

**T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ENERJİ FONKSİYONU ANALİZİ İLE GERİLİM
KARARLILIĞI İNCELEMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Elektrik-Elektronik Müh. Ahmet ÇİFCİ

Enstitü Anabilim Dalı : ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜH.
Enstitü Bilim Dalı : ELEKTRİK MÜH.
Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Yılmaz UYAROĞLU

Ocak 2011

T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ENERJİ FONKSİYONU ANALİZİ İLE GERİLİM
KARARLILIĞI İNCELEMESİ**


YÜKSEK LİSANS TEZİ


Elektrik-Elektronik Müh. Ahmet ÇİFCİ


Enstitü Anabilim Dalı : ELEKTRİK – ELEKTRONİK MÜH.

Enstitü Bilim Dalı : ELEKTRİK MÜH.

Bu tez 06 / 01 /2011 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Oybirliği ile kabul edilmiştir.


**Yrd. Doç. Dr. Yılmaz
UYAROĞLU
Jüri Başkanı**


**Yrd. Doç. Dr. T. Fedai
ÇAVUŞ
Üye**


**Yrd. Doç. Dr. M. Server
FIRAT
Üye**

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tezimin hazırlanmasında, değerli bilgileri ve fikirleri ile katkı sağlayan, çalışmalarımnda desteklerini esirgemeyen, her türlü yardımı gösteren, çok saygıdeğer hocam Yrd. Doç. Dr. Yılmaz UYAROĞLU'na teşekkürü bir borç bilirim.

Maddi ve manevi desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen anneme, babama ve sevgili kardeşime, ayrıca sözlüm Gülnur YAŐAR'a teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR.....	ii
İÇİNDEKİLER.....	iii
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ.....	vii
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	x
TABLolar LİSTESİ.....	xii
ÖZET.....	xiii
SUMMARY.....	xiv
BÖLÜM 1.	
GİRİŞ.....	1
BÖLÜM 2.	
ELEKTRİK GÜÇ SİSTEMLERİNDE GERİLİM KARARLILIĞI.....	5
2.1. Gerilim Kararlılığının Tanımı.....	6
2.1.1. CIGRE tanımı.....	7
2.1.2. IEEE tanımı.....	7
2.1.3. IEEE ve CIGRE ortak tanımı.....	7
2.2. Güç Sistemi Kararlılığının Sınıflandırılması.....	8
2.2.1. Rotor açısı kararlılığı.....	8
2.2.2. Frekans kararlılığı.....	10
2.2.3. Gerilim kararlılığı.....	11
2.2.3.1. Büyük bozucu etki gerilim kararlılığı.....	11
2.2.3.2. Küçük bozucu etki gerilim kararlılığı.....	11
2.2.3.3. Kısa süreli gerilim kararlılığı.....	11
2.2.3.4. Uzun süreli gerilim kararlılığı.....	12
2.3. Mekanizmalar-Yük Dinamikleri, Denge Noktası ve Çekici Alanı...	13

2.4. Rotor Açısı Kararlılığı ile Gerilim Kararlılığının İlişkisi.....	15
2.5. Gerilim Kararlılığı Analizinde P-V Eğrileri.....	17
2.6. Gerilim Kararlılığı Analizinde Q-V Eğrileri.....	19
2.6.1. Yüksek oranlı motor yükü	23
2.6.2. Direnç yüklerinin yüksek oranı.....	24
2.6.3. Şönt kapasitör grubunun anahtarlanması	25
2.7. Güç Sistemlerinde Gerilim Çökmesi.....	26
2.7.1. Yaşanmış gerilim çökmesi olayları.....	27
BÖLÜM 3.	
LYAPUNOV KARARLILIK ANALİZİ.....	28
3.1. Kararlılığa İlişkin Tanım ve Teoremler.....	29
3.1.1. Sistem.....	29
3.1.2. Bir sistemin yörüngesi.....	29
3.1.3. Bir sistemin denge noktası.....	30
3.1.4. Lyapunov'a göre kararlılık.....	31
3.1.5. Asimptotik kararlılık.....	32
3.1.6. Geniş anlamda asimptotik kararlılık.....	32
3.1.7. Kararsızlık.....	32
3.1.8. Kararlılık, asimptotik kararlılık ve kararsızlığın grafiksel gösterimi.....	33
3.1.9. Skaler fonksiyonun pozitif belirliliği.....	33
3.1.10. Skaler fonksiyonun negatif belirliliği.....	34
3.1.11. Skaler fonksiyonun pozitif yarı belirliliği.....	34
3.1.12. Skaler fonksiyonun negatif yarı belirliliği.....	34
3.1.13. Skaler fonksiyonun belirsizliği.....	34
3.1.14. Kuadratik form.....	34
3.2. Lyapunov'un Asıl Kararlılık Teoremi.....	35
3.2.1. Teorem 1.....	36
3.2.2. Teorem 2.....	36
3.2.3. Teorem 3.....	37
3.2.4. Teorem 4.....	37
3.3. Doğrusal Olmayan Sistemlerin Kararlılık Analizi.....	39

3.3.1. Krasovskii'nin metodu.....	39
3.3.2. Değişken gradiyent metot.....	40
3.3.3. Gradyent sistemi kullanarak Lyapunov fonksiyonun araştırılması.....	43
3.3.4. Analizler için teoremler.....	44
BÖLÜM 4.	
ENERJİ FONKSİYONU ANALİZİ.....	45
4.1. Tek Makine Sonsuz Bara Sistemi İçin Enerji Fonksiyonu Analizi.....	46
4.1.1. Basit bir güç sistemi için Lyapunov fonksiyon formuna gradyent sistemin tanımlanması.....	49
4.1.2. Analiz 1: Generatör rotor açısı $\delta_m=0.8$ rad ve sistem frekansı $w=1$ pu.....	51
4.1.3. Analiz 2: Generatör rotor açısı $\delta_m=1.6$ rad ve sistem frekansı $w=1$ pu.....	53
4.2. İndirgenmiş Tek Makine Sonsuz Bara Modeli İçin Enerji Fonksiyonu Analizi.....	56
4.2.1. İndirgenmiş model için Lyapunov fonksiyon formuna gradyent sistemin tanımlanması.....	57
4.2.2. Analiz 1: Generatör rotor açısı $\delta_m=0.8$ rad ve sistem frekansı $w=1$ pu.....	58
4.2.3. Analiz 2: Generatör rotor açısı $\delta_m=1.6$ rad ve sistem frekansı $w=1$ pu.....	60
4.3. Dört Baralı Sistem İçin Enerji Fonksiyonu Analizi.....	62
4.3.1. Dört baralı sistem için Lyapunov fonksiyon formuna gradyent sistemin tanımlanması.....	64
4.3.2. Analiz 1: Üç nolu baradaki yük sabitken dört nolu baradaki değişimler karşısında sistemin kararlılığı.....	65
4.3.3. Analiz 2: Dört nolu baradaki yük sabitken üç nolu baradaki değişimler karşısında sistemin kararlılığı.....	71

BÖLÜM 5.	
SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	77
KAYNAKLAR.....	82
EKLER.....	86
ÖZGEÇMİŞ.....	89

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

AC	: Alternatif akım
BBEGK	: Büyük bozucu etki gerilim kararlılığı
BBERAK	: Büyük bozucu etki rotor açısı kararlılığı
C	: Kapasitör
CIGRE	: Uluslararası Büyük Elektrik Sistemleri Konferansı
D	: Sönümlenme katsayısı
DC	: Doğru akım
E	: Generatör gerilimi
G	: Yük kondüktansı
G.K.	: Gerilim kararlılığı
H	: Sistemin durum değişkenleri
HVDC	: Yüksek gerilim doğru akım konvertörü
IEEE	: Uluslararası Elektrik Elektronik Mühendisliği
KBEGK	: Küçük bozucu etki gerilim kararlılığı
KBERAK	: Küçük bozucu etki rotor açısı kararlılığı
KSGK	: Kısa süreli gerilim kararlılığı
LTC	: Yük altında kademe değiştirici
M	: Generatör moment ataleti
n	: Ayarlı trafo değişkenleri
P	: Aktif güç
Q	: Reaktif güç
R	: Direnç
R.A.K.	: Rotor açısı kararlılığı
s	: Asenkron motorda kayma
SVC	: Statik voltaj kontrol
T	: Motorun zaman sabiti

T	: Sıcaklık
Trf	: Transformatör
$USGK$: Uzun süreli gerilim kararlılığı
V	: Yük gerilimi
w	: Sistem frekansı
X	: Reaktans
X^*	: Denge noktaları
Z	: Yük empedansı
b_{13}	: Dört baralı sistemin sabit parametresi
b_{14}	: Dört baralı sistemin sabit parametresi
b_{23}	: Dört baralı sistemin sabit parametresi
b_{24}	: Dört baralı sistemin sabit parametresi
E_0	: Sonsuz bara gerilimi
E_m	: Senkron generatör gerilimi
K_{qv}	: Generatör sabiti
K_{qw}	: Generatör sabiti
K_{qv2}	: Generatör sabiti
K_{pv}	: Generatör sabiti
K_{pw}	: Generatör sabiti
P_0	: Aktif gücün başlangıç güç değeri
P_1	: PQ yükünün aktif gücü
P_m	: Mekanik güç
Q_0	: Reaktif gücün başlangıç güç değeri
Q_1	: PQ yükünün reaktif gücü
Y_0	: Sonsuz bara admitansı
Y_m	: Senkron generatör admitansı
t_0	: Başlangıç zamanı
x	: Durum vektörü
\dot{x}	: Durum değişkeni türevi
x_0	: Başlangıç durum vektörü
x^s	: Kararlı denge noktası
x^u	: Kararsız denge noktası
δ	: Yük açısı

δ_m	: Senkron generatör açısı
θ_0	: Sonsuz bara admitans açısı
θ_m	: Senkron generatör admitans açısı
λ	: Özdeğer
ω_m	: Açısal hız

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1.	Güç sisteminin kararlılığının IEEE / CIGRE'ye göre sınıflandırılması.....	8
Şekil 2.2.	Gerilim kararlılığı olayları ve zaman cevapları.....	12
Şekil 2.3.	Gerilim hassasiyetli yüklerin düzenlenmesi için üç mekanizma...	14
Şekil 2.4.	Yük dinamiklerinin durum değişkenleri ile aktif güç arasındaki ilişki.....	14
Şekil 2.5.	Uç durumları gösteren örnekler.....	16
Şekil 2.6.	Rezistif yükler ve endüktif şebekeler için gerilim, akım ve güç ilişkileri.....	18
Şekil 2.7.	Sonsuz güçlü kaynak ve yük için normalize edilmiş P-V eğrileri..	19
Şekil 2.8.	Sonsuz büyük kaynak ve yük için normalize edilmiş Q-V eğrileri.....	20
Şekil 2.9.	Reaktif güç payları.....	21
Şekil 2.10.	Gerilim hassasiyetli yükler ve limitteki ayarlı trafoların etkilerini gösteren Q-V eğrileri	22
Şekil 2.11.	Kavramsal model.....	22
Şekil 2.12.	%75 motor ve yük durumu için sistem ve yük karakteristikleri....	23
Şekil 2.13.	Sistem ve yük karakteristikleri.....	24
Şekil 2.14.	Gerilim hassasiyetli yüklerde, kapasitör grubunun eklenmesinin etkisi.....	26
Şekil 3.1.	Sistem yörüngesinin gösterilimi.....	30
Şekil 3.2.	Kararlı, asimptotik kararlı, kararsızlık denge noktası ve yörüngenin gösterilimi.....	33
Şekil 4.1.	Güç sisteminin basit bir örneği.....	47
Şekil 4.2.	$\delta_m=0.8\text{rad}$ ve $w=1\text{pu}$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi.....	52

Şekil 4.3.	$\delta_m=1.6\text{rad}$ ve $w=1\text{pu}$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi.....	54
Şekil 4.4.	$\delta_m=0.8\text{rad}$ ve $w=1\text{pu}$ durumunda indirgenmiş sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi.....	59
Şekil 4.5.	$\delta_m=1.6\text{rad}$ ve $w=1\text{pu}$ durumunda indirgenmiş sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi.....	60
Şekil 4.6.	Dört baralı sistem.....	62
Şekil 4.7.	$\delta_2=0$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi (üç nolu baradaki yük sabitken).....	66
Şekil 4.8.	$\delta_2=0.4$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi (üç nolu baradaki yük sabitken).....	67
Şekil 4.9.	$\delta_2=0.8$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi (üç nolu baradaki yük sabitken).....	68
Şekil 4.10.	$\delta_2=1.2$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi (üç nolu baradaki yük sabitken).....	69
Şekil 4.11.	$\delta_2=1.6$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi (üç nolu baradaki yük sabitken).....	70
Şekil 4.12.	$\delta_2=0$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi (dört nolu baradaki yük sabitken).....	72
Şekil 4.13.	$\delta_2=0.4$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi (dört nolu baradaki yük sabitken).....	73
Şekil 4.14.	$\delta_2=0.8$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi (dört nolu baradaki yük sabitken).....	74
Şekil 4.15.	$\delta_2=1.2$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi (dört nolu baradaki yük sabitken).....	75
Şekil 4.16.	$\delta_2=1.6$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi (dört nolu baradaki yük sabitken).....	76

TABLULAR LİSTESİ

Tablo 4.1.	$\delta_m=0.8$ rad ve $w=1$ pu durumu için enerji ölçümü.....	53
Tablo 4.2.	$\delta_m=1.6$ rad ve $w=1$ pu durumu için enerji ölçümü.....	55
Tablo 4.3.	$\delta_m=0.8$ rad ve $w=1$ pu durumu için indirgenmiş modelin enerji ölçümü.....	59
Tablo 4.4.	$\delta_m=1.6$ rad ve $w=1$ pu durumu için indirgenmiş modelin enerji ölçümü.....	61
Tablo 4.5.	$\delta_2=0$ durumu için dört nolu baradaki enerji ölçümü (üç nolu baradaki yük sabitken).....	66
Tablo 4.6.	$\delta_2=0.4$ durumu için dört nolu baradaki enerji ölçümü (üç nolu baradaki yük sabitken).....	67
Tablo 4.7.	$\delta_2=0.8$ durumu için dört nolu baradaki enerji ölçümü (üç nolu baradaki yük sabitken).....	68
Tablo 4.8.	$\delta_2=1.2$ durumu için dört nolu baradaki enerji ölçümü (üç nolu baradaki yük sabitken).....	69
Tablo 4.9.	$\delta_2=1.6$ durumu için dört nolu baradaki enerji ölçümü (üç nolu baradaki yük sabitken).....	70
Tablo 4.10	$\delta_2=0$ durumu için üç nolu baradaki enerji ölçümü (dört nolu baradaki yük sabitken).....	72
Tablo 4.11	$\delta_2=0.4$ durumu için üç nolu baradaki enerji ölçümü (dört nolu baradaki yük sabitken).....	73
Tablo 4.12	$\delta_2=0.8$ durumu için üç nolu baradaki enerji ölçümü (dört nolu baradaki yük sabitken).....	74
Tablo 4.13	$\delta_2=1.2$ durumu için üç nolu baradaki enerji ölçümü (dört nolu baradaki yük sabitken).....	75
Tablo 4.14	$\delta_2=1.6$ durumu için üç nolu baradaki enerji ölçümü (dört nolu baradaki yük sabitken).....	76

ÖZET

Anahtar kelimeler: Gerilim kararlılığı, Enerji fonksiyonları, Lyapunov fonksiyonları

Güç sistem kararlılığı, genellikle, bir güç sisteminin, kabul edilebilir dengeli bir çalışma şartında bulunması ve bir bozucu etki sonrası tekrar normal denge durumuna dönebilmesi olarak tanımlanır. Gerilim kararlılığı ve gerilim çökmesi olayı, dünyanın çeşitli yerlerinde meydana gelen enerji sistem çökmeleri nedeniyle, güç sistem analizi ve kontrolünde çok önemli bir konu olmaya başlamıştır. Enerji iletim sistemlerinin planlanması, kurulması, işletilmesi ve kontrolünde kararlılık çalışmaları yapılarak güç sisteminin çalıştırılması sırasında kararlılık sınır değerlerinin ihlalinin önüne geçilebilir.

Doğrusal sistemlerde kararlılığın incelenmesi için genel çözüm metotları mevcut olmasına karşın doğrusal olmayan sistemlerin kararlılığının incelenmesi önemli bir sorundur. Lyapunov kararlılık yöntemleri hem zamanla değişen, hem de zamanla değişmeyen sistemlere doğrudan uygulanabilen yöntemlerdir. Lyapunov, diferansiyel denklemlerin çözümünün kararlılığı üzerine iki önemli metot açıklamıştır. Lyapunov'un ikinci metodu dinamik bir sisteme ilişkin diferansiyel denklemin çözümünü elde etmeksizin denklemin biçiminden dinamik sistemin kararlı olup olmadığına belirlenmesini sağlar. Lyapunov, sistemin içinde biriktirilen enerji ile sistemin dinamiği arasında bağıntı kuracak bir fonksiyon tanımlamıştır. Bu fonksiyon enerji kavramı göz önüne alınarak verilmiştir.

Bu tez sırasıyla aşağıda anlatıldığı şekilde organize edilmiştir. Bölüm 2; genel olarak gerilim kararlılığı konularını, Bölüm 3; Lyapunov kararlılık analizini, Bölüm 4; enerji fonksiyonu kullanılarak örnek güç sistemlerinin kararlılık analizini, Bölüm 5; sonuçlar ve önerileri içermektedir.

INVESTIGATION OF VOLTAGE STABILITY BY ANALYSIS OF ENERGY FUNCTION

SUMMARY

Key Words: Voltage Stability, Energy Functions, Lyapunov Functions

Power system stability is usually the situation that a power system is in an acceptable operation state and that it is capable of returning to the normal equilibrium state after a disturbance. Voltage stability and collapses began to play a significant role in power system analysis and control as a result of energy system collapses in various places of the world. The purpose of stability studies in planning, installation, commissioning and control of energy transmission systems is that stability limit values are not violated during the operation of power system.

Despite that general solution methods exist for studying stability of linear systems, stability of nonlinear systems is a serious problem. Lyapunov stability methods can directly be applicable to both time-variant systems and time-invariant systems. Lyapunov has explained two important methods on stability of differential equation solution. Lyapunov's second method decides if the dynamic system is stable by examining the form of equation without any need to differential equation solution that governs the system. Lyapunov has defined a function which connects the dynamics of system and energy stored inside the system. This function has been given in terms of energy.

The thesis is organized as follows respectively: Chapter 2; overall voltage stability subjects, Chapter 3; Lyapunov stability analysis, Chapter 4; examples of power system stability analysis with energy function, Chapter 5; Results and Conclusions.

BÖLÜM 1. GİRİŞ

Elektrik enerjisine duyulan ihtiyacın artması ile birlikte ekonomik ve çevresel etkiler güç sistemlerini kararlılık limitine yakın noktalarda çalışmaya zorladığından kararlılık sınırları azalmaya ve gerilim kararlılığı önemli bir konu olmaya başlamıştır. Enerji iletim sistemlerinin planlanması, tesis edilmesi, işletilmesi ve kontrolünde kararlılık çalışmalarının yapılmasının amacı güç sisteminin çalıştırılması sırasında kararlılık sınır değerlerini ihlal etmesinin önüne geçmektir. Elektrik güç sisteminin üretimin azalması, yük artışı, hatların devre dışı kalması, paralel hatlarda açmaların meydana gelmesi, kısa devre gibi bir bozucu etkiye maruz kalması durumunda, bu etki ortadan kalktıktan sonra bozucu etki öncesindeki normal çalışma koşuluna dönebilmesi önemlidir. Bu durum kararlılık olarak adlandırılır.

Gerilim kararlılığı kavramı bir enerji sisteminin yük baralarının gerilimlerinin genliklerini, gerek sürekli hal gerilim kararlılığı gerekse geçici hal gerilim kararlılığı olaylarında belirli işletme sınırları içinde tutabilme yeteneği olarak ifade edilir [1]. Son yıllarda, gerilim kararlılığı problemi çoğu enerji sistem ağının çökmesine sebep olmuştur. Bu olumsuzluklar gerilim kararlılığı konusundaki çalışmaların artmasını beraberinde getirmiştir. Bunlardan bazı örnekler; 1982 Kuzey Belçika sistem arızası, 1983 İsveç sistem arızası, 1978, 1987 ve 1990 Fransa sistem arızaları, 1987 Japonya sistem arızası, 1970 New York, 1987 Missisipi, 1990 Baltimore Amerika sistem arızaları, 1986 İngiltere sistem arızası[2-5], 1990 Mısır sistem arızası[6], 1997 Şili sistem arızası[7], 2003 Amerika – Kanada sistem arızası[8,9], 2003 İtalya sistem arızası[10], 2003 İsveç – Danimarka sistem arızası[11], 2004 Bahreyn, Amman ve Yunanistan sistem arızaları, 2005 Avustralya ve Moskova Rusya sistem arızaları, 2006 Yeni Zelanda sistem arızaları olarak gösterilebilir [12].

Gerilim kararsızlığının nasıl meydana geldiği, kararsızlığa götüren nedenin ne olduğu, hangi bölgelerinin gerilim açısından zayıf olduğu ve gerilim kararsızlığının

geliştirilmesine en etkili kıstasların neler olduğu ortaya konmalıdır [13]. Genellikle gerilim kararsızlığı ve gerilim çökmesi araştırmacılar tarafından aynı anlamda kullanılmaktadır. Gerilim kararsızlığı veya gerilim çökmesi dinamik bir süreç olsa da, çoğunlukla statik (yük akışı) analize uygun olarak bir sürekli hal problemi olarak görülmesi uygun bir yoldur. Normal çalışma şartları sırasında üretim yerinden tüketim yerine reaktif gücün iletilebilme kabiliyeti gerilim kararlılığının konusudur. Kararlılık kelimesi dinamik bir sistemi ifade eder. Gerilim kararlılığı yük kararlılığı olarak da adlandırılabilir [14].

Gerilim kararlılığını etkileyen başlıca faktörler;

- 1 – Enerji iletim hatlarının aşırı derecede yüklenmesi ile elektriksel yüklerin yapısı ve özellikleri,
- 2 – Enerji üretim kaynaklarının yük merkezlerine olan uzaklıklarının fazla olması,
- 3 – Kaynak gerilimlerinin çok düşük olması,
- 4 – Enerji iletim hatlarının işletilme biçimleri,
- 5 – Yetersiz reaktif yük dengelenmesi,
- 6 – Kontrol cihazlarının dinamik cevapları olarak sıralanabilir [15].

Klasik anlamda kararlılık çalışmaları aktif güç – yük açısı ($P - \delta$) arasındaki ilişkiye odaklanırken, gerilim kararlılığı çalışmalarında reaktif güç – gerilim genliği ($Q - V$) ilişkisi ön plana çıkmaktadır. Gerilim kararlılığı çalışmalarının klasik yolu, sürekli hal gerilim kararlılığına yani statik yük akışı analizlerine dayanmaktadır. Elde edilen sonuçlar genellikle, yük baralarının aktif güç değerleri ile gerilim genlik değerleri arasındaki ilişkiyi gösteren $P - V$ eğrileri ile gösterilmektedir. $P - V$ eğrisi üzerinde sistemin kararsızlık sınır değerleri açıkça görülebildiğinden statik analizler gerilim çökmesinden korunmak için faydalı olmaktadır. Ancak statik yük akışı analizleri gerilim kararlılığının dinamik davranışı hakkında yeterli bilgi veremeyeceğinden, dinamik yük akışı analizlerinin de göz önüne alınması gerekmektedir [15].

Gerilim kararlılığı çalışmaları yük akışı analizleri ile ilişkilidir. Yük akışı analizleri çoklu çözümlere sahiptir ve gerilim bu çoklu çözümlere bağlıdır. Her bir gerilim çözümü için gerilim kararlılığı, generatör ve yük değişimlerine bağlı olarak yük

akışındaki doğrusal olmayan denklemleri göz önüne alındığında kontrol sistemi konularında da kullanılan öz değerler metodu kullanılarak dinamik olarak analiz edilmektedir [1]. Küçük bozucu etkiler açısından, güç sisteminde herhangi bir bozucu etki sonucu yüklerle ve kontrol dinamiklerine bağlı olarak gerilim çok hızlı değişebilir. Güç sisteminin lineerliği bozulduğundan bu durumda öz değerler metodu güvenilir olmaz. Bu nedenle böyle bir durumda, dinamik simülasyon metotları kullanılmaktadır [16].

Bu çalışmada Lyapunov'un ikinci metodu elektrik güç sistemlerine uygulanarak, sistemlerin enerji fonksiyonu oluşturulmuş ve böylece sistemlerdeki enerji seviye değişikliklerinin sistemlerin kararlılığına etkisi gösterilmiştir.

Tek makine sonsuz bara, indirgenmiş tek makine sonsuz bara ve dört baralı sistem modelleri için enerji fonksiyonu analizlerinde, bilgisayar programı olarak MACSYMA ve MATHCAD programları uygulanmıştır.

Bu tezin içeriği aşağıda açıklandığı gibidir:

Bölüm 2'de, elektrik güç sistemlerinde gerilim kararlılığı, yüklerin etkisi ve gerilim çökmesi ile ilgili temel kavramlar anlatılmıştır. Bu bölümde [16-34] kaynaklarından faydalanılmıştır.

Bölüm 3'de, doğrusal ve doğrusal olmayan sistemlerin kararlılık analizinde kullanılan Lyapunov'un ikinci metodu incelenmiştir. Bu bölümde [35-40] kaynaklarından faydalanılmıştır.

Bölüm 4'de, tek makine sonsuz bara, indirgenmiş tek makine sonsuz bara ve dört baralı sistemlerinin incelenmesi, yukarıda anılan güç sistemlerinin enerji fonksiyonlarını elde etmek için Lyapunov'un ikinci metodunun kullanılması ve Lyapunov fonksiyon oluşturmak için gradiyent metodun kullanılması açıklanmıştır. Yük akışı ve yük gerilimine göre güç sistemindeki enerji seviye değişimlerinin analizi yapılmıştır. Bu bölümde [37-48] kaynaklarından faydalanılmıştır.

Bölüm 5’de, 4. bölümde yapılan analizlerin benzetim sonuçları elde edilmiş ve gelecekte yapılabilecek çalışmaların neler olabileceği hakkında öneriler ifade edilmiştir.

Ek A’da, tek makine sonsuz bara, indirgenmiş tek makine sonsuz bara ve dört baralı sistemlerinin hesaplamalar sonucu bulunan enerji fonksiyonları elde edilmiştir.

Ek B’de, tek makine sonsuz bara ile dört baralı sistemin şebeke, yük ve generatör parametreleri tablolar halinde verilmiştir.

BÖLÜM 2. ELEKTRİK GÜÇ SİSTEMLERİNDE GERİLİM KARARLILIĞI

Elektrik güç sistem kararlılığı, 1920'lerden bu yana, güvenilir sistem çalışması açısından önemli bir problem olarak düşünölmeye başlanmıştır [17,18]. Güç sistem kararlılığı genellikle bir güç sisteminin, kabul edilebilir dengeli bir çalışma şartında bulunması ve bir bozucu etki sonrası tekrar normal denge durumuna dönebilmesidir. Bu tanım bütün enterkonnekte sistemleri kapsar.

Son yıllarda, gerilim kararlılığı problemi sebebiyle İtalya, Fransa, İngiltere, Japonya ve Amerika gibi dünyanın çeşitli yerlerinde meydana gelen enerji sistem çökmeleri neticesinde, gerilim kararlılığı elektrik güç sistemlerinde temel bir konu haline gelmiştir. Gerilim kararlılığı problemi güç sisteminde aşırı yüklenme, arızalanma veya yetersiz reaktif güç durumlarında oluşur. Gerilim kararlılığı üretim, iletim ve reaktif güç tüketiminin incelenmesi ile analiz edilebilir.

Bir elektrik güç sisteminde belli bir çalışma koşulunda bozucu etkiden sonra gerilimler normal çalışma gerilim değerlerine yakın kalıyorsa, bu durumda güç sisteminin gerilim kararlılığına sahip olduğu söylenebilir. Generatör, hat, transformatör, bara v.b. elemanların herhangi bir sebeple devre dışı edilmesiyle, gerilim kontrolünün yapılamaması veya yükün artması durumlarında, kontrolsüz gerilim düşümü oluşursa güç sisteminin kararsızlığı söz konusu olur.

Güç sistemi sınırsız büyüklükteki bir elektrik gücünü yüke iletme kabiliyetine sahip değildir. Gerilim kararsızlığının esas nedeni, aşırı yüklü sistemlerde gerilim değerlerini belirli bir değerde tutabilmek için sistemin ihtiyaç duyduğu reaktif enerjiyi sistemin karşılayamamasıdır [19-22]. Diğer nedenler generatör reaktif güç limitleri, yük karakteristikleri, yük altında kademe değiştirebilen transformatörlerin özellikleri, reaktif güç kompanzasyon cihazlarının karakteristikleri ve gerilim kontrol

cihazlarının davranışdır. Reaktif güç iletimi sırasında aşırı derecede reaktif güç kayıpları oluşması nedeniyle reaktif güç iletimi zordur. Bu aşırı derecedeki reaktif güç kaybı nedeniyle gerilim kontrolü için kullanılan reaktif güç kontrol alanında üretilir ve tüketilir. Elektrik güç sistemlerinde meydana gelen bazı elektrik kesintileri, kararsızlık olayının farklı durumlarında, sistem çökmesi olarak oluştuğunu gösterir. Elektrik güç sistemlerinde meydana gelen elektrik kesintilerinin önemli analizleri neticesinde aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

- a) Elektrik kesintilerinin birçoğu elektrik güç sisteminin aşırı derecede yüklü olduğunda oluşmaktadır.
- b) İletim hatları veya generatörlerdeki açmaların, elektrik güç sistemini daha da zayıflattığı anlaşılmıştır.
- c) Elektrik güç sistemlerinde salınımların başlamasıyla, sistem frekansı normal çalışma frekansından farklı değerler olarak gerilim bozulmaya başlamaktadır.
- d) Çok fazla generatör ve iletim hattı sorunu olduğunda, sistem küçük bölümlere parçalanabilmektedir.

2.1. Gerilim Kararlılığının Tanımı

Güç sisteminin normal çalışma koşullarında veya bozucu bir etkiye maruz kalması durumunda bozucu etki sonrası kabul edilebilir bir denge durumunda kalması kararlılık olarak tanımlanır [19]. Gerilim kararlılığı normal çalışma koşullarında ve maruz kaldığı bozucu etki sonrası güç sistemindeki tüm baraların kabul edilebilir gerilim değerlerinde tutulabilmeleri kabiliyetidir [16].

Güç üretiminde azalma, talep edilen yükte artma veya generatör, hat, transformatör, bara v.b. elemanların herhangi bir nedenle devre dışı edilmesi gibi durumlardan dolayı gerilim kontrol edilemediğinden güç sistemlerinde gerilim kararsızlığı oluşmaktadır. Gerilim kararsızlığı, sistemde meydana gelen olayların geniş bir kısmını içerirken; gerilim kararlılığı için ise değişik düşünceler bulunmaktadır.

Aşağıda literatürde bulunan, değişik çalışma gruplarının yaptıkları gerilim kararlılığı tanımlamaları belirtilmektedir.

