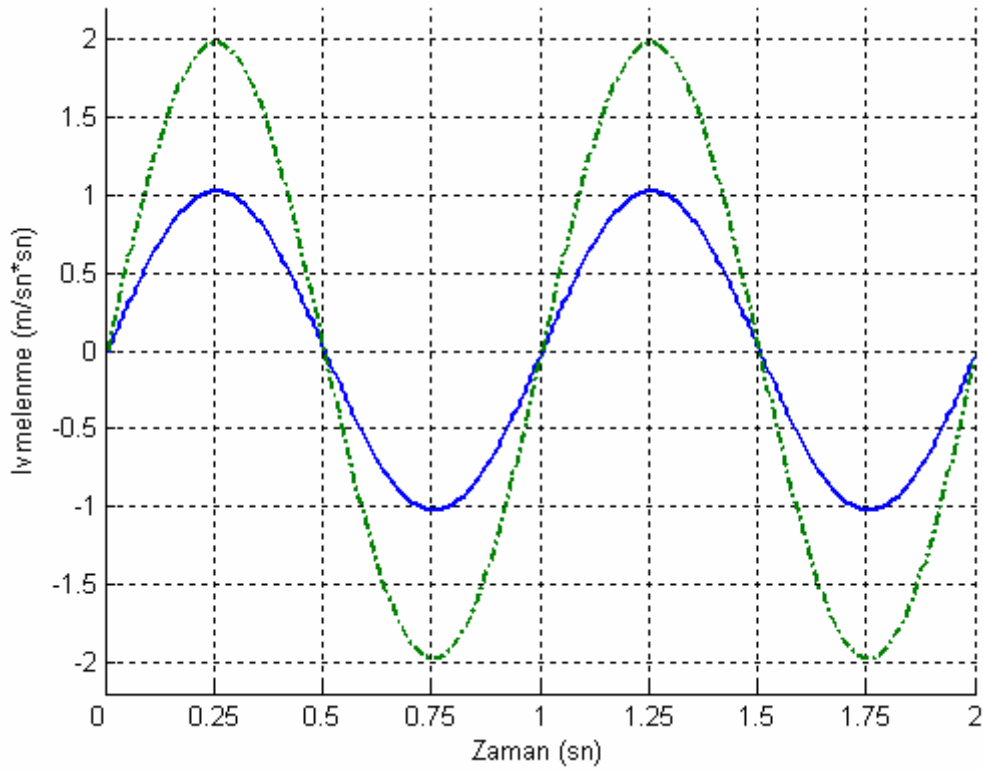
elde edilen bu geri besleme regülâtörü durum değişkenlerinin davranışına göre sistemin ivmelenmesini minimum yapacak olan gerekli kuvvet miktarını bize vermektedir. Bu kuvvet miktarını verecek olan akım değeri hesaplanarak MR sıvılı dampere tatbik edilmelidir.

Pasif amortisör sisteminde 1Hz'lik ve 3Hz'lik gürültü girişleri için sistem davranışı incelenmiştir. Yine aynı genlik miktarı ($h = 5e-002$ m) için 1ve 3Hz'lik gürültüler için tasarlanan LQR ifadesini içeren sistemin cevabı incelenmiştir.



Şekil 4.5. Lqr içeren sistemin dikey yer değiştirmesi, 1Hz gürültü girişi için

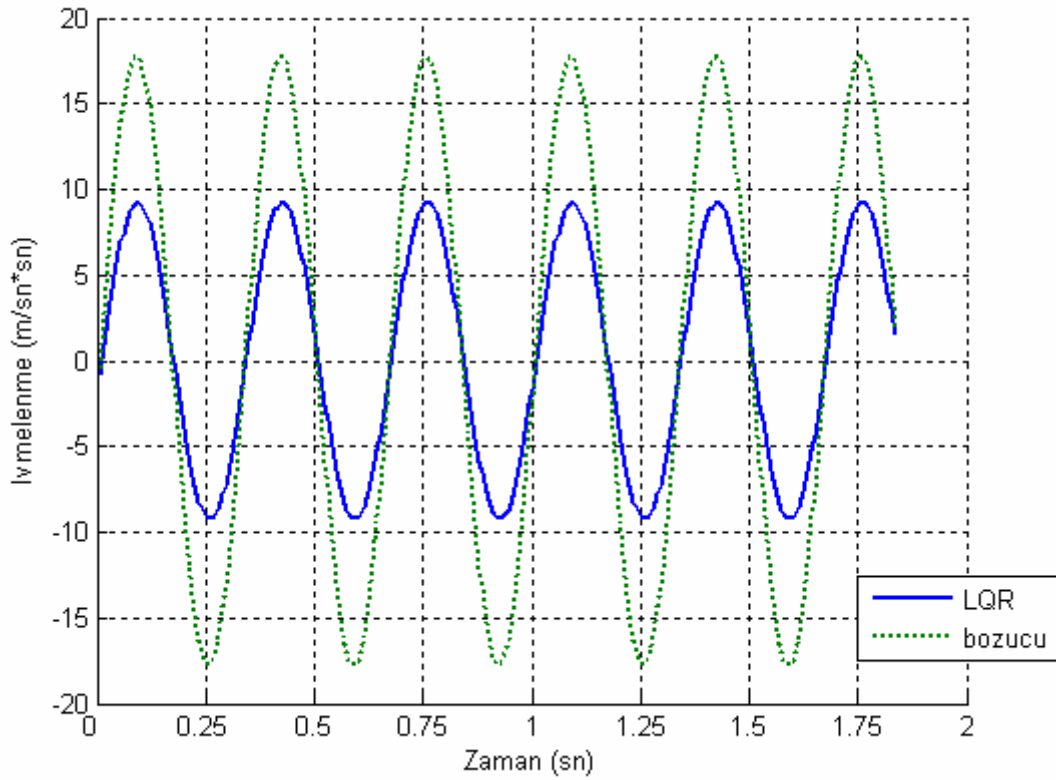
Şekil 4.5'de görüldüğü gibi koltuk yüzeyi gelen gürültüden bağımsız olarak daha düşük bir yer değiştirme hareketi yapmaktadır. Aynı zamanda Şekil 4.6.'da koltuğun yer tabanına göre yaptığı ivmelenme taşıt gövdesinin yaptığı ivmelenmenin neredeyse %50 daha az olduğu görülmektedir.



Şekil 4.6. 1Hz için lqr kontrollü sistemin ve taşıt gövdesinin ivmelenmesi

Aracın hızlandığını kabul edelim ve taşıt gövdesinin salınım frekansının 3Hz olduğunu varsayalım. LQR kontrollü sistemin davranışının benzetim çalışmaları sonuçları aşağıda verilmiştir.

Şekil 4.7’de görüldüğü gibi koltuk yüzeyinin ivmelenmesi frekansın artması ile artmıştır. Ancak gelen gürültünün aldığı kadar yüksek ivme değerlerine ulaşamamıştır. Değer olarak yaklaşık gürültü girişinin yarısı kadar ivmelenme değeri almaktadır.



Şekil 4.7. 3hz'lik gürültü girişi için koltuk yüzeyi ve taşıt gövdesinin ivmelenmesi

Üçüncü bölümün ikinci kısmında anlatılan Kayan Kipli kontrol yarı aktif süspansiyon sistemine uygulanacaktır. Ayırık kontrolör tasarlanacağından sistemin (4.4) ifadesindeki ayırık modeli dikkate alınacaktır. LQR tasarımında olduğu gibi sistemin denge hali temel alınarak kontrolcü tasarlanacaktır.

Denge halindeki sistemin ayrıklaştırılmış durum uzayı ifadesi

$$x(k+1) = \begin{pmatrix} 0,73895 & -0,78558 \\ 0,00431 & 0,99793 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(k+1) \\ x_1(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0,000086328523 \\ -0,000000226683 \end{pmatrix} F(k) \quad (4.7)$$

Kayan kipli kontrol tasarlanırken sistemin kontrol girişinden bağımsız olan durum denkleminde ihtiyaç vardır. Eşitlik (4.7)'de her iki durum denkleminde kontrolcü girişine bağımlıdır. $n = 2$ olduğundan, iki durum uzayı denkleminde biri kontrolcü girişine bağımlı diğeri ise kontrolcü girişinden bağımsız olmalıdır.

