

T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**YENİ KAOTİK SİSTEMLER: ELEKTRONİK DEVRE
GERÇEKLEMELERİ, SENKRONİZASYON VE GÜVENLİ
HABERLEŞME UYGULAMALARI**

DOKTORA TEZİ

Elektronik Yük. Müh. İhsan PEHLİVAN

Enstitü Anabilim Dalı : ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ

Enstitü Bilim Dalı : ELEKTRONİK

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Abdullah FERİKOĞLU

Mart 2007

T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**YENİ KAOTİK SİSTEMLER: ELEKTRONİK DEVRE
GERÇEKLEMELERİ, SENKRONİZASYON VE GÜVENLİ
HABERLEŞME UYGULAMALARI**

DOKTORA TEZİ

Elektronik Yük. Müh. İhsan PEHLİVAN

Enstitü Anabilim Dalı : ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ

Enstitü Bilim Dalı : ELEKTRONİK

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Abdullah FERİKOĞLU

Bu tez 19 / 03 / 2007 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Oybirliği / Oyçokluğu ile kabul edilmiştir.


Prof. Dr. Abdullah Ferikoğlu
Jüri Başkanı


Yrd. Doç. Dr. Ahmet Özcan
Jüri Üyesi


Yrd. Doç. Dr. Yusuf GYSAL
Jüri Üyesi


Yrd. Doç. Dr. H. İbrahim BSKIKUET
Jüri Üyesi


Yrd. Doç. Dr. Ahmet Y. TEŞNELİ
Jüri Üyesi


A. Tuzun

ÖNSÖZ

Dinamik sistemlerde bilinen en karmaşık kararlı hal davranışı “kaos” dur. Ünlü bir yazar, yüz yıl kadar önce “her şey her şeyle bağlıdır” diyordu. Gerçekten de evren ancak sonsuz değişkenli ve parametrelili denklemlerle ifade edilebilir. Kaos Bilimine göre, evren en küçük noktalar da dahil her şeyi ile ele alınmalıdır. Kaos Bilimi, sayısız değişkenle idare edilen evrende görülen kompleks yapı ve işleyişi, kendine has düzeni anlamaya çalışmakta ve daha kat edeceği çok fazla yol bulunmaktadır. Kaos gibi görünen bu kompleks sistem, aslında her şeyiyle ince ve hassas bir dengenin ta kendisidir.

Bu tezde, çeşitli bilim dallarında mevcut olan doğrusal olmayan kaotik sistemleri tanıtarak ve yeni kaotik sistemler keşfederek, güvenli haberleşmede alternatif yeni kaotik sistemler ve devrelerin kullanılabilmesini göstermeyi amaçladık.

Doktora tez çalışması boyunca her türlü emek, ilgi, destek ve teşviklerini esirgemeyen başta sayın danışmanlarım Prof. Dr. Abdullah FERİKOĞLU ve Yrd. Doç. Dr. Yılmaz UYAROĞLU' na teşekkürlerimi sunarım.

Her türlü anlayış, destek ve yardımlarından dolayı aileme, eşime, çocuklarıma, mesai arkadaşlarıma ve katkısı olan herkese teşekkür ederim.

Ayrıca Laboratuvar ve Atölyelerini kullanma fırsatı veren Mühendislik Fakültesi Dekanlığı, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölüm Başkanlığı ve Sakarya Anadolu Teknik Lisesi Müdürlüğü'ne teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ.....	ii
İÇİNDEKİLER	iii
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ.....	vii
ŞEKİLLER LİSTESİ	ix
TABLolar LİSTESİ.....	xxi
ÖZET.....	xxii
SUMMARY.....	xxiii

BÖLÜM 1.

GİRİŞ.....	1
------------	---

BÖLÜM 2.

DOĞRUSAL OLMAYAN DİNAMİK SİSTEMLER VE KAOS.....	10
2.1. Sürekli–Zaman Sistemleri.....	10
2.2. Ayrık–Zaman Sistemleri.....	16
2.3. Lyapunov Üstelleri.....	19
2.4. Boyut.....	23
2.5. Çatallaşma.....	24

BÖLÜM 3.

ÖRNEK KAOTİK SİSTEMLER.....	26
3.1. Lorenz Sistemi.....	26
3.2. Rössler Sistem.....	29
3.3. Duffing Sistemi.....	31
3.4. Chua Sistemi ve Devresi.....	32
3.5. Van Der Pol Osilatörleri.....	34
3.6. Chen Sistemleri.....	37

3.7. Yayınımsız Lorenz Sistemi.....	42
3.8. Rikitake Sistemi.....	43
3.9. Rucklidge Sistemi.....	45
3.10. Üç Katmanlı Sistem.....	47
3.11. Arneodo Sistemi.....	48
3.12. Hindmarsh-Rose Sistemi.....	49
3.13. Genelleştirilmiş Lotka-Volterra Sistemi.....	51
3.14. Moore-Spiegel Sistemi.....	52
3.15. Rabinovich-Fabrikant Sistemi.....	53
3.16. Sprot(1994) Sistemleri.....	54

BÖLÜM 4.

KAOTİK SİSTEMLERİN MODELLENMESİ, DEVRE GERÇEKLEMESİ, SENKRONİZASYONU VE GİZLEME YÖNTEMİYLE HABERLEŞMESİ.	58
4.1. Dinamik ve Kaotik Sistemlerin Modellenmesi.....	58
4.2. Devre Gerçeklemede Kullanılan İşlemsel Elemanlar ve Temel İşlem Devreleri.....	61
4.2.1. Analog çarpma entegreleri.....	61
4.2.2. Opamplar.....	62
4.2.3. Gerilim takipçisi devresi.....	63
4.2.4. Eviren ve evirmeyen yükselteç devresi.....	63
4.2.5. Toplama devresi.....	64
4.2.6. İntegral alma devresi.....	64
4.3. Kaotik Sistemlerin Devre Gerçeklemesi.....	65
4.4. Kaotik Sistemlerin Senkronizasyonu.....	72
4.5. Kaotik Sistemlerin Gizleme Yöntemiyle Haberleşmesi.....	80

BÖLÜM 5.

YENİ KAOTİK SİSTEMLERİN DEVRE GERÇEKLEMELERİ.....	85
5.1. Yayınımsız Lorenz Sistemi Simulink Modeli ve Devre Gerçeklemesi	85
5.2. Rikitake Sistemi Simulink Modeli ve Devre Gerçeklemesi.....	88
5.3. Rucklidge Sistemi Simulink Modeli ve Devre Gerçeklemesi.....	93

5.4. Arneodo Sistemi Simulink Modeli ve Devre Gerçeklemesi.....	96
5.5. Hoover(Sprott94A) Sistemi Simulink Modeli ve Devre Gerçeklemesi.....	99
BÖLÜM 6.	
YENİ KAOTİK SİSTEMLERİN SENKRONİZASYONLARI.....	102
6.1.Yayınımsız Lorenz Sistemi Simulink ve Devre Senkronizasyonları	102
6.2. Rikitake Sistemi Simulink ve Devre Senkronizasyonları.....	106
6.3. Rucklidge Sistemi Simulink ve Devre Senkronizasyonları.....	110
6.4. Arneodo Sistemi Simulink ve Devre Senkronizasyonları.....	114
6.5. Hoover(Sprott94A) Sistemi Simulink ve Devre Senkronizasyonları	118
BÖLÜM 7.	
YENİ KAOTİK SİSTEMLERİN GİZLEME YÖNTEMİYLE HABERLEŞMELERİ.....	122
7.1.Yayınımsız Lorenz Sisteminin Gizleme Yöntemiyle Haberleşmesi.	122
7.2. Rikitake Sisteminin Gizleme Yöntemiyle Haberleşmesi.....	127
7.3. Rucklidge Sisteminin Gizleme Yöntemiyle Haberleşmesi.....	132
7.4. Arneodo Sisteminin Gizleme Yöntemiyle Haberleşmesi.....	137
7.5. Hoover(Sprott94A) Sisteminin Gizleme Yöntemiyle Haberleşmesi	142
BÖLÜM 8.	
YENİ KEŞFEDİLEN KAOTİK SİSTEMLER, DEVRE GERÇEKLEMELERİ VE SENKRONİZASYONLARI.....	147
8.1. Yeni Kaotik A Sistemi.....	147
8.2. Yeni Kaotik B Sistemi.....	151
8.3. Yeni Kaotik C Sistemi.....	153
8.4. Yeni Kaotik D Sistemi.....	155
8.5. Yeni Kaotik E Sistemi.....	157
8.6. Yeni Kaotik F Sistemi.....	159
8.7. Yeni Kaotik G Sistemi.....	161
8.8. Yeni Kaotik G Sisteminin Simulink Modeli ve Devre Gerçeklemesi.....	165

8.9. Yeni Kaotik G Sisteminin Simulink ve Devre Senkronizasyonları.....	168
BÖLÜM 9.	
SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	172
KAYNAKLAR.....	176
EKLER.....	185
ÖZGEÇMİŞ.....	196

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

\bar{x}	: Durum vektörü
\bar{x}_0	: Başlangıç durum vektörü
t	: Zaman
t_0	: Başlangıç zamanı
\bar{F}	: Vektör alanı
$\bar{\Phi}_t$: Akış, dinamik sistemin zaman-t haritası
\bar{x}	: Denge noktaları
J	: Jacobian matrisi
λ_i	: Özdeğerler veya Lyapunov üstelleri
x	: Kaotik durum değişkeni
y	: Kaotik durum değişkeni
z	: Kaotik durum değişkeni
x_0	: Durum değişkeninin başlangıç değeri
y_0	: Durum değişkeninin başlangıç değeri
z_0	: Durum değişkeninin başlangıç değeri
u	: Skala edilmiş kaotik durum değişkeni
v	: Skala edilmiş kaotik durum değişkeni
w	: Skala edilmiş kaotik durum değişkeni
X_c	: Cevap sisteminin kaotik durum değişkeni
Y_c	: Cevap sisteminin kaotik durum değişkeni
Z_c	: Cevap sisteminin kaotik durum değişkeni
\dot{x}	: Durum değişkeninin türevi
\dot{y}	: Durum değişkeninin türevi
\dot{z}	: Durum değişkeninin türevi
T^r	: r boyutlu torus

\bar{x}_n	: Sistemin n. tekrarlama durumu
a	: Parametre
b	: Parametre
c	: Parametre
d	: Parametre
σ	: Parametre
μ	: Parametre
r	: Parametre
w_0	: Frekans bileşeni
L	: Limit kümesi
ϵ	: Limit kümeyi örtmek için gerekli olan n boyutlu hacim elemanlarının bir kenarının uzunluğu
$N(\epsilon)$: Limit kümeyi örtmek için gerekli olan hacim elemanlarının sayısı
D_0	: Kapasite boyutu, fraktal boyut
D_2	: Korelasyon boyutu
p_i	: Relatif frekans
V	: Gerilim
I	: Akım
F	: frekans
R	: Direnç
C	: Kapasitör
L	: Endüktör
G	: Kondüktans
E	: Kaynak gerilimi
SR	: Yükselme eğimi
τ	: Hesaplama (devre) zamanı
β	: Zaman skalalama faktörü
e	: Hata
$i(t)$: Bilgi işareti
$ic(t)$: Tekrar elde edilen bilgi işareti
$S(t)$: İletilen işaret

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1.	Lojistik haritanın, r parametresinin belirli değerlerine göre değişimi ($x(0)= 0.2$).....	17
Şekil 2.2.	Lojistik haritanın birbirinden çok az farklı iki başlangıç değeri için değişimi ($r = 4$).....	18
Şekil 2.3.	Lojistik Haritanın çatallaşma diyagramı.....	19
Şekil 2.4.	Kaotik sistemlerin başlangıç şartlarına hassas bağlılığına bir örnek (Lorenz sistemi).....	22
Şekil 2.5.	Orta-üç kantör kümesi.....	23
Şekil 3.1.	Lorenz sisteminin x, y, z durum değişkenlerinin zamana göre kaotik değişimi.....	26
Şekil 3.2.	Lorenz sisteminin $x-y, x-z, y-z$ kaotik çekicileri.....	27
Şekil 3.3.	Lorenz sisteminin üç boyutlu $x-y-z$ yörüngesi.....	27
Şekil 3.4.	Lorenz sisteminin Lyapunov üstelleri.....	28
Şekil 3.5.	Rössler sisteminin x, y, z durum değişkenlerinin zamana göre kaotik değişimi.....	29
Şekil 3.6.	Rössler sisteminin $x-y, x-z, y-z$ kaotik çekicileri.....	30
Şekil 3.7.	Rössler sisteminin üç boyutlu $x-y-z$ yörüngesi.....	30
Şekil 3.8.	Duffing sisteminin $x-y$ kaotik çekicisi.....	31
Şekil 3.9.	Chua Devresi.....	32
Şekil 3.10.	Doğrusal olmayan direncin karakteristiği.....	32
Şekil 3.11.	Chua devresinin V_{C1}, V_{C2}, i_L durum değişkenlerinin zamana göre kaotik değişimi.....	33
Şekil 3.12.	Chua devresinin $x-y, x-z, y-z$ kaotik çekicileri.....	34
Şekil 3.13.	Van Der Pol osilatörünün x ve y durum değişkenlerinin zamana göre kaotik değişimi.....	35
Şekil 3.14.	Van Der Pol osilatörünün $x_1 - x_2$ kaotik çekicisi.....	35

Şekil 3.15.	Sürülen Van Der Pol osilatörünün $x_1 - x_2$ durum değişkenlerinin kaotik değişimi.....	35
Şekil 3.16.	Sürülen Van Der Pol osilatörünün $x_1 - x_2$ kaotik çekicisi.....	36
Şekil 3.17.	Shaw-Van Der Pol osilatörünün $x_1 - x_2$ kaotik çekicisi.....	36
Şekil 3.18.	Chen sisteminin $x-y$, $x-z$, $y-z$ kaotik tuhaf çekicileri.....	37
Şekil 3.19.	Lü - Chen 2002 sisteminin $x-z$ tuhaf çekicisi (sırasıyla $c = 13$, $c = 20$, ve $c = 28$ için).....	38
Şekil 3.20.	Lü-Chen 2003 sisteminin (a) $x-y$, (b) $x-z$, (c) $y-z$, (d) $x-y-z$ kaotik çekicileri.....	39
Şekil 3.21.	Lü-Chen 2003 sisteminin (a) $x-y$, (b) $x-z$, (c) $y-z$, (d) $x-y-z$ kaotik çekicileri	40
Şekil 3.22.	Lü-Chen 2004 sisteminin 1-sarmallı kaotik çekicileri (a) $z_0 > 0$, (b) $z_0 > 0$ ($a = -10$, $b = -4$, $c = 18.1$).....	41
Şekil 3.23.	Lü-Chen 2004 sisteminin 2-sarmallı kaotik çekicileri (a) Yukarı çekici (b) Aşağı çekici ($a = -10$, $b = -4$, $c = 0$).....	41
Şekil 3.24.	Yayınımsız Lorenz sisteminin $x-y$, $x-z$, ve $y-z$ faz portreleri..	42
Şekil 3.25.	Yayınımsız Lorenz sisteminin Lyapunov üstelleri.....	43
Şekil 3.26.	Rikitake çekicisinin $x-y$, $x-z$, ve $y-z$ faz portreleri ($\mu=2$, $a=5$, $x_0=0$, $y_0=0.1$, ve $z_0=0$)	44
Şekil 3.27.	Rikitake sisteminin Lyapunov üstelleri.....	44
Şekil 3.28.	Rucklidge çekicisinin $x-y$, $x-z$, ve $y-z$ kaotik çekicileri($K=2$, $L=6.7$, $x_0=1$, $y_0=0$, $z_0=4.5$).....	45
Şekil 3.29.	Rucklidge çekicisinin üç boyutlu $x-y-z$ kaotik yörüngesi.....	46
Şekil 3.30.	Rucklidge sisteminin Lyapunov üstelleri.....	46
Şekil 3.31.	Üç-Katmanlı Çekicinin, üç boyutlu $x-y-z$ kaotik yörüngesi.....	47
Şekil 3.32.	Arneodo çekicisinin $x-y$, $x-z$, ve $y-z$ kaotik çekicileri.....	48
Şekil 3.33.	Arneodo sisteminin üç boyutlu $x-y-z$ kaotik yörüngesi.....	49
Şekil 3.34.	Hindmarsh-Rose çekicisinin $x-y$, $x-z$, ve $y-z$ kaotik çekicileri..	50
Şekil 3.35.	Hindmarsh-Rose sisteminin üç boyutlu $x-y-z$ kaotik yörüngesi.	50
Şekil 3.36.	Genelleştirilmiş Lotka-Volterra sisteminin $x-y$, $x-z$, ve $y-z$ kaotik çekicileri.....	51
Şekil 3.37.	Genelleştirilmiş Lotka-Volterra sisteminin üç boyutlu $x-y-z$ kaotik yörüngesi.....	51

Şekil 3.38.	Moore - Spiegel sisteminin $x-y$, $x-z$, ve $y-z$ kaotik çekicileri...	52
Şekil 3.39.	Moore - Spiegel sisteminin üç boyutlu $x-y-z$ kaotik yörüngesi..	52
Şekil 3.40.	Rabinovich - Fabrikant sisteminin $x-y$, $x-z$, ve $y-z$ kaotik çekicileri.....	53
Şekil 3.41.	Rabinovich - Fabrikant sisteminin üç boyutlu $x-y-z$ kaotik yörüngesi.....	53
Şekil 3.42.	“A” durumuna ait (Nosé-Hoover sistemi), $x-y$, $x-z$, ve $y-z$ kaotik çekicileri.....	57
Şekil 3.43.	“B” durumuna ait $x-y$, $x-z$, ve $y-z$ kaotik çekicileri.....	57
Şekil 3.44.	“C” durumuna ait $x-y$, $x-z$, ve $y-z$ kaotik çekicileri.....	57
Şekil 3.45.	“D” durumuna ait $x-y$, $x-z$, ve $y-z$ kaotik çekicileri.....	57
Şekil 3.46.	“H” durumuna ait $x-y$, $x-z$, ve $y-z$ kaotik çekicileri.....	57
Şekil 4.1.	Blok diyagramlar ile modelleme için gereken temel işlemler (a)Toplama (b)Sabit ile çarpma (c)İntegral alma (d)İşaret tersleme (e)Analog çarpma.....	59
Şekil 4.2.	(4.2) denklemini modelleyen blok diyagramı.....	61
Şekil 4.3.	Örnek çarpma entegresinin(AD633) fonksiyonel blok diyagramı ve çıkış fonksiyonu.....	62
Şekil 4.4.	Opamp’ın a) devre sembolü b) eşdeğer devresi.....	62
Şekil 4.5.	Opampli gerilim takipçisi devresi.....	63
Şekil 4.6.	(a) Opampli eviren yükselteç devresi, (b) Opampli evirmeyen yükselteç devresi.....	63
Şekil 4.7.	Opampli toplama devresi.....	64
Şekil 4.8.	Opampli integral alma devresi.....	64
Şekil 4.9.	Lorenz sisteminin Matlab-Simulink modellemesi.....	65
Şekil 4.10.	Cuomo ve Oppenheim’in 1993’de tanıttığı Lorenz devresi.....	66
Şekil 4.11.	Lorenz sisteminin basitleştirilmiş 2. devre tasarımı.....	67
Şekil 4.12.	Lorenz 2. devre tasarımının u hesaplama devresi.....	67
Şekil 4.13.	Lorenz 2. devre tasarımının v hesaplama devresi.....	68
Şekil 4.14.	Lorenz 2. devre tasarımının w hesaplama devresi.....	69
Şekil 4.15.	Lorenz 2. devre tasarımının Pspice simülasyon sonuçları (a) kaotik u, v, w sinyallerinin zamana göre değişimi, (b) u-v (c) u-w d) v-w kaotik çekicileri.....	71

Şekil 4.16.	Peş peşe bağlanmış senkronizasyon sisteminin blok diyagramı....	76
Şekil 4.17.	Pecora-Carroll (P-C) peşe bağlama metodunun farklı bir anlatımı.....	76
Şekil 4.18.	Lorenz sisteminin Simulink P-C senkronizasyon modellemesi.....	77
Şekil 4.19.	Lorenz sistemi Simulink senkronizasyon sonuçları (a)Sürücü sinyal(X), cevap sinyali(Xc) ve senkronizasyon hatası ($e=X-Xc$)'nın zaman göre değişimi (b) $X-Xc$ değişimi (senkronizasyondan önce) (c) $X-Xc$ değişimi (senkronizasyondan sonra).....	77
Şekil 4.20.	Lorenz sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi.....	78
Şekil 4.21.	Lorenz sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi simülasyon sonuçları (a)Sürücü(U) ve Cevap(Uc) kaotik sinyalleri ile Senkronizasyon hatası ($e = U-Uc$)'nin zamana göre değişimi, b) $U-Uc$ değişimi (senkronizasyondan önce), b) $U-Uc$ değişimi (senkronizasyondan sonra).....	79
Şekil 4.22.	Kaotik gizleme yöntemiyle haberleşmenin mantığını gösteren blok diyagram.....	81
Şekil 4.23.	Lorenz sisteminin Simulink'de yapılan kaotik gizleme haberleşme modellemesi.....	82
Şekil 4.24.	Lorenz sisteminin Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modelinin simülasyon sonuçları (a)Verici sistemin $X(t)$ sinyali, alıcı sistemin $Xc(t)$ sinyali, bilgi işareti $i(t)$ ve tekrar elde edilen bilgi işareti $ic(t)$ 'nin zamana göre değişimi (b)İletilen sinyal $S(t)=x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - ic(t)$ 'nin zamana göre değişimi.....	82
Şekil 4.25.	Lorenz sisteminin Pspice simülasyonu için kaotik gizleme yöntemiyle yapılan haberleşme devresi.....	83
Şekil 4.26.	Lorenz sistemi kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresinin Pspice simülasyon sonuçları (a)Verici sistemin $X(t)$ sinyali, alıcı sistemin $Xc(t)$ sinyali, bilgi işareti $i(t)$ ve tekrar elde edilen bilgi sinyali $ic(t)$ 'nin zamana göre değişimi (b)İletilen sinyal $S(t) = x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - ic(t)$ 'nin zamana göre değişimi.....	84

Şekil 5.1.	Yayınımsız Lorenz sisteminin Matlab-Simulink modellemesi.....	85
Şekil 5.2.	Yayınımsız Lorenz sisteminin Pspice simülasyon devresi.....	86
Şekil 5.3.	Yayınımsız Lorenz devresinin x, y, z değişkenlerinin zamana göre değişimi.....	86
Şekil 5.4.	Yayınımsız Lorenz devresi pspice simülasyon sonuçları a) $x-y$, b) $x-z$, d) $y-z$ kaotik çekicileri.....	87
Şekil 5.5.	Rikitake sisteminin Matlab-Simulink modellemesi.....	88
Şekil 5.6.	Rikitake sisteminin Pspice simülasyon devresi.....	89
Şekil 5.7.	Rikitake devresinin x, y, z değişkenlerinin zamana göre değişimi.....	89
Şekil 5.8.	Rikitake devresi pspice simülasyon sonuçları a) $x-y$, b) $x-z$, d) $y-z$ kaotik çekicileri.....	90
Şekil 5.9.	Rikitake sisteminin deneysel olarak kurulan elektronik devresi...	91
Şekil 5.10.	Rikitake elektronik devresinin kaotik x, y, z sinyallerinin osiloskop çıkışları.....	91
Şekil 5.11.	Rikitake elektronik devresinin kaotik $x-y, x-z$, ve $y-z$ kaotik çekicilerinin osiloskop çıkışları.....	92
Şekil 5.12.	Rucklidge sisteminin Matlab-Simulink modellemesi.....	93
Şekil 5.13.	Rucklidge sisteminin Pspice simülasyon devresi.....	94
Şekil 5.14.	Rucklidge devresinin x, y, z değişkenlerinin zamana göre değişimi.....	94
Şekil 5.15.	Rucklidge devresi pspice simülasyon sonuçları a) $x-y$, b) $x-z$, d) $y-z$ kaotik çekicileri.....	95
Şekil 5.16.	Arneodo sisteminin Matlab-Simulink modellemesi.....	96
Şekil 5.17.	Arneodo sisteminin Pspice simülasyon devresi.....	97
Şekil 5.18.	Arneodo devresinin x, y, z değişkenlerinin zamana göre değişimi.....	97
Şekil 5.19.	Arneodo devresi pspice simülasyon sonuçları a) $x-y$, b) $x-z$, d) $y-z$ kaotik çekicileri.....	98
Şekil 5.20.	Hoover(Sprot94A) sisteminin Matlab-Simulink modellemesi..	99
Şekil 5.21.	Hoover(Sprot94A) sisteminin Pspice simülasyon devresi.....	100
Şekil 5.22.	Hoover (Sprot94A) devresinin x, y, z değişkenlerinin zamana göre değişimi.....	100

Şekil 5.23.	Hoover(Sprott94A) devresi pspice simülasyon sonuçları a)x-y, b)x-z, d) y-z kaotik çekicileri.....	101
Şekil 6.1.	Yayınımsız Lorenz sisteminin Simulink P-C senkronizasyon modellemesi.....	103
Şekil 6.2.	Yayınımsız Lorenz sistemi Simulink senkronizasyon sonuçları (a)Sürücü sinyal(X), cevap sinyali(Xc) ve senkronizasyon hatası($e = X - Xc$)'nin zaman göre değişimi (b) $X-Xc$ değişimi (senkronizasyondan önce) (c) $X-Xc$ değişimi (senkronizasyondan sonra).....	103
Şekil 6.3.	Yayınımsız Lorenz sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi..	104
Şekil 6.4.	Yayınımsız Lorenz sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi simülasyon sonuçları (a)Senkronizasyon öncesi Sürücü(X) ve Cevap(Xc) kaotik sinyalların zamana göre değişimi (b)Senkronizasyonsuz $X-Xc$ değişimi (c)Sürücü(X) ve Cevap(Xc) kaotik sinyalları ile Senkronizasyon hatası ($e=X-Xc$)'nin zamana göre değişimi (d) $X-Xc$ senkronizasyonu	105
Şekil 6.5.	Rikitake sisteminin Simulink P-Csenkronizasyon modellemesi....	107
Şekil 6.6.	Rikitake sistemi Simulink senkronizasyon sonuçları (a)Sürücü sinyal(X), cevap sinyali(Xc) ve senkronizasyon hatası ($e=X-Xc$)'nin zaman göre değişimi (b) $X-Xc$ değişimi (senkronizasyondan önce) (c) $X-Xc$ değişimi (senkronizasyondan sonra).....	107
Şekil 6.7.	Rikitake sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi.....	108
Şekil 6.8.	Rikitake sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi simülasyon sonuçları (a) Senkronizasyon öncesi Sürücü(X) ve Cevap(Xc) kaotik sinyalların zamana göre değişimi (b)Senkronizasyonsuz $X-Xc$ değişimi (c) Sürücü(X) ve Cevap(Xc) kaotik sinyalları ile Senkronizasyon hatası ($e = X-Xc$)'nin zamana göre değişimi (d) $X-Xc$ senkronizasyonu.....	109
Şekil 6.9.	Rucklidge sisteminin Simulink P-Csenkronizasyon modellemesi.	111
Şekil 6.10.	Rucklidge sistemi Simulink senkronizasyon sonuçları (a) Senkronizasyon öncesi Sürücü(X) ve Cevap(Xc) kaotik sinyalların zamana göre değişimi (b) $X-Xc$ değişimi	

	(senkronizasyondan önce) (c)Sürücü sinyal(X), cevap sinyali(Xc) ve senkronizasyon hatası($e = X - Xc$)'nin zaman göre değişimi (d) X-Xc değişimi (senkronizasyondan sonra).....	111
Şekil 6.11.	Rucklidge sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi.....	112
Şekil 6.12.	Rucklidge sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi simülasyon sonuçları (a) Senkronizasyon öncesi Sürücü(X) ve Cevap(Xc) kaotik sinyalların zamana göre değişimi (b)Senkronizasyonsuz X-Xc değişimi (c)Sürücü(X) ve Cevap(Xc) kaotik sinyalları ile Senkronizasyon hatası ($e=X-Xc$)'nin zamana göre değişimi (d)X-Xc senkronizasyonu.	113
Şekil 6.13.	Arneodo sisteminin Simulink P-Csenkronizasyon modellemesi...	115
Şekil 6.14.	Arneodo sistemi Simulink senkronizasyon sonuçları (a)Senkronizasyon öncesi Sürücü(X) ve Cevap(Xc) kaotik sinyalların zamana göre değişimi (b)X-Xc değişimi (senkronizasyondan önce) (c)Sürücü sinyal(X), cevap sinyali(Xc) ve senkronizasyon hatası($e = X - Xc$)'nin zaman göre değişimi (d)X-Xc değişimi (senkronizasyondan sonra).....	115
Şekil 6.15.	Arneodo sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi.....	116
Şekil 6.16.	Arneodo sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi simülasyon sonuçları (a)Senkronizasyon öncesi Sürücü(X) ve Cevap(Xc) kaotik sinyalların zamana göre değişimi (b)Senkronizasyonsuz X-Xc değişimi (c) Sürücü(X) ve Cevap(Xc) kaotik sinyalları ile Senkronizasyon hatası ($e = X - Xc$)'nin zamana göre değişimi (d) X-Xc senkronizasyonu.....	117
Şekil 6.17.	Hoover(Sprot94A) sisteminin Simulink P-Csenkronizasyon modellemesi.....	119
Şekil 6.18.	Hoover(Sprot94A) sistemi Simulink senkronizasyon sonuçları (a)Senkronizasyon öncesi Sürücü(X) ve Cevap(Xc) kaotik sinyalların zamana göre değişimi (b)X-Xc değişimi (senkronizasyondan önce) (c)Sürücü sinyal(X), cevap sinyali(Xc) ve senkronizasyon hatası ($e=X-Xc$)'nin zaman göre değişimi (d)X-Xc değişimi (senkronizasyondan sonra).....	119
Şekil 6.19.	Hoover(Sprot94A) sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi.	120

Şekil 6.20.	Hoover(Sprott94A) sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi simülasyon sonuçları (a)Senkronizasyon öncesi Sürücü(X) ve Cevap(Xc) kaotik sinyalların zamana göre değişimi (b)Senkronizasyonsuz X-Xc değişimi (c)Sürücü(X) ve Cevap(Xc) kaotik sinyalları ile Senkronizasyon hatası ($e=X-Xc$)'nin zamana göre değişimi (d)X-Xc senkronizasyonu.	121
Şekil 7.1.	Yayınımsız Lorenz sisteminin Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modellemesi.....	123
Şekil 7.2.	Yayınımsız Lorenz sisteminin Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modelinin simülasyon sonuçları (a) Verici sistemin X(t) sinyali, alıcı sistemin Xc(t) sinyali, bilgi işareti i(t) ve tekrar elde edilen bilgi işareti ic(t)'nin zamana göre değişimi (b) İletilen sinyal $S(t)=x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - ic(t)$ 'nin zamana göre değişimi.....	124
Şekil 7.3.	Yayınımsız Lorenz sistemi sisteminin Pspice simülasyonu için yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresi.....	125
Şekil 7.4.	Yayınımsız Lorenz sistemi kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresinin Pspice simülasyon sonuçları (a) Verici sistemin X(t) sinyali, alıcı sistemin Xc(t) sinyali, bilgi işareti i(t) ve tekrar elde edilen bilgi sinyali ic(t)'nin zamana göre değişimi (b)İleti sinyali $S(t)=x(t)+i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t)=i(t)-ic(t)$...	126
Şekil 7.5.	Rikitake sisteminin Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modellemesi.....	128
Şekil 7.6.	Rikitake sisteminin Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modelinin simülasyon sonuçları (a)Verici sistemin X(t) sinyali ve alıcı sistemin Xc(t) sinyali'nin zamana göre değişimi (b) bilgi işareti i(t) ve tekrar elde edilen bilgi işareti ic(t)'nin zamana göre değişimi (c) İletilen sinyal $S(t)=x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - ic(t)$ 'nin zamana göre değişimi.....	129
Şekil 7.7.	Rikitake sistemi sisteminin Pspice simülasyonu için yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresi.....	130

Şekil 7.8.	Rikitake sistemi kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresinin Pspice simülasyon sonuçları (a) Verici sistemin $X(t)$ sinyali ve alıcı sistemin $X_c(t)$ sinyali'nin zamana göre değişimi (b) bilgi işareti $i(t)$ ve tekrar elde edilen bilgi işareti $i_c(t)$ 'nin zamana göre değişimi (c) İletilen sinyal $S(t)=x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - i_c(t)$ 'nın zamana göre değişimi	131
Şekil 7.9.	Rucklidge sisteminin Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modellemesi.....	133
Şekil 7.10.	Rucklidge sisteminin Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modelinin simülasyon sonuçları (a) Verici sistemin $X(t)$ sinyali ve alıcı sistemin $X_c(t)$ sinyali'nin zamana göre değişimi (b) bilgi işareti $i(t)$ ve tekrar elde edilen bilgi işareti $i_c(t)$ 'nin zamana göre değişimi (c) İletilen sinyal $S(t)=x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - i_c(t)$ 'nın zamana göre değişimi.....	134
Şekil 7.11.	Rucklidge sistemi sisteminin Pspice simülasyonu için yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresi.....	135
Şekil 7.12.	Rucklidge sistemi kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresinin Pspice simülasyon sonuçları (a) Verici sistemin $X(t)$ sinyali ve alıcı sistemin $X_c(t)$ sinyali'nin zamana göre değişimi (b) bilgi işareti $i(t)$ ve tekrar elde edilen bilgi işareti $i_c(t)$ 'nin zamana göre değişimi (c) İletilen sinyal $S(t)=x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - i_c(t)$ 'nın zamana göre değişimi....	136
Şekil 7.13.	Arneodo sisteminin Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modellemesi.....	138
Şekil 7.14.	Arneodo sisteminin Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modelinin simülasyon sonuçları (a) Verici sistemin $y(t)$ sinyali ve alıcı sistemin $y_c(t)$ sinyali'nin zamana göre değişimi (b) bilgi işareti $i(t)$ ve tekrar elde edilen bilgi işareti $i_c(t)$ 'nin zamana göre değişimi (c)İletilen sinyal $s(t)=x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - i_c(t)$ 'nın zamana göre değişimi.....	139

Şekil 7.15.	Arneodo sistemi sisteminin Pspice simülasyonu için yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresi.....	140
Şekil 7.16.	Arneodo sistemi kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresinin Pspice simülasyon sonuçları (a) Verici sistemin $y(t)$ sinyali, alıcı sistemin $y_c(t)$, bilgi işareti $i(t)$ ve tekrar elde edilen bilgi işareti $i_c(t)$ 'nin zamana göre değişimi (b) İletilen sinyal $s(t)=x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - i_c(t)$ 'nın zamana göre değişimi.....	141
Şekil 7.17.	Hoover(Sprott94A) sisteminin Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modellemesi.....	143
Şekil 7.18.	Hoover(Sprott94A) sisteminin Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modelinin simülasyon sonuçları (a) Verici sistemin $X(t)$ sinyali ve alıcı sistemin $X_c(t)$ sinyali'nin zamana göre değişimi (b) bilgi işareti $i(t)$ ve tekrar elde edilen bilgi işareti $i_c(t)$ 'nin zamana göre değişimi (c) İletilen sinyal $S(t)=x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - i_c(t)$ 'nın zamana göre değişimi.....	144
Şekil 7.19.	Hoover(Sprott94A) sistemi sisteminin Pspice simülasyonu için yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresi.....	145
Şekil 7.20.	Hoover(Sprott94A) sistemi kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresinin Pspice simülasyon sonuçları (a) Verici sistemin $X(t)$ sinyali ve alıcı sistemin $X_c(t)$ sinyali'nin zamana göre değişimi (b) bilgi işareti $i(t)$ ve tekrar elde edilen bilgi işareti $i_c(t)$ 'nin zamana göre değişimi (c) İletilen sinyal $S(t)=x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - i_c(t)$ 'nın zamana göre değişimi.....	146
Şekil 8.1.	Yeni kaotik A sisteminin x, y, z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi.....	147
Şekil 8.2.	Yeni kaotik A sisteminin $x-y, x-z, ve y-z$ kaotik çekicileri ve üç boyutlu $x-y-z$ yörüngesi.....	148
Şekil 8.3.	Yeni kaotik A sisteminin LET Toolbox kullanılarak bulunan Lyapunov üstelleri.....	148

Şekil 8.4.	Yeni kaotik B sisteminin x , y , z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi.....	151
Şekil 8.5.	Yeni kaotik B sisteminin x - y , x - z , ve y - z kaotik çekicileri ve üç boyutlu x - y - z yörüngesi.....	152
Şekil 8.6.	Yeni kaotik B sisteminin Lyapunov üstelleri.....	152
Şekil 8.7.	Yeni kaotik C sisteminin x , y , z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi.....	153
Şekil 8.8.	Yeni kaotik C sisteminin x - y , x - z , ve y - z kaotik çekicileri ve üç boyutlu x - y - z yörüngesi.....	154
Şekil 8.9.	Yeni kaotik C sisteminin Lyapunov üstelleri.....	154
Şekil 8.10.	Yeni kaotik D sisteminin x , y , z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi.....	155
Şekil 8.11.	Yeni kaotik D sisteminin x - y , x - z , ve y - z kaotik çekicileri ve üç boyutlu x - y - z yörüngesi.....	156
Şekil 8.12.	Yeni kaotik D sisteminin Lyapunov üstelleri.....	156
Şekil 8.13.	Yeni kaotik E sisteminin x , y , z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi.....	157
Şekil 8.14.	Yeni kaotik E sisteminin x - y , x - z , ve y - z kaotik çekicileri ve üç boyutlu x - y - z yörüngesi.....	158
Şekil 8.15.	Yeni kaotik E sisteminin Lyapunov üstelleri.....	158
Şekil 8.16.	Yeni kaotik F sisteminin x , y , z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi.....	159
Şekil 8.17.	Yeni kaotik F sisteminin x - y , x - z , ve y - z kaotik çekicileri ve üç boyutlu x - y - z yörüngesi.....	160
Şekil 8.18.	Yeni kaotik F sisteminin Lyapunov üstelleri.....	160
Şekil 8.19.	Yeni kaotik G sisteminin x , y , z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi.....	161
Şekil 8.20.	Yeni kaotik G sisteminin x - y , x - z , ve y - z kaotik faz portreleri.....	162
Şekil 8.21.	Yeni kaotik G sisteminin Lyapunov üstelleri.....	164
Şekil 8.22.	Yeni kaotik G sisteminin Matlab-Simulink modellemesi.....	166
Şekil 8.23.	Yeni kaotik G sisteminin tasarlanan elektronik devre şeması.....	166
Şekil 8.24.	Yeni kaotik G sisteminin elektronik elemanlarla yapılmış fiziksel gerçekleştirilmesi.....	167

Şekil 8.25.	Yeni Kaotik G devresi pspice simülasyon sonuçları ve gerçek devrenin osiloskop çıkışları a)x-y, b)x-z, c) y-z kaotik çekicileri	167
Şekil 8.26.	Yeni Kaotik G sisteminin Simulink P-C senkronizasyon modellemesi.....	169
Şekil 8.27.	Yeni Kaotik G sistemi Simulink senkronizasyon sonuçları (a)Senkronizasyon öncesi Sürücü(X) ve Cevap(Xc) kaotik sinyallerin zamana göre değişimi (b)X-Xc değişimi (senkronizasyondan önce) (c)Sürücü sinyal(X), cevap sinyali (Xc) ve senkronizasyon hatası ($e=X-Xc$)'nin zamana göre değişimi (d) X-Xc değişimi (senkronizasyondan sonra).....	169
Şekil 8.28.	Yeni Kaotik G sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi.....	170
Şekil 8.29.	Yeni Kaotik G Pspice P-C senkronizasyon devresi simülasyon sonuçları (a) Senkronizasyon öncesi Sürücü(X) ve Cevap(Xc) kaotik sinyallerin zamana göre değişimi (b) Senkronizasyonsuz X-Xc değişimi (c) Sürücü(X) ve Cevap(Xc) kaotik sinyalleri ile Senkronizasyon hatası ($e= X-Xc$)'nın zamana göre değişimi (d) X-Xc senkronizasyonu.....	171

TABLolar LİSTESİ

Tablo 8.1. Lorenz ve Chen sistemleri ile yeni kaotik G sisteminin karşılaştırılması.....	165
--	-----

ÖZET

Anahtar Kelimeler: Kaos, Kaotik Sistemler, Tuhaf Çekici, Kaotik Devreler, Senkronizasyon, Kaotik Gizleme, Güvenli Haberleşme

Kaos ve kaotik sistemler bir çok uygulama alanına sahiptir. Popüler ve pratik uygulama alanlarından biri de kaos ile güvenilir haberleşmedir. Kaotik işaretler, başlangıç şartlarına hassas bağımlıdırlar, tahmin edilemez özelliklere ve gürültü benzeri geniş yayılı spektruma sahiptirler. Bu yüzden, kaotik işaretlerin bilgi işaretini gizleme ve gürültüye bağışık kılma özelliğinden yararlanılarak değışik haberleşme uygulamalarında kullanılmaktadır. Kaos tabanlı güvenilir haberleşme sistemleri, iletilecek bilgi işaretlerinin spektrumunu geniş bir sahaya yayabilmeleri, eşzamanlı olarak bildiri işaretlerini kodlayabilmeleri ve bu işlemleri basit ve pahalı olmayan kaotik devre düzenekleriyle gerçekleştirebilmeleri sebebiyle, literatürdeki standart geniş spektrumlu haberleşme sistemlerine alternatif olmuşlardır. Güvenli haberleşmede Lorenz, Chua, Rossler, Duffing gibi klasik kaotik sistemler yaygın olarak kullanılmaktadır.

Bu tezin amaçlarını; Klasik kaotik sistemlere alternatif olarak kullanılabilcek yeni kaotik sistemlerin bulunup tanıtılması, elektronik devrelerinin tasarlanması, Pecora-Carroll yöntemiyle senkronizasyon devrelerinin tasarlanması, kaotik gizleme yöntemiyle güvenli haberleşme devrelerinin tasarlanması, ve bu yeni sistemlerin güvenli haberleşmede kullanılabilceğinin gösterilmesi olarak sayabiliriz.

Bu amaçlar için, önce değışik bilim dallarında mevcut olan farklı kaotik sistemler araştırılmıştır. Topolojik olarak basit fakat dinamik yapıları zengin olan ve literatürde elektronik devre gerçeklemesi, senkronizasyon ve güvenli haberleşme uygulamaları görülmeyen Yayınımsız Lorenz, Rikitake, Rucklidge, Arneodo ve Hoover(Sprott94A) sistemleri seçilmiştir. Bu sistemlerin Matlab ve Orcad programları ile, sayısal ve elektronik devre olarak, sırasıyla modellemeleri, elektronik devre gerçeklemeleri, senkronizasyon ve güvenli haberleşme uygulamaları yapılmıştır.

Yine, bilgisayar programları ile yapılan sayısal simülasyonlar ve araştırmalar sonucunda hiçbir bilim dalında mevcut olmayan yeni kaotik sistemler keşfedilmiş, bunlardan yedi tanesi tanıtılmış, yedinci sistemin Matlab ve Orcad programları ile, sayısal ve elektronik devre olarak, sırasıyla modellemesi, elektronik devre gerçeklemesi ve senkronizasyon uygulaması yapılmıştır.

Ayrıca, yeni keşfedilen kaotik G sistemi ile Rikitake sisteminin deneysel olarak da elektronik devreleri kurulmuş, osiloskop çıktıları verilmiştir. Son bölümde bu çalışmadan elde edilen sonuçlar tartışılmış ve değılendirilmiştir.

NEW CHAOTIC SYSTEMS: ELECTRONIC CIRCUIT REALIZATIONS, SYNCHRONIZATION AND SECURE COMMUNICATION APPLICATIONS

SUMMARY

Key Words: Chaos, Chaotic Systems, Strange Attractor, Chaotic Circuits, Synchronization, Chaotic Masking, Secure Communication

Chaos and chaotic systems have many fields of applications. One of the popular practical application is secure communication. Chaotic signals depend very sensitively on initial conditions, have unpredictable features and noise like wideband spread spectrum. So, it can be used in various communication applications because of their features of masking and immunizing information against noise. Chaos-based secure communication systems have been alternative of the standard spread-spectrum systems, since they are able to spread the spectrum of the information signals and simultaneously encrypt the information signals with chaotic circuitry which is simple and inexpensive. In secure communication field, like Lorenz, Chua, Rossler, Duffing etc., classical systems are widely used.

This thesis` aims are; finding and introducing new chaotic systems which could be used alternatively to classical chaotic systems; designing their electronic circuits, their synchronization circuits using Pecora-Carroll method, their chaotic masking communication circuits, and showing that these chaotic systems could be used in secure communication area.

Towards these aims, firstly chaotic systems from different science disciplines were investigated. From these investigated systems, Diffusionless Lorenz, Rikitake, Rucklidge, Arneodo and Hoover(Sprott94A) systems were chosen. These chaotic systems are topologically simple but their dynamical behaviours are very rich and their synchronization and secure communication applications were not seen in literature. Using Matlab-Simulink and Orcad-Pspice programs, their modelings, electronic circuit implementations, synchronization and secure communication applications were realized, both numerically and as electronic circuit, respectively.

Also, by performing simulations and researches using computer programs, new chaotic systems which didn't exist in any science disciplines, were discovered. Seven of these were introduced. Using Matlab-Simulink and Orcad-Pspice programs, seventh system's modeling, electronic circuit implementation, synchronization and secure communication application were realized, both numerically and as electronic circuit, respectively.

Furthermore, experimental electronic circuits of the newly discovered chaotic G system, and Rikitake system were implemented and their oscilloscope outputs were given.

Results obtained in this study have been discussed and evaluated in the last chapter.

BÖLÜM 1. GİRİŞ

Kaos, en kısa tarifiyle, düzensizliğin düzeni şeklinde tanımlanan, doğrusal olmayan olayları açıklamaya yarayan bir bilim dalıdır. Karmaşık, ama kendi iç düzenine sahip bir süreçtir. Özellikle dikkat edilmesi gereken bir nokta, kaos'un rastgelelik olmadığıdır. Kaos, karmaşık davranışlar gösteren kendine has bir "düzen" dir. Dinamik sistemlerde bilinen en karmaşık kararlı hal davranışı "kaos" dur. Kaos ile ilgili çalışmalar, doğrusal olmayan dinamik sistemler teorisinin bir kısmıdır. Bu durum daha çok "deterministik kaos" olarak bilinir. Aynı zamanda nedeni ve seyri bilinmeyen, hesaplanamaz olan "rastlantısal(stokastik) kaos" kavramı da mevcuttur. Fakat bilimin ilgilendiği daha ziyade deterministik kaostur.

Eskiden beri bilimdeki temel bir inanış, deterministik sistemlerin önceden belli olmasıdır. Verilen deterministik model, başlangıç şartları ile çalışma altındaki bir sistemi tanımlar ise, sistem davranışı bütün zamanlar için önceden bilinebilir. Oysa gerçek hayatta gerçekleşen olayların çoğunda sistem, bileşenlerinin belli bölgelerdeki değişimleri için doğrusal bir davranış gösterir. Bu bölgelerin dışında sistem doğrusal olmayan davranış sergiler.

Kaosun ve kaotik işaretlerin başlıca önemli özellikleri; zaman boyutunda düzensizliği, başlangıç şartlarına hassas bağımlılığı, sınırsız sayıda değişik periyodik salınımlar içermesi, gürültü benzeri geniş güç spektrumuna sahip olması, limit kümesinin parçalı(fraktal) boyutlu olması, genliği ve frekansı tespit edilemeyen, ancak sınırlı bir alanda değişen işaretler içermesidir.

Bilimsel "kaos" terimi, rastgele gözükten olayların içinde varolan ve bu olayların temelini oluşturan bir birbirine bağlılıktan söz eder. Kaos bilimi, gizli biçim düzenleri, ince farklar, nesnelere "duyarlılığı" ve tahmin edilemeyen yeniye nasıl yol açtığına dair "kurallar" üzerine odaklanır. Kaos, yıldırım fırtınaları, köpüren

nehirleri, kasırgaları, sivri dağ zirvelerini, girintili çıkıntılı kıyı boylarını ve nehir deltalarından vücudumuzdaki sınırlarla kan damarlarına kadar her tür karmaşık biçim düzenlerini meydana getiren hareketleri anlamaya yönelik bir bilim dalıdır.

Kaos bilimi, karmaşıklığın temelinde yatan görkemli ve oldukça hassas yapıyı yakalayabilmek için, hem bilgisayar kullanımında özel bazı teknikler, hem de birtakım özel grafik resim ve çizgi türleri içermektedir. Bilgisayar grafikleri bu doğrusal olmayan sistemlerin davranışlarını görselleştirme yolu olmakla birlikte, çözümleri ve sistem parametreleri değiştiğinde çözümlerin nasıl değişeceğini de sezgileyebilmeyi sağlamaktadır.

Kaos, düzenli bir hale erişen yada kendini durmadan tekrarlayan bir davranış biçimidir. Faz uzayında dinamik bir sisteme ait bütün bilgilerin zaman içinde belirli bir andaki durumu tek bir noktaya indirgenmektedir. Bu nokta, tam o andaki dinamik sistemin kendisidir. Buna karşılık, bu anı takip eden bir sonraki durumda sistem çok hafifte olsa değişecek ve nokta yerinden oynayacaktır. Tuhaf çekici, modern bilimin en önemli buluşlarından biri olan faz uzayında meydana gelmektedir.

Kaos bilimindeki, determinizmin kaotik sistemleri önceden tahmin edemeyeceği keşfi bilimin deterministik bakış tarzlarını değiştirmiştir. Kaos'taki bu buluş bilimlerde ve mühendislik sistemlerinde geniş olarak karşılaşılan karmaşık ve önceden kestirilemeyen olayların daha iyi anlaşılmasını sağlamaktadır. Düzenli bir hareketten, kaotik bir davranışa geçiş olayı, teorik ve deneysel olarak her iki alanda da geniş olarak çalışılmaktadır. Doğrusal olmayan sistem teorilerindeki ilerleme, yeni deneysel teknikler, pahalı ve işlem gücü yüksek bilgisayarların ucuzlayıp yaygınlaşması, karmaşık ve doğrusal olmayan davranışları daha iyi analiz etmeye ve anlamaya sebep olmuş ve sonuç olarak Kaos Bilimi gelişmiştir. Kaos ve karmaşıklıkla ilgili gözlemlere paralel olarak, bu olayın mekanizmasının anlaşılması, kaotik davranışın nitelendirilmesi, özelliklerinin belirlenmesi, deneysel verilerin ölçülmesi ve analizinin yapılması ile ilgili araştırmalarda çok hızlı gelişmeler kaydedilmiştir.