2.1.1. CIGRE tanımı

Verilen çalışma durumundaki bir güç sisteminde, eğer yüklere yakın gerilimlere bakılırsa herhangi bir küçük bozucu etki sonrası değerler bozucu etki öncesi değerlere eşit ya da yakın olması durumunda bu sistem küçük bozulmalara karşı gerilim kararlıdır. Verilen çalışma durumunda ve bir bozulmaya bağlı olarak, eğer gerilim yaklaşık olarak sonraki bozulma dengesi değerine yakınsa, güç sistemindeki gerilim kararlıdır. Eğer bozucu etki sonrası gerilim değerleri kabul edilebilir sınırların altında ise güç sistemi gerilim çökmesine gider [23,24].

2.1.2. IEEE tanımı

Bir sistemin gerilimini belirli değerlerde koruyabilme yeteneğine gerilim kararlılığı denir. Yükün gücü arttığı zaman, hem yük hem de gerilim kontrol edilebilecektir. Sistemin önemli bir parçasında olan gerilim azalmaları gerilim kararsızlığına yol açar ve bu durum gerilim çökmesini oluşturur. Gerilim güvenliği, yalnızca bir sistemin çalışma kararlılığında kalması değil, aynı zamanda sistemdeki değişimlere veya bozucu olaylara karşı kararlılığını koruma yeteneğidir [20].

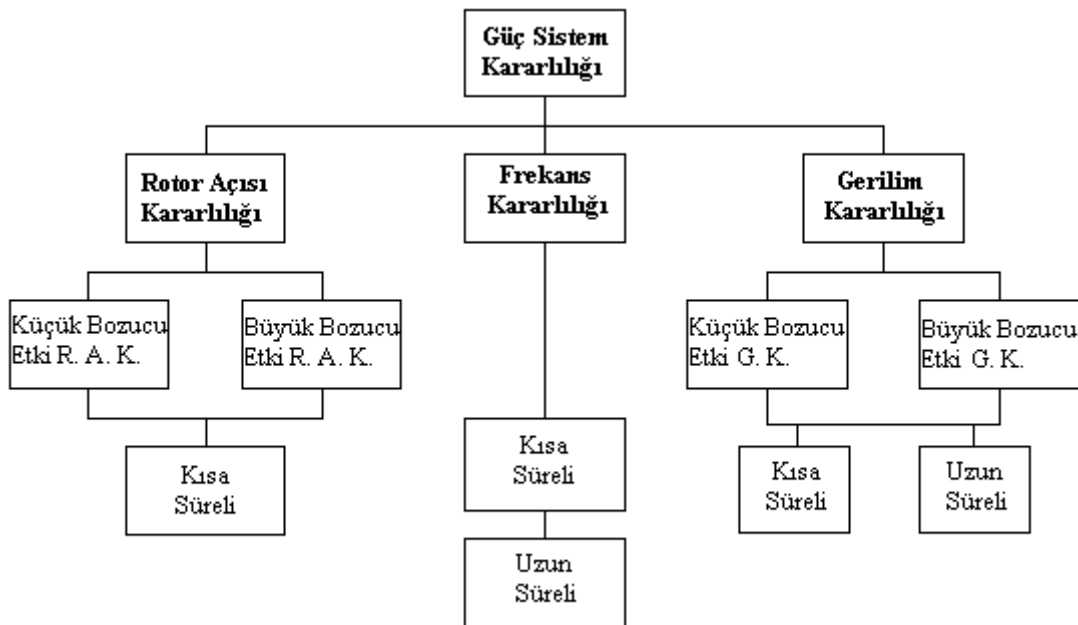
2.1.3. IEEE ve CIGRE ortak tanımı

Gerilim kararlılığı, bir güç iletim sisteminin herhangi bir bozucu etki sonrasında tüm baralarda kararlı gerilimi koruyarak normal çalışma koşullarına dönebilmesi kabiliyetidir. Güç sisteminde meydana gelen aşırı gerilim düşümü veya kesintiler gerilim çökmesi oluşmasına sebep olur [25].

CIGRE'nin gerilim kararlılığı tanımı diğer dinamik sistem kararlılık problemlerine benzemekten, IEEE ise gerilim kararlılığını güç sisteminin gerçek çalışma süreciyle tanımlamaktadır.

2.2. Güç Sistemi Kararlılığının Sınıflandırılması

Kararlılık problemlerinin karmaşıklığından dolayı, güç sisteminin karşılaştığı kararsızlıklar kolayca analiz edilemezler. Kararlılık analizinde, kararsızlığa neden olan sebepler ve kararlı çalışmayı sağlayan yöntemlerin uygun bir şekilde sınıflandırılmasının büyük bir önemi vardır. Güç sistem kararlılık probleminin çözümü için sınıflandırma yapmak önemlidir. Şekil 2.1’de güç sisteminin kararlılığının IEEE / CIGRE’ye göre sınıflandırılması gösterilmektedir.



Şekil 2.1. Güç sisteminin kararlılığının IEEE / CIGRE’ye göre sınıflandırılması

2.2.1. Rotor açısı kararlılığı

Zaman bakımından kısa süreli kararlılık problemi olan rotor açısı kararlılığı, güç sisteminin elektromekaniksel dinamiklerine bağlı olarak birkaç saniye içinde oluşan bir kararlılık problemidir ve güç sisteminin bozulmaya maruz kaldıktan sonra senkronizasyonda kalmak kabiliyetini içermektedir. Bu kabiliyet sistemdeki her bir senkron makinenin elektromanyetik momenti ile mekanik momenti arasındaki dengenin devam ettirilebilmesi veya yeniden kazanılması kabiliyetine bağlıdır.

Bir bozulmaya maruz kaldıktan sonra bir senkron makinenin elektromekanik momentindeki değişim iki bileşene ayrılabilir:

- a) Senkronlayıcı moment bileşeni: Bu bileşen rotor açısal sapması ile aynı fazdadır.
- b) Bastırıcı moment bileşeni: Bu bileşen hız sapması ile aynı fazdadır.

Her bir senkron makine için bu iki bileşenin var olması sistem kararlılığını oluşturur. Senkronlayıcı moment bileşenin olmaması periyodik olmayan kararsızlığa yol açarken, bastırıcı moment bileşenin eksikliği periyodik kararsızlığa neden olur. Bozulmanın büyüklüğüne ve içeriğine bağlı olarak rotor açısı kararlılığı, küçük bozucu etki (küçük işaret) rotor açısı kararlılığı ve büyük bozucu etki rotor açısı kararlılığı (geçici hal kararlılığı) olmak üzere iki sınıfa ayrılır.

1) Küçük Bozucu Etki (Küçük İşaret) Rotor Açısı Kararlılığı

Küçük bozucu etki rotor açısı kararlılığı (KBERAK) güç sistemlerinin küçük bozulmalar altında senkronizasyonlarını devam ettirebilme yeteneği ile ilgilidir. Yük ve üretimdeki küçük değişimler örnek olarak verilebilir. KBERAK güç sisteminin başlangıç işletme şartlarına bağlıdır. Kararsızlık senkronlayıcı moment bileşenin eksikliğinden dolayı rotor açısında periyodik olmayan artış ve bastırıcı moment bileşenin eksikliğinden dolayı gittikçe artan genlikte rotor salınımları şeklinde iki farklı şekilde olabilir. Oluşan problem küçük veya büyük çaplı olabilir. Küçük çaplı problemler, güç sisteminin küçük bir bölümünü kapsar ve genellikle tek bir üretim tesisine ait rotor açısı salınımlarıyla ilgilidir. Büyük çaplı problemler ise, üretim tesisindeki birçok generatör grubunu kapsar ve etkisini daha yaygın bir şekilde gösterir. Burada oluşan salınımlar daha karmaşık yapıya sahiptir. KBERAK çalışmalarında genellikle bozulmadan sonra 10 – 20 saniyelik zaman aralığı ile ilgilenilir.

2) Büyük Bozucu Etki Rotor Açısı Kararlılığı (Geçici Hal Kararlılığı)

Büyük bozucu etki rotor açısı kararlılığı (BBERAK) güç sisteminin iletim hattındaki bir kısa devre gibi ciddi ve kritik bozulmalarda senkronizasyonunu devam

ettirebilme yeteneği olarak tanımlanır. Sistemin cevabı, generatör rotor açısının büyük değişimleri ve bunun sebep olduğu doğrusal olmayan güç – açı ilişkisi ile ilgilidir. BBERAK hem sistemin başlangıç işletme şartlarına hem de bozulmanın şiddetine bağlıdır. Buradaki kararsızlık genellikle yetersiz senkronlayıcı moment sonucu oluşan periyodik olmayan açı değişmesi şeklindedir. BBERAK çalışmalarında genellikle bozulmadan sonra 3 – 5 saniyelik zaman aralığı ile ilgilenilir. Bu süre çok büyük sistemlerde 10 – 20 saniyeye kadar artabilir.

Hem küçük bozucu etki rotor açısı kararlılığı hem de büyük bozucu etki rotor açısı kararlılığı kısa süreli birer olay olarak değerlendirilir.

2.2.2. Frekans kararlılığı

Frekans kararlılığı, bir güç sisteminde yük ile üretim arasında oluşacak bir dengesizlik yaratan bir bozulma sonrasında sistemin frekansının sabit kalabilme yeteneğidir. Bu kararsızlık en az yük kaybı ile yük ve üretim arasındaki dengenin yeniden kurulmasına ya da sürdürülebilmesine bağlıdır. Ciddi sistem bozuklukları genel olarak frekansta, güç açısında, gerilimde ve diğer sistem değişkenlerinde büyük değişimlere neden olur. Bu yüzden gerilim kararlılığı çalışmalarında modellenmeyen proseslerin, denetimlerin ve koruma sistemlerinin dikkate alınması gerekir. Genel olarak frekans kararlılığı problemleri cihaz cevaplarının yetersizliğine, denetim ve koruma sistemleri arasındaki ilişkinin zayıflığına veya eksik üretim stoğuna bağlıdır.

Frekanstaki büyük değişimler sonucu cihazların harekete geçme süreleri saniyelerden dakikalara kadar sürebilir. Bu nedenle frekans kararlılığı bir kısa süreli olay olabildiği gibi bir uzun süreli olay şeklinde de olabilir. Düşük frekansta yük atma olayı kısa süreli bir olaya örnek olarak verilebilir. Buhar türbinlerinin aşırı hız denetim sistemlerinin neden olduğu daha karmaşık frekans kararsızlıkları onlarca saniyeden birkaç dakikaya kadar süren bir uzun süreli bir olaya örnek gösterilebilir.

2.2.3. Gerilim kararlılığı

Gerilim kararlılığı, bir güç sisteminin verilen bir başlangıç koşulu durumundayken küçük veya büyük olduğu önemli olmayan bir bozulmaya maruz kaldıktan sonra güç sisteminin bütün baralarında kabul edilebilir sürekli gerilimi devam ettirebilme yeteneğidir. Rotor açısı kararlılığında olduğu gibi, gerilim kararlılığını bozulmanın büyüklüğüne bağlı olarak iki alt kategoride sınıflandırmak uygun olur [23,25].

2.2.3.1. Büyük bozucu etki gerilim kararlılığı

Büyük bozucu etki gerilim kararlılığı (BBEGK) sistem arızaları, üretim kaybı veya hat arızaları gibi büyük bozulmalardan sonra, güç sisteminin kabul edilebilir gerilim dengesini koruyabilmesi yeteneğidir. BBEGK'nın belirlenebilmesi için, kesintili ve kesintisiz koruma ve kontrol cihazlarının güç sistemindeki doğrusal olmayan cevaplarının incelenmesi gerekir. BBEGK'da ilgilenilen zaman aralığı 10 – 30 saniyeden onlarca dakikaya kadar genişletilebilir [23].

2.2.3.2. Küçük bozucu etki gerilim kararlılığı

Küçük bozucu etki gerilim kararlılığı (KBEGK) sistem yüklerindeki artış gibi küçük bozulmalardan sonra, güç sisteminin kabul edilebilir gerilim dengesini koruyabilmesi yeteneğidir. KBEGK'nın belirlenebilmesi için, lineerleştirilmiş sistem modellerinin incelenmesi gerekir. KBEGK'da ilgilenilen zaman aralığı dakikalar ile saatler aralığında değişebilir [26].

Gerilim kararlılığı, yükün niteliğine bağlıdır. Gerilim kararlılığı, yüklerin dinamik özelliklerinin zaman durumlarına bağlı olarak kısa ve uzun süreli gerilim kararlılığı olmak üzere iki grupta incelenir.

2.2.3.3. Kısa süreli gerilim kararlılığı

Kısa süreli gerilim kararlılığı (KSGK) asenkron motorlar, senkron generatörlerin uyarım sistemleri, statik VAR kompanzatorleri ve HVDC (yüksek gerilim doğru

akım) dönüştürücüleri gibi hızlı çalışan yük bileşenlerinin dinamikleri ile karakterize edilir. İlgilenilen zaman aralığı birkaç saniyedir [27-30].

KSGK'nın analizi uygun diferansiyel eşitliklerinin çözümü ile olmaktadır. Bu durum rotor açısı kararlılığının analizine benzemektedir. Burada yüklerin dinamik olarak modellenmesi önemlidir. Açık kararlılığının tersine yüklere yakın kısa devreler önemlidir. Bu kararlılık için geçici gerilim kararlılığında kullanılan analizlerin kullanılması önerilmez [31].

2.2.3.4. Uzun süreli gerilim kararlılığı

Uzun süreli gerilim kararlılığı (USGK) yük altında kademe değiştiricili transformatörleri, termostatik kontrollü yükleri ve generatör akım sınırlayıcıları gibi daha yavaş çalışan cihazları kapsar. İlgilenilen zaman aralığı birkaç dakika veya daha uzun bir süredir. USGK'nın belirlenebilmesi için, sistemin dinamik performansının analizi gereklidir. Ayrıca P – V eğrileri kullanılarak da analizi mümkündür. Şekil 2.2'de farklı güç sistem elemanlarının gerilim değişimleri ve bozulmalarının zaman cevapları gösterilmektedir.

<u>Geçici Gerilim Kararlılığı</u>		<u>Uzun Dönem Gerilim Kararlılığı</u>		
<u>Asenkron Motor Dinamikleri</u>		<u>Yük/Güç Transferi Artışı</u>		
<u>Generatör/Uyarma Dinamikleri</u>		<u>LTC Trafo&Ayarlı Gerilim Reg.</u>		
<u>İlk Hareket Kontrolü</u>		<u>Yük Yoğ./Termostat</u>		
<u>Mek.Anah.Kapasitör/Reaktör</u>	<u>Uyarma Limitleri</u>	<u>Gaz Türbin Çalış.</u>		
<u>Düşük Gerilim Yük Paylaşımı</u>		<u>Güç Üretim İşletimi</u>		
<u>SVC</u>		<u>Üretim Değişimleri/AGC</u>		
<u>Generator Atalet Dinamikleri</u>		<u>Kazan Dinamikleri</u>	<u>Hat/Trf A.Yük</u>	
<u>DC</u>	<u>DC Çeviriciler LTC</u>	<u>Sistem Operatörü</u>		
<u>Aşırı Yük Korumalarını da İçeren Tekrar Yapılan Koruma</u>				
0.1	1	10	100	1000(sn)

Şekil 2.2. Gerilim kararlılığı olayları ve zaman cevapları

2.3. Mekanizmalar-Yük Dinamikleri, Denge Noktası ve Çekici Alanı

Gerilim kararlılığı yük kararlılığı olarak da adlandırılır [14]. Buradaki yük terimi, iletim sistemlerinin yüksek gerilim baralarında görülen yüküdür ve alt iletim ve dağıtım sistemlerinin etkilerini içerir. Gerilim düşmesinden dolayı geçici olarak azaltılan yüklerin toparlanması, gerilim kararlığının önemli unsurlarından birisidir.

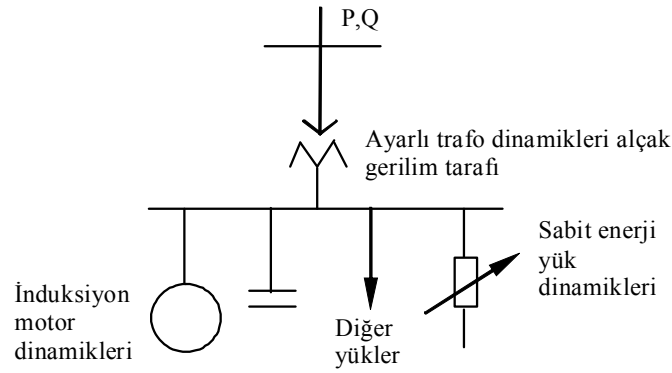
Aktif yükler aşağıda yazıldığı gibi üç şekilde düzenlenirler.

1) Asenkron motorlar, gerilimdeki ani değişiklikleri takip eden birkaç saniye içerisinde mekanik yükleri karşılamak için hızlı bir şekilde cevap verirler. Kaynaktaki bir ani değişikliğin hemen ardından, asenkron motorların hareketleri empedans yüklerin davranışları gibi olacaktır. Motorun ataletinden dolayı, kayma ani olarak değişmez. Gerilim düşümleri için, hızlı cevap veren motorlar yukarıda bahsedildiği gibi diğer elemanların yavaş dinamiklerini takip eder ve sabit bir aktif güce sahip yükler gibi hareket eder.

2) Güç iletim sistemlerinin otomatik olarak ayarlı trafoları ve dağıtım sistemi regülatörleri yük geriliminin normal değerine yükseltilmesi ve gerilim hassasiyetli yükler için saniyelerden dakikalara uzanan bir zaman aralığı içerisinde çalışır. Yükün reaktif gücü ve şönt kapasitörün reaktif güç çıkışı da yeniden ayarlanabilir.

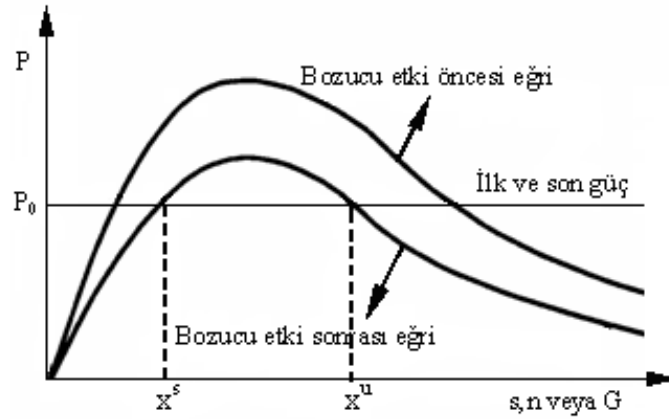
3) Sabit enerjili olan direnç yükleri termostatik veya el kontrolü ile yeniden düzenlenirler. Toplu yükler için bu durum bir gerilim azalmasını takip eden bir zaman aralığı içerisinde yük farklılıkları kaybına neden olur.

İlk yaklaşım olarak, yük düzenleme mekanizmasının bu üç dinamiği birinci dereceden bir olaydır. Tek bir zaman sabiti kullanılarak modellenenirler. Her ne kadar zaman sabitleri farklıysa da, denklem eşitlikleri aynı formdadır. Şekil 2.3'de bu üç tip yük bir güç dağıtım yük barasında gösterilmiştir.



Şekil 2.3. Gerilim hassasiyetli yüklerin düzenlenmesi için üç mekanizma

Bu üç yük düzenlenmesi mekanizmasının birinci dereceden durum değişkenleri olarak, motor kayması (s), ayarlı trafo durum değişkenleri (n) ve yük kondüktansı (G) gösterilebilir. Şekil 2.4'de görüldüğü gibi, her durum değişkeninin artması halinde, yükün gücü artar, maksimuma ulaşır ve sonra tekrar düşmeye başlar. Asenkron motorlar için, bilinen moment-kayma eğrileri şekil 2.4'deki gibidir.



Şekil 2.4. Yük dinamiklerinin durum değişkenleri ile aktif güç arasındaki ilişki

Uygulanabilen birinci dereceden diferansiyel eşitlik:

$$2Hw \frac{ds}{dt} = P_0 - P_e \quad (2.1)$$

Burada, P_0 ilk mekanik güç olup basitleştirmek için sabit kabul edilir. Büyük bir bozucu etkiyi takiben kararlılık durumu için, kaynak-sistem konfigürasyonunun momentindeki kayma, kararlı denge noktası x^s 'nin çekicilik bölgesi içinde olmasını gerektirir. Bu bölge kararsızlığa geçiş noktası olan x^u 'ya kadar uzanır. x^s ve x^u arasındaki bölge için (2.1) eşitliği uygulanır. Çünkü P_e , P_0 'dan daha büyüktür ve motor x^s noktasında hızlanacaktır. Böyle kontrol edilebilen bir durum bir takım ısı kontrolü ile çalıştırılan yüklere uygulanabilir.

Termostatik olarak kontrol edilebilen ısı yüklerin çoğunluğu için:

$$T \frac{dG}{dt} = P_0 - V_L^2 G \quad (2.2)$$

eşitliği uygulanabilir.

Bu durum asenkron motorlarda olduğu gibidir. Büyük bir bozucu etkiyi takiben kararlılık durumu için, sistem konfigürasyonunun momentindeki kondüktans değeri, kararlı denge noktası x^s 'nin çekicilik bölgesi içinde olmasını gerektirir.

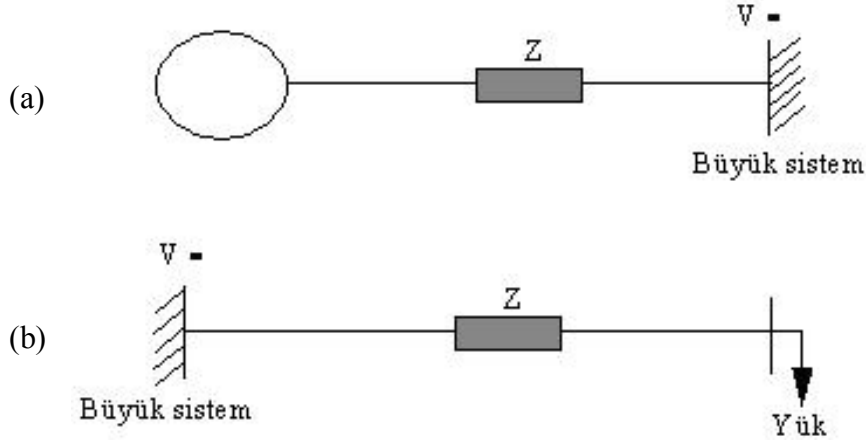
Bu bölgenin çekiciliği kararsızlık denge noktası x^u 'ya kadar uzanır. x^s ve x^u arasındaki bölge için eşitlik (2.2) uygulanabilir, çünkü burada $V_L^2 G$, P_0 'dan daha büyüktür ve termostatik iletkenlik x^s noktasına ulaşmaya kadar azaltacaktır.

Ayarlı trafolar da durum aynıdır. Gerçekte, yük kondüktans ayarlı trafolar tarafından yüksek gerilim kısmına indirgenen iletkenlik ise, formülasyon değiştirilebilir ve böylece (2.2) eşitliği kullanılabilir.

2.4. Rotor Açısı Kararlılığı ile Gerilim Kararlılığının İlişkisi

Gerilim kararlılığı ve rotor açısı kararlılığı birbiri ile ilişkili kavramlardır. Geçici hal gerilim kararlılığı genellikle büyük bozucu etki rotor açısı kararlılığı (geçici hal kararlılığı) ile ve gerilim kararlılığının daha yavaş formları, küçük bozucu etki rotor açısı kararlılığı ile ilişkilidirler. Genellikle bunlar ayırt edilemezler. Eğer

kararsızlığın hakim olduğu bir durum söz konusu ise o zaman aşağıda gösterildiği gibi bir çok olumsuz durum vardır.



Şekil 2.5. Uç durumları gösteren örnekler

- Saf açı kararlılığı
- Saf gerilim kararlılığı

a) Uzaktaki senkron generatörün, büyük bir sisteme iletim hatları üzerinden bağlanması [20]. (Tek makine sonsuz bara problemi için Saf Açı Kararlılığı) (Şekil 2.5)

b) Bir senkron generator veya büyük bir sistemin, iletim hatları üzerinden asenkron bir yüke bağlanması [20]. (Saf Gerilim Kararlılığı) (Şekil 2.5)

Rotor açısı kararlılığı da, gerilim kararlığında olduğu gibi reaktif güç kontrolünden etkilenir. Periyodik olmadan artan açıları içeren küçük bozucu etki açı kararsızlığı, sürekli-aktif generatörde otomatik gerilim regülatörü kullanılmadan önce önemli bir problem olarak görülmekteydi. Küçük bozucu etki açı kararlılığı ve uzun süreli gerilim kararlılığı arasındaki ilişki şöyledir: Generator akım limitleri normal otomatik gerilim regülasyonuna engel olurlar. Generator akım limitleri kararlılığın her iki durumunda da çok zararlıdır. Gerilim kararlılığı yük bölgeleri ve yük karakteristikleri ile ilgilidir. Rotor açısı kararlılığında, sistemin uzak güç üretim merkezi, büyük bir sisteme uzun iletim hatları üzerinden bağlanmaktadır.

Gerilim kararlılığı genelde yük kararlılığı, rotor açısı kararlılığı da generatör kararlılığı olarak adlandırılmaktadır. Büyük bir enterkonnekte sistemde, herhangi bir

generatörde senkronizma kaybı olmaksızın, bir yük bölgesinde gerilim çökmesi meydana gelebilir. Geçici hal gerilim kararlılığı genelde geçici hal rotor açısı kararlılığı ile oldukça yakından ilişkilidir. Buna karşın uzun süreli gerilim kararlılığı, rotor açısı kararlılığı ile daha az ilişkilidir.

Gerilim çökmeleri, yüklerden uzak bir noktada iletim hattında ise, bu açı kararsızlığı problemidir. Eğer gerilim çökmeleri yük bölgesinde ise bu olay bir gerilim kararsızlığı problemidir.

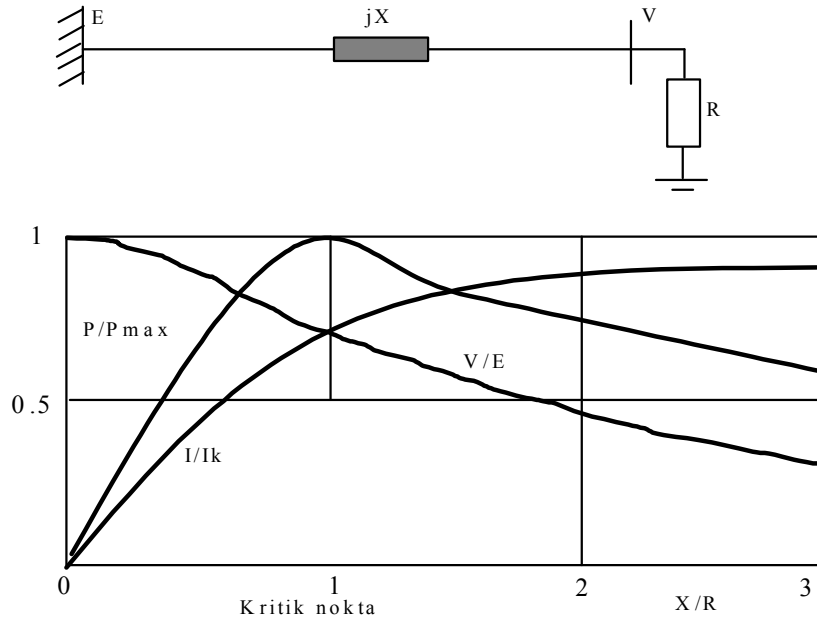
Problemlerden biri var olan üretim ve iletim sisteminin aşırı yük değerlerinde kullanılmasıdır. Yük bölgelerinde yeni enerji üretim merkezlerinin inşa edilmesinin zorluğu ve uzak bölgelerdeki enerji üretim merkezlerinden iletimin hatlar üzerinden sağlanmasının zorluğu sebebiyle bu problem ortaya çıkmaktadır. İkinci problem ise reaktif güç kompanzasyonu için şönt kapasitör kullanımının artmasıdır. Şönt kapasitör gruplarının aşırı kullanılması sistemin güç transfer limitini arttırdığından dolayı, gerilim çökmesine sebebiyet verebilir. Şönt kapasitör gruplarının reaktif güç çıkışları gerilimin karesi ile azalır. Hızlı hata temizleyicileri, yüksek performanslı uyarım sistemleri, güç sistem kararlı kılıcılar ve diğer kontrolörler transfer limitlerini zorlayan geçici hal kararlılığının kaldırılmasında etkilidirler. Limitleri zorlayan geçici hal kararlılığının kaldırılması ile ya sistemin termal kapasitesi ya da gerilim kararlılığı transfer limitlerini belirleyebilir.

2.5. Gerilim Kararlılığı Analizinde P-V Eğrileri

Yavaş karakteristikli gerilim kararsızlığı genellikle sürekli hal problemleri gibi analiz edilir; bu durum için güç akışı simülasyonu birinci çalışma metodudur. Sistemdeki bir hattın devre dışı kalmasını izleyen zaman içindeki olay ya da yük ekleme durumu simüle edilir. Arıza sonrası güç akışlarının yanı sıra, P-V eğrileri ve V-Q eğrileri olmak üzere diğer iki güç akışı tabanlı metotların kullanım alanları da geniştir. Bu iki metot gerilim kararlılığı ile ilgili sürekli hal yüklenebilirlik limitlerini belirler. P-V eğrileri gerilim kararlılığının kavramsal analizleri ve radyal sistem çalışmaları için yararlıdır. Bu metot büyük gözlü şebekeler için de kullanılır. Bu çözümün bir dezavantajı sistemin devrilme noktasında veya maksimum güç noktasında güç akış

simülasyonunun çözümden uzaklaşmasıdır. Bölge yükünün her arttığı durumda, enerji üretimi için tekrar çözüm yapılması zorunluluğunun olması da diğer bir dezavantajdır. Kavramsal analizler için, yük karakteristikleri gerilimin bir fonksiyonu olarak analiz edilirse P-V eğrileri ile çalışmak uygundur. Örneğin bir direnç yükü $P_{yük} = \frac{V^2}{R}$ ile çizilebilir.

Yük empedansının değeri, kaynak empedansının değerine eşit olduğunda maksimum güç iletimi sağlandığı bilinmektedir. Daha büyük yük empedansları için yüksek gerilimde düşük akım çalışma noktasında olunur. Daha yüksek admitanslar için alçak gerilim de yüksek akım çalışma noktasında bulunur. Gerilim maksimum yükte kritik gerilim olarak adlandırılır. Şekil 2.6'da rezistif yükler ve endüktif şebekelerin en basit durumları için gerilim, akım ve güç ilişkileri gösterilmektedir.