$z = Tx$ dönüşümü yapılarak sistemin durum uzayı denklemlerinden bir tanesi kontrol girişinden bağımsız hale getirilmelidir. Sistemimiz tek kontrol girişine sahip olduğundan T matrisini bulmak için

$$T = (MW)^{-1}$$

eşitliğinden yararlanılır.

$$M = (H \quad \vdots \quad GH) = \begin{pmatrix} -0,000086328523 & -0,000063614521 \\ -0,000000226683 & -0,0000005988467 \end{pmatrix}$$

$$|\lambda I - G| = 0$$

İfadesinden yararlanılarak;

$$\lambda^2 - 1.7368887850\lambda + 0.7408182206 = 0$$

$$W = \begin{pmatrix} -1.7368887850 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

ve T matrisi

$$T = \begin{pmatrix} 6081.03013999 & -2315854.19561376 \\ -5502.62673150 & -2315854.19561377 \end{pmatrix}$$

olarak elde edilir. $z = Tx$ dönüşümü yapılırsa;

$$z(k+1) = TGT^{-1}z(k) + THu(k)$$

olmak üzere,

$$TGT^{-1} = K = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,74081822068 & 1.7368887850 \end{pmatrix}$$

$$TH = L = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} z_1(k+1) \\ z_2(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,74081822068 & 1.7368887850 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1(k) \\ z_2(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} F(k) \quad (4.8)$$

Sistem dönüşümü yapıldıktan sonra

$$\sigma(k) = C_1 z_1(k) + C_2 z_2(k)$$

Eşitliği ile verilen kayma yüzeyi belirlenmelidir ve kayma yüzey C_1 ve C_2 eğimleri bulunmalıdır. $C_2 = 1$ kabulü ile çözüm yapılırsa ve 3. bölümde anlatılan kayma yüzeyi bulma yöntemlerinden optimal tasarım yöntemi kullanılacaktır.

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=k_0}^{k_f-1} [z^T(k)Q(k)z(k) + F^T(k)R(k)F(k)]$$

Yukarıda verilen değer fonksiyonunun kontrol girişi içermeyen kısmı kullanılacaktır.

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=k_0}^{k_f-1} [z^T(k)Q(k)z(k)]$$

eşitlikte Q matrisi içinde T matrisi dönüşümü yapılmalıdır.

$$Q = \begin{pmatrix} 1e+5 & 0 \\ 0 & 1e+5 \end{pmatrix}$$

Q matrisi yukarıdaki gibi kabul edilirse ve $[T^{-1}]^T Q T^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix}$ dönüşümü

yapılırsa;

$$[T^{-1}]^T Q T^{-1} = \bar{Q} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,000745265612 & -0,000745256755 \\ -0,000745256755 & 0,000745266543 \end{pmatrix}$$

elde edilir. Eşitlik (4.8)'de kontrol girişi içermeyen durum uzayı denklemini kullanılacaktır.

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=k_0}^{k_f-1} [z_1^T Q_{11} z_1 + 2z_1^T Q_{12} z_2 + z_2^T Q_{22} z_2]$$

$$\eta = z_2 + Q_{22}^{-1} Q_{12}^T z_1$$

Değişkeni tanımlanırsa ve $z_1(k+1) = [K_{11} - K_{12} C_2^{-1} C_1] z_1(k)$ eşitliğinde yerine konursa

$$z_1(k+1) = [K_{11} - K_{12} Q_{22}^{-1} Q_{12}^T] z_1(k) + K_{12} \eta$$

ve değer fonksiyonu

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=k_0}^{k_f-1} [z_1^T \bar{Q} z_1 + \eta^T \bar{R} \eta]$$

olarak tanımlanır. Burada \bar{Q} ve \bar{R} ifadeleri

$$\bar{Q} = Q_{11} - Q_{12} Q_{22}^{-1} Q_{12}^T \quad \bar{R} = Q_{22}$$

eşitlikleri ile verilir. Değer fonksiyonu elde edildiğine göre Ayrık Riccati denklemini tanımlanabilir.

$$\bar{Q} = P(k) - \bar{A}^T P(k+1) [I + \bar{B} R^{-1} \bar{B}^T (k) P(k+1)]^{-1} \bar{A}$$

$$\bar{A} = K_{11} - K_{12} Q_{22}^{-1} Q_{12}^T$$

$$\bar{B} = K_{12}$$

tanımlamaları ile verilmektedir. Yarı aktif süspansiyon sistemi için \bar{A} ve \bar{B} ifadeleri yazılırsa;

$$\bar{A} = 0.99998686598767$$

$$\bar{B} = 1$$

$$\bar{Q} = 1.8645523418e-008$$

$$\bar{R} = 7.452665437e-004$$

Ayrık Riccati denkleminde $P(k+1)$ değişkeninin değeri sabit kaldığı anda elde edilen P değeri kullanılarak.

$$z_2(k) = -C_1^{op} z_1(k) = -Q_{22}^{-1} [K_{12}R + Q_{12}^T] z_1(k)$$

$$\sigma(k) = C_1^{op} z_1(k) + z_2(k) = 0$$

$$C_1^{opt} = 0.99498563120823 \text{ olarak bulunur.}$$

Kayma yüzeyi tasarlandıktan sonra kontrolcünün tasarlanması gereklidir.

$$\sigma(k+1) = C_1 z_1(k+1) + z_2(k+1) = 0$$

Eşitliği dikkate alınır ve T dönüşümü yapılmış durum uzayı denklemleri z_1 ve z_2 yukarıdaki denklemde yerine konursa;

$$\sigma(k+1) = C_1 (K_{11}z_1(k) + K_{12}z_2(k)) + K_{21}z_1(k) + K_{22}z_2(k) + lu(k) = 0$$

ve $u(k)$ ifadesi çekilirse

$$u_d(k) = -\frac{1}{l} ((C_1 K_{11} + K_{21}) z_1(k) + (C_1 K_{12} + K_{22}) z_2(k))$$

Bu ifade kontrol çıkışının düşük frekans bileşenidir ve sistem davranışını kayma yüzeyi üzerine yönelmesini sağlar. Sistemi kayma yüzeyi üzerinde tutacak olan kontrol işaretinin yüksek frekans bileşeni ise

$$u(k) = u_y(k) = -k \operatorname{sign}(\sigma(k))$$

Eşitliği ile tanımlanmıştır. k sabitinin hesabı tasarımcı tarafından belirlenmektedir.

Yarı aktif süspansiyon sisteminde gürültü girişi sistem üzerinden okunabildiğinden

