

**T.C.  
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MODİFİYE RABİNOVİCH DENKLEMİNİN ZAMAN  
SERİSİ ANALİZİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Talha ZAFER**

**Enstitü Anabilim Dalı : FİZİK**

**Tez Danışmanı : Dr. Öğr. Üyesi H.Ahmet YILDIRIM**

**Temmuz 2018**

T.C.  
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**MODİFİYE RABİNOVİCH DENKLEMİNİN ZAMAN  
SERİSİ ANALİZİ**


**YÜKSEK LİSANS TEZİ**


**Talha ZAFER**

**Enstitü Anabilim Dalı : FİZİK BÖLÜMÜ**

**Bu tez 19.07.2018 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği / oyçokluğu ile kabul edilmiştir.**

  
**Dr.Öğr.Üyesi H.Ahmet  
YILDIRIM  
Jüri Başkanı**

  
**Doç.Dr.Yılmaz  
UYAROĞLU  
Üye**

  
**Prof.Dr.Erdoğan  
TARCAN  
Üye**

## **BEYAN**

Tez içindeki tüm verilerin akademik kurallar çerçevesinde tarafımdan elde edildiğini, görsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uygun şekilde sunulduğunu, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, tezde yer alan verilerin bu üniversite veya başka bir üniversitede herhangi bir tez çalışmasında kullanılmadığını beyan ederim.

Talha ZAFER

19.07.2018

## TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim boyunca değerli bilgi ve deneyimlerinden yararlandığım, her konuda bilgi ve desteğini istemekten çekinmediğim, bildiklerini benimle paylaşması ve yazılı hale getirmesi sürecinde verba volant scripta manent (söz uçar yazı kalır) deyişle ikna ettiğim danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Hacı Ahmet YILDIRIM'a teşekkürü bir borç bilirim.

Aristoteles'den bu yana mantıkta yeni olan hiçbir şey yapılmadığı için Aristo'ya teşekkürlerimi, Kurt Gödel'e de manidar biçimde Kant'ın doğduğu şehir Königsberg'de verdiği konferansta "Principia mathematica yardımıyla ifade edilebilen öyle matematiksel problemler vardır ki Principia mathematica'daki mantıksal araçlarla çözülemezler. Bu gerçek şöyle de ifade edilebilir: Principia Mathematica üstyapı olarak eklenmek üzere Peano aksiyom sistemi, sözdizimsel olarak eksiktir." dediği için saygılarımı iletiyorum.

Bir hekim adayı olan kardeşime maharetime bakmak yerine sistemli olduğumda er ya da geç istenen sonucu elde edeceğime inandığı, yaptığım işe saygı duyarak Oxford Üniversitesi Tıp Öğrencileri Birliği'nin sine scientia ars nihil est (bilgisiz yetenek bir hiçtir.) vecizesine binaen verdiği manevi destekten dolayı; anneme ve babama da tüm eğitim hayatım boyunca desteklerini üzerimden eksik etmedikleri ve her zaman maddi ve namevi olarak yardımlarını esirgemedikleri için teşekkür ediyorum.

# İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR .....	i
İÇİNDEKİLER .....	ii
ŞEKİLLER LİSTESİ .....	iv
TABLolar LİSTESİ .....	v
ÖZET .....	vi
SUMMARY .....	vii

## BÖLÜM 1.

GİRİŞ .....	1
1.1. Kısa Literatür Özeti .....	2

## BÖLÜM 2.

GENEL BİLGİLER .....	4
2.1. Deterministik Kaos .....	4
2.1.1. Lojistik harita .....	8
2.1.2. Henon haritası .....	10
2.2. Kaos Karakterizasyonu .....	11
2.2.1. Lyapunov üsteli .....	11
2.2.2. Maksimal üstel .....	12
2.2.3. Lyapunov spektrumu .....	13
2.3. Rabinovich Sistemi .....	15
2.4. Modifiye Rabinovich Sistemi .....	15

MATERYAL VE YÖNTEM .....	16
3.1. TISEAN .....	16
3.1.1. mutual.exe .....	17
3.1.2. false-nearest.exe .....	18
3.1.3. lyap_r.exe .....	19
3.1.4. lyap_k.exe .....	21
3.2. Anaconda .....	22
3.3. Numerik Runge-Kutta İntegratörü .....	23
BÖLÜM 4.	
SONUÇLAR .....	26
KAYNAKLAR .....	33
ÖZGEÇMİŞ .....	35

## ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1. Lorenz atraktörü .....	2
Şekil 2.1. Lojistik bifurkasyon haritası .....	9
Şekil 2.2. Henon haritası atraktörü .....	10
Şekil 2.3. Faz uzayında iki yörünge nin ayrılması .....	11
Şekil 3.1. TISEAN programının web sayfasının görünümü .....	16
Şekil 3.2. Anaconda navigatör görünümü .....	22
Şekil 3.3. Spyder program içi görüntü .....	23
Şekil 4.1. Atraktörün y-z grafiği .....	26
Şekil 4.2. Atraktörün x-z grafiği .....	27
Şekil 4.3. Atraktörün x-y grafiği .....	27
Şekil 4.4. Atraktörün üç boyutlu grafiği .....	28
Şekil 4.5. Mutual information grafiği .....	29
Şekil 4.6. Boyut-hatalı komşu oranı grafiği .....	29
Şekil 4.7. Kanz algoritması ile gerilme faktörü-iterasyon sayısı grafiği .....	30
Şekil 4.8. Rosenstein algoritması ile gerilme faktörü-iterasyon sayısı grafiği .....	31
Şekil 4.9. MATLAB ile elde edilen lyapunov grafiği .....	31

## TABLULAR LİSTESİ

Tablo 2.1. Deterministik kaosu gösteren sistemlerin sınıflandırılması.....	6
Tablo 3.1. Mutual.exe programının kullanım opsiyonları.....	17
Tablo 3.2. False_nearest.exe programının kullanım opsiyonları.....	18
Tablo 3.3. Lyap_r.exe programının kullanım opsiyonları.....	22
Tablo 3.4. Lyap_k.exe programının kullanım opsiyonları.....	21



## ÖZET

Anahtar kelimeler: Rabinovich denklemi, zaman serisi, tisean, kaos, doğrusal olmama

Bu çalışmada, modifiye edilmiş Rabinovich denklemleri incelenmiştir. Denklemler lineer olmadığı için nümerik integratör metodu olarak Runge-Kutta metodu seçilmiştir. Elde edilen çözümler TISEAN ve kendi yazdığımız kodlarla analiz edilmiş, yeni modifiye sistemin Lyapunov üsteli bulunarak denklem takımının doğrusal olmayan davranış sergilediği ve MATLAB programının verdiği sonuçlarla uyumlu olduğu gösterilmiştir.

# **TIME SERIES ANALYSIS OF MODIFIED RABINOVICH EQUATION**

## **SUMMARY**

Keywords: Rabinovich equation, time series, tisean, chaos, non-linearity

In this study, we investigated the modified Rabinovich equation. Since the equation is not linear, Runge-Kutta method was chosen as numerical integrator. Obtained results were analyzed by TISEAN and the codes we wrote. Finding lyapunov exponents of the new modified system, it is shown that the equation system has non-linear behavior and compatible with the results from MATLAB.

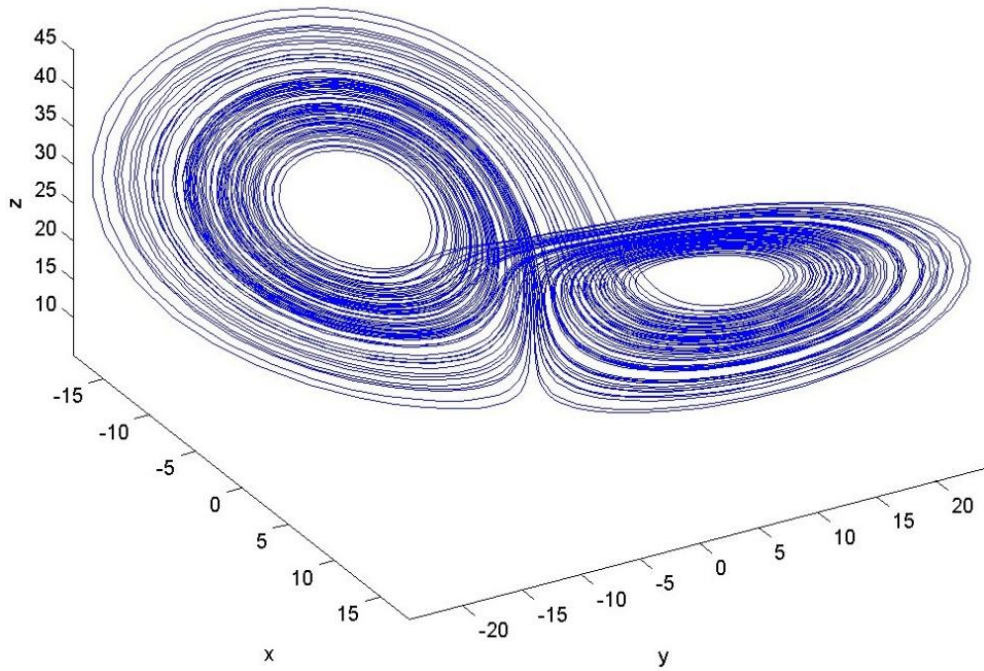
## BÖLÜM 1. GİRİŞ

Denizden ve tarlalardan ve her şeyi örten gökten önce,  
bu engin yeryüzünde doğanın bir çehresi vardı.  
İnsanlar kaosu çağırdı: Eğretilik ve düzensizlik kümesini,  
atıl bir ağırlıktan başka bir şey değildi.  
ve çirkin bir birlikteliğin tohumları aynı yere yığıldı.

Metamorphoses, Ovidius

Britannica'ya göre "kaos" kelimesi Yunanca "χάος" kelimesinden türetilmiştir ve "her şeyden önce var olan" anlamına gelir. Kaos var olan ilk şeydi ve Kaos'tan sonra Gaia, Tartarus ve Eros gelmiştir. Erebus (karanlık) ve Nyx (gece), Kaos'tan türeyen Helenistik mitoloji ürünleridir. Daha sonraki Roma düşüncesi kaosu dünyaya düzen ve harmoni getiren şekilsiz kaba kütle olarak yorumlamıştır. Fizikte kaos denildiğinde lineer olmayan kompleks sistemler kastedilmektedir. Sistemin karmaşık yapısı nedeni ile kaos olarak isimlendirilmektedir. Dinamik sistemlerin hareket denklemleri ya da zaman içerisinde evrilmeleri genellikle iki şekilde ifade edilirler: Diferansiyel veya harita (mapping) denklemler. Her iki durumda da beklenen sistemin belirli başlangıç koşulları altında ileri bir zamandaki parametrelerinin hangi değerlerini alacağını bilebilmektir. Başka bir deyişle belirli bir duumundan yola çıkarak ve hareket denklemlerini kullanarak daha sonraki (veya daha önceki) durumun belirlenmesini sağlamaktır. Kaotik sistemlerde, sistemi yöneten dinamik denklemler basit olsalar dahi başlangıç koşullarına aşırı bağımlıdırlar. Bu nedenle başlangıç koşullarındaki çok küçük değişiklikler dahi kısa bir zaman sonra çok farklı sonuçlara neden olmaktadır. Bu da sistemin rastgele ya da kaotik gibi görünmesine neden olmaktadır.