Nükleer fizik, katı hal fiziği, lazer optiği, kimya, biyoloji, tıp, ekoloji, astronomi, sosyoloji, ekonomi, uluslararası ilişkiler, tarih, hidrolik, atmosferik, elektrik, elektronik, makine gibi mühendisliğin ve diğer bilimlerin çok çeşitli dallarında kaos varlığının ortaya konması, konuyla ilgili yapılan yoğun çalışmalar ve beraberinde yaşanan gelişmeler kaos ve kaotik sistemlerle ilgili bir çok uygulama alanının oluşmasına yol açmıştır. Kaos olayına ve kaotik sistem dinamiğine yönelik geçen on-onbeş yıl içerisinde çok büyük bir ilgi olmuştur. Kaos ve kaotik sistemlerle ilgili oluşan uygulama alanlarına örnek olarak; kaotik paralel dağılımlı işleme, deterministik doğrusal olmayan tahmin, kimliklendirme ve doğrusal olmayan sistemlerin modellenmesi, doğrusal olmayan filtreleme, biyomedikal ve tıbbi uygulamalar, dinamik bilgi sıkıştırma ve kodlama, kaotik güvenilir haberleşme, hassas desen tanıma, kaotik dinamiklerin müzik ve sanat amaçlı kullanımı, kaotik salınımların yapay olarak oluşturulması, kaotik sistemlerin elektronik, optik ve optoelektronik olarak gerçekleştirilmesi, kaotik titreşim ve salınımların belirlenmesi ve kontrol edilmesi, lazerlerin kontrolü, türbülans kontrolü, vinç ve gemi salınımlarının kontrolü, hava durumu tahmini vb.'leri verilebilir.

Dinamik sistemlerin doğuşu onyedinci yüzyılın ikinci yarısına, Newton'un diferansiyel hesap, hareket kanunları ve yerçekimi teorisini buluşuna kadar uzanır. Fizikçiler uzun zamanlar boyunca, dinamik sistemlerin geçici olaylardan sonraki salınımlı davranışlarını tanımlamak için periyodik çözümlerin yeterli olduğuna inandılar. Ondokuzuncu yüzyılın sonlarında, 1892 yılında Fransız matematikçi Henri Poincare yeni ufuklar açan bir araştırma[1] ile basit dinamik kuralların çok karmaşık kararlı-hal davranışlarına yol açabileceğini, zamana göre değişimi Hamilton denklemleri ile yönlendirilen mekanik sistemlerin karmaşık davranışlar gösterebileceğini keşfetti. Şimdi bunlar "kaotik davranışlar" olarak adlandırılmaktadır. Ayrıca Poincare, şimdi kaotik yörünge denilen çok karmaşık yörüngelerin mümkün olduğunu ve başlangıç şartlarına hassas bağlılık gibi kaotik dinamiklerin çok önemli özelliklerini gösterdi.

Elektronik devrelerde DC denge noktası ve periyodik kararlı hal çözümleri, elektronik teknolojisinin gelişmeye başladığı 1920'li yıllardan itibaren doğru bir şekilde tanımlanmış ve sınıflandırılmıştır. Buna karşın elektronik devrelerdeki

karmaşık ve doğrusal olmayan davranışlar, özellikle kaos olayının varlığı, son 35 yıl içerisinde anlaşılabilmiştir. Bilim tarihi boyunca elektrik ve elektronik devrelerle gerçekleştirilen pek çok deneysel düzenekte kompleks ve nonlinear sistem davranışları gözlenmiş, fakat bunların kavramsal olarak tanımı yapılamadığı için bu tip gözlemler hep göz ardı edilmiş ve incelemeye değer bulunmamıştır. Bunun en çarpıcı örneği Hollanda'lı ünlü elektrik mühendisi ve fizikçisi Van der Pol tarafından sinüsoidal kaynakla sürülen bir neon lamba osilatörü üzerinde yapılan deneysel çalışma olmuştur. Van der Pol 1927 yılında Nature Magazine adlı dergide [2] çıkan makalesinde neon tüplü osilatöründeki periyot çoğullama olayını telefon ahizesindeki kulaklığı kullanarak gözlemiştir. Van der Pol, kapasite değerinin değişimi ile, frekanstaki değişimleri bir değerden sonra sık sık düzensiz bir gürültü şeklinde kulağıyla fark etmiş ve makalesine "Frequency demultiplication" adını vermiştir. Van der Pol, Feigenbaum'un 1975 yılında söyleyeceği periyot çoğullama kaosa götürür tezini kurduğu devrede gözlemiştir, fakat o zamanki bilgilerle çıkan sonucu açıklayamadığı için kaosu gürültü sanmıştır. 1986 yılında [3] M. Peter Kennedy, Van der Pol'un çalışmasını tekrar inceleyerek Van der Pol'un gürültü olarak adlandırdığı şeyin aslında kaos olduğunu göstermiştir.

1960'ların sonlarında bilimsel toplumun önemli bir kısmı dikkatini bu çeşit olaylara çevirdi. Böylece yeni bir bilim, "Kaos Bilimi" gelişmeye başladı. Edward Lorenz bu ilerlemenin öncüsü olmuştur. 1963 yılında, M.I.T. bilimcisi E. N. Lorenz hava durumunu önceden belirleyebilmek için atmosferdeki akışkan ısı-yayınımını benzetim yaparken, yeni tip düzensiz salınımlar gözlemledi,[4] ve bir model önerdi. Lorenz kullandığı 12 adi diferansiyel denklemi çözdürürken bir kahve arasında eski çözümlerini yuvarlatarak bilgisayarına tekrar verip gittikten sonra döndüğünde çözümlerin daha önceki çözümden oldukça farklı bir noktaya gittiğini fark etti. Yani, sayısal integral alma işlemi, başlangıç şartlarındaki çok az bir farklılıkla tekrarlandığında, kararlı hal durumunun çok farklı görünümde yeni düzensiz salınımlara sahip olduğunu keşfetti.

Lorenz bir meteorolojiciydi, fakat matematiğe olan ilgisi onu son yüzyılımızın konusu olan kaosun kaşifi yaptı. Lorenz elde ettiği sonuçları bir meteoroloji dergisinde yayınladı[4]. Lorenz'in keşfinin önemi, yayınlanmasından çok yıl

sonralara kadar anlaşılamadı. Lorenz'in elde ettiği sonuçlar yaklaşık on sene sonra fizikçi ve matematikçilerin eline geçti. Lorenz sistemi geniş ölçüde çalışıldı ve dağıtık sistemlerin kaotik davranışlarını tanımlamak için ilk örnek olarak kabul edildi. O zamana kadar bu konulara girmek bataklığa girmek gibi düşünülüyor ve doktora öğrencilerine hocaları tavsiye etmiyorlardı. Fakat bu konuya olan merak korkuyu yendi ve çeşitli üniversitelerde Dinamik Sistemler klübü kurulmaya başlandı. 1975 yılında M. J. Feigenbaum' un periyot çoğullamayı kaosu bir belirtisi olarak verdiği çalışma[5] bunlardan biridir. 1975 yılında, Li ve Yorke [6] bu çeşit davranışı belirtmek için "kaos" terimini kullanmayı önerdiler.

Dinamik sistemler teorisi üzerindeki gelişmelere paralel olarak, 1970'li yılların ortalarında bilgisayarların gelişmesi, hızlanması ve yaygın kullanımı, matematik, mühendislik ve farklı bilimsel alanlardaki geniş sayıda araştırma gruplarını kaotik davranışları gözlemlemeye yöneltti. Kaosun Ekoloji, Kimya, Akışkanlar mekaniği, katı-hal aygıtları, biyoloji ve gökyüzü mekaniğine varacak kadar çeşitlilikte alanlardaki problemlerle ilişkili olduğu gösterildi. Aslında kaotik dinamikler uzun zamandan beri bilinmesine rağmen doğrusal modellerin bilimdeki başarısı, güçlü bilgisayarların eksikliği gibi sebeplerle geniş çeşitlilikte uygulamalar ancak son otuz yıl içinde görülmeye başlamıştır. Yüksek hızlı bilgisayarlar ve bilgisayar grafikleri, doğrusal olmayan dinamikler ve kaos alanındaki ilerlemelerin anahtar araçları olmuştur.

1976 yılında, Rössler [7] düşük boyutlu dağıtık dinamik sistemlere olan ilgiyi yeniden alevlendiren önemli bir çalışma gerçekleştirdi. İkisi de yedi terimli olmasına rağmen, Rössler sistemi bir adet ikinci dereceden doğrusal olmayan terim içerdiğinden, Lorenz sistemine göre cebirsel olarak daha basittir. Lorenz sisteminde ise iki adet ikinci dereceden doğrusal olmayan terim bulunmaktadır.

1979 yılında yine Rössler'in kendisi[8] cebirsel olarak daha basit olan bir sistemi önerdi. Lorenz, 1993 yılında, Rössler'in 1976'da bulunduğu kimyasal reaksiyon modelinin en basit kaotik sistem olduğunu iddia etmişti, halbuki yine Rössler'in 1979 yılında bulunduğu modelden habersizdi. Rössler bu modelle kendi rekorunu geliştirmişti.

Elektronik devrelerde kaosun deneysel olarak ilk gözlemleri, otonom olmayan ve harici bir kaynakla sürülen nonlinear osilatör devrelerinde olmuştur. Bu osilatör devreleri; Van der Pol & Van der Mark [2] ile Kennedy & Chua [3] tarafından çalışılan sinüsoidal bir kaynakla uyarılan neon lamba osilatörü, Ueda & Akamatsu [9] tarafından geliştirilen zorlamalı negatif dirençli osilatör ve yine harici bir kaynakla sürülen seri bağlı direnç , indüktör ve diyot kombinasyonundan oluşan osilatör devresidir[10-11]. Literatürde çok sayıda otonom kaotik devre geliştirilmiş olsa da üzerinde en çok çalışma yapılan ve kaotik dinamikleri en iyi bilinen otonom sistemler Chua osilatörü, Rösler osilatörü ve Lorenz sistemidir [12]. 1984'te geliştirilen otonom Chua devresi [13], basit bir devre yapısına sahip olmasına rağmen kompleks dallanma ve kaos sergilemesi dolayısıyla elektronikteki kaos olayının açıklanmasında model devre olmuştur. Kaos ve kaotik işaretlerle ilgili yapılan uygulamalarda da kaos üretici olarak genelde Chua devresi kullanılmıştır.

Son 20 yılda yapılan çalışmalarda ise basit RLC ve RC devreleri [14-20], özellikle Van der Pol ve Duffing denklemleri ile tanımlanan değişik tipteki osilatörler [21-26] anahtarlama kapasitör devreleri [27-28], PLL'li yapılar [29-33], sayısal filtreler [34-37], adaptif filtreler [38-40] ve güç devreleri [41-45] gibi pek çok elektronik devre ve sistemin de kaotik davranış sergilediği ortaya konulmuştur.

Kaos kavramının ve kaotik sistem özelliklerinin ortaya konmasıyla literatürde kaos olayıyla ilgili çalışmalar iki ana bölümde odaklanmıştır. Bunlardan ilki, kaosun ve kaotik davranışın olumsuz olarak algılandığı ve bu tür davranışların görülmemesi arzulanan sistem yapılarında kaotik kontrol çalışmalarıdır [46]. Literatürde bu konuda çok sayıda çalışma yapılmış olup bu çalışmalarda, kaotik osilasyonları bastırmak, sistem davranışını DC bir denge noktasına ya da sistem yapısındaki mevcut periyodik davranışlardan birine kaydırmak amacıyla değişik kontrol mekanizmaları ve algoritmaları geliştirilmiştir [47-57].

Kaos ve kaotik sistem dinamiği ile ilgili ikinci çalışma alanı ise; bu derece ilginç özelliklere sahip kaotik işaretler ve sistemlerden olumlu yönde yararlanma fikri doğrultusunda yapılan çalışmalar olmuştur. Bu çalışmalar özellikle kaotik işaretlerin ve sistemlerin senkronizasyonu ile bu senkronize kaotik sistemlerin güvenilir ve gizli

haberleşme amaçlı tasarım ve uygulamalarda kullanılabilme olasılığını kapsamaktadır. Fakat ilk başlarda kaotik sistemlerin bu tür haberleşme uygulamalarında kullanılabilmeleri için senkronizasyonlarının sağlanması, bu konunun önündeki en büyük engel olarak görülüyordu. Pecora ve Carroll'un [58] yapacakları bir çalışmaya kadar, başlangıç şartları ve sistem parametrelerine hassas bağımlı olmalarından dolayı iki yada daha fazla kaotik sistemin senkronize olamayacağı düşünülüyordu. Pecora ve Carroll bu düşüncüyü ortadan kaldıran çalışmalarında [58-60], ele aldıkları orijinal bir kaotik sistemi keyfi olarak iki ayrı kısma ayırıp bunları sürücü ve cevaplayıcı alt-sistemler olarak adlandırmışlardır. Alıcı modülde cevaplayıcı alt-sistemin aynısı oluşturularak bu alt-sistemin orijinal sistemin sürücü kısmıyla sürülmesi durumunda, kaotik senkronizasyonun sağlanabileceğini yani, alıcı modülde üretilen kaotik işaretin orijinal sistemden gelen kaotik işarete yakınsayacağını gerek teorik gerekse deneysel olarak göstermişlerdir.

Kaotik sistemlerin senkronizasyonu ile ilgili çalışmalar, kaotik devre ve dinamikler kullanılarak güvenilir ve gizli haberleşme amaçlı elektronik sistem tasarımı ve gerçekleştirilmesi ile ilgili çalışmalar için bir dönüm noktası olmuştur. Cuomo ve Oppenheim'in [61-62] bir bilgi işaretine kaotik işaret ekleyerek, senkronizasyon kavramının bildiri işaretinin maskelenmesinde nasıl kullanılabileceğini göstermesi, kaotik haberleşme sistem tasarımında ilk uygulamalar olması açısından önemlidir. Cuomo ve Oppenheim'in Lorenz devresini kullanmalarına karşın, aynı kavramsal yaklaşımı Kocarev ve arkadaşları [63] kaotik sistem olarak Chua devresini kullanarak gerçekleştirmişlerdir. Bu ilk çalışmalardan sonra son onbeş yılda kaotik sistemlerin senkronizasyonu ve senkronize kaotik sistemlerin güvenilir haberleşme amaçlı kullanımı ile ilgili çok sayıda çalışma yapılmıştır [64-102].

Kaotik davranış sergileyen elektronik devreler ve bu devrelerdeki kaos olayının anlaşılmasında büyük bir rol oynayan kaotik osilatör devreleri değişik kriterlere göre sınıflandırılabilir. Literatürde özellikle kaotik işaret üreten doğrusal olmayan osilatör devreleri otonom ve otonom olmayan kaotik osilatör devreleri olarak sınıflandırılmaktadır. Bu tez çalışmasında, otonom kaotik devre dinamikleri üzerinde çalışılacaktır.

Literatürdeki, kaotik sistemlerin senkronizasyonu ve senkronize kaotik sistemlerin güvenilir haberleşme amaçlı kullanımı ile ilgili yapılan çalışmalara bakıldığı zaman Chua, Lorenz, Rossler, Duffing gibi sistemlerin daha fazla kullanıldığı görülmektedir. Bu sistemler, bu alanda çalışan kimselerin çok iyi bildikleri, üzerinde çok uzun yıllar çalışılmış olan sistemlerdir. Örneğin Chua devresinin kaşifi Leon Chua'nın kendi internet sayfasında [103] verdiği bilgilere göre 2004 senesine kadar Chua devresi ile ilgili 767 adet uluslararası bilimsel yayın yapılmıştır.

Konu, güvenli ve gizli haberleşme olunca da, dinamik yapıları çok iyi bilinen üzerinde çok fazla çalışılmış sistemlerin bu amaçla kullanılması güvenlik açısından dezavantaj oluşturabilecektir. Bu tezde amaç olarak, güvenli haberleşmede alternatif olarak kullanılabilir yeni kaotik sistemlerin bulunup tanıtılması, senkronizasyon ve güvenli haberleşme devrelerinin tasarlanarak, bu yeni sistemlerin güvenli haberleşmede kullanılabilirliğinin gösterilmesi amaçlanmıştır. Kısaca tezin amacı, yeni, alternatif kaotik sistemler ve devrelerin güvenli haberleşmede kullanılabilirliğinin gösterilerek bilimin istifadesine sunulması olarak özetlenebilir.

Bu amaçlar doğrultusunda, tezin İkinci Bölümü'nde doğrusal olmayan dinamik sistemler ve kaos ile ilgili temel kavramlar anlatılmıştır.

Üçüncü Bölüm'de, Lorenz, Chua, Rössler, Duffing gibi çok bilinen sistemler ile Yayınımsız Lorenz, Rikitake, Rucklidge, Arneodo gibi az bilinen ve elektronik devre gerçeklemelerine literatürde rastlanılmamış yeni sistemler tanıtılmıştır.

Dördüncü Bölüm'de, örnek kaotik Lorenz sistemi üzerinde, kaotik sistemlerin modellenmesi, elektronik devre gerçeklemeleri, senkronizasyon modellemeleri ve devre gerçeklemeleri, gizleme yöntemiyle haberleşme modellemeleri ve devre gerçeklemeleri ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

Beşinci Bölüm'de, literatürde elektronik devre gerçeklemelerine rastlanılmayan, Yayınımsız Lorenz, Rikitake, Rucklidge, Arneodo ve Hoover(Sprott94A) sistemlerinin, hem Matlab-Simulink ortamında modellemeleri hem de Orcad-Pspice'

da elektronik devrelerinin tasarım ve gerçeklemeleri yapılmış, simülasyon sonuçları verilmiştir.

Altıncı Bölüm'de, literatürde senkronizasyon uygulaması görülmeyen Yayınimsız Lorenz, Rikitake, Rucklidge, Arneodo ve Hoover(Sprott94A) sistemlerinin, Pecora-Carroll yöntemi ile hem Matlab-Simulink ortamında senkronizasyon modellemeleri hem de Orcad-Pspice'da senkronizasyon devrelerinin tasarım ve gerçeklemeleri yapılmış, simülasyon sonuçları verilmiştir.

Yedinci Bölüm'de, yine literatürde güvenli haberleşme alanında uygulaması görülmeyen Yayınimsız Lorenz, Rikitake, Rucklidge, Arneodo ve Hoover(Sprott94A) sistemlerinin, hem Matlab-Simulink ortamında gizleme yöntemiyle haberleşme modellemeleri hem de Orcad-Pspice'da gizleme yöntemiyle haberleşme devrelerinin tasarım ve gerçeklemeleri yapılmış, simülasyon sonuçları verilmiştir.

Sekizinci Bölüm'de, yeni keşfedilen kaotik sistemler tanıtılmıştır. Sonra, bunlardan kaotik G sistemi ele alınarak, Matlab-Simulink ortamında modellenmesi, Orcad-Pspice da elektronik devresinin tasarım ve gerçekleştirilmesi yapılmış, ayrıca deneysel olarak da elektronik devresi kurulmuştur. Matlab ve Pspice simülasyon sonuçları ile gerçek devrenin osiloskop çıktıları karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Yine G sisteminin Pecora-Carroll yöntemi ile senkronizasyon modellenmesi, elektronik devresinin tasarım ve gerçekleştirilmesi yine Simulink ve Pspice ortamlarında yapılmış, simülasyon sonuçları verilmiştir.

Tezin Dokuzuncu Bölümü ise Sonuçlar ve Önerileri içermektedir.

BÖLÜM 2. DOĞRUSAL OLMAYAN DİNAMİK SİSTEMLER VE KAOS

Bir dinamik sistem, o anki durumu geçmiş durumlar cinsinden belirten bir kuralla birlikte olası durumların kümesini içerir. Eğer kural, ayrık zamanlı olarak uygulanırsa, bu ayrık-zamanlı dinamik sistem olarak adlandırılır. Sürekli-zaman dinamik sistemleri durumunda ise etkileyici kural genellikle diferansiyel denklemler kümesidir.

2.1. Sürekli - Zaman Sistemleri

Sürekli-zaman sistemleri, başlangıç şartları ile birlikte k adet birinci dereceden adi diferansiyel denklem ile tanımlanabilir.

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{x}(t)}{dt} &= \vec{F} [\vec{x}(t),t] \\ \vec{x}(t_0) &= \vec{x}_0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

Burada $\vec{x} \in \mathbb{R}^m$ durum vektörü, \vec{x}_0 başlangıç durum vektörüdür. t zamanı, t_0 başlangıç zamanını, ve $\vec{F}: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$ vektör alanını gösterir. Tüm ilk şartlar ve bütün $t \geq t_0$ lar için, \vec{F} alanının, (2.1) denklemi çözümünün varlığı ve tekliğini temin etme şartlarını gerçeklediğini varsayıyoruz. (2.1) denkleminde vektör alanının açıkça zamana bağlı olduğu durumda, sistemin otonom olmayan bir sistem olduğu söylenebilir. Aksi takdirde, zamana bağlı olmayan sistem yani otonom sistem denilebilir ve onun dinamik davranışını tanımlayan diferansiyel denklemler sistemi şu şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{x}(t)}{dt} &= \bar{F} [\bar{x}(t)] \\ \bar{x}(t_0) &= \bar{x}_0 . \end{aligned} \quad (2.2)$$

Bir otonom sistemin değişimini kendi faz uzayında temsil etmek yaygındır. Bu uzay, sistemin dinamik durumunu tanımlamak için gerekli olan tüm değişkenlerin kümesi tarafından oluşturulur. Dinamik sistemin durumu, verilen bir zamanda, bu sistemin değişimi yada geçmişini tanımlamak için bilgisi gerekli olan değişkenlerin kümesidir. Sistemin (2.2) denklemi ile tanımlandığı durumda faz uzayı \mathbb{R}^m dir. (2.2) denklemi gibi sonlu-boyutlu bir sistem için, faz uzayının boyutu (2.1) denklemini entegre etmek için gerekli olan başlangıç şartlarının sayısına eşittir.

Eğer, (2.2) otonom denklemler sisteminin çözümünü $\bar{\varphi}_t(x_0)$ ile belirtirsek

$$\bar{\varphi}_t: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m; x \mapsto \bar{\varphi}_t(x_0) \quad (2.3)$$

uygulamalar ailesi akış yada dinamik sistemin “zaman-t” haritası olarak adlandırılır. Bu harita her \bar{x} durumunu, sistem durumunun sonraki t zaman birimleri ile ilişkilendirir. $\{\bar{\varphi}_t(x_0): -\infty < t < +\infty\}$ noktalar kümesi, \bar{x}_0 boyunca giderken sistemin yörüngesi olarak adlandırılır. Başlangıç değer problemi çözümünün tekliliğinin, otonom sistemin iki yörüngesinin faz uzayında kesişmeyeceğine işaret ettiği kolayca anlaşılır.

Doğrusal olmayan dinamik sistemlerin çözümleri bilinen basit fonksiyonlarla ($e^{-\alpha t}$, $\sin(\omega t)$, vb.) ifade edilemediğinden, bu tür bir sistem hakkında doğrudan yargıya varmak mümkün değildir. (2.1) eşitliği biçimindeki doğrusal olmayan bir dinamik sistemin davranışını anlamak için, sistemin denge noktaları diye adlandırılan, $\bar{F} [\bar{x}(t)]$ 'nin sıfır çözümüne sahip olduğu noktaları bulmak iyi bir başlangıç olacaktır.

(2.1) denklemindeki gibi doğrusal olmayan bir sistemde $\vec{F}[\vec{x}(t)] = 0$ eşitliğini sağlayan denge noktaları (\bar{x}), \bar{x} yakınlarındaki çözümlerin davranışını karakterize eder. Yani doğrusal olmayan bir dinamik sistemin davranışını denge noktaları civarında doğrusal bir dinamik sistemin davranışı gibi düşünmek mümkündür. Göz önüne alınabilecek böyle bir doğrusal dinamik sistem, doğrusal olmayan dinamik sistemi, denge noktası civarında oldukça iyi bir yaklaşıklıkla temsil edecektir.

$\vec{F}[\vec{x}(t)]$ fonksiyonu, \bar{x} denge noktası civarında Taylor serisine açılırsa, bu yaklaşık sisteme ilişkin yeni bir eşitlik elde edilir.

$$\vec{F}(\bar{x}) = [F_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \ F_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \ \dots \ F_n(x_1, x_2, \dots, x_n)]^T \quad (2.4)$$

(2.4) vektörü dikkate alınırsa, $\bar{x} = [\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n]^T$ denge noktalan civarında Taylor serisine açılımı aşağıdaki biçimdedir.

$$\vec{F}[\vec{x}(t)] = \vec{F}(\bar{x}) + J_{\bar{x}} (x - \bar{x}) + \dots \quad (2.5)$$

Burada J, Jacobian matrisidir.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial x_1} & \frac{\partial F_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

\bar{x} denge noktasında $\vec{F}(\bar{x}) = 0$ olacağından (2.5) denklemi, yüksek dereceli türevler ihmal edilerek, iyi bir yaklaşıklıkla $\vec{F}[\vec{x}(t)] = J_{\bar{x}} (x - \bar{x})$ şeklinde ifade edilebilir.

Sistem hakkında, ne tür bir davranış izleyeceğine, Jacobian matrisinin özdeğerlerine bakılarak karar verilir.

$$|J - \lambda \cdot I| = 0 \quad (2.7)$$

(2.7) determinantı ile bulunan özdeğerler, \bar{x} denge noktaları civarında sistem hakkında bize önemli bilgiler verir. Denge noktalarına karşılık gelen özdeğerlerin gerçel kısımları sıfırdan farklı ise bunlar, hiperbolik denge noktası adını alır.

Teorem 1. A $n \times n$ sabitler matrisi olsun. $\dot{x} = Ax$ sistemi için, $\bar{x}_0 = (0,0,0)$ denge çözümü, eğer A 'nın tüm özdeğerleri negatif gerçel kısma sahip ise asimptotik karardır. Eğer A , en az bir özdeğerde pozitif gerçel kısma sahip ise kararsızdır.

$n \times n$ sabitler matrisi, Jacobian matrisidir ve özdeğerler denge noktalarının kararlılığını belirler.

Denge noktalarının kararsızlığına örnek olması için, en az bir özdeğeri pozitif gerçel kısma sahip olacak şekilde Jacobian matrisinin aşağıdaki gibi olduğu farz edilsin.

$$J(x,y,z) = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2-z & -1 & -x \\ y & x & -1 \end{bmatrix}$$

$(0,0,0)$ denge noktasında Jacobian hesaplanırsa,

$$J(0,0,0) = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

elde edilir. Teorem 1'e göre yukarıdaki matrisin özdeğerleri, test edilen denge noktasının asimptotik kararlı olup olmadığını belirleyecektir.

$$\det(J(0,0,0) - \lambda I) = \begin{vmatrix} -1-\lambda & 1 & 0 \\ 2 & -1-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1-\lambda \end{vmatrix}$$

buradan $-(\lambda+1)^3 + 2\lambda + 2 = -(\lambda+1)(\lambda^2 + 2\lambda - 1)$, ve özdeğerler $\lambda_1 = -1$,

$\lambda_2 = -1 - \sqrt{2}$, ve $\lambda_3 = -1 + \sqrt{2}$ bulunur. λ_3 'ün gerçel kısmı negatif olmadığından,

Teorem 1'e göre $(0,0,0)$ noktasının kararsız bir denge noktası olduğu anlaşılır.

Tezde ele alınan sistemler sürekli ve dağıtık(dissipative) sistemlerdir. Dağılma faz uzayındaki herhangi bir hacmin zaman geçtikçe büzülmesidir. Herhangi bir yörünge, $t \rightarrow +\infty$ 'a giderken, asimptotik olarak faz uzayının bir alt kümesine yöneliyorsa, böyle bir altküme “çekici” olarak adlandırılır. Çekicilere doğru yakınsayan yörüngelere yol açan başlangıç şartları kümesi, çekicinin “çekim havuzu” olarak adlandırılır.

Çekicinin geometri bilgisi, sistem serüveninin asimptotik(yada kararlı-hal) tipinin karakterize edilmesinde çok büyük yardım sağlar. Aşağıdaki çekiciler gözlenebilir:

- Sabit nokta. Asimptotik davranış durağandır. Bu sebeple kararlı-hal çözümünün Fourier dönüşümü Dirak darbesidir.

- Limit döngü. Örn. Kapalı eğri. Kararlı-hal çözümü periyodiktir, spektrum ayrıktır ve temel frekans ve onun harmoniklerince oluşturulur.

- Torus T^r . Asimptotik çözüm yarı-periyodiktir ve spektrumu r temel frekanslara sahiptir. İki boyutlu torus ($r = 2$), durumunda bu açıkça spektrumun iki temel frekansa sahip olduğu anlamına gelir. İki frekansın oranı irrasyonel olduğunda, torus üzerindeki yörüngeler sık bir yoldadır ve spektrumun kendisi sıktır. Oran rasyonel

ise, çözüm periyodiktir ve periyod iki temel frekansın en küçük ortak çarpanına eşittir. Asimptotik çözüm torus üzerinde kapalı bir eğridir ve spektrum ayrıktır.

Tuhaf çekici. Kararlı-hal kaotiktir. Kaos bazen hariç tutma yoluyla tanımlanır: Deterministik sistemin kararlı-hal çözümü ne sabit, ne periyodik ne de yarı-periyodik ise kaotik olduğu söylenebilir. Pratikte, özellikler serisi kaotik sinyali karakterize etmek için kullanılır. İlk özellik kaotik sinyalin spektrumu sürekli ve geniş bantlıdır. Spektrum genellikle, bazı zamanlar baskın frekansların gözüktüğü gürültülü süreçlerinkini andırır. Bu, spektral güç yoğunluğunun ters Fourier dönüşümü olan otokorelasyon fonksiyonunun hızla sıfıra doğru yöneldiği anlamına da gelir. Diğer önemli bir özellik başlangıç şartlarına hassas bağılıktır : iki yörünge, başlangıçta birbirine çok yakın da olsa, zamanla birbirinden uzaklaşır ve yörüngeler arasındaki uzaklık genellikle zamana göre üssel olarak artar. Lyapunov üsteli kavramı, sistemin başlangıç şartlarına olan hassaslığını ölçmeye yardım eder. Lyapunov üsteli, başlangıçta birbirine yakın olan yörüngelerin ıraksama yada yakınsama oranını ölçer. Bazı kaotik sistemler üzerinde aynı denemeler iki kez tekrarlanırsa, bir sonrakinde tamamen farklı sistem değişimleri gözlenebilir. Kaotik sistemler temelde deterministik olsalar bile, kaotik sinyallerin rastgele süreçlerle benzer karakteristiklere sahip olduğu görülmüştür.

Çekicinin geometrisini bilmeye ilave olarak, onun kararlılığını belirlemek de ilginçtir. Sezgisel olarak, bir A çekicisi için, eğer A'nın civarına ulaşan her yörünge bir sonrakinde ona doğru çekilirse, A çekicisi asimptotik kararlıdır. Tam tersine, eğer A'nın civarına ulaşan her yörünge bir sonrakinde A'dan uzaklaşıyorsa çekici kararsızdır. Bu demektir ki, yalnızca tamamen A üzerinde bulunan yörüngeler, A üzerinde kalabilir ve herhangi bir düzensizlik, hatta sonsuz küçük de olsa, yörüngelerin çekiciden uzaklaşmasına neden olacaktır. Buradan, gerçek bir sistemde bir yörünge, sadece kararlı çekicilerin üzerinde sürekli olarak kalabileceğini kolayca anlarız.

Kaotik davranışın diğer bir özelliği de sistemin limit kümesinin fraktal (parçalı) olmasıdır. Denge noktası, limit çevrim ve torusda boyut bir tamsayı iken kaotik bir sistemin boyutu parçalı (fraktal)'dır.

Dinamik sistemlerde kaos gözleyebilmek için, \vec{F} (sürekli-zaman sistemi) vektör alanının yada $\vec{\varphi}$ (ayrık-zaman sistemi) haritasının doğrusal-olmaması gerekir. Meşhur Poincare-Bendixson teoremi sürekli-zaman dinamik sistemi durumu için diğer bir temel şartı bize verir. Bu şart, kaos gözleyebilmek için faz uzayının boyutunun en azından 3 olması zorunluluğudur. Bu da sürekli-sistemin kaotik davranışlar üretebilmesi için en az üçüncü dereceden bağımsızlığa sahip olmasının gerektiği anlamına gelir.

2.2. Ayrık – Zaman Sistemleri

$\vec{\varphi}: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$ haritası, bir ayrık zamanlı dinamik sistemi

$$\vec{x}_{n+1} = \vec{\varphi}(\vec{x}_n) \quad (2.8)$$

iterasyonu ile tanımlar.

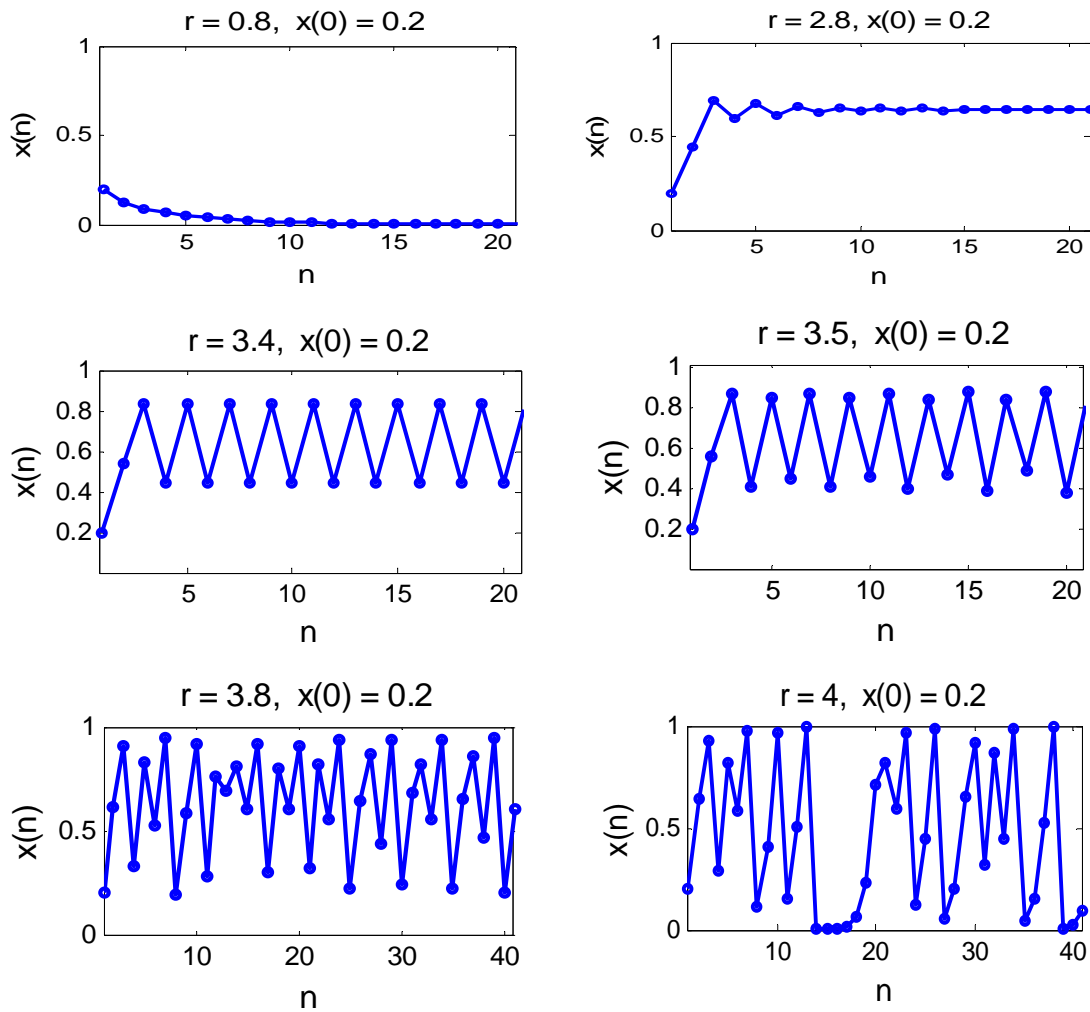
Burada \vec{x}_n sistemin n. iterasyon durumudur, ve $\vec{\varphi}$ her \vec{x}_n durumunu bir sonraki \vec{x}_{n+1} durumuna devreder. Başlangıç durumu \vec{x}_0 dan başlayarak, $\vec{\varphi}$ haritasının iterasyonu “yörünge” adı verilen bir (\vec{x}_n) vektörler dizisine ulaştırır.

Tek boyutlu ve n boyutlu ayrık zamanlı dinamik sistemler mevcuttur. Tek boyutlu ayrık zamanlı doğrusal olmayan bir sistem üzerinde parametre ve ilk şartların değişimiyle görülen kaotik davranışlar incelenebilir. Tek boyutlu haritalar çok basittir: $x_{n+1} = f(x_n)$, $0 \leq x_n \leq 1$ formundadır. Örneğin, x’in bir değerini alır ve onu x’in diğer değerine dönüştürür. Doğrusal haritalar $x_{n+1} = ax_n + b$ formundadır. a ve b’nin bazı değerleri için böyle haritalar bire-bir’dir, ve kaotik davranış göstermez. Bununla birlikte, doğrusal olmayan haritalar kaos gösterebilir.

Yaygın olarak en fazla çalışılan tek-boyutlu doğrusal olmayan harita, lojistik harita dır. Lojistik harita, kuşlar, balıklar, memeliler vb. biyolojik nüfus dinamiğinin çok basit bir modeli olan lojistik denklemin ayrık hale getirilmiş şeklidir.

$$f(x) = r \cdot x \cdot (1 - x), \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (2.9)$$

$f(x)$, sıfır ve bir ile sınırlandırıldığından, $r \leq 4$ alınmalıdır. Sabit parametre r , dramatik bir şekilde haritanın davranışını etkilemektedir.



Şekil 2.1. Lojistik haritanın, r parametresinin belirli değerlerine göre değişimi ($x(0)=0.2$)

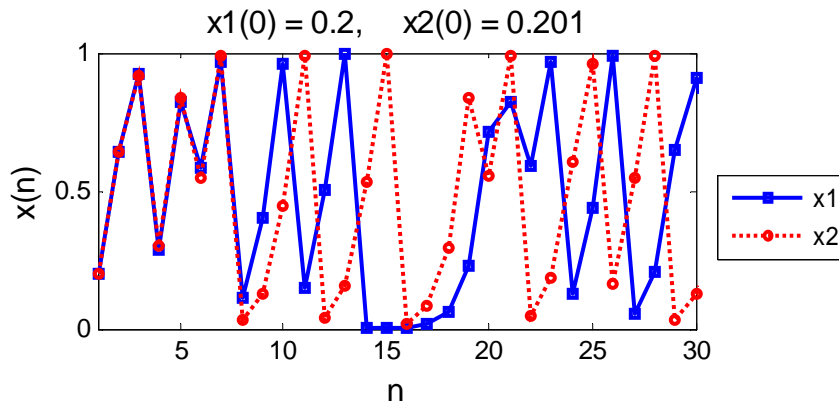
Şekil 2.1.'den görüldüğü gibi, lojistik harita $r = 0.8$ ve $r = 2.8$ değerleri için sabit nokta çözümü gösterirken, $r = 3.4$ değeri için çift periyot, $r = 3.5$ değeri için dört periyot, $r = 3.8$ ve $r = 4$ değerleri için ise kaotik çözüm göstermektedir.

Kaosun en meşhur yolu, periyot çiftleme yoludur. Bu olay esasta tek periyotlu titreşime sahip bir sistemin, örneğin r gibi bir parametresinin değişiminin belirli değerlerinde periyodun çiftlenerek $2T$, $4T$, ... gibi davranışlar göstermesi şeklinde ortaya çıkar. Bu olayın en önemli karakteristiği r değerleri için bir ayarlama kuralının olmasıdır. r_{n-1} , r_n , r_{n+1} parametre değerleri, periyot çiftlenmesi için kritik değerler ise $n \rightarrow \infty$ için,

$$\frac{r_n - r_{n-1}}{r_{n+1} - r_n} = \delta = 4.6692016 \quad (2.10)$$

değeri sağlanır. δ sayısı Feigenbaum sayısı olarak bilinir. Şekil 2.1.'de, r kontrol parametresinin değer artışına bağlı olarak belirli değerlerde osilasyonların periyodu çiftleşir. Bu geçiş türünün evrenselliği Feigenbaum tarafından araştırıldı ve kendi adı ile anılan evrensel sabiti 4.6692016 olarak buldu.

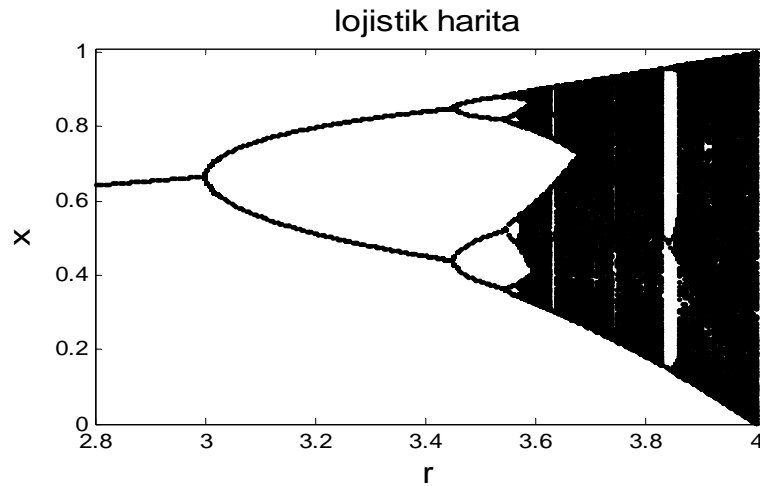
Logistik haritanın başlangıç şartlarına olan hassas bağımlılığı ise Şekil 2.2.'den görülebilir.



Şekil 2.2. Logistik haritanın birbirinden çok az farklı iki başlangıç değeri için değişimi ($r = 4$)

Tek boyutlu ayrık zamanlı doğrusal olmayan dinamik bir sistem olan lojistik haritanın, (Bkz. Şekil 2.1. ve Şekil 2.2.'den görüldüğü gibi) kaotik bölgede parametre ve ilk şartların değişimine hassas bağımlı olduğu anlaşılmaktadır.

Logistik haritanın çatallaşma diyagramı Şekil 2.3.'de görülmektedir.



Şekil 2.3. Lojistik Haritanın çatallaşma diyagramı

2.3. Lyapunov Üstelleri

Bir dinamik sistemin davranışının çözümlenmesinde çok önemli bir ölçüt olan Lyapunov üstelleri, sistem hakkında karakteristik bilgiler verir ve aynı zamanda kaotik davranışın da bir ölçüsüdür. Eğer bir dinamik sistemin davranışı başlangıç şartlarına çok duyarlıysa, bu durumda zaman ilerledikçe, faz uzayındaki birbirine yakın yörüngeler hızlıca birbirinden ayrılır. O zaman bu sistemin dinamik bir şekilde kararsız olmaya başladığı söylenebilir. Fakat sisteme ait çoğu yörünge bilinmediği için hemen böyle bir saptama yapmak kolay değildir. Ancak ifade edilebilen yörüngelerle yetinme zorunluluğu da vardır.

Lyapunov üsteli λ , başlangıç şartlarına olan duyarlılığın bir ölçüsünü verir ve faz uzayı içindeki komşu eğrilerin yerel ayrılma derecelerinin ortalaması olarak tanımlanır. Eğer λ negatif ise farklı başlangıç şartları aynı çıkış değerlerini vermeye meyillidir ve dolayısıyla gelişme kaotik değildir. Eğer λ pozitif ise farklı başlangıç değerleri farklı çıkış değerleri verir, yani hareket kaotiktir.

Bir dinamik sisteme ilişkin Lyapunov üstellerini bulmak için, tek boyutlu ayrık bir sistem göz önünde tutulsun.

$$x_{n+1} = f(x_n) \quad (2.11)$$

(2.11) eşitliğindeki sistemde, n tekrarlama sayısını göstermektedir. (x_0, y_0) noktaları R faz uzayında birbirine yakın iki başlangıç noktası olsun.

$$x_n = f^n(x_0) , y_n = f^n(y_0) \quad (2.12)$$

(2.12) eşitliğinde x_n ve y_n , f 'in n . tekrarıdır. Eğer bu noktalar n ile üstel olarak birbirinden ayrılırsa,

$$|y_n - x_n| = A \cdot e^{\lambda n} \quad (\lambda > 0)$$

$$A = |y_0 - x_0| , \text{ büyük } n \text{ için}$$

$$\frac{1}{n} \ln |y_n - x_n| \rightarrow \lambda , \text{ büyük } n \text{ için halini alır.}$$

Bununla birlikte, sınırlı bir bölgede hareket durumunda çok büyük n için, başlangıç noktaları (x_0, y_0) çok yakın olmadıkça üstel ayrılma oluşamaz. Bu yüzden $n \rightarrow \infty$ olmadan önce, $|x_0 - y_0| \rightarrow 0$ olmak zorundadır. Bu ise bir sabiti tanımlar.

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \lim_{|x_0 - y_0| \rightarrow \infty} \ln \left| \frac{x_n - y_n}{x_0 - y_0} \right|$$

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \lim_{|x_0 - y_0| \rightarrow \infty} \ln \left| \frac{f^n(x_0) - f^n(y_0)}{x_0 - y_0} \right|$$

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \lim_{|x_0 - y_0| \rightarrow \infty} \ln \left| \frac{d f^n(x_k)}{d x} \right|$$

$$\lambda_\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \ln \left| \frac{x_n - y_n}{x_0 - y_0} \right| \quad (2.13)$$

(2.13) eşitliği $\gamma = \{ x_n = f^n(x_0) ; n = 0, 1, 2, \dots \}$ yörüngesi için Lyapunov üstelini tanımlar. Dinamik sistemin boyutu kadar Lyapunov Üsteli vardır. Lyapunov üstellerinin toplamı, sıfırdan küçük ise kayıplı bir sistemi, sıfır ise kayıpsız sistemi (Hamiltonian sistem), sıfırdan büyük ise genişleyen bir sistemi tanımlar. Tek boyutlu

ayrık bir dinamik sistem için tanımlanan Lyapunov üstelini, diferansiyel denklem sistemlerine uygulamak için, diferansiyel denklemler ayrık sistemlere dönüştürülmelidir.

Bir kaotik sistemin temel karakteristiği, başlangıç şartlarına hassas bağımlılığıdır. Verilen iki farklı başlangıç durumu birbirine çok yakın bile olsa, bu iki noktada oluşan yörüngeler üstel olarak artan bir ayırımla birbirlerinden uzaklaşırlar. Lyapunov üstelleri, kaotik sistemler için başlangıç durumlarındaki hassas bağımlılığı ölçmek için kullanılır.

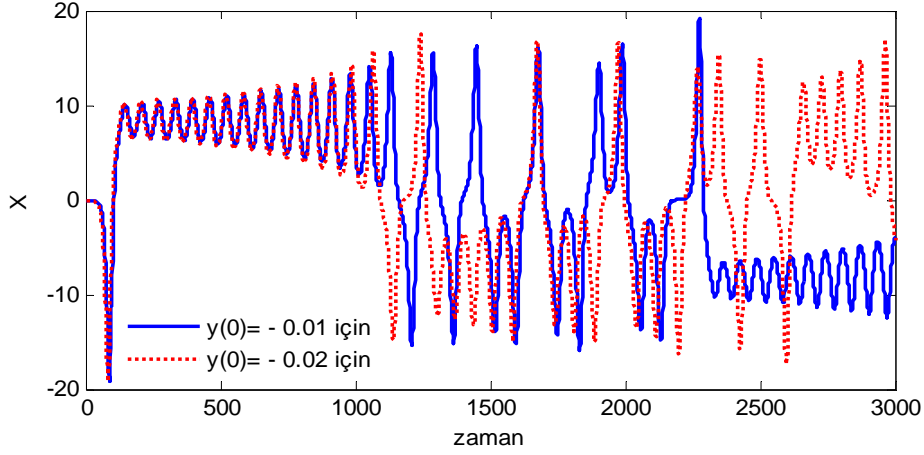
Lyapunov üstelleri başlangıçta çok ufak ayrımlı yörüngelerin birbirlerinden uzaklaşma oranının ölçülmesinde kullanılır. Lyapunov üstelleri bir denge noktasında öz değerlerin ve periyodik bir çözümün karakteristik çarpanlarının bir genelleştirilmesidir. Bunlar yarı-periyodik ve kaotik çözümler içeren herhangi bir sürekli hal kararlılığını belirlemek için kullanılır. Bir dinamik sistem, toplamları sıfırdan küçük olmak üzere, sıfırdan büyük en az bir Lyapunov üsteli içeriyorsa kaotik olarak tanımlanır. Kaotik bir yörüngenin Lyapunov üstelleri, en azından bir pozitif λ_1 'ye sahiptir. Bu özellik tuhaf bir çekiciyi, sürekli hal davranışlarının diğer tiplerinden ayırır. Üç ve dört boyutlu sistemlerdeki bir tuhaf çekicinin mümkün olan Lyapunov üstellerinin tipleri araştırılırsa aşağıdakiler söylenilebilir.

Üç boyutlu bir sistemde, Lyapunov üstelleri için tek mümkün durum (+,0,-) tipidir. Bu durumda $\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 = 0$, ve $\lambda_3 < 0$, olmaktadır.

Dört boyutlu bir sistemde, (+,0,-,-) ve (+,+0,-) olmak üzere iki mümkün durum vardır. (+,+0,-) durumu hiperkaos olarak adlandırılır. Daha yüksek boyutlu sistemlerdeki Lyapunov üstellerinin olası tipleri $\sum_{i=0}^n \lambda_i < 0$ sınırlamasıyla aynı yolla türetilebilir.

Bir dinamik sistemin kaotik davranabilmesi için başlangıç şartlarına çok duyarlı olması gerekmektedir. Lorenz sisteminde, sabit parametre değerleri için, başlangıç

değerlerindeki çok küçük bir farklılığın, daha sonra sistemin gelişimini nasıl etkilediği Şekil 2.4.'de görülmektedir.



Şekil 2.4. Kaotik sistemlerin başlangıç şartlarına hassas bağlılığına bir örnek (Lorenz sistemi)

Kaotik bir davranışı diğer davranışlardan ayıran diğer göstergeler, faz resmi görünümü ve frekans spektrumudur. Kaotik yapıya sahip sistemlerde faz resminin zaman gelişimi, dinamik sistemin yapısının belirlediği faz uzayı bölgesinde, sayılamayacak kadar yörüngeyle dolması şeklinde olur. Zaman ilerledikçe, yörüngeler faz uzayını doldurmaya başlar ve hiçbir zaman üzerine kapanmaz, tekrar eder. Faz uzayının bu şekilde dolması kaotik işaretlerden biridir. Bu özellik 3.Bölüm’ de faz resimleri üzerinde çokça görülecektir.

Kaotik davranışın ipuçlarından biri de sistemin geniş bantlı bir frekans spektrumuna sahip olmasıdır. Kaosun bu karakteristiği, sistem düşük boyutlarda ise ($1 \leq D \leq 3$) daha önemli bir hal alır. Genellikle, eğer w_0 'da sisteme ait baskın bir frekans bileşeni varsa, frekans spektrumunda w_0/n ($n = 1, 2, 3, ..$) bileşenlerinin bulunması kaosa işarettir. Genelde bu frekansa ait bileşenler mw_0/n ($m=n=1, 2, 3,...$) şeklinde olur. Yüksek boyutlu sistemlerde frekans spektrumunun kullanımı kaotik davranışın anlaşılmasında fazla yardımcı olmayabilir.

2.4. Boyut

Dinamik bir sistemin limit kümesinin $L \in \mathfrak{R}^n$ yapısı genelleştirilmiş bir boyut fikriyle sınırlandırılabilir. Bu yalnızca bir geometrik yapı değil ayrıca L üstündeki yörünge zamanla değişimini verir.