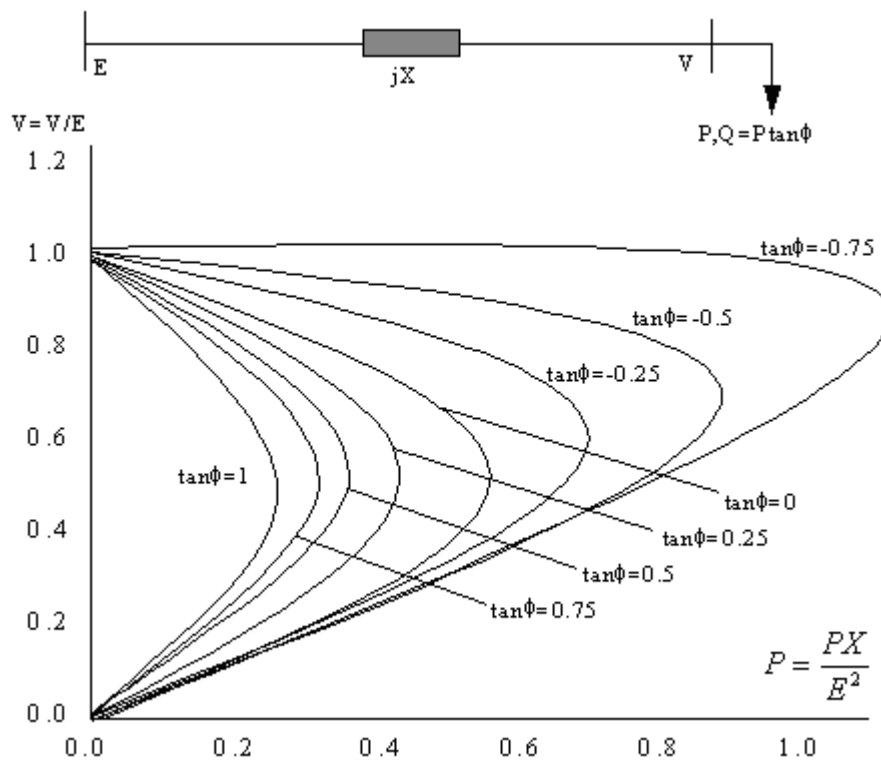


Şekil 2.6. Rezistif yükler ve endüktif şebekeler için gerilim, akım ve güç ilişkileri

2.6. Gerilim Kararlılığı Analizinde Q-V Eğrileri

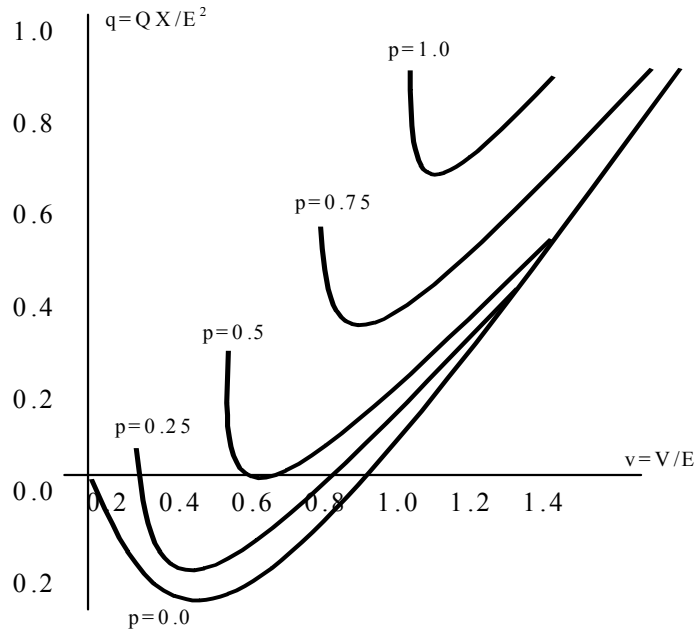
Şekil 2.7’de gösterilen normalize edilmiş P-V eğrilerini kullanarak Q-V eğrileri elde edilebilir. P’nin sabit değerleri için Q ve V değerleri not edilir ve sonra yeniden şekil 2.8’de görüldüğü gibi Q-V eğrileri çizilir.

Büyük yükler için, kritik gerilim çok yüksek olur (P=1 pu için V=1 pu’dan büyük). Kapasitör grubu eklenerek bara gerilimini arttırdığı sağ taraf, normal şartları gösterir.



Şekil 2.7. Sonsuz güçlü kaynak ve yük için normalize edilmiş P-V eğrileri

Büyük sistemler için bu eğriler güç akışı simülasyonu ile elde edilebilir. Q-V eğrileri test barası veya kritik baradaki reaktif güce karşı gelen gerilimi gösterir.



Şekil 2.8. Sonsuz büyük kaynak ve yük için normalize edilmiş Q-V eğrileri

Q-V eğrilerinin birçok avantajı bulunmaktadır. Bunlardan bazıları aşağıda yazıldığı gibidir:

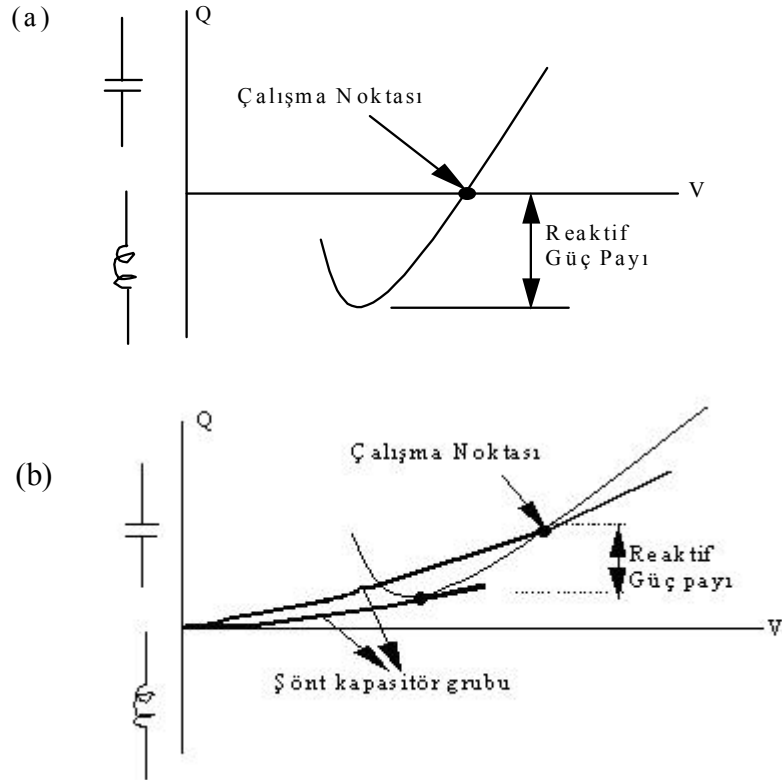
a) Gerilim güvenliği reaktif güçle yakın ilişkilidir ve Q-V eğrisi test barasındaki reaktif güç farkını verir. Bu reaktif güç farkı şekil 2.9a'da görüldüğü gibi çalışma noktasından, Q-V eğrisinin tabanına veya kapasitör karakteristiğinin Q-V eğrisinin bir noktadaki tanjantına MVAR olarak mesafesidir. Test barası gerilim kontrol bölgesindeki bütün baraların temsil edilmesidir.

b) Q-V eğrileri bir P-V eğrisi boyunca hesaplanabilir.

c) Test barasındaki şönt reaktif kompanzasyon karakteristikleri direk olarak Q-V eğrileri ile çizilebilir. Çalışma noktası Q-V sistem karakteristiği ve reaktif kompanzasyon karakteristiğinin kesişme noktasıdır (şekil 2.9b). Bu metot reaktif kompanzasyon gerilim kararlılığı problemleri için bir çözüm olduğundan dolayı faydalıdır.

d) Q-V eğrisinin dikliği test barasının katılığını gösterir.

e) Generatörün reaktif gücü aynı grafik üzerinde çizilebilir. Generatörler kendi VAR limitlerine ulaşırsa, Q-V eğrisinin eğimi daha az olur ve eğrinin tabanı yaklaşır [32].



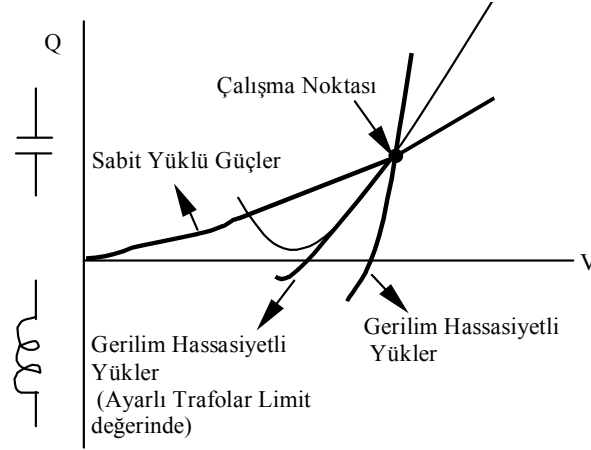
Şekil 2.9. Reaktif güç payları

- Kapasitör karakteristiğini gösteren Q-V eğrileri
- Şönt reaktif kompanzasyon karakteristiğini gösteren Q-V eğrileri

Duruma hesap tekniği açısından bakılırsa, yapay P-V bara, güç akışı ırsama problemlerini minimize eder. Çözümler eğrinin sol tarafında elde edilebilir, ırsama yalnızca P-V harasından uzak baralarda gerilim daha aşağıya çekilirse olur. Aktif güçteki değişimler yalnızca kayıplardaki değişimlerden dolayı olursa, üretimin ihtiyacı minimum olur.

Gerilim hassasiyetli yüklerin veya ayarlı trafo limitlerinin etkileri Q-V eğrilerinde gösterilebilir. Gerilim hassasiyetli yüklerde Q-V eğrileri çok daha büyük reaktif güç değerine ve çok daha az kritik gerilimlere sahip olacaktır.

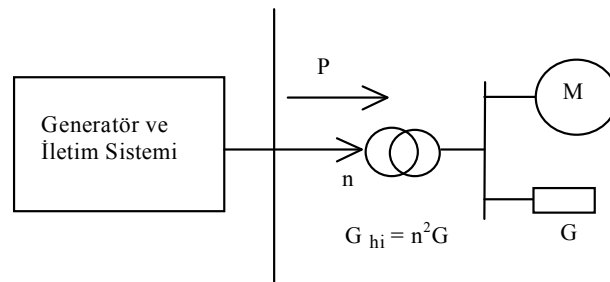
Ne zaman ayarlı trafolar limit değerlerine ulaşırsa o zaman eğriler şekil 2.10'da gösterildiği gibi sol tarafa dönmektense düzleşmeye daha meyilli olurlar.



Şekil 2.10. Gerilim hassasiyetli yükler ve limitteki ayarlı trafoların etkilerini gösteren Q-V eğrileri

P-V eğrileri kullanılarak gerilim kararlılığını yük karakteristiklerine bağlı olarak kontrol edebiliriz. Uzun dönem gerilim kararlılığı ayarlı transformatör, sabit enerjili yükler ve generator akım limitlerinin etkilerini içerir.

Şekil 2.11 bir kavramsal sistem modelini göstermektedir. Yaklaşık 0.9-1.1 pu gerilim aralığı üzerinde, yaklaşık asenkron motor yükü ve motor reaktif güç isteği şönt kompanzasyon ile eşlenir. Sabit ve direnç yükünün farklı oranları kabul edilir. Küçük bir gerilim aralığı üzerinde, aydınlatma cihazları gibi diğer yük elemanları sabit ve direnç yükünün kombinasyonları olarak modellenebilir. Direnç, dönme oranı “n” nin karesi ile yük altında kademe değiştirici transformatörlerin iletim hattı tarafına indirgenir. Tipik ayarlı trafo aralığı: $\pm \%10$ 'dur.

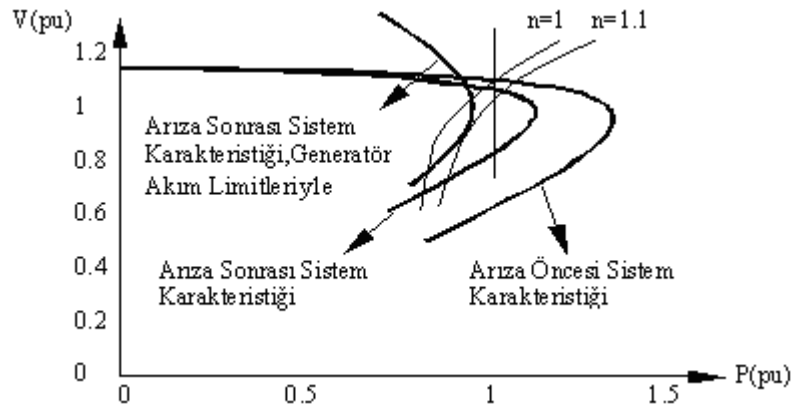


Şekil 2.11. Kavramsal model

İki yükten birincisinin %75 motor ve %25 rezistif yük olduğu düşünülürse, bu yaklaşım yük bölgesinin başlıca endüstriyel bir yük bölgesi veya çok fazla miktarda klima olduğu bir yük bölgesi olduğunu gösterir. Daha sonra yükün %25 motor ve %75 direnç olduğu kabul edilir, bu da büyük miktarda elektrikle ısınma yapılan bir yük bölgesi olduğu düşünülür.

2.6.1. Yüksek oranlı motor yükü

Şekil 2.12, %75'lik motor yük durumu için üç sistem karakteristiğini ve yük karakteristiklerini göstermektedir. Çalışma noktası sistem ve yük karakteristiklerinin kesişimidir.



Şekil 2.12. %75 motor ve yük durumu için sistem ve yük karakteristikleri

Bu üç sistem karakteristiği aşağıda gösterildiği gibidir;

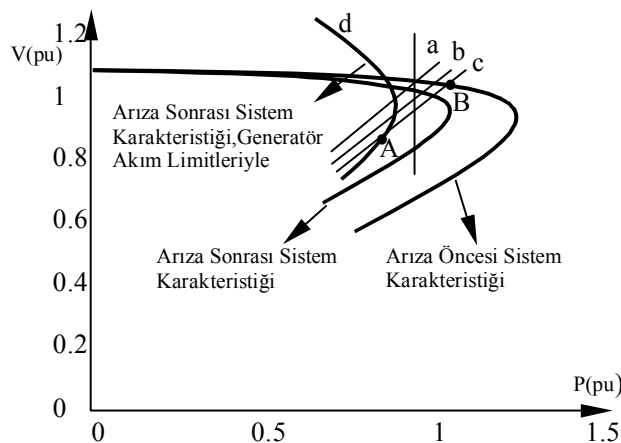
- Arıza öncesi karakteristik
- Arıza sonrası generator akım limitlerinden önceki karakteristik
- Arıza sonrası bazı generatörlerde akım limitleri ile birlikte olan karakteristik

Generator alan akım limitlerinin aşırı yük için cevabı, aşırı uyarma limitleri veya operatör müdahalesinden dolayı oluşur. Her sistem karakteristiğinin, üretim ve iletim sistemlerinin uzun dönem güç transfer kabiliyetini gösteren bir maksimum güç noktası vardır.

Şekil 2.12’de başlangıç yük karakteristiği ve +%10 gerilim ayarlı yük karakteristiği olmak üzere iki yük karakteristiği görülmektedir. Yük eşitliği; $P = 0.75 + 0.25n^2GV^2$ formundadır. Bozucu etkiyi takiben, gerilim düşecek ve yük karakteristiği bozucu etki sonrası sistem karakteristiklerinden biri ile kesişecektir. Gerilimdeki bu düşüş alçak gerilim tarafının ayarlı trafolarla düzeltilmesine kadar direnç yükünü azaltacaktır. Ayarlı transformatör yok ise veya ayarlı transformatör limit değerinde ise, yük iletkenliği termostatik yük olarak kontrol edilen yükler veya diğer sabit enerjili yükler için artacaktır. Şekil 2.12, bu yük karakteristiklerinin hiç uygun olmadıklarını göstermektedir. Ayarlı transformatör ve generatör akımı limitlerinde çalışma noktası kaybolur. Bu çalışma noktasının kaybı da gerilim çökmesini başlatmaktadır. Motor kararsızlığı sürekli hal analizi tarafından tahmin edilen kararsızlıktan önce olacaktır. Bozucu etki şiddetli kısa devreler içeriyorsa, motorlar tekrar hızlanmayabilir.

2.6.2. Direnç yüklerinin yüksek oranı

Şekil 2.13, %75 direnç yüklü durumu karşı gelen eğrileri göstermektedir. Eğer iletkenlik, G, “a” ve “b” eğrileri için 1 pu ve c eğrisi için 1.2 pu ise yük eşitliği $P = 0.25 + 0.75n^2GV^2$ ’dir. C eğrisi için bu ilave iletkenlik, direnç yükünün termostatik regülasyon kısmından olabilir ve bütün ısıtıcılar çalışıyor gösterilebilir. Bu bağlamda yük altında kademe değiştiricileri ve termostatik regülasyon için, yük 1 pu başlangıç değerinin üstüne çıkmayacaktır.



Şekil 2.13. Sistem ve yük karakteristikleri

Generator akım limitleri olmadan, arıza sonrası çalışma noktası dikey çizginin kesişiminde ve arıza sonrası sistem karakteristiği üzerindedir. Yük tamamen eski haline getirilir ve ayar oranı n yaklaşık olarak 1.03 olur.

Kondüktans eklenmeden çalışma noktası “b” eğrisi ve “d” eğrisi ile kesişim noktasıdır. Kondüktans eklendikten sonraki çalışma noktası A noktasıdır. Bu yük karakteristikleri daha uygundur ve burada çalışma noktasının gerilim çöküşüne neden olması beklenmez. P-V eğrisinin alt kısmındaki normal olmayan bir şekildeki alçak gerilimdeki kararlılık mümkündür.

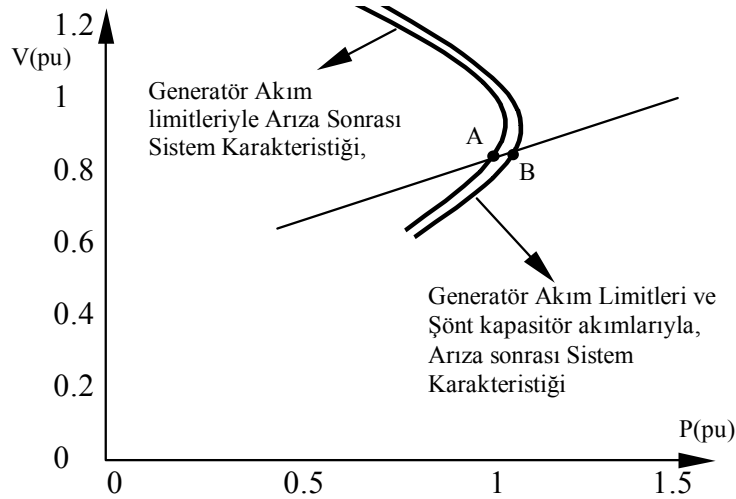
Gerçek bir sistemde, sonuçlar motor çalışma performansına, koruma rölelerinin çalışmasına ve regüle edilen sabit enerji yük miktarına bağlı olacaktır. Çalışma noktası bir P-V eğrisinin alt kısmında ise, yük iletkenliklerindeki bir artış yük gücünü azaltır. Güç sistemleri kısmi gerilim çökmesi esnasında normal olmayan bir şekilde alçak gerilimde kararlı olarak çalışırlar.

“b” yük eğrisi, generator akım limiti eğer noktasında sistem karakteristiği ile kesişir. Devreye alınan kademe değiştirici yük gücünü düşürür. Bunun anlamı kademe değiştiricinin gerilimi yük tarafındaki artan gerilim değerinden küçüktür. Bu olay kademe değiştiricisi kararsızlığı olarak adlandırılır. Sistemin, termostatlar nedeniyle artan kondüktans ve limit değerlerindeki kademeler nedeniyle, çalışma noktası A noktasıdır. Şekil 2.13’den görüleceği gibi orijinal sistemin toparlanması esnasında, kademe değiştiricisinin yük kısmında oluşan aşırı gerilim ve başlangıç yükünden daha yüksek bir güç ile B noktasında geçici olarak çalışmaya başlayacaktır. Bu durumda, generator gerilim regülatörleri bu yüksek gerilime hemen cevap verir. Bu durum sürekli olarak çalışan aşırı uyarma limitörleri için geçerlidir.

2.6.3. Şönt kapasitör grubunun anahtarlanması

Şekil 2.7’de gösterilen farklı güç faktörleri için P-V eğri grubunda, bir P-V eğrisinin alt kısmında iken bir kapasitör grubunu eklenmesi veya çıkarılmasının etkisi analiz edilebilir.

Şekil 2.14’de görüldüğü gibi %75 rezistif yük durumu için, bir kapasitör grubunun devreye girmesi halinde, çalışma noktası A noktasından B noktasına hareket eder, aynı zamanda gerilim ve güç değerleri artar. Bu durumda gerilim/reaktif güç ilişkisi normal değerindedir. Yük karakteristikleri, şekil 2.13’deki “c” eğrisi ile aynıdır.



Şekil 2.14. Gerilim hassasiyetli yüklerde, kapasitör grubunun eklenmesinin etkisi

2.7. Güç Sistemlerinde Gerilim Çökmesi

Gerilim çökmesi güç sisteminin bir kısmında gerilim kararsızlığı nedeni ile olağan dışı bir şekilde gerilimin düşük bir seviyeye inmesi işlemidir. Sürekli çalışma koşullarında yükün tahminler dışında değişmesi neticesinde transformatörlerin kademe değiştiricilerinin sınır değerlerinin bu durum karşısında yetersiz kalmaları neticesinde düşük gerilimde sistemin çalışmaya devam etmesi ve neticede yükün talep ettiği normal gerilim seviyesine ulaşamaması gerilim çökmesine sebep olur [33].

Gerilim çökmesi sistemin kararsızlığı neticesinde oluşur. Güç sisteminde tipik olarak çökmeler aşırı yük, arıza ve/veya reaktif güç eksikliğinden meydana gelir. Gerilim çökmeleri reaktif gücün üretim ve iletimdeki sınırlamalarından dolayı talep edilen reaktif gücün temin edilememesinden oluşur. Generatör ve SVC (statik voltaj kontrol) reaktif güç değerlerinin ve kapasitörler tarafından üretilen reaktif güç değerlerinin azalması gerilimin düşmesine sebep olur. İletim hattındaki güç

değerlerinin azalması gerilimin düşmesine sebep olur. İletim hattındaki sınırlamalardan bir tanesi hat sonunda ve hat üzerinde aşırı reaktif güç kayıplarının sınırlanmasıdır. Motor veya kompresör gibi yüklerin artması durumunda reaktif güç talebinde de artma olur [33].

2.7.1. Yaşanmış gerilim çökmesi olayları

Batı Fransa 1987, 50 dakikalık bir süre boyunca Cordemais termik santralindeki dört güç ünitesi açtırılmıştır. Toplam yük kaybı 9000 MW civarında iken gerilim düşük seviyelerde kararlı hale gelmiştir. Gerilim çökmesinden altı dakika sonra, 1500 MW'lık yükü devre dışı bırakmak için 400/225 kV transformatörü açtırılmıştır.

Batı Tennessee 1987, Tennessee'deki 78 periyotluk, faz-faz arasındaki 115 kV'luk bara arızası, hata sıfırlanmasını takiben yaklaşık 10 sn için normalde %78 ve %82'lik gerilimle sonuçlanmıştır. Motorun tepkin güç ihtiyaçları gerilim çökmesinin devam etmesine yol açmıştır. Yük kaybı 1265 MW'tır.

Güney Finlandiya 1992, 400 kV'luk hatta bakım sırasında 735 MW'lık yükün etkilediği sistemde gerilim seviyesi 344 kV seviyesine düşmüştür. Gerilim gaz türbinlerinin yük koruyucuları ile çalıştırılmaya başlanması neticesinde reaktif güç üretiminin arttırılması ile normal seviyesine getirilmiştir.

Şili 1997, Şili enterkonnekte sisteminde bir gerilim çöküntüsü meydana gelmiştir. 154 kV'luk hattaki arıza nedeniyle gerçekleşen bu çöküntü, yaklaşık 30 dakika sürmüştür ve bu süre içerisinde sistem yükünün yaklaşık %80'i kayıp olarak kayıtlara geçmiştir. Daha sonraları sistemin çökmeye karşı daha dayanıklı olabilmesi için şönt kompanzasyon sistemleri üzerinde durulmuştur [34].

Amerika-Kanada 2003, Amerika Kanada arasındaki gerilim çökmesinde bu iki ülkeden toplam 50 milyon insan etkilenmiştir. 63000 MW kayıp ve tahmini 10 milyar dolar zarar meydana gelmiştir. 400 iletim hattı 531 üretim birimi zarar görmüştür [33].

BÖLÜM 3. LYAPUNOV KARARLILIK ANALİZİ

Bir enerji sistemi için en önemli kavram genellikle kararlılıktır. Eğer bir sistem doğrusal fakat zamana bağımlı değil ise, bu sistemde Routh-Hurwitz kararlılık kriteri, Nyquist kararlılık kriteri gibi birçok kararlılık kriterinden bahsedilebilir [35]. Eğer sistem doğrusal veya doğrusal olmayan fakat zamana bağımlı ise, o zaman yukarıda belirtilen kararlılık kriterleri bu sisteme uygulanamaz.

Doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerin kararlılığının incelenmesinde değişmez üstellerin kullanılabileceğini ilk olarak 1889 yılında Stockholm Üniversitesi'nde profesör olan Rus matematikçi Sonya Kovalevskaya göstermiştir. Kovalevskaya'nın çalışması daha sonra 1892 yılında diğer bir Rus matematikçi olan Alexandr Mikhailovich Lyapunov tarafından geliştirilmiştir.

Doğrusal sistemlerde kararlılığın incelenmesi için genel çözüm metotları mevcut olmasına karşın doğrusal olmayan sistemlerin kararlılığının incelenmesi önemli bir sorundur. Lyapunov kararlılık yöntemleri hem zamanla değişen, hem de zamanla değişmeyen sistemlere doğrudan uygulanabilen yöntemlerdir.

Lyapunov, diferansiyel denklemlerin çözümünün kararlılığı üzerine iki önemli metot açıklamıştır [39].

Birinci metot, diferansiyel denklemin çözümünü kullanır ve dinamik sistemin kararlı olup olmadığını belirlemeye yarar.

İkinci metot, dinamik sisteme ilişkin diferansiyel denklemin çözümünü bulmadan sistemin kararlılığını inceleme olanağı verir. İkinci metot, kesin çözümleri bulunmayan doğrusal olmayan sistemlerin kararlılık analizi için uygundur. Bu bölümde Lyapunov'un ikinci metodu (Lyapunov'un direk metodu) incelenecektir.

Bu metot zamana bağılı doğrusal olmayan sistemlerin kararlılık durumlarının tespitinde en genel metottur. Bu metot bilinen tüm sistemlere uygulanabilir.

3.1. Kararlılığa İlişkin Tanım ve Teoremler

Bu kısımda ilk önce sistemin denge noktası, kararlılık, asimptotik kararlılık ve kararsızlık durumları anlatılacak, sonra skaler fonksiyonların belirsiz, belirli ve yarı belirlilik durumları ile ilgili temel tanımlar verilecektir.

3.1.1. Sistem

Sistem denkleminin aşağıdaki denklem biçiminde verildiğini varsayalım.

$$\dot{x} = f(x, t) \quad (3.1)$$

Burada x , n boyutlu bir durum vektörü olarak tanımlıdır. $f(x, t)$ fonksiyonu da elemanları x_1, x_2, \dots, x_n ve t olan n boyutlu bir vektördür. (3.1) eşitliğinde sistemin verilen ilk koşullarda tek çözüme sahip olduğunu varsayalım. (3.1) eşitliğinin çözümünü $\phi(t; x_0, t_0)$ ile gösterebiliriz. Burada $x=x_0$, $t=t_0$ ve t 'de herhangi bir gözlem zamanıdır. Böylece,

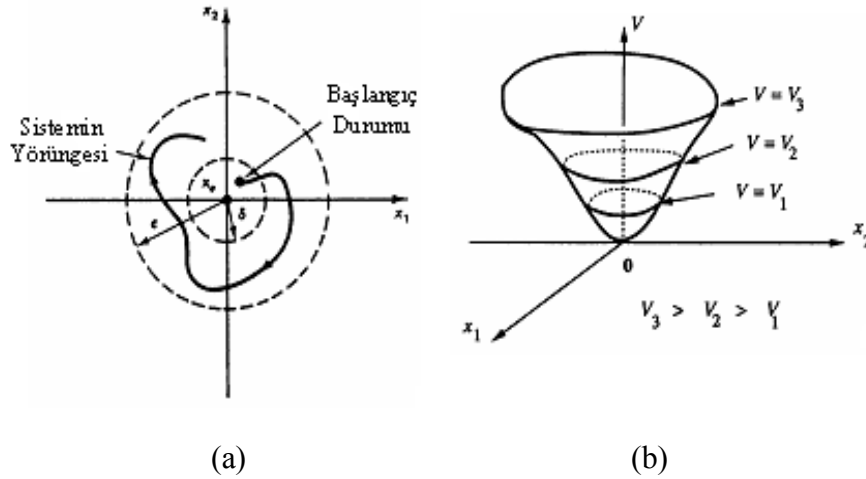
$$\phi(t_0; x_0, t_0) = x_0 \quad (3.2)$$

olarak ifade edilebilir.

3.1.2. Bir sistemin yörüngesi

Doğrusal olmayan sistemlerin kararlılığının belirlenmesi için birçok metot vardır. Bunun nedeni hiç bir metodun tüm durumlara uygulanamaz olmasıdır. Bunlardan Lyapunov kararlılığı en yaygın olarak kullanılan metotlardan biridir. Şekil 3.1 yardımı ile Lyapunov kararlılığı gösterilebilir. İkinci dereceden sistem için şekil 3.1a'da gösterildiği gibi x_1 , x_2 arasındaki durumun grafiği sistem yörüngesi olarak

belirlenir. Eğer n boyutlu uzayda grafik çizmek mümkün olsaydı, n . dereceden sistem için sistem yörüngesinin grafiği çizilebilirdi. Ancak üçüncü dereceden büyük sistemler için sistem yörüngesinin grafiğini çizmek mümkün değildir. Fakat böyle bir sistemi bir sistem yörüngesi şartı altında düşünebiliriz. Şekil 3.1b'de üçüncü dereceden bir sistem için sistem yörüngesinin grafiği gösterilmiştir.



Şekil 3.1. Sistem yörüngesinin gösterilimi

- İkinci dereceden bir sistem için sistem yörüngesinin gösterilimi
- Üçüncü dereceden bir sistem için sistem yörüngesinin gösterilimi [40]

3.1.3. Bir sistemin denge noktası

Bir sistemin denge noktası (3.1) nolu denklemin sifıra eşit olduğu noktadır. Bir başka deyişle, sistemin durum değişkenlerinin zamanla değişiminin (zamana göre türevi) sıfır olduğu noktadır. Lyapunov kararlılığına göre eğer bir sistemin ilk durumu bir denge noktasına yeterince yakın ise, sistemin durum değişkenlerinin hep o nokta civarında kalması gerekir [36]. (3.1) nolu denklem ile verilen sistemde x_e ifadesi burada,

$$f(x_e, t) = 0 \quad \text{bütün } t\text{'ler için} \quad (3.3)$$

olarak tanımlıdır ve buna sistemin denge noktası denir. Eğer sistem lineer ve zamana bağımlı değil ise yani $f(x, t) = Ax$ ve A tekil değil ise, o zaman yalnızca bir tane denge noktası vardır. Eğer A tekil ise o zaman sonsuz tane denge noktası ortaya çıkar. Doğrusal olmayan sistem için bir veya daha fazla denge noktası olabilir. Bu

durumlar sistemin sabit çözümlerine ($x = x_e$ bütün t 'ler için) uygundur. Denge noktalarının belirlenmesi, sistemin diferansiyel eşitliğinin çözümünü gerektirmez, denklem (3.1) yalnızca (3.3) eşitliğinin çözümünü gerektirir.