Geçen yüzyılın başında kaotik hareketi gösterebilen Hamilton denklemleri tarafından yönetilen zaman evrimli mekanik sistemler, matematikçi H. Poincare tarafından keşfedilmiştir (1892). Maalesef bu çoğu fizikçi için sadece ufak bir merak olarak görülüyordu ve E.N Lorenz'in 1963 yılında kaotik yörüngeleri açıklayabilen üçlü seti (birinci dereceden ve doğrusal olmayan denklemler) bulmasına kadar tam 70 yıl geçti. Lorenz'in bugün genel kabul gören önemdeki makalesini yayınlanmasından uzun yıllar sonrasına kadar yeterince takdir edilmedi. Sönümlü sistemlerde kaosun ilk örneklerini keşfeden de Lorenz olmuştur [1].



Şekil 1.1. Lorenz atraktörü.

### 1.1. Kısa Literatür Özeti

Edward Lorenz (1963), Deterministik Periyodik Olmayan Akış makalesinde hidrodinamik sistemlerin idealizasyonu olan deterministik denklemleri açıklamıştır [2].

Rabinovich M.I. ve arkadaşları (1978), Parametrik Kararsızlığın Bozunum Sınırında Stokastiklik Başlangıcı adlı makalelerinde, plazmadaki dalgalar arasındaki etkileşimlerin diferansiyel denklemlerle gösterilebildiğini ortaya koymuştur [3].

Zhang Xiang (2000), Rabinovich Sistemlerinin Hareket İntegrali adlı makalesinde, Rabinovich denklemlerindeki hareket integrallerinin sınıflandırmasını yapmıştır [4].

Llibre J. ve arkadaşları (2008), Rabinovich Sisteminde Global Dinamikler isimli çalışmalarında, üç boyutlu reel uzayda Poincare tıkkızlamasını kullanarak dinamik sistemleri incelemişlerdir [5].

Kuznetsov N.V. ve arkadaşları (2017), Rabinovich Sisteminin Saklı Çekicisi ve Sonlu-Zaman Lyapunov Üsteli Boyutu çalışmalarında, lokalizasyon ve çekicideki gizli değişkenleri anlamak için nümerik çalışmalar yapmışlardır [6].

Bu tez çalışmasında, modifiye edilmiş Rabinovich denklemleri incelenmiştir. Denklemler lineer olmadığı için nümerik integratör metodu olarak Runge-Kutta metodu seçilmiştir. Elde edilen çözümler TISEAN ve kendi yazdığımız kodlarla analiz edilmiş ve yeni modifiye sistemin Lyapunov üsteli bulunarak denklem takımının doğrusal olmayan davranış sergilediği gösterilmiştir.

## **BÖLÜM 2. GENEL BİLGİLER**

### **2.1. Deterministik Kaos**

Deterministik kaos, doğrusal olmayan sistemler tarafından üretilen kaotik veya düzenli olmayan hareketi açıklamaktadır. Bu sistemler dinamik yasaları çerçevesinde zaman içindeki evrimleri düzenli olmayan sistemlerdir. Son yıllarda, ortaya konulan yeni teorik sonuçlar, yüksek hızlı bilgisayarlar ve daha iyi deneysel tekniklerle beraber bu fenomenin(olgu) doğada bolca bulunduğu ve bilimde yeni alanlara ulaştığı görülmüştür.

Deterministik kaosu gösteren bazı lineer sistemler şunlardır;

Kuvvet uygulanmış sarkaç [7]

Türbülans yakınında akışkanlar [8]

Lazerler [9]

Lineer Olmayan Optik Cihazlar [10]

Josephson Eklemleri [11]

Kimyasal Reaksiyonlar [12]

Klasik çoklu cisim sistemleri (üç cisim problemi)

Parçacık Hızlandırıcılar

Lineer Olmayan Dalgalarla Etkileşen Plazmalar [13]

Popülasyon Dinamikleri için Biyolojik Modeller[14]

Uyarılmış Kalp Pilleri [15]

Doğrusal olmama durumu kaotik hareketin üretilmesi için bir zorunluluk olmasına rağmen verimli bir durum değildir(Doğrusal diferansiyel denklemler veya fark denklemleri Fourier dönüşümüyle çözümlenip kaosa neden olmayabilir).

Zaman içindeki gözlemlenen kaotik davranış dış gürültü kaynakları (Lorenz denklemlerinde hiç yoktur), sonsuz sayıdaki serbestlik derecesi (Lorenz'in sisteminde sadece üç serbestlik derecesi vardır) ve kuantum mekaniğindeki belirsizliklerle (dikkate alınan sistemler tamamen klasiktir) ilgili değildir. Düzensizliğin asıl kaynağı, yörüngelerin faz uzayının sınırlı bir bölümünde (Lorenz sistemi için üç boyutlu) üstel olarak hızlı bir şekilde ayrılmasıyla ilgili doğrusal olmayan sistemin özelliğidir. Bu durum pratikte bu tür sistemlerin uzun zamanlı davranışını tahmin edebilmeyi imkansız kılar çünkü pratikte başlangıç koşulları sonlu kesinlikle düzeltilebilir ve hata üstel olarak hızlıca artacaktır. Eğer böyle bir doğrusal olmayan sistem bir bilgisayarla çözülmeye çalışılırsa sonuç başlangıç koşullarını temsil eden çok fazla basamağa sahip sayılara (irrasyonel sayılar) bağlı olacaktır. İrrasyonel sayılardaki basamaklar (rasyonel sayılar reel eksen boyunca sıfırın ölçüsüdür) düzensiz olarak dağıldığından yörünge kaotik hale gelir. Dünya atmosferinde havanın akışını, diğer bir deyişle hava tahmini problemini tanımlayan Lorenz, elde ettiği denklemlerin sonucunun bir kelebeğin kanat çırpmasıyla dahi değişebileceğini vurgulamak için bu bağlılığı "Kelebek Etkisi" olarak adlandırdı. Lorenz bu benzetmeyi 1972'de Bilimsel Gelişme için Amerikan Birliği (AAAS)'nin yıllık toplantısında kullanmıştır: "Brezilya'da kanat çırpın bir kelebek Texas'ta fırtınaya sebep olabilir." İlkten kelebek yerine martı demeyi tercih etmişti ancak daha sonra arkadaşlarının tavsiyesini dinleyerek bu ifadeyi şu anki şiirsel haline getirdi. Ayrıca bu teorinin günlük deneyimlerle onaylandığı görülmektedir. Yukarıda tanımlanan sonuçlar birkaç temel soruyu sormaya neden olmaktadır. Bunlar:

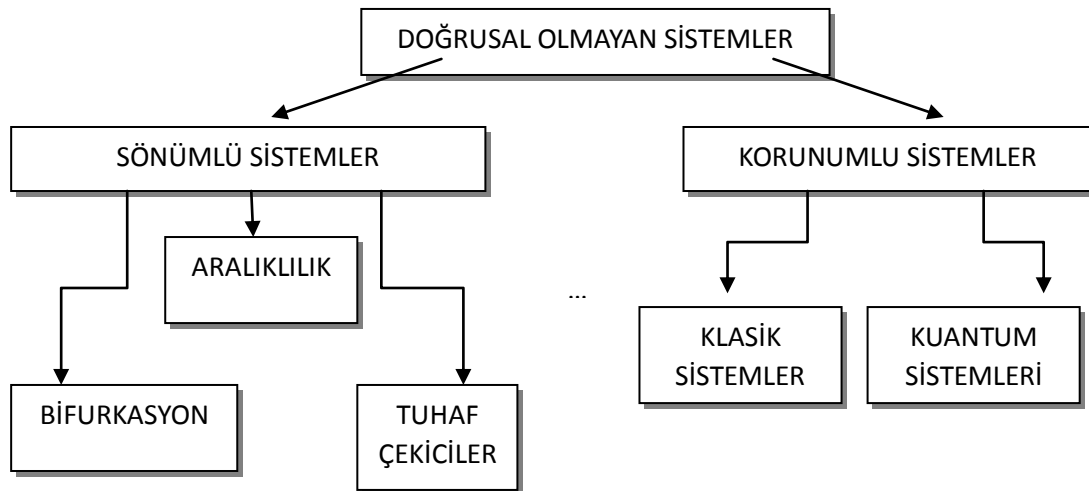
Belirli bir sistemin deterministik kaos davranışı gösterip göstermeyeceğini tahmin edebilir miyiz?

Kaotik hareket kavramını daha matematiksel olarak ifade edip nicel ölçümler geliştirebilir miyiz?

Bu bulguların fiziğin diğer alanlarına etkisi nedir?

Deterministik kaosu varlığı bazı doğrusal olmayan sistemler için fizikte uzun zaman öngörülebilirliğin sona erdiği anlamına mı geliyor yoksa hala kaotik bir sinyalden bir şeyler öğrenilebilir mi?

Tablo 2.1. Deterministik kaosu gösteren sistemlerin sınıflandırılması.



Son soru bizi fiziğin temelleriyle ilgili olan tahmin edilebilirlik problemine götürecektir. Deterministik kaos, istatistiksel tahminlere izin veren kuantum mekaniğini ile karşılaştırıldı. Ancak görüldü ki bu alanda çözülmemiş problemler hala çözülmüş olanlardan çok fazladır. Tablo 2, sönümlü sistemlerde (örneğin; sürtümlü sarkaç) deterministik kaos ve korunumlu sistemler arasında ayırım yapmak gerektiğini göstermektedir (örneğin Hamilton denklemleri tarafından kurulan gezegen hareketi).

Basit bir model sistem için deterministik kaosa neden olan mekanizmayı incelemek gerekir. Bu durum bizim bir kaotik sinyali karakterize etmek için nicel ölçümler geliştirmemize izin verecektir. Bu da farklı tipteki kaosları ayırt etmemize yarar. Ayrıca bir dış kontrol parametresi değişirse kaotik sistemlerde en üç rota veya geçiş vardır. Tüm bu yolların deneysel olarak gerçekleştirilebilmesi ve ikinci merteye denge fazı geçişlerinde evrenselliği anımsatan davranış sergilemesi ilginçtir (Sönümlü sistemlerde kaosa geçişlerin yalnızca sistem harici olarak verildiğinde, diğer bir deyişle açık olduğunda gerçekleştiğini not etmek gerekir.). Bu bağlamda evrensellik, sistemin temel özelliklerinin (örneğin kaos geçişine yakın kritik üsteller gibi) yalnızca sistemin bazı küresel özelliklerine (örneğin boyutsallık) bağlı olduğu anlamına gelir.