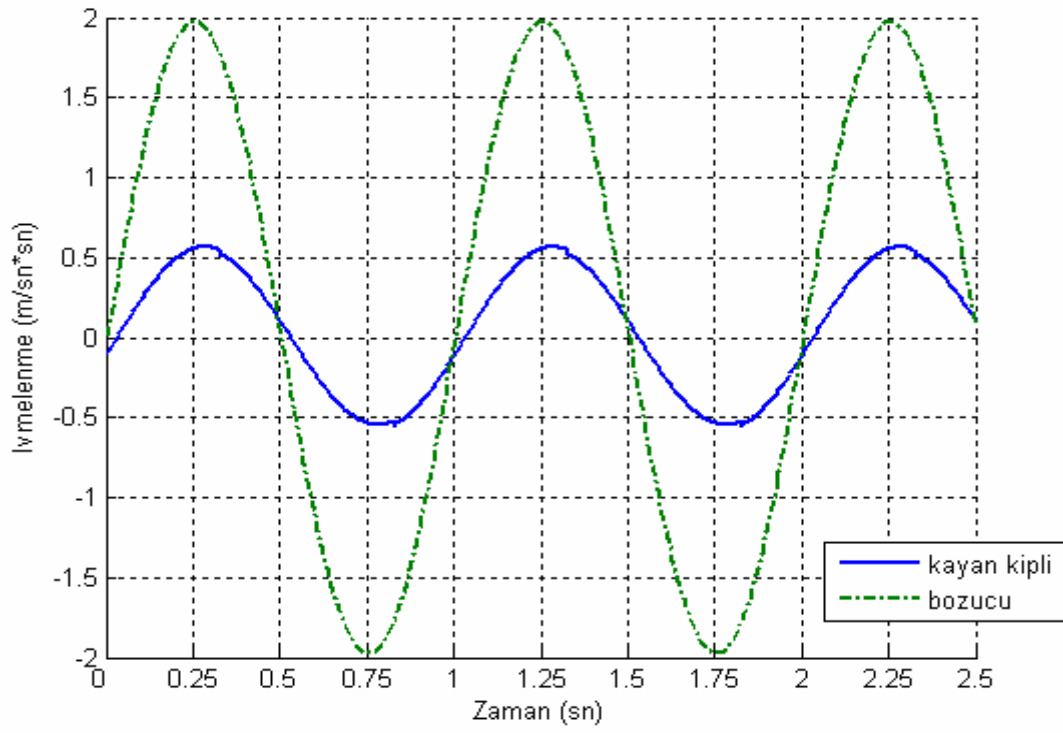
$$k = Dx_0 = \begin{pmatrix} \frac{c}{m} & \frac{k}{m} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0(k+1) \\ x_0(k) \end{pmatrix}$$

eşitliği yazılmıştır. Toplam kontrol çıkışı yazılırsa

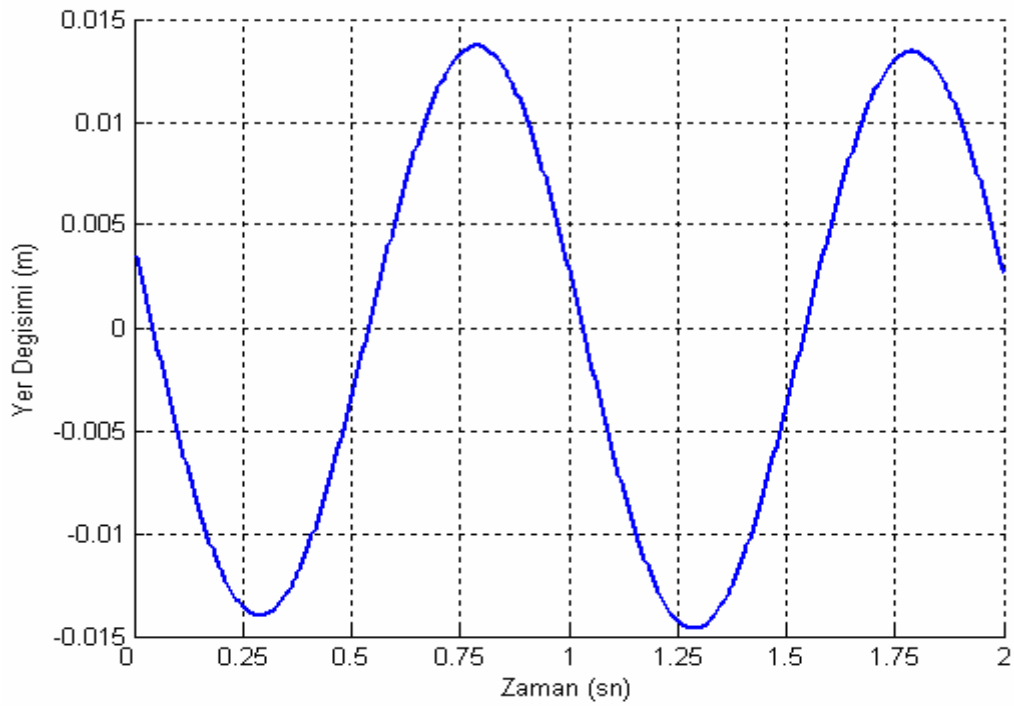
$$F(k) = u(k) = -\frac{1}{l} \left((C_1 K_{11} + K_{21}) z_1(k) + (C_1 K_{12} + K_{22}) z_2(k) \right) + (-k \operatorname{sign}(\sigma(k)))$$

Dikkat edilirse kontrolcü çıkışında halen z ifadesi vardır. z ifadesi bizim kayan kipli kontrolcüyü tasarlamak için kullandığımız ifademizdi. Gerçek sistemden z ifadesi okunamaz, bu yüzden tasarlanan kontrolcünün ters T dönüşümü alınmalıdır.

Kayan kipli kontrolöre sahip yarı aktif süspansiyon sistemi lineer geri besleme katsayılarına sahip kontrolcülü yarı aktif süspansiyon sistemin de olduğu gibi taşıt yüzeyi 1Hz'lik ve 3Hz'lik gürültüler oluştuğunda kontrolcüye sahip olan sistemin davranışı incelenecektir. Gürültünü yine $x_0 = 5 * 10^{-2} \sin(2\pi ft) m$ ifadesi ile tanımlanmış olsun.



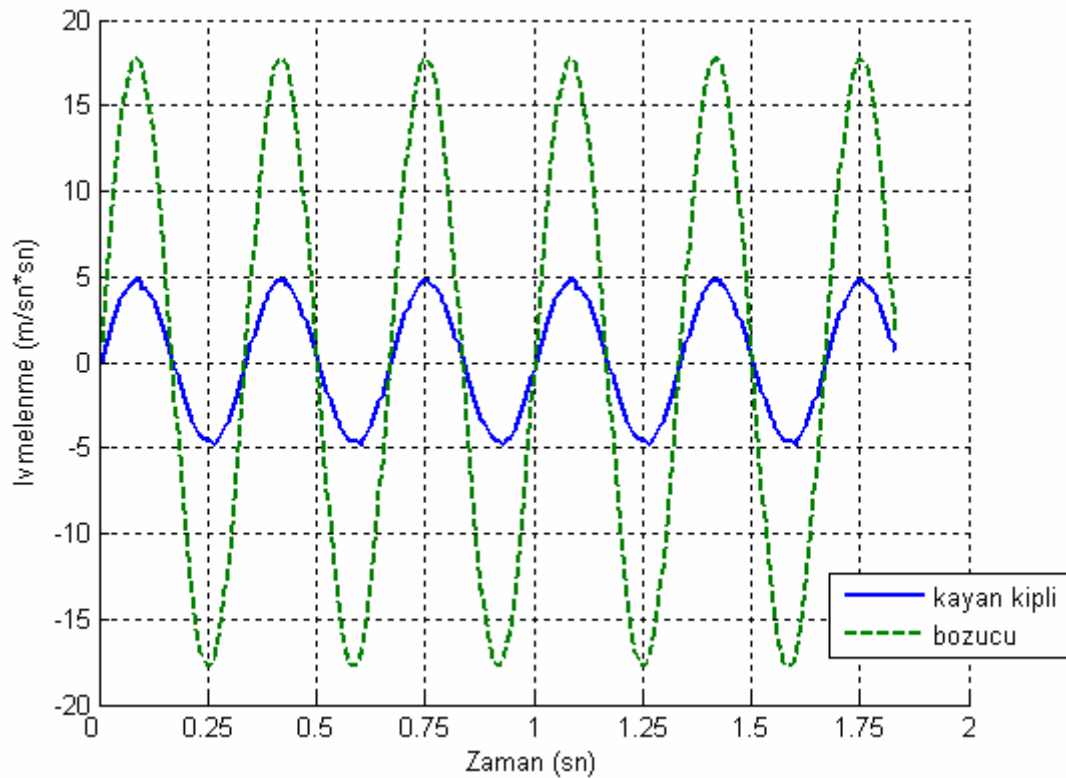
Şekil 4.8. Kayan kipli kontrollü sistem ve taşıt gövdesinin ivmelenmesi



Şekil 4.9. Kayan kipli kontrolcüye sahip koltuğun 1Hz 'lik gürültüye göre yer değişimi

1Hz'lik bir bozucu etkisi ile sürücü, sürücü koltuğu üzerindeki ve taşıt yüzeyinde oluşan ivmelenme değerleri Şekil 4.8'de görünmektedir. Koltuk yüzeyi ve taşıtın ivmelenme frekansları eşit olmasına rağmen genlikleri çok farklıdır. Koltuk yüzeyinin maksimum ivmelenme değeri $0.175 \frac{m}{sn^2}$ iken taşıt yüzeyinde ise ivmelenmenin maksimum değeri $2 \frac{m}{sn^2}$ civarında olmaktadır.