Herhangi bir izole edilmiş denge noktasının koordinatları orijine kaydırılabilir veya $f(0,t) = 0$ koordinat çevirmesi ile de yapılabilir. Bu bölümde sadece böyle durumların kararlılık analizi ele alınacaktır.

3.1.4. Lyapunov'a göre kararlılık

Aşağıda, bir x_e denge noktası civarında k yarıçaplı bir bölge gösterilebilir,

$$\|x - x_e\| \leq k \quad (3.4)$$

Burada, $\|x - x_e\|$ 'ye öklid norm denir ve,

$$\|x - x_e\| = [(x_1 - x_{1e})^2 + (x_2 - x_{2e})^2 + \dots + (x_n - x_{ne})^2]^{1/2} \quad (3.5)$$

ile tanımlıdır. Öyle bir $S(\delta)$ bölgesi düşünelim ki bu $S(\delta)$ bölgesi tüm noktaları içersin,

$$\|x - x_e\| \leq \delta \quad (3.6)$$

ve aynı şekilde $S(\varepsilon)$ bölgesi de bütün noktaları içersin,

$$\|\phi(t; x_0, t_0) - x_e\| \leq \varepsilon \quad \text{tüm } t \geq t_0 \text{ için} \quad (3.7)$$

(3.1) eşitliğindeki sistemin bir x_e denge noktasında eğer her $S(\varepsilon)$ 'na karşılık bir $S(\delta)$ geliyorsa sistemin Lyapunov'a göre kararlı olduğu söylenir ki burada t sonsuza giderken $S(\delta)$ bölgesinde başlayan sistemin yörüngesi $S(\varepsilon)$ 'dan ayrılmaz. Bir başka deyişle $S(\delta)$ bölgesinde başlayan sistemin yörüngesi t sonsuza giderken $S(\varepsilon)$ bölgesi

içerisinde kalıyorsa sistem kararlıdır denir. Bir reel sayı olan δ , ϵ 'na ve genelde de t_0 'a bağımlıdır. Eğer t_0 'a bağımlı değil ise denge noktası için düzgün kararlı denir [37].

3.1.5. Asimptotik kararlılık

(3.1) diferansiyel denkleminin bir x_e denge durumunda, t zamanında artan değerleri için $S(\delta)$ bölgesinden başlayan her çözümü, $S(\epsilon)$ bölgesinin dışına çıkmadan x_e 'ye yaklaşırsa bu sistem asimptotik kararlı olarak adlandırılır.

Asimptotik kararlılık, kararlılıktan daha önemlidir. Eğer asimptotik kararlılık bölgesel ise bu basitçe kurulu asimptotik kararlılık için sistemin uygun bir şekilde çalışacağı anlamına gelmez. Genelde asimptotik kararlılığın en büyük bölgesinin ölçülerinin bazı bilgileri gereklidir. Bu bölgeye çekicilik alanı denir. Bu, asimptotik kararlılık yörüngelerinin olduğu uzayın bölgesidir. Bir başka deyişle çekici alanında meydana gelen her yörünge asimptotik olarak kararlıdır.

3.1.6. Geniş anlamda asimptotik kararlılık

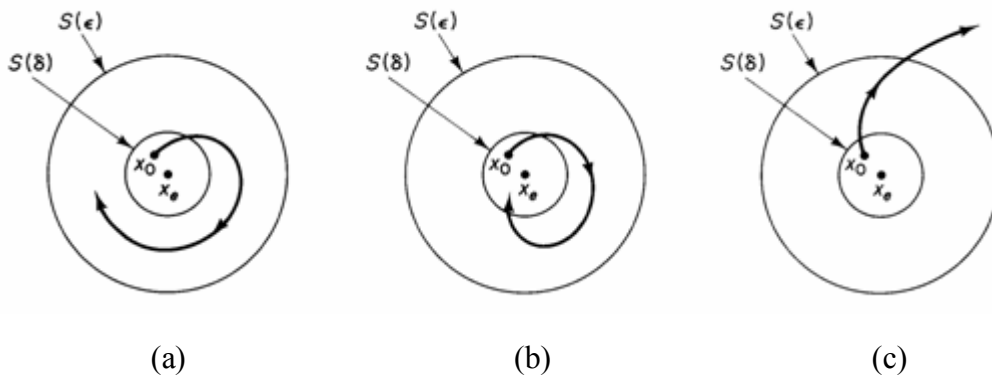
Eğer asimptotik kararlılık bütün durum uzayı değişkenleri için geçerli ise sistem bu denge durumunda geniş anlamda asimptotik kararlı olarak adlandırılır. Bir başka deyişle, (3.1) eşitliğinde verilen sistemin bir denge noktası x_e için, eğer sistem kararlı ve her çözüm t sonsuza giderken x_e 'ye yaklaşıyorsa buna geniş anlamda asimptotik kararlı denir.

3.1.7. Kararsızlık

Kararsız sistemlerde (3.1) denkleminin çözümü, $S(\epsilon)$ bölgesinin dışına çıkar ya bir limit çevrimine girer ya da sonsuza giderse sistem kararsızdır.

3.1.8. Kararlılık, asimptotik kararlılık ve kararsızlığın grafiksel gösterimi

İki boyutlu bir durum üzerinde düşünülürken, şekil 3.2a, 2b ve 2c kararlılık, asimptotik kararlılık ve kararsızlık durumlarına karşılık gelen denge noktası ve uygun yörünge tiplerini sıra ile göstermektedir. Şekil3.2a, 2b ve 2c de $S(\delta)$ bölgesi x_0 'ın ilk durumunu ve $S(\epsilon)$ bölgesi de x_0 'da yörüngenin başlamasını sınırlandırıyor.



Şekil 3.2. Denge noktaları ve yörüngelerin gösterilmesi
 a. Kararlı denge noktası ve yörüngelerin gösterilmesi
 b. Asimptotik kararlı denge noktası ve yörüngelerin gösterilmesi
 c. Kararsızlık denge noktası ve yörüngelerin gösterilmesi

Yukarıdaki belirlemelerde ilk şartların kesin bölgesi açıkça belirtilmemiştir. Bu şekilde tanımlanan yaklaşım, denge noktasının etrafında $S(\epsilon)$ bütün durum yüzeylerine karşılık gelinceye kadar devam eder.

Şekil 3.2c'de görüldüğü gibi yörünge $S(\epsilon)$ 'dan ayrılıyor, bunun anlamı denge noktası kararsızdır. Eğer yörünge $S(\epsilon)$ bölgesinde sınırın dışına yaklaşıyor ise, bunun anlamı belirsizliğe gitmeyeceğidir.

3.1.9. Skaler fonksiyonun pozitif belirliliği

Eğer bir $V(x)$ skaler fonksiyonu durumların başlangıç noktasını da içeren Ω bölgesinde sıfır olmayan x durumları için $V(x) > 0$ ve $V(0) = 0$ özelliklerini sağlıyorsa bu fonksiyon pozitif belirli fonksiyondur [38].

3.1.10. Skaler fonksiyonun negatif belirliliği

Eğer $-V(x)$ pozitif belirli ise $V(x)$ negatif belirlidir denir [38].

3.1.11. Skaler fonksiyonun pozitif yarı belirliliği

Bir skaler fonksiyon $V(x)$ orjinden ve nerede sıfır olduğu belirli durumlar haricinde eğer Ω bölgesinin her yerinde pozitif belirli ise bu $V(x)$ fonksiyonuna pozitif yarı belirli denir [38].

3.1.12. Skaler fonksiyonun negatif yarı belirliliği

Eğer $-V(x)$ pozitif yarı belirli ise $V(x)$ negatif yarı belirlidir denir [38].

3.1.13. Skaler fonksiyonun belirsizliği

Bir skaler fonksiyon $V(x)$ bir Ω bölgesinde hem pozitif hem de negatif ise bu $V(x)$ fonksiyonuna belirsizdir denir. Ω bölgesinin ne kadar küçük olduğu önemli değildir [38].

3.1.14. Kuadratik form

Lyapunov'un ikinci metodunda kararlılık analizinin temelinde yer alan önemli kurallardan biri de skaler fonksiyonun kuadratik form şeklinde formüle edilmesidir.

Kuadratik form;

$$V(x) = \sum_{i,j}^n p_{ij} x_i x_j = x^* P x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ P_{n1} & P_{n2} & \dots & P_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

olarak verilebilir. Burada P simetrik bir matristir. $V(x)$ 'in pozitif belirli olması için Sylvester teoremine göre;

$$p_{11} > 0, \quad \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{vmatrix} > 0, \quad \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{12} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ p_{1n} & p_{2n} & \dots & p_{nn} \end{vmatrix} > 0 \quad (3.9)$$

olmalıdır [37].

3.2. Lyapunov'un Asıl Kararlılık Teoremi

Eğer, x n -boyutlu bir vektör olmak üzere, bir skaler fonksiyon $V(x)$ pozitif belirli ise o zaman x 'in durumları,

$$V(x) = C \quad (3.10)$$

olur. Burada C n -boyutlu uzayda orijin civarında kapalı bir hiperyüzey boyunca uzanan bir pozitif sabittir. Eğer $\|x\| \rightarrow \infty$ iken $V(x) \rightarrow \infty$ ise o zaman oluşan yüzey bütün uzayı kapsar. Eğer $C_1 < C_2$ ise hiperyüzey $V(x) = C_1$, hiperyüzey $V(x) = C_2$ 'nin içinde yer alır.

Verilen bir sistem için, eğer böyle bir pozitif belirli skaler fonksiyon $V(x)$ bulunabiliyorsa ve onun bir yörünge boyunca zamana göre alınan türevi daima negatifse, o zaman, zaman arttıkça $V(x)$ daha küçülür ve C 'nin daha küçülen değerlerini alır. Zaman arttıkça, $V(x)$ sifıra çekilir ve böylece x 'de sifıra çekilir. Bu uzayın orijininin asimptotik kararlılığını gösterir. Bu bahsedilen gerçeklerin genellemesinden ibaret olan Lyapunov'un asıl kararlılık teoremi asimptotik kararlılık için yeterli bir şart oluşturur. Bu teorem aşağıdaki gibi gösterilebilir [38]:

3.2.1. Teorem 1

Bir sistemin denkleminin;

$$\dot{x} = f(x, t) \quad f(0, t) = 0 \quad \text{bütün } t\text{'ler için} \quad (3.11)$$

biçiminde verildiğini varsayalım. Eğer $V(x, t)$ gibi sürekli, birinci mertebeden türevleri olan ve $V(x, t)$ pozitif belirli, $\dot{V}(x, t)$ negatif belirli olan bir skaler fonksiyon bulunabiliyorsa, bu sistemin başlangıç noktasındaki kararlılığı asimptotik kararlılık özelliğindedir.

Eğer $\|x\| \rightarrow \infty$ iken $V(x) \rightarrow \infty$ ise sistem düzgün asimptotik kararlıdır [38].

3.2.2. Teorem 2

Bir sistemin denkleminin;

$$\dot{x} = f(x, t) \quad f(0, t) = 0 \quad \text{tüm } t \geq t_0 \text{ için} \quad (3.12)$$

biçiminde verildiğini varsayalım. Öyle bir skaler fonksiyon $V(x, t)$ belirleyelim ki sürekli ve birinci mertebeden türevleri olsun. Ayrıca aşağıdaki şartlara uygun olsun.

1. $V(x, t)$ pozitif belirlidir.
2. $\dot{V}(x, t)$ negatif yarı belirlidir.
3. $\dot{V}(\phi(t; x_0, t_0), t)$ $t \geq t_0$ 'da herhangi bir t_0 ve herhangi bir $x_0 \neq 0$ için sıfır olmaz.

Burada $\phi(t; x_0, t_0)$, t_0 'da x_0 'dan yörünge veya çözümün başladığını gösterir.

O zaman sistemin orijindeki denge noktası düzgün olarak geniş anlamda asimptotik kararlıdır.

Eğer sistemin denge noktası $x=0$ kararsız ise, o zaman orada denge noktasının kararsızlığını tespit eden bir skaler fonksiyon $W(x,t)$ vardır [38].

3.2.3. Teorem 3

Bir sistem denkleminin;

$$\dot{x} = f(x, t) \quad f(0, t) = 0 \quad \forall t \geq t_0 \text{ için} \quad (3.13)$$

biçiminde verildiğini varsayalım. Öyle bir skaler fonksiyon $W(x,t)$ belirleyelim ki sürekli ve birinci mertebeden türevleri olsun. Ayrıca aşağıdaki şartlara uygun olsun.

1. $W(x,t)$ orijin civarında bazı bölgelerde pozitif kararlıdır.
2. $\dot{W}(x, t)$ 'de aynı bölgede pozitif kararlıdır.

Böylece sistemin orijindeki denge noktası kararsızdır denilebilir [38].

3.2.4. Teorem 4

Bir sistemin durum denklemi aşağıdaki biçimde;

$$\dot{x} = Ax \quad (3.14)$$

olarak verilsin. Burada A 'nın $n \times n$ boyutunda tekil olmayan bir matris x 'inde $n \times 1$ bileşenli bir vektör olduğunu varsayalım. Verilen herhangi bir pozitif belirli reel simetrik matris Q için gerek ve yeter şart denge noktasının $x=0$ geniş anlamda asimptotik kararlı olmasıdır ve bulunan bir pozitif belirli reel simetrik matris P şöyle yazılabilir:

$$A^*P + PA = -Q \quad (3.15)$$

Skaler fonksiyon x^*Px bu sistem için bir Lyapunov fonksiyondur. Bu teoremi uygularken birkaç önemli noktaya dikkat etmek gerekir [38]:

1. Eğer $\dot{V}(x) = -x^*Qx$ herhangi bir yörünge boyunca sıfır olmuyorsa o zaman Q pozitif yarı belirli olarak seçilebilir.
2. Eğer Q gibi rastgele bir pozitif belirli matris seçilirse ve P 'nin tespiti için matris denklemleri çözülürse;

$$A^*P + PA = -Q \quad (3.16)$$

elde edilir. P 'nin pozitif belirliliği $x=0$ denge noktasının asimptotik kararlılığı için gerek ve yeter şarttır.

3. Eğer Q pozitif belirli veya pozitif yarı belirli ise P 'nin çözümü Q 'dan ziyade A 'ya bağlıdır.
4. P matrisinin elemanlarının tespiti için $A^*P + PA$ matrisi ile $-Q$ matrisinin elemanları birbirine eşlenir. P 'nin $p_{ij} = \bar{p}_{ji}$ elemanlarının tespiti için bu sonuçlar $n(n+1)/2$ 'de lineer eşitliklerdir. Eğer A 'nın sistem kökleri $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ ile gösterilirse karakteristik eşitliğin bir kökü gibi her tekrarlanmada onun çarpımı kadar sıklaşır ve eğer iki kökün her toplamı için,

$$\lambda_j + \lambda_k \neq 0 \quad (3.17)$$

ise, o zaman P 'nin elemanları birbirinden farksızca belirlenir. Eğer matris A , bir kararlı sistem gösterirse, o zaman $\lambda_j + \lambda_k$ toplamı daima sıfırdan farklıdır.

5. Bir pozitif belirli reel simetrik matris P 'nin olup olmadığı tespit edilir, eğer I benzer bir matris ise $Q=I$ seçmek uygun olur. O zaman P 'nin elemanları, $A^*P + PA = -I$ 'dan belirlenir ve P matrisi pozitif belirlilik için test edilir.

3.3. Doğrusal Olmayan Sistemlerin Kararlılık Analizi

Doğrusal sistemlerde eğer bir denge noktası lokal asimptotik kararlı ise, geniş anlamda asimptotik kararlıdır. Ancak doğrusal olmayan sistemlerde bir denge noktası lokal asimptotik kararlı olabilir ve bu geniş anlamda asimptotik kararlı olmasını gerektirmez. Yani doğrusal olmayan sistemler ve doğrusal sistemlerin denge noktasının asimptotik kararlılıklarının ilgisi birbirinden tamamen farklıdır.

Doğrusal olmayan sistemlerin kararlılığı bölgeseldir. Bu yüzden genellikle orijin civarında en geniş bölgede yeterli kararlılık şartlarını sağlayan Lyapunov fonksiyonu aranır.

Lyapunov'un ikinci metodundan ortaya çıkan birkaç metot, doğrusal olmayan sistemlerin kararlılığının testi için uygundur. Bu kısımda bu şekildeki iki metod gösterilecektir. Bunlar, asimptotik kararlılığın testi için Krasovskii'nin metodu ve Lyapunov fonksiyonların genellenmesi için kullanılan 1962 yılında Schulz ve Oibion tarafından oluşturulan değişken gradiyent metodudur.

3.3.1. Krasovskii'nin metodu

Krasovskii'nin teoremi, denge noktasından küçük ayrılıklarla sınırlandırılmaz. Bu genel doğrusallaştırma yaklaşımından esas olarak farklıdır. Krasovskii'nin teoremi, geniş anlamda asimptotik kararlılığın belirlenmesinde doğrusal olmayan sistemler için yeterli şartları ve doğrusal sistemler içinde gerekli ve yeterli şartları verir. Bir doğrusal olmayan sistemin denge noktası bu teoremdeki şartlar onun yeterli olmadığını gösterse de kararlı olabilir. Bir sistem aşağıdaki biçimde tanımlı olarak verilsin:

$$\dot{x} = f(x) \tag{3.18}$$

Burada x 'i n boyutlu vektör, $f(0)=0$ ve $f(x)$ x_i ($i=1,2,\dots,n$) ile diferansiyellenebilen bir fonksiyon olarak varsayalım. Bu sistem için $F(x)$ jakobiyen matrisi;

$$F(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

olarak bulunur. Açıklama;

$$\hat{F}(x) = F^*(x) + F(x) \quad (3.20)$$

Burada $F^*(x)$, $F(x)$ 'in eşlenik transpozudur. Eğer hermitiyan matris $\hat{F}(x)$ negatif belirli ise o zaman denge noktası $x=0$ 'da asimptotik kararlıdır. Bu sistem için bir Lyapunov fonksiyon aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$V(x) = f^*(x)f(x) \quad (3.21)$$

Eğer toplamda $\|x\| \rightarrow \infty$ iken $f^*(x)f(x) \rightarrow 0$ ise, o zaman denge noktası geniş anlamda asimptotik kararlıdır [40].

3.3.2. Değişken gradiyent metot

Eğer verilen bir sistem için kararlılığın doğruluğunu gösterebilen özel bir Lyapunov fonksiyon bulunabiliyorsa bu V fonksiyonunun bir gradiyenti de vardır [40].

Bir sistem aşağıdaki biçimde tanımlı olarak verilsin:

$$\dot{x} = f(x, t) \quad (3.22)$$

Uzayın orijininde olan bir denge noktası var olduğu kabul edilsin. V ile bir test Lyapunov fonksiyonu gösterilsin. Bu fonksiyonda V , x 'in açık fonksiyonu fakat t 'nin açık fonksiyonu olmadığı varsayalım. Öyleyse;

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial V}{\partial x_2} \dot{x}_2 + \dots + \frac{\partial V}{\partial x_n} \dot{x}_n \quad (3.23)$$

yazılabilir. Buradan da şu şekilde yazılabilir:

$$\dot{V} = (\nabla V)^* \dot{x} \quad (3.24)$$

Burada $(\nabla V)^*$, ∇V 'nin transpozudur. V 'nin gradiyenti ∇V şöyle olur:

$$\nabla V = \begin{bmatrix} \frac{\partial V}{\partial x_1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial V}{\partial x_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla V_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \nabla V_n \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

V , ∇V 'nin çizgisel integrali şeklinde ifade edilebilir:

$$V = \int_0^x (\nabla V)^* dx \quad (3.26)$$

Burada integralin üst limiti V 'nin bir vektör büyüklüğü olduğunu göstermez, fakat integral uzayda rastgele bir noktanın (x_1, x_2, \dots, x_n) çizgisel integraline tercih edilir. Bu integral integrasyon metodundan bağımsız yapılabilir.

Bir skaler fonksiyon V , bir vektörel fonksiyon ∇V 'nin çizgisel integralinden tek bir şekilde elde edilebilmesi için, aşağıdaki F matrisi $\partial \nabla V_i / \partial x_j$ ile şekillenmelidir.

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\partial \nabla V_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \nabla V_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial \nabla V_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial \nabla V_2}{\partial x_1} & \frac{\partial \nabla V_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial \nabla V_2}{\partial x_n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \frac{\partial \nabla V_n}{\partial x_1} & \frac{\partial \nabla V_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial \nabla V_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Aşağıdaki eşitliğin sağlanabilmesi için matrisin simetrik olması gerekir.

$$\frac{\partial \nabla V_i}{\partial x_j} = \frac{\partial \nabla V_j}{\partial x_i} \quad (i,j=1,2,\dots,n) \quad (3.28)$$

Bu eşitliklerin toplam sayısı $n(n-1)/2$ 'dir. Örneğin, $n=3$ durumunda üç eşitlik söz konusudur:

$$\frac{\partial \nabla V_2}{\partial x_1} = \frac{\partial \nabla V_1}{\partial x_2}, \frac{\partial \nabla V_3}{\partial x_1} = \frac{\partial \nabla V_1}{\partial x_3}, \frac{\partial \nabla V_3}{\partial x_2} = \frac{\partial \nabla V_2}{\partial x_3} \quad (3.29)$$

F matrisindeki bu şarttan dolayı n boyutlu durum için bir genel rotasyonel ihtiyacı böyle hesaplanabilir. Lyapunov teoremi için yeterli olan bir V fonksiyonunu tespit etmenin problemi bir ∇V bulma problemine dönüşür. ∇V 'nin bu n boyutlu rotasyoneli sıfıra eşittir. Daha ilerisinde ∇V 'den belirlenen V ve \dot{V} kararlılığın ispatı için yeterli olmalıdır. Ayrıca Lyapunov teoremine yeterli olmalıdır. İlk kurulan ∇V bir rastgele sütun vektörüne eşittir.

Eğer doğrusal olmayan sistemlerin $x=0$ 'daki denge noktası asimptotik kararlı ise, o zaman Lyapunov fonksiyonunu aşağıdaki yöntem ile elde edebiliriz.

1. ∇V seçilir.
2. ∇V 'den \dot{V} belirlenir.
3. \dot{V} , negatif belirli veya en azından negatif yarı belirli olmaya zorlanır.

4. “ ∇V ’deki bilinmeyen elemanları belirlemek için F simetrik olmalıdır” cümlesinin işaret ettiği $n(n-1)/2$ rotasyonel denklemi kullanılır.
5. \dot{V} tekrar kontrol edilir, gerekli terimlerin eklenmesi ile 4. adımın sonuçları \dot{V} ’nü değiştirebilir.
6. (3.26) eşitliği ile V belirlenir.
7. Asimptotik kararlılığın bölgesi kontrol edilir.

Bu metotla uygun Lyapunov fonksiyon elde edilmesinde başarısızlık, denge noktasının kararsızlığını göstermez.

3.3.3. Gradyent sistemi kullanarak Lyapunov fonksiyonun araştırılması

Bir dinamik sistemin en basit formunda kolayca oluşturulan Lyapunov fonksiyon gradyent sistemdir [40].

Bu formun bir sistemi aşağıdaki biçimde tanımlı olarak verilsin:

$$\dot{x} = -A\nabla v(x, x_0) \quad (3.30)$$

Burada; $v, \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ devamlı olarak diferansiyellenebilir. $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $\det(A) \neq 0$ ve $v(x, x_0) = 0$, $x = x_0$ olarak tanımlıdır. Eğer x_0 ’da $v(x, x_0)$ ’ın hessian’ı tamamen pozitif belirli ise x_0 ’da denge noktası asimptotik kararlıdır.

Lyapunov fonksiyon aşağıdaki denklem ile verilir:

$$V(x) = \int_{x_0}^x [f(\xi)]^T d\xi \quad (3.31)$$

Yukarıda verilen Lyapunov fonksiyon denklemi tek makine sonsuz bara sisteminde, indirgenmiş tek makine sonsuz bara modelinde ve dört baralı sistemde kullanılmıştır.

3.3.4. Analizler için teoremler

Aşağıda verilen teoremler Ek A'da verilen (A.1), (A.2) ve (A.3) enerji fonksiyonları için kullanılmıştır.

Teorem 1: Lyapunov fonksiyon olarak kullanılan $v(x, x_0)$ için gerekli olan birinci kabul A, $\nabla v(x, x_0)$ ve (3.30)'un yörüngelerinin yapısıyla ilgilidir.

$$S = \{x \mid \nabla v(x, x_0)^T (A + A^T) \nabla v(x, x_0) = 0\} \quad (3.32)$$

Burada $(A+A^T)$ matrisi pozitif yarı belirlidir.

Teorem 2: Lyapunov fonksiyon formuna gradiyent sistemin tanımlanmasıyla oluşturulacak denklemin denkliği yalnızca $\nabla v = 0$ noktalarında olur. Bu oluşturulacak denklemden ve A tekil değildir.

Teorem 3: Lyapunov fonksiyon formuna gradiyent sistemin tanımlanmasıyla oluşturulacak denklemin doğrusallaştırılması bir denklik noktasında kesin kararlıysa, yani tüm sistem köklerinin reel kısımları tamamen negatifse, o zaman dengede kabul edilen $v(w, \delta_m, \delta, V)$ 'nin Hessian'ı (ikinci türevi) (dört baralı sistem için $v(\delta_3, \delta_4, V_3, V_4, w_1, w_2)$ 'nin Hessian'ı (ikinci türevi)) tamamen pozitif reel sistem köklerine sahiptir. Bu sıra ile anlatılanlar $v(w, \delta_m, \delta, V)$ 'nin (dört baralı sistem için $v(\delta_3, \delta_4, V_3, V_4, w_1, w_2)$ 'nin) bu denklik noktasında bölgesel pozitif belirli olduğunu gösterir.

Yukarıdaki üç teoremden küçük bozucu etki kararlılığı olan bir çalışma noktası için, önerilen enerji fonksiyonu tamamen Lyapunov fonksiyondur sonucuna varılabilir.

BÖLÜM 4. ENERJİ FONKSİYONU ANALİZİ

Lyapunov'un ikinci metodu dinamik bir sisteme ilişkin diferansiyel denklemin çözümünü elde etmeksizin denklemin biçiminden dinamik sistemin kararlı olup olmadığının belirlenmesini sağlar. Lyapunov, sistemin içinde biriktirilen enerji ile sistemin dinamiği arasında bağıntı kuracak bir fonksiyon tanımlamıştır. Bu fonksiyon enerji kavramı göz önüne alınarak verilmiştir. Bir sistemin enerjisi sistem denge durumuna ulaşmaya kadar sürekli olarak azalırsa, bu sistem kararlıdır. Fiziksel sistemler için yazılan enerji fonksiyonları pozitif ve belirli fonksiyonlardır. Toplam enerjisi sürekli olarak azalan bir sistemde ise enerji fonksiyonunun zamana göre türevi negatif olur. Lyapunov, enerji fonksiyonunun pozitif belirli olma özelliğinden ve kararlı sistemin enerji fonksiyonunun işte bu özelliğinden yararlanarak ikinci metodu vermiştir [37].

Bu bölümde sırasıyla tek makine sonsuz bara için enerji fonksiyonu analizi, indirgenmiş tek makine sonsuz bara için enerji fonksiyonu analizi ve son olarak dört baralı sistemin enerji fonksiyonu analizi gösterilecektir. Tek makine sonsuz bara, indirgenmiş tek makine sonsuz bara ve dört baralı sistem modelleri için enerji fonksiyonu analizlerinde, bilgisayar programı olarak MACSYMA ve MATHCAD programları uygulanmıştır.

4.1. Tek Makine Sonsuz Bara Sistemi İçin Enerji Fonksiyonu Analizi

Gerilim çökmesi olayının anlaşılması için Dobson ve Chiang [41] bir güç sistem modeli tanıtmışlardır. Gerilim çökme çalışmaları için bir işletme yükünü ifade eden asenkron motora paralel sabit P-Q yükü ve sabit empedans yükünden oluşan yük modelini önermektedirler. P_0 ve Q_0 asenkron motorun sabit aktif ve reaktif yüklerini, P_1 ve Q_1 ise sabit P-Q yükünü ifade etmektedir.

Generatör modeli şu şekilde ifade edilebilir:

$$\dot{y}(t) = g(y(t), z(t)) \quad (4.1)$$

Burada $y(t)$, generatör açısı (δ_m) ve açısal hızı (ω_m) gibi generatör durum değişkenlerini gösteren vektördür. $z(t)$ ise yük barasının gerilimi (V) ve yük açısı (δ) gibi sistem durum değişkenlerini gösteren vektördür. Generatör salınım denkleminin dinamiği şu şekilde ifade edilir:

$$M\ddot{\delta}_m + D\dot{\delta}_m = P_m + E_m V Y_m \sin(\delta - \delta_m - \theta_m) + E_m^2 Y_m \sin \theta_m \quad (4.2)$$

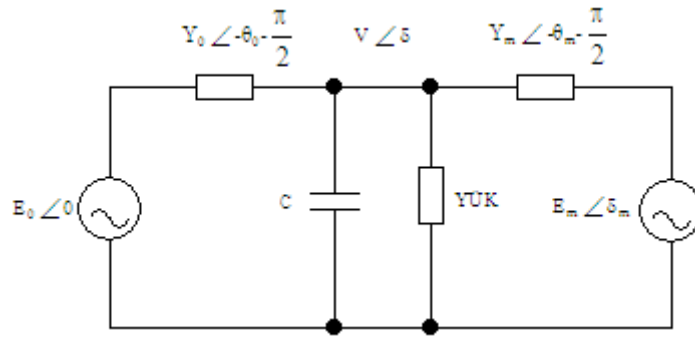
Burada M , D ve P_m sırayla generatör moment ataleti, sönümleme katsayısı ve mekanik gücüdür.

Yük modeli şu şekilde ifade edilmektedir:

$$P_d = P_0 + P_1 + K_{pw} \dot{\delta} + K_{pv} (V + TV) \quad (4.3)$$

$$Q_d = Q_0 + Q_1 + K_{qw} \dot{\delta} + K_{qv} V + K_{qv2} V^2 \quad (4.4)$$

Burada K_{pw} , K_{pv} , K_{qw} , K_{qv} , K_{qv2} ifadeleri asenkron motorun dinamiğinden gelen ifadelerdir ve sabit kabul edilmiştir. P_0 ve Q_0 asenkron motorun sabit aktif ve reaktif yüklerini, P_1 ve Q_1 ise sabit P-Q yükünü ifade etmektedir. Şekil 4.1'de örnek bir güç sistemi gösterilmiştir:



Şekil 4.1. Güç sisteminin basit bir örneği

Bu sistem bir adet sonsuz güçlü bir bara, bir generatör ve bir yük barasından oluşmaktadır. Yük asenkron motora paralel sabit P-Q yükü ve sabit bir empedans yükünden oluşmaktadır. Yük barası, sabit empedansının bir parçası olarak gerilim genliğini belli değerlerde tutmak için kapasite içermektedir.