Kaos için en son yol, Grossmann ve Thomas (1977), Feigenbaum (1978), Coulelett ve Tresser (1978) tarafından bulunmuştur. Örneğin, biyolojideki popülasyonların zaman bağımlılığını tanımlamak için kullanılmış olan basit bir fark denklemini düşünmüşler ve popülasyonun, sayıları harici bir parametrenin farklı değerlerinde iki katına çıkan sabit değerler (sabit noktalar) arasında zamanla salınım yaptığını göstermişlerdir. Bu durum, nüfusun zamanla değişiminin düzensiz hale geldiği yerde sabit noktaların sayısı sonlu bir parametre değerinde sonsuz olana dek devam eder. Feigenbaum, bu sonuçların bu özel modelle sınırlı olmadığını hatta evrensel ve çok çeşitli fiziksel, kimyasal ve biyolojik sistemleri bulundurduğunu gösterdi ki bu çok büyük bir başarıydı. Bu keşif alandaki teorik ve deneysel hareketliliğin patlama yapmasını tetikledi. Aralıklılık yolu olarak adlandırılan kaosa, Manneville ve Pomeau (1979) tarafından ikinci yaklaşım geliştirildi. Aralıklılık, düzenli olarak (veya laminer olarak) zaman içinde düzenli davranan bir sinyalin düzensiz hareketin (aralıklı patlamalar) istatistiksel dağılımlı periyotları tarafından kesilmesi anlamına gelir. Hareket tamamen kaotik hale gelene kadar bu patlamaların ortalama sayısı dış kontrol parametresinin değişimi ile artış gösterir. Bu rota aynı zamanda evrensel özelliklere sahiptir ve doğrusal olmayan sistemlerde  $1/f$  gürültü için evrensel bir mekanizma sağlar. Bununla birlikte üçüncü olasılık Ruelle ve Takens (1971) ve Newhouse (1978) tarafından bulunmuştur. 1970'lerde Landau (1944, 1959) tarafından çok daha önce önerilen teoriden farklı olarak türbülanslı harekete bir geçiş önerdiler. Landau türbülanslı hareketi her biri yeni bir temel frekans oluşturan sonsuz istikrarsızlık dizisinin (Hopf bifurkasyonu) limiti olarak kabul etmiştir. Bununla birlikte Ruelle, Takens ve Newhouse üçüncü adımdaki sadece iki kararsızlıktan sonra başlangıca yakın yörüngelerin üssel olarak ayrıldığını ve hareketi kaotik hale getirdiği sınırlı bir faz uzayı bölgesine çekildiğini göstermiştir. Faz uzayının bu kısmi bölgelerini "tuhaf çekiciler" olarak adlandırdılar. Türbülans kelimesinin kullanımı ile ortaya çıkabilecek karışıklıklardan kaçınmak için, burada anladığımız şeyin yalnızca zaman içerisinde türbülans olduğunu hatırlatmak gerekir. Ruelle, Takens ve Newhouse'un sonuçları zamanla türbülans veya kaotik hareketin başlamasıyla da ilgilidir. Aslında gelişmiş türbülans mekanizmasını anlamak için, uzay ve zamanda düzensiz davranış gösteren hidrodinamik sistemlerde deterministik kaosu çalışmanın amaçlarından biri budur. Tablo 2.1'de korunumlu sistemlerde kaotik hareket gösterilmiştir.

Pek çok ders kitabı klasik mekanikteki sistemlerin çoğunun integre edilebileceği gibi yanlış bir izlenim vermektedir. Lakin yukarıda bahsedildiği gibi Poincare (1892) zaten klasik mekaniğin integre edilemez üç cisim probleminin tamamen kaotik yörüngelere neden olduğunu farkındaydı. Yaklaşık 60 yıl sonra KAM teoremi olarak bilinen teoremler Kolmogorov (1954), Arnold (1963) ve Moser (1967) klasik mekaniğin faz uzayındaki hareketin ne tamamen düzenli ne de düzensiz olduğunu ispatladı. Ancak yörünge türü seçilen başlangıç koşullarına hassas biçimde bağlıdır. Korunumlu sistemlerin uzun zamanlı davranışları üzerine yapılan çalışmalar ilginçtir çünkü bazı sorulara temas eder:

Güneş sistemi kararlı mıdır?

Parçacık hızlandırıcılarda düzensiz harekettten nasıl kaçınabiliriz?

Bazı Hamiltonyen sistemlerin kendinden üretilmiş deterministik kaosu, ergodik hipotezi ispatlamaya yetecek kadar güçlü müdür? (Ergodik hipotez, klasik istatistik mekaniğin temelidir ve yörünge enerjisi olarak izin verilen klasik faz uzayı bölgesini tekdüze (uniform) olarak kapsadığını ve zaman ortalamalarının faz uzayına karşılık gelen ortalama ile değiştirilebileceğini söyler.)

İntegre edilebilir ve integre edilemez (kaotik) klasik sistemler arasındaki fark, kuantum muadillerinin bazı özelliklerinde (örneğin enerji spektrumunda) yansıtılsa da bu alandaki pek çok problem hala çözülebilmemiş değildir[1].

### 2.1.1. Lojistik harita

$r$  bir harici parametre ve  $x_n$   $[0,1]$  aralığında olmak üzere bir boyutlu ikinci dereceden lojistik harita (Denklem 2.1);

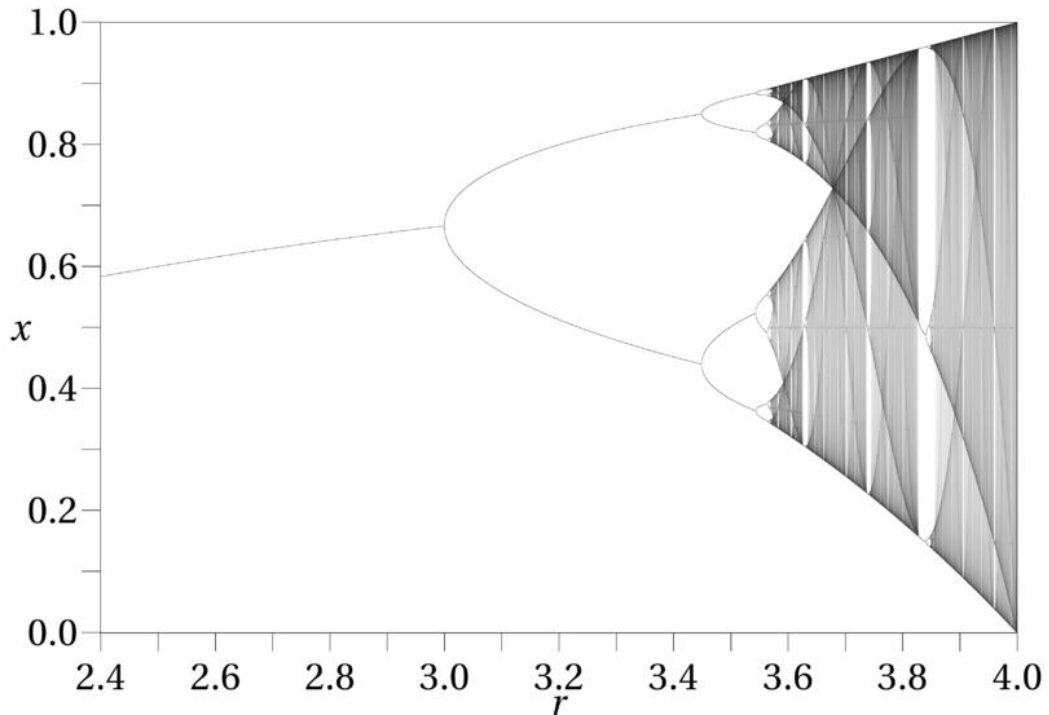
$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n) \quad (2.1)$$

olarak tanımlanır. Bu denklem çok basit doğrusal olmayan dinamiklerden nasıl kaotik sistemlerin oluşabildiğini gösteren bir örnektir. Bu harita 1976'da biyolog Robert May'in makalesiyle meşhur oldu [14]. Ekologların lojistik haritanın lojistik modeli olarak adlandırdıkları bu model popülasyon dinamiklerini modellemek için kullanılabilir.

Denklemdaki  $x_n$  mevcut popülasyonun maksimum mümkün popülasyona oranıdır. Bu doğrusal olmayan denklem aşağıdaki iki etkiyi açıklamaktadır:

Üreme: Popülasyon büyüklüğünün az olduğu durumda nüfusun mevcut nüfusa oranla artmasıdır.

Açlık (Yoğunluğa Bağlı Ölüm): Büyüme oranının teorik olarak elde edilen çevrenin "taşıma kapasitesi" ile orantılı biçimde azalmasıdır.



Şekil 2.1. Lojistik bifurkasyon haritası.

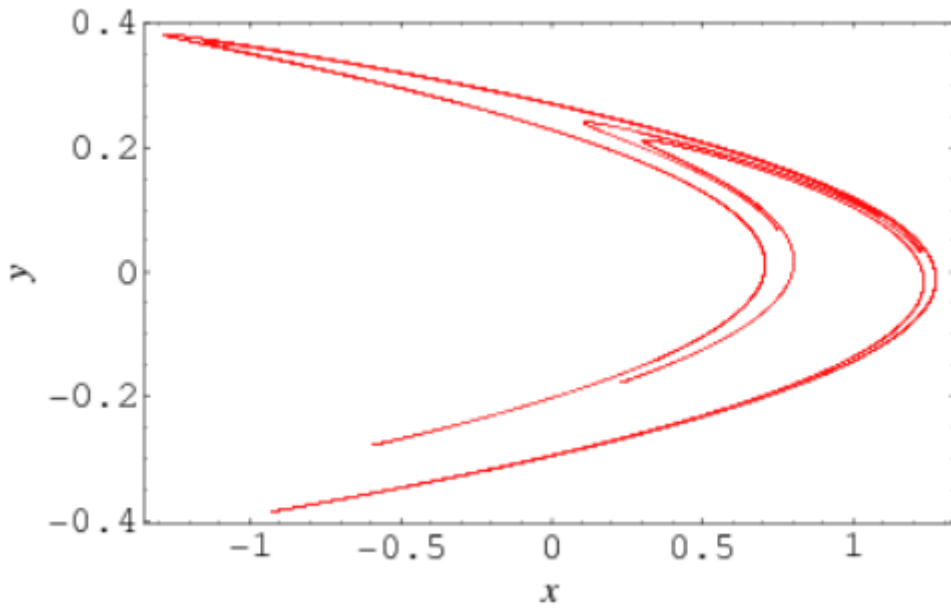
### 2.1.2. Henon haritası

Henon haritası  $a$  ve  $|b| \leq 1$  harici parametreler olmak üzere (Denklem 2.2 ve Denklem 2.3),

$$x_{n+1} = 1 - ax_n^2 + y_n \quad (2.2)$$

$$y_{n+1} = bx_n \quad (2.3)$$

lojistik haritanın iki boyuta genişletilmiş hali olarak tanımlanır. Alışlagelmiş bir Henon haritası için parametreler  $a = 1.4$  ve  $b = 0.3$  alınır. Bu harita Michel Henon tarafından Lorenz modelinin Poincare haritasının basitleştirilmiş halidir. Klasik harita için düzlemdeki bir başlangıç noktası Henon strange (tuhaf) atraktörüne yaklaşır ya da sonsuzdan uzaklaşır.

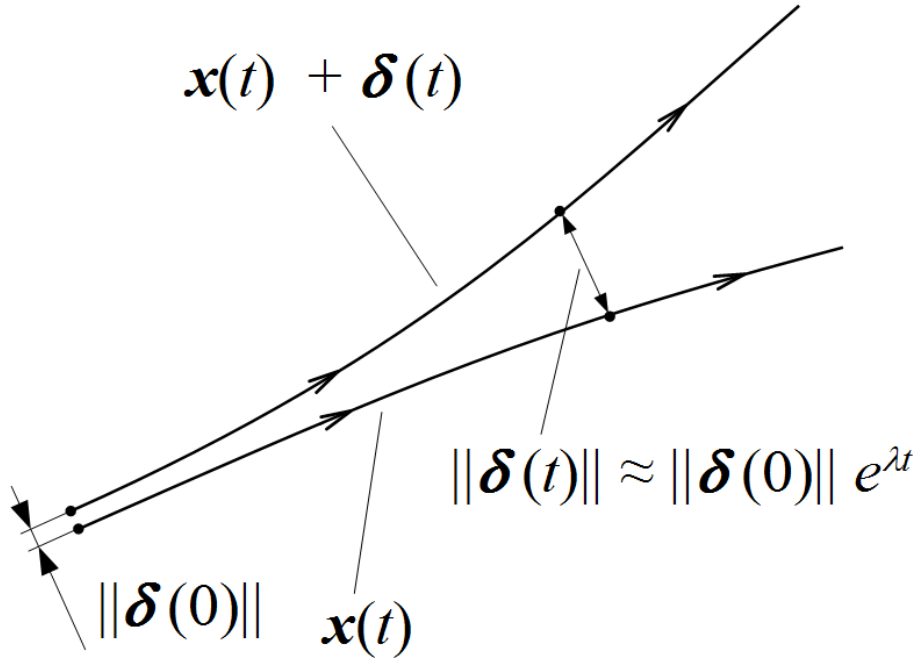


Şekil 2.2. Henon haritası atraktörü.