D_0 Boyutu :

En basit boyut kapasite olarak adlandırılır ve D_0 boyutu şu şekilde verilir.

$$D_0 = \lim_{\epsilon \rightarrow \infty} -\frac{\ln(N(\epsilon))}{\ln(\epsilon)} \quad (2.13)$$

ϵ , limit kümeyi örtmek için gerekli olan n boyutlu hacim elemanlarının bir kenarının uzunluğudur. $N(\epsilon)$, limit kümeyi örtmek için gerekli olan hacim elemanlarının sayısıdır. Boyut kavramı denge noktası, limit çevrim ve 2-periyot veya 2-torus'a uygulanırsa, sırasıyla 0, 1, 2 boyutları elde edilir. Yukarıdaki tanım kaotik bir işarete uygulandığında D_0 boyutu tamsayı olmayan bir sayı olarak elde edilir. Tamsayı olmayan bu boyuta parçalı (fraktal) denir.

Parçalı boyuta bir örnek olarak Orta-üç kantör kümesi olabilir. Birim uzunluklu bir çubuk göz önüne alalım, bu çubuğu eşit üç parçaya bölelim ve ortadaki parçayı atalım. Geriye kalan iki parçayla aynı işlemi i defa yapalım. k adım sonra ortaya noktalardan oluşmuş bir küme çıkar. Bu kümenin boyutunu tammdan yararlanarak hesapladığımızda sonuç parçalı (fraktal) çıkacaktır(Şekil 2.5.).

	ϵ	$N(\epsilon)$
	3^0	2^0
	3^{-1}	2^1
	3^{-2}	2^2
⋮	⋮	
	3^{-k}	2^k

Şekil 2.5. Orta-üç kantör kümesi

D_2 Boyutu (Korelasyon Boyutu) :

D_2 , yalnızca limit kümesinin geometrisini içermez ayrıca küme üstündeki yörünge-
genin zamanla değişimini inceler. D_2 boyutunda, limit küme aynı şekilde kenar
uzunluğu ϵ olan $N(\epsilon)$ sayıda küpler ile örtülür. Her küp $1, 2, \dots, i, \dots, N(\epsilon)$ ile
işaretlenir ve i ' inci küpün limit küme tarafından kaç defa kullanıldığı $n_i(N, \epsilon)$
sayılır. Buradan yörünge-
genin i ' inci küpü ziyaret etme sayısından relatif frekans p_i
bulunur.

$$p_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n_i(N, \epsilon)}{N}$$

D_2 boyutu, p_i yardımıyla (2.14)'deki gibi verilebilir:

$$D_2 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\ln \sum_{i=1}^{N(\epsilon)} \frac{1}{N(\epsilon)^2}}{\ln \epsilon} \quad (2.14)$$

Genel olarak $D_2 \leq D_0$ ' dır. Eğer yörünge, bütün küpleri $p = \frac{1}{N(\epsilon)}$ relatif
frekansıyla geçmiş olsaydı $D_2 = D_0$ olurdu.

2.5. Çatallaşma

Dinamik sistem denklemleri, durum değişkenlerine ilave olarak, verilen bir deneyim
için, belirli değerlerde olan parametreleri içerir. Kararlı-hal çözüm tipi dinamik
sistem tarafından bu parametrelere bağlı olarak gerçekleştirilir. Çatallaşma terimi,
dinamik sistemlerde meydana gelen sistem parametrelerindeki en ufak değişimlerin,
faz uzaylarındaki yapısal değişimlerine karşılık gelir. Böyle bir değişimde meydana
gelen parametre değeri, kritik parametre değeri olarak adlandırılır. Çatallaşma terimi
ilk olarak, bir grup diferansiyel denklem eşitliğinin denge çözümlerinin bölündüğünü
tanımlamak için kullanılmıştır.

Çatallaşma teorisi, doğrusal olmayan sistemlerin çözümünde anahtar rol oynamaktadır. Sistemdeki anlık değişiklikler, sistemi kararlı normal durumundan artarak uzaklaştırmakta, bu da kaos olaylarını beraberinde getirmektedir. Bir sistemin dinamik davranışı bir parametre değişimiyle değiştirildiği zaman sistemde çatallaşmalar doğmaktadır.

Çatallaşmanın bir çok çeşidi vardır. Çoğu pratik mühendislik sistemleri için en ilgi çekicisi, yerel çatallaşmadır. Bu yerel çatallaşma bir denge durumunda kararlılığını kaybetmesiyle oluşur. Global çatallaşma ise, durum uzayında bazı domenlerde meydana gelir. Sadece denge noktalarında oluşan çatallaşmalar, ikiye ayrılmalara, stasyoner yada statik çatallaşma olarak bilinmektedir. Hopf çatallaşması gibi denge ve periyodik çözümleri içeren çatallaşmalar da bulunmaktadır.

Çatallaşma diyagramı bir veya daha fazla parametre değiştirildiğinde, kararlı-hal çözüm tipinin değişimini temsil eder. Kararlı-hal çözüm tipi genellikle, parametre değiştiğinde gözlenebilen uç noktaları göstermek yoluyla temsil edilir. Kararlı-hal çözümünün niteliksel değişimine karşılık gelen bir çatallaşma, çatallaşma diyagramında kolaylıkla ayırt edilebilir.

Çatallaşma diyagramlarının ana kullanım amaçlarından biride üzerinde düşünülen sistemin kaos rotalarını tespit etmektir. Örn. parametre değeri sürekli olarak değiştirildiğinde bu yolla hangi kaosa ulaşılır. Düşük-boyutlu sistemlerde kaos için farklı tipte rotalar gözlenmiştir. Bunlardan biri periyot-katlamalı kaskattır(veya harmonik-altı kaskat veya Feigenbaum kaskat). Bu rotada, kaosa ulaşılincaya kadar, limit döngü iki kat daha büyük periyotlu başka limit döngülere yol açar(kararlı hal genellikle periyodik değildir). Diğer bir kaos rotası yarı-periyodiklik yoluyla: sabit nokta rejimi bir limit döngüye, oradan da bir torusa T^2 , ve kaosa (Curry-Yorke rotası) ulaştırır veya T^2 torusa, sonra T^3 torusa ve son olarak kaosa (Ruelle-Takens rotası) ulaştırır. Çatallaşmalara ilave olarak, çatallaşma diyagramında kriz denilen diğer ilginç bir olay gözlenebilir. Bu, tuhaf çekicinin ani bir şekilde görünüp kaybolmasına veya çekicinin boyut ve şeklinde sürekli olmayan değişikliklere karşılık gelir. Krizin meydana çıkması, faz uzayında, kararsız sabit nokta veya kararsız limit döngüyle tuhaf çekicinin çarpışmasına bağlı olabilir.

BÖLÜM 3. ÖRNEK KAOTİK SİSTEMLER

3.1. Lorenz Sistemi

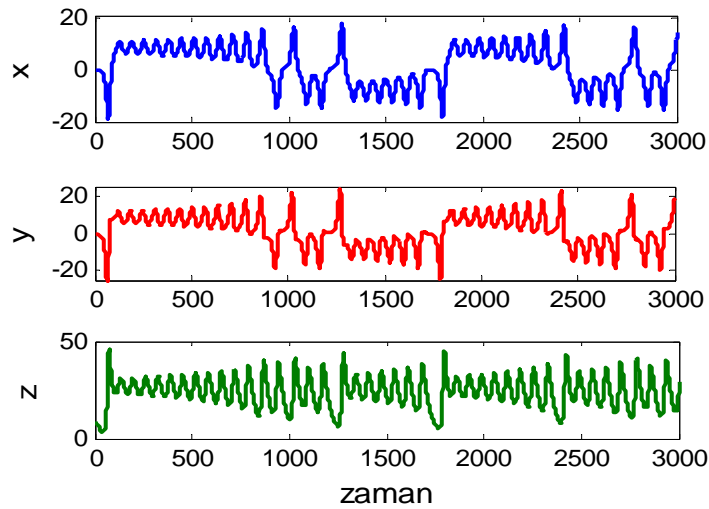
1963 yılında, M.I.T.'den meteoroloji uzmanı E. N. Lorenz'in atmosferdeki akışkan ısı-yayınımını benzetim yaparken bulduğu denklemler başlangıç şartlarına hassas bağıllık ve kaos göstermekte olan doğrusal olmayan sistemlerin ilkidir.[4].

Lorenz'in önerdiği otonom doğrusal olmayan birinci dereceden adi diferansiyel denklem sistemi, (3.1) denkleminde verilmiştir.

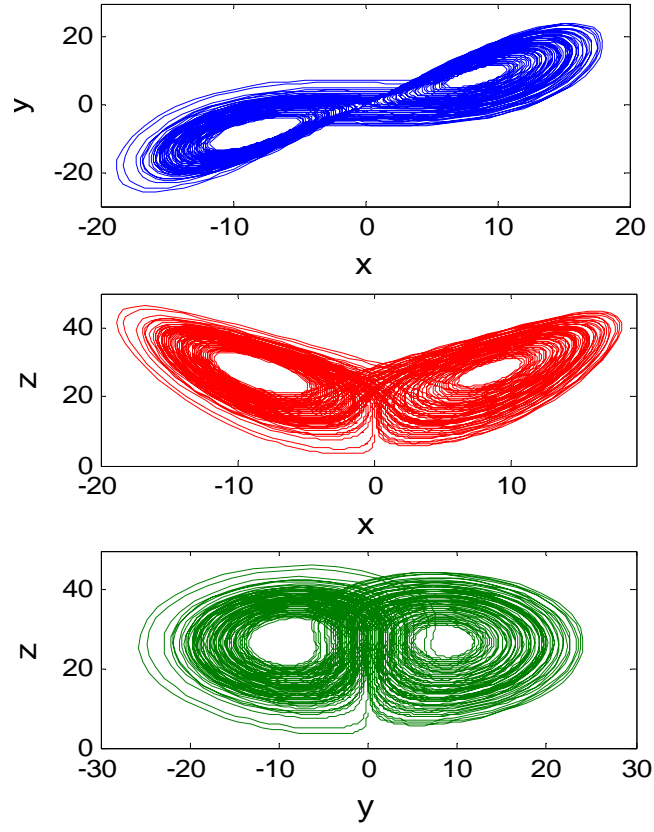
$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sigma \cdot (y - x) \\ \dot{y} &= -x \cdot z + r \cdot x - y \\ \dot{z} &= x \cdot y - b \cdot z\end{aligned}\tag{3.1}$$

Sistem, iki adet ikinci dereceden doğrusal olmayan terim (xz ve xy) olmak üzere toplam yedi terim içermektedir. $\sigma = 10$, $r = 28$ ve $b = 8/3$ parametreleri ve $x_0 = 0$, $y_0 = -0.1$, $z_0 = 9$ başlangıç şartları için kaotik çözümler elde edilmiştir.

Lorenz sistemine ait zaman serileri Şekil 3.1.'de, verilmiştir.

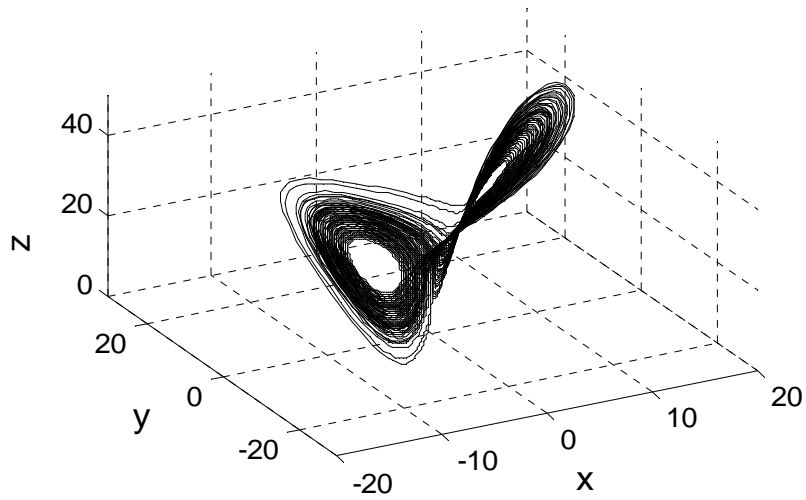


Şekil 3.1. Lorenz sisteminin x, y, z durum değişkenlerinin zamana göre kaotik değişimi



Şekil 3.2. Lorenz sisteminin x-y, x-z, y-z kaotik çekicileri

Lorenz sistemine, faz portreleri Şekil 3.2.'de, üç boyutlu x-y-z yörüngesi ise Şekil 3.3.'de verilmiştir.



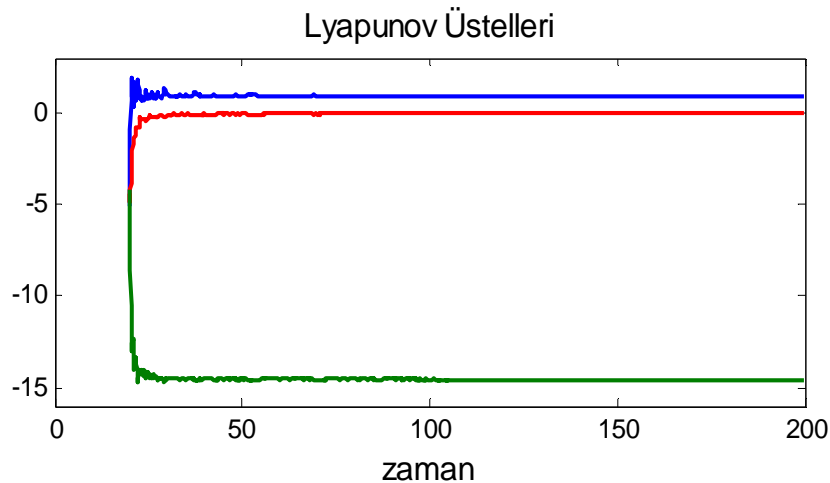
Şekil 3.3. Lorenz sisteminin üç boyutlu x-y-z yörüngesi

Bu sayısal simülasyon sonuçları Matlab’da , odesolve.m [104] programı yardımı ile elde edilmiştir.

Kaos’u anlamak için, en temel klasik bir sistem olan Lorenz sistemini incelemek yararlı olacaktır. Bu sistem kaos alanındaki teorik ve deneysel çalışmalara öncülük yapmıştır. Baykuş gözlerini ya da kelebek kanatlarını andıran bu sihirli şekil kaosun ilk kaşifleri tarafından bir sembol olarak benimsenmiştir. Düzensiz bir veri akışının içinde sağlam ve güzel bir yapının saklı bulunduğu bu şekil sayesinde kaos açıklanmış olmaktadır. Normalde, herhangi bir değişkenin değerlerindeki değişimler, sözde zaman dizileri denen kümelerle ortaya konabilmektedir. Üç değişken arasındaki ilişkilerin değişmelerini göstermek için daha farklı bir tekniğe ihtiyaç vardır. Bu üç değişken, bir noktanın zaman içinde herhangi bir anda üç boyutlu uzay içinde bulunduğu yeri tespit etmekte, adreslemekte ve sistem değiştiğinde, devamlı surette değişen değişkenler de noktanın hareketiyle ifade edilmektedir.

Sistem hiçbir zaman aynı şekilde tekrar etmediği için, sistem yörüngesi kendi kendisiyle asla kesişmez. Tam tersine sonsuza kadar kendi etrafında sarılmaya devam eder. Çekici üzerindeki bu hareket soyut olmasına rağmen, gerçek sistemin hareketi hakkında bir fikir vermektedir.

Şekil 3.4.’de görüldüğü gibi Lyapunov üstelleri, sistemin kaotik olması için gereken durumu(+,0,-) sağlayacak şekilde $\lambda_1 = 0.901$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -14.56$ olarak bulunmuştur.



Şekil 3.4. Lorenz sisteminin Lyapunov üstelleri

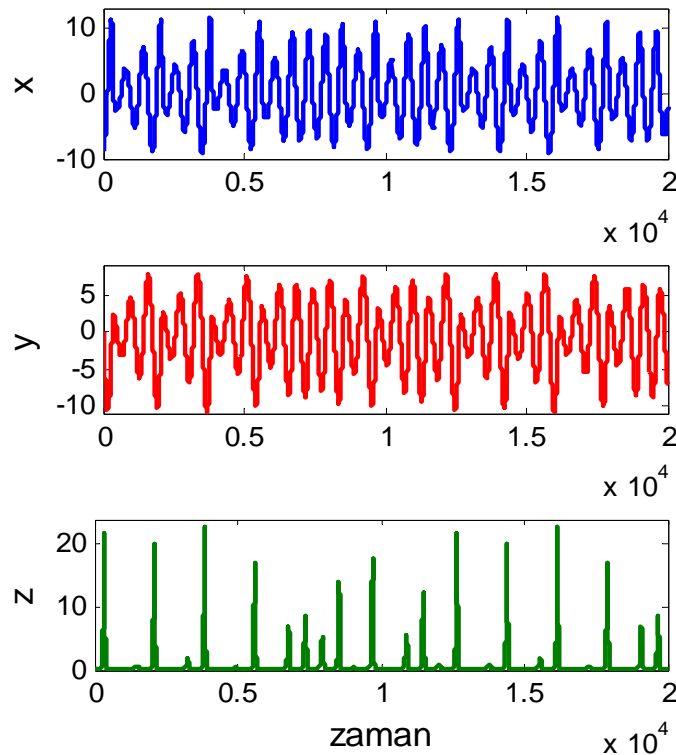
Bu tezdeki kaotik sistemlerin Lyapunov üstelleri Matlab'da geliştirilen Lyapunov Exponent Toolbox (LET) [105] kullanılarak elde edilmiştir.

3.2. Rössler Sistemi

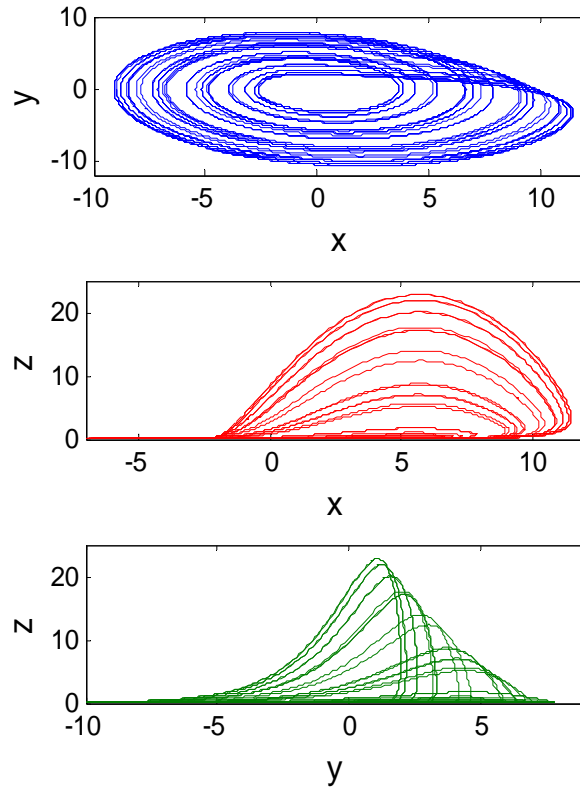
1976 yılında, Rössler'in önerdiği [7] kaotik denklem sistemi (3.2)'de verilmiştir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -y - z \\ \dot{y} &= x + a \cdot y \\ \dot{z} &= b + z \cdot (x - c)\end{aligned}\tag{3.2}$$

Sistem, bir adet ikinci dereceden doğrusal olmayan terim (xz) olmak üzere toplam yedi terim içermektedir. $a = 0.2$, $b = 0.2$ ve $c = 5.7$ parametreleri ve $x_0 = -9$, $y_0 = 0$, $z_0 = 0$ başlangıç şartları için kaotik çözümler elde edilmiştir. Rössler sistemine ait zaman serileri Şekil 3.5.'de, verilmiştir.

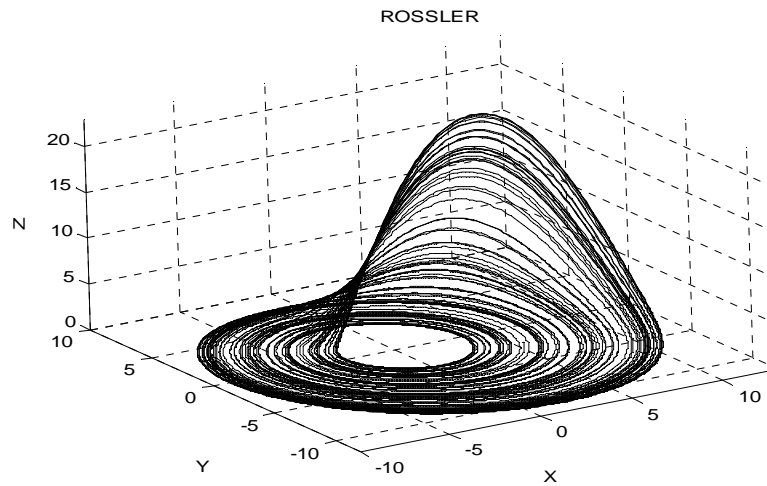


Şekil 3.5. Rössler sisteminin x , y , z durum değişkenlerinin zamana göre kaotik değişimi



Şekil 3.6. Rössler sisteminin x-y, x-z, y-z kaotik çekicileri

Rössler çekicisine ait , faz portreleri Şekil 3.6.'da, üç boyutlu x-y-z yörüngesi ise Şekil 3.7.'de verilmiştir.



Şekil 3.7. Rössler sisteminin üç boyutlu x-y-z yörüngesi

3.3. Duffing Sistemi

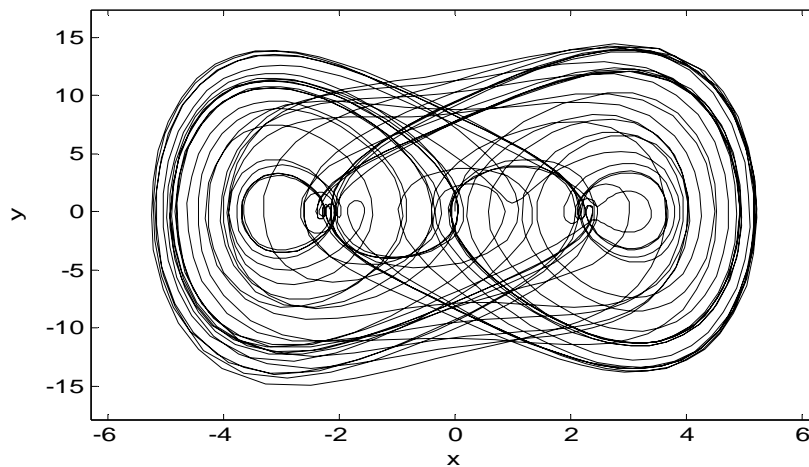
Duffing osilatörü doğrusal olmayan dinamiklerin prototip sistemlerinden biridir. Bu sistem yay, doğrusal olmayan elektronik devreler, süper iletken Josephson parametrik kuvvetlendirici, plazmalardaki iyonize dalgalar gibi fiziksel sistemler için model olarak kullanılmaktadır.[106] Duffing osilatörü r , w_0^2 , β , f ve w olmak üzere beş parametreye sahiptir.

$$\ddot{x} + r \cdot \dot{x} + w_0^2 \cdot x + \beta \cdot x^3 = f \cdot \cos(w \cdot t) \quad (3.3)$$

diferansiyel eşitliği tarafından tanımlanmaktadır. Sistemin dinamiklerini değiştiren $\beta \cdot x^3$ doğrusal olmayan terimi tarafından diğer temel harmonik osilatörlerden ayrılmaktadır. Burada kaotik cevap için sürtünme katsayısı $r = 0.2$, harmonik katsayısı $w_0^2 = -1$, iç uyarma genliği $f = 27$, harmonik olmayan katsayı $\beta = 1$, ve $w = 1.33$ alınmıştır. Harmonik osilatör; $\ddot{x} + r \cdot \dot{x} + w_0^2 \cdot x = f \cdot \cos(w \cdot t)$ ' dir.

Parametrelerin yerine yazılmasıyla, (3.4) denklem sistemi haline gelen Duffing osilatörünün x-y kaotik çekicisi Şekil 3.8.'de görülmektedir.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= -0.2 \cdot y + x - x^3 + 27 \cdot \cos(1.33 \cdot \pi \cdot t) \end{aligned} \quad (3.4)$$

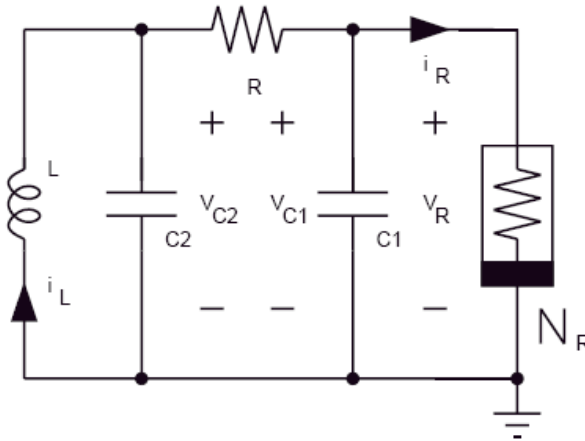


Şekil 3.8. Duffing sisteminin x-y kaotik çekicisi

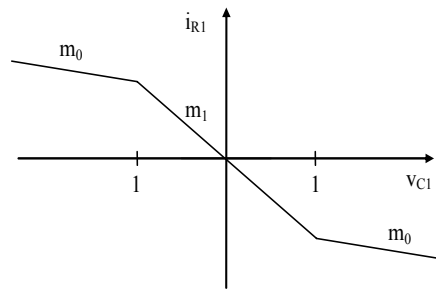
3.4. Chua Sistemi ve Devresi

Chua devresi en karmaşık kaosu varlığının deneysel olarak kurulabildiği, sayısal olarak doğrulanabildiği ve matematiksel olarak kanıtlanabildiği en basit devrelerden biridir. Chua elektronik devresinin sistem yapısı basittir. Dört doğrusal eleman ve bir doğrusal olmayan eleman olan Chua diyodundan oluşmaktadır (Şekil 3.9). Chua diyonu farklı aktif devre yapılarıyla da oluşturulabilir.

Chua'nın devresi bir doğrusal indüktans (L), iki doğrusal kapasitör (C_1 ve C_2), bir doğrusal direnç (R) ve Chua diodu olarak adlandırılan gerilim kontrollü direnç (N_R)'den oluşur. Chua devresi ve doğrusal olmayan direncin parça parça lineerleştirilmiş I-V karakteristiği Şekil 3.10.'da görülmektedir. Chua devre denklemleri, (3.5) denklemindeki üç adet adi diferansiyel denklemle tanımlanır.



Şekil 3.9. Chua Devresi



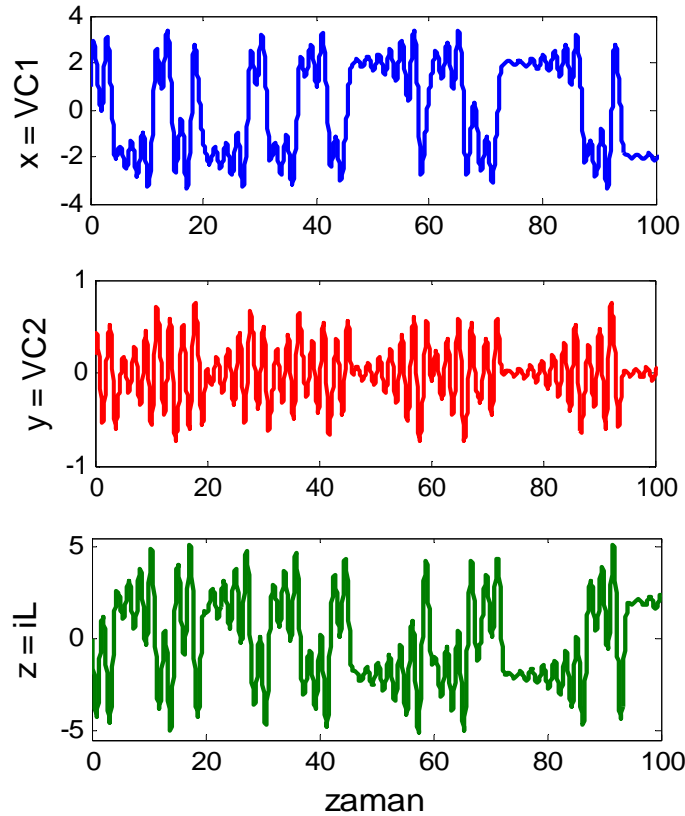
Şekil 3.10. Doğrusal olmayan direncin karakteristiği.

$$\begin{aligned}
C_1 \cdot \frac{dV_{C_1}}{dt} &= G \cdot (V_{C_2} - V_{C_1}) - g(V_{C_1}) \\
C_2 \cdot \frac{dV_{C_2}}{dt} &= G \cdot (V_{C_1} - V_{C_2}) + i_L \\
L \cdot \frac{di_L}{dt} &= -V_{C_2} - R_L i_L
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Burada, $G=1/R$ ve doğrusal olmayan elemanın V_{C_1} - i karakteristiği aşağıda tanımlanmaktadır. Chua diodunun \dot{I}_R akımı iki kırılma noktasına sahip parça parça doğrusal fonksiyon olan $g(V_{C_1})$ ile ifade edilir. Analitik ifadesi ise :

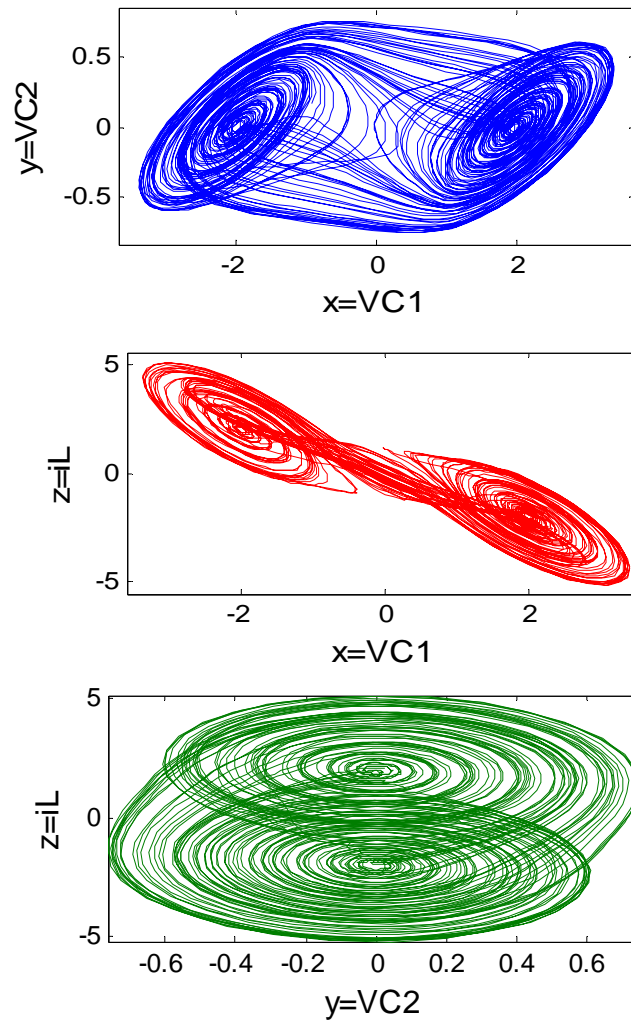
$$g(V_R) = m_0 \cdot V_R + \frac{1}{2} \cdot (m_1 - m_0) \cdot (|V_R + B_P| - |V_R - B_P|) \tag{3.6}$$

olur. Burada devre parametreleri $1/C_1=9$, $1/C_2=1$, $1/L=7$, $G=0.7$, $m_0=-0.5$, $m_1=-0.8$ $x_1=V_{C_1}$, $x_2=V_{C_2}$ ve $x_3=i_L$ olup $E=1$ 'dir. Durum değişkenlerinin zamana göre kaotik değişimi Şekil 3.11.'de görülmektedir.



Şekil 3.11. Chua devresinin V_{C_1} , V_{C_2} , i_L durum değişkenlerinin zamana göre kaotik değişimi

Durum değişkenlerinin kaotik faz portreleri Şekil 3.12.'de görölmektedir.



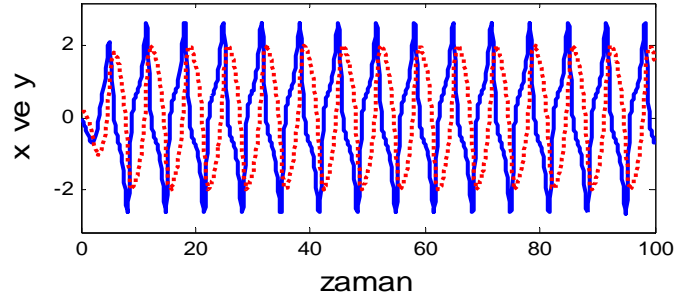
Şekil 3.12. Chua devresinin x-y, x-z, y-z kaotik çekicileri

3.5. Van Der Pol Osilatörleri

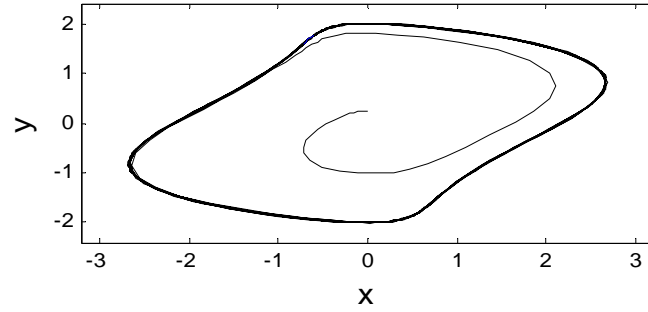
Van Der Pol eşitliğinin çözümü, kapalı bir eğri üzerinde bir noktanın hareketidir. Bu hareket sabit genlikli bir osilasyondur. Van Der Pol eşitliği otonom osilasyonların bir örneğidir. Böyle bir çekici “limit döngü” olarak adlandırılır(Şekil 3.14.). Van Der Pol osilatörü denklemleri aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x \cdot (1 - y^2) - y \\ \dot{y} &= x\end{aligned}\tag{3.7}$$

x ve y durum değişkenlerinin kaotik değişimi, Şekil 3.13.'de, x-y faz diyagramları ise Şekil 3.14.'de görölmektedir.



Şekil 3.13. Van Der Pol osilatörünün x ve y durum değişkenlerinin zamana göre kaotik değişimi

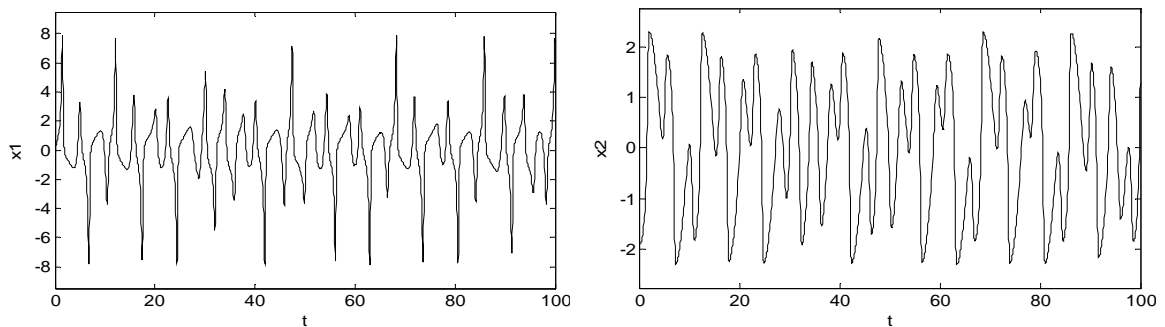


Şekil 3.14. Van Der Pol osilatörünün $x_1 - x_2$ kaotik çekicisi

Aşağıdaki doğrusal olmayan denklem sistemi Sürülen Van Der Pol Osilatörü'dür

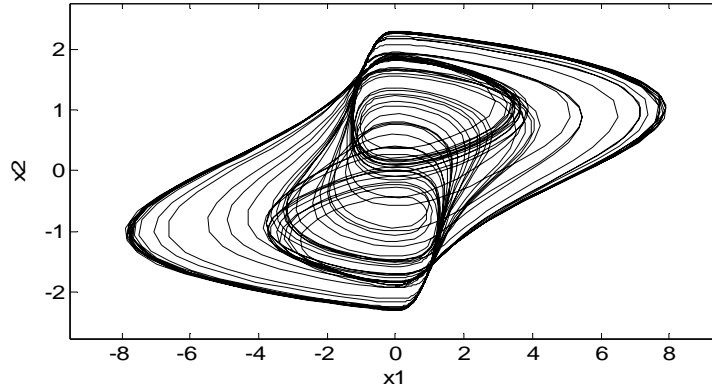
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= b \cdot x_1 \cdot (1 - x_2^2) - x_2 + A \cdot \sin(\Omega \cdot t) \\ \dot{x}_2 &= x_1 \end{aligned} \quad (3.8)$$

$x_1(0) = 0$, $y_1(0) = -1.9$ ilk şartları ve $b = 3$, $A = 5$, $\Omega = 1.788$ parametreleri için elde edilen x_1 ve x_2 kaotik zaman serileri Şekil 3.15.'de görölmektedir.



Şekil 3.15. Sürülen Van Der Pol osilatörünün $x_1 - x_2$ durum değişkenlerinin kaotik değişimi

Sürülen Van Der Pol Osilatörünün $x_1 - x_2$ kaotik çekicileri ise Şekil 3.16.'da verilmiştir.

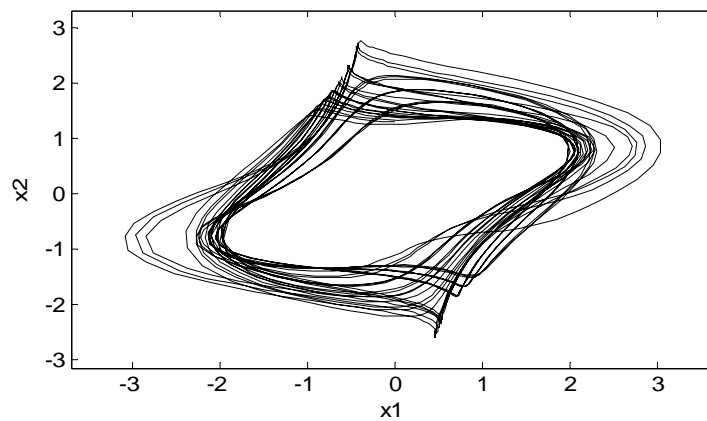


Şekil 3.16. Sürülen Van Der Pol osilatörünün $x_1 - x_2$ kaotik çekicisi

Aşağıdaki doğrusal olmayan denklem sistemi Shaw-Van Der Pol Osilatörü'dür.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= b \cdot x_1 \cdot (1 - x_2^2) - x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_1 + A \cdot \sin(\Omega \cdot t)\end{aligned}\tag{3.9}$$

$x_0 = 0$, $y_0 = 1.3$ ilk şartları ve $b = 1$, $A = 1$, $\Omega = 2$ parametreleri için elde edilen $x_1 - x_2$ kaotik çekicisi Şekil 3.17.'de verilmiştir.



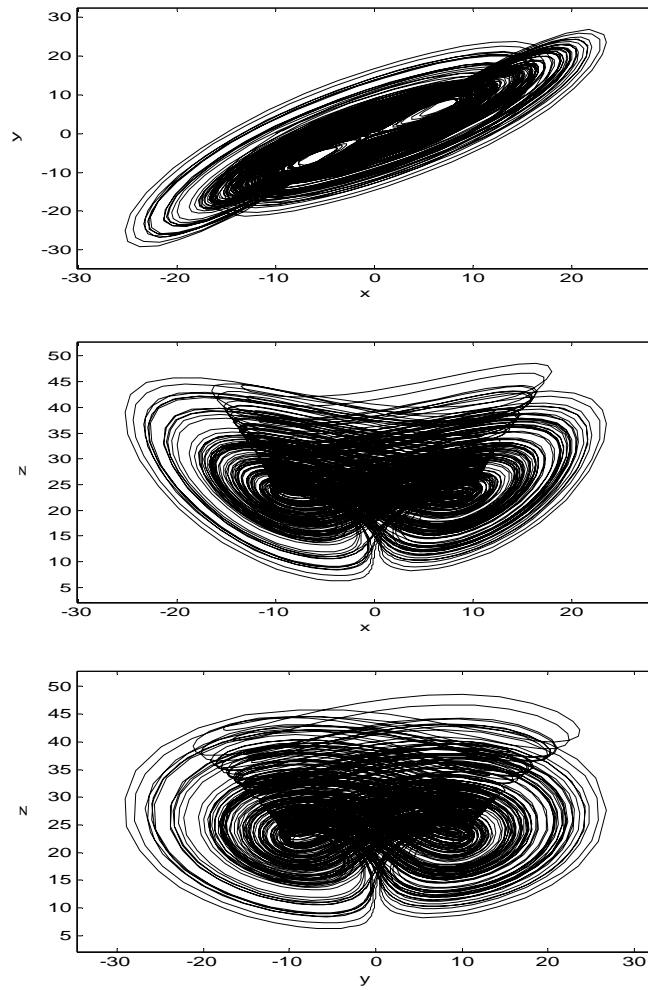
Şekil 3.17. Shaw-Van Der Pol osilatörünün $x_1 - x_2$ kaotik çekicisi

3.6. Chen Sistemleri

Guanrong Chen ve Ueta tarafından 1999 yılında bulunan[107] aşağıdaki doğrusal olmayan denklem sistemi Chen Sistemi olarak bilinir. Burada a, b ve c reel sabitlerdir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a \cdot (y - x) \\ \dot{y} &= (c - a) \cdot x - x \cdot z + c \cdot y \\ \dot{z} &= x \cdot y - b \cdot z\end{aligned}\tag{3.10}$$

Parametreler; $a = 35$, $b = 3$, $c = 28$ ve ilk şartlar; $x_0 = -10$, $y_0 = 0$, $z_0 = 37$ seçilerek elde edilen x-y, x-z, ve y-z tuhaf çekicileri Şekil 3.18.'de verilmiştir.

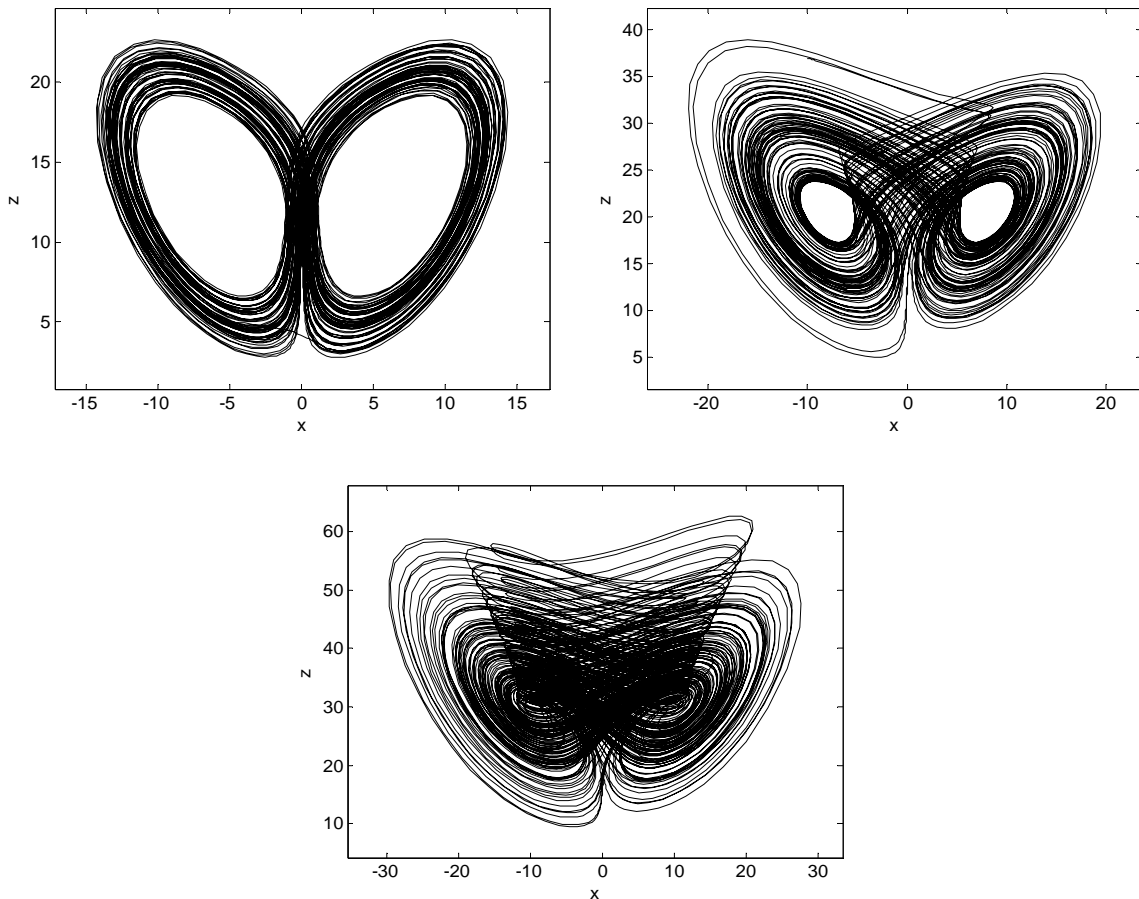


Şekil 3.18. Chen sisteminin x-y, x-z, y-z kaotik tuhaf çekicileri

Jinhu Lü ve Guanrong Chen tarafından 2002 yılında tanıtılan[108] aşağıdaki doğrusal olmayan denklem sistemi Lü-Chen 2002 Sistemi olarak bilinir. Lorenz ve Chen sistemleri arasında bir geçiş sistemidir. Burada a , b ve c reel sabitlerdir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a \cdot (y - x) \\ \dot{y} &= -x \cdot z + c \cdot y \\ \dot{z} &= x \cdot y - b \cdot z\end{aligned}\quad (3.11)$$

İlk şartlar; $x_0 = -10$, $y_0 = 0$, $z_0 = 37$, parametreler; $a = 36$, $b = 3$ sabit olup c parametresi değişkendir. Sistemin ürettiği çekici, $12.7 < c < 17$ aralığında Lorenz çekicisine benzer, $18 < c < 22$ arasında geçiş şekline sahipken, $23 < c < 28.5$ aralığında ise Chen sistemine benzemektedir. c parametresinin değişik değerleri için elde edilen x - z tuhaf çekicisi Şekil 3.19.'da verilmiştir.

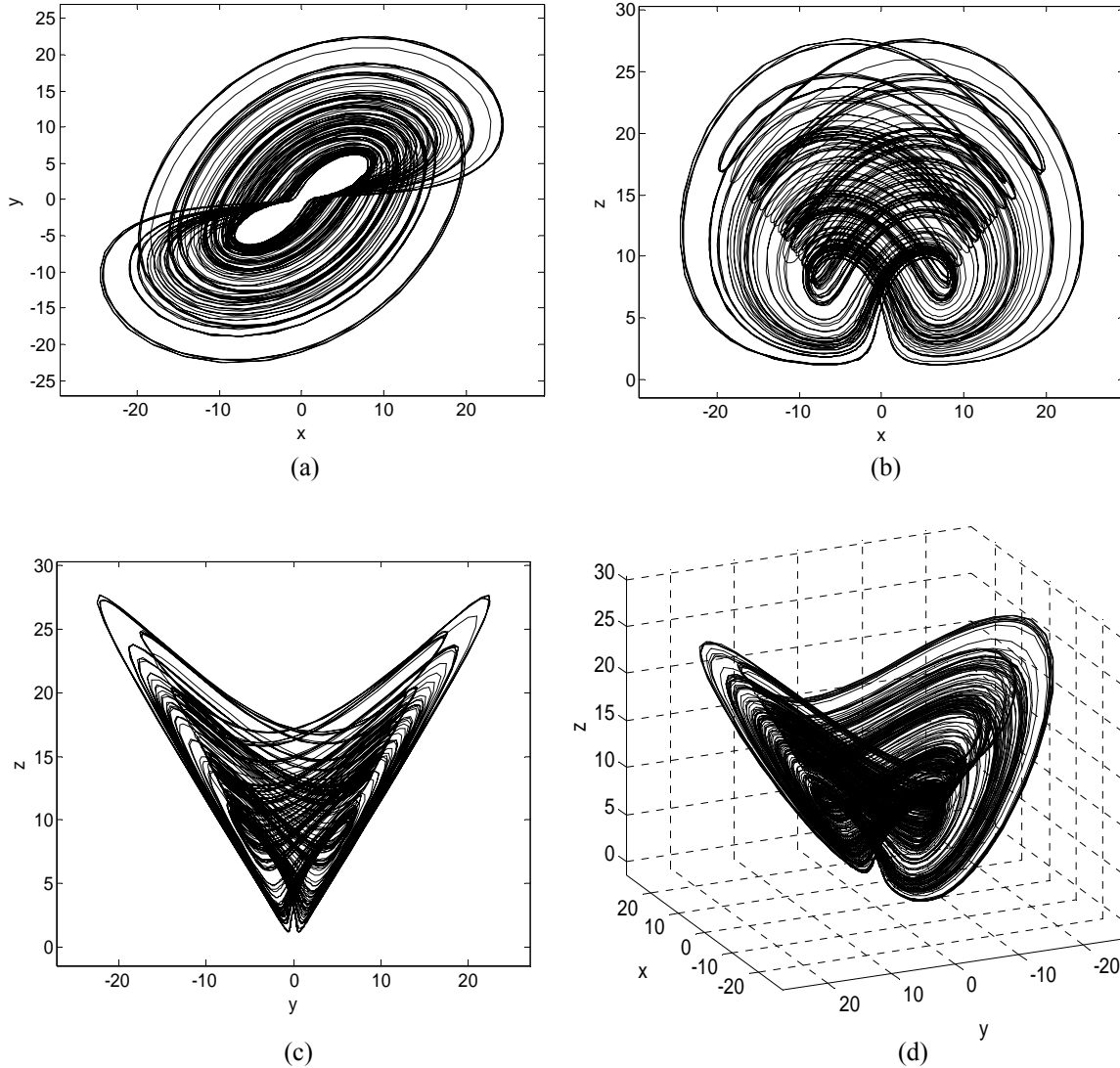


Şekil 3.19. Lü - Chen 2002 sisteminin x - z tuhaf çekicisi (sırasıyla $c = 13$, $c = 20$, ve $c = 28$ için)

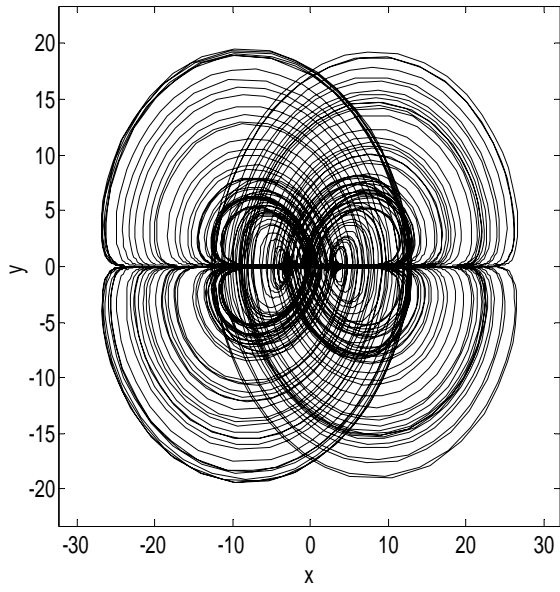
Jinhu Lü, ve Guanrong Chen tarafından 2003 yılında tanıtılan[109] aşağıdaki doğrusal olmayan denklem sistemi Lü-Chen 2003 Sistemi olarak bilinir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a \cdot x + d_1 \cdot y \cdot z \\ \dot{y} &= b \cdot y + d_2 \cdot x \cdot z \\ \dot{z} &= c \cdot z + d_3 \cdot x \cdot y\end{aligned}\quad (3.12)$$

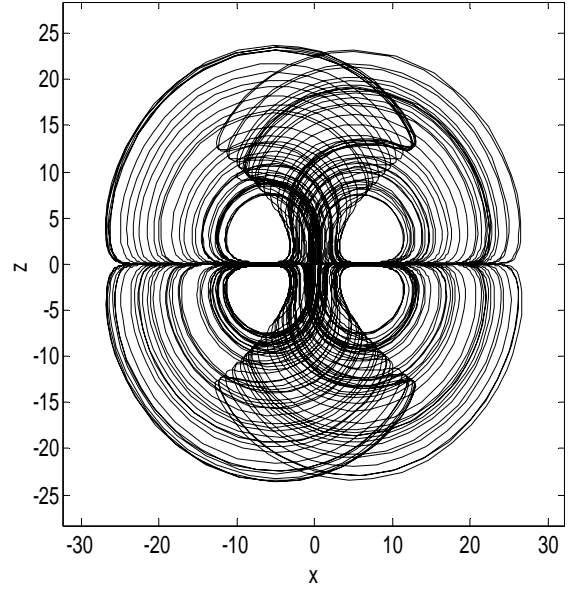
Burada $a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c \neq 0$ olmak üzere a, b ve c reel sabitlerdir. Sistem, $d_1 = -1, d_2 = 1, d_3 = 1, a = 5, b = -10, c = -3.4$ parametreleri için kompleks 2-sarmallı çekici (Şekil 3.20.), $d_1 = 1, d_2 = -1, d_3 = -1, a = 0.5, b = -10, c = -4$ parametreleri için ise kompleks 4-sarmallı çekici (Şekil 3.21.) göstermektedir.