Şekil 4.1'deki sistemin Thevenin eşdeğeri alındığında şu değerler bulunur:

$$V_0' = \frac{V_0}{(1 + C^2 Y_0^{-2} - 2C Y_0^{-1} \cos \theta_0)^{1/2}} \quad (4.5)$$

$$Y_0' = Y_0 (1 + C^2 Y_0^{-2} - 2C Y_0^{-1} \cos \theta_0)^{1/2} \quad (4.6)$$

$$\theta_0' = \theta_0 + \tan^{-1} \left(\frac{C Y_0^{-1} \sin \theta_0}{1 - C Y_0^{-1} \cos \theta_0} \right) \quad (4.7)$$

Yüke iletilen aktif ve reaktif güçler şunlardır:

$$P = -E_0' V Y_0' \sin(\delta + \theta_0') - E_m V Y_m \sin(\delta - \delta_m + \theta_m) + (Y_0' \sin \theta_0' + Y_m \sin \theta_m) V^2 \quad (4.8)$$

$$Q = E_0' V Y_0' \cos(\delta + \theta_0') + E_m V Y_m \cos(\delta - \delta_m + \theta_m) - (Y_0' \cos \theta_0' + Y_m \cos \theta_m) V^2 \quad (4.9)$$

Denklem (4.3)'te $K_{pv} T \dot{V}$ çekilirse şu denklem elde edilir:

$$K_{pv} T \dot{V} = -K_{pv} V - K_{pw} \dot{\delta} - P_0 - P_1 + P_d \quad (4.10)$$

Bu denklemin her iki yanını K_{qw} ile çarpılırsa (4.14) denklemini elde edilir. (4.4) denkleminde $K_{qw} \dot{\delta}$ çekilirse (4.13) denklemini elde edilir.

Bu denklemler güç sistem modelinin durum denklemlerini gösteren 4 adet 1. dereceden diferansiyel denklem şeklinde ifade edilir [42].

$$\dot{\delta}_m = w \quad (4.11)$$

$$M\dot{w} = -Dw + P_m + E_m V Y_m \sin(\delta - \delta_m - \theta_m) + E_m^2 Y_m \sin \theta_m \quad (4.12)$$

$$K_{qw} \dot{\delta} = -K_{qv} V - K_{qv2} V^2 + Q - Q_0 - Q_1 \quad (4.13)$$

$$TK_{qw} K_{pv} \dot{V} = K_{pw} K_{qv2} V^2 + (K_{pw} K_{qv} - K_{qw} K_{pv}) V + K_{pw} (Q_0 + Q_1 - Q) - K_{qw} (P_0 + P_1 - P) \quad (4.14)$$

Generatör mekanik gücü, aktif yükün ihtiyacına denktir ($P_M=P_L$) koşulu altında yukarıdaki denklemler tekrar yazılabilir:

$$\dot{w} = -\frac{D}{M^2} Mw - \frac{1}{M} f(\delta, \delta_m, V) \quad (4.15)$$

$$\dot{\delta}_m = \frac{1}{M} Mw \quad (4.16)$$

$$\dot{\delta} = -g(\delta, \delta_m, V) \quad (4.17)$$

$$\dot{V} = -h(\delta, \delta_m, V) \quad (4.18)$$

Burada $f(\delta, \delta_m, V)$, $g(\delta, \delta_m, V)$ ve $h(\delta, \delta_m, V)$ aşağıdaki şekildedir:

$$f(\delta, \delta_m, V) = -(P_m + E_m V Y_m \sin(\delta - \delta_m - \theta_m) + E_m^2 Y_m \sin(\theta_m)) \quad (4.19)$$

$$g(\delta, \delta_m, V) = -\frac{1}{K_{qw}} (-K_{qv2} V^2 - K_{qv} V + Q - Q_0 - Q_1) \quad (4.20)$$

$$h(\delta, \delta_m, V) = -\frac{1}{TK_{qw} K_{pv}} (K_{pw} K_{qv2} V^2 + (K_{pw} K_{qv} - K_{qw} K_{pv}) V + K_{pw} (Q_0 + Q_1 - Q) - K_{qw} (P_0 + P_1 - P)) \quad (4.21)$$

(4.11), (4.12), (4.13) ve (4.14) ile verilen diferansiyel denklemler, yüksek gerilim çalışma noktasında oldukça karmaşık yük modellemesini içeren basit sistem modelinin tanımıdır.

4.1.1. Basit bir güç sistemi için Lyapunov fonksiyon formuna gradiyent sistemin tanımlanması

Şekil 4.1'de görülen sistem için Lyapunov fonksiyonun elde edilmesinde (4.15), (4.16), (4.17) ve (4.18) denklemleri aşağıdaki şekilde belirlenebilir:

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta}_m \\ \dot{w} \\ \dot{\delta} \\ \dot{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{M} & 0 & 0 \\ \frac{1}{M} & \frac{D}{M^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f(\delta_m, \delta, V) \\ Mw \\ g(\delta_m, \delta, V) \\ h(\delta_m, \delta, V) \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

(4.11), (4.12), (4.13) ve (4.14) denklemleriyle tanımlanan sistem için (4.22) denklemi bu sistem dinamikleri için alternatif bir tanımlamadır.

$(w_0, \delta_{m0}, \delta_0, V_0)$ 'ın bir denge noktası için, (4.22) denkleminin sağ tarafında görülen bir aday enerji fonksiyonu ((4.22) denkleminin sağ tarafında görülen (4x1) gradiyent matris) elde edilebilir ve böylece (3.31) denkleminde kullanılabilir. Aday enerji fonksiyonu (3.31) denkleminde şöyle yazılabilir:

$$v(w, \delta_m, \delta, V) = \int_{(w_0, \delta_{m0}, \delta_0, V_0)}^{(w, \delta_m, \delta, V)} \begin{bmatrix} Mw \\ f(\delta_m, \delta, V) \\ g(\delta_m, \delta, V) \\ h(\delta_m, \delta, V) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} dw \\ d\delta_m \\ d\delta \\ dV \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$f(w, \delta_m, \delta, V)$, $g(w, \delta_m, \delta, V)$ ve $h(w, \delta_m, \delta, V)$ (4.23) denkleminde yerine konulursa, güç sisteminin enerji fonksiyonu Ek A'da görülen (A.1) denklemi gibi ortaya çıkar. Bu fonksiyona ait şebeke, yük ve generatör parametreleri Ek B'de verilen tablo B.1 gibidir. Tek makine sonsuz bara sisteminin bir enerji fonksiyonu olan Ek A'da

verilen (A.1) denklemi sistem frekansı, yükün aktif ve reaktif gücü, yük gerilimi, yük açısı, generatör açısı, sabit parametreler (K_{pw} , K_{pv} , K_{qw} , K_{qv} , K_{qv2} , vs.) ile alakalı tüm parametreleri içerir ve sistem frekansı, gerilim, aktif ve reaktif güç ile şekil 4.1'de verilen güç sisteminin thevenin eşdeğerine yerleştirilen kapasite (C) arasındaki ilişkileri ifade eder.

Dinamik bir sistem incelenirken sistem durumunu ifade eden durum değişkenleri belirlenir. Sistem dinamiğinin incelenmesi aslında bu durum değişkenlerinin zamanla nasıl değiştiklerinin incelenmesidir [43,44]. Matematikte bu birinci dereceden diferansiyel denklemlerle yapılmaktadır ve şu şekilde ifade edilmektedir:

$$\dot{x} = f(x) \quad (4.24)$$

Bir sistemin dinamik davranışı incelenirken ilk koşullardan başlayan eğrinin hesaplanması gerekir [45,46,47]. Genellikle bütün eğrileri hesaplamaya gerek yoktur. (4.24) ile gösterilen eşitlikte sol kısım durum değişkenlerinin değişim hızını göstermektedir. Bu, durum değişkenlerinin bir fonksiyonu olarak ifade edilen bir vektördür. O halde bu eşitlik durum uzayının her noktasında bir vektöre karşılık gelir. Bu sistemin özellikleri vektör alanı incelenerek elde edilebilir. $\dot{x} = 0$ olan noktalara denge noktaları denir. Vektör alanının davranışı durum uzayında bölgeden bölgeye fark edebilir ve birden fazla denge noktaları olabilir. Bu durumda vektör alanı lokal olarak incelenir. Yani vektör alanı doğrusal bölgelere bölünür ve her bir bölüm ayrı ayrı incelenir. Ayrıca global özelliklerde vardır. Lokal özellikler incelenirken sistem denge noktaları civarında doğrusallaştırılır. Bu yapılırken sistemin jakobiyen matrisinden yararlanır. Vektör alanının özellikleri jakobiyen matrisinin denge noktalarındaki özdeğerleri incelenerek yapılır. Örneğin şu şekilde bir sistem olsun:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f_1(x, y) \\ \dot{y} &= f_2(x, y) \end{aligned} \quad (4.25)$$

Bu sistemin denge noktaları x^* ve y^* olsun. Sistemin denge noktalarında jakobiyen matrisi şu şekildedir:

$$F(x^*, y^*) = \begin{pmatrix} \frac{\delta f_1}{\delta x} & \frac{\delta f_1}{\delta y} \\ \frac{\delta f_2}{\delta x} & \frac{\delta f_2}{\delta y} \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

Sistem özdeğerlerinin reel kısmı negatif ise sistem kararlı, pozitif ise sistem kararsızdır. Bazı özdeğerler reel ve negatif iken bazıları reel ve pozitif ise sistem özdeğerleri negatif ve reel olan bölgelerde kararlı, diğer yerlerde kararsızdır. Fakat global olarak sistem kararsızdır. Özdeğerlerin reel kısımları yok sadece imajiner kısımları varsa sistem sönümlenme yapmadan salınım yapar. Buna merkez denir. Sistem için, $(\delta_m^*, w^*, \delta^*, V^*) = (0.3, 0.0, 0.2, 0.97)$ denge noktası olarak seçilmiştir.

Tek makine sonsuz bara için enerji fonksiyonu analizi, generatör açısı ve yük durum değişkenlerine dayanan iki analiz içerecektir.

4.1.2. Analiz 1: Generatör rotor açısı $\delta_m = 0.8$ rad ve sistem frekansı $w = 1$ pu

Bu analiz için önemli olan dört adet durum değişkeni vardır. Bunlar; sistem frekansı (w), generatör rotor açısı (δ_m), yük açısı (δ) ve yük gerilimi (V)'dir. Bu analizin asıl amacı, güç sisteminin tüm enerjisi üzerinde yükün ne çeşit etkilere sahip olabileceğinin araştırılmasıdır.

Şekil 4.1'deki güç sistemindeki enerji değişimlerini incelemek için Ek A'da verilen (A.1) enerji fonksiyonu δ ve V gibi yükü belirten durum değişkenlerini içermelidir. Bununla birlikte generatör rotor açısı δ_m , sistemde depolanan enerji seviyesini etkileyebilir. Aşağıda verilen enerji fonksiyonu tek makine ve sonsuz bara için örnek alınan enerji fonksiyondur.

$$v(\delta, V) = 2.008V^3 + a_2V^2 + a_1V + a \quad (4.27)$$

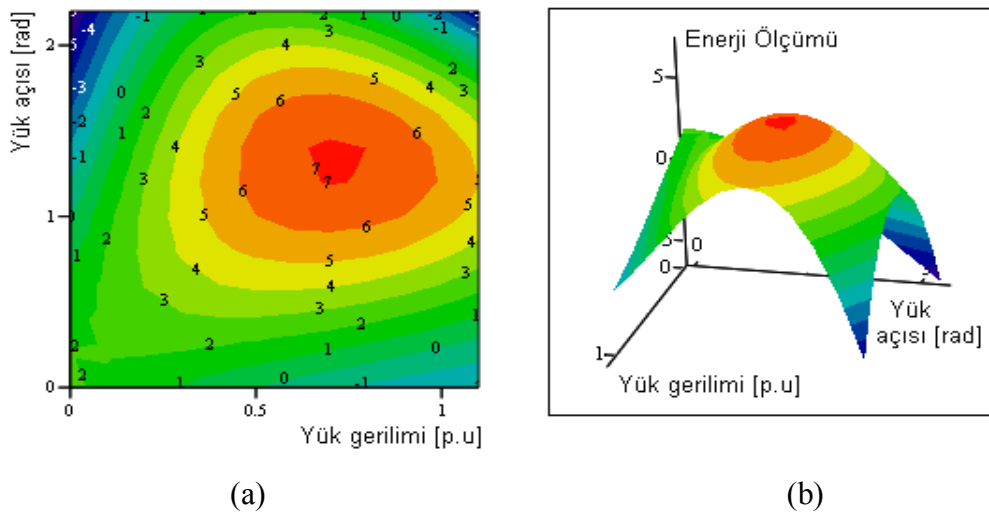
Yukarıda verilen örnek enerji fonksiyonu Ek A'da verilen (A.1) enerji fonksiyonuna eşitlendiğinde a_2 , a_1 ve a sırasıyla aşağıdaki şekilde bulunur:

$$a_2 = 2.426 - 14.907\delta + 0.075 \sin(\delta - 0.887) + 0.3 \sin(\delta - 0.209) - \cos(\delta - 0.887) - 4 \cos(\delta - 0.209) \quad (4.28)$$

$$a_1 = 3.329 + 2.8\delta + 5 \cos(-\delta + 0.213) - 5 \cos(-\delta + 0.713) + 5 \sin(\delta - 0.887) + 20 \sin(\delta - 0.209) \quad (4.29)$$

$$a = -1.788 - 1.3\delta - 0.063 \sin(\delta - 0.887) - 0.254 \sin(\delta - 0.209) + 0.846 \cos(\delta - 0.887) + 3.386 \cos(\delta - 0.209) \quad (4.30)$$

Yukarıdaki sonuçların MATHCAD programında grafiksel gösterilimi eş yükselti eğrileri ve üç boyutlu olarak şekil 4.2a ve 4.2b'de gösterilmektedir. İki boyutlu eş yükselti eğrileri grafiği farklı çalışma noktalarında enerji yoğunluğunu göstermektedir. Her eş yükselti eğrisinin tablo 4.1'den belirlenebilen sabit enerji değerleri vardır. Şekillerdeki kırmızı bölgeler enerji yoğunluğunu göstermektedir. Şekil 4.2a aynı enerji seviyesinde sistemin alçak gerilim ve yüksek gerilimde çalışabileceğini göstermektedir. Eğer sistemin çalışması alçak gerilimde yapılamazsa, geriye tek seçenek olarak yüksek gerilimle çalışması kalır. Yüksek gerilimle çalışmaya karar verilir ve yüksek gerilim seviyesine uyan yük açısı kolayca seçilebilir.



Şekil 4.2. $\delta_m=0.8\text{rad}$ ve $w=1\text{pu}$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi
a. İki boyutlu olarak gösterilim
b. Üç boyutlu olarak gösterilim

Şekil 4.2a'da enerji yoğunluğunun $0.5 \leq V \leq 1$ ve $1 \leq \delta \leq 1.6$ arasında olduğu görülmektedir. Bu noktalar etrafında enerji kuvvetinin 6 ve 7.5 arasında değiştiği gözlemlenmektedir.

Tablo 4.1. $\delta_m=0.8$ rad ve $w=1$ pu durumu için enerji ölçümü

Açı	Enerji Ölçümü										
0	2,160	1,780	1,367	0,931	0,485	0,038	-0,397	-0,809	-1,188	-1,522	-1,799
0,2	2,034	2,100	2,070	1,955	1,765	1,514	1,210	0,867	0,495	0,105	-0,292
0,4	1,745	2,270	2,639	2,865	2,957	2,928	2,789	2,550	2,224	1,821	1,353
0,6	1,294	2,273	3,042	3,611	3,992	4,197	4,236	4,121	3,863	3,473	2,962
0,8	0,690	2,101	3,251	4,149	4,809	5,240	5,454	5,462	5,276	4,907	4,366
1	-0,055	1,751	3,247	4,444	5,354	5,987	6,355	6,469	6,340	5,980	5,400
1,2	-0,921	1,228	3,021	4,469	5,585	6,379	6,863	7,047	6,944	6,563	5,918
1,4	-1,883	0,542	2,569	4,209	5,473	6,372	6,918	7,122	6,994	6,547	5,791
1,6	-2,914	-0,287	1,901	3,660	5,002	5,938	6,478	6,636	6,420	5,844	4,917
1,8	-3,984	-1,236	1,031	2,829	4,170	5,063	5,522	5,556	5,177	4,396	3,225
Gerilim	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1

Tablo 4.1, generatör rotor açısı $\delta_m=0.8$ rad ve sistem frekansı $w=1$ pu olmak üzere, farklı yük açıları (δ) ve yük gerilimleri (V) için enerji fonksiyonunun sayısal değerlerini göstermektedir. Çalışma noktasına bağlı olarak, sistemin tüm depolanan enerjisinin sistem yükünün zamanla değişmesi ile alçalması veya yükselmesi görülmektedir. Bu depolanmış enerji seviyesinin alçalması ve yükselmesi, alçak yük gerilimi ve yüksek yük gerilimi çalışmalarına karşılık gelmektedir. Böylece, sistem tarafından tolere edilemeyecek yük değişimleri arasındaki sınır kolayca belirlenebilir. $\delta_m=0.8$ rad'ın seçimi ile oluşan bu yeni denklik noktası sistemin kararsız olmasına sebep olmadan daha büyük gerilim değişimleri olabileceğini göstermektedir.

4.1.3. Analiz 2: Generatör rotor açısı $\delta_m=1.6$ rad ve sistem frekansı $w=1$ pu

Yüke bağlı olan durum değişkenleri ve güç üretim seviyesi aşağıdaki değişimler ile generatör açısı (δ_m) 0.8 radyandan 1.6 radyana yükseltilerek, çalışma noktası yeni bir seviyeye kaydırılmış olur. Analiz 1'de de belirtildiği gibi, şekil 4.1'deki güç sistemindeki enerji değişimlerini incelemek için Ek A'da verilen (A.1) enerji fonksiyonu δ ve V gibi yükü belirten durum değişkenlerini içermelidir. (4.27)'de verilen enerji fonksiyonu, analiz 1'de olduğu gibi analiz 2 için de örnek alınan enerji

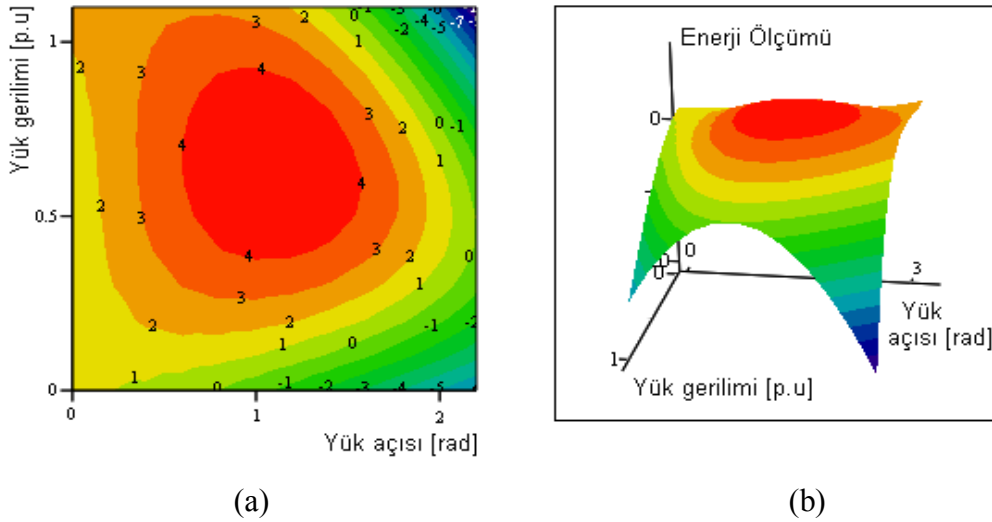
fonksiyondur. (4.27)'de verilen örnek enerji fonksiyonu Ek A'da verilen (A.1) enerji fonksiyonuna eşitlendiğinde a_2 , a_1 ve a sırasıyla aşağıdaki şekilde bulunur:

$$a_2 = 2.425 - 14.907\delta + 0.075 \sin(\delta - 1.687) + 0.3 \sin(\delta - 0.209) - \cos(\delta - 1.687) - 4 \cos(\delta - 0.209) \quad (4.31)$$

$$a_1 = 5.140 + 2.8\delta + 5 \cos(-\delta + 0.213) - 5 \cos(-\delta + 1.513) + 5 \sin(\delta - 1.687) + 20 \sin(\delta - 0.209) \quad (4.32)$$

$$a = -2.241 - 1.3\delta - 0.063 \sin(\delta - 1.687) - 0.254 \sin(\delta - 0.209) + 0.846 \cos(\delta - 1.687) + 3.386 \cos(\delta - 0.209) \quad (4.33)$$

Yukarıdaki sonuçların MATHCAD programında grafiksel gösterilimi eş yükselti eğrileri ve üç boyutlu olarak şekil 4.3a ve 4.3b'de gösterilmektedir. İki boyutlu eş yükselti eğrileri grafiği farklı çalışma noktalarında enerji yoğunluğunu göstermektedir. Her eş yükselti eğrisinin tablo 4.2'den belirlenebilen sabit enerji değerleri vardır. Şekillerdeki kırmızı bölgeler enerji yoğunluğunu göstermektedir.



Şekil 4.3. $\delta_m=1.6$ rad ve $w=1$ pu durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi

- İki boyutlu olarak gösterilim
- Üç boyutlu olarak gösterilim

Şekil 4.3a'da enerji yoğunluğunun $0.4 < V \leq 0.9$ ve $0.6 \leq \delta \leq 1.4$ arasında olduğu görülmektedir. Bu noktalar etrafında enerji kuvvetinin 4 ve 5 arasında değiştiği gözlemlenmektedir.

Güç üretim seviyesi $\delta_m=0.8$ radyandan $\delta_m=1.6$ radyana değiştirildiğinde sistemin çalışma noktası da kaydırılır. Tüm depolanan enerjinin değerinin düştüğü gözlemlenmektedir. Enerji ölçümündeki bu düşüş çalışma noktasının kararsızlık bölgesine doğru hareketinin bir göstergesidir. Analiz 1’de $\delta=1.4$ rad ve $V=0.7$ pu iken maksimum okunan enerji 7.122’dir (Bkz. Tablo 4.1). Ancak bu analizde δ ve V ’nin aynı değerlerinde maksimum enerji seviyesi 4.509’dur (Bkz. Tablo 4.2).

Tablo 4.2. $\delta_m=1.6$ rad ve $w=1$ pu durumu için enerji ölçümü

Açı	Enerji Ölçümü										
0	1,089	1,138	1,168	1,190	1,216	1,257	1,324	1,428	1,580	1,792	2,075
0,2	1,021	1,402	1,700	1,926	2,091	2,207	2,285	2,336	2,371	2,402	2,439
0,4	0,813	1,533	2,110	2,553	2,875	3,087	3,200	3,225	3,173	3,057	2,886
0,6	0,462	1,517	2,370	3,033	3,517	3,833	3,992	4,007	3,887	3,644	3,290
0,8	-0,027	1,344	2,460	3,331	3,969	4,385	4,591	4,597	4,414	4,055	3,530
1	-0,646	1,013	2,365	3,422	4,195	4,694	4,932	4,919	4,666	4,186	3,488
1,2	-1,381	0,527	2,079	3,288	4,164	4,718	4,962	4,907	4,564	3,945	3,060
1,4	-2,212	-0,104	1,603	2,919	3,857	4,427	4,640	4,509	4,043	3,255	2,155
1,6	-3,117	-0,864	0,943	2,316	3,266	3,803	3,940	3,687	3,056	2,057	0,703
1,8	-4,070	-1,731	0,118	1,489	2,394	2,843	2,849	2,421	1,572	0,313	-1,345
Gerilim	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1

Çalışma noktasının bu yeni seviyesinde açıkça görülmektedir ki yükteki herhangi bir değişim depolanan enerji seviyesini aşağılara düşürmeye ve hatta belki de negatif değerlere kadar düşürmeye devam edecektir. Yükteki bir değişimin depolanan enerjide bir artışa sebep olduğu durumda, sistem kararsızlık noktasından uzaklaşma eğilimi göstermektedir. Bu iki analizden, depolanan enerji ölçümünün, çalışma noktasının kararsızlık bölgesine yakınlığını gösterdiği sonucuna varılır. Yani enerji seviyesi çalışma noktasının kararsızlığa yakınlığının ölçüsüdür.

4.2. İndirgenmiş Tek Makine Sonsuz Bara Modeli İçin Enerji Fonksiyonu Analizi

Şekil 4.1'deki güç sisteminin kararlılığının analizinde kullanılan (4.11), (4.12), (4.13) ve (4.14) durum denklemlerindeki en küçük hatalar bile sistemin kararlılığının bulunmasında önem arz eden büyük hatalara neden olabilir. Bunu önlemek amacıyla, bu analizde tek makine sonsuz bara modelinin boyutu δ değişkeni kaldırılarak indirgenmiştir. Yeni durum denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir [48].

$$\dot{\delta}_m = w \quad (4.34)$$

$$M\dot{w} = -Dw + P_m + E_m V Y_m \sin(\delta - \delta_m - \theta_m) + E_m^2 Y_m \sin \theta_m \quad (4.35)$$

$$TK_{qw}K_{pv}\dot{V} = K_{pw}K_{qv2}V^2 + (K_{pw}K_{qv} - K_{qw}K_{pv})V + K_{pw}(Q_0 + Q_1 - Q) - K_{qw}(P_0 + P_1 - P) \quad (4.36)$$

Generatör mekanik gücü, aktif yükün ihtiyacına denktir ($P_M=P_L$) koşulu altında yukarıdaki denklemler tekrar yazılabilir:

$$\dot{w} = -\frac{D}{M^2}Mw - \frac{1}{M}f(\delta_m, V) \quad (4.37)$$

$$\dot{\delta}_m = \frac{1}{M}Mw \quad (4.38)$$

$$\dot{V} = -h(\delta_m, V) \quad (4.39)$$

Burada $f(\delta_m, V)$ ve $h(\delta_m, V)$ aşağıdaki şekildedir:

$$f(\delta_m, V) = -(P_m + E_m V Y_m \sin(\delta - \delta_m - \theta_m) + E_m^2 Y_m \sin(\theta_m)) \quad (4.40)$$

$$h(\delta_m, V) = -\frac{1}{TK_{qw}K_{pv}}(K_{pw}K_{qv2}V^2 + (K_{pw}K_{qv} - K_{qw}K_{pv})V + K_{pw}(Q_0 + Q_1 - Q) - K_{qw}(P_0 + P_1 - P)) \quad (4.41)$$

4.2.1. İndirgenmiş model için Lyapunov fonksiyon formuna gradiyent sistemin tanımlanması

Şekil 4.1’de görülen sistemin indirgenmiş modeli için Lyapunov fonksiyonun elde edilmesinde (4.37), (4.38) ve (4.39) denklemleri aşağıdaki şekilde belirlenebilir:

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta}_m \\ \dot{w} \\ \dot{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{M} & 0 \\ \frac{1}{M} & \frac{D}{M^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f(\delta_m, V) \\ Mw \\ h(\delta_m, V) \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

(4.34), (4.35) ve (4.36) denklemleriyle tanımlanan sistem için (4.42) denklemi bu sistem dinamikleri için alternatif bir tanımlamadır.

(w_0, δ_{m0}, V_0) ’ın bir denge noktası için, (4.42) denkleminin sağ tarafında görülen bir aday enerji fonksiyonu ((4.42) denkleminin sağ tarafında görülen (3x1) gradiyent matris) elde edilebilir ve böylece (3.31) denkleminde kullanılabilir. Aday enerji fonksiyonu (3.31) denkleminde şöyle yazılabilir:

$$v(w, \delta_m, V) = \int_{(w_0, \delta_{m0}, V_0)}^{(w, \delta_m, V)} \begin{bmatrix} Mx \\ f(\delta_m, V) \\ h(\delta_m, V) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} dx \\ d\delta_m \\ dV \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Tek makine sonsuz bara sisteminde kullanılan $(\delta_m^*, w^*, V^*)=(0.3, 0.0, 0.97)$ denge noktası, indirgenmiş tek makine sonsuz bara sisteminin analizi için de denge noktası olarak seçilmiştir. $f(w, \delta_m, V)$ ve $h(w, \delta_m, V)$ (4.43) denkleminde yerine konulursa, güç sisteminin enerji fonksiyonu Ek A’da görülen (A.2) denklemi gibi elde edilir. Bu fonksiyona ait şebeke, yük ve generatör parametreleri Ek B’de verilen tablo B.1 gibidir. İndirgenmiş tek makine sonsuz bara sisteminin bir enerji fonksiyonu olan Ek A’da verilen (A.2) denklemi sistem frekansı, yükün aktif ve reaktif gücü, yük gerilimi, yük açısı, generatör açısı, sabit parametreler (K_{pw} , K_{pv} , K_{qw} , K_{qv} , K_{qv2} , vs.) ile alakalı tüm parametreleri içerir ve sistem frekansı, gerilim, aktif ve reaktif güç ile

şekil 4.1’de verilen güç sisteminin thevenin eşdeğerine yerleştirilen kapasite (C) arasındaki ilişkileri ifade eder.

İndirgenmiş tek makine sonsuz bara modeli için enerji fonksiyonu analizi, generatör açısı δ_m ve yük durum değişkenlerine dayanan iki analiz içerecektir.

4.2.2. Analiz 1: Generatör Rotor Açısı $\delta_m=0.8$ rad ve Sistem Frekansı $w=1$ pu

Bu analiz için önemli olan üç adet durum değişkeni vardır. Bunlar; sistem frekansı (w), generatör rotor açısı (δ_m) ve yük gerilimi (V)’dir. Bu analizin asıl amacı, güç sisteminin tüm enerjisi üzerinde durum denklemlerinde bulunan yük açısı denkleminin indirgenmesinin ne çeşit etkilere sahip olabileceğinin araştırılmasıdır.