Şekil 4.9 kayan kipli kontrolcüye sahip koltuğun 1Hz'lik gürültüye göre yer değişimini göstermektedir. Dikkat edilirse yer değişim miktarı mili metreler seviyesindedir. Aracın hızlandığını ve gelen gürültü işaretinin frekansının arttığını kabul edelim. Frekans değerlerinin 3Hz olduğu kabulü ile benzetim çalışmasını tekrarlarırsa.

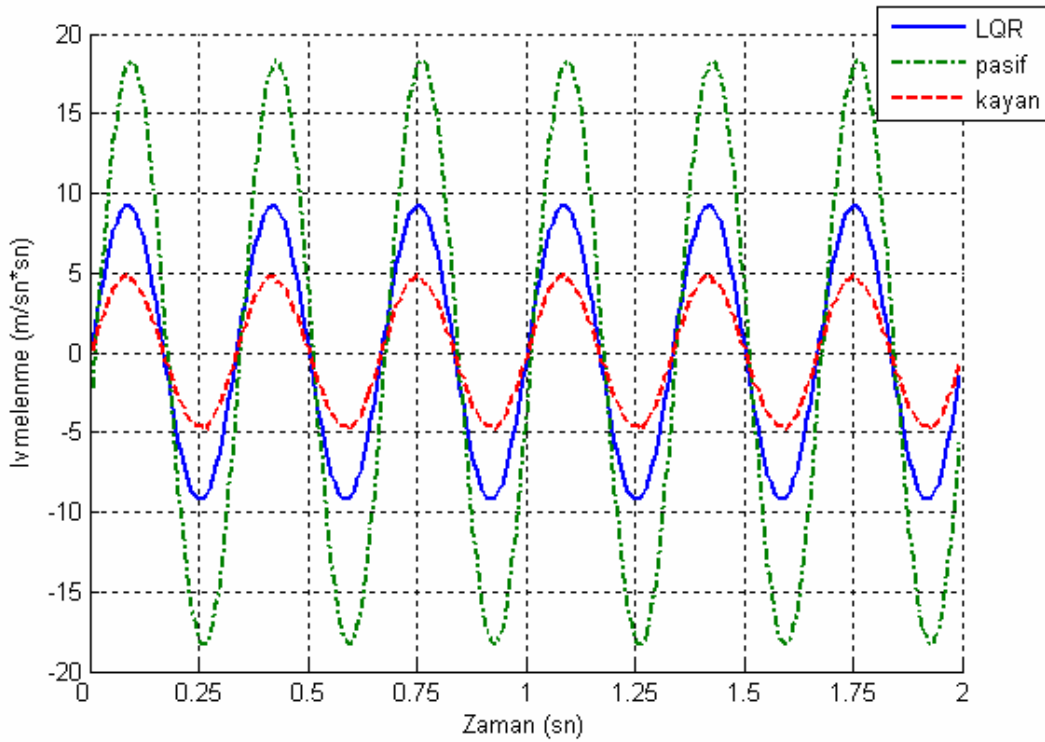


Şekil 4.10. 3Hz gürültü için kayan kip kontrolüne sahip sistemin davranışı

Şekil 4.10'da verilen cevap kayan kipli kontrollü yarı aktif süspansiyon sistemine sahip koltuk yüzeyinin ve sürücünün yeryüzüne göre ivmelenmesini göstermektedir. Pasif damper sistemi, Lqr ve kayan kipli kontrol sistemlerine sahip olan yarı aktif süspansiyon sistemleri karşılaştırmak için hepsi aynı benzetim ortamında simülasyonları yapılmış sistemlerin karşılaştırılmaları yapılmıştır. Gürültü girişi, taşıt gövdesinin yer değişim miktarı, önceki uygulamalardaki gibi

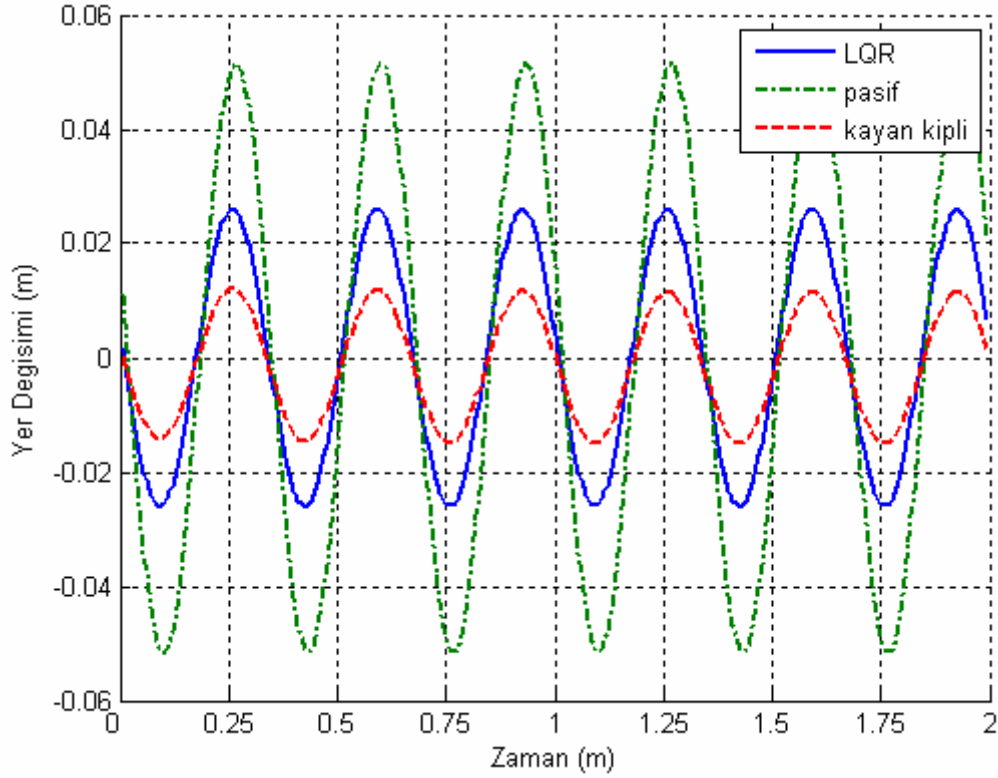
$$x_0 = 5 * 10^{-2} \sin(2\pi ft) m$$

tanımlanmıştır. Taşıt gövdesinin frekans değeri sırasıyla her bir uygulama için 3Hz değeri için benzetim çalışması yapılacaktır.



Şekil 4.11. Tüm sistemlerin 3hz'lik gürültü girişi için ivmelenmesi

Her üç sistem için koltuk yüzeyinin ivmelenmesi ve yer değışim miktarları aynı grafikte gösterilmektedir.



Şekil 4.12. . 3hz'lik gürültü girişı için koltukların yer değıştirme miktarı

Şekil 4.11 ile her üç sistem için sürücü ve koltuk yüzeyinin ivmelenmesi gösterilmiştir. İvmelenme miktarı arttıkça sürücü daha yüksek kuvvet değerlerine maruz kalmaktadır. Buda sürüş konforunu olumsuz yönde etkilemektedir. Sürücü ivmelenmesini en aza indiren kontrol yöntemi kayan kipli kontrol yöntemidir. Böylelikle sürüş konforu en yüksek seviyeye çekilmiştir.