## 2.2. Kaos Karakterizasyonu

### 2.2.1. Lyapunov üsteli

Daha önce de kaosa neden olan şeyin doğrusal olmayan sistemlerde başlangıç koşullarına duyarlılık gösteren yörüngeler olduğunu ifade etmiştik. Birbirine çok yakın iki noktadan başlayan iki yörüngenin birbirinden üssel olarak uzaklaşmasını ise başlangıç koşullarına aşırı bağlılık şeklinde tanımlayabiliriz. O halde her iki tanımı birlikte düşünürsek kaotik harekete neden olan şeyin, birbirine çok yakın alınan iki noktanın yörüngelerinin birbirinden üssel olarak uzaklaşması olduğu söylenebilir.



Şekil 2.3. Faz uzayında iki yörüngenin ayrılması.

Kaos, çözümlerin sınırlılığını garantilemek için küresel katlanma mekanizmaları ile birlikte sonsuz küçük pertürbasyonların üssel büyümesinden kaynaklanır. Bu üstel kararsızlık Lyapunov, üstellerinin spektrumu ile karakterize edilebilir [16]. Faz uzayının yerel bir bozunumunu farklı gerilme veya büzülme oranlarına sahip varsayarsak, üstellerin spektrumu invaryant kümedeki bu yerel oranların uygun

ortalamasıdır ve bu nedenle uzay yönleri sayısı kadar üstellerden oluşur. Zaman serisi analizinde en belirgin sorun faz uzayının bilinmez oluşu ve bunun yerine spektrumun embedding (gömülü) uzayda hesaplanmasıdır. Böylece üstellerin sayısı yeniden yapılandırmaya bağlıdır ve fiziksel faz uzayından daha büyük olabilir. Bu ek üstellere “sahte” (spurious) denir ve bunlardan kaçınmak veya onları tanımlamak için birkaç öneri vardır [17]. Dahası, bir zaman serisinden tanımlanabilecek kadar üstel belirlenebileceği akla yatkındır (Kaplan Yorke formülü). Basit bir örnek vermek gerekirse durağan bir limit çevriminde yüksek boyutlu bir sistemin hareketini göz önüne alalım. Veriler, bu yörüngenin kararlılığına karşı pertürbasyonlar hakkında tam bir limit çevriminde olduğu sürece herhangi bir bilgi içeremez. Geçişler için durum farklı olabilir, ancak veriler invaryant bir ölçüye göre dağıtılmaz ve sayısal değerlerin yorumlanması da böylece zor olur.

Bu zorlukların yanı sıra bir de olumlu özellik vardır; Lyapunov üstelleri düzgün (smooth) dönüşümler altında invaryanttır ve ölçüm fonksiyonundan veya embedding (gömme) prosedüründen bağımsızdırlar. Bunlar zamanın tersi boyuta sahiptirler ve örnekleme aralığına normalize edilmelidirler [18].

### 2.2.2. Maksimal üstel

Maksimal Lyapunov üsteli, zaman serileri için açık bir model oluşturmadan belirlenebilir. Güvenilir bir karakterizasyon, gömme parametrelerinin bağımsızlığının ve mesafelerin büyümesi için üstel kanunun açıkça kontrol edilmesini gerektirir. Zaman serisi verilerini gömme alanında bir yörünge olarak düşünelim ve daha önce ziyaret edilen bir  $\delta_n$  noktasına çok yakın dönüş yapan  $\delta_n'$  noktasını gözlemlediğinizi varsayalım. Sonra  $\Delta_0 = \delta_n - \delta_n'$  uzaklığını zamanla üstel olarak büyüyen küçük bir pertürbasyon olarak göz önüne alalım. Zaman serisinden bu uzaklığın geleceği aşağıda verilen eşitlik (Denklemler 2.4) ile okunabilir;

$$\Delta_l = \delta_{n+l} - \delta_{n'+l} \quad (2.4)$$

Eğer  $|\Delta_t| \approx \Delta_0 e^{\lambda t}$  bulunursa;  $\lambda$  (muhtemelen bir tane) maksimal Lyapunov üstelidir. Pratikte birçok etkiden dolayı dalgalanmalar olacaktır [19]. Bu anlayışı temel alarak

maksimal Lyapunov üsteli için güçlü, tutarlı ve tarafsız bir tahmin edici türetilir (Denklem 2.5);

$$\delta(\varepsilon, m, t) = \langle \ln \left( \frac{1}{|U_n|} \sum_{\delta_{n'} \in U_n} |\delta_{n+t} - \delta_{n'+t}| \right) \rangle_n \quad (2.5)$$

Uygun bir  $\varepsilon$  aralığında tüm  $m$ 'lerin bazı  $m_0$ 'lardan büyük olduğu özel eğim için eğer  $\delta(\varepsilon, m, t)$  doğrusal bir artış sergiliyorsa, bu eğim maksimal üstel  $\lambda_1$ 'in bir tahmin edicisi olarak alınabilir. Yukardaki formül doğrudan TISEAN paket programındaki lyapunov fonksiyonuna uygulanmıştır [20]. Gömülmeyi (embedding) karakterize eden parametrelerin dışında, başlangıç komşuluk boyutuna  $\varepsilon$ 'un da etkisi vardır. Eğer sadece bir tane varsa  $\delta$ 'in büyük lineer aralığında  $\varepsilon$  daha küçüktür. Gürültü ve sonlu sayıdaki data noktalarının  $\varepsilon$ 'u aşağıdan sınırladığı açıkça görülmektedir. Denklem 2.5'teki ortalamayı her zaman tüm data üzerinden genişletmeye gerek yoktur çünkü sadece birkaç yüz tane  $\delta_n$  referans noktası ile makul ortalama zaten elde edilebilir.

Eğer referans noktalarının bazısının çok az sayıda komşusu varsa denklem 2.5'te karşılık gelen iç toplam dalgalanmalar tarafından yönetilir. Dolayısıyla on tane komşudan az komşusu olan referans noktalarını işlemlere dahil etmeyebiliriz. Ancak, seyrek nüfuslu bölgelere karşı bir önyargı ortaya koyabileceği için insiyatif bu parametre ile uygulanmalıdır. Bu teoride çoklu-fraktallık yüzünden tahmini üsleri etkileyebilir. Diğer niceliklerde olduğu gibi, Lyapunov tahminleri referans noktaları ve komşular arasındaki seri korelasyonlardan etkilenebilir. Bu nedenle  $|n - n'|$  için minimum süre burada belirtilmelidir.

### 2.2.3. Lyapunov spektrumu

Tam Lyapunov spektrumunun hesaplanması sadece maksimal üstelden çok daha fazla çaba gerektirir. Temel bir bileşen, sonsuz küçük pertürbasyonların büyümesini düzenleyen yerel Jacobian'ların, örneğin linerize edilmiş dinamikler için, tahmindir. Biri doğrudan  $a_n$ 'in Jacobian'ın ilk satırı olduğu ve  $i = 2, \dots, m$  (burada  $m$ , embedding (gömme) boyutu) olmak üzere;

$$(J)_{ij} = \delta_{i-1,j} \text{ olan } s_{n+1} = a_n s_n + b_n \quad (2.6)$$

tipindeki yerel doğrusal modellerden bulunur.  $s_n$ 'in komşuluklar kümesi  $\{s_l\}$  olmak üzere,  $a_n$  en az kareler minimizasyonu aşağıda verilen (Denklem 2.7) ;

$$\sigma^2 = \sum_l (s_{l+1} - a_n s_l - b_n)^2 \quad (2.7)$$

ile hesaplanabilir [21]. Veya bir global doğrusal olmayan model oluşturup türevleri olarak yerel Jacobianları hesaplanabilir. Her iki durumda da yörüngeyi izleyerek Jacobianları tanjant uzayında Lyapunov üslerini hesaplamak istenen kadar vektör  $u_k$  ile çarpılır. Her birkaç adımda, bir Gram-Schmidt ortonormalizasyon prosedürü  $u_k$  kümesine uygulanır ve onların yeniden ölçekleme faktörlerinin logaritmaları biriktirilir. Ortalamaları, Gram-Schmidt prosedürünün düzeninde, Lyapunov üstellerini azalan düzende verir. TISEAN paket programında (lyap\_spec) yerel doğrusal fitlemeyle bu yöntemi kullanır. Sahte üsler sorunu dışında, bu metot bazı tuzaklar da içermektedir. Jacobianların iyi tanımlanmış oldukları varsayılarak ilişkileri test edilmez.

Özellikle, çekiciler embedding (gömme) alanında ince olduğu zaman, yerel Jacobianların bazıları (veya hepsi) tahmin edilirken büyük hatalar yapılabilir. Sonra bütün ürün bu kötü tahminlerden zarar görebilir ve üsteller buna göre yanlış olur. Böylece modelleme başarılı olursa global doğrusal olmayan yaklaşım daha üstün olabilir.

Lyapunov spektrumunun ilk bölümünün hesaplanması bazı ilginç çapraz kontrollere izin verir. Birçok fiziksel durumda, Lyapunov spektrumunun ve bir çekicinin fraktal boyutunun yakından ilişkili olduğu öne sürülmüş ve doğru bulunmuştur [22]. Boyutun tamsayı olmayan kısmı ile ağırlıklandırılan yerde, uzaydaki genişleyen ve en az daralan yönler sürekli olarak doldurulursa ve yalnızca bir kısmi boyut fraktalsa, o zaman bir hacmin boyutsallığı sorulabilir (örneğin, karşılık gelen Lyapunov üslerinin toplamı yok olur).

$$D_{KY} = k + \frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i}{|\lambda_{k+1}|} \quad (2.8)$$



Burada  $k$ , en büyük  $k$  üstellerinin toplamının hâlâ negatif olmadığı maksimum tam sayıdır.  $D_{KY}$ 'nin bilgi boyutu (information dimension) ile örtüştüğü varsayılır.