Aşağıda verilen enerji fonksiyonu indirgenmiş tek makine sonsuz bara modeli için örnek alınan enerji fonksiyondur.

$$v(\delta, V) = 2.008V^3 + a_2V^2 + a_1V + a \quad (4.44)$$

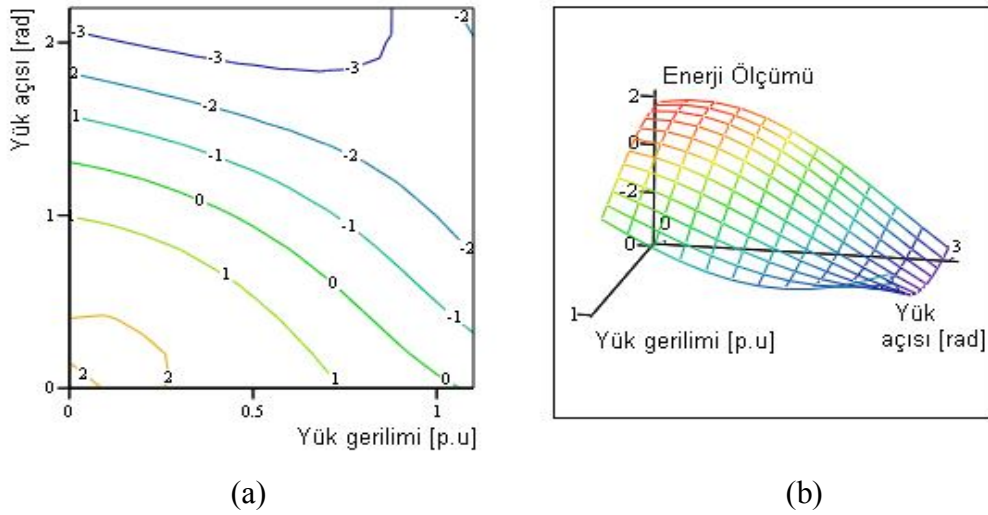
Yukarıda verilen örnek enerji fonksiyonu Ek A’da verilen (A.2) enerji fonksiyonuna eşitlendiğinde a_2 , a_1 ve a sırasıyla aşağıdaki şekilde bulunur:

$$a_2 = -0.555 + 0.075\sin(\delta - 0.887) + 0.3\sin(\delta - 0.209) - \cos(\delta - 0.887) - 4\cos(\delta - 0.209) \quad (4.45)$$

$$a_1 = 0.538 + 5\cos(-\delta + 0.213) - 5\cos(-\delta + 0.713) \quad (4.46)$$

$$a = -2.048 - 0.063\sin(\delta - 0.887) - 0.254\sin(\delta - 0.209) + 0.846\cos(\delta - 0.887) + 3.386\cos(\delta - 0.209) \quad (4.47)$$

Yukarıdaki sonuçların MATHCAD programında grafiksel gösterilimi eş yükselti eğrileri ve üç boyutlu olarak şekil 4.4a ve 4.4b’de gösterilmektedir. İki boyutlu eş yükselti eğrileri grafiği farklı çalışma noktalarında enerji yoğunluğunu göstermektedir. Her eş yükselti eğrisinin tablo 4.3’ten belirlenebilen sabit enerji değerleri vardır. Şekillerdeki kırmızı bölgeler enerji yoğunluğunu göstermektedir.



Şekil 4.4. $\delta_m=0.8\text{rad}$ ve $w=1\text{pu}$ durumunda indirgenmiş sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi
a. İki boyutlu olarak gösterilim
b. Üç boyutlu olarak gösterilim

Şekil 4.4a'da enerji yoğunluğunun $0 \leq V \leq 0.3$ ve $0 \leq \delta \leq 0.6$ arasında olduğu görülmektedir. Bu noktalar etrafında enerji kuvvetinin 2'yi aştığı gözlemlenmektedir.

Tablo 4.3. $\delta_m=0.8\text{ rad}$ ve $w=1\text{ pu}$ durumu için indirgenmiş modelin enerji ölçümü

Açı	Enerji Ölçümü										
0	1,900	2,014	2,034	1,973	1,841	1,650	1,411	1,134	0,832	0,515	0,195
0,2	2,033	2,100	2,070	1,954	1,765	1,514	1,210	0,867	0,495	0,105	-0,292
0,4	2,005	2,022	1,945	1,782	1,547	1,249	0,901	0,514	0,098	-0,335	-0,774
0,6	1,814	1,785	1,664	1,464	1,195	0,868	0,496	0,088	-0,344	-0,788	-1,233
0,8	1,470	1,396	1,240	1,012	0,724	0,386	0,010	-0,393	-0,812	-1,234	-1,650
1	0,985	0,873	0,689	0,445	0,151	-0,180	-0,537	-0,911	-1,288	-1,658	-2,010
1,2	0,379	0,234	0,032	-0,216	-0,499	-0,805	-1,124	-1,444	-1,753	-2,041	-2,297
1,4	-0,323	-0,493	-0,703	-0,943	-1,201	-1,465	-1,726	-1,971	-2,189	-2,369	-2,500
1,6	-1,094	-1,280	-1,488	-1,707	-1,927	-2,134	-2,320	-2,472	-2,578	-2,629	-2,612
1,8	-1,904	-2,096	-2,292	-2,479	-2,648	-2,786	-2,882	-2,926	-2,905	-2,809	-2,627
Gerilim	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1

Tablo 4.3, generatör rotor açısı $\delta_m=0.8\text{ rad}$ ve sistem frekansı $w=1\text{ pu}$ olmak üzere, farklı yük açıları (δ) ve yük gerilimleri (V) için enerji fonksiyonunun sayısal değerlerini göstermektedir. Tablo 4.3'ten de görülebileceği üzere, sistem yüksek gerilim ve büyük yük açısı değerlerinde kararlı çalışmamaktadır. Sistemin çok küçük yük açıları çalışabildiği görülmektedir.

4.2.3. Analiz 2: Generatör Rotor Açısı $\delta_m=1.6$ rad ve Sistem Frekansı $w=1$ pu

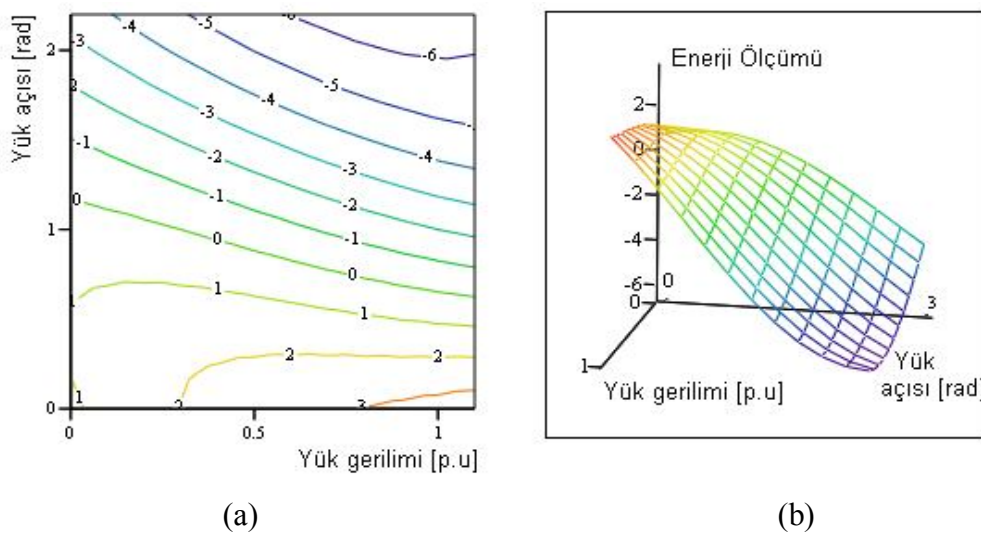
Bu analizle generatör açısı (δ_m) 0.8 radyandan 1.6 radyana yükseltilerek, çalışma noktası yeni bir seviyeye kaydırılmış olur. (4.44)'de verilen enerji fonksiyonu, analiz 1'de olduğu gibi analiz 2 için de örnek alınan enerji fonksiyondur. (4.44)'de verilen örnek enerji fonksiyonu Ek A'da verilen (A.2) enerji fonksiyonuna eşitlendiğinde a_2 , a_1 ve a sırasıyla aşağıdaki şekilde bulunur:

$$a_2 = -0.555 + 0.075 \sin(\delta - 1.687) + 0.3 \sin(\delta - 0.209) - \cos(\delta - 1.687) - 4 \cos(\delta - 0.209) \quad (4.48)$$

$$a_1 = 0.538 + 5 \cos(-\delta + 0.213) - 5 \cos(-\delta + 1.513) \quad (4.49)$$

$$a = -2.501 - 0.063 \sin(\delta - 1.687) - 0.254 \sin(\delta - 0.209) + 0.846 \cos(\delta - 1.687) + 3.386 \cos(\delta - 0.209) \quad (4.50)$$

Yukarıdaki sonuçların MATHCAD programında grafiksel gösterilimi eş yükselti eğrileri ve üç boyutlu olarak şekil 4.5a ve 4.5b'de gösterilmektedir. İki boyutlu eş yükselti eğrileri grafiği farklı çalışma noktalarında enerji yoğunluğunu göstermektedir. Her eş yükselti eğrisinin tablo 4.4'ten belirlenebilen sabit enerji değerleri vardır. Şekillerdeki kırmızı bölgeler enerji yoğunluğunu göstermektedir.



Şekil 4.5. $\delta_m=1.6$ rad ve $w=1$ pu durumunda indirgenmiş sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi
a. İki boyutlu olarak gösterilim
b. Üç boyutlu olarak gösterilim

Şekil 4.5a'da enerji yoğunluğunun $0.7 < V \leq 1$ ve $0 \leq \delta \leq 0.2$ arasında olduğu görülmektedir. Bu noktalar etrafında enerji kuvvetinin 3'ü aştığı gözlemlenmektedir.

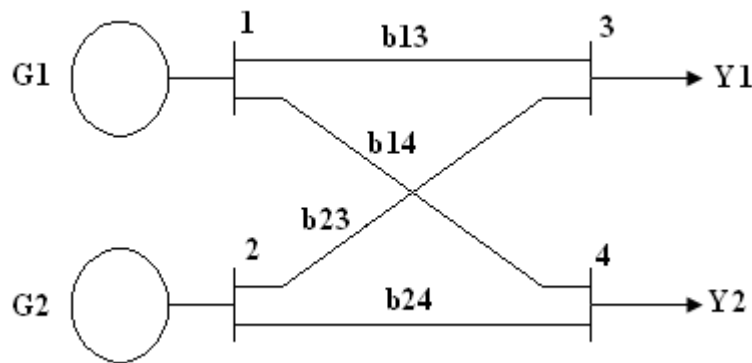
Tablo 4.4. $\delta_m=1.6$ rad ve $w=1$ pu durumu için indirgenmiş modelin enerji ölçümü

Açı	Enerji Ölçümü										
0	0,829	1,299	1,691	2,016	2,285	2,509	2,699	2,866	3,023	3,180	3,348
0,2	1,021	1,402	1,700	1,926	2,091	2,207	2,285	2,336	2,371	2,402	2,439
0,4	1,073	1,351	1,545	1,666	1,725	1,733	1,702	1,643	1,566	1,485	1,408
0,6	0,982	1,149	1,233	1,246	1,199	1,104	0,972	0,814	0,641	0,464	0,295
0,8	0,753	0,803	0,776	0,683	0,536	0,347	0,125	-0,118	-0,369	-0,619	-0,856
1	0,394	0,327	0,192	0,000	-0,238	-0,510	-0,806	-1,114	-1,423	-1,721	-1,998
1,2	-0,081	-0,259	-0,495	-0,777	-1,093	-1,432	-1,784	-2,136	-2,478	-2,799	-3,087
1,4	-0,652	-0,933	-1,258	-1,615	-1,994	-2,382	-2,769	-3,143	-3,493	-3,809	-4,078
1,6	-1,297	-1,668	-2,067	-2,483	-2,905	-3,322	-3,722	-4,095	-4,428	-4,711	-4,932
1,8	-1,990	-2,433	-2,889	-3,345	-3,791	-4,215	-4,606	-4,953	-5,244	-5,469	-5,616
Gerilim	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1

Tablo 4.4, generatör rotor açısı $\delta_m=1.6$ rad ve sistem frekansı $w=1$ pu olmak üzere, farklı yük açıları (δ) ve yük gerilimleri (V) için enerji fonksiyonunun sayısal değerlerini göstermektedir. Tablo 4.4'ten de görülebileceği üzere, sistem yüksek gerilim ve büyük yük açısı değerlerinde kararlı çalışmadığı gibi enerji yoğunluğu $\delta_m=0.8$ rad için ölçülen değerlerden negatif daha büyük değerlere yani çok daha küçük değerlere gitmektedir.

4.3. Dört Baralı Sistem İçin Enerji Fonksiyonu Analizi

Tek makine sonsuz bara sistemi ve bu sistemin indirgenmiş modeli için enerji fonksiyonu analizlerinde Lyapunov fonksiyonları yardımıyla sistemin enerji fonksiyonu elde edilerek, sistemin depolanmış enerji grafikleri hem iki boyutlu hem de üç boyutlu olarak gösterilmiştir. Bu analizde ise bu bilgiler dört baralı sisteme uygulanacaktır. Bu analiz için kullanılacak dört baralı sistemin şekli aşağıda verilmiştir:



Şekil 4.6. Dört baralı sistem

Şekil 4.6'da verilen dört baralı sistem için yük akış denklemleri aşağıda verildiği gibidir. Burada yapılan analizler için 1 numaralı bara referans bara olarak seçilmiştir. Şekil 4.6'da verilen dört baralı sisteme ait şebeke, yük ve generatör parametreleri Ek B'de yer alan tablo B.2'de verilmiştir.

$$\tilde{f}_2(\delta_2, V_2) = V_2 V_3 b_{23} \sin(\delta_2 - \delta_3) + V_2 V_4 b_{24} \sin(\delta_2 - \delta_4) \quad (4.51)$$

$$\tilde{f}_3(\delta_3, V_3) = V_1 V_3 b_{13} \sin(\delta_1 - \delta_3) + V_2 V_3 b_{23} \sin(\delta_3 - \delta_2) \quad (4.52)$$

$$\tilde{f}_4(\delta_4, V_4) = V_1 V_4 b_{14} \sin(\delta_1 - \delta_4) + V_2 V_4 b_{24} \sin(\delta_4 - \delta_2) \quad (4.53)$$

$$\tilde{g}_2(\delta_2, V_2) = -V_2 V_3 b_{23} \cos(\delta_2 - \delta_3) - V_2 V_4 b_{24} \cos(\delta_2 - \delta_4) - V_2^2 (b_{23} + b_{24}) \quad (4.54)$$

$$\tilde{g}_3(\delta_3, V_3) = -V_2 V_3 b_{23} \cos(\delta_2 - \delta_3) - V_1 V_3 b_{13} \cos(\delta_3 - \delta_1) - V_3^2 (b_{23} + b_{13}) \quad (4.55)$$

$$\tilde{g}_4(\delta_4, V_4) = -V_1 V_4 b_{14} \cos(\delta_4 - \delta_1) - V_2 V_4 b_{24} \cos(\delta_4 - \delta_2) - V_4^2 (b_{14} + b_{24}) \quad (4.56)$$

$$f_i(\delta_i, V_i) = \tilde{f}_i(\delta_i, V_i) + P_i^0 \quad (4.57)$$

$$\mathbf{g}_i(\delta_i, \mathbf{V}_i) = \tilde{\mathbf{g}}_i(\delta_i, \mathbf{V}_i) + \mathbf{Q}_{D,i}(\mathbf{V}_i) \quad (4.58)$$

Generatör mekanik gücü, aktif yükün ihtiyacına denktir ($P_M=P_L$) koşulu altında yukarıdaki denklemler tekrar yazılabilir:

$$\dot{\delta}_3 = -\mathbf{D}_3^{-1} \left\{ \mathbf{V}_1 \mathbf{V}_3 \mathbf{b}_{13} \sin(\delta_1 - \delta_3) + \mathbf{V}_2 \mathbf{V}_3 \mathbf{b}_{23} \sin(\delta_3 - \delta_2) + \mathbf{P}_3^0 \right\} \quad (4.59)$$

$$\dot{\delta}_4 = -\mathbf{D}_4^{-1} \left\{ \mathbf{V}_1 \mathbf{V}_4 \mathbf{b}_{14} \sin(\delta_1 - \delta_4) + \mathbf{V}_2 \mathbf{V}_4 \mathbf{b}_{24} \sin(\delta_4 - \delta_2) + \mathbf{P}_4^0 \right\} \quad (4.60)$$

$$\dot{\mathbf{V}}_3 = -\frac{1}{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}} \mathbf{V}_3^{-1} \left\{ -\mathbf{V}_2 \mathbf{V}_3 \mathbf{b}_{23} \cos(\delta_2 - \delta_3) + \mathbf{V}_3 \mathbf{V}_1 \mathbf{b}_{13} \cos(\delta_3 - \delta_1) - \mathbf{V}_3^2 (\mathbf{b}_{23} + \mathbf{b}_{13}) + \mathbf{Q}_{D,3}(\mathbf{V}_3) \right\} \quad (4.61)$$

$$\dot{\mathbf{V}}_4 = -\frac{1}{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}} \mathbf{V}_4^{-1} \left\{ -\mathbf{V}_1 \mathbf{V}_4 \mathbf{b}_{14} \cos(\delta_4 - \delta_1) + \mathbf{V}_4 \mathbf{V}_2 \mathbf{b}_{24} \cos(\delta_4 - \delta_2) - \mathbf{V}_4^2 (\mathbf{b}_{14} + \mathbf{b}_{24}) + \mathbf{Q}_{D,4}(\mathbf{V}_4) \right\} \quad (4.62)$$

$$\dot{\mathbf{w}}_1 = -\mathbf{M}_1^{-1} \left\{ -\mathbf{P}_1^0 \right\} \quad (4.63)$$

$$\dot{\mathbf{w}}_2 = -\mathbf{M}_2^{-1} \left\{ \mathbf{V}_2 \mathbf{V}_3 \mathbf{b}_{23} \cos(\delta_2 - \delta_3) + \mathbf{V}_2 \mathbf{V}_4 \mathbf{b}_{24} \sin(\delta_2 - \delta_4) - \mathbf{P}_1^0 \right\} \quad (4.64)$$

Burada generatör açısı $\hat{\delta}_m$ 'nin oluşturduğu eşitlik ihmal edilmiştir. Buna göre (4.51), (4.52), (4.53), (4.54), (4.55) ve (4.56) denklemlerine göre (4.57), (4.58), (4.59), (4.60), (4.61), (4.62), (4.63) ve (4.64) denklemleri yeniden yazılırsa aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$\dot{\delta}_3 = -\mathbf{D}_3^{-1} \left\{ \tilde{\mathbf{f}}_3(\delta_3, \mathbf{V}_3) + \mathbf{P}_3^0 \right\} \quad (4.65)$$

$$\dot{\delta}_4 = -\mathbf{D}_4^{-1} \left\{ \tilde{\mathbf{f}}_4(\delta_4, \mathbf{V}_4) + \mathbf{P}_4^0 \right\} \quad (4.66)$$

$$\dot{\mathbf{V}}_3 = -\frac{1}{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}} \mathbf{V}_3^{-1} \left\{ \tilde{\mathbf{g}}_3(\delta_3, \mathbf{V}_3) + \mathbf{Q}_{D,3}(\mathbf{V}_3) \right\} \quad (4.67)$$

$$\dot{\mathbf{V}}_4 = -\frac{1}{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}} \mathbf{V}_4^{-1} \left\{ \tilde{\mathbf{g}}_4(\delta_4, \mathbf{V}_4) + \mathbf{Q}_{D,4}(\mathbf{V}_4) \right\} \quad (4.68)$$

$$\dot{\mathbf{w}}_1 = -\mathbf{M}_1^{-1} \left\{ -\tilde{\mathbf{f}}_1(1,0) - \mathbf{P}_1^0 \right\} \quad (4.69)$$

$$\dot{\mathbf{w}}_2 = -\mathbf{M}_2^{-1} \left\{ -\tilde{\mathbf{f}}_2(\delta_2, \mathbf{V}_2) - \mathbf{P}_2^0 \right\} \quad (4.70)$$

4.3.1. Dört baralı sistem için Lyapunov fonksiyon formuna gradiyent sistemin tanımlanması

Şekil 4.6 için Lyapunov fonksiyonun elde edilmesinde (4.65), (4.66), (4.67), (4.68), (4.69) ve (4.70) denklemleri aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta}_3 \\ \dot{\delta}_4 \\ \dot{V}_3 \\ \dot{V}_4 \\ \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_3^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -D_4^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\dot{\varepsilon}} V_3^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\dot{\varepsilon}} V_4^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -M_1^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -M_2^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f(\delta_3, V_3) \\ f(\delta_4, V_4) \\ g(\delta_3, V_3) \\ g(\delta_4, V_4) \\ f(\delta_1, V_1) \\ f(\delta_2, V_2) \end{bmatrix} \quad (4.71)$$

(4.59), (4.60), (4.61), (4.62), (4.63) ve (4.64) denklemleriyle tanımlanan sistem için (4.71) denklemi bu sistem dinamikleri için alternatif bir tanımlamadır.

$(\delta_3^0, \delta_4^0, V_3^0, V_4^0, w_1^0, w_2^0)$ 'ın bir denge noktası için, (4.71) denkleminin sağ tarafında görülen bir aday enerji fonksiyonu ((4.71) denkleminin sağ tarafında görülen (6x1) gradiyent matris) elde edilebilir ve böylece (3.31) denkleminde kullanılabilir. Aday enerji fonksiyonu (3.31) denkleminde şöyle yazılabilir:

$$V(\delta_3, \delta_4, V_3, V_4, w_3, w_4) = \int_{(\delta_3^0, \delta_4^0, V_3^0, V_4^0, w_3^0, w_4^0)}^{(\delta_3, \delta_4, V_3, V_4, w_3, w_4)} \begin{bmatrix} f(\delta_3, V_3) \\ f(\delta_4, V_4) \\ g(\delta_3, V_3) \\ g(\delta_4, V_4) \\ f(\delta_1, V_1) \\ f(\delta_2, V_2) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} d\delta_3 \\ d\delta_4 \\ dV_3 \\ dV_4 \\ dw_1 \\ dw_2 \end{bmatrix} \quad (4.72)$$

(4.51), (4.52), (4.53), (4.54), (4.55) ve (4.56) denklemleri (4.57) ve (4.58) denklemlerine göre (4.72) denkleminde yerine konulursa, dört baralı sistemin enerji fonksiyonu Ek A'da görülen (A.3) denklemi elde edilir. Dört baralı sistemin bir enerji fonksiyonu olan Ek A'da verilen (A.3) denklemi sistem frekansı, yükün aktif ve reaktif gücü, yük gerilimi, yük açısı, generatör açısı, sabit parametreler (b_{12}, b_{23} ,

vs.) ile alakalı tüm parametreleri içerir ve şekil 4.6'da verilen dört baralı sistem için sistem frekansı, gerilim, aktif ve reaktif güç ile arasındaki ilişkileri ifade eder.

Sistem için, $(\delta_3^*, \delta_4^*, V_3^*, V_4^*, w_1^*, w_2^*) = (-0.022, 0.068, 0.976, 1.02, 0.0, 0.0)$, bu analiz için denge noktası olarak seçilmiştir.

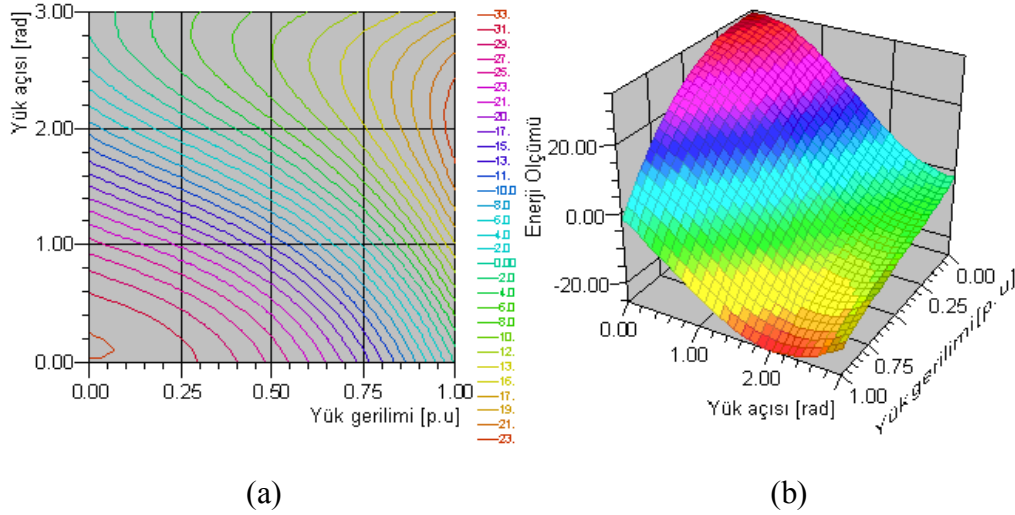
4.3.2. Analiz 1: Üç nolu baradaki yük sabitken dört nolu baradaki değişimler karşısında sistemin kararlılığı

Bu analiz için önemli olan dört adet durum değişkeni vardır. Bunlar, üç nolu baradaki yük gerilimi (V_3), dört nolu baradaki yük gerilimi (V_4), üç nolu baradaki yük açısı (δ_3), dört nolu baradaki yük açısı (δ_4) ve sistem frekansları (w_1, w_2)'dir.

Ek A'da verilen (A.3) denkleminde tüm sabitleri ve üç nolu baradaki yüklerin sabit başlangıç değerleri yerine konulduğunda V_4 ve δ_4 'e bağlı olarak çıkan denklem aşağıdaki gibi elde edilir:

$$11.854 - 10.081V_4 + 3.18\delta_4 - 14.201V_4^3 + 11.346 \cos(\delta_4)V_4 - 15.534 \sin(\delta_4)V_4 \dots \\ - 21.207 \cos(\delta_4)V_4^2 + 22.064 \cos(\delta_4) \quad (4.73)$$

Bu analizde üç nolu baradaki yükte herhangi bir değişiklik olmadığı yani sabit bir yük bulunduğu kabul edilerek dört nolu baradaki değişimler karşısında sistemin kararlılığı incelenecektir. Dört nolu baradaki yük değişimi incelenirken bir nolu baranın referans seçilmesinden dolayı burada herhangi bir işlem yapılmazken diğer generatör barası olan iki nolu baradaki generatör açısı sıfırdan başlanarak 0.4 artımla 1.6 değerine kadar değiştirilip sistemin kararlılığı incelenecektir. Elde edilen grafikler ve bunların yorumları aşağıda verilmiştir.



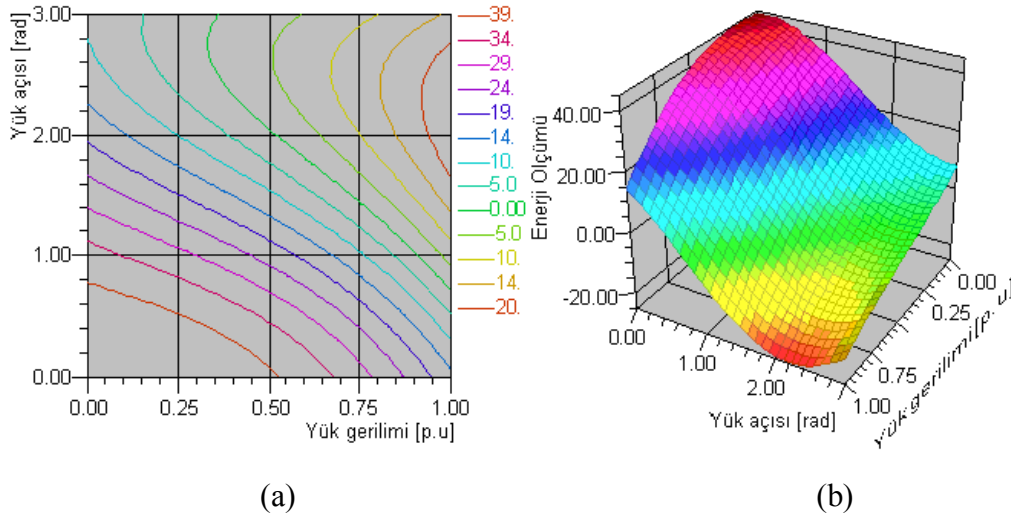
Şekil 4.7. $\delta_2=0$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi

- İki boyutlu olarak gösterilim
- Üç boyutlu olarak gösterilim

Şekil 4.7'den ve tablo 4.5'ten yük gerilimi 0.9 p.u ile 1 p.u arasındayken, sistemin depolanmış enerji yoğunluğunun sıfırın altında olduğu görülmektedir. Sistemin, $\delta_2=0$ radyanlık generatör açısı için her ne kadar düşük yük gerilimleri altında depolanan enerjisi 30 enerji birimini aşıyorsa da gerçekte sistemin bu değerlerde düzgün çalışması mümkün olmayacağından kararlı çalışması mümkün değildir. Bu nedenle sistemin $\delta_2=0$ radyanlık generatör açısı altında çalışmasına kararsızdır denir.

Tablo 4.5. $\delta_2=0$ durumu için dört nolu baradaki enerji ölçümü

Gerilim	Enerji Ölçümü									
0	33,92	34,11	33,45	31,97	29,77	26,96	23,67	20,06	16,30	12,56
0,1	33,82	33,69	32,67	30,83	28,28	25,12	21,53	17,66	13,70	9,82
0,2	33,21	32,76	31,42	29,26	26,40	22,98	19,15	15,11	11,02	7,09
0,3	32,01	31,25	29,60	27,17	24,06	20,43	16,46	12,31	8,19	4,28
0,4	30,12	29,06	27,14	24,47	21,17	17,40	13,35	9,19	5,11	1,31
0,5	27,47	26,12	23,95	21,08	17,64	13,80	9,74	5,65	1,71	-1,90
0,6	23,98	22,34	19,94	16,91	13,39	9,55	5,56	1,61	-2,11	-5,44
0,7	19,54	17,63	15,03	11,88	8,34	4,55	0,71	-3,00	-6,43	-9,40
0,8	14,09	11,90	9,13	5,91	2,39	-1,27	-4,88	-8,29	-11,33	-13,85
0,9	7,53	5,08	2,16	-1,10	-4,54	-8,00	-11,32	-14,33	-16,90	-18,89
1	-0,23	-2,92	-5,97	-9,22	-12,53	-15,73	-18,67	-21,21	-23,23	-24,61
Açı	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8



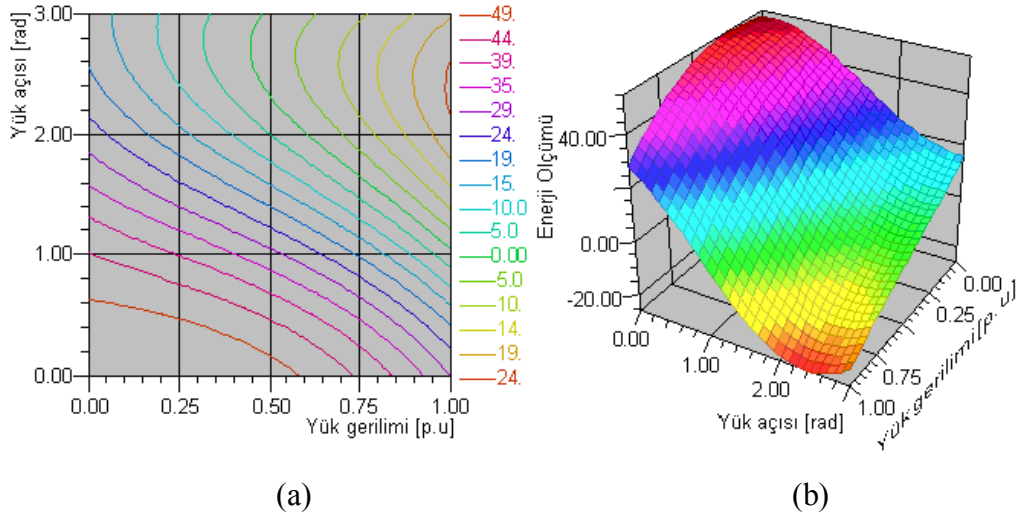
Şekil 4.8. $\delta_2=0.4$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi

- İki boyutlu olarak gösterilim
- Üç boyutlu olarak gösterilim

Şekil 4.8'den ve tablo 4.6'dan $\delta_2=0.4$ durumu için, sistemin depolanmış enerjisinin 40 enerji birimini aştığı ve yük gerilimi 1 p.u ve dört nolu baranın yük açısı 0 rad. ile 0.8 rad. arasındayken, sistemin depolanmış enerji yoğunluğunun pozitif değerler almakta olduğu görülmektedir. Buna göre sistem, $0 < \delta_4 < 0.8$ aralığında kararlı olarak çalışacaktır. Bunu aşan yük değerlerinde sistemin kararsızlığa gideceği grafiklerden açıkça görülmektedir.