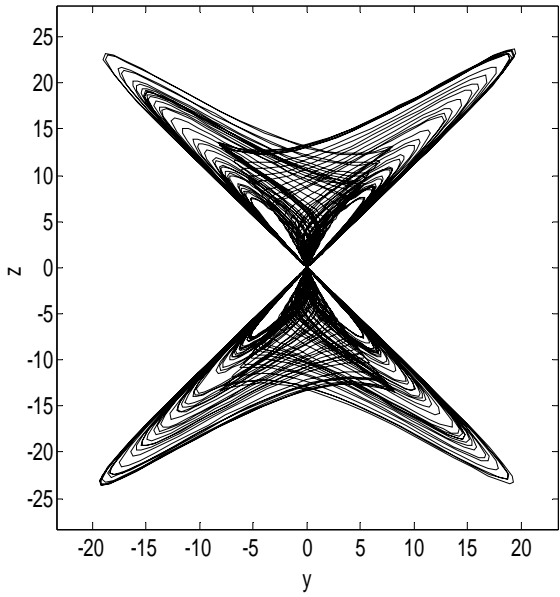
Şekil 3.20. Lü-Chen 2003 sisteminin (a) x-y, (b) x-z, (c) y-z, (d) x-y-z kaotik çekicileri



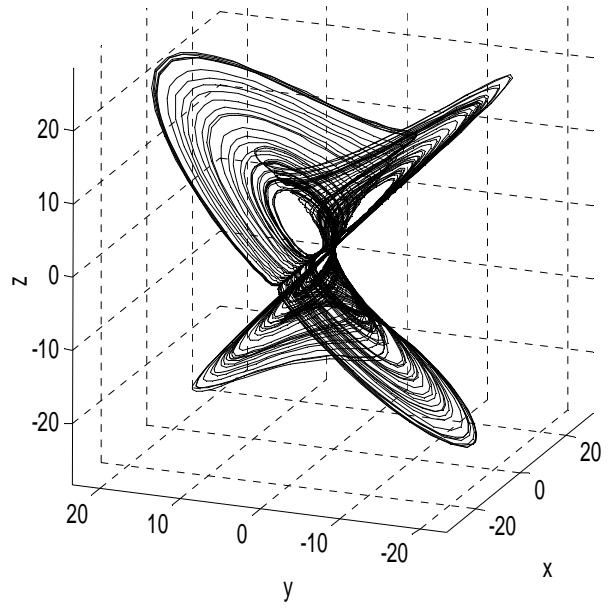
(a)



(b)



(c)



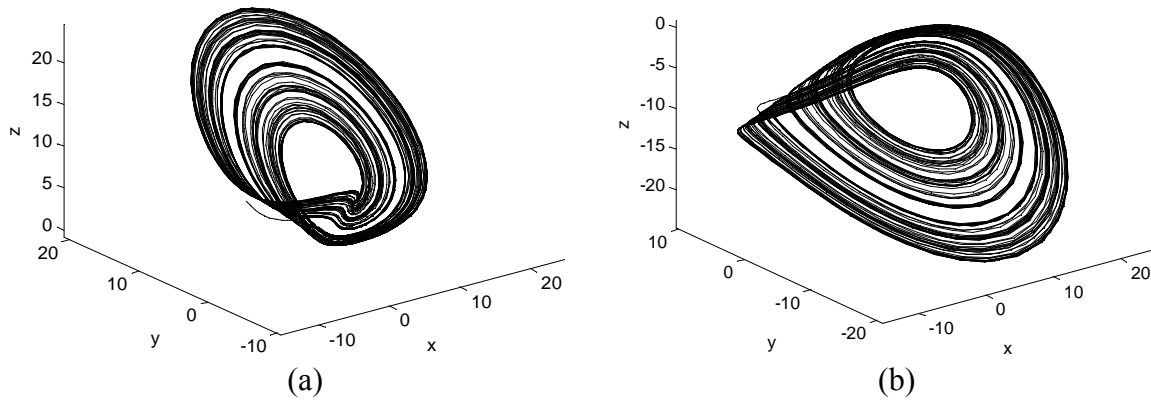
(d)

Şekil 3.21. Lü-Chen 2003 sisteminin (a) x-y, (b) x-z, (c) y-z, (d) x-y-z kaotik çekicileri

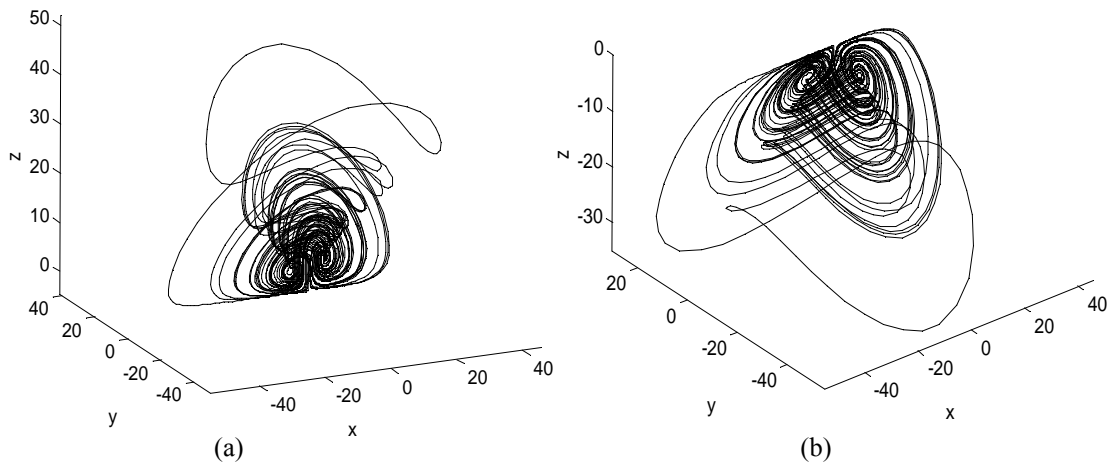
Jinhu Lü, Guanrong Chen ve D.Cheng tarafından 2004 yılında tanıtılan[110] aşağıdaki doğrusal olmayan denklem sistemi Lü-Chen 2004 Sistemi olarak bilinir. Burada a, b ve c reel sabitlerdir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\frac{a \cdot b}{a + b} \cdot x - y \cdot z + c \\ \dot{y} &= a \cdot y + x \cdot z \\ \dot{z} &= b \cdot z + x \cdot y\end{aligned}\quad (3.13)$$

Sistem geniş bir parametre aralığında kaotik olup, birçok ilginç kompleks davranış göstermektedir. Örneğin $a = -10$, $b = -4$, ve $|c| < 19.2$, ve $a = -10$, $b = -4$ ve $c = 18.1$ için iki tane 1-sarmallı kaotik çekici göstermektedir(Şekil 3.22.). $a = -10$, $b = -4$ ve $c = 0$ için ise iki tane 2-sarmallı kaotik çekici göstermektedir(Şekil 3.23.).



Şekil 3.22. Lü-Chen 2004 sisteminin 1-sarmallı kaotik çekicileri (a) $z_0 > 0$, (b) $z_0 < 0$ ($a = -10$, $b = -4$, $c = 18.1$)



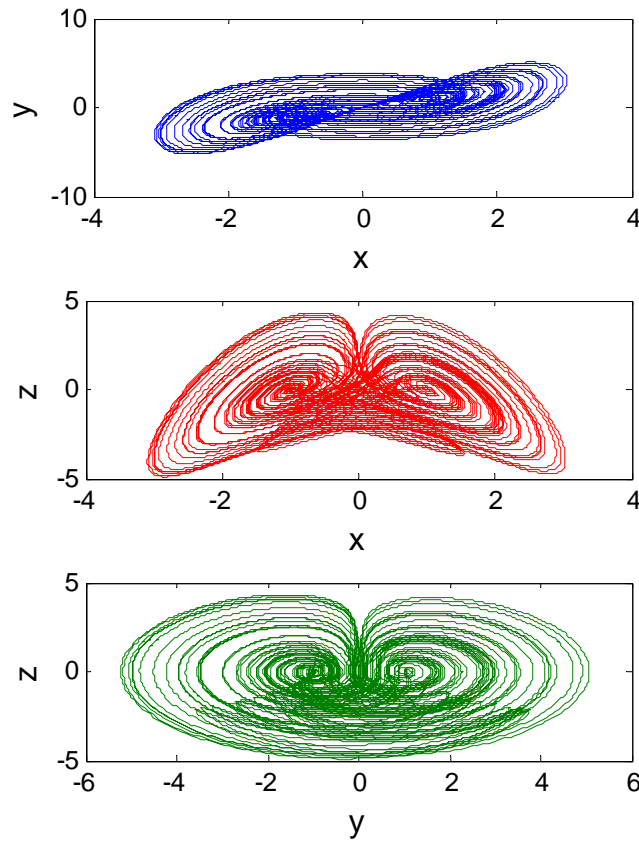
Şekil 3.23. Lü-Chen 2004 sisteminin 2-sarmallı kaotik çekicileri (a) Yukarı çekici (b) Aşağı çekici ($a = -10$, $b = -4$, $c = 0$)

3.7. Yayınımsız Lorenz Sistemi

2000 yılında Van Der Schrier ve Maas'ın bulduğu bu denklemler [111], Lorenz sisteminin basitleştirilmiş tek parametrelili çeşididir. Diffusionless Lorenz denklemleri Rayleigh ve Prandtl sayılarının sınırlamaları ile elde edilmiş olup fiziksel olarak difüzyonsuz ısı-yayınımına karşılık gelir. Doğrusal olmayan,

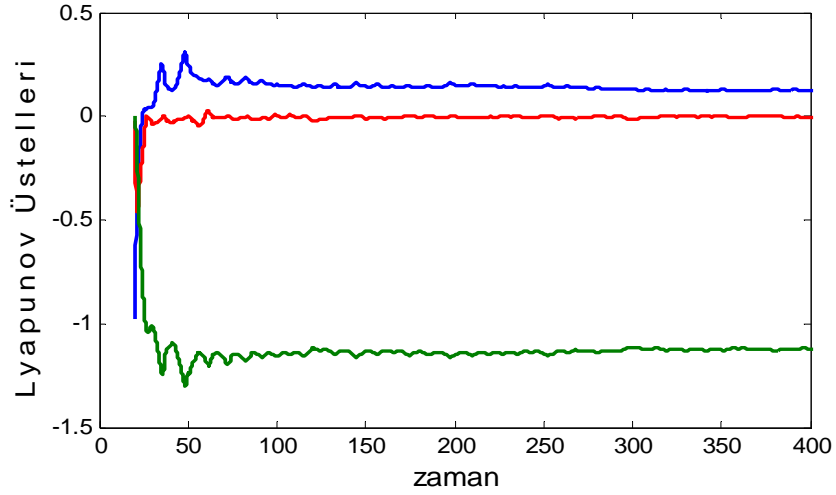
$$\begin{aligned}\dot{x} &= -y - x \\ \dot{y} &= -x \cdot z \\ \dot{z} &= x \cdot y + R\end{aligned}\tag{3.14}$$

denklemleri ile verilir. Kaotik çözüm için en yaygın olarak kullanılan parametre değeri $R = 1$ ve ilk şartlar $x_0 = 1$, $y_0 = -1$, $z_0 = 0.01$ 'dir. Durum değişkenlerine ait x - y , x - z , ve y - z kaotik çekicileri Şekil 3.24.'de verilmiştir.



Şekil 3.24. Yayınımsız Lorenz sisteminin x - y , x - z , ve y - z faz portreleri

R = 1 parametresi için elde edilen Lyapunov üstelleri Şekil 3.25.'de verilmiştir.



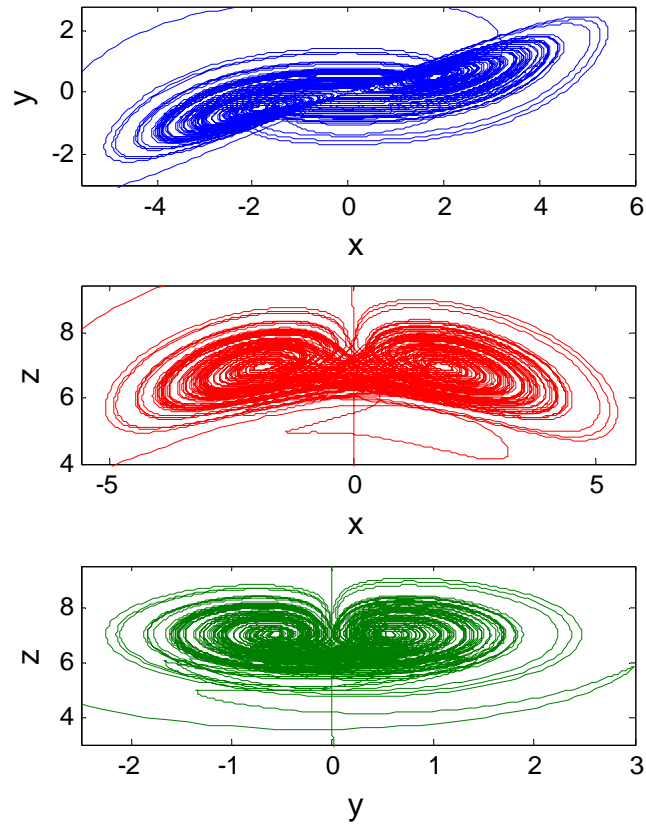
Şekil 3.25. Yayınımsız Lorenz sisteminin Lyapunov üstelleri

3.8. Rikitake Sistemi

Doğrusal olmayan Rikitake kaotik dinamik sistemi dünyanın jeomanyetik alanının düzensiz polarite anahtarlamasını açıklamaya çalışan bir modeldir[102],[112],[113]. Sistem Lorenz-tipi kaotik davranış gösterir ve iki kararsız sabit nokta etrafındaki yörüngede döner.

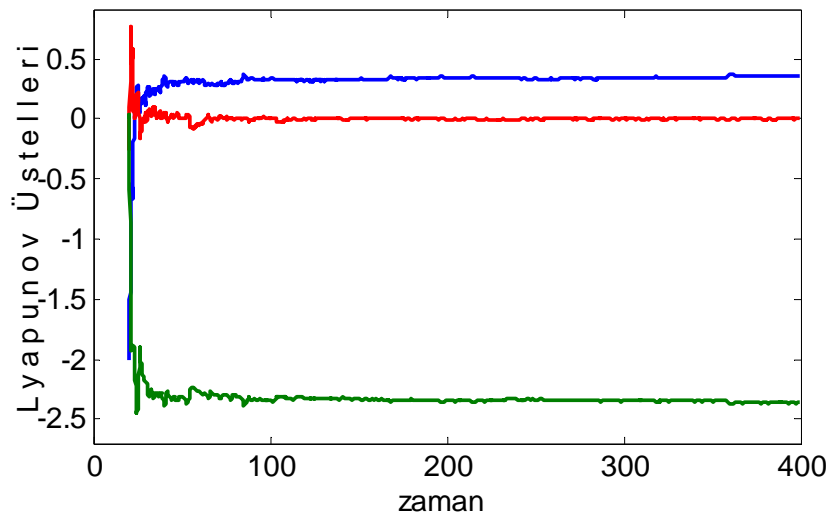
$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\mu \cdot x + z \cdot y \\ \dot{y} &= -\mu \cdot x + (z - a) \cdot x \\ \dot{z} &= 1 - x \cdot y\end{aligned}\tag{3.15}$$

denklemleri ile verilir. Yaygın olarak kullanılan $\mu = 2$, $a = 5$ parametreleri ve $x_0 = 0$, $y_0 = 0.1$, $z_0 = 0$ ilk şartları için elde edilen kaotik faz portreleri (Şekil 3.26.)'da verilmiştir.



Şekil 3.26. Rikitake çekicisinin x-y, x-z, ve y-z faz portreleri ($\mu=2$, $a=5$, $x_0=0$, $y_0=0.1$, ve $z_0=0$)

Rikitake sistemi için elde edilen Lyapunov üstelleri şekil 3.27.'de verilmiştir.



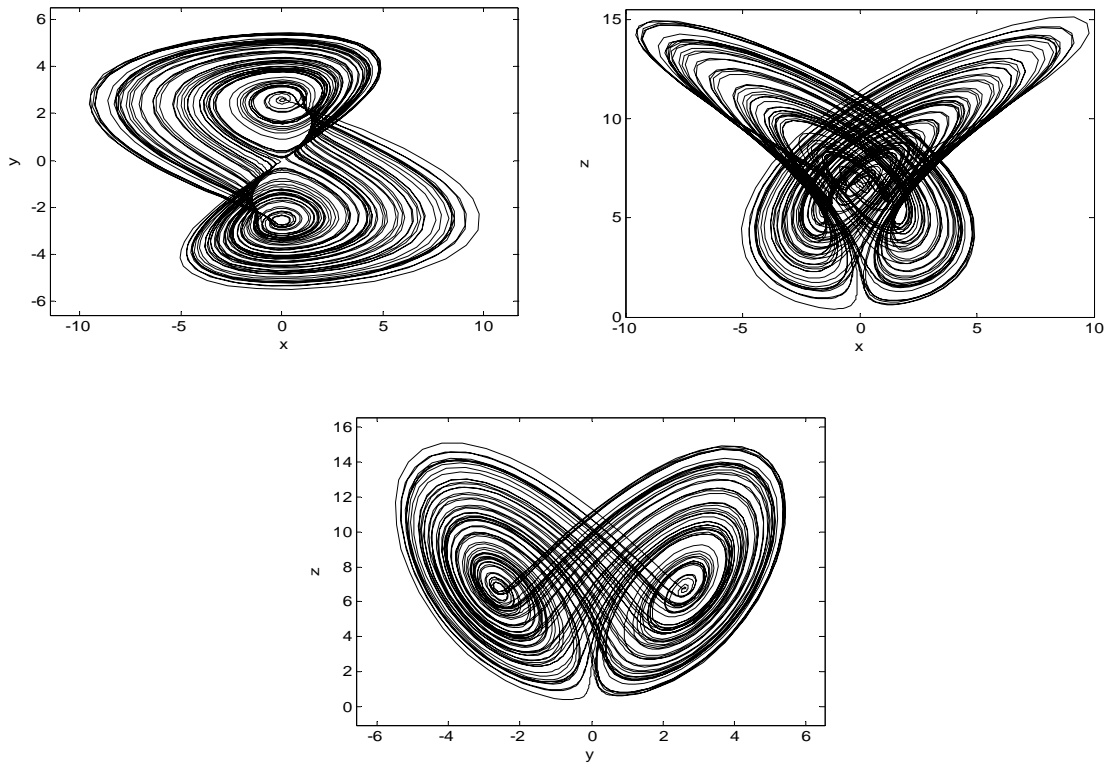
Şekil 3.27. Rikitake sisteminin Lyapunov üstelleri

3.9. Rucklidge Sistemi

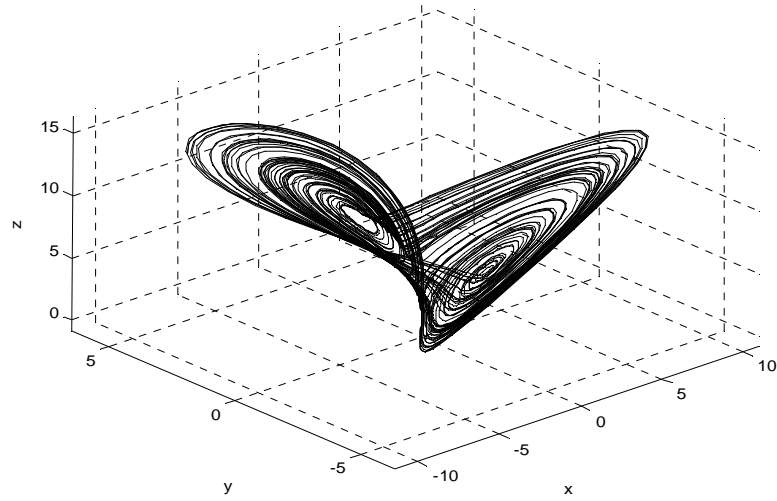
Rucklidge tarafından 1992 yılında bulunmuştur[114].

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -K \cdot x + L \cdot y - y \cdot z \\ \dot{y} &= x \\ \dot{z} &= -z + y^2\end{aligned}\tag{3.16}$$

denklemleri ile verilir. $K = 2$, $L = 6.7$ parametreleri ve $x_0 = 1$, $y_0 = 0$, $z_0 = 4.5$ ilk şartları için elde edilen kaotik çekiciler şekil 3.28.'de, üç boyutlu x - y - z kaotik yörüngesi ise şekil 3.29.'da verilmiştir.

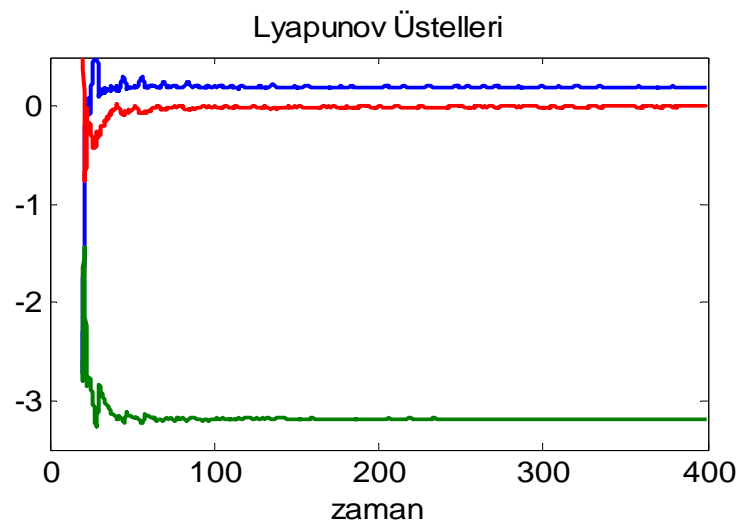


Şekil 3.28. Rucklidge çekicisinin x - y , x - z , ve y - z kaotik çekicileri($K=2$, $L=6.7$, $x_0=1$, $y_0=0$, $z_0=4.5$)



Şekil 3.29. Rucklidge çekicisinin üç boyutlu x - y - z kaotik yörüngesi

Rucklidge sistemi için elde edilen Lyapunov üstelleri Şekil 3.30.'da verilmiştir.



Şekil 3.30. Rucklidge sisteminin Lyapunov üstelleri

3.10. Üç-Katmanlı Çekici

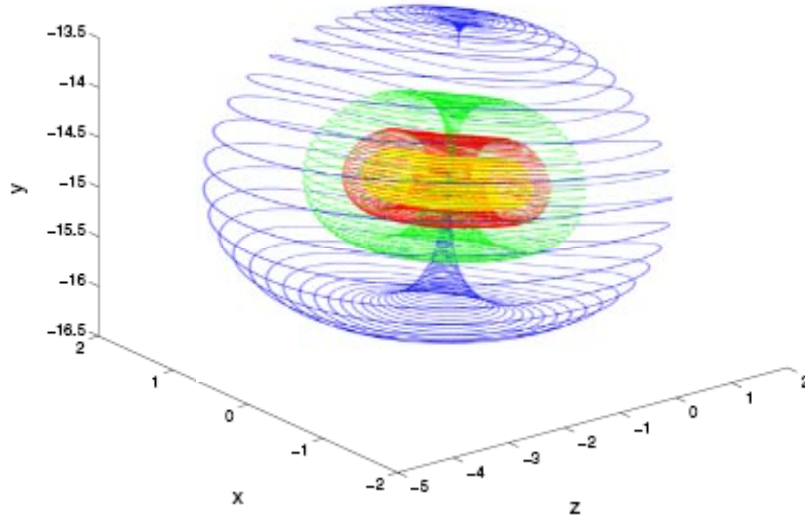
T. Zhou ve G. Chen tarafından 2004 yılında bulunan[115] doğrusal olmayan denklemler aşağıdadır.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a_1 \cdot x - a_2 \cdot y + a_3 \cdot z \\ \dot{y} &= -d \cdot x \cdot z + b \\ \dot{z} &= c_1 \cdot x \cdot y + c_2 \cdot y \cdot z + c_3 \cdot z + c\end{aligned}\quad (3.16)$$

Burada, $b = \frac{d \cdot (a_2 \cdot c_3)^2}{32 \cdot a_3^2 \cdot c_2^2} \sqrt{-\frac{a_3 \cdot c_2}{a_1 \cdot c_1}}$, ve $c = \frac{1}{a_2} \cdot \left[\frac{a_2^2 \cdot c_3^2}{4 \cdot a_3 \cdot c_2} - \frac{b}{d} \cdot (a_3 \cdot c_1 + a_1 \cdot c_2) \right]$,

$a_3 c_2 a_1 c_1 < 0$, $a_i \neq 0$, $c_i \neq 0$, ($1 \leq i \leq 3$), $d \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$, ve tüm parametreler gerçeldir.

$a_1 = -4.1$, $a_2 = 1.2$, $a_3 = 13.45$, $c_1 = 2.76$, $c_2 = 0.6$, $c_3 = 13.13$, $d = 2$ parametreleri için elde edilen üç-boyutlu, üç-katmanlı kaotik çekici Şekil 3.31.'de verilmiştir.



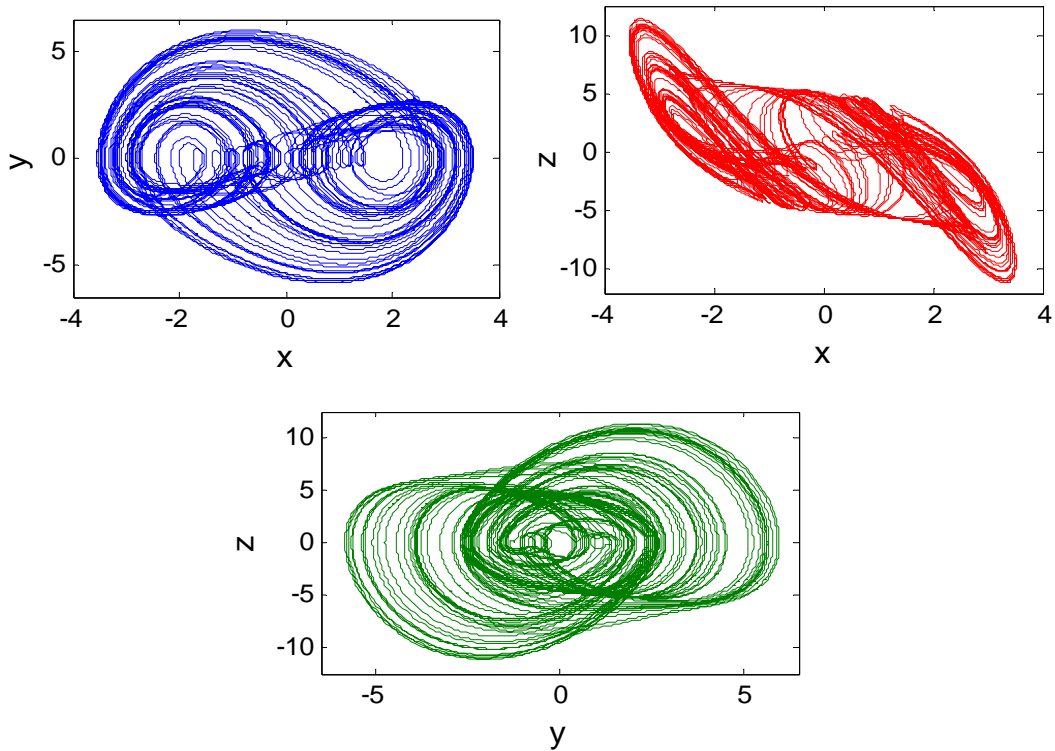
Şekil 3.31. Üç-Katmanlı Çekicinin, üç boyutlu x-y-z kaotik yörüngesi

3.11. Arneodo Sistemi

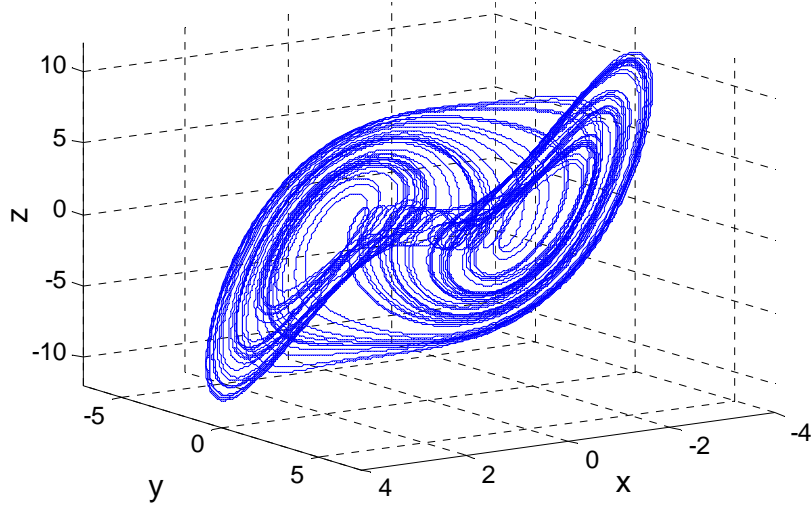
1985 yılında A. Arneodo, P. Coulet, E. Spiegel ve C. Tresser'in tanıttığı[116] doğrusal olmayan denklem sistemi aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= z \\ \dot{z} &= -b_1 \cdot x - b_2 \cdot y - b_3 \cdot z + b_4 \cdot x^3\end{aligned}\tag{3.17}$$

Burada, $b_1 = -5.5$, $b_2 = 3.5$, $b_3 = 1$, $b_4 = -1$ parametreleri ve $x_0 = 0.5$, $y_0 = -1$, $z_0 = 0.5$ ilk şartları için elde edilen kaotik çekiciler Şekil 3.32.'de, üç boyutlu x-y-z kaotik yörüngesi ise Şekil 3.33.'de verilmiştir.



Şekil 3.32. Arneodo çekicisinin x-y, x-z, ve y-z kaotik çekicileri



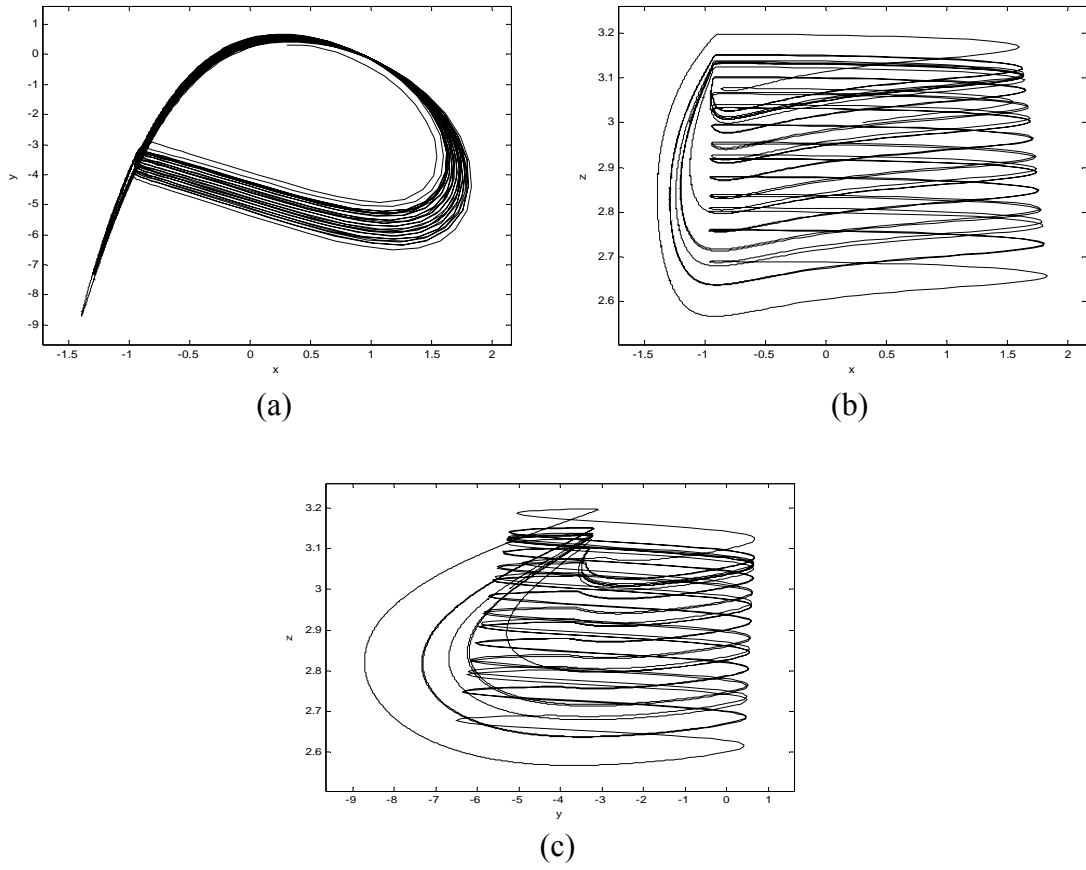
Şekil 3.33. Arneodo sisteminin üç boyutlu x-y-z kaotik yörüngesi

3.12. Hindmarsh-Rose Sistemi

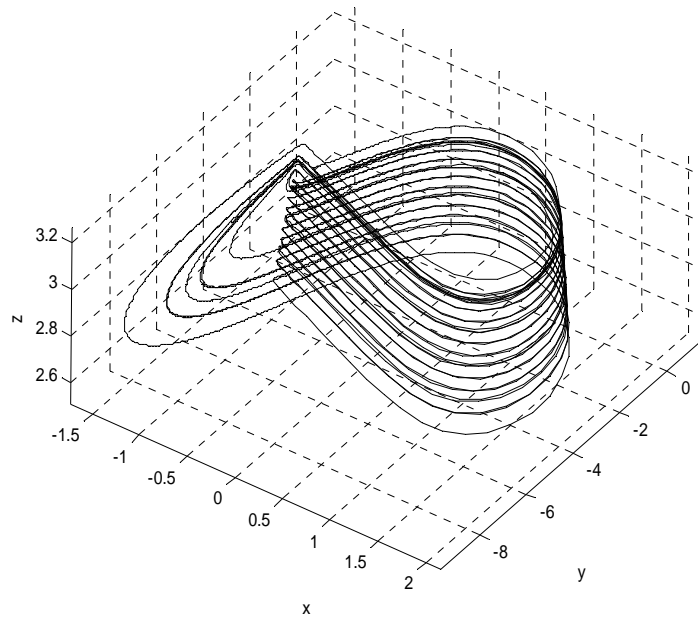
J.L. Hindmarsh ve R.M. Rose'un 1984 yılında buldukları[117] bir kaotik nöron modeli aşağıdaki doğrusal olmayan denklem sistemi ile ifade edilir.

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= y - a \cdot x^3 + b \cdot x^2 - z + I \\
 \dot{y} &= c - d \cdot x^2 - y \\
 \dot{z} &= r \cdot (s \cdot (x + e) - z)
 \end{aligned}
 \tag{3.18}$$

Burada, $a = 1$, $b = 3$, $I = 3.281$, $c = 1$, $d = 5$, $r = 0.006$, $s = 4$, $e = 1.56$ parametreleri ve $x_0 = 0.3$, $y_0 = 0.3$, $z_0 = 3$ ilk şartları için elde edilen kaotik çekiciler Şekil 3.34.'de, üç boyutlu x-y-z kaotik yörüngesi ise Şekil 3.35.'de verilmiştir.



Şekil 3.34. Hindmarsh-Rose çekicisinin x-y, x-z, ve y-z kaotik çekicileri



Şekil 3.35. Hindmarsh-Rose sisteminin üç boyutlu x-y-z kaotik yörüngesi

3.13. Genelleştirilmiş Lotka -Volterra Sistemi

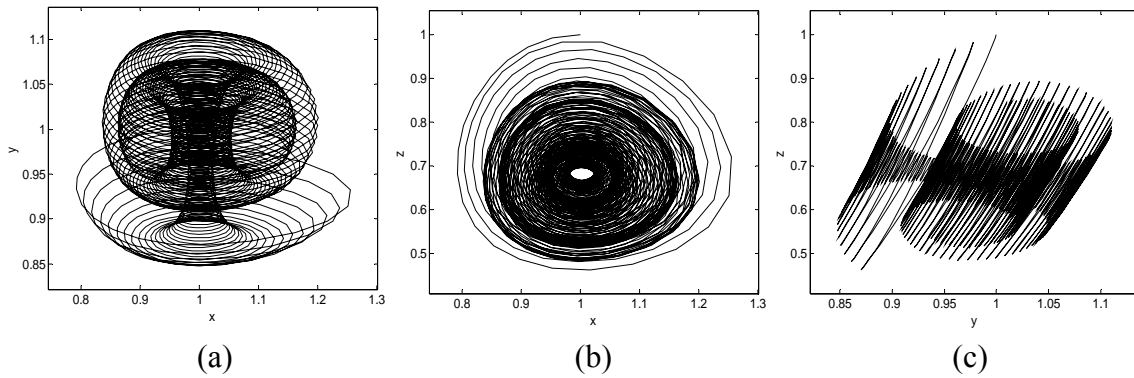
Nikola Samardzija ve D. Greller Larry'nin 1988 yılında[118], tanıttığı doğrusal olmayan denklem sistemi aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x - x \cdot y + C \cdot x^2 - A \cdot z \cdot x^2 \\ \dot{y} &= -y + x \cdot y \\ \dot{z} &= -B \cdot z + A \cdot z \cdot x^2\end{aligned}\tag{3.19}$$

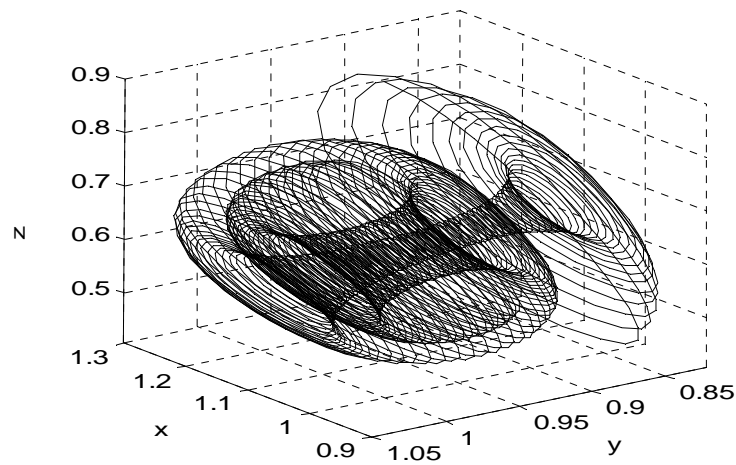
$b_1 = -5.5$, $b_2 = 3.5$, $b_3 = 1$, $b_4 = -1$ parametreleri ve

$x_0 = 0.5$, $y_0 = -1$, $z_0 = 0.5$ ilk şartları için elde edilen kaotik çekiciler

Şekil 3.36.'da, üç boyutlu x-y-z kaotik yörüngesi ise şekil 3.37.'de verilmiştir.



Şekil 3.36. Genelleştirilmiş Lotka-Volterra sisteminin x-y, x-z, ve y-z kaotik çekicileri



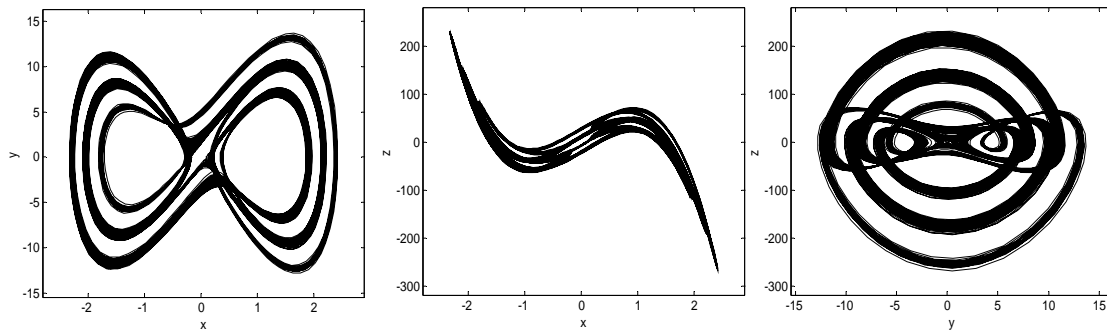
Şekil 3.37. Genelleştirilmiş Lotka-Volterra sisteminin üç boyutlu x-y-z kaotik yörüngesi

3.14. Moore - Spiegel Sistemi

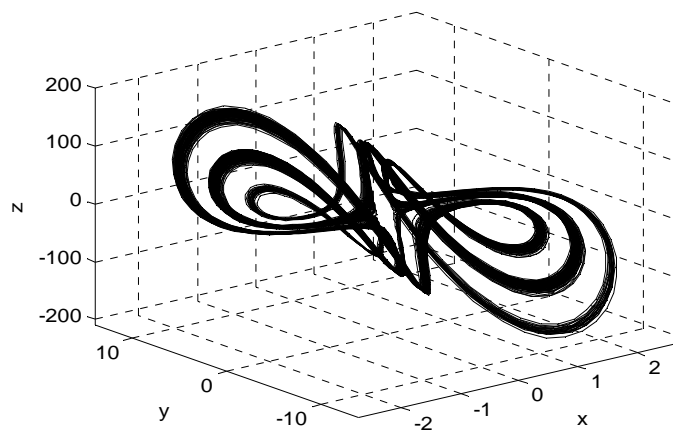
1966 yılında Moore ve Spiegel'in bulduğu[119], doğrusal olmayan denklem sistemi aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= z \\ z &= -z - (t - \tau + \tau \cdot x^2) \cdot y - t \cdot x\end{aligned}\tag{3.20}$$

$t = 26$, $\tau = 100$ parametreleri ve $x_0 = 0.1$, $y_0 = 0$, $z_0 = 0$ ilk şartları için elde edilen kaotik çekiciler Şekil 3.38.'de, üç boyutlu x - y - z kaotik yörüngesi ise Şekil 3.39.'da verilmiştir.



Şekil 3.38. Moore - Spiegel sisteminin x - y , x - z , ve y - z kaotik çekicileri



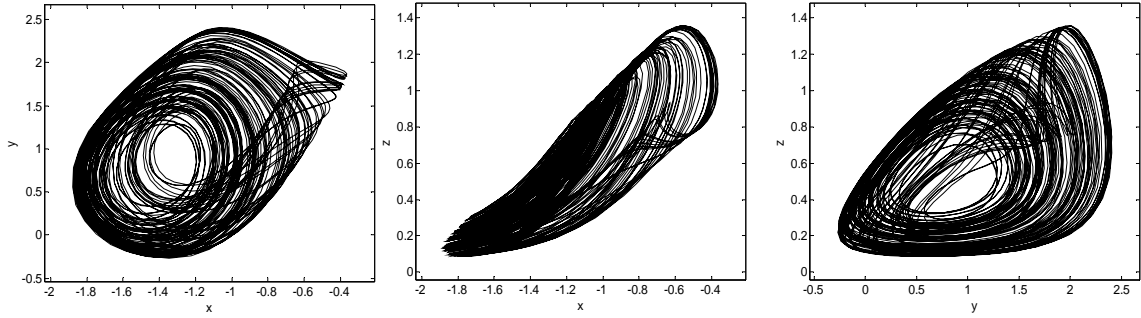
Şekil 3.39. Moore - Spiegel sisteminin üç boyutlu x - y - z kaotik yörüngesi

3.15. Rabinovich - Fabrikant Sistemi

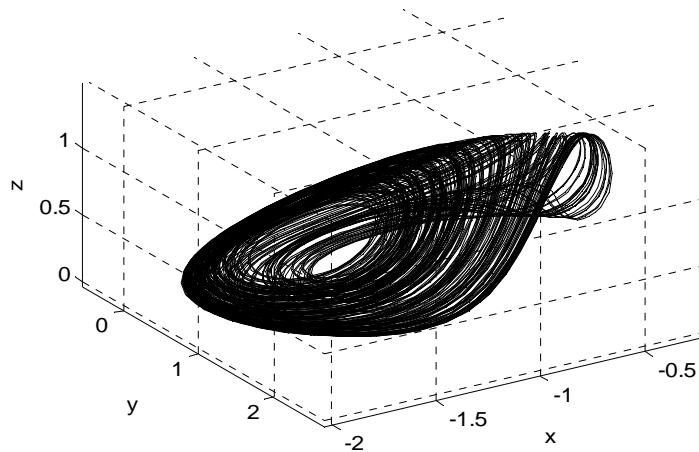
1979 yılında M. I. Rabinovich, ve A. L. Fabrikant' ın bulduğu[120] doğrusal olmayan denklem sistemi aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \cdot (z - 1 + x^2) + b \cdot x \\ \dot{y} &= x \cdot (3 \cdot z + 1 - x^2) + b \cdot y \\ \dot{z} &= -2 \cdot z \cdot (a + x \cdot y)\end{aligned}\tag{3.21}$$

$a = 1.1$, $b = 0.87$ parametreleri ve $x_0 = -1$, $y_0 = 0$, $z_0 = 0.5$ ilk şartları için elde edilen kaotik çekiciler Şekil 3.40.'da, üç boyutlu x - y - z kaotik yörüngesi ise Şekil 3.41.'de verilmiştir.



Şekil 3.40. Rabinovich - Fabrikant sisteminin x - y , x - z , ve y - z kaotik çekicileri



Şekil 3.41. Rabinovich - Fabrikant sisteminin üç boyutlu x - y - z kaotik yörüngesi

3.16. Sprot(1994) Sistemleri

J.C. Sprot, 1994 yılında sağ tarafta 7'den az terim bulunan üç boyutlu otonom(bağımsız) kaotik sistemleri bulmak için geniş çaplı bir araştırma yaptı[121]

$$\dot{X} = a + \sum_{i=1}^3 b_i X_i + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 c_{ij} X_i X_j \quad (3.22)$$

Sprot, ikinci dereceden-doğrusal olmayan üç-boyutlu adi diferansiyel denklemlerin (3.22)'de verilen formda olduğunu kabul etti. Burada $X = (x, y, z)$, reel üç-boyutlu durum değişkenleri, a , b , ve c ise reel üç-boyutlu katsayı vektörleridir. Araştırmalar sonucu binlerce kaotik durum bulundu. Bunlardan 19 tanesi bir diğerine dönüşüm olmayacak şekilde belirginleşti, ve 'A' dan 'S' ye kadar etiketlendi. Bu 19 denklemden, 'A' – 'E' arası olan 5 denklem, 2 adet ikinci dereceden-doğrusal olmayan terim olmak üzere toplam 5 terimli, 'F' – 'S' arası olan 14 denklem ise bir adet ikinci dereceden-doğrusal olmayan terim olmak üzere toplam 6 terimli denklemlerdir. Bu çalışmada 5 terimden az olupta ikinci dereceden-doğrusal olmayan ve kaotik davranış gösteren duruma rastlanılmamıştır. Bu 19 durumdan 'A' durumu konservatif(hacim-korumalı) akış, diğer 18 durum ise dağıtık (hacim büzülmeli) akış olup tuhaf çekici gösterirler.