Pesin özdeşliği aynı varsayımlar altında geçerlidir ve KS-entropisini aşağıda verilen (Denklem 2.9) ile hesaplamaya izin verir:

$$h_{KS} = \sum_{i=1}^m \theta(\lambda_i) \lambda_i \quad (2.9)$$

### 2.3. Rabinovich Sistemi

Kaotik sinyal kullanılarak bilgi iletimini mümkün kılan bir metodu ortaya koyan A.S. Pikovsky ve M.I.Rabinovich aşağıdaki diferansiyel denklem sistemini (Denklem 2.10, 2.11 ve 2.12) kullanmışlardır [3];

$$\dot{x} = -ax + hy + zy \quad (2.10)$$

$$\dot{y} = hx - by - xz \quad (2.11)$$

$$\dot{z} = dz + xy \quad (2.12)$$

### 2.4. Modifiye Rabinovich Sistemi

Kaotik davranış gösteren Rabinovich denklem sisteminin tarafımızca modifiye edilmiş aşağıdaki versiyonunun zaman serisi analizi ve kaos karakterizasyonu aşağıda verilen eşitlikler (Denklem 2.13, 2.14 ve 2.15) ile yapılmıştır:

$$\dot{x} = -ax + zy \quad (2.13)$$

$$\dot{y} = hx - xz \quad (2.14)$$

$$\dot{z} = -dz + xy + xyz \quad (2.15)$$

## BÖLÜM 3. MATERYAL ve YÖNTEM

### 3.1. TISEAN

TISEAN (Time Series Analysis), doğrusal olmayan deterministik dinamik sistemlerin teorisine dayanan yöntemlerle zaman serisi analizi yapmaya yarayan bir paket programdır. Rainer Hegger, Holger Kantz ve Thomas Schreiber tarafından geliştirilip GNU (Genel Kullanım Lisansı) altında dağıtılmıştır.



**TISEAN 3.0.1**  
**Nonlinear Time Series Analysis**

[Rainer Hegger](#) \* [Holger Kantz](#) \* [Thomas Schreiber](#)

With major contributions by  
[Eckehard Olbrich](#)

---

**TISEAN is**  
a software project for the analysis of time series with methods based on the theory of nonlinear deterministic dynamical systems, or chaos theory, if you prefer. It has grown out of the work of our groups during the last few years.

**TISEAN copyright and citation**  
Starting from release 3.0.0 TISEAN is licensed under the terms of the [GPL](#) (version 2 or later). The **Copyright** © to each program is held by the person(s) named in the source code. You may use and refer to the programs as you do with any scientific publication. The correct reference will be

R. Hegger, H. Kantz, and T. Schreiber, *Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package*, [CHAOS](#) **9**, 413 (1999)  
Preprint available: [html](#) (part of this distribution), [other](#)

For any of the surrogate data routines, please also give reference to

T. Schreiber and A. Schmitz, *Surrogate time series*, *Physica D* **142** 346 (2000)  
Preprint available: [html](#) (part of this distribution), [other](#)

We thank Marcus Richter, and Andreas Schmitz for their support of the project.

Şekil 3.1. TISEAN programının web sayfasının görünümü.

Paketin içinde iki tane çokça atıf almış olan makale ve bir kitap yayınlanmıştır: Doğrusal Olmayan Zaman Serilerinin Pratik Uygulama Metodları (Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package), TISEAN Paketi makalesi ve Doğrusal Olmayan Zaman Serileri Analizi kitabı (Nonlinear time series analysis) [23, 24].

### 3.1.1. Mutual.exe

Olasılık ve bilgi teorisinde iki rassal değişkenin karşılıklı bilgisi (mutual information) iki değişkenin karşılıklı bağımlılığın bir ölçüsüdür. Daha ayrıntılı söylemek gerekirse bir rassal değişkenden elde edilen diğer rassal değişkenin hakkındaki bilginin miktarıdır. Mutual information kavramı bir rassal değişkenin entropisi olarak düşünülebilir.

Bu program verilerin zaman gecikmeli mutual information'ını tahmin eder. Olası en basit realizasyon budur. Sabit bir kutu yöntemini kullanıp tahminde bulunulur. Şimdiye kadar hiçbir sonlu örnek düzeltmesi uygulanmamıştır. Programın kullanım detayları aşağıda verilmiştir:

Tablo 3.1. Mutual.exe programının kullanım opsiyonları.

Seçenek	Tanım	Varsayılan
-l#	Kullanılacak veri sayısı	Tüm dosya
-x#	Yok sayılan satırların sayısı	0
-c#	Okunacak sütun	1
-b#	Bölme için kutuların sayısı	16
-D#	Maksimal zaman gecikmesi	20

Tablo 3.1. Mutual.exe programının kullanım opsiyonları(Devamı).

-o[#]	Çıktı dosyası adı	Verilen isim olmadan: 'veridosyası'.mut (veya eğer data stdin'den okunuyorsa stdin.mut)
	Ayrıntı seviyesi	
-V#	0: sadece panik mesajları 1:girdi/çıktı mesajları ekle	1
-h	Bu seçenekleri göster	Hiçbiri

Program çıktı olarak ilk satırda işgal edilen kutuların sayısını, ikinci satırda Shannon entropisini (işgal edilen kutuların sayısına göre normalize edilmiş) ve sonuncu satırda ise D mutual information'ı gösterir [24].

### 3.1.2.False\_nearest.exe

Bu program m boyutundaki tüm veri noktalarının en yakın komşularına bakar ve bu komşuları bir adım ileriye iterasyon yapar. İterasyon mesafesinin ve en yakın komşunun uzaklığının oranı belirli bir eşiği aşarsa, nokta hatalı komşu(false nearest) olarak işaretlenir. Programın kullanım seçenekleri aşağıdaki verilmiştir;

Tablo 3.2. False\_nearest.exe programının kullanım opsiyonları.

Seçenek	Tanım	Varsayılan
-l#	Kullanılan veri sayısı	Tüm dosya
-x#	Yoksayılan ilk # tane satır	0
-c#	Okunacak sütun	1
-m#	Gecikme vektörlerinin minimal boyutu	1

Tablo 3.2. False\_nearest.exe programının kullanım opsiyonları(Devamı).

-M#	Gecikme vektörlerinin maksimal boyutu	5
-d#	Vektörlerin gecikmesi	1
-f#	Faktör oranı	10.0
-t#	Theiler penceresi	0
-o[#]	Çıktı dosyası adı	Verilen isim olmadan: 'veridosyası'.fnn (veya eğer data stdin'den okunuyorsa stdin.mut)
-V#	Ayrıntı seviyesi 0: sadece panik mesajları 1:girdi/çıktı mesajları ekle	3
-h	Bu seçenekleri göster	Hiçbiri

Bu program çıktı olarak ilk sütunda embedding (gömme) boyutunu, ikinci sütunda en yakın yanlış komşuların kesrini, üçüncü sütunda komşulukların boyutunun ortalamasını ve dördüncü sütunda ise komşulukların boyutunun karesinin ortalamasını gösterir [25].

### 3.1.3. Lyap\_r.exe

Bu program verilen bir skaler data kümesinin en büyük Lyapunov üstelini tahmin eder. Aşağıdaki tabloda bu programın kullanım opsiyonları verilmiştir:

Tablo 3.3. Lyap\_r.exe programının kullanım opsiyonları.

Seçenek	Tanım	Varsayılan
-l#	Kullanılan veri sayısı	Tüm dosya
-x#	Yoksayılan satırların sayısı	0
-c#	Okunacak sütun	1
-m#	Kullanılacak embedding boyutu	2
-t#	Çizilmesi gereken referans noktası civarındaki pencere	0
-r#	Komşuluk araması için minimal uzunluk ölçeği	Veri aralığı/1000
-s#	Zamanda iterasyonların sayısı	50
-o[#]	Çıktı dosyası adı	'veridosyası'.ros (veya eğer data stdin'den okunuyorsa stdin.mut)
-V#	Ayrıntı seviyesi 0: sadece panik mesajları 1:girdi/çıktı mesajları ekle 2:her bir iterasyon için istatistik ekle	3
-h	Bu seçenekleri göster	Hiçbiri

Bu program çıktı olarak birinci sütunda iterasyonların sayısını ve ikinci sütunda ise uzatma faktörünün logaritmasını verir [25].

### 3.1.4.Lyap\_k.exe

Bu program Kantz'ın algortimasını kullanarak verilen bir data setinin en büyük lyapunov üstelini tahmin etmeye yarar. Kullanım seçenekleri aşağıdaki gibidir.

Tablo 3.4. Lyap\_k.exe programı kullanım opsiyonları.

Seçenek	Tanım	Varsayılan
-l#	Kullanılan veri sayısı	Tüm dosya
-x#	Yoksayılan satırların sayısı	0
-c#	Okunacak sütun	1
-M#	Kullanılacak maksimal embedding boyutu	2
-m#	Kullanılacak minimal embedding boyutu	2
-d#	Kullanılacak gecikme	1
-r#	Komşuluk araması için minimal uzunluk ölçüğü	Veri aralığı/1000
-R#	Komşuluk araması için maksimal uzunluk ölçüğü	(Veri aralığı)/100
-##	Kullanılacak uzunluk ölçüklerinin sayısı	5
-n#	Kullanılacak referans noktalarının sayısı	tümü
-s#	Zamanda iterasyonların sayısı	50
-t#	Theiler penceresi	0
-o[#]	Çıktı dosyası adı	'veridosyası'.lyap
	Ayrıntı seviyesi	
-V#	0: sadece panik mesajları 1:girdi/çıktı mesajları ekle 2:her bir iterasyon için istatistik ekle	3
-h	Bu seçenekleri göster	Hiçbiri

Çıktı olarak, her embedding(gömmе) boyutu ve her uzunluk ölçęęi için dosya 3 sütundan oluşan bir veri bloğu içerir [25]:

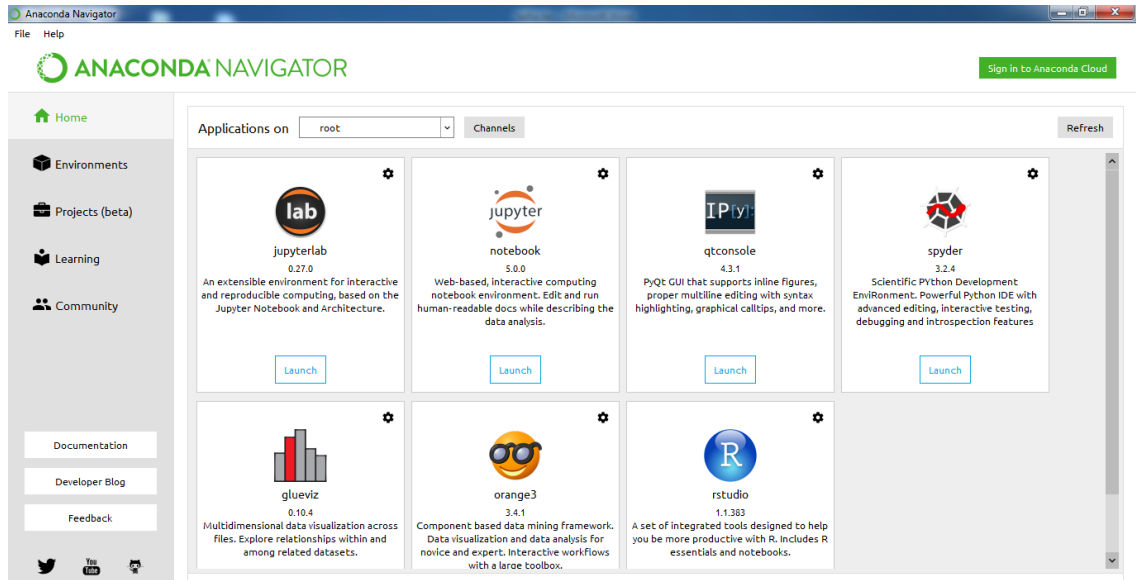
-İterasyon sayısı.

-Gerilme faktörünün logaritması (düz çizgi ise eğim Lyapunov üstelidir).

-Yeterli sayıdaki noktalarla bir komşuluk için bulunan noktaların sayısı.