Şekil 4.12 ile ise üç sistem için dikey yer değışimleri gözlenmektedir. Yer değışimi miktarı en az olan ise ivmelenmeyi en aza indiren Kayan kipli kontrol sistemi olmaktadır.

BÖLÜM 5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada ağır taşıtların sahip olduğu süspansiyon sisteminin olumsuzluklarından dolayı taşıt gövdesinde oluşan titreşim ve salınımların sürücüyeye olan etkisini en aza indirebilmek için tasarlanmış olan koltuğun yarı aktif süspansiyon sisteminin kontrolü gerçekleştirilmiştir. Kontrolün amacı sürücü üzerine binen dikey ivmelenmeyi en aza indirmektir. Böylelikle sürüş konforunu ve güvenliğini arttırmak amacı ile tasarlanan yarı aktif süspansiyon sistemine sahip sürücü koltuğunun ivmelenmesini kontrol altında tutmak için lineer karesel geri beslemeli (LQR) kontrol ve kayan kipli kontrol yöntemlerinden yararlanılmıştır. MATLAB® programı yardımı ile benzetim çalışmaları gerçekleştirilmiştir.

Lineer karesel geri besleme kontrolcüsü tasarlanırken değer fonksiyonunu minimum yapan optimal kontrolcünün tasarlanması problemine dönüştürülmüş ve bunu hedefleyen optimal geri besleme matrisi tasarlanmıştır. Hesaplanan bu sabit K matrisi çeşitli gürültü değişimlerine göre benzetim çalışması yapılmıştır.

Kayan kipli kontrol tasarlanırken optimum kayma yüzeyi tasarlanmış ve sistem değişkenleri arasındaki ilişkiyi bu kayma yüzeyi üzerinde denge konumunda kalmaları hedeflenmiştir.

Yapılan benzetim çalışmalarında 1Hz'lik ve 3Hz'lik gürültü girişleri için pasif (kontROLSÜZ) süspansiyon sistemi, yarı aktif (kontrollü) süspansiyon sistemi ile karşılaştırılmıştır. 1Hz'lik ve 3Hz'lik 1 gürültü girişi için taşıt gövdesinde oluşan ivme değerleri, pasif süspansiyon sistemine sahip olan koltuk sistemde oluşan ivme değeri ve yarı aktif süspansiyon sistemine sahip koltuğun ivmelenmesinin maksimum değerleri Tablo5.1'de gösterilmiştir.

3Hz'lik gürültü girişi dikkate alınırsa kontrolsüz sistem yayın salınım hareketinin kontrol edilmemesinden dolayı gelen gürültüden daha büyük bir ivmelenme hareketi ile yer değişimi yapmaktadır. Buda sürüş konforunu olumsuz etkilemektedir.

Tablo 5.1 Gürültü girişleri için elde edilen sonuçlar.

	1Hz	3Hz
Taşıt Gövdesi	1,97 m/sn ²	16,57 m/sn ²
Kontrolsüz Sistem	2,00 m/sn ²	17,43 m/sn ²
LQR Kontrollü Sistem	1,12 m/sn ²	9,42 m/sn ²
Kayan Kip Kontrollü Sistem	0,6 m/sn ²	4,98 m/sn ²

Yine 3Hz için kontrollü sistemler dikkate alınırsa LQR koltuk tabanına iletilen ivmelenmeyi %43,5 oranında sönmüleyerek sürücünün ivmelenmesini 9,42 m/sn² değerine indirir.

Kayan kipli kontrol algoritması ile kontrol edilen yarı aktif süspansiyon sistemi ise koltuk tabanına taşıt gövdesinden aktarılan 16,57 m/sn² 'lik ivmeli hareketi %75,6 oranında azaltarak sürücüye yansıtır.

Görüldüğü gibi kayan kipli kontrole sahip olan sistem LQR kontrollü sistemden ve pasif sistemden daha iyi sonuç verdiği görülmüştür. İvmelenmenin düşük olması oranınca yer değişimi de o oranda az olacaktır. Taşıt yüzeyinden iletilen sarsıntıların koltuk yüzeyinde hissedilmesini büyük ölçüde azaltacaktır.

Koltuk süspansiyonu için yapılan çalışmalarda Choi S.B. 2003 yılında ER tipi damperler kullanarak yaptığı koltuk süspansiyonu uygulamasında sürücüye yansıyan ivmelenme miktarını ani yol değişimleri %75 oranında indirmeyi sağlamıştır [41]. Kontrol stratejisi olarak değişken kayma yüzeyine sahip kayan kipi kontrol yöntemini kullanmıştır. Yine aynı yılda yapılan bir başka uygulamada Sopinsski ve Rosol yaptıkları uygulamada adaptif sky-hook kontrol yöntemini kullanmışlardır.

Elde edilen sonuçta sinüzoidal bir gürültünün ivmelenmesini oluşturduğu koltuğun ivmelenmesini kontrolsüz sisteme oranla %20 sönülmeyi başarmıştır [42]. 2005 yılında yapılan diğer bir uygulamada da Güçlü R. Lineer olmayan otomobil modelini temel alarak bulanık mantık tabanlı bir uygulama gerçekleştirmiştir. Yollardaki anlık yer değişimleri sonucu koltukta oluşan titreşimlerin %75 oranında azaltılmasını sağlamıştır [43].

Kayan kipli kontrol tasarlanırken kayma yüzeyi sabit tutulmuştur. Bu yüzeyin durum değişkenlerine ve gelen bozucu etkiye göre değişken olması kontrolcülü sistem cevabının daha da iyi hale gelmesine sebep olacaktır.

Literatür araştırmasında da görüldüğü gibi gerçekleştirilen kontrol yöntemine göre sistemin cevabı değişkenlik göstermektedir. Ayrıca elde edilen sonuçlar literatürlerle yaklaşık sonuçlar vermektedir.

Böylece gerçek hayatta sürücüye yansıyan ivmelenme ve salınımların önüne geçerek sürücü sağlığı korunmuş ve sürücünün kalıcı hasarlar almasının bir nebze de olsa önüne geçilmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] ANLAŞ İ., Süspansiyon sistemleri, *Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları* Ankara 2005
- [2] STAUDT, W., Motorlu taşıt tekniği , *Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları* Ankara 2001
- [3] AHMADIAN,M., SIMON,D.E., An Analytical and Experimental Evaluation of Magneto-Rheological Suspensions for Heavy Trucks *International Journal of Vehicle System Dynamics, Supplement 37*, 2002, pp. 38 – 49.
- [4] DIXON,J.C., Suspension, and handling, 2 nd ed. *Society of Automotive Engineers*, Warrendale, USA 1996
- [5] TANNER,E.T., INMAN, D.J., Combined shock and vibration isolation through the self-powered, semi-active control of a magnetorheological damper in parallel with an air spring., *Ieee* ,December 1998.
- [6] DIXON,J.C., Shock absorber Handbook *Warrendale Pa. SAE International*, 1999
- [7] GONCALVES,F.D., AHMADIAN,M., An investigation of the response time of magneto-rheological fluid dampers *Proceedings of SPIE 2004 Smart Structures and Materials/NDE*, San Diego, CA, March 2004.
- [8] ŞAHİN,İ., ÖZ,R., ENGİN,T., İLHAN,A., AKPOLAT,A., Manyetik sivil damperlerin yapısal analizi *Mühendis ve Makina - Cilt: 46 Sayı: 551*, 2004,sf 41–50
- [9] TAMBOLI,J.,A., JOSHI,S.G., Optimum design of a passive suspension system of a vehicle subjected to actual random road excitations *Journal Of Sound And Vibration* (J. sound vib.) 1999, sayı. 219, sf. 193-205.
- [10] SHEN,Y., HEPPLER G.R., Semi-active vibration control schemes for suspension systems using magnetorheological dampers *Journal Of Vibration And Control*, 12(1):, 2006 3–24
- [11] YOSHIMURA, T., MATUMURA, S., KURIMOTO, M., HINO, J. Active suspension system of one-wheel car models using the sliding mode control with VSS observer *International Journal of Vehicle Autonomous Systems*