Daha Sonraları, Hoover 1995 yılında[122], Sprot'un bulduğu konservatif 'A' durumunun, Hamilton kaos sergilediği daha önceden 1986'da gösterilen[123] Nosé-Hoover termostat dinamik sisteminin özel bir durumu olduğuna dikkat çekmiştir. Sprot'un 1994 yılında bulduğu ve 'A'-'S' arası isimlendirdiği 19 kaotik denklem, (3.23) – (3.41) arası denklemlerde verilmiştir.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y \\ (A) \quad \dot{y} &= -x + y \cdot z \\ \dot{z} &= 1 - y^2 \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y \cdot z \\ (B) \quad \dot{y} &= x - y \\ \dot{z} &= 1 - x \cdot y \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= y \cdot z \\
 \dot{y} &= x - y \\
 \dot{z} &= 1 - x^2
 \end{aligned}
 \tag{C} \tag{3.25}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= -y \\
 \dot{y} &= x + z \\
 \dot{z} &= x \cdot z + 3 \cdot y^2
 \end{aligned}
 \tag{D} \tag{3.26}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= y \cdot z \\
 \dot{y} &= x^2 - y \\
 \dot{z} &= 1 - 4 \cdot x
 \end{aligned}
 \tag{E} \tag{3.27}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= y + z \\
 \dot{y} &= -x + 0.5 \cdot y \\
 \dot{z} &= x^2 - z
 \end{aligned}
 \tag{F} \tag{3.28}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= 0.4 \cdot x + z \\
 \dot{y} &= x \cdot z - y \\
 \dot{z} &= -x + y
 \end{aligned}
 \tag{G} \tag{3.29}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= -y + z^2 \\
 \dot{y} &= x + 0.5 \cdot y \\
 \dot{z} &= x - z
 \end{aligned}
 \tag{H} \tag{3.30}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= -0.2 \cdot y \\
 \dot{y} &= x + z \\
 \dot{z} &= x + y^2 - z
 \end{aligned}
 \tag{I} \tag{3.31}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= 2 \cdot z \\
 \dot{y} &= -2 \cdot y + z \\
 \dot{z} &= -x + y + y^2
 \end{aligned}
 \tag{J} \tag{3.32}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= x \cdot y - z \\
 \dot{y} &= x - y \\
 \dot{z} &= x + 0.3 \cdot z
 \end{aligned}
 \tag{K} \tag{3.33}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= y + 3.9 \cdot z \\
 \dot{y} &= 0.9 \cdot x^2 - y \\
 \dot{z} &= 1 - x
 \end{aligned}
 \tag{L} \tag{3.34}$$

$$\begin{aligned}
 (M) \quad & \dot{x} = -z \\
 & \dot{y} = -x^2 - y \\
 & \dot{z} = 1.7 + 1.7 \cdot x + y
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

$$\begin{aligned}
 (N) \quad & \dot{x} = -2 \cdot y \\
 & \dot{y} = x + z^2 \\
 & \dot{z} = 1 + y - 2 \cdot z
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

$$\begin{aligned}
 (O) \quad & \dot{x} = y \\
 & \dot{y} = x - z \\
 & \dot{z} = x + x \cdot z + 2.7 \cdot y
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

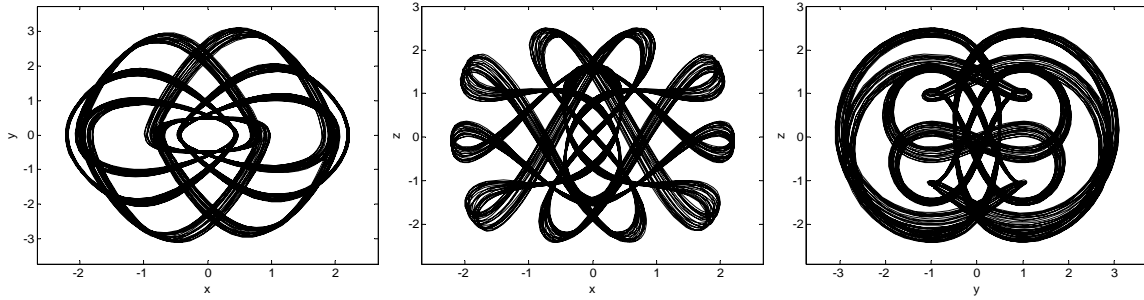
$$\begin{aligned}
 (P) \quad & \dot{x} = 2.7 \cdot y + z \\
 & \dot{y} = -x + y^2 \\
 & \dot{z} = x + y
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

$$\begin{aligned}
 (Q) \quad & \dot{x} = -z \\
 & \dot{y} = x - y \\
 & \dot{z} = 3.1 \cdot x + y^2 + 0.5 \cdot z
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

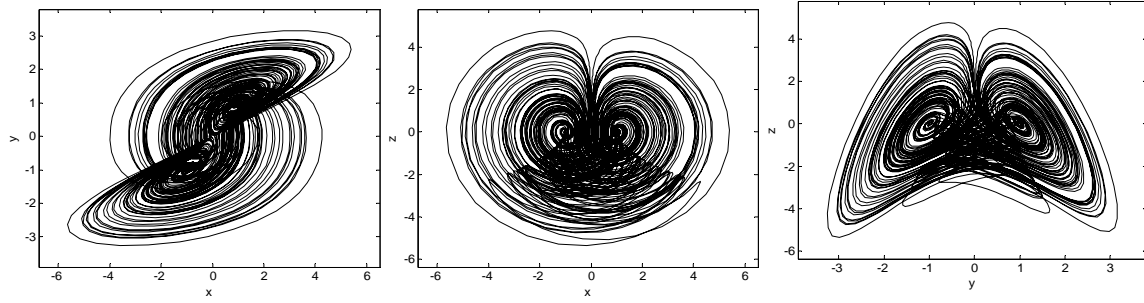
$$\begin{aligned}
 (R) \quad & \dot{x} = 0.9 - y \\
 & \dot{y} = 0.4 + z \\
 & \dot{z} = x \cdot y - z
 \end{aligned} \tag{3.40}$$

$$\begin{aligned}
 (S) \quad & \dot{x} = -x - 4 \cdot y \\
 & \dot{y} = x + z^2 \\
 & \dot{z} = 1 + x
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

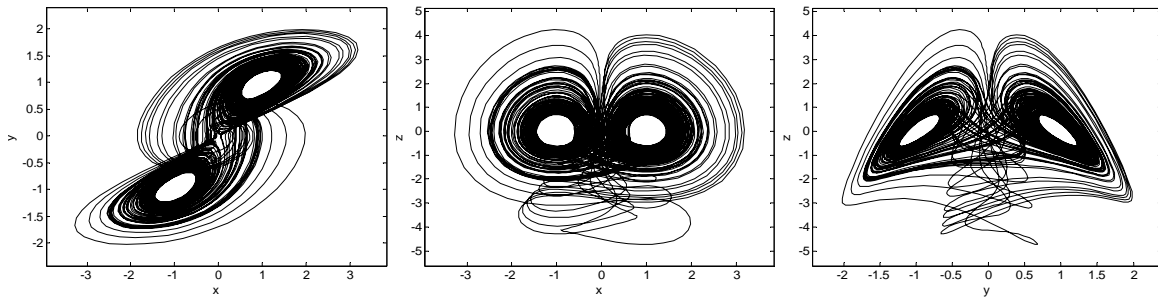
“A” dışında, bütün denklemler için ilk şartları $x_0 = 0.05$, $y_0 = 0.05$, $z_0 = 0.05$ almak, kaotik çekicileri elde etmek için yeterli olmaktadır. “A” durumunda, ilk şartlar $x_0 = 0$, $y_0 = 0.5$, $z_0 = 0$ alınarak bulunan kaotik çekiciler Şekil 3.42.’de verilmiştir. “B” ve “C” durumları Lorenz çekicisini andırmakta olup, ikisi de iki simetrik kritik noktaya ($x = y = \pm 1$, $z = 0$) sahiptirler. Fakat bunlarda, Lorenz çekicisindeki orjin noktasının kritik nokta olma özelliği yoktur. “B” ve “C” durumlarına ait Lorenz-tipi çekiciler sırasıyla Şekil 3.43-44.’de verilmiştir. “D” – “S” arası durumlar topolojik olarak tek kıvrılmış-bant şeklinde Rossler çekicisini andıran, benzer yapılara sahiptirler. Örnek olmak üzere “D”, ve “H” durumlarına ait kaotik çekiciler sırasıyla Şekil 3.45-46.’da verilmiştir.



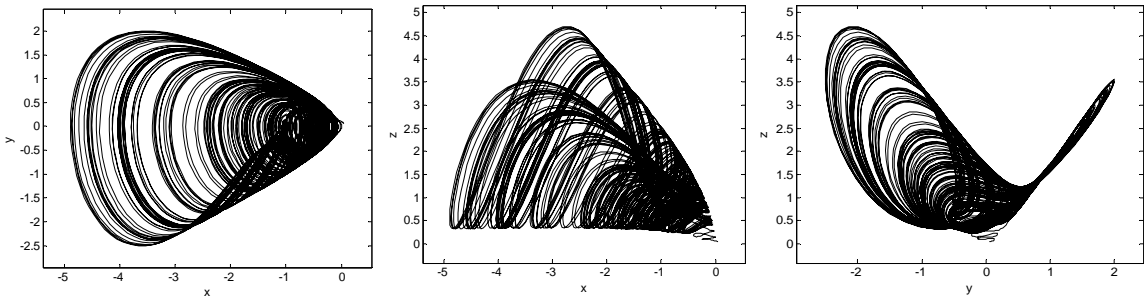
Şekil 3.42. “A” durumuna ait (Nosé-Hoover sistemi), x - y , x - z , ve y - z kaotik çekicileri



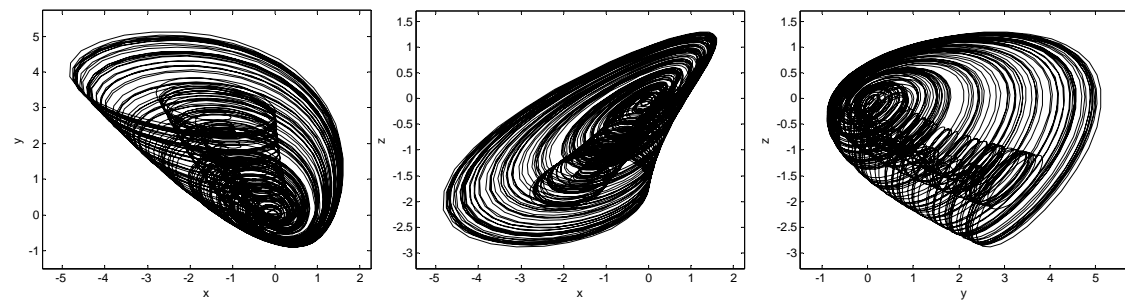
Şekil 3.43. “B” durumuna ait x - y , x - z , ve y - z kaotik çekicileri



Şekil 3.44. “C” durumuna ait x - y , x - z , ve y - z kaotik çekicileri



Şekil 3.45. “D” durumuna ait x - y , x - z , ve y - z kaotik çekicileri



Şekil 3.46. “H” durumuna ait x - y , x - z , ve y - z kaotik çekicileri

BÖLÜM 4. KAOTİK SİSTEMLERİN MODELLENMESİ, DEVRE GERÇEKLEMESİ, SENKRONİZASYONU VE GİZLEME YÖNTEMİYLE HABERLEŞMESİ

4.1. Dinamik ve Kaotik Sistemlerin Modellenmesi

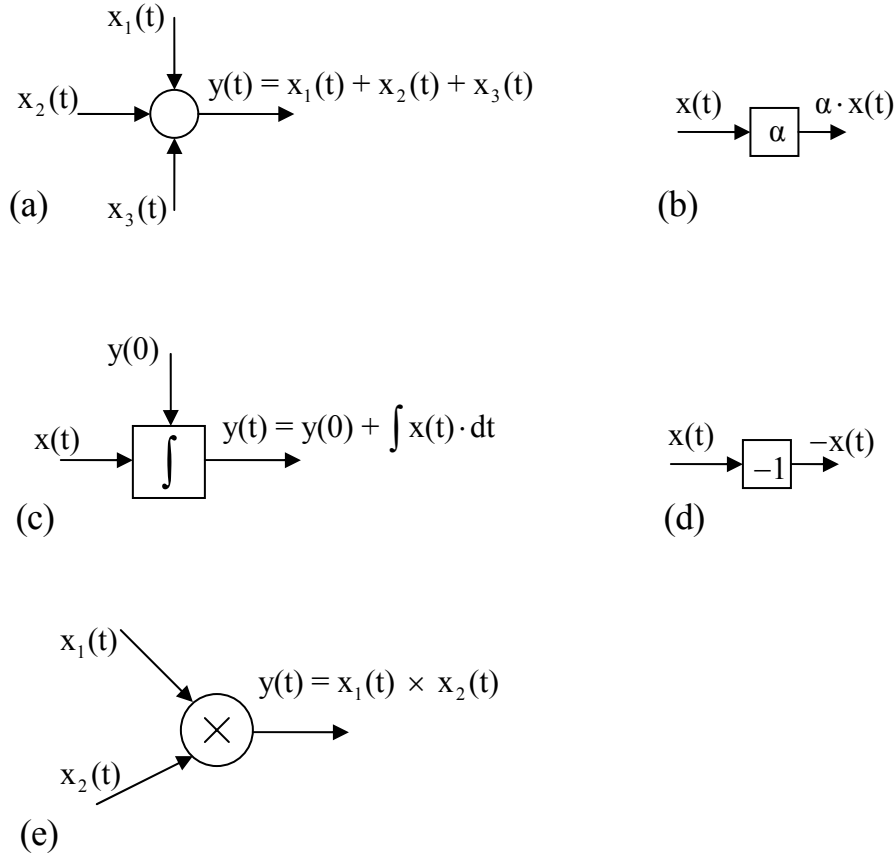
Bir fiziksel sistemin blok diyagramlar ile bilgisayarda sayısal modellenmesi ve simülasyonu için bir yada daha fazla diferansiyel denklem ile değişkenler üzerinde başlangıç şartlarını içeren matematiksel model gerekmektedir. Sistem doğrusal veya doğrusal-olmayan tipte olabilir. Bu tezde doğrusal olmayan sistemlerin kaotik yapıda olanları ele alınmıştır. Diferansiyel denklemleri modellemek için gereken işlemler toplama, işaret tersleme, sabit sayı ile çarpma, analog çarpma, integral alma, türev alma vb. olabilir.

İkinci olarak oluşturulan blok diyagramların analog işlemsel elemanlar kullanarak elektronik devre programları ile modellenmesi ve simülasyonu yapılabilir. Yine sayısal modellenmesi ve simülasyonu yapılan elektronik devrenin gerçek elektronik devresi kurularak da aynı simülasyon sonuçları elde edilebilir.

Sonuçta, blok diyagramlar ve elektronik devre programları ile yapılan sayısal modellemenin simülasyon sonuçları ile gerçek elektronik devrenin osiloskop çıktısı sonuçları birbirinin aynı olacaktır.

Pratik nedenlerden dolayı integral alma işlemini gerçekleştirmek, türev alma işlemine göre daha kolaydır. Sebep hesaplayıcı sinyallerinin gerçek voltajlar olması gerçeğinde yatmaktadır. Yani sinyaller bir dereceye kadar gürültüler tarafından bozulmaktadır. Türev alma işleminin gürültü etkilerini kuvvetleştirmesine karşılık, integral alma işlemi, bu gürültü etkilerini vasatlaştırma eğiliminde olduğundan çoğu kesinlik isteyen çözüm integral alma teknikleri kullanılarak elde edilebilir.

Diferansiyel denklemleri blok diyagramları ile modellemek için gereken temel işlemler Şekil 4.1.'de gösterilmiştir.



Şekil 4.1. Blok diyagramlar ile modelleme için gereken temel işlemler (a) Toplama (b) Sabit ile çarpma (c) İntegral alma (d) İşaret tersleme (e) Analog çarpma

Blok diyagramların elektronik devre gerçeklemelerinde kullanılan işlemsel opamp elemanı ve temel işlem devreleri bir sonraki Bölüm 4.2.'de açıklanacaktır.

Dirençler, kapasitörler, opamplar ve benzeri işlemsel elemanların bulunduğu aktif elektriksel devrelerin ileri yön voltaj transfer karakteristikleri, sistemlerin matematiksel modellerinde rastlanılan temel doğrusal matematiksel işlemlere benzer olduğundan dolayı, herhangi bir doğrusal sistemi modellemeye elverişlidir. Diyot, analog çarpım entegreleri, fonksiyon jeneratörleri ve özel devreler kullanarak, doğrusal-olmayan voltaj transfer karakteristiklerine de sahip olunabilir. Böylece doğrusal-olmayan sistemleri ve dolayısıyla kaotik sistemleri modellemek de mümkün olmaktadır.

Blok diyagramların elektronik devre olarak gerçekleşmesi ile ortaya çıkan sistem “Analog bilgisayar” olarak da adlandırılabilir. Belirli bir fiziksel sistemi modellemek için oluşturulan analog bilgisayarın matematiksel modeli, sistemin matematiksel modeli ile özdeştir. Elektriksel devrenin voltaj transfer karakteristikleri, istenilen matematiksel işlemlere benzerdir. Devrenin giriş ve çıkış voltajları ona karşılık gelen sistemin matematiksel değişkenlerine benzerdir. Analog hesaplayıcı çözümü, zamana bağlılığı istenen değişkeninki ile aynı olan basit bir voltaj dalga formudur.

Analog bilgisayarlar birçok cazip özelliklere sahip olmaları ve bir çok alanda da digital bilgisayarlardan daha iyi performans sergilemeleri nedeniyle ilgilenilen alanlardandır. Analog bilgisayarlar çok hızlıdır, işlemler sürekli ve paralel olarak yapılır. Analog devre ile problemin matematiksel formülasyonu arasındaki uygunluktan dolayı analog bilgisayar modülleri problemin matematiğini direkt olarak modeller.

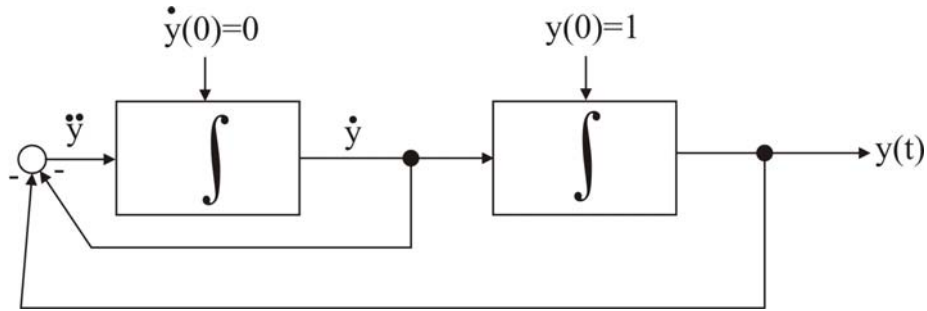
Analog bilgisayarların sahip olduğu pozitif yönlerin zenginliği ile birlikte bir çok uygulamalar gelmiştir. Analog bilgisayarlar için en yaygın kullanım basit diferansiyel denklemlerin çözümleri olmuştur. Parçalı diferansiyel denklemlerin belirli tiplerini , cebirsel polinom denklemlerini, integral denklemlerini, eşzamanlı lineer cebirsel denklemleri, doğrusal-olmayan diferansiyel denklemleri ve bu tezde olduğu gibi kaotik diferansiyel denklemleri içeren diğer tip sistemler ve problemler de analog bilgisayarlar ile çözülebilir. Örneğin;

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + y = 0, \quad y(0) = 1, \quad \dot{y}(0)=0 \quad (4.1)$$

şeklinde verilen bir diferansiyel denklemin blok diyagramını elde etmek için en yüksek mertebeli olan terim(y 'nin ikinci türevi) yalnız bırakılarak diğer terimler karşı tarafa geçirilir ve şu ifade elde edilmiş olur:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = - \frac{dy}{dt} - y, \quad y(0) = 1, \quad \dot{y}(0)=0 \quad (4.2)$$

Bu ifadeyi gösteren blok diyagram Şekil 4.2.'de verilmiştir ve bu blok diyagram (4.2) diferansiyel denkleminin analog blok diyagramları ile çözümü olacaktır. Bu blok diyagramın Matlab-Simulink gibi bir programla, $y(t)$ çıkış değerleri ve grafikleri elde edilebilir.



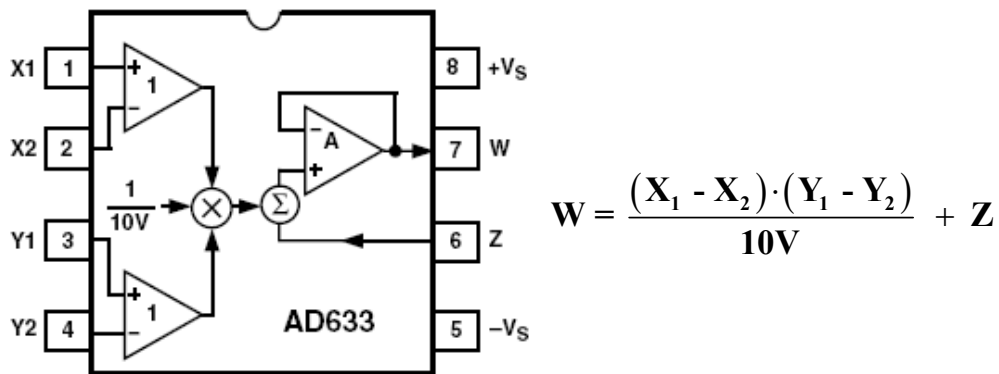
Şekil 4.2. (4.2) denklemini modelleyen blok diyagramı

İlerleyen bölümlerde diferansiyel denklemlerin çok sayıda blok diyagramları elde edileceğinden burada bu örnek yeterli olacaktır. Elde edilen blok diyagramların elektronik devrelerinin elde edilmesinde ise blokların yerine geçecek işlemsel elemanlar ve temel işlem devreleri, bu blokların yerlerine konulmak suretiyle devreler tasarlanır.

4.2. Devre Gerçeklemede Kullanılan İşlemsel Elemanlar ve Temel İşlem Devreleri

4.2.1. Analog çarpma entegreleri

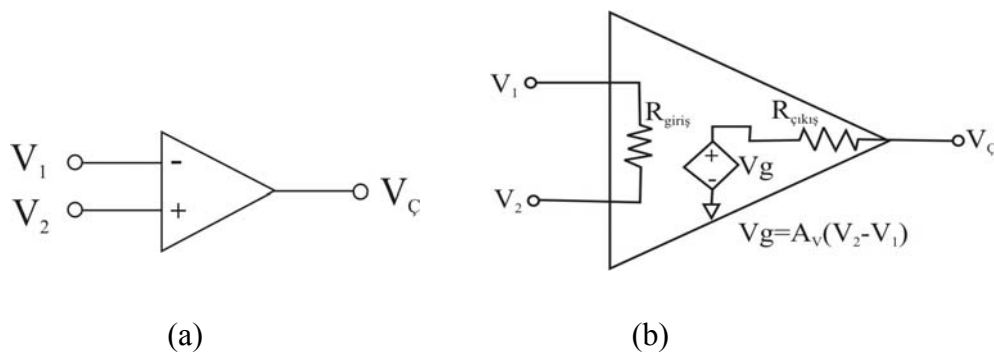
Farklı firmalara ait çeşitli çarpma entegreleri mevcuttur. Analog çarpma entegreleri, X ve Y fark girişleri ve Z toplama girişi için yüksek empedansa sahiptirler. Girişteki analog sinyalleri çarpma özelliğinin yanında toplama işlemi de yapabilirler. Örnek olarak tezde kullanılan AD633 entegresi -10V ile +10V arasında kabul edilebilir fark giriş gerilimine sahiptir. Çıkış geriliminin çarpma ile çok büyüyerek besleme gerilimini geçmemesi için, çıkış gerilimi çarpma işleminden sonra 10'a bölünmektedir. AD633 entegresinin çıkış transfer fonksiyonu ile, fonksiyonel blok diyagramı Şekil 4.3.'de görülmektedir.



Şekil 4.3. Örnek çarpma entegresinin (AD633) fonksiyonel blok diyagramı ve çıkış fonksiyonu.

4.2.2. Opamplar

İşlemsel kuvvetlendirici (Opamp), yüksek kazançlı, çok sayıda doğrusal ve doğrusal olmayan işaret işleme fonksiyonlarını gerçekleştirme yeteneğine sahip tümleşik devre, direkt kupaçlı yükselticidir. Günümüzde, 100MHz' i geçen frekanslarda ve 100w güç seviyesini aşan değerlerde kullanılan işlemsel kuvvetlendiriciler mevcuttur.



Şekil 4.4. Opamp'ın a) devre sembolü b) eşdeğer devresi

Opamp'ın ideal durumdaki tanım denklemleri aşağıdadır:

$$I_p = 0, I_n = 0$$

$$V_p - V_n = 0$$

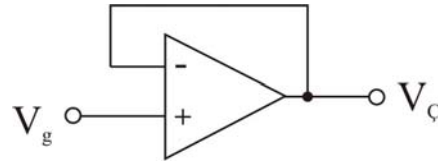
(4.3)

Doğrusal aralıkta çalışan gerçek bir opamp'ın çıkış geriliminin alabileceği maksimum değer, $\pm V_{max}$ bellidir. V_{max} kaynak gerilimi E'ye yaklaşık olarak eşittir ($|V_o(t)| < E$).

Opamp bir gerilim darbesi ile sürüldüğünde, opampın çıkışı girişi takip edemez. Buna karşılık çıkış, üretici tarafından belirtilen bir hızla yükselir ve düşer. Bu orana yükselme eğimi (Slew rate) SR adı verilir ($\left| \frac{dv_0}{dt} \right| < SR$). SR, Volt / μs olarak verilir.

4.2.3. Gerilim takipçisi devresi

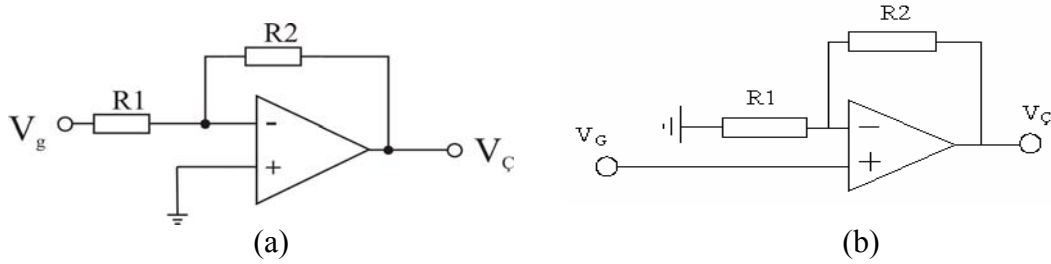
Şekil 4.5.'te verilen bu devrenin çıkışındaki sinyal girişindeki sinyal ile aynıdır. Yani çıkış girişi olduğu gibi takip eder. Bu devrenin kullanılmasındaki amaç empedans uygunlaştırmaktır. Çıkış gerilimi, $V_C = V_G$ şeklindedir.



Şekil 4.5. Opampli gerilim takipçisi devresi

4.2.4. Eviren ve evirmeyen yükselteç devresi

Eviren yükselteç, girişine uygulanan sinyali kazanç kadar yükseltir ve 180 derece faz farkı ile çıkışa verir. Bu devrenin kazancı $V_C = (-R2/R1).V_G$ formülü ile hesaplanabilir.

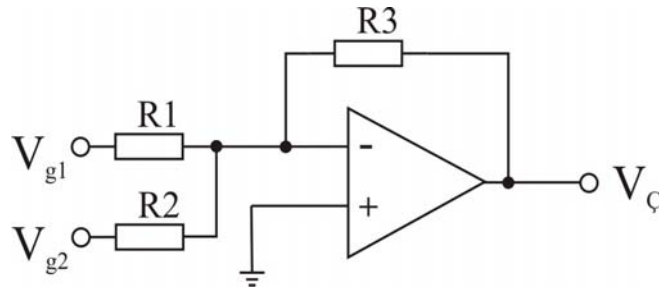


Şekil 4.6. (a) Opampli eviren yükselteç devresi, (b) Opampli evirmeyen yükselteç devresi

Evirmeyen yükselteç, girişine uygulanan gerilimi evirmeden, genliğini $V_C = (1+(R2/R1)).V_G$ denklemine uygun olarak yükseltme işlemi yapar. Bu devrenin kazancı daima birden büyüktür.

4.2.5. Toplama devresi

Girişlerine uygulanan sinyalleri toplar ve çıkışa tersleyerek verir. Her bir giriş sinyalinin kazancı ayrı ayrı ayarlanabilir. Devreye daha fazla giriş ucu bağlayarak daha fazla sayıda giriş toplanabilir. Çıkış gerilimi,
 $V_{\text{Ç}} = -[(R_3/R_1).V_{g1} + (R_3/R_2).V_{g2}]$ ifadesi ile bulunur.

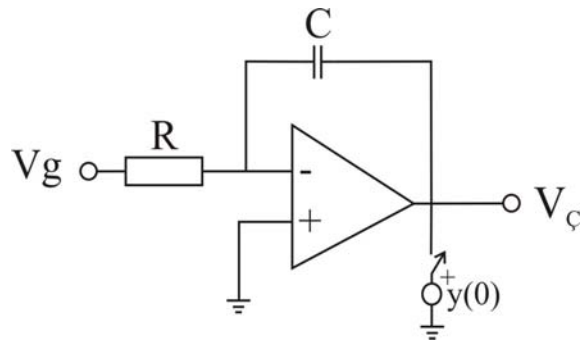


Şekil 4.7. Opamp'lı toplama devresi

4.2.6. İntegral alma devresi

Bu devre temel olarak girişindeki sinyalin integralini alarak çıkışa veren devredir. Devrenin matematiksel ifadesi şu şekildedir:

$$V_{\text{Ç}}(t) = V_{\text{Ç}}(0) - \frac{1}{R \cdot C} \int_0^t V_g(t) \cdot dt$$



Şekil 4.8. Opamp'lı integral alma devresi

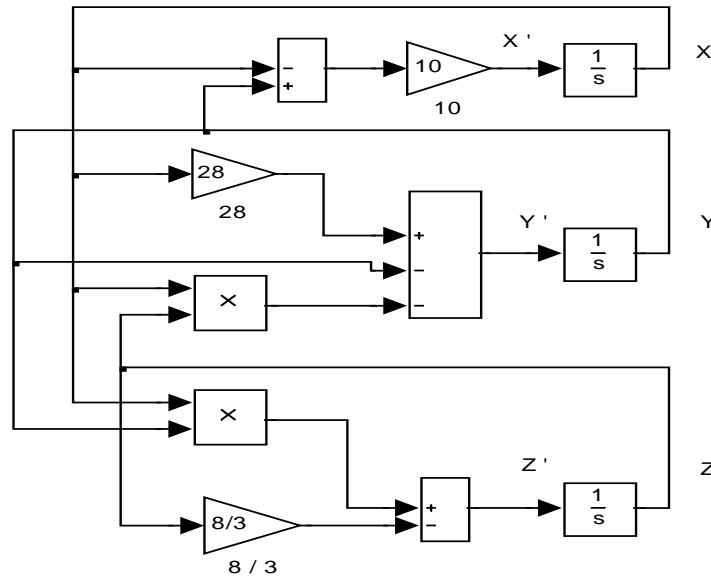
4.3. Kaotik Sistemlerin Devre Gerçeklemesi

Örnek Lorenz sistemi üzerinde, kaotik sistemlerin devre gerçeklemeleri anlatılacaktır. Lorenz sistemi denklemleri şu şekildedir;

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sigma \cdot (y - x) \\ \dot{y} &= -x \cdot z + r \cdot x - y \\ \dot{z} &= x \cdot y - b \cdot z\end{aligned}\quad (4.4)$$

Sistem, $\sigma = 10$, $r = 28$ ve $b = 8/3$ parametreleri ve $x_0 = 0$, $y_0 = -0.01$, $z_0 = 9$ başlangıç şartları için kaotik çözüm göstermektedir.

Lorenz sisteminin Matlab-Simulink'de yapılan blok diyagramları ile modellenmesi Şekil 4.9.'da verilmiştir.



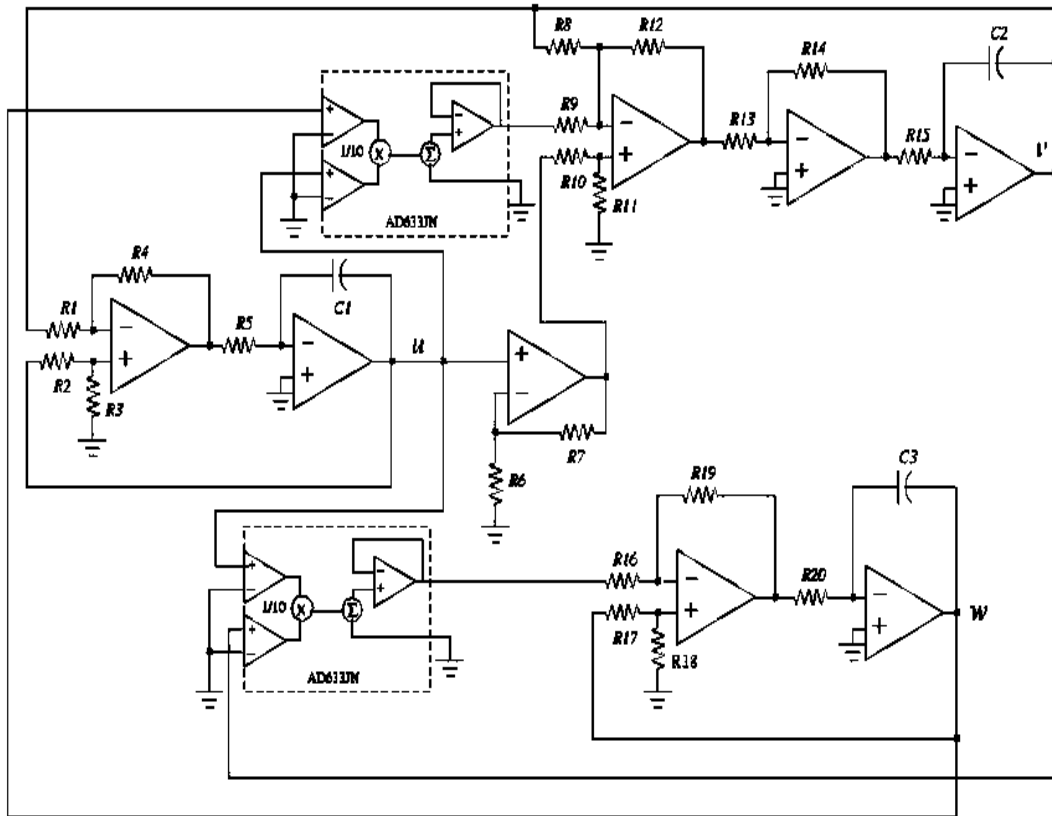
Şekil 4.9. Lorenz sisteminin Matlab-Simulink modellemesi

Pecora ve Carroll'ün 1991'de yaptığı[59],[60] çalışmaları temel alarak, 1993 yılında Cuomo ve Oppenheim[61],[62] Lorenz sisteminin analog devre gerçeklemesini tanıttılar. Onların kullandıkları analog devrelerle direkt gerçeklemede açıklandığı gibi sistemin dinamik sınırları güç kaynağının sınırlarını aştığı için x, y ve z değişkenlerinin skala edilmesi gerekmektedir. Cuomo yeni değişkenleri

$u = x/10$, $v = y/10$, ve $w = z/20$ olarak tanımlanmıştır. Bu skala faktörleriyle birlikte skala edilmiş Lorenz denklemleri şu şekle dönüşmektedir;

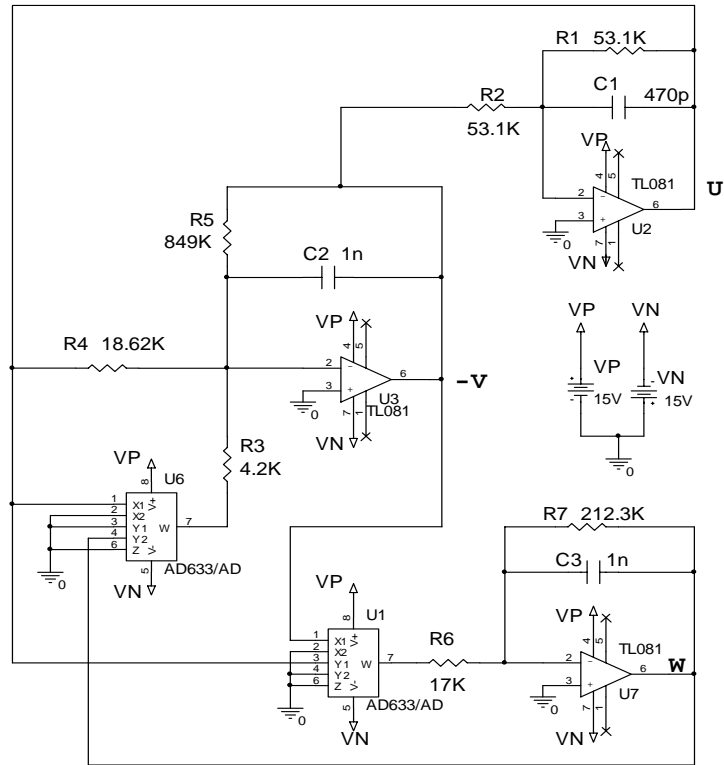
$$\begin{aligned}\dot{u} &= \sigma \cdot (v - u) \\ \dot{v} &= -20 \cdot u \cdot w + r \cdot u - v \\ \dot{w} &= 5 \cdot u \cdot v - b \cdot w\end{aligned}\quad (4.5)$$

Bu denklemlerin elektronik devre gerçekleştirilmesi için 2 devre sunulacaktır. Bunlardan birincisi(Şekil 4.10.) olan Cuomo ve Oppenheim'in tanıttığı devrede 8 opamp, 2 analog çarpma entegresi, 20 direnç, ve 3 kapasitör kullanılmıştır.



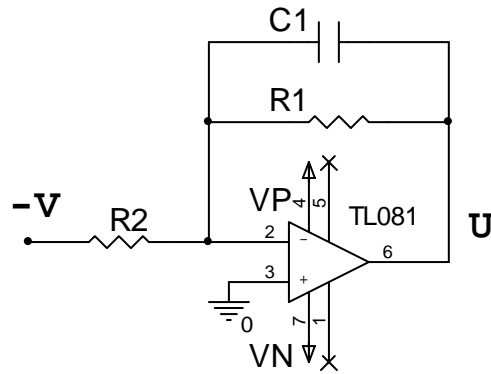
Şekil 4.10. Cuomo ve Oppenheim'in 1993 de tanıttığı Lorenz devresi

Buna karşılık tasarlanan 2.devrede ise 3 opamp, 2 analog çarpma entegresi, 7 direnç, ve 3 kapasitör bulunmaktadır.



Şekil 4.11. Lorenz sisteminin basitleştirilmiş 2. devre tasarımı

Bu devreyi analiz etmek için, her bir kısım u, v, ve w hesaplamalarını verecek şekilde 3 bölüme ayırabiliriz (Bkz. Şekil 4.12.-14.).



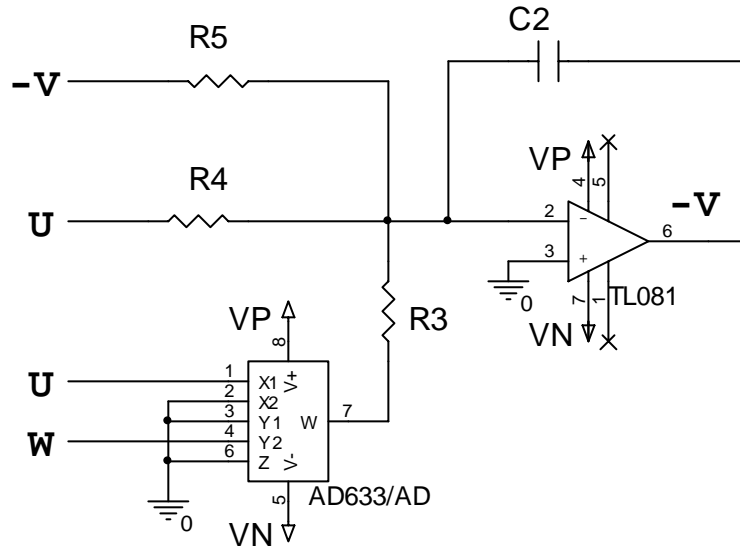
Şekil 4.12. Lorenz 2. devre tasarımının u hesaplama devresi

Şekil 4.12.'yi analiz edersek,

$$u = -v \cdot \frac{(-1/j \cdot \omega \cdot C_1) // R_1}{R_2}, \text{ buradan } u = v \cdot \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{1}{1 + R_1 \cdot j \cdot \omega \cdot C_1} \text{ olur. Buradan da,}$$

$$u \cdot j \cdot \omega \cdot R_1 \cdot C_1 + u = v \cdot \frac{R_1}{R_2}, \quad \text{diğer bir ifadeyle} \quad \dot{u} \cdot R_1 \cdot C_1 = v \cdot \frac{R_1}{R_2} - u \quad \text{ve}$$

Burada $R = R_1 = R_2$ için, $\dot{u} = \frac{1}{R \cdot C_1} (v - u)$ elde edilir.



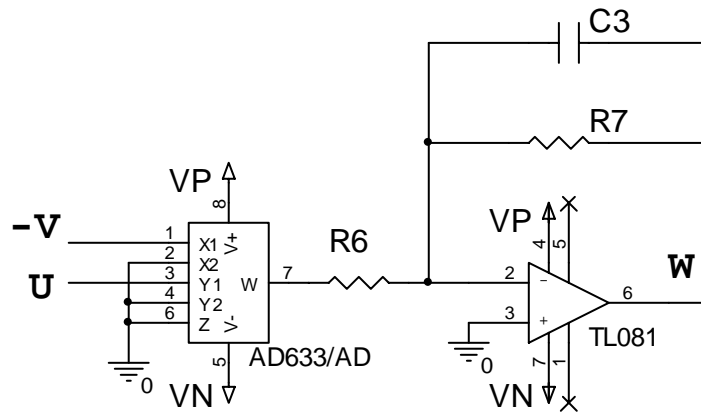
Şekil 4.13. Lorenz 2. devre tasarımının v hesaplama devresi

Şekil 4.13.'ü analiz edersek,

$$-v = \frac{-1/j \cdot \omega \cdot C_2}{R_4} \cdot u + \frac{-1/j \cdot \omega \cdot C_2}{R_3} \cdot (-u \cdot w) + \frac{-1/j \cdot \omega \cdot C_2}{R_5} \cdot (-v)$$

$$v = \frac{u}{C_2 \cdot R_4} \cdot \frac{1}{s} - \frac{u \cdot w}{C_2 \cdot R_3} \cdot \frac{1}{s} - \frac{v}{C_2 \cdot R_5} \cdot \frac{1}{s}$$

$$\dot{v} = \frac{1}{C_2} \cdot \left(\frac{u}{R_4} - \frac{u \cdot w}{R_3} - \frac{v}{R_5} \right) \quad \text{elde edilir.}$$



Şekil 4.14. Lorenz 2. devre tasarımının w hesaplama devresi

Şekil 4.14.'ü analiz edersek,

$$w = \frac{-1/j \cdot w \cdot C_3}{R_6} \cdot (-u \cdot v) + \frac{-1/j \cdot w \cdot C_3}{R_7} \cdot w$$

$$w = \frac{u \cdot v}{C_3 \cdot R_6} \cdot \frac{1}{s} - \frac{w}{C_3 \cdot R_7} \cdot \frac{1}{s}, \quad \text{Buradan da}$$

$$\dot{w} = \frac{1}{C_3} \cdot \left(\frac{u \cdot v}{R_6} - \frac{w}{R_7} \right) \quad \text{elde edilir.}$$

Elde edilen \dot{u} , \dot{v} , \dot{w} ifadeleri birleştirilirse;

$$\dot{u} = \frac{1}{R \cdot C_1} (v - u)$$

$$\dot{v} = \frac{1}{C_2} \cdot \left(\frac{v}{R_3} - \frac{u \cdot w}{R_4} - \frac{v}{R_5} \right) \quad (4.6)$$

$$\dot{w} = \frac{1}{C_3} \cdot \left(\frac{u \cdot v}{R_6} - \frac{w}{R_7} \right)$$

Burada $R = R_1 = R_2$ 'dir. Kapasitörlerin değerleri devrenin zamanlama skalasını belirlemektedir. Cuomo ve Oppenheim'in yaptıkları çalışmaya göre[61] zamanlama skalası 2505'dir. Charlesworth[124], problemin kendi çözümünde olan fiziksel zaman ile (problem zamanı), analog bilgisayarda incelenen çözüm zamanının(hesaplama zamanı) birbirinden çok farklı olabileceğini belirterek zamanlama skalasına duyulan ihtiyacın sebebini açıklamıştır. Charlesworth[124]' a göre $t =$ problem zamanı, $\tau =$ hesaplama(devre) zamanı, $\beta =$ zaman skalalama faktörü olmak üzere $\tau = \beta \times t$ 'dir. Bu tezde de aynı şekilde bütün devre gerçeklemlerinde zaman skalalama faktörü $\beta = 2505$ alınmıştır. (4.6) denklemini (4.5) denklemi ile karşılaştırarak ve zaman skalalaması uygulayarak, σ , r , ve b parametrelerinin matematiksel karşılıkları elde edilir.

σ için: $\dot{u} = \sigma \cdot (v - u) = \frac{1}{R \cdot C_1} (v - u)$ 'dir. $\sigma = \frac{1}{R \cdot C_1}$ olur. Zaman skalalaması

uygulanırsa $\sigma = \frac{1}{2505 \cdot R \cdot C_1}$ elde edilir.

r için: $\dot{v} = -20 \cdot u \cdot w + r \cdot u - v = \frac{1}{C_2} \cdot \left(\frac{u}{R_3} - \frac{u \cdot w}{R_4} - \frac{v}{R_5} \right)$ 'dir.

Buradan $r = \frac{1}{2505 \cdot C_2 \cdot R_3}$ elde edilir.

b için: $\dot{w} = 5 \cdot u \cdot v - b \cdot w = \frac{1}{C_3} \cdot \left(\frac{u \cdot v}{R_6} - \frac{w}{R_7} \right)$ 'dir.

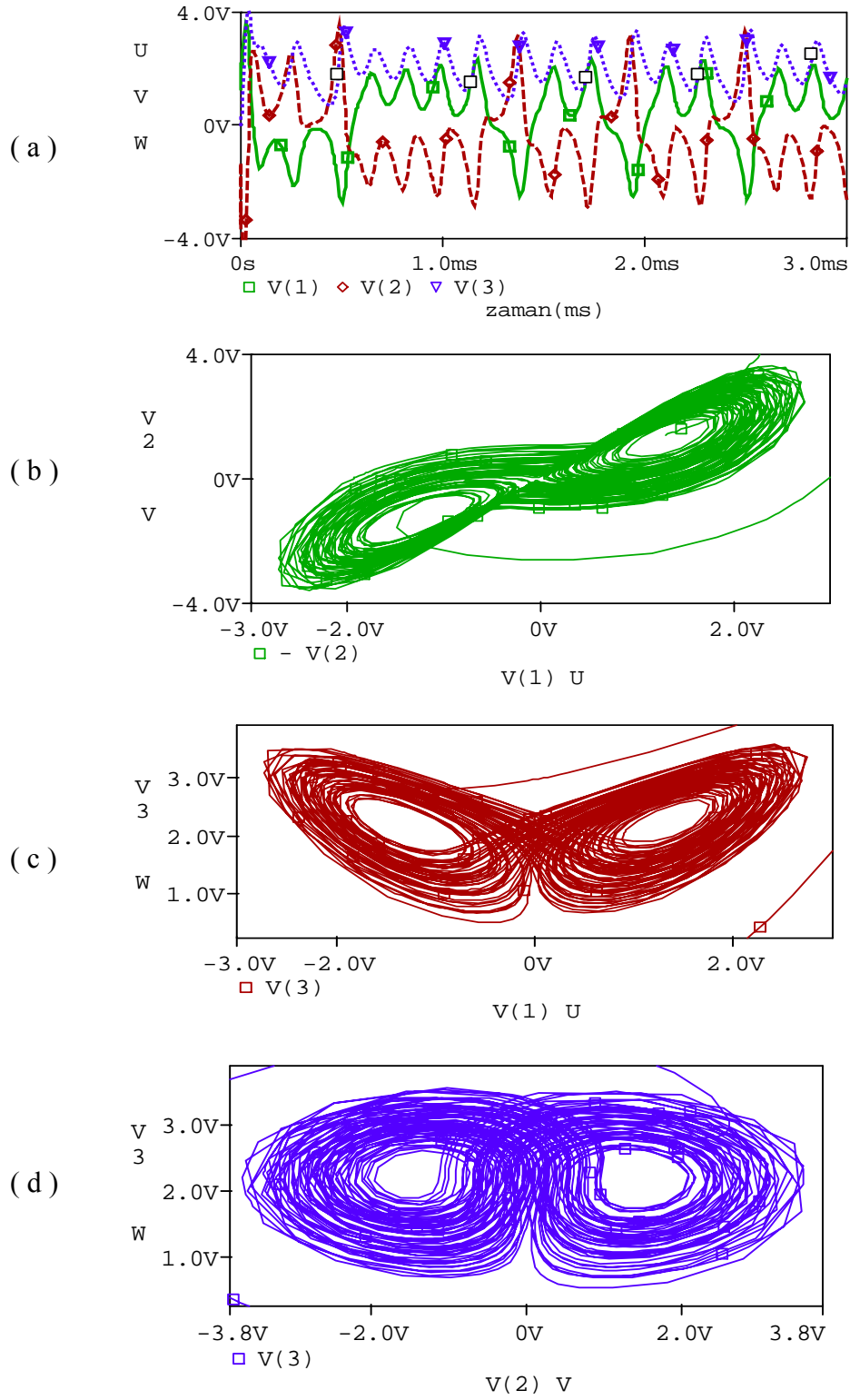
Buradan $b = \frac{1}{2505 \cdot C_3 \cdot R_7}$ elde edilir.

Bulunan bu parametre değerleri ile birlikte, (4.6) denklemi ile (4.5) denklemindeki diğer katsayılar karşılaştırılarak diğer direnç değerleri de tespit edilir. Örneğin

$u \cdot w$ 'nin katsayısını analiz edersek; $\frac{1}{2505 \cdot C_2 \cdot R_4} = 20$ olur. Devrede $C_2 = 470$

pf alındığı düşünülürse buradan R_3 değeri kolayca $R_3 = 18.62$ K olarak hesaplanır. Aynı şekilde tüm direnç değerleri $R_1=R_2=53.1$ K, $R_3=18.6$ K, $R_4=4.2$ K, $R_5=849.3$ K, $R_6=17$ K, $R_7=212.3$ K olarak elde edilir. Devrede $C_1=C_2=C_3=470$ pf 'dir.

Basitleştirilmiş Lorenz 2. devresinin Pspice simülasyon sonuçları Şekil 4.15’de verilmiştir.



Şekil 4.15. Lorenz 2. devre tasarımının Pspice simülasyon sonuçları (a)kaotik u, v, w sinyallerinin zamana göre değişimi, b) u-v c) u-w d) v-w kaotik çekicileri

4.4. Kaotik Sistemlerin Senkronizasyonu

Kaotik sistemler arasındaki senkronizasyon son yıllarda çok fazla ilgi çeken bir konu olmuştur. Yaygın spektruma sahip olan kaotik işaretlerin güvenli haberleşmede kullanılabileceği fikriyle birlikte haberin alıcıda tekrar çözülebilmesi için senkronizasyon kavramı ortaya çıkmıştır. Senkronizasyon kaotik davranan iki veya daha fazla sistemin bir süre sonra aynı kaotik davranışı göstermesidir. Kaos senkronizasyonu bize güvenli haberleşmeler ve sinyal işleme için potansiyel uygulamalar sağlamaktadır. Kaotik işaretlerin yaygın spektruma sahip olması mühendisleri bu işaretleri haberleşmede kullanmanın haberleşme açısından güvenli ve gürültüye bağışık kılacağı fikrine itmiştir [125]. Kaotik işaretlerin özelliklerinden biri olan başlangıç noktasına duyarlık, alıcı açısından problem olacağından alıcı ve vericiyi bir birine senkronize edecek sistemler önerilmiştir.

Özdeş kaotik sistemlerin kuplajı ve senkronize edilmeleri ile ilgili ilk çalışma Pecora-Carroll[58],[60]'ündür. Bu tezde kullanılan metod Pecora-Carroll (P-C)'un, literatürde özdeş(identical) veya tam (complete) senkronizasyon olarak adlandırılan metodudur. P-C tekniğinde, kaotik olarak değişen sistemden bir durum değişkeni orjinal sistemin ikinci kopyasına giriş olarak gönderilirse, kopya alt-sistem(alıcı), orjinal sistem(verici) ile senkronize olabilmektedir. Bir kaotik sistem sürücü alt-sistem ve kararlı alt-sistem olarak iki alt-sisteme ayrıştırıldığında kendi kendinden senkronizasyon özelliğine sahip olduğu söylenebilir[59],[60]. Pecora ve Carroll, bu sistemin senkron olması için gerek koşul olarak alt sistemin Lyapunov üstellerinin negatif olmasını göstermişlerdir.

Senkronize alt-sistemlerin kurulması için çok kullanılan bu metotta,

$$\dot{u} = f(u), \quad u=(u_1, \dots, u_n)$$

şeklinde verilen bir dinamik sistem,

$$\dot{v} = g(v,w)$$

$$\dot{w} = h(v,w)$$

şeklinde iki alt-sisteme ayrıştırılır.

m 'in belirli değerleri için $v = (v_1, \dots, v_m)$, $g = (g_1, \dots, g_n)$, $w = (w_1, \dots, w_{n-m})$, $h = (h_1, \dots, h_{n-m})$ fonksiyonları elde edilir. Bu noktada, w alt-sisteminin bütünüyle bir kopyası oluşturulur ve yeni değişkenler olarak w' kullanılır. Bu işlem $2n-m$ boyutlu bir sistem oluşturur.

$$\begin{aligned}\dot{v} &= g(v, w) \\ \dot{w} &= h(v, w) \\ \dot{w}' &= h(v, w')\end{aligned}\tag{4.7}$$

v alt-sistemi, w' ile bağımsız çalışırken “sürücü sistem” olarak adlandırılır ve v işareti, w' alt-sistemini sürmek için bu sisteme beslenir. w' alt-sistemi “cevap sistemi” olarak bilinir.