### 3.2. Anaconda

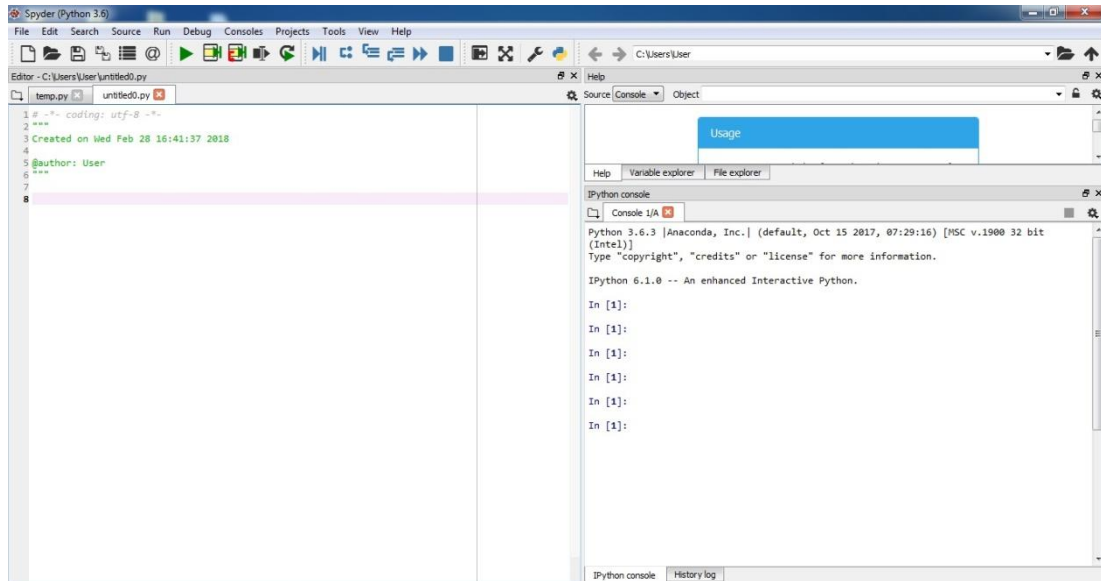
Anaconda, paket yönetimi ve dağıtımını basitleştirmeyi amaçlayan büyük ölçekli veri işleme, tahmini analitik ve bilimsel hesaplamalar için Python ve R programlama dillerinin freemium açık kaynak kodlu dağılımını yapan bir servistir.



Şekil 3.2. Anaconda navigator görünümü.

Bu organizasyonun alt birimlerinden biri olan Spyder (Scientific Python Development Environment) Python dili için gelişmiş düzenleme, etkileşimli test, hata ayıklama ve içgözlem özellikleri ve sayısal bilgi işlem ortamı sağlayan bir derleyicidir.





Şekil 3.3. Spyder program içi görüntü.

### 3.3. Nümerik Runge-Kutta İntegratörü

Runge-Kutta yöntemi, daha düşük seviyeli hata terimlerini iptal etmek için bir aralığın orta noktasında bir deneme adımı kullanarak adi diferansiyel denklemleri sayısal olarak toplamak için kullanılan bir yöntemdir. Spyder derleyicisi üzerinde Python dilini kullanarak kendi yazdığımız 3 boyutta 4. Dereceden Runge-Kutta integratörünün kaynak kodları aşağıda verildiği gibidir:

```

from pylab import *
import numpy as np
def RbnXDot(a, hn, x, y, z) :
    return -a*x+z*y
def RbnYDot(hn, b, x, y, z) :
    return hn*x-x*z
def RbnZDot(d, x, y, z) :
    return -d*z+y*x+x*y*z

# 3Boyutlu 4. Dereceden Runge Kutta İntegratörü
def RKTwoD(a, hn, b, d, x, y, z, f, g, h, dt) :
    k1x = dt * f(a, hn, x, y, z)
    k1y = dt * g(hn, b, x, y, z)
    k1z = dt * h(d, x, y, z)
    k2x = dt * f(a, hn, x + k1x / 2.0, y + k1y / 2.0, z+k1z/2.0)
    k2y = dt * g(hn, b, x + k1x / 2.0, y + k1y / 2.0, z+k1z/2.0)
    k2z = dt * h(d, x + k1x / 2.0, y + k1y / 2.0, z+k1z/2.0)
    k3x = dt * f(a, hn, x + k2x / 2.0, y + k2y / 2.0, z+k2z/2.0)
    k3y = dt * g(hn, b, x + k2x / 2.0, y + k2y / 2.0, z+k2z/2.0)
    k3z = dt * h(d, x + k2x / 2.0, y + k2y / 2.0, z+k2z/2.0)
    k4x = dt * f(a, hn, x + k3x, y + k3y, z+k3z)

```

```

k4y = dt * g(hn,b,x + k3x,y + k3y,z+k3z)
k4z = dt * h(d,x + k3x,y + k3y,z+k3z)
x = x + ( k1x + 2.0 * k2x + 2.0 * k3x + k4x ) / 6.0
y = y + ( k1y + 2.0 * k2y + 2.0 * k3y + k4y ) / 6.0
z = z + ( k1z + 2.0 * k2z + 2.0 * k3z + k4z ) / 6.0
return x,y,z

# Integrasyon adımı:
dt = 0.01

# Kontrol Parametreleri:
a=4.0
b=1.0
d=1.0
hn=6.75

# Başlangıç Koşulları:

x1 = [ 5.5 ]
y1 = [ -1.25 ]
z1 = [ 8.4 ]
plot(x1,y1,'bo')
# Zaman
t = [ 0.0]
# Zaman adımlarının sayısı
N =int(input('N'))

x,y,z =
RKTwoD(a,hn,b,d,x1[n],y1[n],z1[n],RbnXDot,RbnYDot,RbnZDot,dt)
x1.append(x)
y1.append(y)
z1.append(z)
t.append(t[n] + dt)

# Parametrik grafik ayarları
xlabel('x(t)') # set x-axis label
ylabel('z(t)') # set y-axis label
title('4th order Runge-Kutta Method:Rabinovich for hn = ' +
str(hn)+' a =' +str(a)) # set plot title
axis('equal')
axis([-12.0,12.0,-6.0,6.0])

# Faz düzleminde yörünge çizimi.
plot(x1,y1,'b')

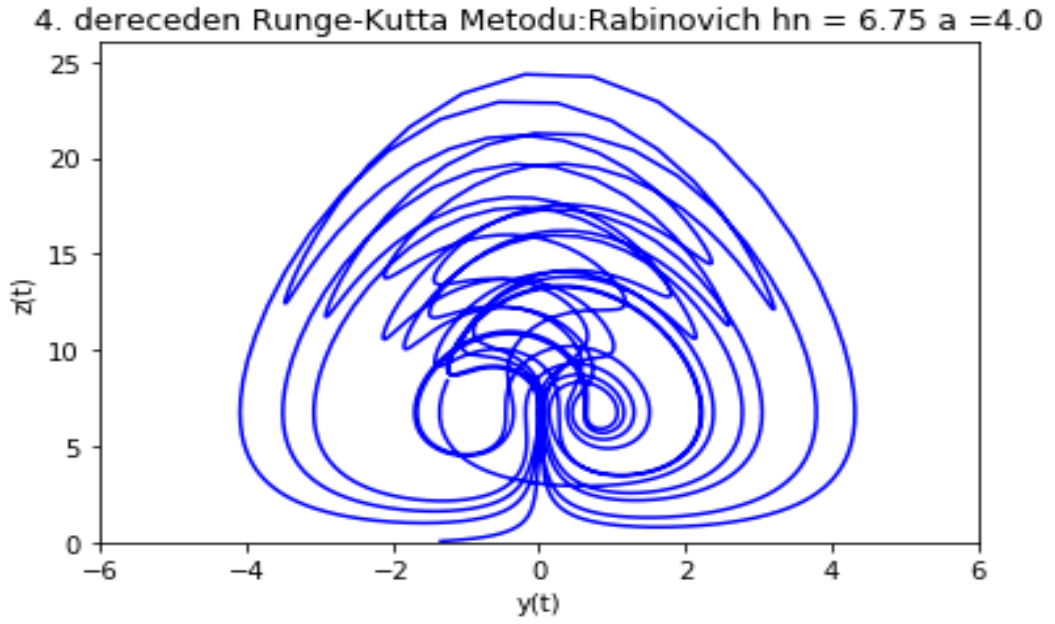
file = open('Xyzvalues.txt','w')
for i in range (0,len(x1)):
    file.write(str(x1[i]))
    file.write('\t\t ')
    file.write(str(y1[i]))
    file.write('\t\t ')
    file.write(str(z1[i]))
    file.write('\n')
file.close()
file = open('Xvalues.txt','w')
for i in range (0,len(x1)):
    file.write(str(x1[i]))
    file.write('\n')
file.close()

```

```
file = open('Yvalues.txt', 'w')
for i in range (0, len(x1)):
    file.write(str(y1[i]))
    file.write('\n')
file.close()
file = open('Zvalues.txt', 'w')
for i in range (0, len(x1)):
    file.write(str(z1[i]))
    file.write('\n')
file.close()
```

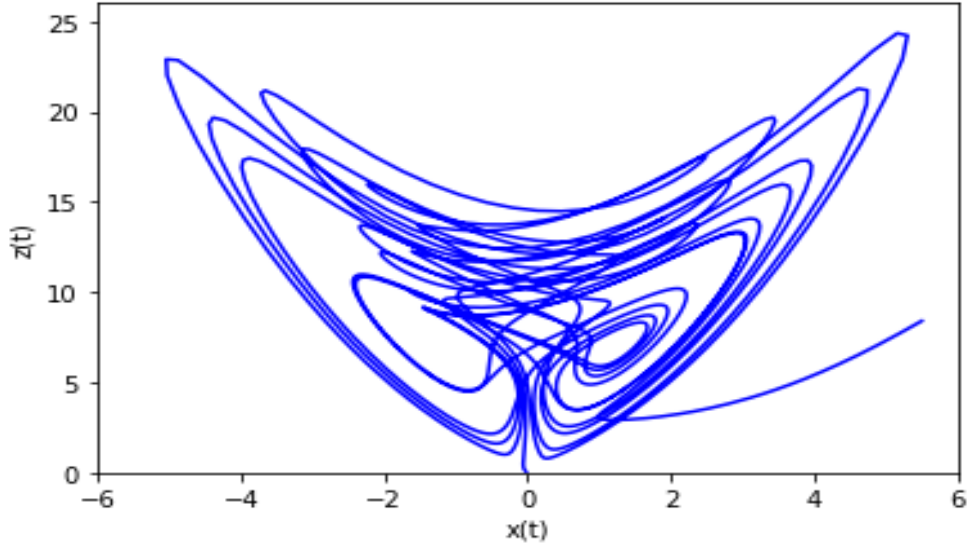
## BÖLÜM 4. SONUÇLAR

Modifiye Rabinovich denkleminin atraktörlerinin iki boyutta  $yz$ ,  $xz$ ,  $xy$  ve üç boyutta  $xyz$  grafikleri aşağıda verilmiştir.