2002 - Cilt. 1, No.1 sf. 133-152

- [12] SAVARESI, S.M., SILANI, E., BITTANTI, S., PORCIANI, N. On performance evaluation methods and control strategies for semi-active suspension systems, *Decision and Control, 2003. Proceedings. 42nd IEEE Conference* Volume 3, Issue , 9-12 Dec. 2003 sf: 2264 - 2269
- [13] CASCIATI, F., MAGONETTE, G., MARAZI, F., Technology of semiactive devices and applications in vibration mitigation, *John Wiley* 2006
- [14] CHOI,S.B.,CHOI, Y.T., CHANG,E.G., HAN, S.J., KIM, C.S., control characteristics of a continuously variable er damper, *Mechatronics*, Volume 8, Issue 2, March 1998, sf 143–161
- [15] FOO, E., GOODALL, R.M., Active suspension control of flexible-bodied railway vehicles using electro-hydraulic and electro-magnetic actuators *Control Engineering Practice*, Cilt 8, Mayıs 2000, sf 507–518
- [16] LIU, Y., WATERS, T.P., BRENNAN, M.J., A comparison of semi-active damping control strategies for vibration isolation of harmonic disturbances , *Journal of Sound and Vibration*, cilt 280, , 7 Şubat 2005, sf 21-39
- [17] XIAO; J., KULAKOWSK, B.T.; Sliding mode control of active suspension for transit buses based on a novel air-spring model , *American Control Conference, 2003*
- [18] TIBALDI, M.; ZATTONI, E.; Robust control of active suspensions for high performance vehicles *Industrial Electronics, 1996. ISIE '96.*, Proceedings of the IEEE International Symposium on cilt 1, 17-20 Haziran 1996 sf:242 - 247
- [19] AL-HOLOU, N.; BAJWA, A.; Dae-Sung J.; Computer controlled individual semi-active suspension system , *Circuits and Systems, 1993.*, Proceedings of the 36th Midwest Symposium on 16-18 Ağustos 1993 sf:208 - 211
- [20] SAM, Y.M.; GHANI, M.R.H.A.; AHMAD, N.; LQR controller for active car suspension ,*TENCON 2000. Proceedings* cilt 1, 24-27 Eylül 2000 sf:441 – 444
- [21] SAM, Y.M.; OSMAN, J.H.S., Robust controller for active suspension with hydraulic dynamics , *Control Conference, 2004. 5th Asian* cilt 1, 20-23 Temmuz 2004 sf:598 - 603
- [22] HOSTENS, I., RAMON;H., Descriptive analysis of combine cabin vibrations and their effect on the human body, *Journal of Sound and Vibration*, Volume 266, Issue 3, 18 September 2003, Pages 453-464

- [23] CROLLA,D.A., MACLAURIN;E.B., Theoretical and practical aspects of the ride dynamics of off-road vehicles Part 1, *Journal of Terramechanics* Volume 22, Issue 1, 1985, Pages 17–25
- [24] AHMADIAN, M., GRAVATT, J. W., No-jerk skyhook control methods for semiactive suspensions, *Journal of Vibration and Acoustics* , October 2004 Volume 126, Issue 4, pp. 580–584
- [25] MAN, P.De., LEMERLE, P., MISTROT, P., VERSCHUEREN, J., PREUMONT, A., An investigation of a semi-active suspension for a fork lift truck, *Journal of Vibration and Acoustics* .2003
- [26] CHOI, S.B., HAN;Y.M., Vibration control of electrorheological seat suspension with human-body model using sliding mode control, *Journal of Sound and Vibration*, Volume 303, Issues 1-2, 5 June 2007, Pages 391-404
- [27] WU,X., GRIFFIN;M.J., A semi-active control policy to reduce the occurrence and severity of end-stop impacts in a suspension seat with an electrorheological fluid damper, *Journal of Sound and Vibration*, Volume 203, Issue 5, 26 June 1997, Pages 781-793
- [28] CUNZHI, P., SHAOPU, Y., Digital control for semi-active isolation systemwith magnetorheological damper, *Proceedings of the First International Conference on Innovative Computing, Information and Control*
- [29] GÜNDOĞDU,Ö., Optimal seat and suspension design for a quarter car with driver model using genetic algorithms , *International Journal of Industrial Ergonomics*, Volume 37, Issue 4, April 2007, Pages 327-332
- [30] MCMANUS,S.J, CLAIR,K.A., BOILEAU, E.J., BOUTIN,J., RAKHEJA; S., Evaluation of vibration and shock attenuation performance of a suspension seat with a semi-active magnetorheological fluid damper , *Journal of Sound and Vibration*, Volume 253, Issue 1, 23 May 2002, Pages 313-327
- [31] LI,K., NAGAI,M.; Control and evaluation of active suspension f or MDOF vehicle model, *JSAE Review*, Volume 20, Issue 3, July 1999, Pages 343-348
- [26] CHEOK, K.C.; HU, H.X.; Loh, N.K.; Discrete-time frequency-shaping parametric LQ control with application to active seat suspension control *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* Volume 36, Issue 3, Aug. 1989 Page(s):383 – 390
- [27] KA, C.C., NAN, K.L., HU, H.X., Discrete-time frequency-shaping parametric lq control with application to active seat suspension control,

Industrial Electronics Society, 1988. IECON '88. Proceedings., 14 Annual Conference of Volume 2, 24-28 October 1988 Page(s):403 – 408

- [28] SONG X., AHMADIAN M., Study of semiactive adaptive control algorithms with magneto-rheological seat suspension, *Sae Technicalpaper Series*, March 8-11, 2004
- [29] NAIDU S.D., Optimal control systems, N.W. *CRC Pres LLC* 2000
- [30] OGATA K., Discrete time control systems, *Prentice Hall* New Jersey 1995
- [31] GÖKBİLEN B., SALAMCI, M.U., Zamanla değişen doğrusal yüzeyler tasarlayarak doğrusal olmayan sistemlerin kayan kipli kontrolü, *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı*, Sayfa 80-86, TOK 2006
- [32] YOUNG, D., UTKİN,V., ÖZGÜNER; Ü., A control engineer's guide to sliding mode control, *Ieee Transactions On Control Systems Technology*, Vol. 7, NO. 3, MAY 1999, Page: 328-342
- [33] PERRUQUETTI,W., BARBOT. J.P, Sliding mode control in engineering *Marcel Dekker, Inc.* 2002
- [34] BANDYOPADHYAY, B., JANARDHANAN, S., Discrete-time sliding mode control, *Springer-Verlag* Berlin Heidelberg 2006
- [35] HAN, Y.M., NAM, M.H., HAN, S.S., LEE, H.G., CHOI, S.B., Vibration control evaluation of a commercial vehicle featuring mr seat damper, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 13—September 2002, page : 575-579
- [36] SAPINSKI, B., ROSOL; M., Real-time controllers for mr seat damper *AMAS Workshop on Smart Materials and Structures SMART'03* – (pp.181–194) – Jadwisin, September 2-5, 2003
- [37] GUCLU, R., Fuzzy logic control of seat vibrations of a non-linear full vehicle model, *Nonlinear Dynamics* ,(2005) 40,pp.21–34

EKLER

EK A.