Belirli bir zaman sonunda, doğru şartlar altında (örn. seçilen alt sistem kararlıysa) w' değişkenleri asimptotik olarak w değişkenlerine yaklaşacaktır ve zamanla aynı olacaktır. Bu, $t \rightarrow \infty$ iken, $\Delta w = w - w'$ farkının sıfıra gitmesi demektir. Bu durumun oluşması için gerekli ve yeterli şart, w' alt-sisteminin şartlı Lyapunov üstellerine ait işaretlerin durumudur. Lyapunov üstelleri, w alt-sisteminin kararlılığını ve w' ' nün w 'ya olan yakınlığını belirler. Bu üstellerin tümü negatif olduğu zaman w alt-sistemi kararlıdır. Bu durum, w' ' nün w 'dan farklı olmayacağını garanti eder. Bu işlem senkronizasyon için yeterli şartı sağlar[58].

Örneğin aşağıdaki Lorenz sistemini ele alalım;

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sigma \cdot (y - x) \\ \dot{y} &= r \cdot x - x \cdot z - y \\ \dot{z} &= x \cdot y - b \cdot z\end{aligned}\tag{4.8}$$

(x_1, z_1) kararlı olan cevap alt-sistemine,

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \sigma \cdot (y - x_1) \\ \dot{z}_1 &= x_1 \cdot y - b \cdot z_1\end{aligned}\tag{4.9}$$

şeklinde, ve ikinci bir (y_2, z_2) kararlı olan cevap alt-sistemine de,

$$\begin{aligned}\dot{y}_2 &= r \cdot x - y_2 - x \cdot z_2 \\ \dot{z}_2 &= x \cdot y_2 - b \cdot z_2\end{aligned}\quad (4.10)$$

şeklinde ayrıştırılabilir[61],[62].

Ayrıştırma işlemi, kaotik sistemlerin kendinden senkronize olabilme özelliğinin arkasındaki bir sonucudur. Kaos senkronizasyonu iki ayrı kaotik osilatör birbirlerine master-slave konfigürasyonu ile bağlandığında da gösterilebilir. Ana(master) sistem aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sigma \cdot (y - x) \\ \dot{y} &= r \cdot x - x \cdot z - y \\ \dot{z} &= x \cdot y - b \cdot z\end{aligned}\quad (4.11)$$

Tabi(slave) sistem, ana sistemin tam bir eşidir, tek fark (y_2, z_2) sabit olan cevap alt-sisteminin ana sistemde üretilen x sinyali ile sürülmesidir. Dolayısıyla tabi(slave) sistem şu şekilde olacaktır.

$$\begin{aligned}\dot{x}_r &= \sigma \cdot (y_r - x_r) \\ \dot{y}_r &= r \cdot x - x \cdot z_r - y_r \\ \dot{z}_r &= x \cdot y_r - b \cdot z_r\end{aligned}\quad (4.12)$$

Eğer σ, r, b parametreleri aynı ise x ve x_r sinyalleri tamamen aynı olacaktır. Senkronizasyon ana ve tabi sistem arasındaki kararlı hata dinamiklerinin bir sonucu olarak da gösterilebilir. $\mathbf{d} = (x, y, z)$, $\mathbf{r} = (x_r, y_r, z_r)$ olarak tanımlarsak, dinamik hata $\mathbf{e} = \mathbf{d} - \mathbf{r}$ olur. Önceki tanımlamaları dikkate alarak, $e_1 = x - x_r$, $e_2 = y - y_r$, $e_3 = z - z_r$ elde edilir. Parametreler aynı farz edilirse, dinamik hata \mathbf{e} , aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= \sigma \cdot (e_2 - e_1) \\ \dot{e}_2 &= -x(t) \cdot e_3 - e_2 \\ \dot{e}_3 &= x(t) \cdot e_2 - b \cdot e_3\end{aligned}\quad (4.13)$$

Buradaki son iki denklemi çözmek için, birinciyi e_2 ile, ikincisini e_3 çarpalım.

$$\begin{aligned} e_2 \cdot \dot{e}_2 &= -x(t) \cdot e_3 \cdot e_2 - e_2^2 \\ e_3 \cdot \dot{e}_3 &= x(t) \cdot e_2 \cdot e_3 - b \cdot e_3^2 \end{aligned} \quad (4.14)$$

elde edilir. İki denklem toplanırsa

$$e_2 \cdot \dot{e}_2 + e_3 \cdot \dot{e}_3 = -e_2^2 - b \cdot e_3^2 \quad (4.15)$$

elde edilir. Dikkat edilirse burada $x(t)$ terimi kaybolmuştur. Cuomo ve Oppenheim'in dikkate aldıkları üç boyutlu Lyapunov fonksiyonu

$$E(e,t) = \frac{1}{2} [(1/\sigma) \cdot e_1^2 + e_2^2 - e_3^2]$$

şekindedir. Lyapunov fonksiyonunun türevi alınırsa,

$$\dot{E}(e,t) = (1/\sigma) \cdot e_1 \cdot \dot{e}_1 + e_2 \cdot \dot{e}_2 + e_3 \cdot \dot{e}_3$$

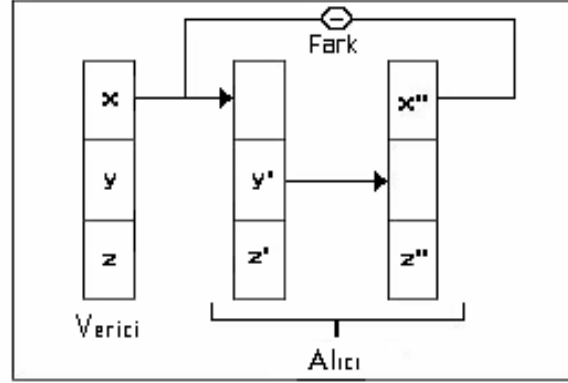
elde edilir. Bu son denklemde daha önce elde edilen

$$e_2 \cdot \dot{e}_2 + e_3 \cdot \dot{e}_3 = -e_2^2 - b \cdot e_3^2 \quad \text{ve} \quad \dot{e}_1 = \sigma \cdot (e_2 - e_1) \quad \text{denklemleri yerlerine yazılırsa,}$$

$$\dot{E}(e,t) = \left(\frac{\sigma}{\sigma}\right) \cdot [e_1 \cdot (e_2 - e_1)] - e_2^2 - b \cdot e_3^2$$

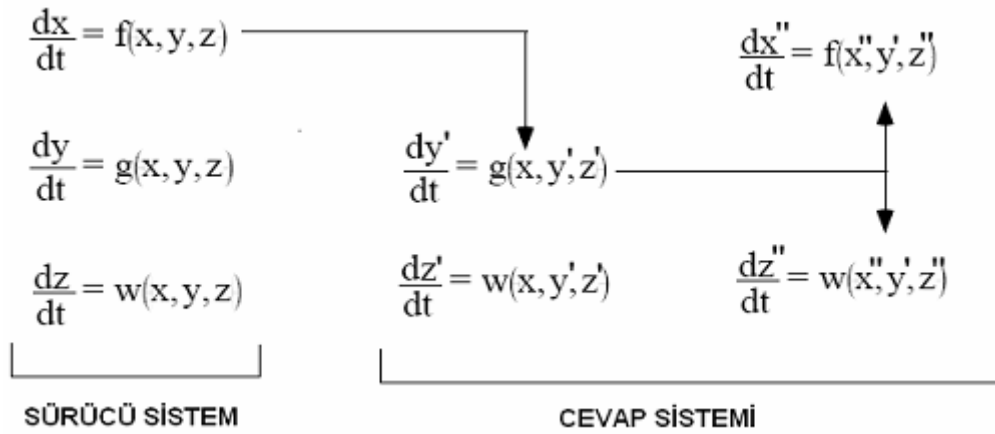
sonucuna ulaşılır. Bu son denklem $E(e,t)$ 'nin bütün $e \neq 0$ değerleri için sıfıra gittiğini göstermektedir. Yine Cuomo ve Oppenheim $E(e,t)$ sıfıra doğru gittiğinde senkronizasyonun oluşacağına işaret etmişlerdir[61],[62].

Şekil 4.16, peş peşe bağlanmış senkronizasyon sisteminin blok diyagramını göstermektedir. Sürücü alt-sistem ve cevap alt-sistemleri oluşturulmuştur.



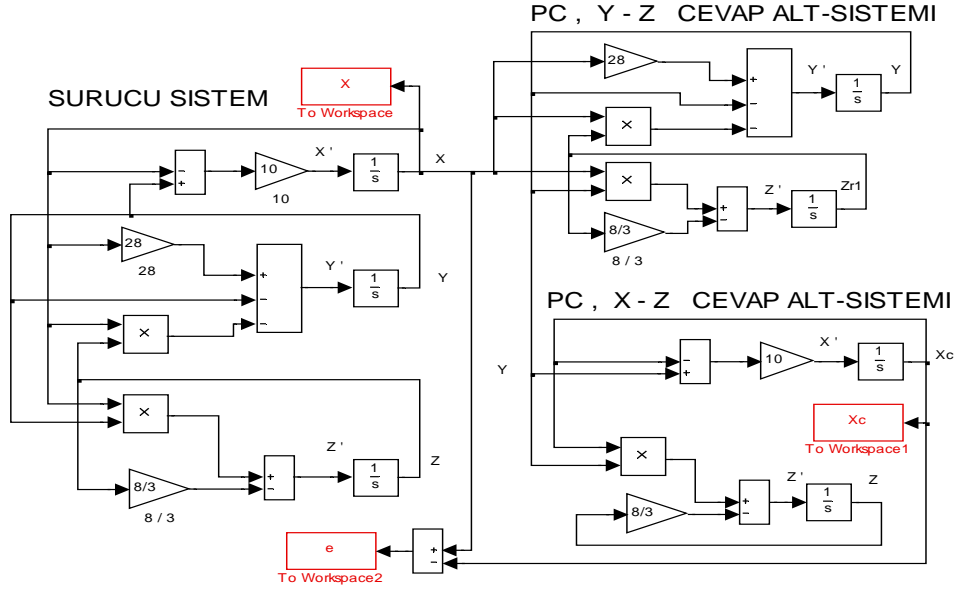
Şekil 4.16. Peş peşe bağlanmış senkronizasyon sisteminin blok diyagramı

Pecora-Carroll (P-C) peşe bağlama metodunun bir başka anlatım şekli de Şekil 4.17.'de gösterilmiştir.

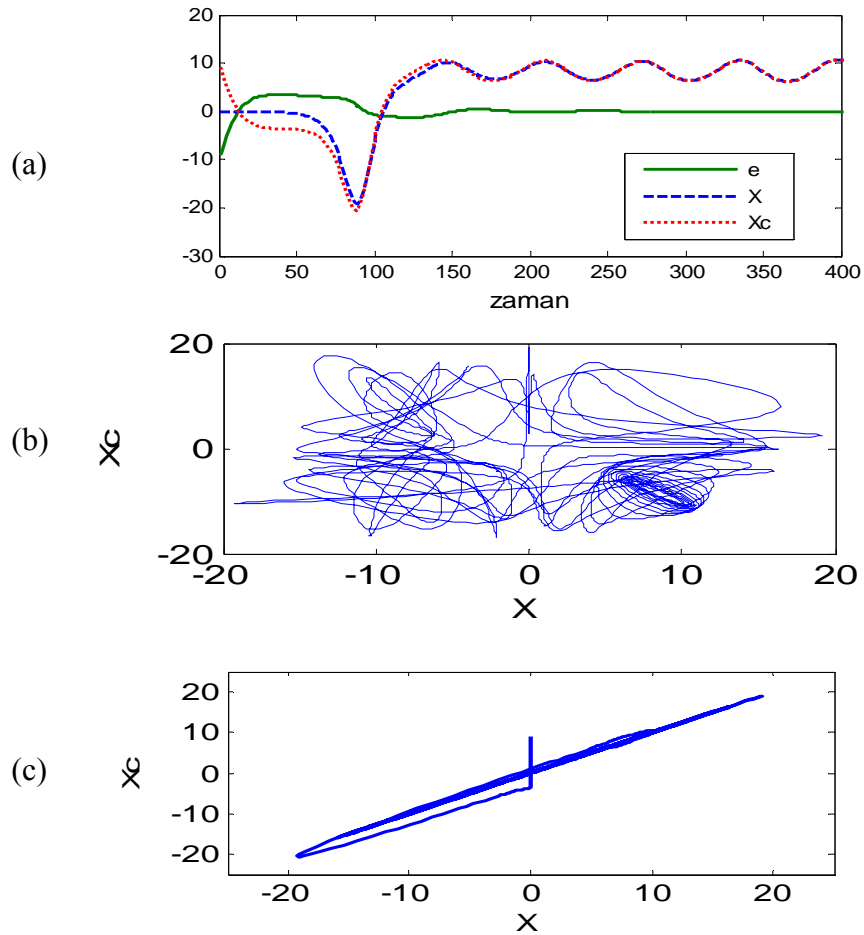


Şekil 4.17. Pecora-Carroll (P-C) peşe bağlama metodunun farklı bir anlatımı

Lorenz sisteminin Pecora-Carroll yöntemi ile Matlab-Simulink'de yapılan blok diyagramları ile senkronizasyon modellemesi (Bkz. Şekil 4.18.)'de, simülasyon sonuçları (Bkz. Şekil 4.19.)'da verilmiştir.

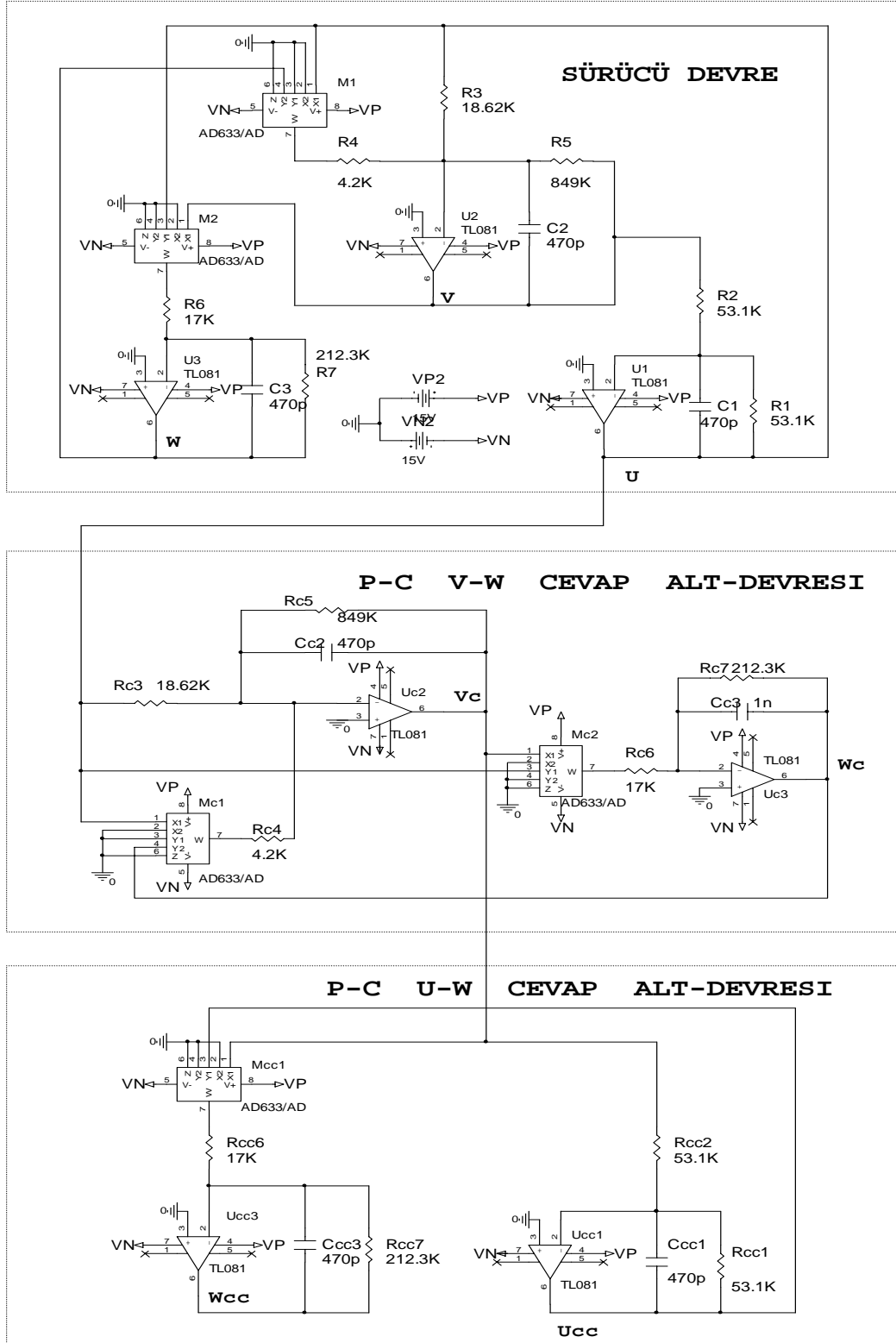


Şekil 4.18. Lorenz sisteminin Simulink P-C senkronizasyon modellemesi



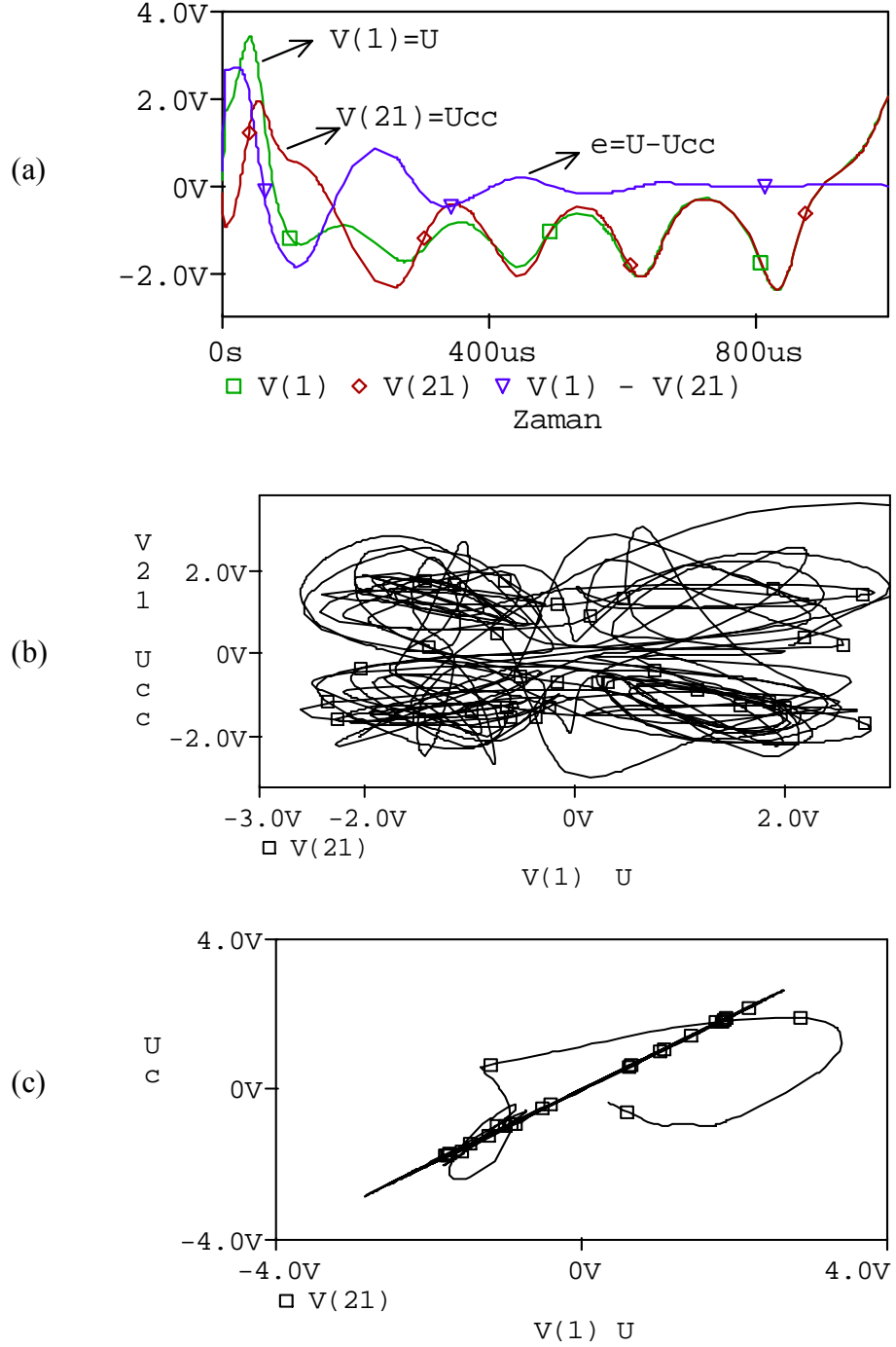
Şekil 4.19. Lorenz sistemi Simulink senkronizasyon sonuçları (a) Sürücü sinyali(X), cevap sinyali(X_c) ve senkronizasyon hatası($e = X - X_c$)'nin zaman göre değişimi (b) $X - X_c$ değişimi (senkronizasyondan önce) (c) $X - X_c$ değişimi (senkronizasyondan sonra)

Lorenz sisteminin tasarlanan Pspice P-C senkronizasyon devresi Şekil 4.20'de verilmiştir.



Şekil 4.20. Lorenz sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi

Lorenz sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi simülasyonu sonuçları Şekil 4.21'de verilmiştir.



Şekil 4.21. Lorenz sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi simülasyonu sonuçları
 (a) Sürücü(U) ve Cevap(U_c) kaotik sinyalleri ile Senkronizasyon hatası ($e = U - U_c$)'nın zamana göre değişimi, b) $U - U_c$ değişimi (senkronizasyondan önce), b) $U - U_c$ değişimi (senkronizasyondan sonra)

4.5. Kaotik Sistemlerin Gizleme Yöntemiyle Haberleşmesi

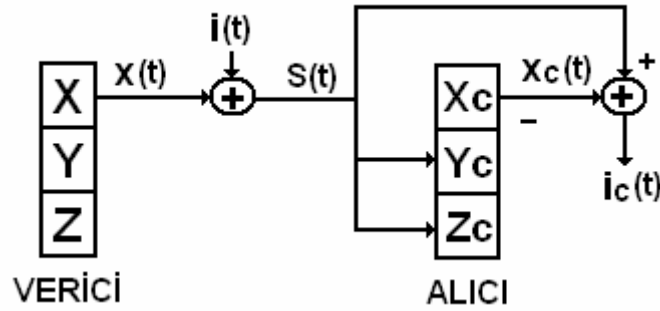
Kaos kullanarak veriyi taşıma ve şifreleme, Pecora ve Carroll tarafından ayrı iki farklı kaotik osilatörde senkronizasyonun mümkün olduğunu gösterdiği 1990 yılında başlamıştır. Haberleşme konusunda yapılan ilk çalışma kaotik maskeleyedir. 1993'de, Cuomo ve Oppenheim[61-62], Lorenz denklem sistemini kullanarak güvenli haberleşme sistemini kurdular ve gösterdiler. Cuomo ve Oppenheim'ın Lorenz devresini kullanmalarına karşın, aynı kavramsal yaklaşımı Kocarev ve arkadaşları [63] kaotik sistem olarak Chua devresini kullanarak gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışmaların, bir bilgi işaretine kaotik işaret ekleyerek, senkronizasyon kavramının bilgi işaretinin maskelenmesinde nasıl kullanılabileceğini göstermesi, kaotik haberleşme sistem tasarımında ilk uygulamalar olması açısından önemlidir.

Kaotik gizleme (maskeleye)'de amaç, adından da anlaşılacağı gibi haber işaretini kaotik işaretle maskeleymeden geçirmektir. Üretilen kaotik işaret kanala verilmeden önce haber işaretiyle toplanmakta ve kanala verilmektedir. Alıcı devrenin verici devre ile bağlantısı ise Pecora ve Carroll yöntemi ile yapılır. Demodülasyon ise, alıcının ürettiği kaotik işareti, vericiden gelen işaretten çıkartarak yapılır. Alıcının kaosta kalması ve senkronizasyonun gerçekleşmesi için haber işaretinin genliğinin kaotik işaretin genliğinden 15-20 dB ufak olması istenmektedir.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde, kaos tabanlı güvenilir haberleşme amaçlı sistemlerde kullanılan metotlar dört ana grupta toplanabilir. Bunlar kaotik gizleme(maskeleye), kaotik modülasyon, kaotik anahtarlama ve tahminsel kontrol metotlarıdır. Bunlardan ilk ikisi analog işaretlerin iletiminde kullanılırken diğer ikisi de dijital işaretlerin iletiminde kullanılmaktadırlar. Tezde kullanılan metot kaotik gizleme metodudur.

Kaotik gizleme haberleşmesinin mantığını gösteren blok diyagram Şekil 4.22.'de görülmektedir. Kaotik maskeleyedeki temel prensip; analog olan $i(t)$ bilgi işaretini, verici kısımdaki $x(t)$ kaotik işaretiyle maskeleyerek ve bu şekilde iletmektir. Bu amaçla $i(t)$ bilgi işareti, maskeleyici $x(t)$ kaotik işaretiyle toplanır ve iletim ortamına aktarılır. İletilen $s(t)$ işareti ikisinin toplamıdır. Alıcı kısımda ise, bir önceki bölümde

anlatılan Pecora-Carroll yöntemine göre gerçekleştirilen senkronizasyonla, maskeleyici $x(t)$ işaretinin aynı formu oluşturulmakta ve senkronize olmuş olan $x_c(t)$ kaotik işareti, iletim ortamından gelen $s(t)$ işaretinden çıkartılarak tekrar bilgi işareti elde edilmektedir.



Şekil 4.22. Kaotik gizleme yöntemiyle haberleşmenin mantığını gösteren blok diyagram

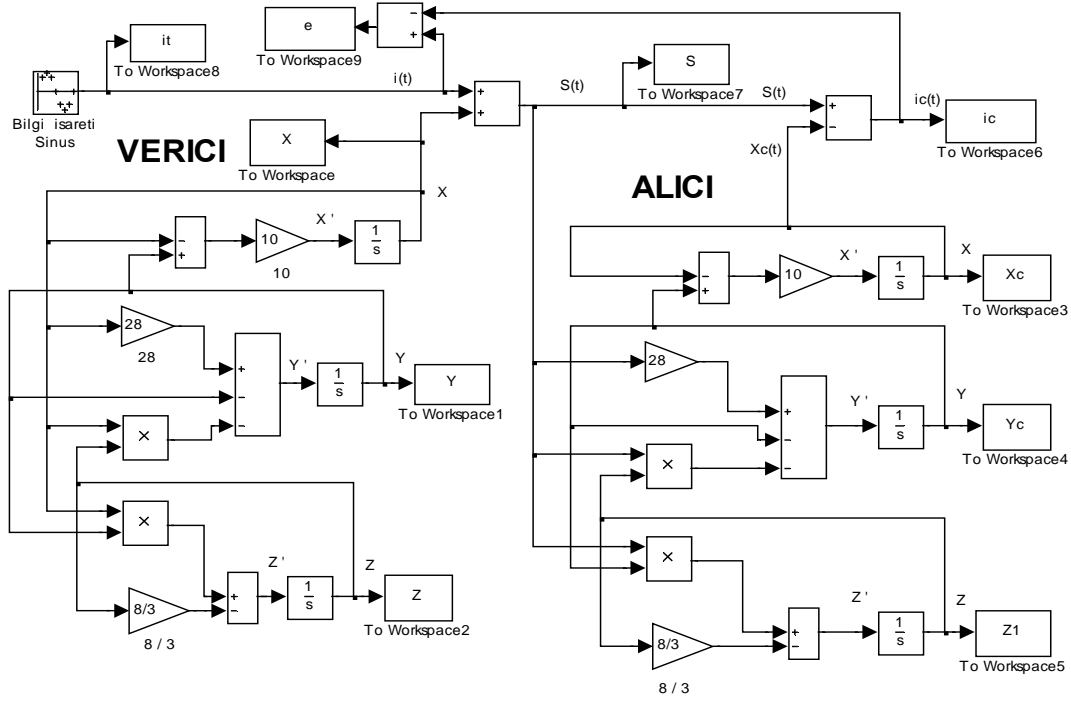
Kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme için Lorenz sisteminin, verici devresinin denklemleri şu şekilde verilsin;

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sigma \cdot (y - x) \\ \dot{y} &= r \cdot x - x \cdot z - y \\ \dot{z} &= x \cdot y - b \cdot z\end{aligned}\tag{4.16}$$

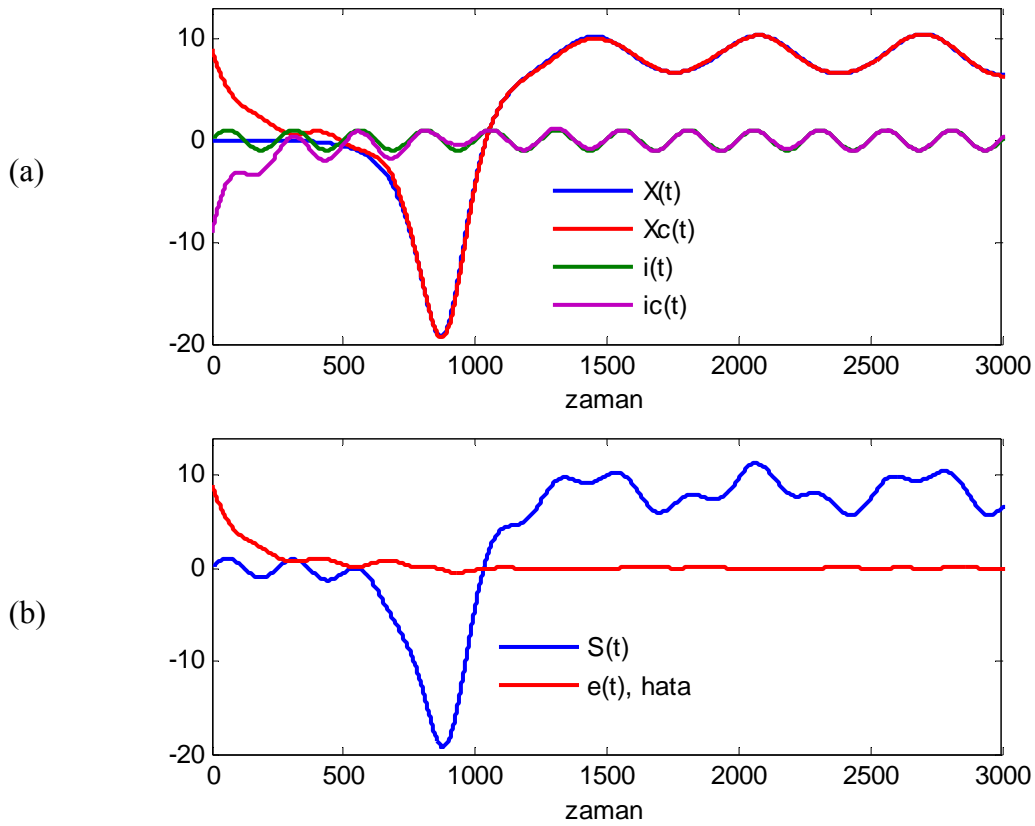
alıcı devresinin denklemleri aşağıdaki şekilde olacaktır;

$$\begin{aligned}\dot{x}_c &= \sigma \cdot (y_c - x_c) \\ \dot{y}_c &= r \cdot s(t) - s(t) \cdot z_c - y_c \\ \dot{z}_c &= s(t) \cdot y_c - b \cdot z_c\end{aligned}\tag{4.17}$$

Lorenz sisteminin Matlab-Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modellemesi Şekil 4.23'de, simülasyon sonuçları (Bkz. Şekil 4.24.)'de verilmiştir. Bilgi işareti olarak 1V, 10KHz sinüs işareti kullanılacaktır. Pspice devre simülasyonunun da ise devre denklemleri skala edilip tasarlandığından, Bilgi işareti olarak 0.2V, 10KHz sinüs işareti kullanılacaktır.

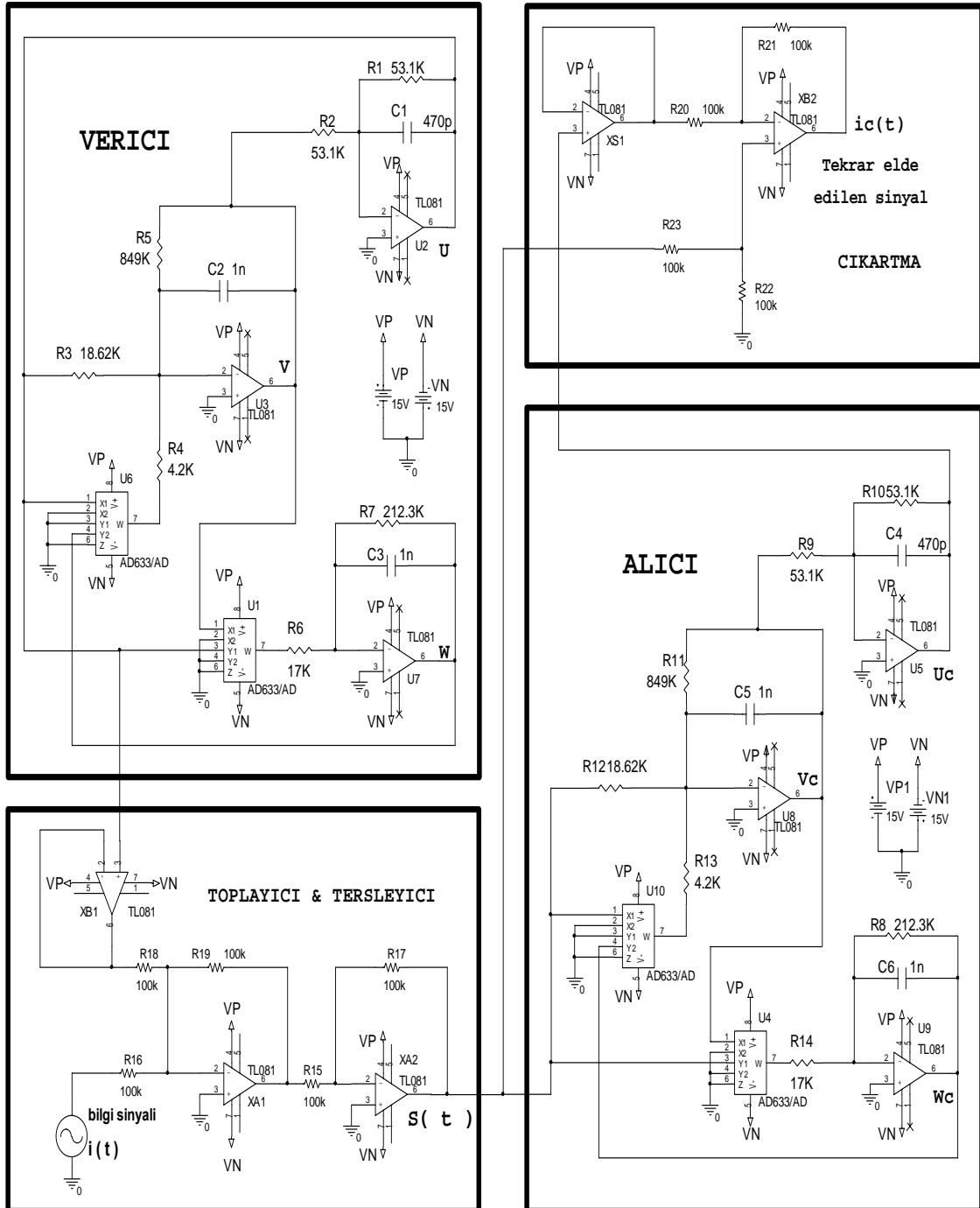


Şekil 4.23. Lorenz sisteminin Simulink’de yapılan kaotik gizleme haberleşme modellemesi



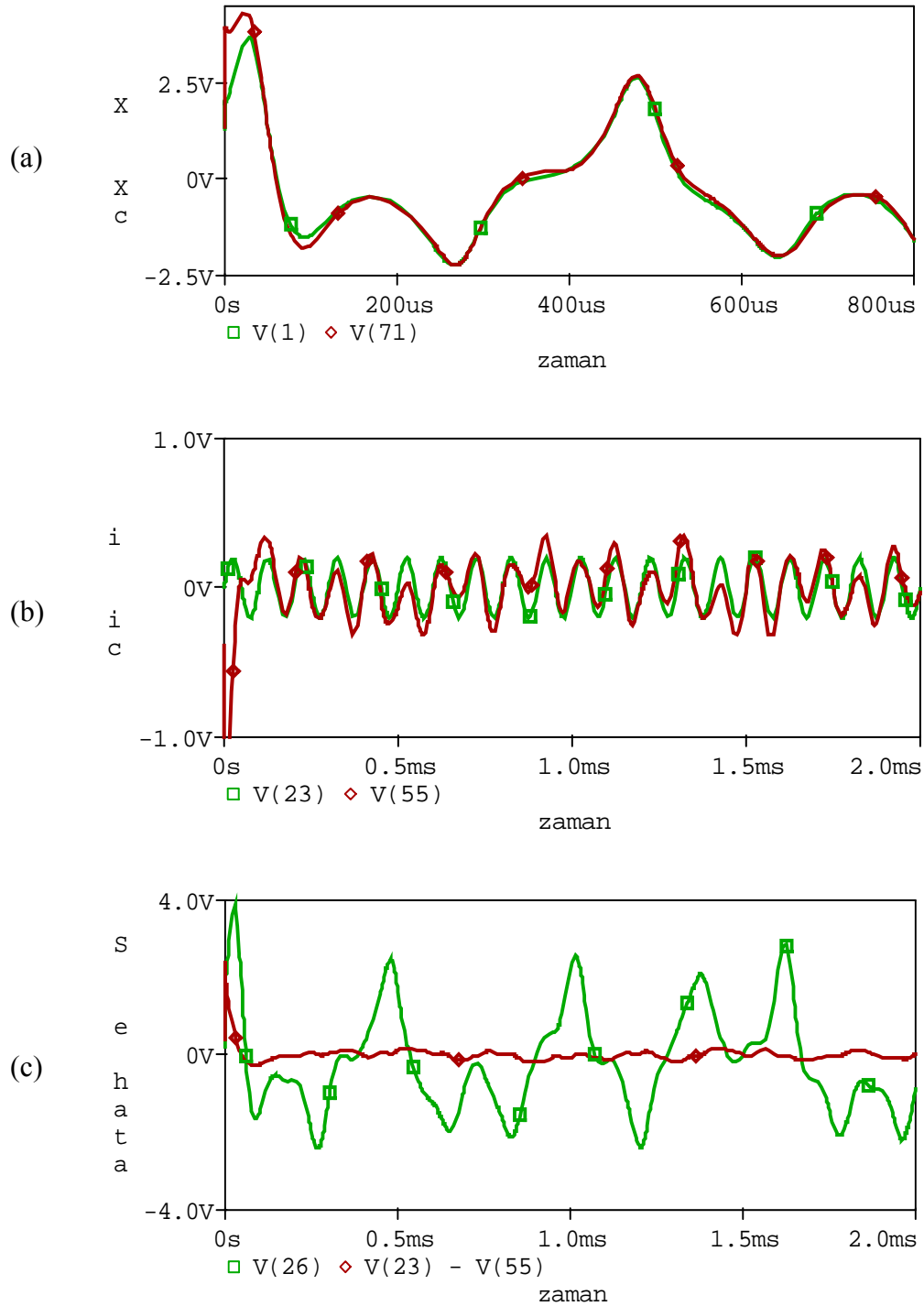
Şekil 4.24. Lorenz sisteminin Simulink’de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modelinin simülasyon sonuçları (a) Verici sistemin $X(t)$ sinyali, alıcı sistemin $X_c(t)$ sinyali, bilgi işareti $i(t)$ ve tekrar elde edilen bilgi işareti $ic(t)$ ’nin zamana göre değişimi (b) İletilen sinyal $S(t)=x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - ic(t)$ ’nin zamana göre değişimi

Lorenz sisteminin Pspice simülasyonu için yapılan kaotik gizleme haberleşme devresi Şekil 4.25.'de verilmiştir.



Şekil 4.25. Lorenz sisteminin Pspice simülasyonu için kaotik gizleme yöntemiyle yapılan haberleşme devresi

Lorenz sisteminin kaotik gizleme yöntemiyle yapılan haberleşme devresinin Pspice simülasyon sonuçları Şekil 4.26.' da verilmiştir.



Şekil 4.26. Lorenz sistemi kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresinin Pspice simülasyon sonuçları (a) Verici sistemin $X(t)$ sinyali ve alıcı sistemin $X_c(t)$ sinyali'nin zamana göre değişimi, (b) Bilgi işareti $i(t)$ ve tekrar elde edilen bilgi sinyali $i_c(t)$ 'nin zamana göre değişimi (c) İletilen sinyal $S(t) = x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - i_c(t)$ 'nin zamana göre değişimi

BÖLÜM 5. YENİ KAOTİK SİSTEMLERİN DEVRE GERÇEKLEMELERİ

5.1. Yayınımsız Lorenz Sistemi Simulink Modeli ve Devre Gerçeklemesi

Kaotik Yayınımsız Lorenz sistemi denklemleri şu şekildedir;

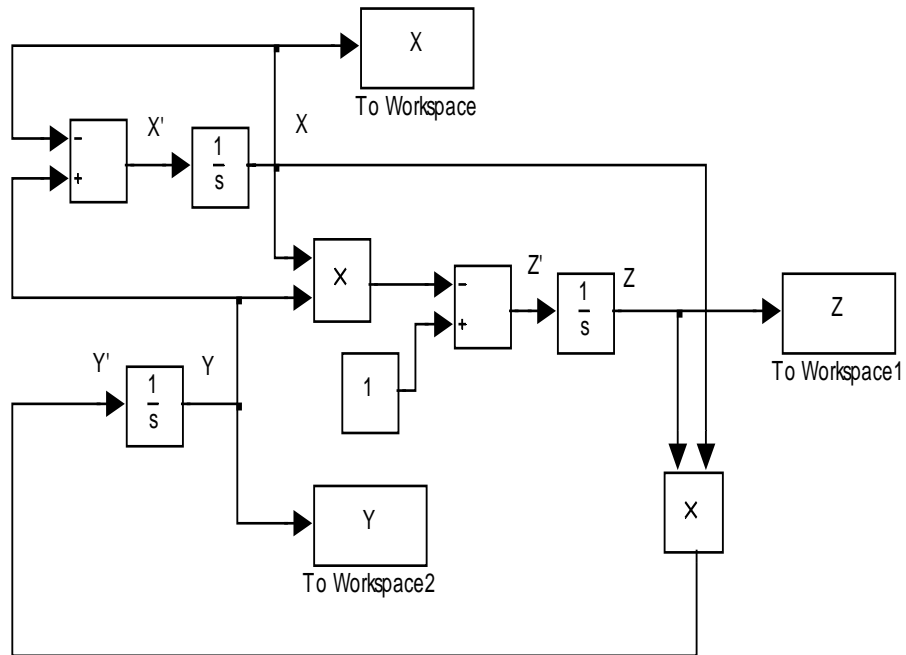
$$\dot{x} = y - x$$

$$\dot{y} = x \cdot z$$

$$\dot{z} = -x \cdot y + R$$

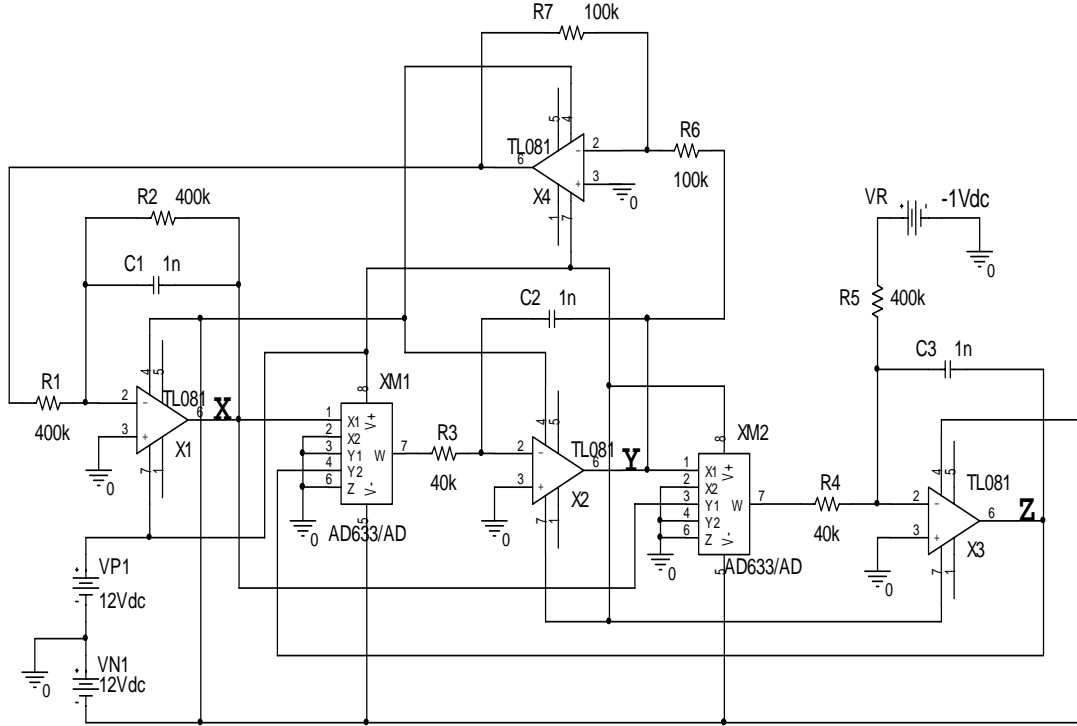
(5.1)

Yayınımsız Lorenz sisteminin, $R = 1$ parametresi ve $x_0 = 1, y_0 = -1, z_0 = 0.01$ ilk şartları altında Matlab-Simulink’de yapılan blok diyagramları ile modellenmesi Şekil 5.1.’de verilmiştir.



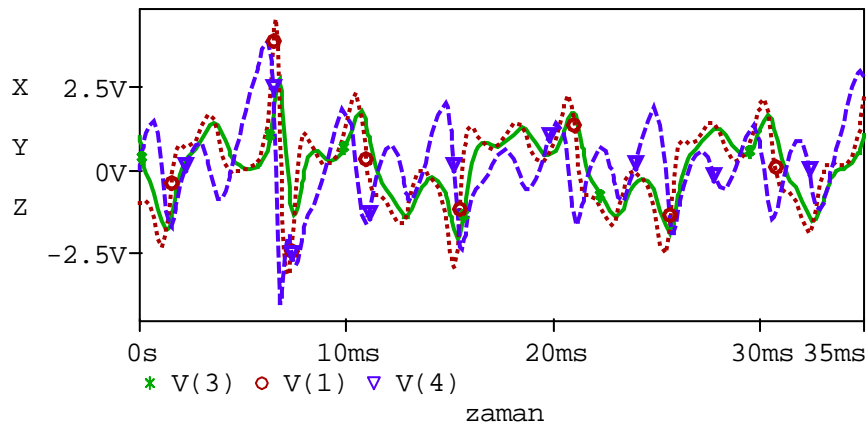
Şekil 5.1. Yayınımsız Lorenz sisteminin Matlab-Simulink modellemesi

Yayınımsız Lorenz sistemi (5.1) denklemlerinin elektronik devre gerçekleştirilmesi Şekil 5.2.'de verilmiştir.

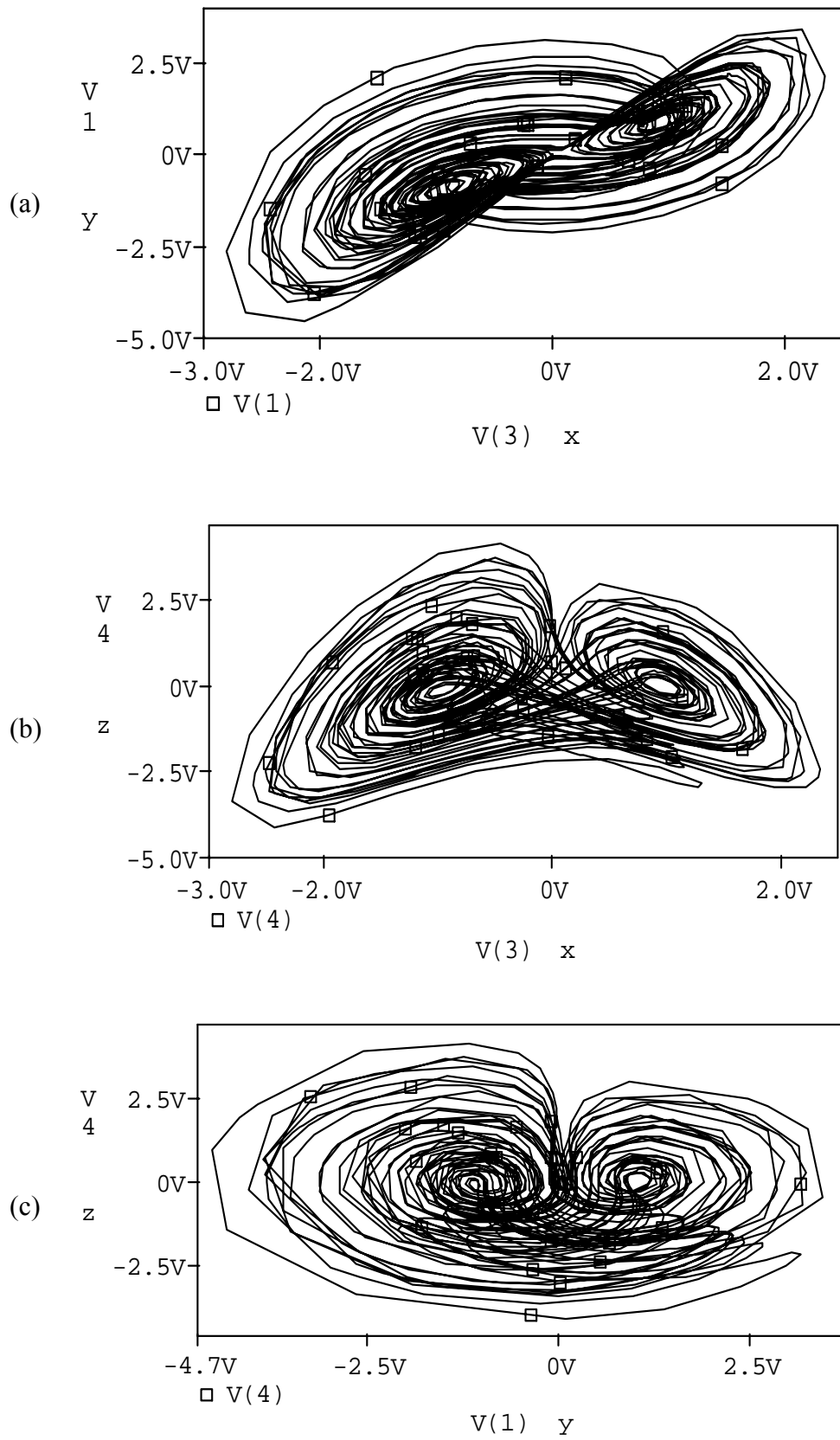


Şekil 5.2. Yayınımsız Lorenz sisteminin Pspice simülasyon devresi

Yayınımsız Lorenz devresinin Pspice simülasyon sonuçları Şekil 5.3. ve (Bkz. Şekil 5.4.)'de verilmiştir.