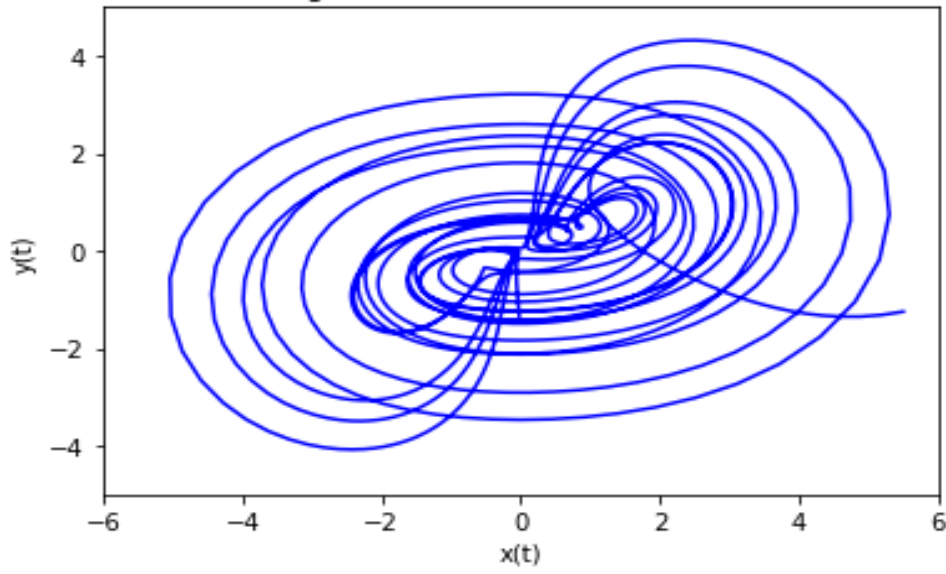
Şekil 4.1. Atraktörün  $y$ - $z$  grafiği.

4. dereceden Runge-Kutta Metodu:Rabinovich  $h_n = 6.75$   $a = 4.0$

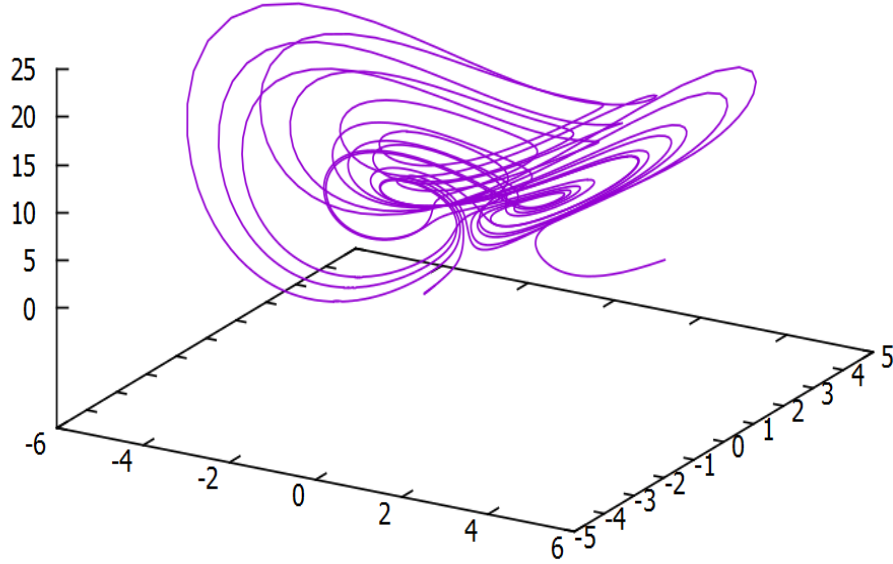


Şekil 4.2. Atraktörün x-z grafiği.

4. dereceden Runge-Kutta Metodu:Rabinovich  $h_n = 6.75$   $a = 4.0$

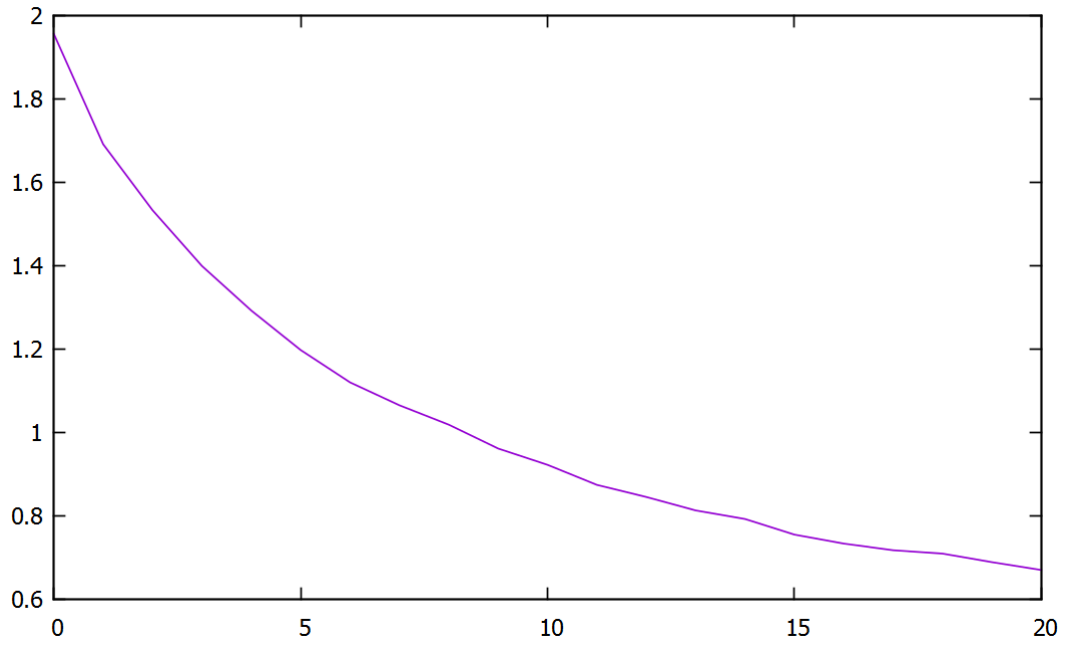


Şekil 4.3. Atraktörün x-y grafiği.



Şekil 4.4. Atraktörün üç boyutlu grafiği.

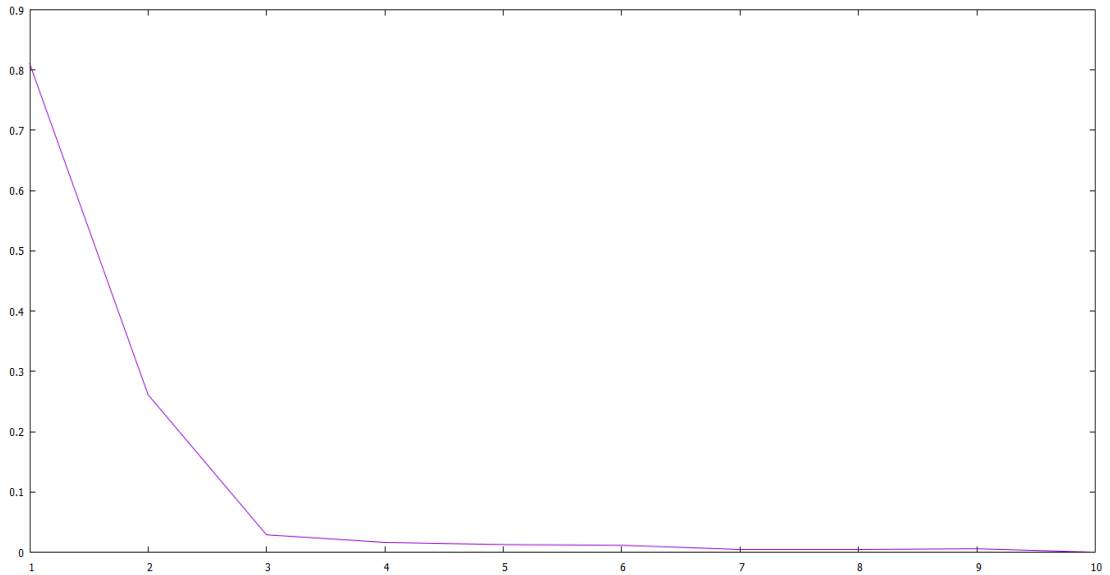
Modifiye Rabinovich denklem sisteminden Runge-Kutta nümerik integratörü kullanarak elde ettiğimiz verilerin zaman serisi analizi yapılması için öncelikle mutual information'a bakılması gerekir. Üretilen veriler TISEAN'da mutual.exe programı çalıştırılarak aşağıdaki grafik elde edilmiştir.



Şekil 4.5. Mutual information grafiği.

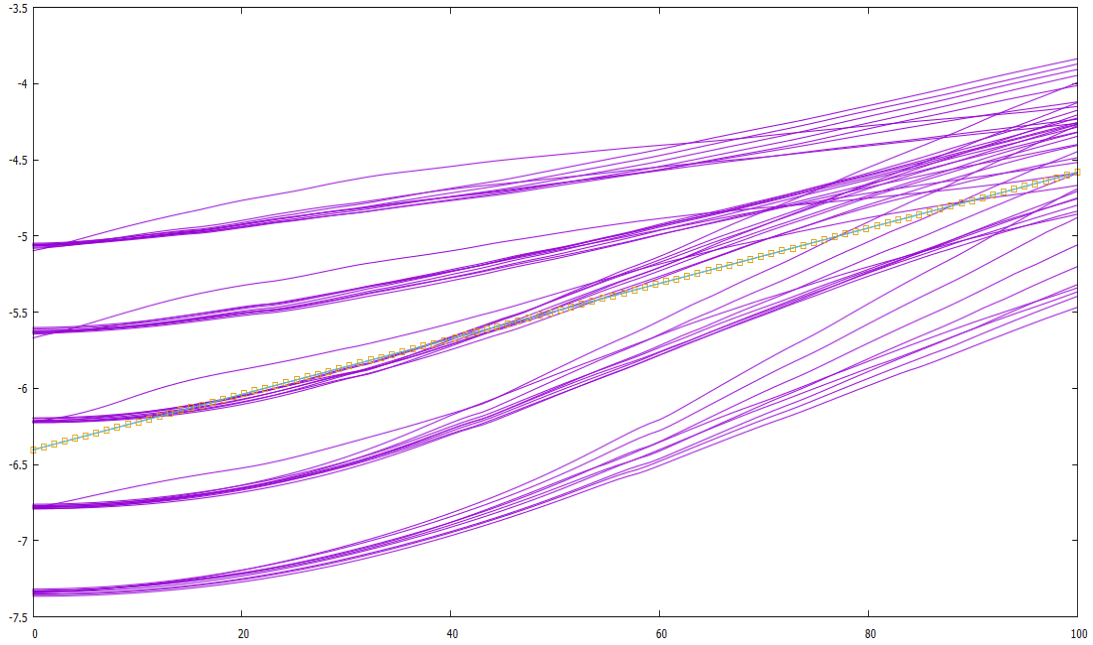
Grafikte görülen yerel minimum noktası 14 olduğu için zaman gecikmesi 14 olarak elde edilmiş olur.

Zaman gecikmesini 14 alıp denklem çözümünün x değerlerini TISEAN'da false\_nearest.exe programı ile çalıştırarak elde edilen grafik aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.6. Boyut-hatalı komşu oranı grafiği.