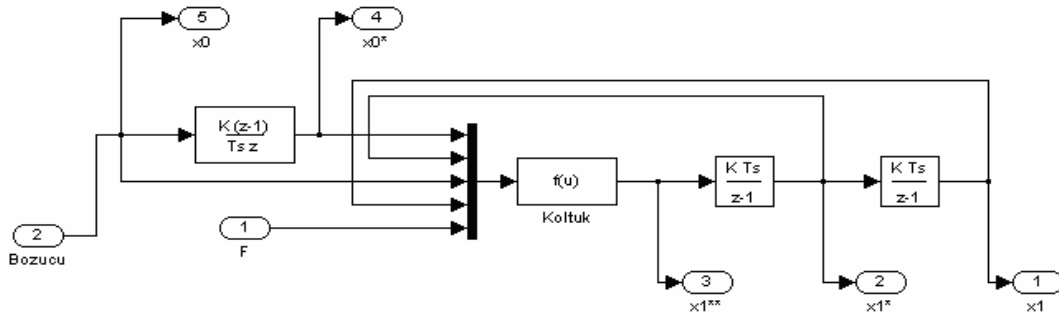
Benzetim çalışmaları yapılırken MATLAB simulasyon programından yararlanılmıştır.

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \dot{x}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3000}{50} & -\frac{9100}{50} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ x_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{50} \\ 0 \end{pmatrix} F + \begin{pmatrix} \frac{3000}{50} & \frac{9100}{50} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_0 \\ x_0 \end{pmatrix}$$

eşitliğinden yararlanılarak tanımlanan $f(u)$ ifadesi,

$$f(u) = \ddot{x}_1 = \left(-\frac{3000}{50} \dot{x}_1 - \frac{9100}{50} x_1 \right) + \left(-\frac{1}{50} F \right) + \left(\frac{3000}{50} \dot{x}_0 + \frac{9100}{50} x_0 \right)$$

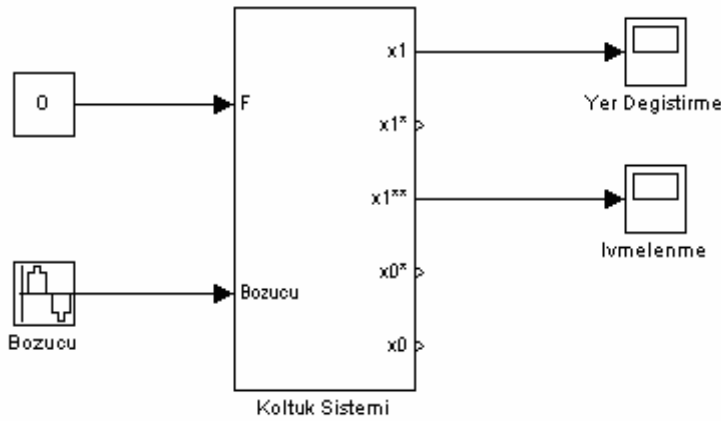
olmak üzere



Şekil A.1. Koltuk sisteminin ifadesi

koltuk sisteminin SIMULINK ifadesi Şekil A.1’da verilmiştir. Bu ifade tüm benzetim çalışmalarında ortak olarak kullanılacaktır. Şekil A.1 benzetim çalışmalarında “Koltuk Sistemi” olarak belirtilen blok ifadenin içyapısını oluşturmaktadır.

Pasif süspansiyon sistemi için oluşturulan blok ifade Şekil A.2 ‘de verilmiştir. Sistem kontrolsüz olduğu için F kuvvet girişi “0” sabit değeri ile beslenmiştir.



Şekil A.2. Pasif süspansiyon sistemi

LQR içeren benzetim çalışması yapılmadan önce geri besleme matrisinin belirlenmesi gerekmektedir. Bunun için oluşturulan “m” uzantılı komut satırı aşağıda belirtilmiştir.

```

-----
c=3000;
k=9100;
m=50;
A=[-c/m -k/m ; 1 0];
B=[-1/m ; 0];
[G,H]=c2d(A, B, 0.005);
Q=[400000 0; 0 400000];
R=[1];
P=[0 0; 0 0];
P=Q+G'*P*G-G'*P*H*inv(R+H'*P*H)*H'*P*G;

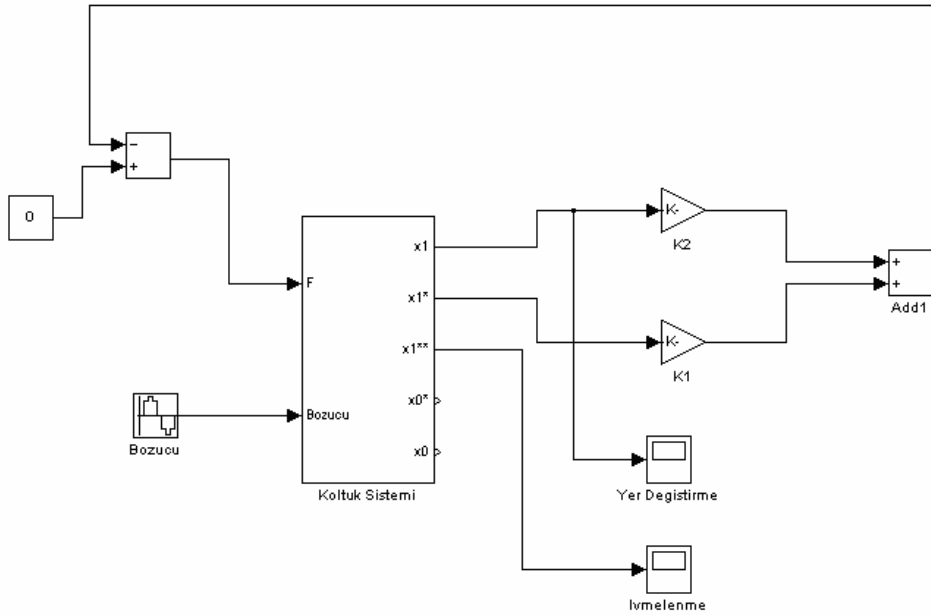
```

```

for i=1:5000,
    P=Q+G'*P*G-G'*P*H*inv(R+H'*P*H)*H'*P*G;
end
P
for i=1:5000,
    P=Q+G'*P*G-G'*P*H*inv(R+H'*P*H)*H'*P*G;
end
P
for i=1:5000,
    P=Q+G'*P*G-G'*P*H*inv(R+H'*P*H)*H'*P*G;
end
P
K=inv(R)*H'*inv(G')*(P-Q)
K(1,1)
K(1,2)

```

Burada Q ve R matrisleri tasarımcı tarafından seçilmiştir.



Şekil A.3. LQR'li sistem

Yukarıda verilen kod parçasının koşturulması sonucu elde edilen K matrisinin elemanları $K1$ ($=K(1,1)$), $K2$ ($=K(1,2)$) üzerinden sistemin durum değişkenleri geri besleme yapılarak Şekil A.3'deki gibi Koltuk Sistemine F kuvveti olarak verilmiştir.