Tablo 4.6. $\delta_2=0.4$ durumu için dört nolu baradaki enerji ölçümü

Gerilim	Enerji Ölçümü									
0	43,97	44,16	43,50	42,02	39,82	37,00	33,71	30,10	26,34	22,61
0,1	44,51	44,27	43,12	41,13	38,40	35,08	31,31	27,27	23,16	19,15
0,2	44,55	43,88	42,27	39,80	36,61	32,84	28,67	24,29	19,90	15,70
0,3	43,99	42,90	40,85	37,96	34,35	30,20	25,70	21,06	16,48	12,18
0,4	42,75	41,25	38,79	35,50	31,54	27,08	22,33	17,50	12,82	8,49
0,5	40,75	38,85	36,00	32,36	28,09	23,38	18,46	13,53	8,83	4,57
0,6	37,90	35,60	32,39	28,44	23,92	19,03	14,01	9,06	4,43	0,31
0,7	34,11	31,43	27,88	23,66	18,94	13,94	8,89	4,01	-0,47	-4,36
0,8	29,30	26,24	22,39	17,93	13,07	8,03	3,03	-1,71	-5,96	-9,54
0,9	23,39	19,95	15,82	11,17	6,23	1,20	-3,67	-8,18	-12,11	-15,29
1	16,29	12,49	8,09	3,30	-1,68	-6,62	-11,29	-15,49	-19,02	-21,72
Açı	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8

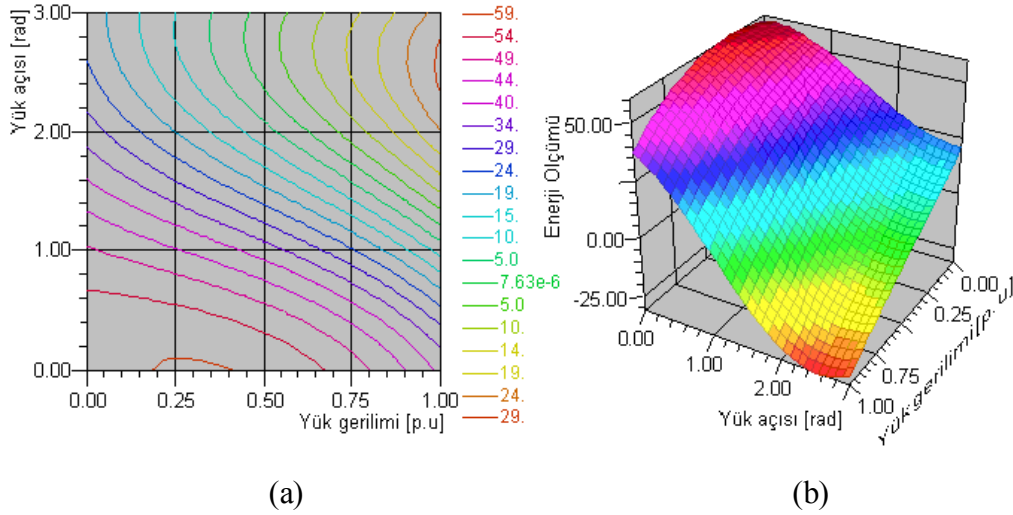


Şekil 4.9. $\delta_2=0.8$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi
 a. İki boyutlu olarak gösterilim
 b. Üç boyutlu olarak gösterilim

Yukarıdaki şekillerden ve tablo 4.7'den $\delta_2=0.8$ durumu için, sistemin depolanan enerjisinin 50 enerji birimini aştığı ve yük gerilimi 1 p.u ve dört nolu baranın yük açısı 0 rad. ile 1.2 rad. arasındayken, sistemin depolanmış enerji yoğunluğunun pozitif değerler almakta olduğu görülmektedir. Buna göre sistem, $0 < \delta_4 < 1.2$ aralığında kararlı olarak çalışacaktır. Bununla birlikte, $\delta_4 > 1.2$ değerleri için sistem kararsızlığa gitmektedir.

Tablo 4.7. $\delta_2=0.8$ durumu için dört nolu baradaki enerji ölçümü

Gerilim					Enerji Ölçümü					
0	52,34	52,53	51,87	50,39	48,19	45,37	42,08	38,48	34,72	30,98
0,1	53,43	53,14	51,91	49,80	46,94	43,46	39,53	35,32	31,03	26,86
0,2	54,01	53,24	51,47	48,78	45,32	41,24	36,74	32,01	27,27	22,74
0,3	54,00	52,76	50,47	47,24	43,23	38,62	33,62	28,45	23,36	18,56
0,4	53,31	51,61	48,82	45,09	40,58	35,51	30,09	24,57	19,20	14,21
0,5	51,85	49,70	46,45	42,25	37,31	31,83	26,07	20,28	14,71	9,62
0,6	49,54	46,95	43,25	38,64	33,30	27,50	21,47	15,48	9,81	4,69
0,7	46,30	43,27	39,16	34,16	28,50	22,42	16,20	10,10	4,41	-0,64
0,8	42,04	38,58	34,08	28,74	22,80	16,52	10,18	4,06	-1,58	-6,48
0,9	36,67	32,79	27,92	22,28	16,12	9,71	3,33	-2,74	-8,23	-12,90
1	30,11	25,82	20,61	14,71	8,38	1,90	-4,44	-10,38	-15,64	-20,00
Açı	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8



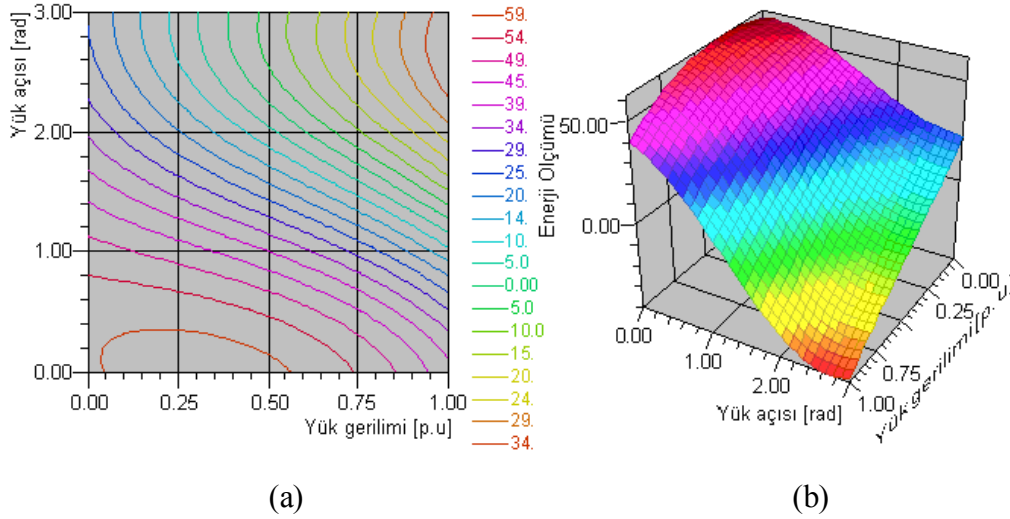
Şekil 4.10. $\delta_2=1.2$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi

- İki boyutlu olarak gösterilim
- Üç boyutlu olarak gösterilim

Yukarıdaki şekillerden ve tablo 4.8'den $\delta_2=1.2$ durumu için, sistemin depolanan enerjisinin 60 enerji birimini aştığı ve yük gerilimi 1 p.u ve dört nolu baranın yük açısı 0 rad. ile 1.4 rad. arasındayken, sistemin depolanmış enerji yoğunluğunun pozitif değerler almakta olduğu görülmektedir. Buna göre sistem, $0 < \delta_4 < 1.4$ aralığında kararlı olarak çalışacaktır. Bununla birlikte, $\delta_4 > 1.4$ değerleri için kararsızlık baş gösterecektir.

Tablo 4.8. $\delta_2=1.2$ durumu için dört nolu baradaki enerji ölçümü

Gerilim					Enerji Ölçümü					
0	57,71	57,91	57,24	55,77	53,57	50,75	47,46	43,85	40,09	36,36
0,1	59,16	58,89	57,64	55,49	52,55	48,96	44,89	40,53	36,07	31,73
0,2	60,10	59,37	57,57	54,78	51,16	46,86	42,08	37,05	31,98	27,10
0,3	60,45	59,27	56,93	53,56	49,30	44,36	38,95	33,33	27,73	22,41
0,4	60,11	58,49	55,65	51,72	46,89	41,37	35,41	29,28	23,23	17,55
0,5	59,01	56,96	53,63	49,19	43,84	37,81	31,38	24,81	18,41	12,45
0,6	57,06	54,59	50,80	45,89	40,07	33,60	26,76	19,85	13,17	7,02
0,7	54,18	51,28	47,07	41,73	35,50	28,65	21,48	14,31	7,44	1,17
0,8	50,27	46,97	42,35	36,62	30,03	22,87	15,45	8,10	1,12	-5,17
0,9	45,26	41,56	36,56	30,48	23,58	16,18	8,59	1,13	-5,87	-12,10
1	39,05	34,97	29,61	23,22	16,08	8,50	0,80	-6,68	-13,61	-19,70
Açı	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8



Şekil 4.11. $\delta_2=1.6$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi

- İki boyutlu olarak gösterilim
- Üç boyutlu olarak gösterilim

Yukarıdaki şekillerden ve tablo 4.9'dan $\delta_2=1.6$ durumu için, sistemin depolanan enerjisinin 60 enerji birimini aştığı ve yük gerilimi 1 p.u ve dört nolu baranın yük açısı 0 rad. ile 1.4 rad. arasındayken, sistemin depolanmış enerji yoğunluğunun pozitif değerler almakta olduğu görülmektedir. Buna göre sistem, $0 < \delta_4 < 1.4$ aralığında kararlı olarak çalışacaktır. Bununla birlikte, $\delta_4 > 1.4$ değerleri için sistem kararsızlığa gitmektedir.

Tablo 4.9. $\delta_2=1.6$ durumu için dört nolu baradaki enerji ölçümü

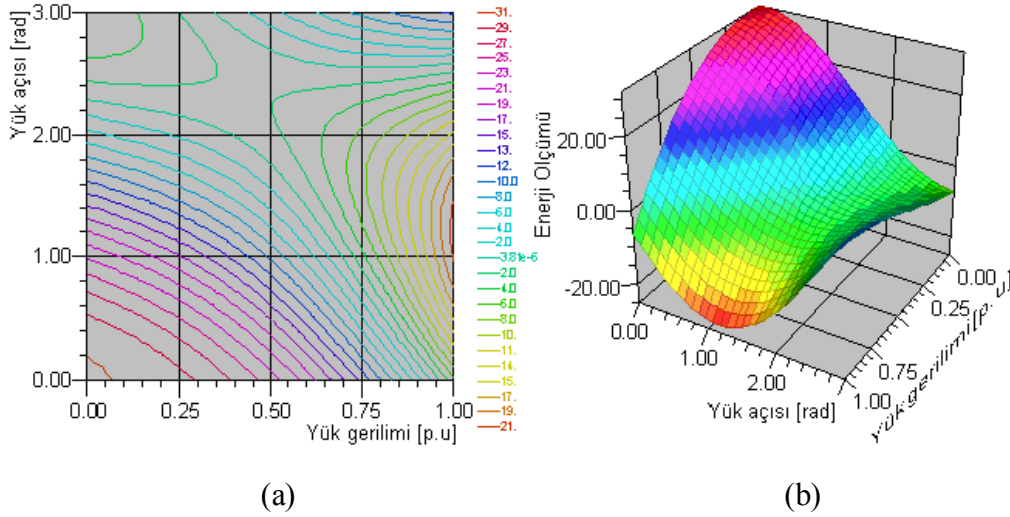
Gerilim	Enerji Ölçümü									
0	59,24	59,44	58,77	57,30	55,10	52,28	48,99	45,38	41,62	37,89
0,1	60,81	60,62	59,43	57,30	54,34	50,70	46,55	42,08	37,48	32,98
0,2	61,86	61,30	59,60	56,86	53,20	48,81	43,87	38,61	33,27	28,09
0,3	62,32	61,40	59,22	55,90	51,60	46,51	40,87	34,91	28,91	23,12
0,4	62,09	60,82	58,19	54,34	49,45	43,74	37,45	30,88	24,29	17,99
0,5	61,11	59,49	56,43	52,09	46,66	40,39	33,55	26,43	19,35	12,62
0,6	59,27	57,31	53,85	49,06	43,15	36,39	29,06	21,49	14,00	6,92
0,7	56,50	54,21	50,37	45,17	38,83	31,64	23,91	15,96	8,15	0,80
0,8	52,71	50,09	45,91	40,33	33,62	26,07	18,00	9,77	1,71	-5,81
0,9	47,81	44,88	40,37	34,46	27,44	19,59	11,27	2,82	-5,40	-13,02
1	41,72	38,49	33,67	27,48	20,19	12,12	3,61	-4,97	-13,26	-20,89
Açı	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8

4.3.3. Analiz 2: Dört nolu baradaki yük sabitken üç nolu baradaki değişimler karşısında sistemin kararlılığı

Ek A'da verilen (A.3) denkleminde tüm sabitleri ve dört nolu baradaki yüklerin sabit başlangıç değerleri yerine konulduğunda V_3 ve δ_3 'e bağlı olarak çıkan denklem aşağıdaki gibi elde edilir:

$$9.943 + 7.954 V_3 + 2\delta_3 - 15.574 V_3^3 - 26.558 \sin(\delta_3)V_3 - 6.717 \cos(\delta_3)V_3 \dots \\ - 23.199 \cos(\delta_3)V_3^2 + 22.086 \cos(\delta_3) \quad (4.74)$$

Bu analizde dört nolu baradaki yükte herhangi bir değişiklik olmadığı yani sabit bir yük bulunduğu kabul edilerek üç nolu baradaki değişimler karşısında sistemin kararlılığı incelenecektir. Üç nolu baradaki yük değişimi incelenirken bir nolu baranın referans seçilmesinden dolayı burada herhangi bir işlem yapılmazken diğer generatör barası olan iki nolu baradaki generatör açısı sıfırdan başlanarak 0.4 artımla 1.6 değerine kadar değiştirilip sistemin kararlılığı incelenecektir. Elde edilen grafikler ve bunların yorumları aşağıda verilmiştir.

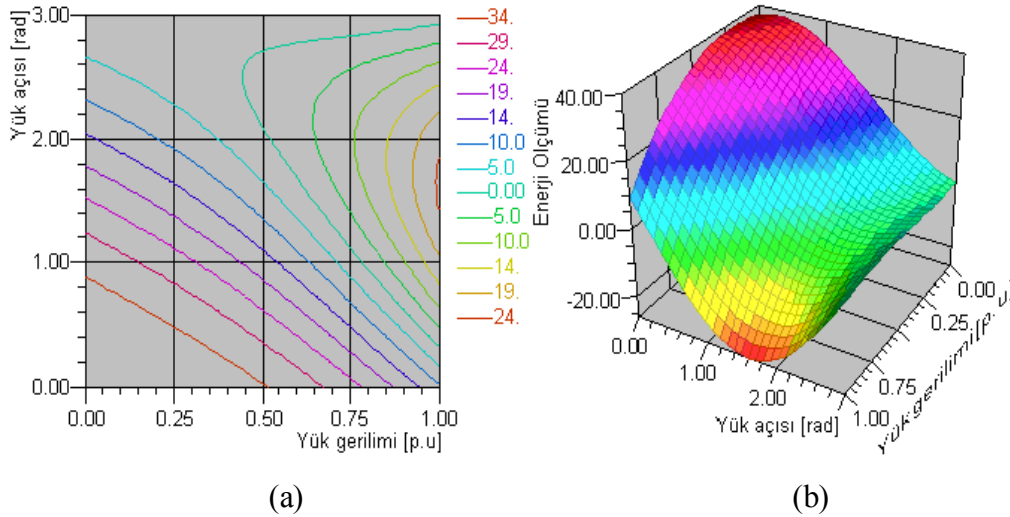


Şekil 4.12. $\delta_2=0$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi
a. İki boyutlu olarak gösterilim
b. Üç boyutlu olarak gösterilim

Yukarıdaki şekillerden ve tablo 4.10'dan $\delta_2=0$ durumu için, sistemin depolanan enerjisinin 30 enerji birimini aştığı ve yük gerilimi 0.9 p.u ile 1 p.u arasındayken, sistemin depolanmış enerji yoğunluğunun negatif değerler almakta olduğu görülmektedir. Bu nedenle sistemin $\delta_2=0$ radyanlık generatör açısı altında çalışması mümkün değildir.

Tablo 4.10. $\delta_2=0$ durumu için üç nolu baradaki enerji ölçümü

Gerilim					Enerji Ölçümü					
0	32,03	31,99	31,09	29,37	26,93	23,88	20,35	16,50	12,50	8,53
0,1	31,91	31,36	30,00	27,91	25,18	21,93	18,32	14,51	10,65	6,92
0,2	31,22	30,17	28,39	25,96	23,00	19,65	16,04	12,34	8,72	5,34
0,3	29,89	28,35	26,17	23,45	20,32	16,92	13,40	9,91	6,62	3,66
0,4	27,82	25,79	23,24	20,28	17,04	13,67	10,31	7,13	4,25	1,82
0,5	24,90	22,41	19,51	16,35	13,06	9,79	6,68	3,89	1,52	-0,29
0,6	21,06	18,10	14,89	11,56	8,28	5,19	2,42	0,10	-1,66	-2,77
0,7	16,19	12,77	9,27	5,84	2,63	-0,22	-2,58	-4,33	-5,39	-5,70
0,8	10,20	6,34	2,58	-0,92	-4,01	-6,54	-8,39	-9,49	-9,76	-9,18
0,9	3,00	-1,30	-5,29	-8,82	-11,71	-13,85	-15,13	-15,47	-14,86	-13,30
1	-5,51	-10,23	-14,43	-17,93	-20,58	-22,25	-22,87	-22,38	-20,79	-18,16
Açı	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8

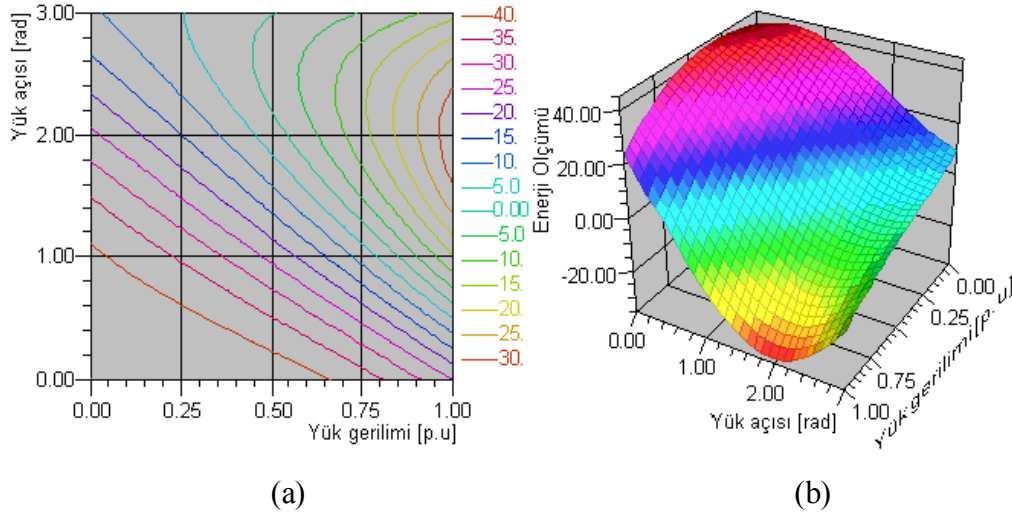


Şekil 4.13. $\delta_2=0.4$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi
a. İki boyutlu olarak gösterilim
b. Üç boyutlu olarak gösterilim

Yukarıdaki şekillerden ve tablo 4.11'den $\delta_2=0.4$ durumu için, sistemin depolanan enerjisinin 35 enerji birimini aştığı ve yük gerilimi 1 p.u ve üç nolu baranın yük açısı 0 rad. ile 0.4 rad. arasındayken, sistemin depolanmış enerji yoğunluğunun pozitif değerler almakta olduğu görülmektedir. Buna göre sistem, $0 < \delta_3 < 0.4$ aralığında kararlı olarak çalışacaktır. Bununla birlikte, $\delta_3 > 0.4$ değerleri için sistem kararsızlığa gitmektedir.

Tablo 4.11. $\delta_2=0.4$ durumu için üç nolu baradaki enerji ölçümü

Gerilim					Enerji Ölçümü					
0	37,27	38,23	38,33	37,57	36,01	33,72	30,81	27,42	23,69	19,79
0,1	38,17	38,42	37,82	36,41	34,27	31,49	28,20	24,55	20,70	16,82
0,2	38,53	38,06	36,77	34,74	32,05	28,83	25,23	21,40	17,52	13,75
0,3	38,26	37,06	35,09	32,45	29,26	25,66	21,82	17,89	14,06	10,50
0,4	37,27	35,33	32,68	29,46	25,81	21,89	17,87	13,93	10,24	6,97
0,5	35,46	32,76	29,45	25,67	21,60	17,41	13,29	9,41	5,95	3,06
0,6	32,75	29,28	25,30	20,99	16,54	12,14	7,99	4,25	1,10	-1,31
0,7	29,02	24,77	20,14	15,33	10,54	5,99	1,86	-1,65	-4,40	-6,25
0,8	24,20	19,16	13,88	8,59	3,50	-1,15	-5,17	-8,38	-10,64	-11,84
0,9	18,19	12,35	6,43	0,67	-4,66	-9,36	-13,21	-16,03	-17,72	-18,17
1	10,90	4,24	-2,32	-8,51	-14,06	-18,74	-22,34	-24,71	-25,73	-25,35
Açı	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8



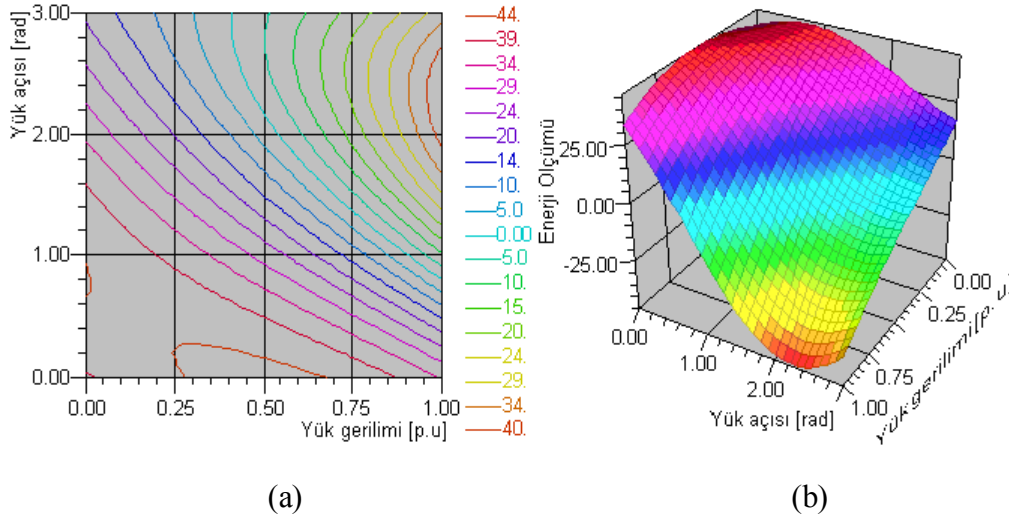
Şekil 4.14. $\delta_2=0.8$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi

- Üç boyutlu olarak gösterilim
- İki boyutlu olarak gösterilim

Yukarıdaki şekillerden ve tablo 4.12'den $\delta_2=0.8$ durumu için, sistemin depolanan enerjisinin 40 enerji birimini aştığı ve yük gerilimi 1 p.u ve üç nolu baranın yük açısı 0 rad. ile 0.8 rad. arasındayken, sistemin depolanmış enerji yoğunluğunun pozitif değerler almakta olduğu görülmektedir. Buna göre sistem, $0 < \delta_3 < 0.8$ aralığında kararlı olarak çalışacaktır. Bununla birlikte, $\delta_3 > 0.8$ değerleri için sistem kararsızlığa gitmektedir.

Tablo 4.12. $\delta_2=0.8$ durumu için üç nolu baradaki enerji ölçümü

Gerilim					Enerji Ölçümü					
0	39,86	41,70	42,75	43,00	42,43	41,10	39,08	36,45	33,34	29,90
0,1	41,64	42,68	42,89	42,28	40,89	38,79	36,09	32,90	29,37	25,66
0,2	42,95	43,15	42,50	41,04	38,85	36,02	32,69	29,01	25,13	21,23
0,3	43,68	43,02	41,50	39,20	36,22	32,70	28,79	24,67	20,52	16,51
0,4	43,75	42,20	39,79	36,65	32,90	28,73	24,30	19,81	15,45	11,42
0,5	43,06	40,59	37,28	33,30	28,81	24,01	19,11	14,31	9,83	5,86
0,6	41,52	38,09	33,88	29,06	23,85	18,46	13,14	8,10	3,56	-0,27
0,7	39,04	34,63	29,49	23,84	17,92	11,99	6,29	1,07	-3,45	-7,06
0,8	35,52	30,09	24,01	17,54	10,93	4,49	-1,53	-6,87	-11,29	-14,61
0,9	30,86	24,40	17,37	10,06	2,80	-4,13	-10,41	-15,80	-20,06	-22,99
1	24,99	17,45	9,45	1,32	-6,58	-13,95	-20,46	-25,83	-29,85	-32,32
Açı	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8



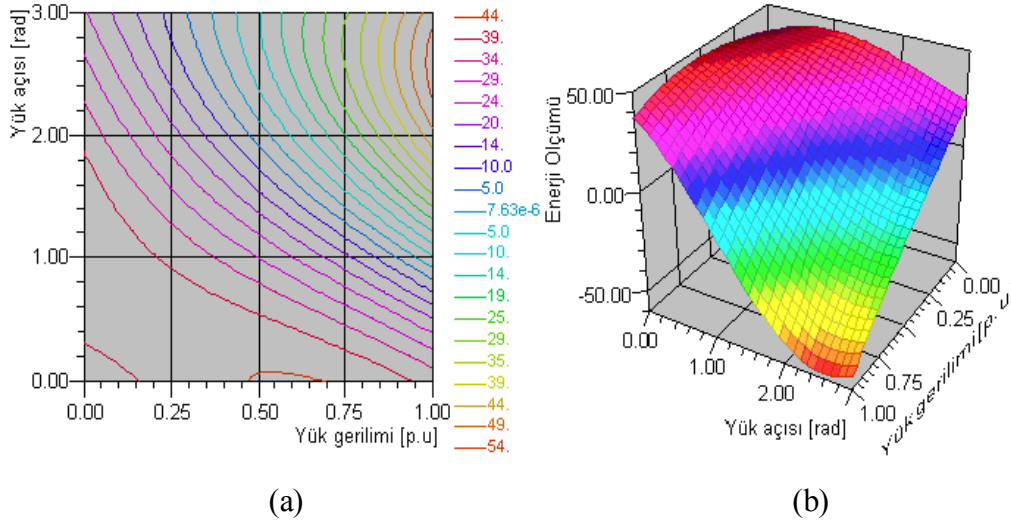
Şekil 4.15. $\delta_2=1.2$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi

- İki boyutlu olarak gösterilim
- Üç boyutlu olarak gösterilim

Yukarıdaki şekillerden ve tablo 4.13'ten $\delta_2=1.2$ durumu için, sistemin depolanan enerjisinin 45 enerji birimini aştığı ve yük gerilimi 1 p.u ve üç nolu baranın yük açısı 0 rad. ile 1 rad. arasındayken, sistemin depolanmış enerji yoğunluğunun pozitif değerler almakta olduğu görülmektedir. Buna göre sistem, $0 < \delta_3 < 1$ aralığında kararlı olarak çalışacaktır. Bununla birlikte, $\delta_3 > 1$ değerleri için sistem kararsızlığa gitmektedir.

Tablo 4.13. $\delta_2=1.2$ durumu için üç nolu baradaki enerji ölçümü

Gerilim					Enerji Ölçümü					
0	39,39	41,85	43,67	44,79	45,19	44,86	43,83	42,16	39,93	37,25
0,1	41,77	43,46	44,40	44,58	44,00	42,70	40,76	38,25	35,31	32,06
0,2	43,77	44,64	44,67	43,89	42,33	40,09	37,25	33,96	30,35	26,59
0,3	45,28	45,29	44,39	42,63	40,10	36,92	33,22	29,18	24,97	20,77
0,4	46,22	45,32	43,45	40,71	37,20	33,10	28,58	23,83	19,06	14,49
0,5	46,48	44,64	41,78	38,02	33,55	28,54	23,22	17,81	12,55	7,66
0,6	45,99	43,16	39,27	34,49	29,04	23,15	17,06	11,03	5,33	0,19
0,7	44,64	40,78	35,83	30,02	23,59	16,82	10,00	3,40	-2,69	-8,02
0,8	42,35	37,40	31,37	24,51	17,11	9,48	1,94	-5,19	-11,61	-17,05
0,9	39,01	32,94	25,79	17,87	9,49	1,02	-7,19	-14,81	-21,51	-27,00
1	34,53	27,30	19,01	10,00	0,65	-8,64	-17,51	-25,57	-32,49	-37,97
Açı	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8



Şekil 4.16. $\delta_2=1.6$ durumunda sistemin depolanmış enerjisinin gösterilimi

- İki boyutlu olarak gösterilim
- Üç boyutlu olarak gösterilim

Yukarıdaki şekillerden ve tablo 4.14'ten $\delta_2=1.6$ durumu için, sistemin depolanan enerjisinin 45 enerji birimini aştığı ve yük gerilimi 1 p.u ve üç nolu baranın yük açısı 0 rad. ile 1 rad. arasındayken, sistemin depolanmış enerji yoğunluğunun pozitif değerler almakta olduğu görülmektedir. Buna göre sistem, $0 < \delta_3 < 1$ aralığında kararlı olarak çalışacaktır. Bununla birlikte, $\delta_3 > 1$ değerleri için sistem kararsızlığa gitmektedir.