Şekil 5.3. Yayınımsız Lorenz devresinin x, y, z değişkenlerinin zamana göre değişimi



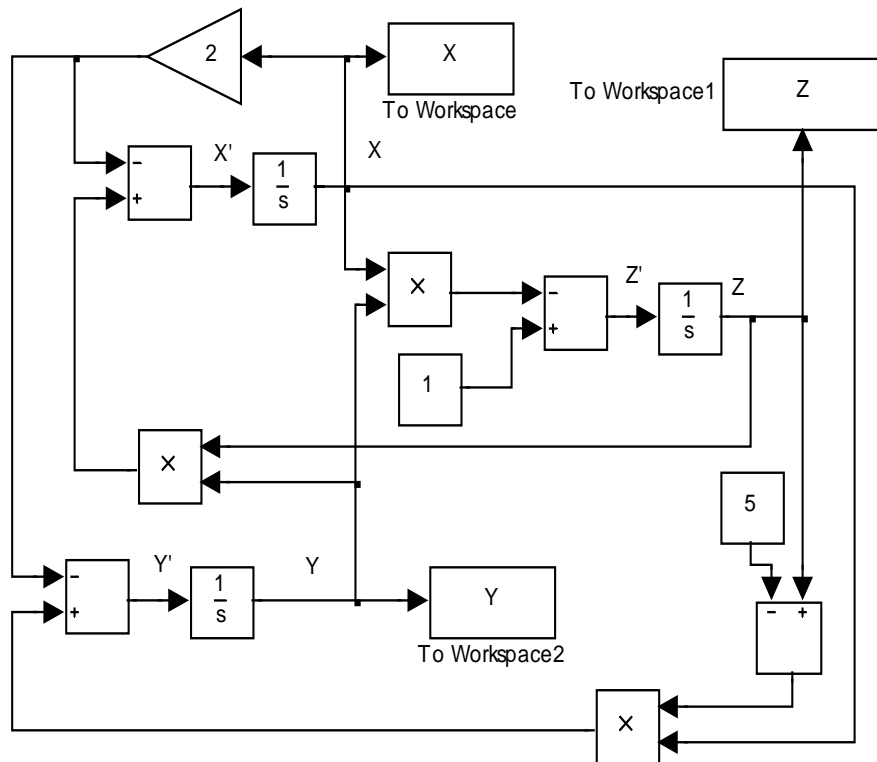
Şekil 5.4. Yayınımsız Lorenz devresi pspice simülasyon sonuçları a)x-y, b)x-z, d) y-z kaotik çekicileri

5.2. Rikitake Sistemi Simulink Modeli ve Devre Gerçeklemesi

Kaotik Rikitake sistemi denklemleri şu şekildedir;

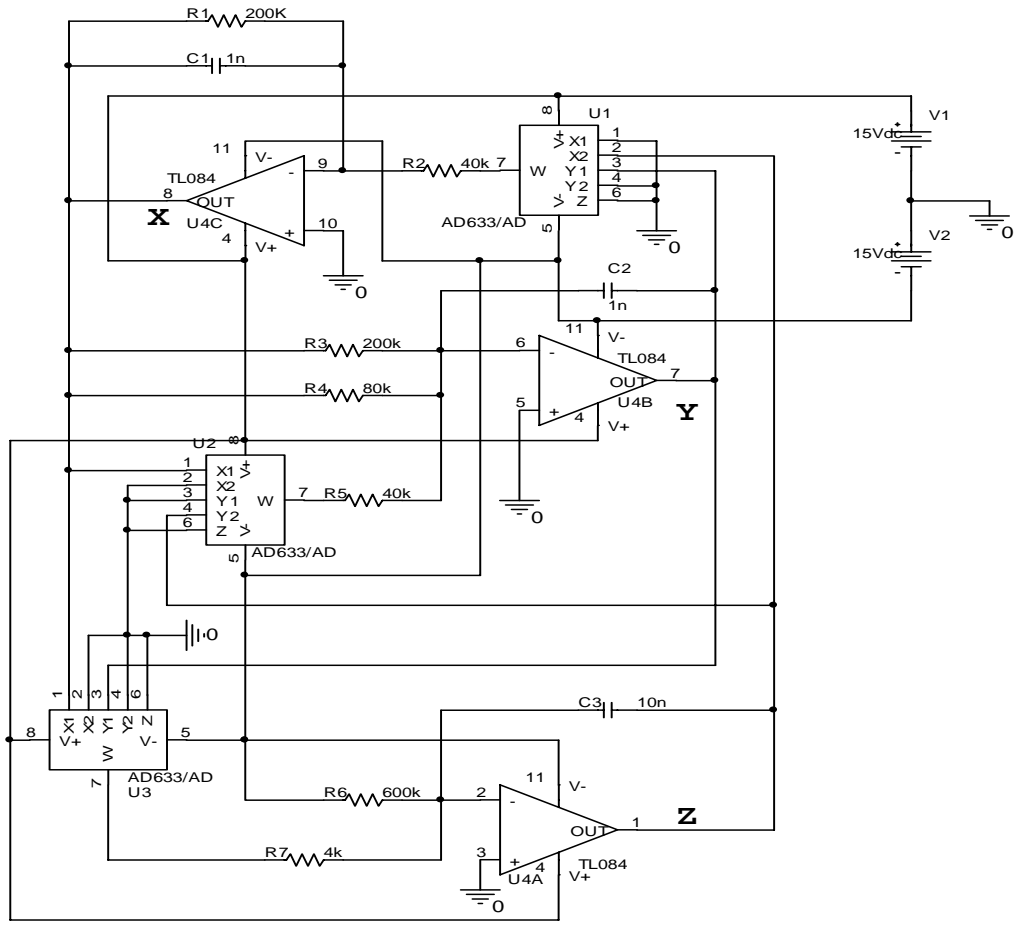
$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\mu \cdot x + z \cdot y \\ \dot{y} &= -\mu \cdot x + (z - a) \cdot x \\ \dot{z} &= 1 - x \cdot y\end{aligned}\quad (5.2)$$

Rikitake sisteminin, $\mu = 2$, $a = 5$ parametreleri ve $x_0 = 0$, $y_0 = 0.1$, $z_0 = 0$ ilk şartları altında Matlab-Simulink'de yapılan blok diyagramları ile modellenmesi Şekil 5.5.'de verilmiştir.

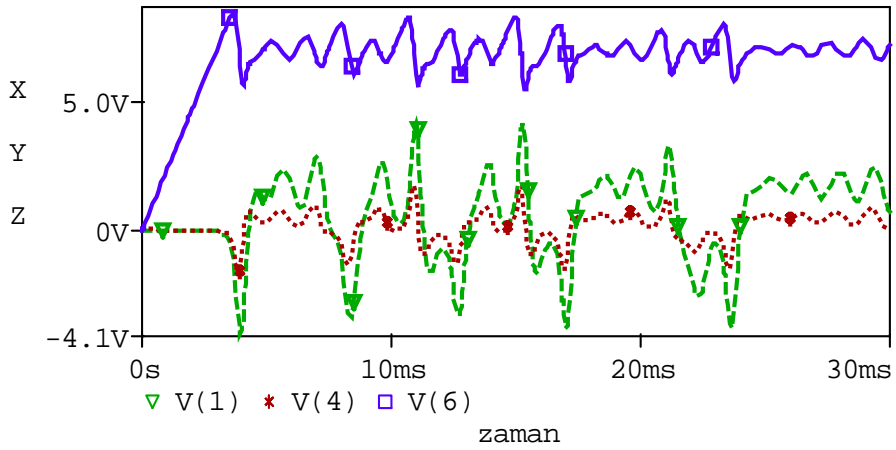


Şekil 5.5. Rikitake sisteminin Matlab-Simulink modellemesi

Rikitake sistemi (5.2) denklemlerinin elektronik devre gerçeklemesi (Bkz. Şekil 5.6.)'da verilmiştir.

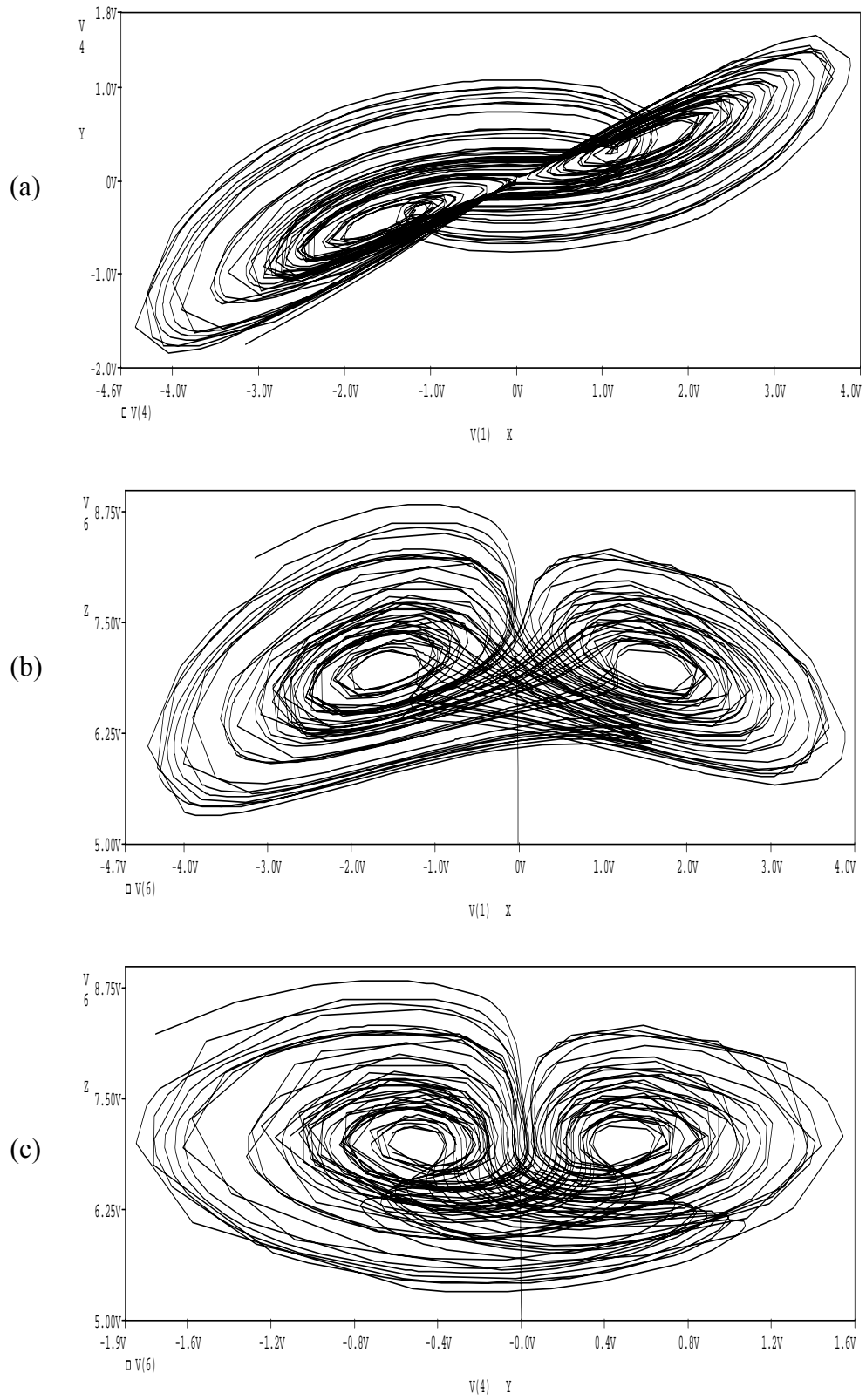


Şekil 5.6. Rikitake sisteminin Pspice simülasyon devresi



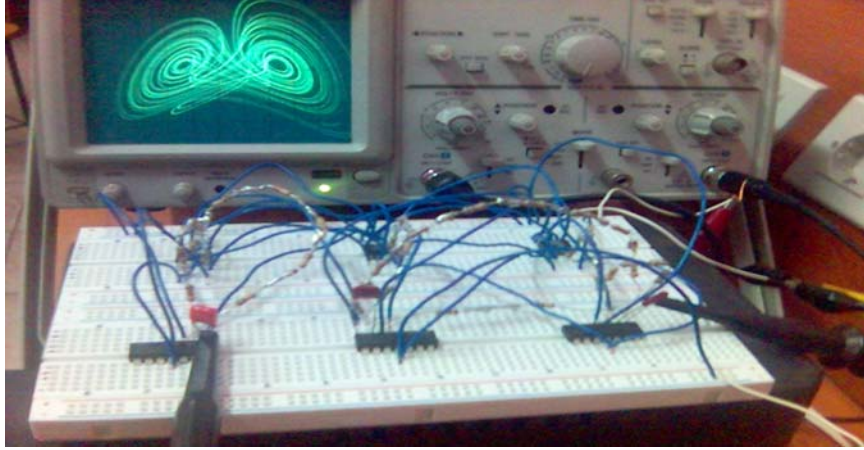
Şekil 5.7. Rikitake devresinin x, y, z değişkenlerinin zamana göre değişimi

Rikitake devresinin Pspice simülasyon sonuçları Şekil 5.7. ve (Bkz. Şekil 5.8.)'de verilmiştir.

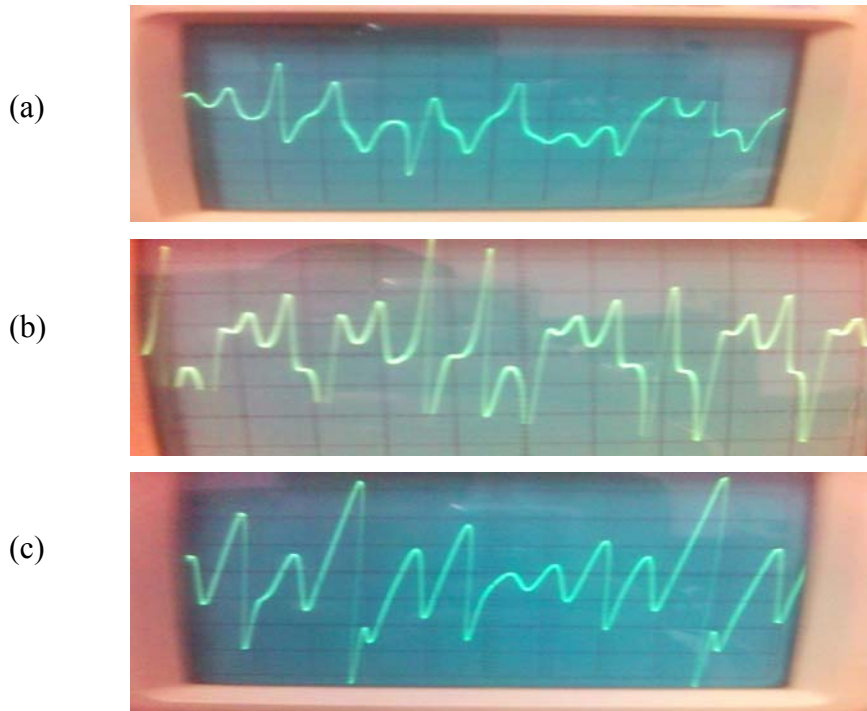


Şekil 5.8. Rikitake devresi psipice simülasyon sonuçları a)x-y, b)x-z, d) y-z kaotik çekicileri

Tasarlanan Rikitake devresi(Bkz. Şekil 5.6)'nin, deneysel olarak yapılan elektronik devre gerçekleştirilmesi Şekil 5.9.'da görülmektedir.



Şekil 5.9. Rikitake sisteminin deneysel olarak kurulan elektronik devresi



Şekil 5.10. Rikitake elektronik devresinin kaotik x, y, z sinyallerinin osiloskop çıkışları.

Rikitake elektronik devresinin kaotik x, y, z sinyallerinin osiloskop çıkışları Şekil 5.10.'da görülmektedir.

Rikitake elektronik devresinin x - y , x - z , ve y - z kaotik çekicilerinin osiloskop çıkışları Şekil 5.11.'de görülmektedir.



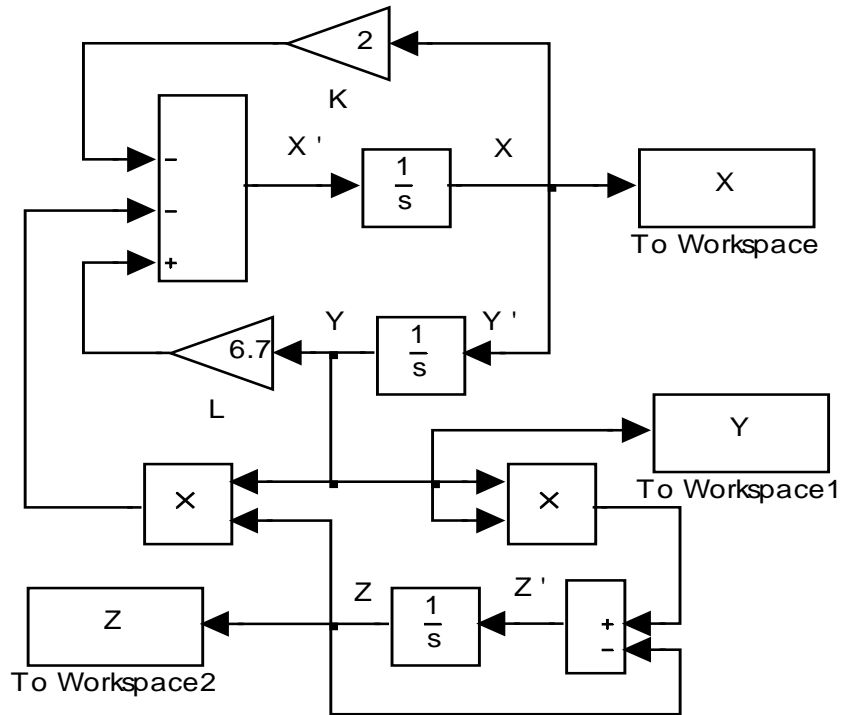
Şekil 5.11. Rikitake elektronik devresinin kaotik x - y , x - z , ve y - z kaotik çekicilerinin osiloskop çıkışları

5.3. Rucklidge Sistemi Simulink Modeli ve Devre Gerçeklemesi

Kaotik Rucklidge sistemi denklemleri şu şekildedir;

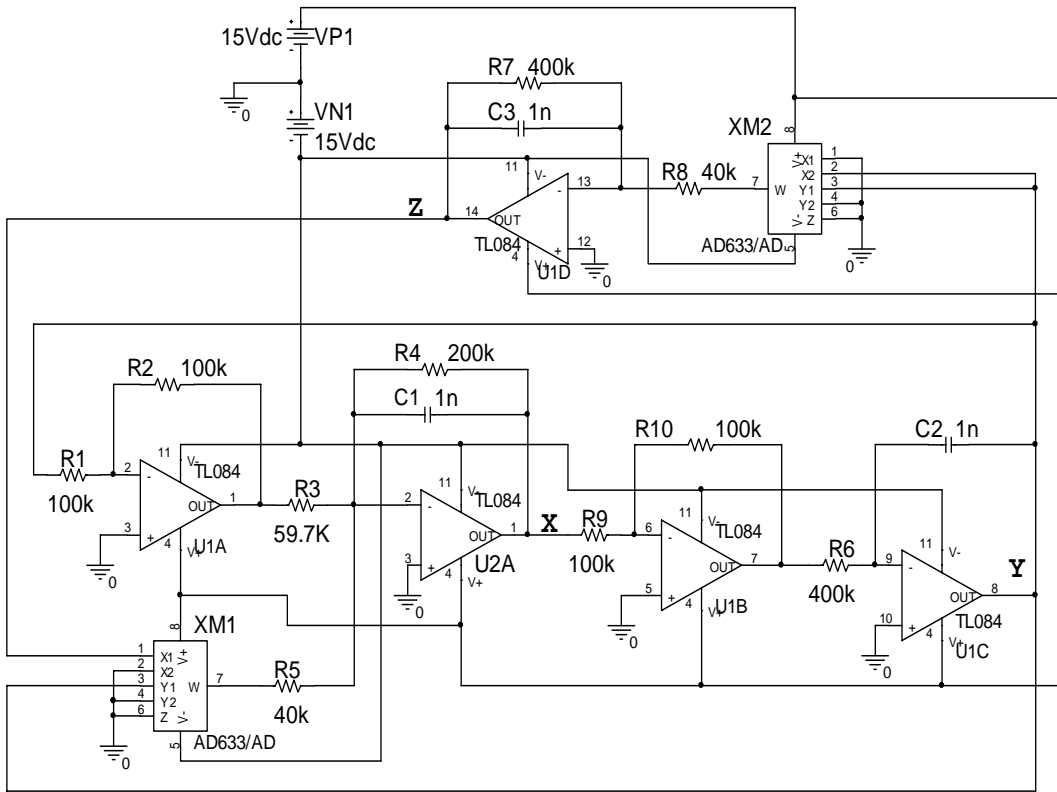
$$\begin{aligned}\dot{x} &= -K \cdot x + L \cdot y - y \cdot z \\ \dot{y} &= x \\ \dot{z} &= -z + y^2\end{aligned}\quad (5.3)$$

Rucklidge sisteminin, $K = 2$, $L = 6.7$ parametreleri ve $x_0 = 1$, $y_0 = 0$, $z_0 = 4.5$ ilk şartları altında Matlab-Simulink'de yapılan blok diyagramları ile modellenmesi Şekil 5.12.'de verilmiştir.



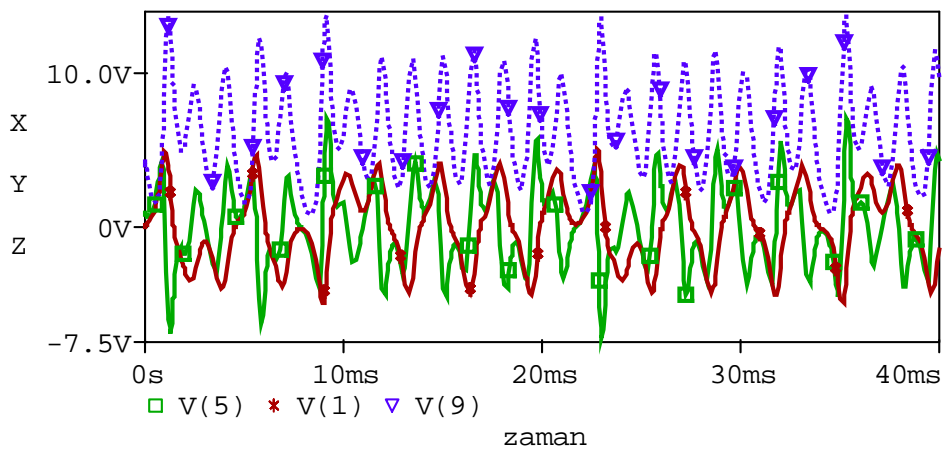
Şekil 5.12. Rucklidge sisteminin Matlab-Simulink modellemesi

Rucklidge sistemi (5.3) denklemlerinin elektronik devre gerçeklemesi (Bkz. Şekil 5.13.)'de verilmiştir.

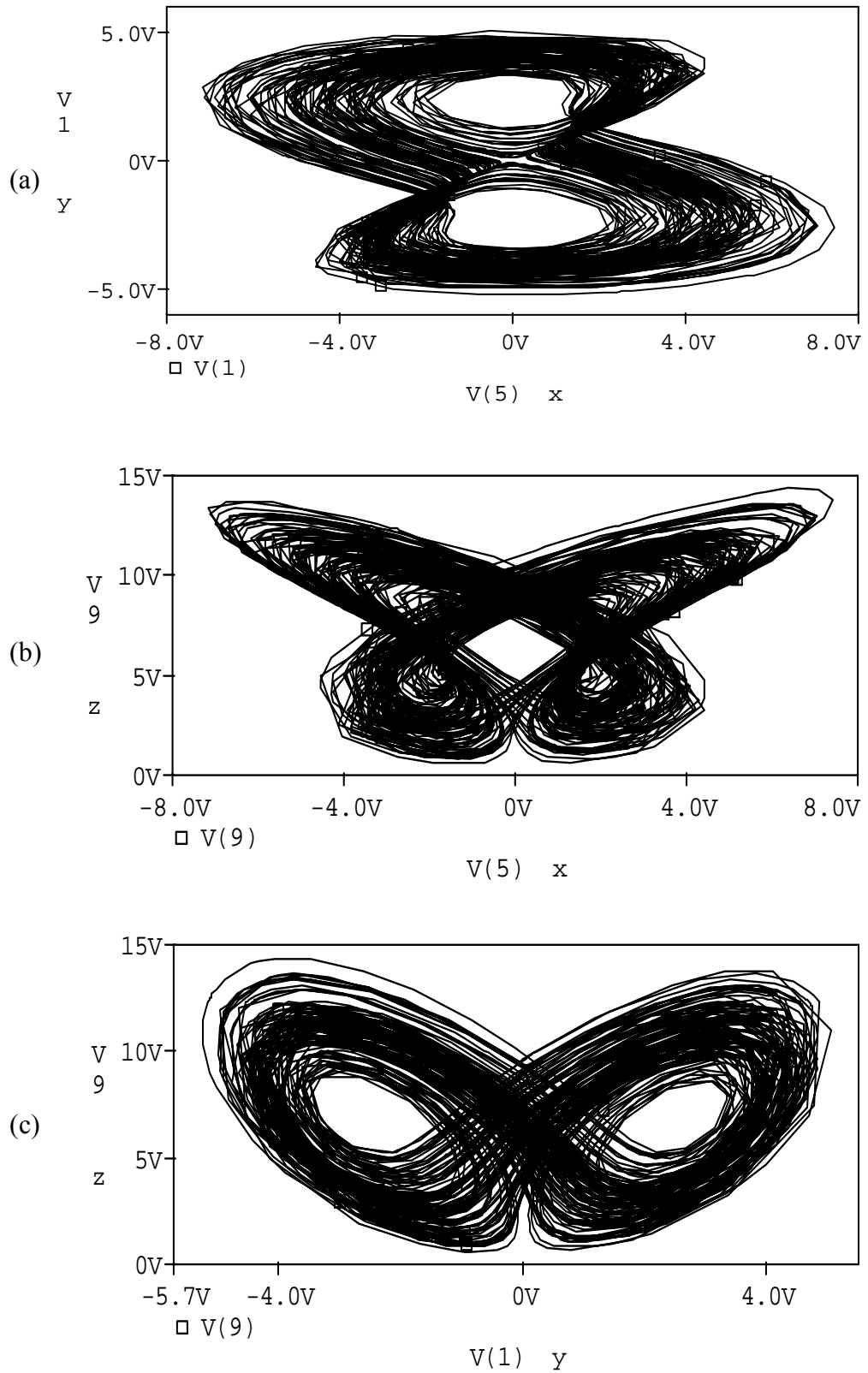


Şekil 5.13. Rucklidge sisteminin Pspice simülasyon devresi

Rucklidge devresinin Pspice simülasyon sonuçları Şekil 5.14. ve (Bkz. Şekil 5.15.)'de verilmiştir.



Şekil 5.14. Rucklidge devresinin x, y, z değişkenlerinin zamana göre değişimi



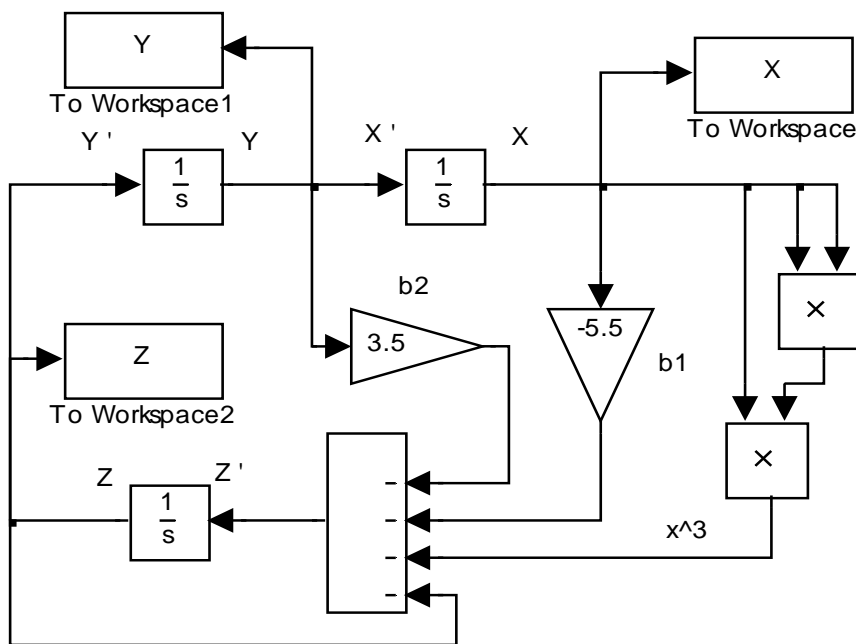
Şekil 5.15. Rucklidge devresi pspice simülasyon sonuçları a)x-y, b)x-z, d) y-z kaotik çekicileri

5.4. Arneodo Sistemi Simulink Modeli ve Devre Gerçeklemesi

Kaotik Arneodo sistemi denklemleri şu şekildedir;

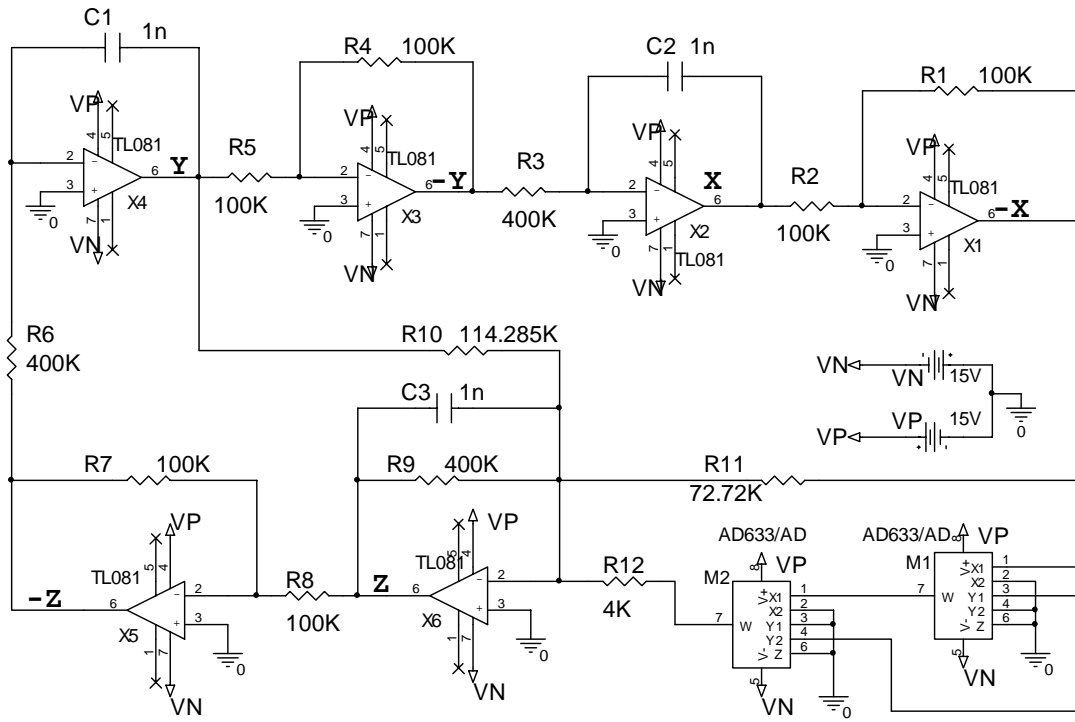
$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= z \\ \dot{z} &= -b_1 \cdot x - b_2 \cdot y - b_3 \cdot z + b_4 \cdot x^3\end{aligned}\quad (5.4)$$

Arneodo sisteminin, $b_1 = -5.5$, $b_2 = 3.5$, $b_3 = 1$, $b_4 = -1$ parametreleri ve $x_0 = 0.5$, $y_0 = -1$, $z_0 = 0.5$ ilk şartları altında Matlab-Simulink'de yapılan blok diyagramları ile modellenmesi Şekil 5.16.'da verilmiştir.



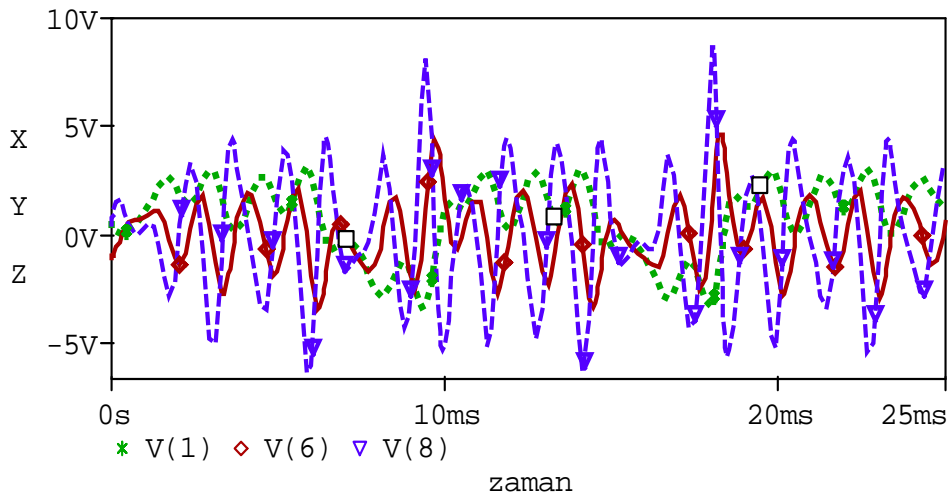
Şekil 5.16. Arneodo sisteminin Matlab-Simulink modellemesi

Arneodo sistemi (5.4) denklemlerinin elektronik devre gerçeklemesi (Bkz. Şekil 5.17.)'de verilmiştir.

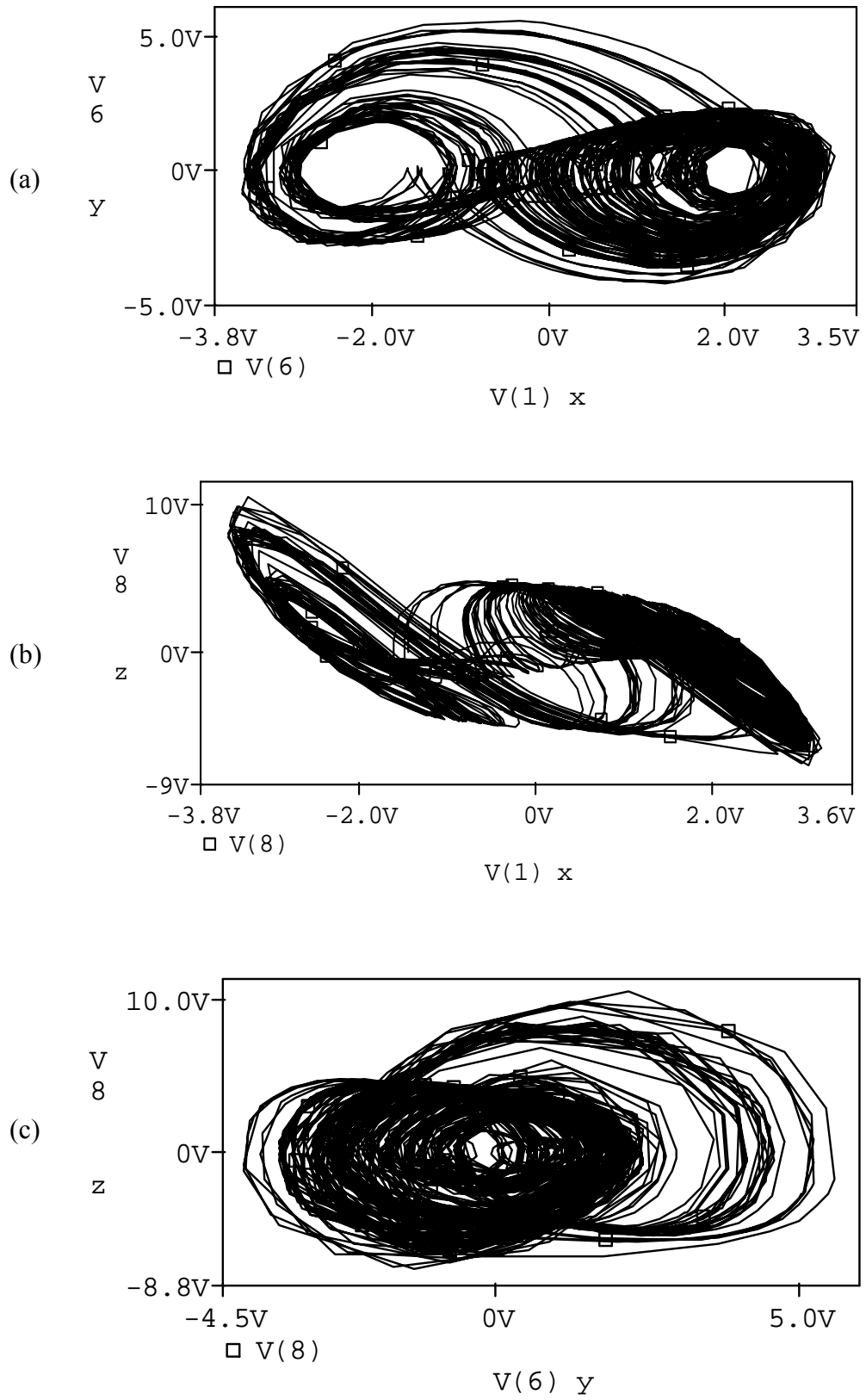


Şekil 5.17. Arneodo sisteminin Pspice simülasyon devresi

Arneodo devresinin Pspice simülasyon sonuçları Şekil 5.18. ve (Bkz. Şekil 5.19.)'da verilmiştir.



Şekil 5.18. Arneodo devresinin x, y, z değişkenlerinin zamana göre değişimi



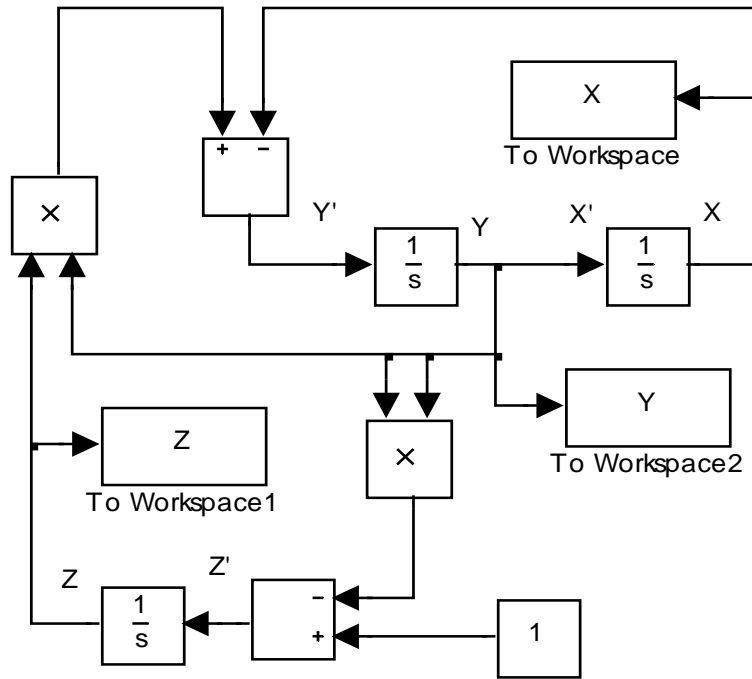
Şekil 5.19. Arneodo devresi pspice simülasyon sonuçları a)x-y, b)x-z, d) y-z kaotik çekicileri

5.5. Hoover(Sprott94A) Sistemi Simulink Modeli ve Devre Gerçeklemesi

Kaotik Hoover (Sprott_94_A) sistemi denklemleri şu şekildedir;

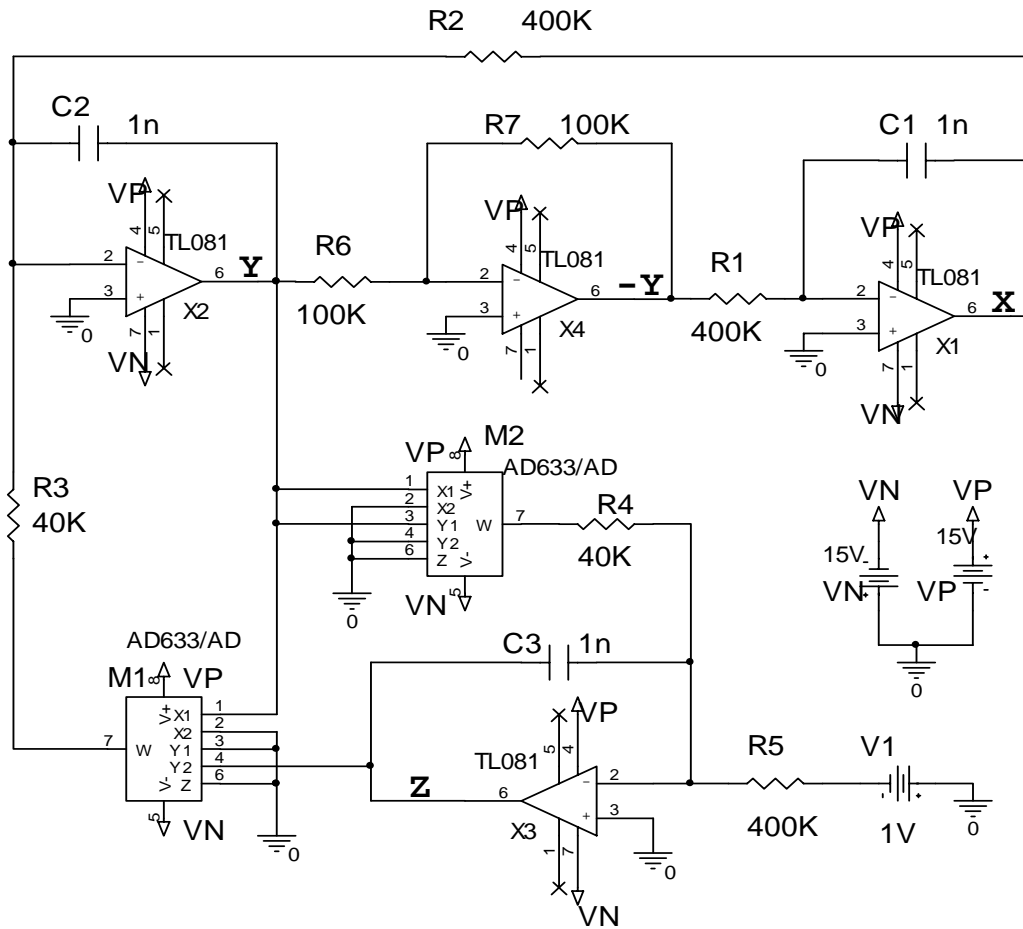
$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= -x + y \cdot z \\ \dot{z} &= 1 - y^2\end{aligned}\tag{5.5}$$

Hoover(Sprott94A) sisteminin $x_0 = 0$, $y_0 = 0.5$, $z_0 = 0$ ilk şartları altında Matlab-Simulink'de yapılan blok diyagramları ile modellenmesi Şekil 5.20.'de verilmiştir.



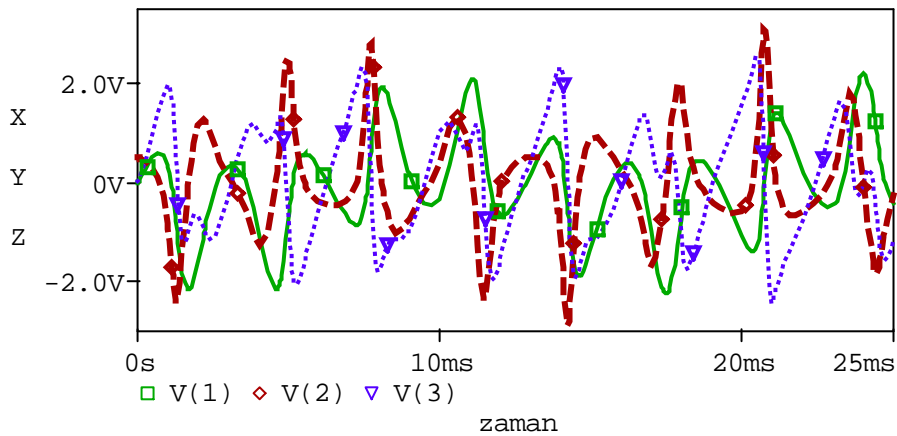
Şekil 5.20. Hoover(Sprott94A) sisteminin Matlab-Simulink modellemesi

Hoover(Sprott94A) sistemi (5.5) denklemlerinin elektronik devre gerçeklemesi (Bkz. Şekil 5.21.)'de verilmiştir.

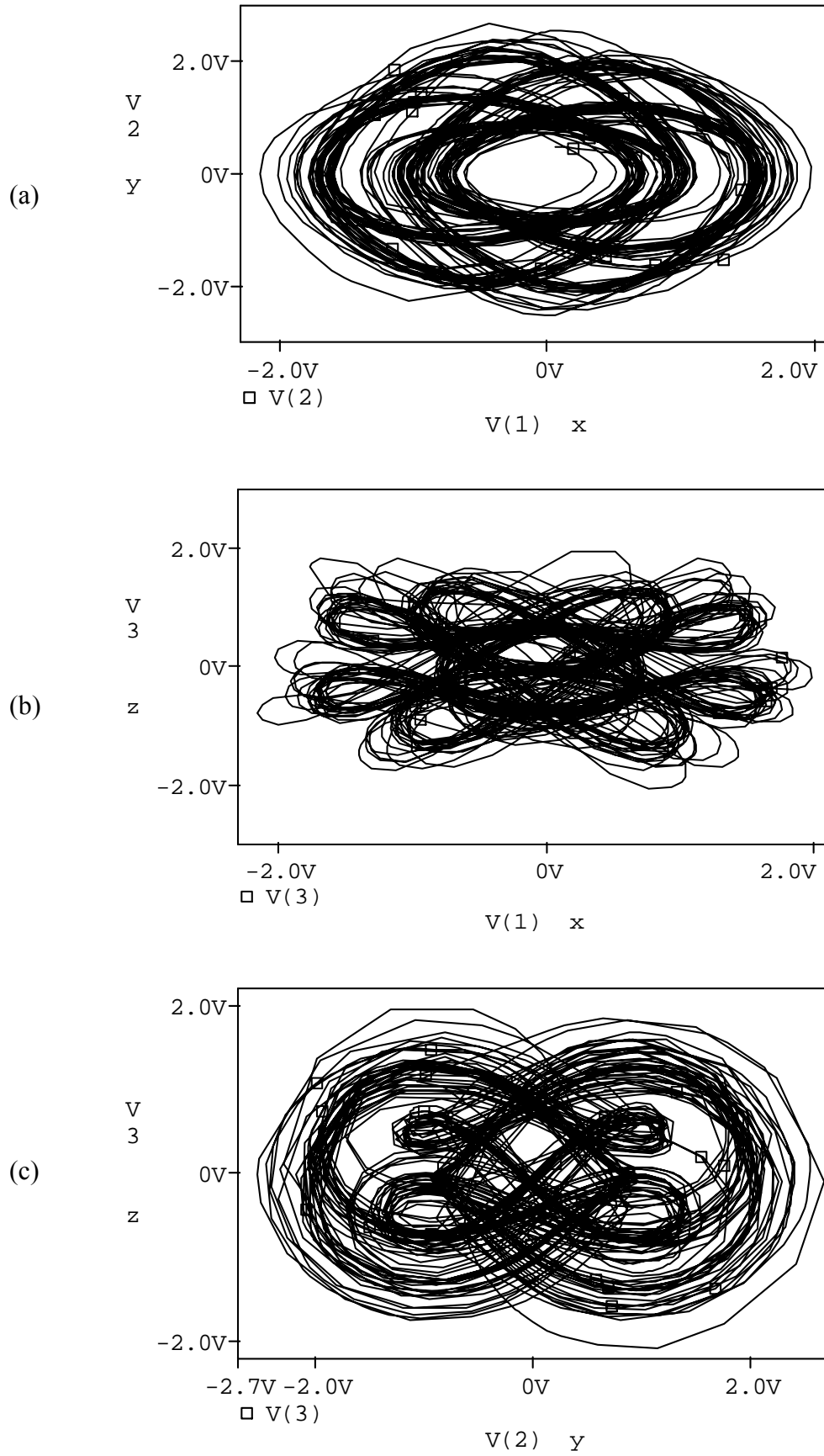


Şekil 5.21. Hoover(Sprot94A) sisteminin Pspice simülasyon devresi

Hoover(Sprot94A) devresinin Pspice simülasyon sonuçları Şekil 5.22. ve (Bkz. Şekil 5.23.)'de verilmiştir.