Kayan kipli kontrol için yapılan benzetim çalışmasından önce kontrol için gerekli olan kayma yüzeyi ve kontrolcü tasarlanmalıdır. Benzetim çalışmasında kayma yüzeyini belirleyecek olan “m” uzantılı MATLAB kod parçası aşağıda belirtilmiştir.

```

-----Kayma Yüzeyi Tasarımı-----
c=3000;
k=9100;
m=50;
A=[-c/m -k/m ; 1 0];
B=[-1/m ; 0];
[G,H]=c2d(A, B, 0.005);

-----T Dönüşüm Matrisinin Bulunması-----
-M=[H G*H];
p = poly(G);
W=[p(1,2) 1;1 0];
T=inv(M*W);

-----Dönüşümlerin Yapılması-----
K=T*G*inv(T);
L=T*H;
Q=[100000 0 ; 0 100000];
T1=inv(T);
Q=T1'*Q*T1;
Q11=Q(1,1);
Q12=Q(1,2);
Q21=Q(2,1);
Q22=Q(2,2);
Qw=Q11-Q12*inv(Q22)*Q12';
Rw=Q22;
Aw=K(1,1)-K(1,2)*inv(Q22)*Q12';
Bw=K(1,2);

-----Ayrık Riccati Eşitliğinin Koşturulması-----
P=0;
P=Qw+Aw'*P*Aw-Aw'*P*Bw*inv(Rw+Bw'*P*Bw)*Bw'*P*Aw;
for i=1:5000,
P=Qw+Aw'*P*Aw-Aw'*P*Bw*inv(Rw+Bw'*P*Bw)*Bw'*P*Aw;
end
P
for i=1:5000,
P=Qw+Aw'*P*Aw-Aw'*P*Bw*inv(Rw+Bw'*P*Bw)*Bw'*P*Aw;
end
P

-----Kayma Yüzeyinin Belirlenmesi-----
C2=1
C1=inv(Q22)*(K(2,2)*P+Q12')
-----

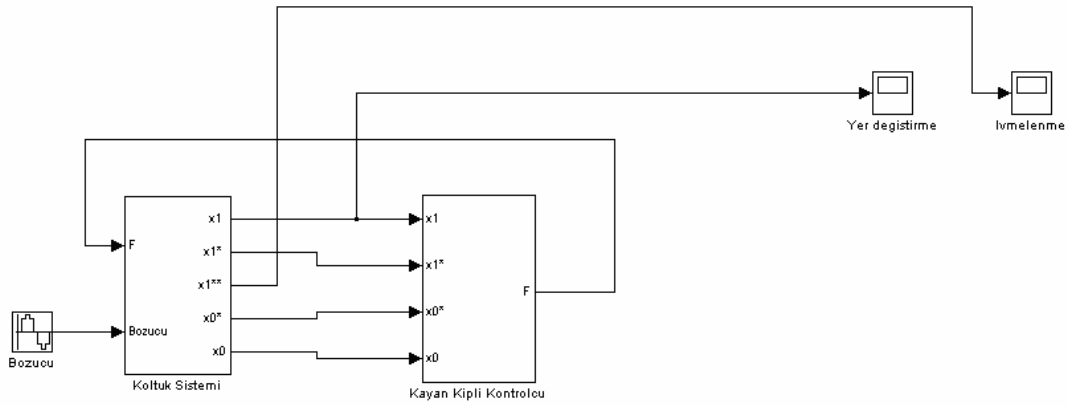
```

Kayma yüzeyi belirlendikten sonra kontrolcünün tasarlanması gerekir. Bunun için yapılan T dönüşümünün tersi alınmalıdır. Bu dönüşüm ifadesi de kontrolcü denklemlerinin içine katılırsa kontrolcü tasarlamak için gerekli olan “m” uzantılı MATLAB kodu aşağıda belirtilmiştir.

```

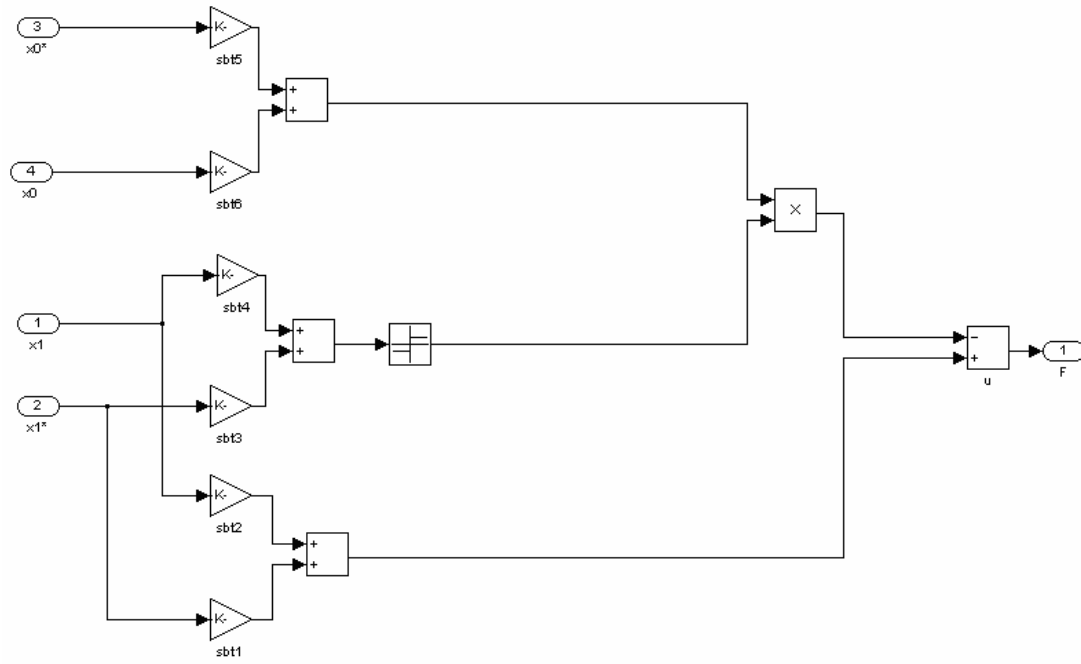
-----Kontrolcünün Tasarlanması ve Ters T Dönüşümü-----
sbt1=(T(1,1)*(C1*K(1,1)+K(2,1))+T(2,1)*(C1*K(1,2)+K(2,2)))*-1/L(2,1)
sbt2=(T(1,2)*(C1*K(1,1)+K(2,1))+T(2,2)*(C1*K(1,2)+K(2,2)))*-1/L(2,1)
sbt3=C1*T(1,1)+T(2,1)
sbt4=C1*T(1,2)+T(2,2)
sbt5=c/m
sbt6=k/m
-----

```



Şekil A.4. Kayan kipli kontrollü sistem

Kayan kipli kontrol Şekil A.4'te blok olarak ifade edilmiştir. Kontrolcünün iç yapısı Şekil A.5'de verilmiştir.



Şekil A.5. Kayan kipli kontrolcü

ÖZGEÇMİŞ

1982’de Eskişehir’de dünyaya geldi. İlk ve orta öğrenimini Eskişehir’de tamamladı. 1996 yılında Eskişehir Anadolu Teknik Lisesi Uçak Bakım Teknisyenliği Gövde-Motor bölümünü kazandı. 1998 yılında 1.Ana Bakım Komutanlığında ve 1999 yılında Türk Hava Yollarında staj yaptı. 2001 yılında Uçak Bakım Teknisyeni olarak mezun oldu. Aynı yıl Sakarya Metalürji ve Malzeme Mühendisliği Bölümünü kazandı. 2001–2002 öğretim yılı sonunda aynı fakültenin Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümüne geçiş yaptı. 2002 yılında ENKA holdingten başarı bursu kazandı. 2003 yılında Eskişehir Magnezit A.Ş.’de PLC, scada ve motor sürücülerini konularında staj yaptı. 2004 yılında Master Guard Güç Kaynakları Ltd. Şti. ‘de güç elektroniği ve güç kontrolü konularında staj yaptı. 2004 yılı İntergen-ENKA Kombine Doğalgaz Çevrim Santrali’nde staj yaptı. Üniversite öğretim hayatı boyunca PLC, C programlama dili, Oparatör panelleri konularında kurslara katıldı. 2005 yılında PIC Mikrodenetleyicili Step Motor Konum Kontrol Kartı, Analog Step Motor Konum Kontrol Kartı, PIC Mikrodenetleyicili DC Motor Hız Kontrol Kartı, Analog DC Motor Konum Kontrol Kartı, ADUC841 mikrodenetleyici seti ile Işığa duyarlı Step Motor Konum Kontrol Kartı tasarım ekiplerinde görev aldı. Aynı yıl içerisinde www.TurkMuhendis.net web sitesinin kurulmasında aktif olarak görev aldı. 2005 bahar döneminde Sakarya Üniversitesi Elektrik Elektronik Mühendisliği bölümünden mezun oldu. Mezuniyet çalışması olarak mikrodenetleyici tabanlı PID kontrol algoritması kullanılarak endüstriyel bir fırın prosesi kontrolcüsü tasarladı. Mezun olduğu yılın güz döneminde Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde Elektrik Elektronik Mühendisliği ana bilim dalında yüksek lisans eğitimine başladı. 2005 Aralık ayında aynı bölümün Kontrol ve Kumanda Sistemleri ana bilim dalında araştırma görevlisi olarak göreve başladı. Halen aynı bölümde eğitimine devam etmektedir.