Tablo 4.14. $\delta_2=1.6$ durumu için üç nolu baradaki enerji ölçümü

Gerilim					Enerji Ölçümü					
0	35,93	38,66	40,93	42,68	43,84	44,39	44,32	43,65	42,42	40,70
0,1	38,54	40,64	42,12	42,95	43,11	42,60	41,46	39,75	37,56	35,00
0,2	40,86	42,28	42,94	42,82	41,95	40,38	38,18	35,47	32,36	28,99
0,3	42,81	43,50	43,29	42,20	40,29	37,65	34,41	30,70	26,70	22,58
0,4	44,29	44,20	43,08	40,99	38,02	34,32	30,04	25,37	20,51	15,67
0,5	45,20	44,29	42,22	39,10	35,06	30,28	24,97	19,36	13,68	8,18
0,6	45,46	43,67	40,62	36,43	31,31	25,45	19,13	12,59	6,12	0,00
0,7	44,96	42,25	38,17	32,90	26,67	19,74	12,40	4,97	-2,25	-8,96
0,8	43,62	39,93	34,79	28,41	21,05	13,04	4,71	-3,60	-11,54	-18,78
0,9	41,34	36,63	30,38	22,86	14,37	5,27	-4,05	-13,22	-21,84	-29,56
1	38,03	32,25	24,86	16,16	6,52	-3,66	-13,97	-23,96	-33,24	-41,41
Açı	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8

BÖLÜM 5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bir enerji sistemi için en önemli kavram genellikle kararlılıktır. Son yıllarda, dünyanın çeşitli yerlerinde meydana gelen enerji sistem çökmelerinden dolayı, gerilim kararlılığı elektrik güç sistemlerinde temel bir konu haline gelmiştir. Bu çalışmada, dinamik bir sisteme ilişkin diferansiyel denklemin çözümünü elde etmeksizin denklemin biçiminden dinamik sistemin kararlı olup olmadığının belirlenmesini sağladığından Lyapunov'un ikinci metodu kullanılmıştır. Lyapunov, sistemin içinde biriktirilen enerji ile sistemin dinamiği arasında bağıntı kuracak bir fonksiyon tanımlamıştır. Bu fonksiyon enerji kavramı göz önüne alınarak verilmiştir.

Tek makine sonsuz bara sisteminin enerji gösterilimi bir enerji fonksiyonu olarak ifade edilmiştir. Bu analizde sistem frekansının 1 pu olduğu kabul edilerek generatör rotor açısı 0.8 rad. ve 1.6 rad. iken sistem yükünün değişiminin etkileri incelenmiştir.

$\delta_m=0.8$ rad. durumunda yük yavaşça değiştiğinden sistemin enerji seviyesinde bir artış meydana gelir. Bu çalışmada elde edilen maksimum enerji seviyesi 7 (enerji ölçümü) civarındadır. Bununla birlikte, eğer yük yüksek gerilimde kullanılsaydı (örneğin $V=1$ pu) o zaman sistemin kararlılığını koruyabilmesi için sistemin mümkün olan maksimum enerjiye sahip olmasına imkan veren yük açısı $\delta=1.2$ radyan olacaktı. Bu noktada okunan enerji 5.918 (enerji ölçümü) 'dir (Bkz. Tablo 4.1).

Güç üretim seviyesi $\delta_m=1.6$ rad.'a yükseldiği durumda, yük yavaşça değiştiğinden, enerji seviyesi de aynı şekilde artar. $\delta=1.2$ rad. ve $V=1$ pu noktasında elde edilmesi mümkün olan maksimum enerji 3.060 (enerji ölçümü) 'tır (Bkz. Tablo 4.2). Generatör rotor açısı $\delta_m=0.8$ rad. durumu ile karşılaştırdığımızda depolanan enerji 5.918 den 3.060 (enerji ölçümü) 'a düşer. Böylece, sonuç olarak, üretim seviyesi düşerken (örneğin, çalışma noktası değişirken) depolanan enerji seviyesi, sistem

yükündeki küçük değişimlerin bir sonucu olarak düşer ve sistem hassasiyetini kararsızlığa zorlar.

Bu çalışma, farklı seviyelerdeki sistem çalışmasının gösterimi ve yük gerilimlerine karşılık gelen depolanmış enerji seviyelerinde elde edilen kritik yük açıları ile tek makine sonsuz bara sisteminin kararlılık tavrını açıkça gösterebilecek daha gerçekçi bir enerji fonksiyonu elde edilebileceğini göstermektedir. Böylece bu da sistemdeki enerji dalgalanmalarının, sistemin kararlılığı üzerindeki etkisini çok iyi bir şekilde gösterebilmektedir. Neticede, yük açısı ve yük geriliminin en uygun aralığı, yük açıları ve yük gerilimlerine bağlı sistem için kararlılık aralığını grafiklendiren bu enerji dalgalanmalarıyla belirlenebilir.

İndirgenmiş tek makine sonsuz bara sisteminin enerji gösterilimi, tek makine sonsuz bara sisteminde olduğu gibi bir enerji fonksiyonu olarak ifade edilmiştir. Bu analizinde, güç sisteminin tüm enerjisi üzerinde durum denklemlerinde bulunan yük açısı denkleminin indirgenmesinin ne çeşit etkilere sahip olabileceği incelenmiştir.

$\delta_m=0.8$ rad. durumunda enerji yoğunluğu $0 \leq V \leq 0.3$ ve $0 \leq \delta \leq 0.6$ arasındadır. Bu noktalar etrafında enerji kuvveti 2'yi aşmaktadır. Sistem yüksek gerilim ve büyük yük açısı değerlerinde kararlı çalışmamaktadır. Sistemin çok küçük yük açılarında çalışabildiği görülmektedir.

$\delta_m=1.6$ rad. durumunda enerji yoğunluğu $0.7 < V \leq 1$ ve $0 \leq \delta \leq 0.2$ arasındadır. Bu noktalar etrafında enerji kuvveti 3'ü aşmaktadır. Sistem yüksek gerilim ve büyük yük açısı değerlerinde kararlı çalışmadığı gibi enerji yoğunluğu $\delta_m=0.8$ rad için ölçülen değerlerden negatif daha büyük değerlere yani çok daha küçük değerlere gitmektedir. Dört baralı sistemin analizinde iki ayrı yük barasındaki (üç ve dört nolu baralar) yüklerde bozucu etki incelenmiştir. Analiz 1'de dört nolu yük barasındaki bozucu etki incelenirken üç nolu yük barasındaki yük sabit, üç nolu yük barasındaki yük incelenirken dört nolu yük barasındaki yük sabit kabul edilmiştir. Burada sistem frekansı w_1 ve w_2 1 p.u olarak kabul edilmiş ve generatör rotor açısı δ_2 'nin değeri sıfırdan başlanarak 0.4 artımla 1.6 değerine kadar değiştirilip sistemin kararlılığı incelenmiştir.

Dört baralı sistem için yapılan her iki analiz sırasında $\delta_2=0$ rad. durumunda yük gerilimi 0.9 p.u değerinden sonra sistemin depolanan enerjisi sıfır ve sıfırın altına düşmektedir. Bu sistemin $\delta_2=0$ rad.'lık generatör açısı altında enerjisi 30 enerji birimini aşıyorsa da gerçekte sistemin bu değerlerde düzgün çalışması mümkün olmayacağından kararlı çalışması mümkün değildir. Bu nedenle sistemin bu generatör açısı altında çalışmasına kararsızdır denir.

$\delta_2=0.4$ rad. değerinde iken üç nolu baradaki yük sabitken dört nolu baradaki bozucu etkinin incelenmesinde sistemin depolanan enerjisinin $V=1$ p.u iken $0<\delta_4<0.8$ ve dört nolu baradaki yük sabitken üç nolu baradaki bozucu etkinin incelenmesinde $0<\delta_4<0.4$ gibi küçük bir yük değeri altında sistem kararlı olarak çalışabilmektedir. Bunu aşan yük değerlerinde sistemin kararsızlığa gideceği tablo 4.6 ve tablo 4.11'den açıkça görülmektedir.

$\delta_2=0.8$ rad. değerinde iken üç nolu baradaki yük sabitken dört nolu baradaki bozucu etkinin incelenmesinde sistemin depolanan enerjisinin $V=1$ p.u iken $0<\delta_4<1.2$ ve dört nolu baradaki yük sabitken üç nolu baradaki bozucu etkinin incelenmesinde $0<\delta_4<0.8$ gibi yük değeri altında sistem kararlı olarak çalışabilmektedir. Bunu aşan yük değerlerinde sistemin kararsızlığa gideceği tablo 4.7 ve tablo 4.12'den açıkça görülmektedir.

$\delta_2=1.2$ rad. değerinde iken üç nolu baradaki yük sabitken dört nolu baradaki bozucu etkinin incelenmesinde sistemin depolanan enerjisinin $V=1$ p.u iken $0<\delta_4<1.4$ ve dört nolu baradaki yük sabitken üç nolu baradaki bozucu etkinin incelenmesinde $0<\delta_4<1$ gibi yük değeri altında sistem kararlı olarak çalışabilmektedir. Bunu aşan yük değerlerinde sistemin kararsızlığa gideceği tablo 4.8 ve tablo 4.13'ten açıkça görülmektedir. Buradan bu generatör açısının sistem için tercih edilebilir bir seviye oluşturduğu görülmektedir.

$\delta_2=1.6$ rad. bu çalışmanın son analizi olup sistemin depolanan enerjisi açısından en iyi sonuçların elde edildiği analizdir. Bu analizde üç nolu baradaki yük sabitken dört

nolu baradaki bozucu etkinin incelenmesinde sistemin depolanan enerjisinin $V=1p.u$ iken $0<\delta_4<1.4$ ve dört nolu baradaki yük sabitken üç nolu baradaki bozucu etkinin incelenmesinde $0<\delta_4<1$ gibi yük değeri altında sistem kararlı olarak çalışabilmektedir. Bunu aşan yük değerlerinde sistemin kararsızlığa gideceği tablo 4.9 ve tablo 4.14'ten açıkça görülmektedir. Buradan bu generatör açısının sistem için daha tercih edilebilir bir seviye oluşturduğu görülmektedir.

Sonuç olarak sistem $\delta_2=0$ değeri haricinde diğer generatör açısı değerlerinde her iki analiz içinde kararlı olarak çalışabilmektedir. $\delta_2=0$ değerinde kararlı çalışması mümkün değildir. Analizlerde sistem, generatör açısı $\delta_2=0.4$ ve $\delta_2=0.8$ rad. değerlerinde düşük yüklerde kararlı çalışabilmektedir fakat büyük yükler karşısında kararsızlığa doğru gitmektedir. Bu nedenle sistem büyük yükler altında çalışacak ise generatör açısı $\delta_2=1.2$ ve $\delta_2=1.6$ rad. olarak seçilmelidir. Çünkü bu açılarda her iki analizden de görüldüğü gibi depolanan enerji değeri daha büyük yük açılımlarına karşı sistemin kararlı çalışmasına olanak vermektedir.

Bölüm 4'te elde edilen benzetim sonuçlarından üç nolu barada bulunan yük dört nolu baradaki yüke karşı kararsızlığa daha yakındır sonucuna varılabilir. Çünkü üç nolu barada δ_2 'nin tüm değerlerinde sistem enerjisi dört nolu baradan daha az seviyelerde olmuştur. Bu da üç nolu barada bulunan yükün bozucu etkilere karşı daha hassas olduğunu göstermektedir.

Bu çalışma, farklı seviyelerdeki sistem çalışmasının gösterilimi ve yük gerilimlerine karşılık gelen depolanmış enerji seviyelerinde elde edilen kritik yük açıları ile tek makine sonsuz bara, indirgenmiş tek makine sonsuz bara ve dört baralı sistemlerin kararlılık tavrını açıkça gösterebilecek daha gerçekçi bir enerji fonksiyonu elde edilebileceğini göstermektedir.

Çok makineli güç sistemleri ve daha büyük güç sistemleri için Lyapunov'un ikinci metodu kullanılarak enerji fonksiyonları yardımıyla gerilim kararlılığı incelemesi, ayrıca, dört baralı sistemde üç nolu yük barasındaki yükün değerini tam yüklü, yarım yüklü ve yüksüz olarak kabul ederek dört nolu baradaki bozucu etkinin incelenmesi ve aynı şekilde dört nolu yük barasındaki yükün değerini tam yüklü, yarım yüklü ve

yüksüz olarak kabul ederek üç nolu baradaki bozucu etkinin incelenmesi yapılabilir. Son olarak ele alınan tüm sistemlerin, kararsızlık yapılarındaki çatallaşma analizleri yapılarak çatallaşma noktaları irdelenebilir.

KAYNAKLAR

- [1] TAYLOR, C. W., Power system voltage stability, Mc Graw-Hill Inc, New York, 1994; pp. 17-40.
- [2] HARMAND, Y., Analysis of a voltage collapse-incident and proposal for a time based hiterarchical containment scheme, 26 August-1 September 1990, CIGRE Session, 38/39-02.
- [3] JOHANSSON, S., SJOGREN, F., Voltage collapse in power systems: The influence of generator current limiters on load tap changers and load dynamics, Chalmers University of Technology, Göteborg Sweden, 1995, ISBN:91-7197-119-X.
- [4] WALVE, K., Modelling of power system compenents at severe disturbance, 1986, CIGRE SC38-18.
- [5] VAN DEN DAMME, R., The incident of august 4th 1982 of the Belgian electricity system, Intercom, September 12 , 1983.
- [6] EL-SADEK, M.Z., Preventive measures for voltage collapses and voltage failures in the Egyptian power system. Electric Power Systems Research 1998; 44:203–211
- [7] VARGAS L. S., CAÑIZARES C. A., Time dependence of controls to avoid voltage collapse. IEEE Trans. Power Systems. July 2000; paper no. PE-006PRS.
- [8] Interim Report: Causes of the august 14th blackout in The United States and Canada, Tech. Rep., November 2003.
- [9] US-Canada Power Systems Outage Task Force, First Report on The August 14 2003, Blackout in The United States and Canada: Causes and Recommendations, April 2004.
- [10] Report on The Events of September 28th, 2003 Culminating in The Seperation of The Italian Power Systems From The Other UCTE Networks, Tech. Rep., April 2004, Available at, <http://www.autorita.energia.it/docs/04/061-04all.pdf>

- [11] The Black-Out in Southern Sweden and Eastern Denmark, 23 September 2003, Tech. Rep., October, 2003.
- [12] <http://www.pserc.wisc.edu/Resources.aspx>, 11 Ekim, 2010.
- [13] AYGEN, Z. E., Elektrik enerji sistemlerinde genetik algoritma kullanarak optimizasyona yeni bir yaklaşım. Doktora Tezi, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2002.
- [14] WEEDY B. M., Electric power systems. Third edition revised, John Willey & Sons, 1987.
- [15] YALÇIN, M. A., Enerji sistemlerinde gerilim kararlılığının yeni bir yaklaşımla incelenmesi. Doktora Tezi, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 1995.
- [16] KUNDUR, P., Power system stability and control. Mc Graw-Hill Inc, Toronto, 1994.
- [17] STEINMETZ, C. P., Power control and stability of electric generating stations. AIEE Transactions. Vol. XXXIX, Part II, , July 1920, pp. 1215-1287.
- [18] AIEE Subcommittee on Interconnections and Stability Factors. First Report of Power System Stability. AIEE Transactions, 1926, pp. 51-80.
- [19] VAN CUTSEM, T., VOURNAS C., Voltage stability of electric power systems. Norwell, MA:Kluwer, 1998.
- [20] IEEE Working Group on Voltage Stability, Voltage Stability of Power System: Concepts, Analytical Tools, and Industry Experience, IEEE Special Publication 90TH0358-PWR, 1990.
- [21] VAN CUTSEM, T., Voltage Instability: Phenomenon, Countermeasures and Analysis Methods. Proc. IEEE, vol. 88, 2000, pp. 208-227.
- [22] HILL, D. J., Nonlinear dynamic load models with recovery for voltage stability studies. IEEE Trans. Power Systems, vol. 8, February, 1993, pp. 166-176.
- [23] CIGRE Task Force 38-02-12, Criteria and Countermeasures for Voltage Collapse, CIGRE Publication, April 1994.
- [24] CIGRE Task Force 38-02-10, Modelling of Voltage Collapse Including Dynamic Phenomena, Summary in Electra, No.147, April 1993.
- [25] IEEE/CIGRE Joint Task Force on Stability Terms and Definitions. Definition and Classification of Power System Stability. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 19, No. 2, May 2004, pp.1387-1401.

- [26] GONG, Y., Development of an improved on – line voltage stability index using synchronized phasor measurement, Ph.D. thesis, Mississippi State University, Electrical Engineering in the department of Electrical and Computer Engineering, 2005.
- [27] VAN CUTSEM, T., MAILHOT, R., Validation of a fast voltage stability analysis method on The hydro-quebec system, IEEE Trans. Power Systems, vol. 12, February, 1997, pp. 282-292.
- [28] AINSWORTH, J. D., GABRILOVIC, A., THANAWALA, H. L., Static and synchronous compensators for HVDC transmission convertors connected to weak AC systems, 28th Session, CIGRE, 1980, pp. 31-01.
- [29] CIGRE Working Group 14.05 Report, Guide for Planning DC Links Terminating at AC Systems Locations Having Low Short Circuit Capacities Part I: AC/DC Interaction Phenomena, CIGRE Guide No: 95, 1992.
- [30] CIGRE Working Group 14.05 Report, Interaction Between HVDC Convertors and Nearby Synchronous Machines, CIGRE Brochure 119, October, 1997.
- [31] KUNDUR, P., PASERBA J., AJJARAPU V., ANDERSON G., BOSE A., CANIZARES C., HATZIARGYRIOU N., HILL D., STANKOVIC A., TAYLOR C., CUTSEM T.V., VITTAL V., Definition and classification of power system stability, IEEE Transaction of Power System, vol. 19, No 2, 2003, pp. 1387-1401
- [32] HOCAOĞLU, A. T., Liapunov fonksiyonları yardımı ile gerilim kararlılığı analizi. Yüksek Lisans Tezi, GYTE Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü, Gebze, 1997.
- [33] ÖZTÜRK, A., Güç sistemi gerilim kararlılığının genetik algoritma ile incelenmesi. Doktora Tezi, Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Sakarya, 2006.
- [34] DİRİK, H., STATCOM ve SSSC denetleyicilerinin güç sistemi gerilim kararlılığı üzerine etkisinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Samsun, 2006.
- [35] SHINNERS, S. M., Modern control system theory and design, John Wiley & Sons Inc., New York, 1998, pp. 340-362.
- [36] GACHTER, S., Decentralized PID control for zero-bias active magnetic bearings, Koyo Seiko Co., Ltd. Mechatronic Systems Research Department, Research and Development Center Toichi-cho 333 Kashihara-shi Nara-ken , Japan, 2003.

- [37] SARIOĞLU, M. K., Otomatik kontrol II, Sistem Yayıncılık, Ağustos 1996.
- [38] OGATA, K., Modern control engineering, Prentice-Hall, Inc., 1990, pp. 722-734.
- [39] LIAPOUNOFF, A. M., Probleme general de la stabilitate du mouvement, Edwards Brothers, Inc., French Translation of Russian Edition, Michigan, 1947.
- [40] SLOTINE, J. J. E., LI, W., Applied nonlinear control, Prentice-Hall, Inc., 1991, pp. 57-97.
- [41] DOBSON, I., CHIANG, H. D., THORP, J. S., FEKIH-AHMED, L., A model of voltage collapse in electric power systems, IEEE Proceedings of the 27th Conference on Decision and Control, Austin, Texas, December, 1988; pp. 2104–2109.
- [42] CHIANG, H. D., DOBSON, I., THOMAS, R. J., THORP, J. S., FEKIH-AHMED, L., On voltage collapse in Electric Power Systems, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 5, No. 2, May 1990, pp. 601–611.
- [43] HILL, D. J., MAREELS, I. M. Y., Stability theory for differential/algebraic systems with applications to power systems, IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. 37, Nov. 1990, pp. 1416–1423.
- [44] VENKATASUBRAMANIAN, V., SCHATTLER, H., ZABORSZKY, J., On the dynamics of differential-algebraic systems such as the balanced large electric power system, In Systems and Control Theory for Power Systems, Chow, J. H., Kokotovic, P. V., Thomas, R. J., (ed); New York:Springer, 1995.
- [45] TAKENS, F., Constrained equations: A study of implicit differential equations and their discontinuous solutions, In Structural Stability, The Theory of Catastrophes and Applications in the Sciences, Hilton, P., (ed); New York: Springer, 1976; pp. 143-234.
- [46] VITACCO, W. R., MICHEL, A. N., Qualitative analysis of interconnected dynamical systems with algebraic loops: Well-posedness and stability, IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. CAS-24, Nov. 1977, pp. 625-637.
- [47] PRAPROST, K. L., LOPARO, K. A., A stability theory for constrained dynamical systems with applications to electric power systems, IEEE Trans. On Automatic Control, vol. 41, Nov. 1996, pp. 1605–1617.
- [48] ABED, E. H., ALEXANDER, J. C., WANG, H., HAMDAN, A. M. A., LEE, H-C., Dynamic bifurcations in a power system model exhibiting voltage collapse, Technical Research Report, University of Maryland, 1992.

EKLER

Ek A

Tek makine ve sonsuz bara sisteminde, $f(w, \delta_m, \delta, V)$, $g(w, \delta_m, \delta, V)$ ve $h(w, \delta_m, \delta, V)$ (4.23) denkleminde yerine konulursa, güç sisteminin enerji fonksiyonu aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned} v(w, \delta_m, \delta, V) = & -\frac{1}{2}Mw^2 - P_m \delta_m - E_m Y_m \cos(\delta - \delta_m - \theta_m)V - E_m^2 Y_m \sin(\theta_m) \delta_m \dots \\ & + 0.3P_m + E_m Y_m \cos(-\delta + 0.3 + \theta_m)V + 0.3E_m^2 Y_m \sin(\theta_m) - Q_0 \delta - K_{qv2} \delta V^2 \dots \\ & - Q_1 \delta - K_{qv} \delta V + E_0' Y_0' \sin(\delta + \theta_0')V - Y_0' \delta \cos(\theta_0')V^2 + E_m Y_m \sin(\delta - \delta_m + \theta_m)V \dots \\ & - Y_m \delta \cos(\theta_m)V^2 + 0.2K_{qv2} V^2 + 0.2Q_1 + 0.2K_{qv} V - E_0' Y_0' \sin(0.2 + \theta_0')V \dots \\ & + 0.2Y_m \cos(\theta_m)V^2 + 0.2Q_0 + 0.2Y_0' \cos(\theta_0')V^2 - E_m Y_m \sin(0.2 - \delta_m - \theta_m)V \dots \\ & - 0.2596K_{qw} Y_0' \sin(\theta_0') - 0.5K_{qw} K_{pw} V^2 + 0.5K_{pw} K_{qv} V^2 - 0.2596K_{qw} Y_m \sin(\theta_m) \dots \\ & + \frac{1}{3}K_{pw} K_{qv2} V^3 - 0.2596K_{pw} Y_0' \cos(\theta_0') - 0.2596K_{pw} K_{qv2} - 0.97K_{pw} Q_1 + 0.97K_{qw} P_1 \dots \\ & + 0.97K_{qw} P_0 + 0.4232K_{qw} K_{pv} - 0.4232K_{pw} K_{qv} - 0.2596K_{pw} Y_m \cos(\theta_m) \dots \\ & + 0.4232K_{qw} E_m Y_m \sin(\delta - \delta_m + \theta_m) + 0.4232E_0' Y_0' K_{qw} \sin(\delta + \theta_0') - 0.97K_{pw} Q_0 \dots \\ & + 0.4232E_m Y_m K_{pw} \cos(\delta - \delta_m + \theta_m) + 0.4232K_{pw} E_0' Y_0' \cos(\delta + \theta_0') + K_{pw} Q_1 V \dots \\ & + \frac{1}{3}K_{pw} Y_0' \cos(\theta_0')V^3 + K_{pw} Q_0 V + \frac{1}{3}K_{qw} Y_0' \sin(\theta_0')V^3 + \frac{1}{3}K_{qw} Y_m \sin(\theta_m)V^3 \dots \\ & + \frac{1}{3}K_{pw} Y_m \cos(\theta_m)V^3 - 0.5K_{pw} E_0' Y_0' \cos(\delta + \theta_0')V^2 - 0.5K_{pw} E_m Y_m \cos(\delta - \delta_m + \theta_m)V^2 \dots \\ & - 0.5K_{qw} E_0' Y_0' \sin(\delta + \theta_0')V^2 - 0.5K_{qw} E_m Y_m \sin(\delta - \delta_m + \theta_m)V^2 - K_{qw} P_0 V - K_{qw} P_1 V \quad (A.1) \end{aligned}$$

İndirgenmiş tek makine sonsuz bara modeli için, $f(w, \delta_m, V)$ ve $h(w, \delta_m, V)$ (4.45) denkleminde yerine konulursa, güç sisteminin enerji fonksiyonu aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned}
v(w, \delta_m, \delta, V) = & -\frac{1}{2} M w^2 - P_m \delta_m - E_m Y_m \cos(\delta - \delta_m - \theta_m) V - E_m^2 Y_m \sin(\theta_m) \delta_m \dots \\
& + 0.348 P_m + E_m Y_m \cos(-\delta + 0.348 + \theta_m) V + 0.348 E_m^2 Y_m \sin(\theta_m) \dots \\
& - 0.2596 K_{qw} Y_0' \sin(\theta_0') - 0.5 K_{qw} K_{pv} V^2 + 0.5 K_{pw} K_{qv} V^2 - 0.2596 K_{qw} Y_m \sin(\theta_m) \dots \\
& + \frac{1}{3} K_{pw} K_{qv2} V^3 - 0.2596 K_{pw} Y_0' \cos(\theta_0') - 0.2596 K_{pw} K_{qv2} - 0.92 K_{pw} Q_1 + 0.92 K_{qw} P_1 \dots \\
& + 0.92 K_{qw} P_0 + 0.4232 K_{qw} K_{pv} - 0.4232 K_{pw} K_{qv} - 0.2596 K_{pw} Y_m \cos(\theta_m) \dots \\
& + 0.4232 K_{qw} E_m Y_m \sin(\delta - \delta_m + \theta_m) + 0.4232 E_0' Y_0' K_{qw} \sin(\delta + \theta_0') - 0.92 K_{pw} Q_0 \dots \\
& + 0.4232 E_m Y_m K_{pw} \cos(\delta - \delta_m + \theta_m) + 0.4232 K_{pw} E_0' Y_0' \cos(\delta + \theta_0') + K_{pw} Q_1 V \dots \\
& + \frac{1}{3} K_{pw} Y_0' \cos(\theta_0') V^3 + K_{pw} Q_0 V + \frac{1}{3} K_{qw} Y_0' \sin(\theta_0') V^3 + \frac{1}{3} K_{qw} Y_m \sin(\theta_m) V^3 \dots \\
& + \frac{1}{3} K_{pw} Y_m \cos(\theta_m) V^3 - 0.5 K_{pw} E_0' Y_0' \cos(\delta + \theta_0') V^2 - 0.5 K_{pw} E_m Y_m \cos(\delta - \delta_m + \theta_m) V^2 \dots \\
& - 0.5 K_{qw} E_0' Y_0' \sin(\delta + \theta_0') V^2 - 0.5 K_{qw} E_m Y_m \sin(\delta - \delta_m + \theta_m) V^2 - K_{qw} P_0 V - K_{qw} P_1 V \quad (A.2)
\end{aligned}$$

(4.51), (4.52), (4.53), (4.54), (4.55) ve (4.56) denklemleri (4.57) ve (4.58) denklemlerine göre (4.72) denkleminde yerine konulursa, dört baralı sistemin enerji fonksiyonu aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned}
& -\cos(\delta_1 + 0.022) V_1 V_3 b_{13} + 0.309 b_{23} + \cos(-0.068 + \delta_2) V_2 V_4 b_{24} + \cos(0.022 + \delta_2) V_2 V_3 b_{23} \dots \\
& + 0.022 P_3 - 0.068 P_4 - \cos(\delta_1 - 0.068) V_1 V_4 b_{14} - 1.02 Q_{D4} + 0.353 b_{24} - P_1 w_1 - 0.976 Q_{D3} \dots \\
& + P_4 \delta_4 + P_3 \delta_3 - \frac{1}{3} V_3^3 b_{13} - \frac{1}{3} V_4 b_{14} + Q_{D3} V_3 + \cos(\delta_1 - \delta_4) V_1 V_4 b_{14} + Q_{D4} V_4 \dots \\
& + [\sin(\delta_2 - \delta_3) V_2 V_3 b_{23} + \sin(\delta_2 - \delta_4) V_2 V_4 b_{24} - P_2] w_2 - \cos(\delta_2 - \delta_3) V_2 V_3 b_{23} \dots \\
& + \cos(\delta_1 - \delta_3) V_1 V_3 b_{13} + 0.309 b_{13} + 0.353 b_{14} - \cos(\delta_2 - \delta_4) V_2 V_4 b_{24} - 0.5 \cos(\delta_1 - \delta_4) V_2 V_4^2 b_{24} \dots \\
& - \frac{1}{3} V_4^3 b_{24} - \frac{1}{3} V_3^3 b_{23} - 0.5 \cos(\delta_1 - \delta_4) V_1 V_4^2 b_{14} - 0.5 \cos(\delta_1 - \delta_3) V_1 V_3^2 b_{13} \dots \\
& - 0.5 \cos(\delta_2 - \delta_3) V_2 V_3^2 b_{23} + 0.476 \cos(\delta_2 - \delta_3) V_2 b_{23} + 0.5202 \cos(\delta_1 - \delta_4) V_1 b_{14} \dots \\
& + 0.5202 \cos(\delta_1 - \delta_4) V_2 b_{24} + 0.476 \cos(\delta_1 - \delta_3) V_1 b_{13} \quad (A.3)
\end{aligned}$$

Ek B

Aşağıdaki tablolar şekil 4.1 ve şekil 4.6'da verilen sistem modellerindeki parametrelerin değerlerini vermektedir.

Tablo B.1 Şekil 4.1'deki güç sisteminin şebeke, yük ve generatör parametreleri

Parametre	Değer	Parametre	Değer
K_{pw}	0.4	Y_0	20
K_{pv}	0.3	θ_0	-5
K_{qw}	-0.03	E_0	1
K_{qv}	-2.8	C	12
K_{qv2}	2.1	Y_0'	8
T	8.5	θ_0'	-12
P_0	0.6	E_0'	2.5
Q_0	1.3	Y_m	5
P_1	0	θ_m	-5
Q_1	0	E_m	1
P_m	1	D	0.05
M	0.3		

Tablo B.2 Şekil 4.6'daki dört baralı sistemin şebeke, yük ve generatör parametreleri

Parametre	Değer	Parametre	Değer
b_{13}	19.841	V_1	1
b_{14}	26.881	V_2	0.988
b_{23}	26.881	V_3	0.976
b_{24}	15.723	V_4	1.02
P_1	0.52	δ_1	0
P_2	1.7	δ_2	0.003
P_3	2	δ_3	-0.022
P_4	3.18	δ_4	0.068
Q_{D1}	0	Q_{D2}	0
Q_{D3}	1.239	Q_{D4}	1.239

ÖZGEÇMİŞ

Ahmet ÇİFCİ, 05.03.1985'te Antakya'da doğdu. İlk ve ortaokul eğitimini Sakarya'da tamamladı. 2003 yılında İstanbul Haydarpaşa Anadolu Lisesi'nden ve 2007 yılında da Sakarya Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği bölümünden mezun oldu. 2007 – 2009 yılları arasında özel bir şirkette bakım onarım mühendisi olarak çalıştı. 2009 yılında Anadolu Üniversitesi İşletme bölümünden mezun oldu. Bir yıla yakın bir süre yurtdışında yabancı dil eğitimi aldıktan sonra yurda döndü. Halen Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Meslek Yüksekokulu Elektrik ve Enerji Bölümü Elektrik Programı'nda öğretim görevlisi olarak görev yapmaktadır ve EMO üyesidir.