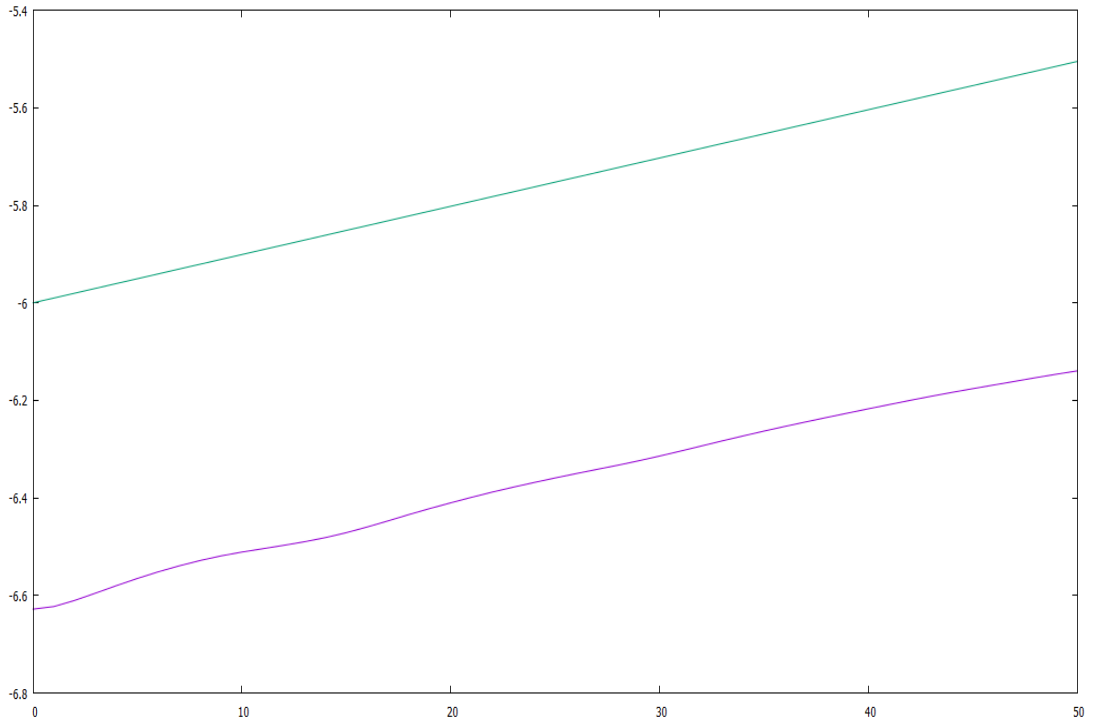
Şekil 4.6.'daki grafiğin sıfıra yaklaştığı noktanın 3 olduğu görülmektedir Böylece 3 ve üstü değerler embedding(gömülü) boyutu için uygundur anlamına gelir.



Şekil 4.7. Kanz algoritması ile gerilme faktörü – iterasyon sayısı grafiği.

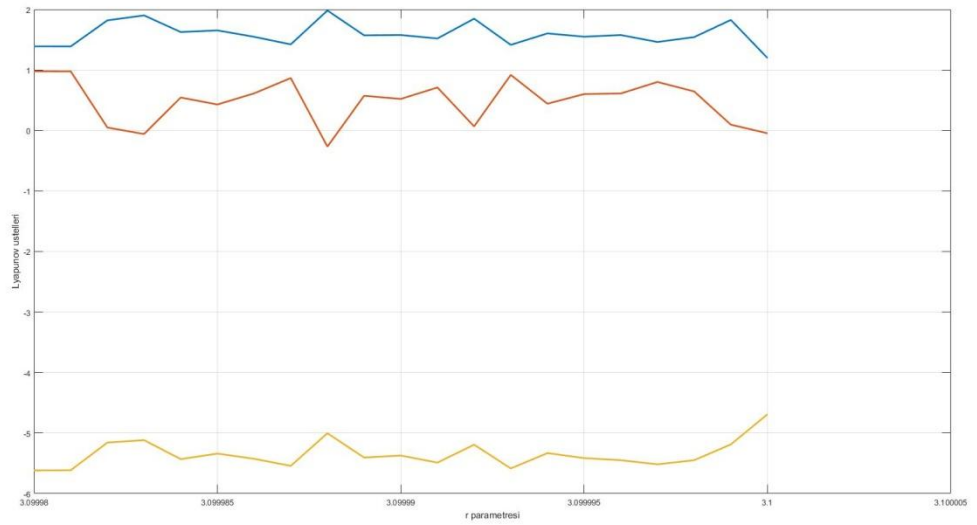
Kanz algoritması ile elde edilen gerilme faktörü-iterasyon sayısı grafiğinin eğimi  $m = 0.0182058 \pm 0.0003528$  (standart hata oranı 1.938%) olarak bulunmuştur. Bu eğim pozitif Lyapunov üsteli olduğunu göstermektedir.





Şekil 4.8. Rosenstein algoritması ile gerilme faktörü- iterasyon sayısı grafiği.

Rosenstein algoritması ile elde edilen gerilme faktörü-iterasyon sayısı grafiğinin eğimi  $m = 0.00985304 \pm 7.444e-005$  (standart hata oranı 0.7555%) olarak bulunmuştur. Bu eğim pozitif Lyapunov üsteli olduğunu göstermektedir.



Şekil 4.9. MATLAB üzerinde yazılmış SIMULINK ile elde edilen Lyapunov grafiği.

Aynı denklemlerin SIMULINK ile yapılan Lyapunov spektrum hesaplamasının grafiğinden de görüldüğü gibi sistemimizin en az bir tane pozitif Lyapunov üsteli bulunmaktadır.

Kaotik olduğu bilinen orijinal Rabinovich denklemlerinde yaptığımız değişiklik ile elde ettiğimiz yeni denklem sistemimizin kaotik olduğunu göstermek için üç farklı algoritma kullanarak Lyapunov üstelleri hesaplanmıştır. Bu hesaplamalar sonucunda sistemin kaotik olduğunun en önemli göstergesi olan en az bir pozitif Lyapunov üstelinin bulunduğu gösterilmiştir. Bu tip kaotik diferansiyel denklemler gerçek lineer olmayan zaman serilerinin modellenmesinde kullanılabilir. O nedenle elde edilen her yeni sistem potansiyel bir uygulama alanına sahiptir. Bu çalışmada sadece sistemin kaotik olduğu zaman serisi analizi yöntemleri kullanılarak gösterilmiş olsa da, çalışmanın ileriki aşamalarında parametre değerleri üzerinden kaos kontrol yapılması düşünülmektedir. Sistemin davranışlarının normal form yöntemi ile daha ayrıntılı olarak incelenmesi de ileride yapmayı düşündüğümüz bir başka çalışmadır.

## KAYNAKLAR

- [1] Heinz Georg Schuster ve Wolfram Just, *Deterministic Chaos: An Introduction*, WILEY-VCH, 2005.
- [2] Edward N.Lorenz, *Deterministic Nonperiodic Flow*, *Journal Of The Atmospheric Sciences*, 1963.
- [3] A.S.Pikovskii, M.I.Rabinovich ve V.Yu.Trakhtengerts, *Onset of stochasticity in decay confinement of parametric instability*, *Institute of Applied Physics*, 1978.
- [4] Zhang Xiang, *Integrals of motion of the Rabinovich system*, *Journal of Physics A*, 2000.
- [5] Jaume Llibre, Marcelo Messias ve Paulo R da Silva, *On the Global Dynamics of the Rabinovich System*, 2008.
- [6] N.V.Kuznetov, G.A.Leonov, T.N. Mokaev, A. Prasad ve M.D. Shrimali, eprint arXiv:1504.04723, 2017.
- [7] D. D'Humier`es, M. R., Beasley, B. A., Humberman ve A. Libchaber, *Chaotic States and Routes to Chaos in the Forced Pendulum*, *Phys. Rev.* 26A, 1982.
- [8] A. Libchaber ve J. Maurer in T. Riste, *Nonlinear Phenomena at Phase Transitions and Instabilities*, *NATO Adv. Study Inst.*, Plenum Press, New York 1982.
- [9] H. Haken, *Analogy Between Higher Instabilities in Fluids and Lasers*, *Phys. Lett.* 53A, 1975.
- [10] F. A. Hopf, D. L. Kaplan, H. M. Gibbs ve R. L. Shoemaker, *Bifurcations to Chaos in Optical Bistability*, *Phys. Rev.* 25A, 1982.
- [11] M. Cirillo ve N. F. Pedersen, *On Bifurcations and Transitions to Chaos in a Josephson Junction*, *Phys. Lett.* 90A, 1982.
- [12] R. H. Simoyi, A. Wolf ve H. L. Swinney: *One Dimensional Dynamics in a Multicomponent Chemical Reaction*, *Phys. Rev. Lett.* 49, 1982.

- [13] J. M. Wersinger, J. M. Finn ve E. Ott in G. Laval ve D. Gresillon, *Intrinsic Stochasticity in Plasmas*. Les Editions de Physique, Courtaboeuf, Orsay, France, 1980.
- [14] Robert M. May, *Simple Mathematical Models With Very Complicated Dynamics*, *Nature* 261, 1976.
- [15] L. Glass, M. R. Guevara and A. Shrier, *Bifurcation and Chaos in a Periodically Stimulated Cardiac Oscillator*, *Physica* 7D, 1983.
- [16] J.P. Eckmann ve D. Ruelle, *Ergodic theory of chaos and strange attractors*, *Rev. Mod. Phys.* 57, 617, 1985.
- [17] R. Stoop ve J. Parisi, *Calculation of Lyapunov exponents avoiding spurious elements*, *Physica D* 50, 89, 1991.
- [18] [https://www.pks.mpg.de/~tisean/Tisean\\_3.0.1/index.html](https://www.pks.mpg.de/~tisean/Tisean_3.0.1/index.html).  
Erişim Tarihi: 20.05.2018.
- [19] H. Kantz, *A robust method to estimate the maximal Lyapunov exponent of a time series*, *Phys. Lett. A* 185, 77, 1994.
- [20] M. T. Rosenstein, J. J. Collins ve C. J. De Luca, *A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets*, *Physica D* 65, 117, 1993.
- [21] M. Sano ve Y. Sawada, *Measurement of the Lyapunov spectrum from a chaotic time series*, *Phys. Rev. Lett.* 55, 1082, 1985.
- [22] J. Kaplan ve J. Yorke, *Chaotic behavior of multidimensional difference equations* In Peitgen, H. O. & Walther, H. O., editors, *"Functional Differential Equations and Approximation of Fixed Points"* Springer, New York, 1987.
- [23] R. Hegger, H. Kantz, ve T. Schreiber, *Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package*, *CHAOS* 9, 413, 1999.
- [24] H. Kantz ve T. Schreiber, *Nonlinear Time Series Analysis*, 2nd edition, Cambridge University Press, Cambridge, 2004.
- [25] <https://www.pks.mpg.de/~tisean/> Erişim Tarihi: 20.05.2018

## ÖZGEÇMİŞ

Talha ZAFER, 31.03.1991'de Sakarya'da doğdu. İlk, orta ve lise eğitimini Sakarya'da tamamladı. 2009 yılında Sapanca Anadolu Lisesi'nden mezun oldu. 2009 yılında başladığı Sakarya Üniversitesi Fizik Bölümü'nü 2013 yılında bölüm birincisi olarak bitirdi. 2014 yılında Sakarya Üniversitesi Matematik Bölümü'ndeki çift anadalını ve aynı yıl Eskişehir Anadolu Üniversitesi Felsefe Bölümü'nü bitirdi. 2014 yılında Sakarya Üniversitesi Fizik Bölümü Yüksek Lisans Programı'na kaydolup 2015-2016 yılında Erasmus Değişim Programı'yla değişim öğrencisi olarak İsveç'te Umea Üniversitesi'nde okumuştur. Halen Sakarya Üniversitesi Fizik Bölümü'nde yüksek lisansa devam etmektedir.