Şekil 5.22. Hoover (Sprot94A) devresinin x, y, z değişkenlerinin zamana göre değişimi



Şekil 5.23. Hoover(Sprott94A) devresi pspice simülasyon sonuçları a)x-y, b)x-z, d) y-z kaotik çekicileri

BÖLÜM 6. YENİ KAOTİK SİSTEMLERİN SENKRONİZASYONLARI

6.1. Yayınımsız Lorenz Sistemi Simulink ve Devre Senkronizasyonları

Yayınımsız Lorenz sistemi verici devresinin denklemleri şu şekilde verilsin;

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y - x \\ \dot{y} &= x \cdot z \\ \dot{z} &= -x \cdot y + R\end{aligned}\tag{6.1}$$

Yayınımsız Lorenz sistemi, P-C yöntemiyle senkronizasyonu için;

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= x \cdot z_1 \\ \dot{z}_1 &= -x \cdot y_1 + R\end{aligned}\tag{6.2}$$

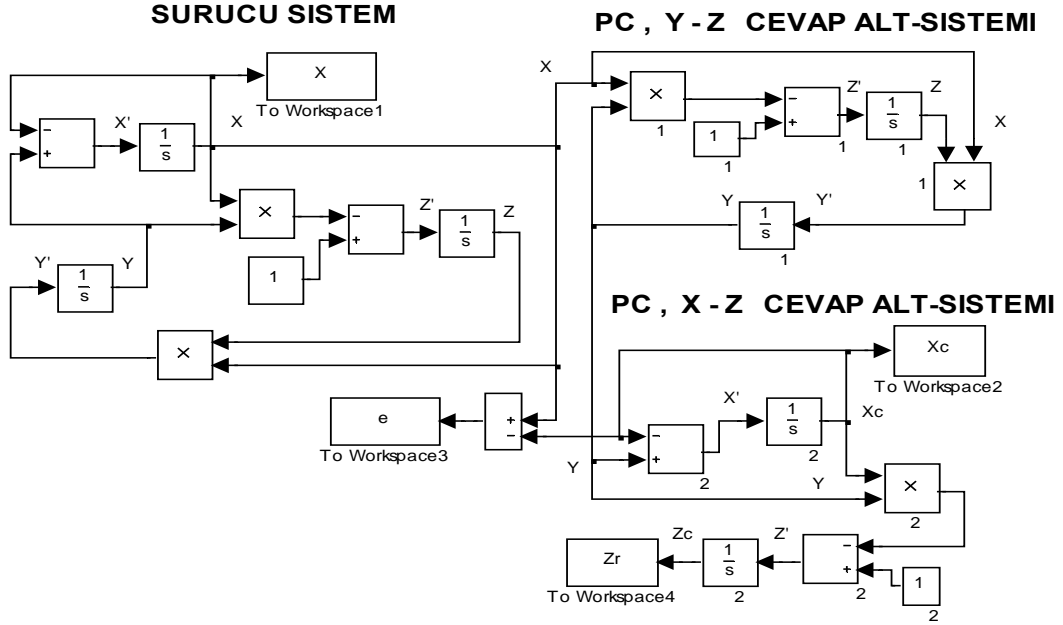
şeklinde (y_1, z_1) sürücü olan cevap alt-sistemine, ve

$$\begin{aligned}\dot{x}_c &= y_1 - x_c \\ \dot{z}_c &= -x_c \cdot y_1 + R\end{aligned}\tag{6.3}$$

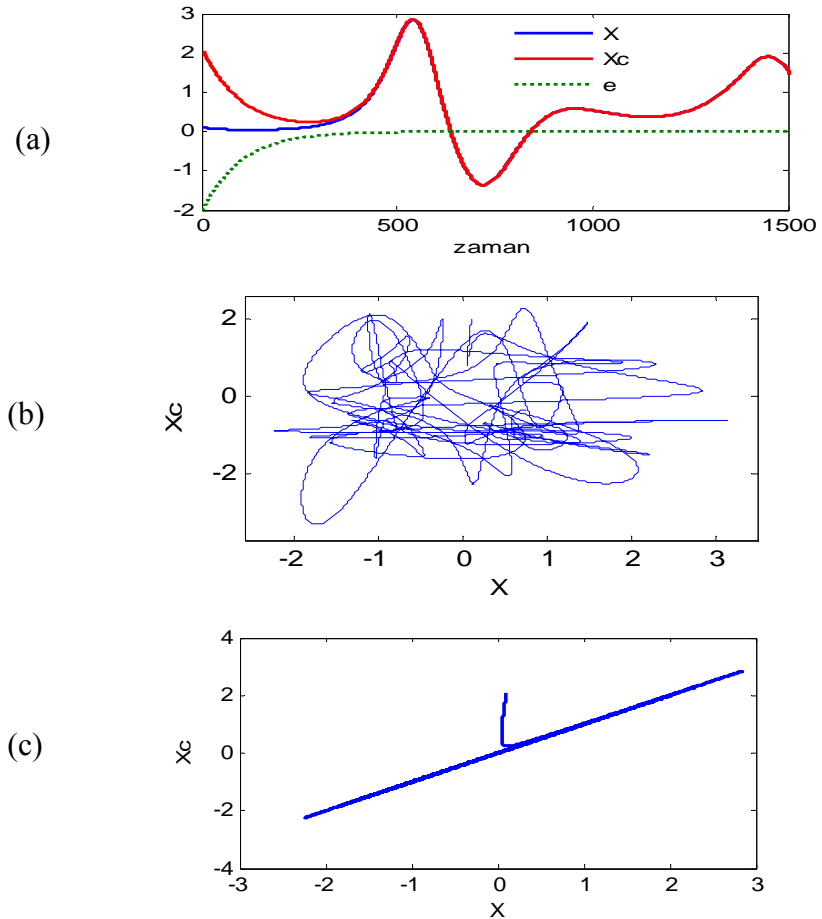
şeklinde (x_c, z_c) kararlı cevap alt-sistemine ayrıştırılabilir.

Senkronizasyondan sonra alıcı devrenin x_c sinyali, verici devrenin x sinyaline kısa sürede yaklaşacak ve senkronize olacaktır.

Yayınımsız Lorenz sisteminin Pecora-Carroll yöntemi ile Matlab-Simulink'de yapılan blok diyagramları ile senkronizasyon modellenmesi (Bkz. Şekil 6.1.)'de, simülasyon sonuçları ise (Bkz. Şekil 6.2.)'de verilmiştir.

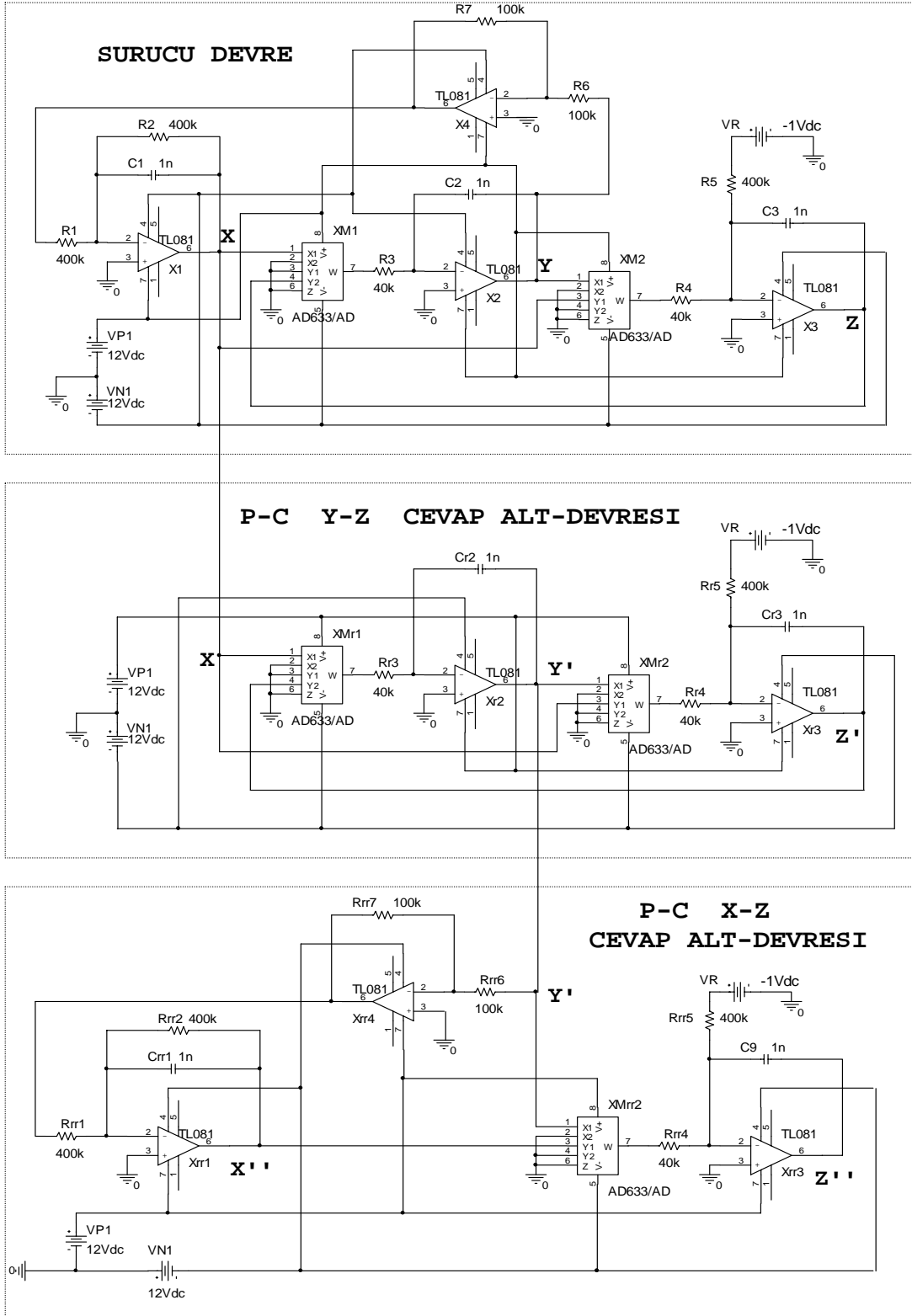


Şekil 6.1. Yayımsız Lorenz sisteminin Simulink P-C senkronizasyon modellemesi



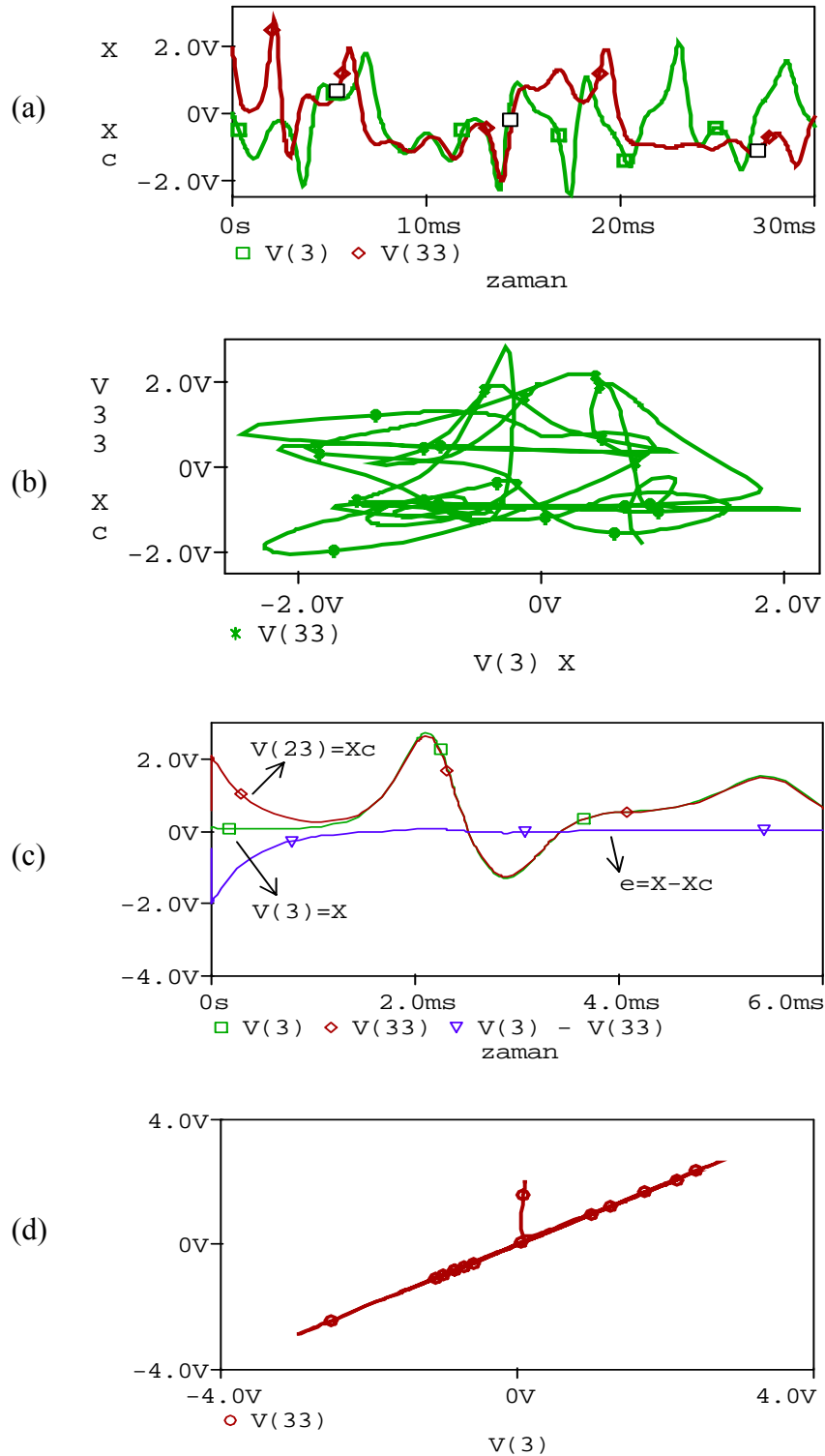
Şekil 6.2. Yayımsız Lorenz sistemi Simulink senkronizasyon sonuçları (a) Sürücü sinyal(X), cevap sinyali(X_c) ve senkronizasyon hatası($e = X - X_c$)'nın zaman göre değişimi (b) $X - X_c$ değişimi (senkronizasyondan önce) (c) $X - X_c$ değişimi (senkronizasyondan sonra)

Yayınimsız Lorenz sisteminin Pspice P-C senkronizasyon devresi Şekil 6.3'de verilmiştir.



Şekil 6.3. Yayınimsız Lorenz sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi

Yayınimsız Lorenz sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi simülasyonu sonuçları Şekil 6.4’de verilmiştir.



Şekil 6.4. Yayınimsız Lorenz sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi simülasyonu sonuçları (a) Senkronizasyon öncesi Sürücü(X) ve Cevap(X_c) kaotik sinyallerin zamana göre değişimi (b) Senkronizasyonsuz X - X_c değişimi (c) Sürücü(X) ve Cevap(X_c) kaotik sinyalleri ile Senkronizasyon hatası ($e = X - X_c$)’nın zamana göre değişimi (d) X - X_c senkronizasyonu

6.2. Rikitake Sistemi Simulink ve Devre Senkronizasyonları

Rikitake sistemi verici devresinin denklemleri şu şekilde verilsin;

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\mu \cdot x + z \cdot y \\ \dot{y} &= -\mu \cdot x + (z - a) \cdot x \\ \dot{z} &= 1 - x \cdot y\end{aligned}\tag{6.4}$$

Rikitake sistemi, P-C yöntemiyle senkronizasyonu için;

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= -\mu \cdot x + (z_1 - a) \cdot x \\ \dot{z}_1 &= 1 - x \cdot y_1\end{aligned}\tag{6.5}$$

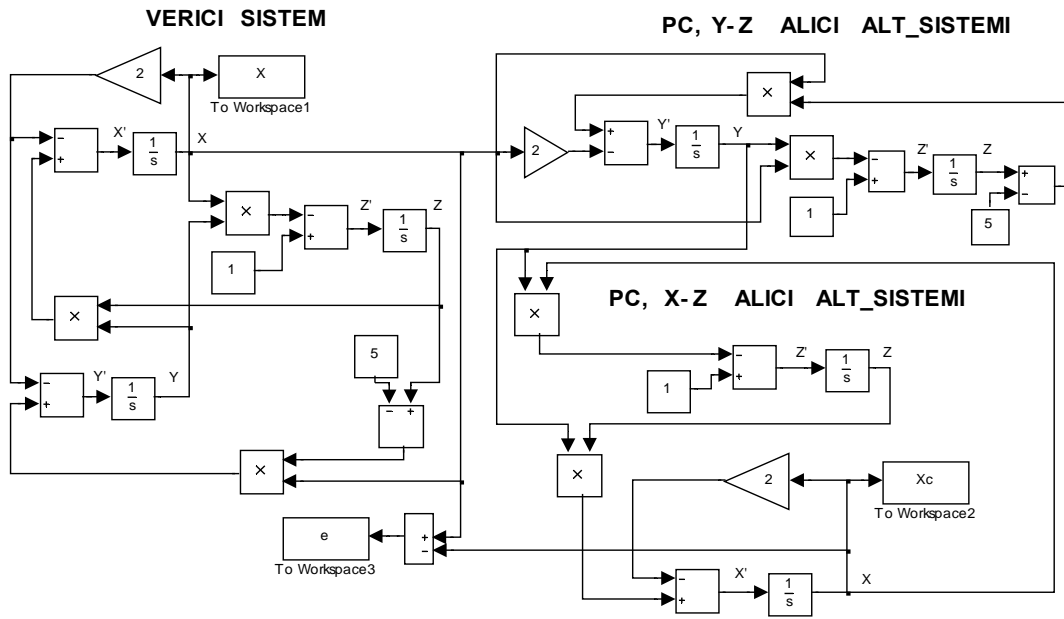
şeklinde (y_1, z_1) sürücü olan cevap alt-sistemine, ve

$$\begin{aligned}\dot{x}_c &= -\mu \cdot x_c + z_c \cdot y_1 \\ \dot{z}_c &= 1 - x_c \cdot y_1\end{aligned}\tag{6.6}$$

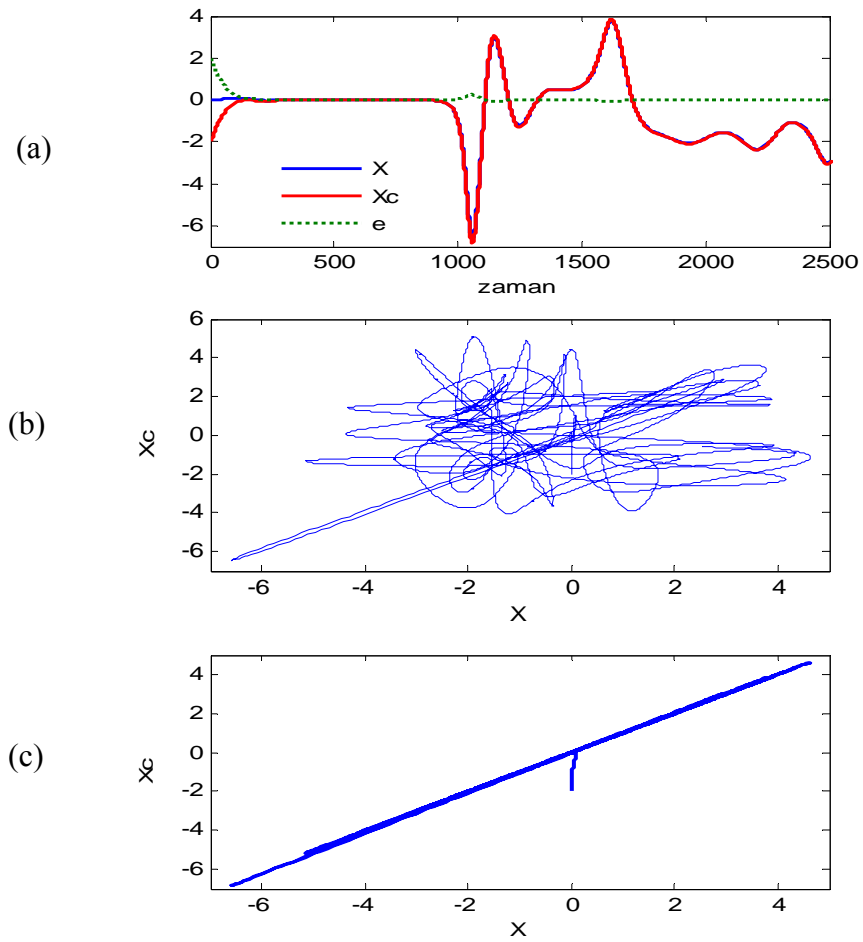
şeklinde (x_c, z_c) kararlı cevap alt-sistemine ayrıştırılabilir.

Senkronizasyondan sonra alıcı devrenin x_c sinyali, verici devrenin x sinyaline kısa sürede yaklaşacak ve senkronize olacaktır.

Rikitake sisteminin Pecora-Carroll yöntemi ile Matlab-Simulink'de yapılan blok diyagramları ile senkronizasyon modellenmesi (Bkz. Şekil 6.5.)'de, simülasyon sonuçları ise (Bkz. Şekil 6.6.)'da verilmiştir.

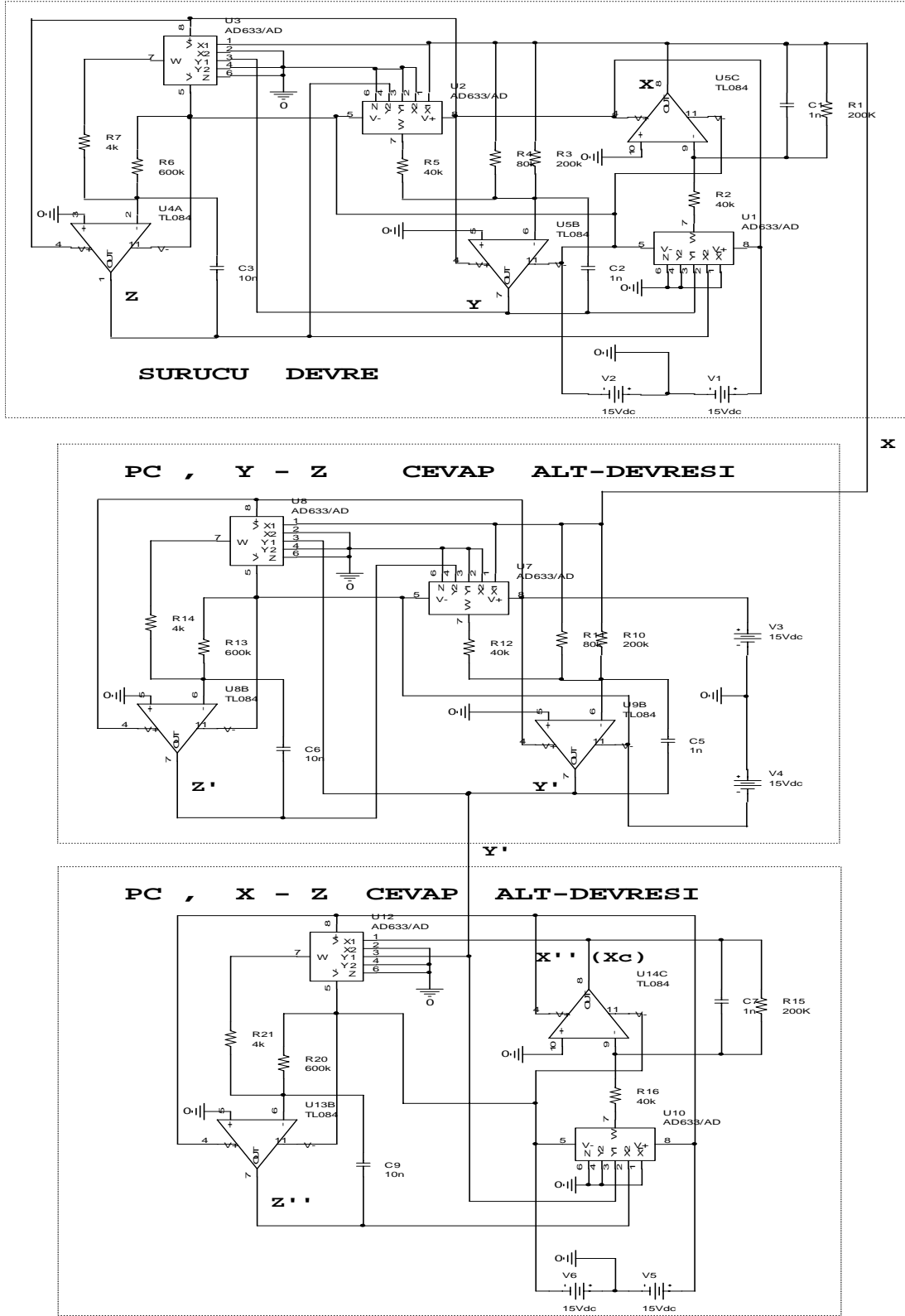


Şekil 6.5. Rikitake sisteminin Simulink P-Csenkronizasyon modellemesi



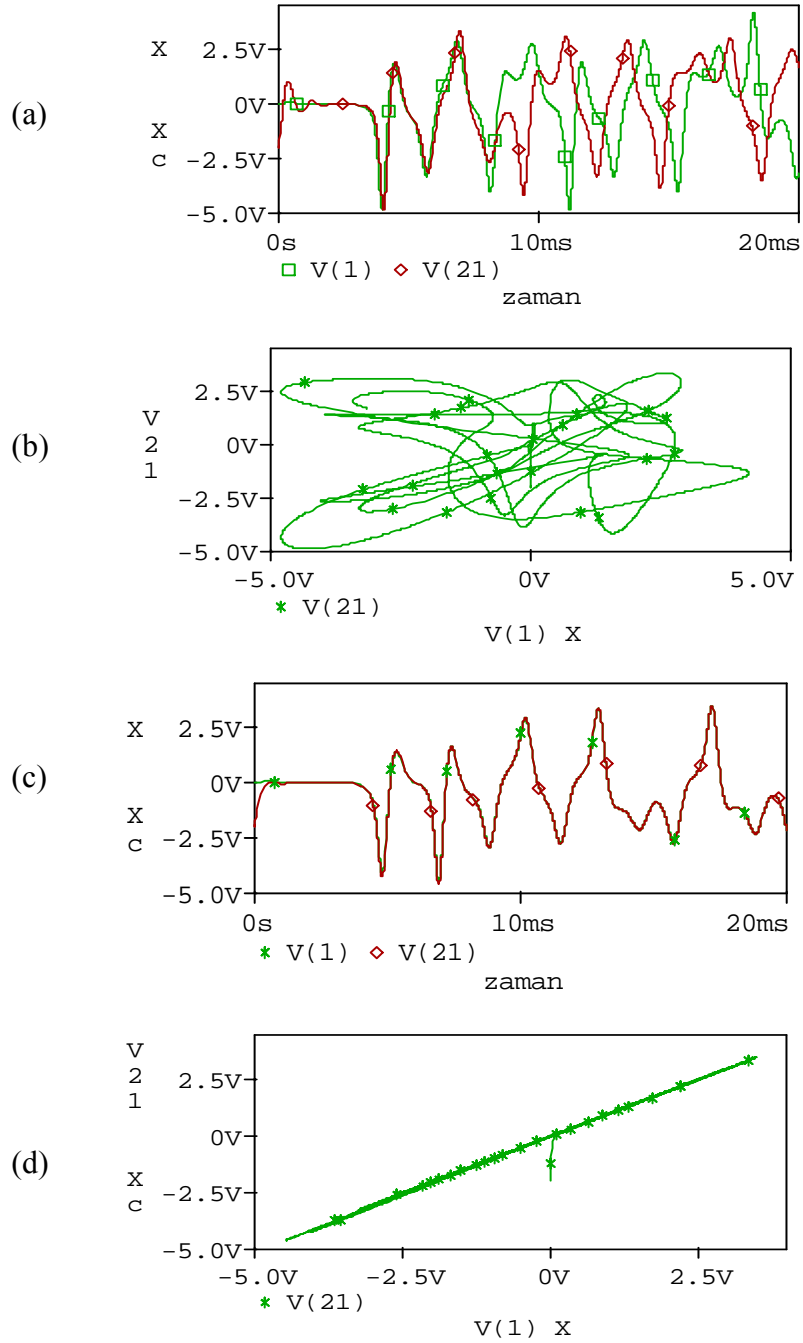
Şekil 6.6. Rikitake sistemi Simulink senkronizasyon sonuçları (a) Sürücü sinyali (X), cevap sinyali (X_c) ve senkronizasyon hatası ($e = X - X_c$)'nin zamanla değişimi (b) $X - X_c$ değişimi (senkronizasyondan önce) (c) $X - X_c$ değişimi (senkronizasyondan sonra)

Rikitate sisteminin Pspice P-C senkronizasyon devresi Şekil 6.7’de verilmiştir.



Şekil 6.7. Rikitate sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi

Rikitake sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi simülasyonu sonuçları Şekil 6.8’de verilmiştir.



Şekil 6.8. Rikitake sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi simülasyonu sonuçları
 (a) Senkronizasyon öncesi Sürücü(X) ve Cevap(Xc) kaotik sinyallerin zamana göre değişimi
 (b) Senkronizasyonsuz X-Xc değişimi (c) Sürücü(X) ve Cevap(Xc) kaotik sinyalleri ile Senkronizasyon hatası ($e = X-Xc$)'nin zamana göre değişimi (d) X-Xc senkronizasyonu

6.3. Rucklidge Sistemi Simulink ve Devre Senkronizasyonları

Rucklidge sistemi verici devresinin denklemleri şu şekilde verilsin;

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -K \cdot x + L \cdot y - y \cdot z \\ \dot{y} &= x \\ \dot{z} &= -z + y^2\end{aligned}\tag{6.7}$$

Rucklidge sistemi, P-C yöntemiyle senkronizasyonu için;

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= x \\ \dot{z}_1 &= -z_1 + y_1^2\end{aligned}\tag{6.8}$$

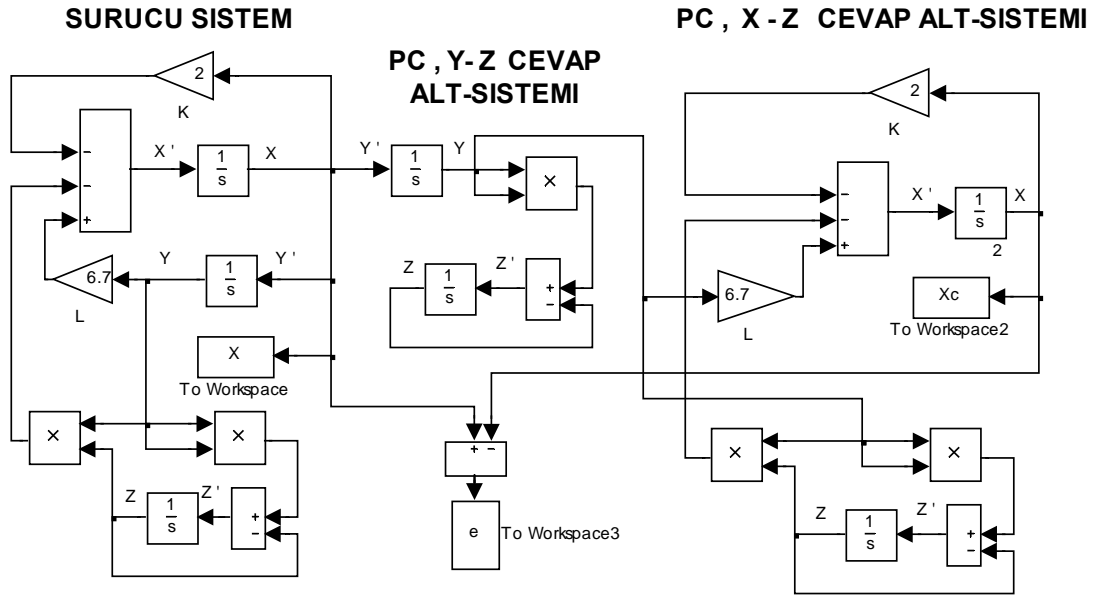
şeklinde (y_1, z_1) sürücü olan cevap alt-sistemine, ve

$$\begin{aligned}\dot{x}_c &= -K \cdot x_c + L \cdot y_1 - y_1 \cdot z_c \\ \dot{z}_c &= -z_c + y_1^2\end{aligned}\tag{6.9}$$

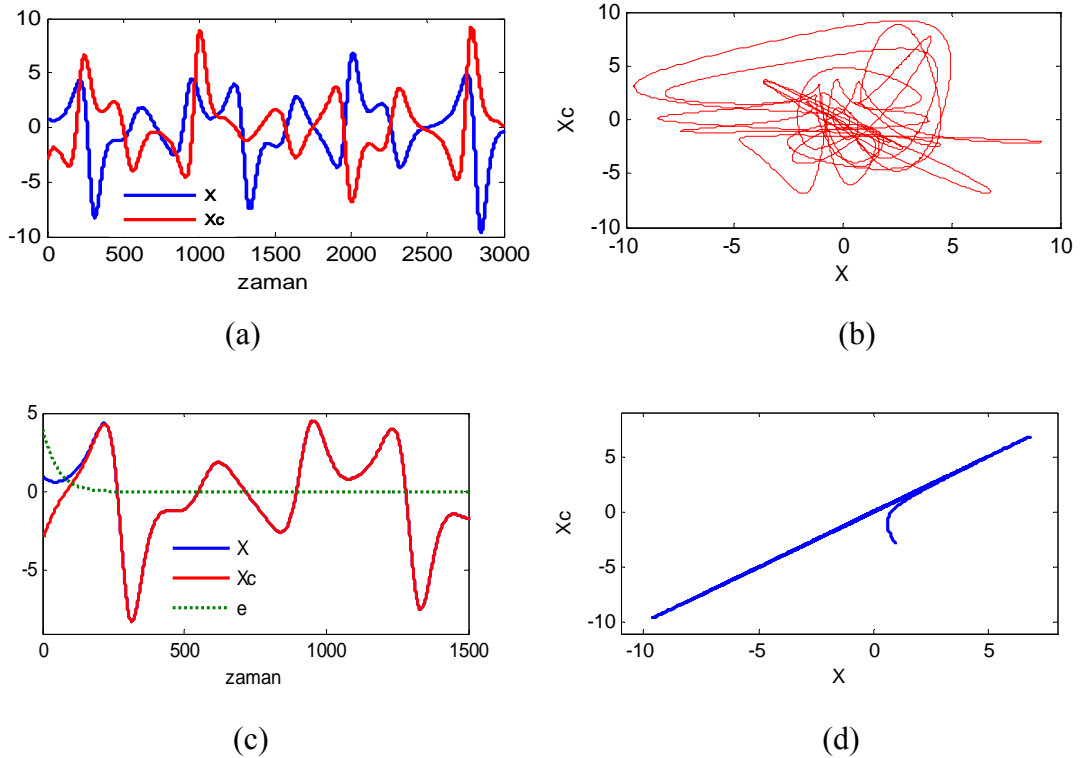
şeklinde (x_c, z_c) kararlı cevap alt-sistemine ayrıştırılabilir.

Senkronizasyondan sonra alıcı devrenin x_c sinyali, verici devrenin x sinyaline kısa sürede yaklaşacak ve senkronize olacaktır.

Rucklidge sisteminin Pecora-Carroll yöntemi ile Matlab-Simulink'de yapılan blok diyagramları ile senkronizasyon modellenmesi (Bkz. Şekil 6.9.)'da, simülasyon sonuçları ise (Bkz. Şekil 6.10.)'da verilmiştir.

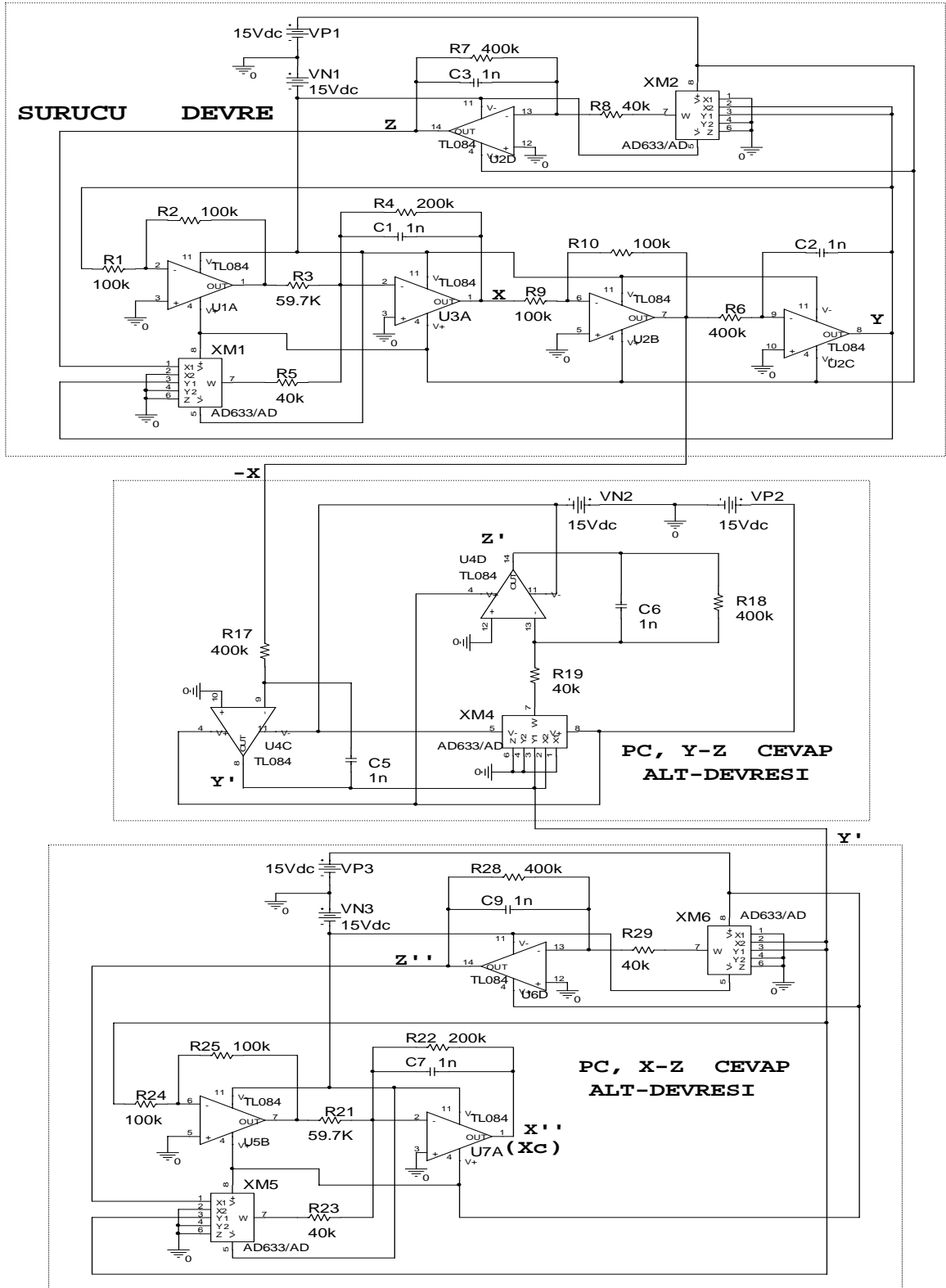


Şekil 6.9. Rucklidge sisteminin Simulink P-Csenkronizasyon modellemesi



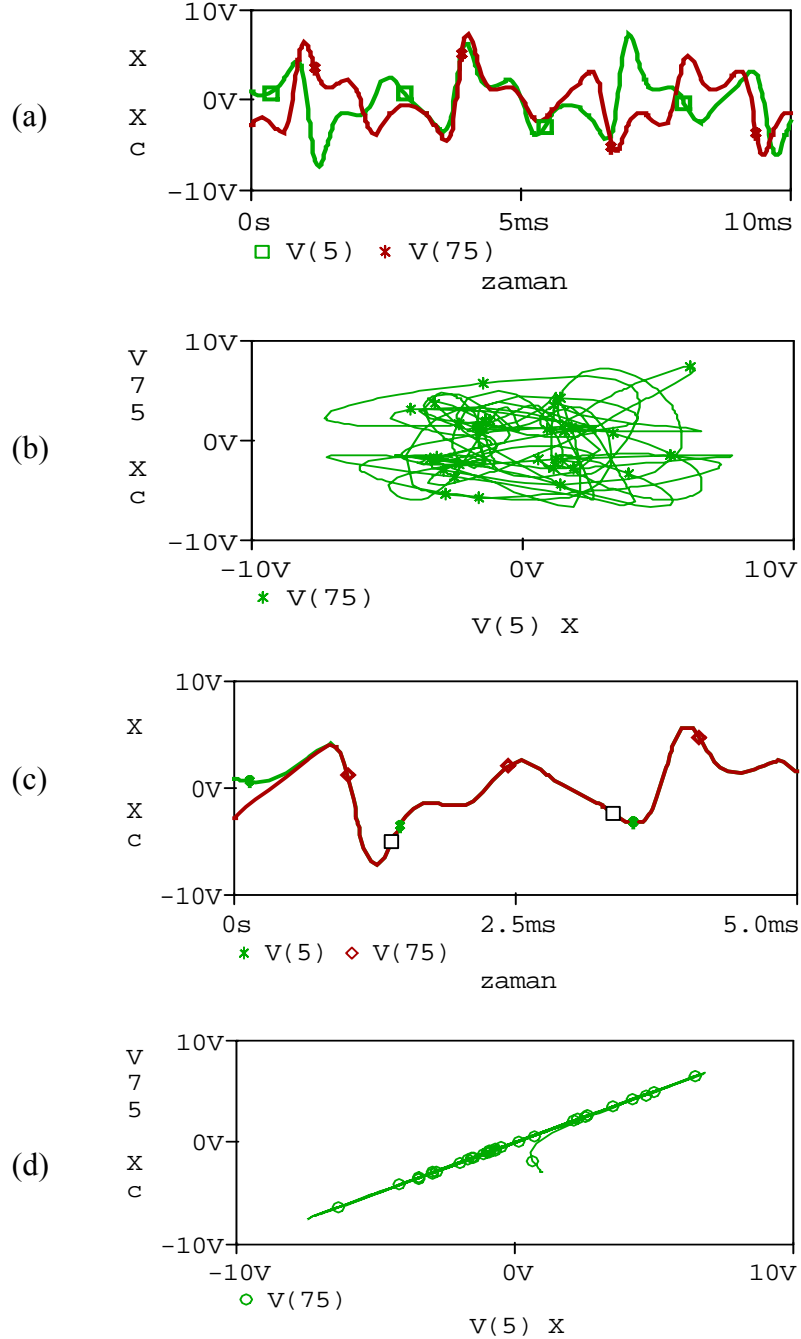
Şekil 6.10. Rucklidge sistemi Simulink senkronizasyon sonuçları (a) Senkronizasyon öncesi Sürücü(X) ve Cevap(X_c) kaotik sinyallerin zamana göre değişimi (b) $X-X_c$ değişimi (senkronizasyondan önce) (c) Sürücü sinyal(X), cevap sinyali(X_c) ve senkronizasyon hatası($e = X - X_c$)'nın zaman göre değişimi (d) $X-X_c$ değişimi (senkronizasyondan sonra)

Rucklidge sisteminin Pspice P-C senkronizasyon devresi Şekil 6.11’de verilmiştir.



Şekil 6.11. Rucklidge sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi

Rucklidge sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi simülasyonu sonuçları Şekil 6.12’de verilmiştir.



Şekil 6.12. Rucklidge sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi simülasyonu sonuçları
 (a) Senkronizasyon öncesi Sürücü(X) ve Cevap(X_c) kaotik sinyallerin zamana göre değişimi
 (b) Senkronizasyonsuz X - X_c değişimi (c) Sürücü(X) ve Cevap(X_c) kaotik sinyalleri ile Senkronizasyon hatası ($e = X - X_c$)’nin zamana göre değişimi (d) X - X_c senkronizasyonu

6.4. Arneodo Sistemi Simulink ve Devre Senkronizasyonları

Arneodo sistemi verici devresinin denklemleri şu şekilde verilsin;

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= z \\ \dot{z} &= -b_1 \cdot x - b_2 \cdot y - b_3 \cdot z + b_4 \cdot x^3\end{aligned}\tag{6.10}$$

Arneodo sistemi, P-C yöntemiyle senkronizasyonu için;

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= z_1 \\ \dot{z}_1 &= -b_1 \cdot x - b_2 \cdot y_1 - b_3 \cdot z_1 + b_4 \cdot x^3\end{aligned}\tag{6.11}$$

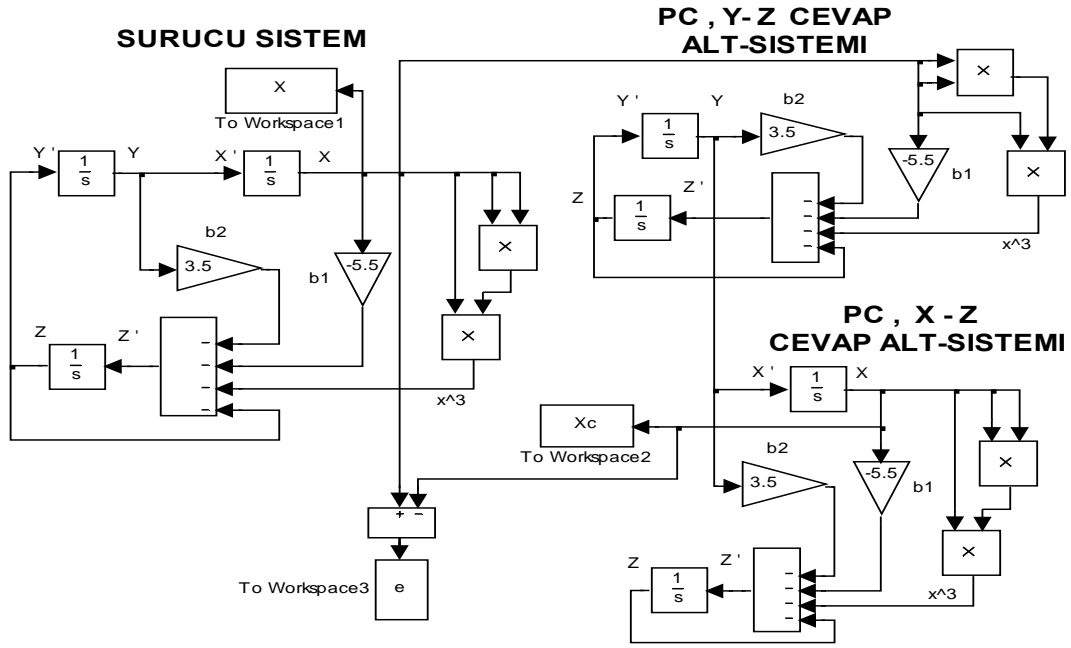
şeklinde (y_1, z_1) sürücü olan cevap alt-sistemine, ve

$$\begin{aligned}\dot{x}_c &= y_1 \\ \dot{z}_c &= -b_1 \cdot x_c - b_2 \cdot y_1 - b_3 \cdot z_c + b_4 \cdot x_c^3\end{aligned}\tag{6.12}$$

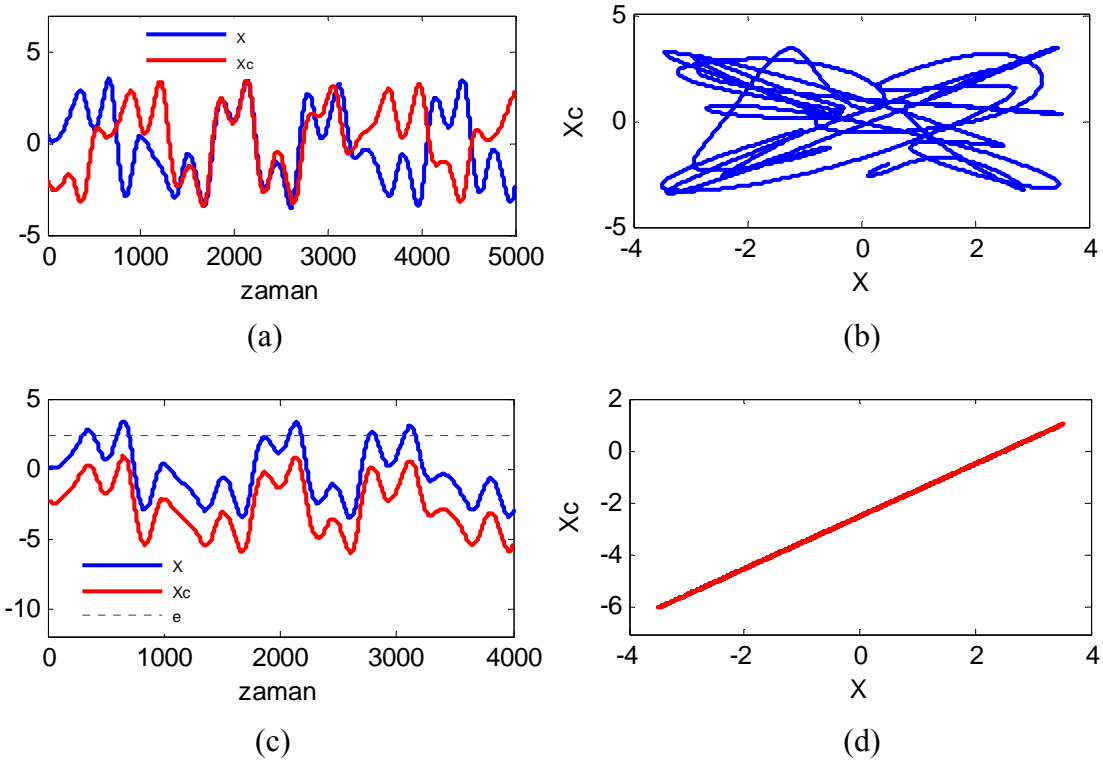
şeklinde (x_c, z_c) kararlı cevap alt-sistemine ayrıştırılabilir.

Senkronizasyondan sonra alıcı devrenin x_c sinyali, verici devrenin x sinyaline kısa sürede yaklaşacak ve senkronize olacaktır.

Arneodo sisteminin Pecora-Carroll yöntemi ile Matlab-Simulink'de yapılan blok diyagramları ile senkronizasyon modellenmesi (Bkz. Şekil 6.13.)'de, simülasyon sonuçları ise (Bkz. Şekil 6.14.)'de verilmiştir.

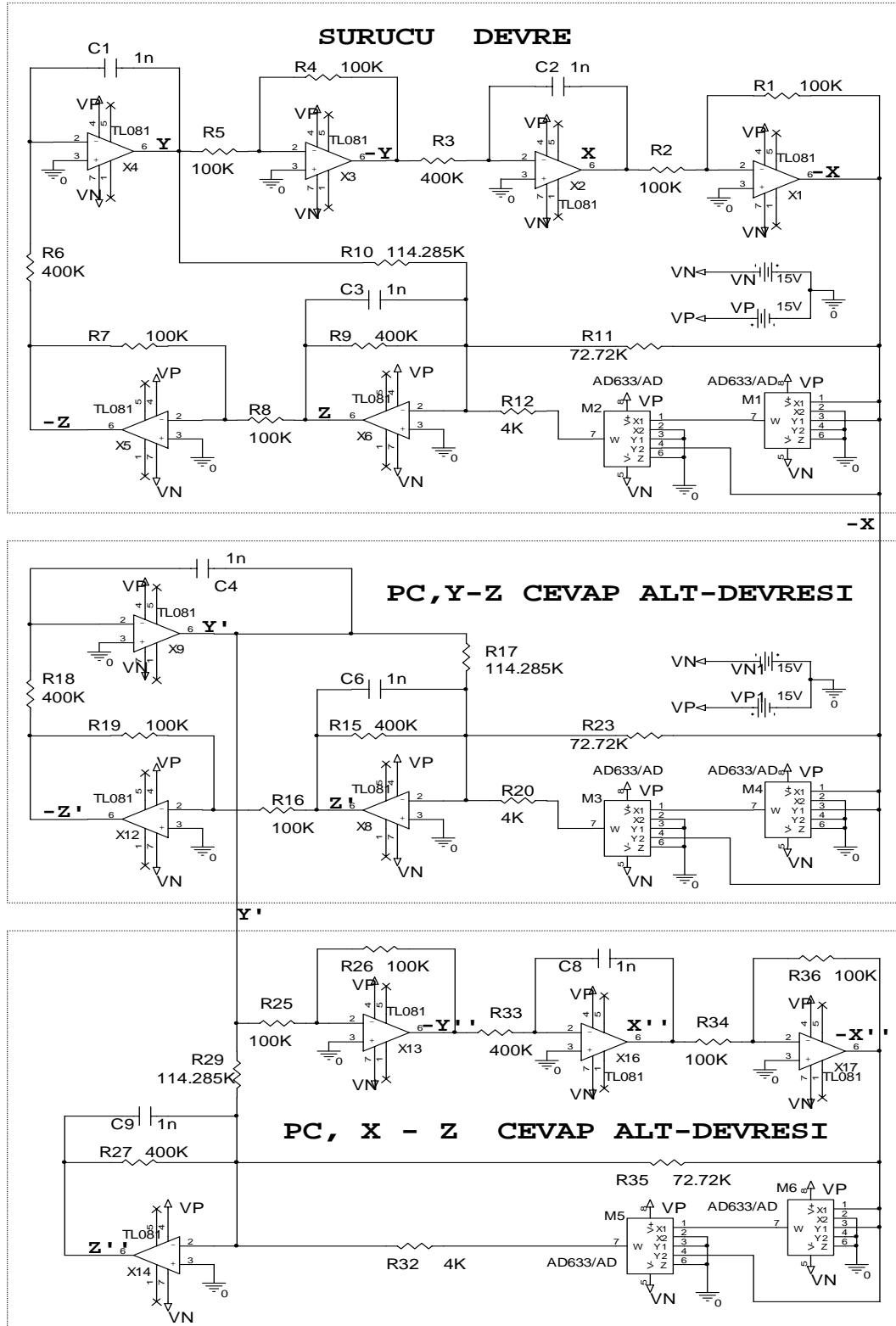


Şekil 6.13. Arneodo sisteminin Simulink P-Csenkronizasyon modellemesi



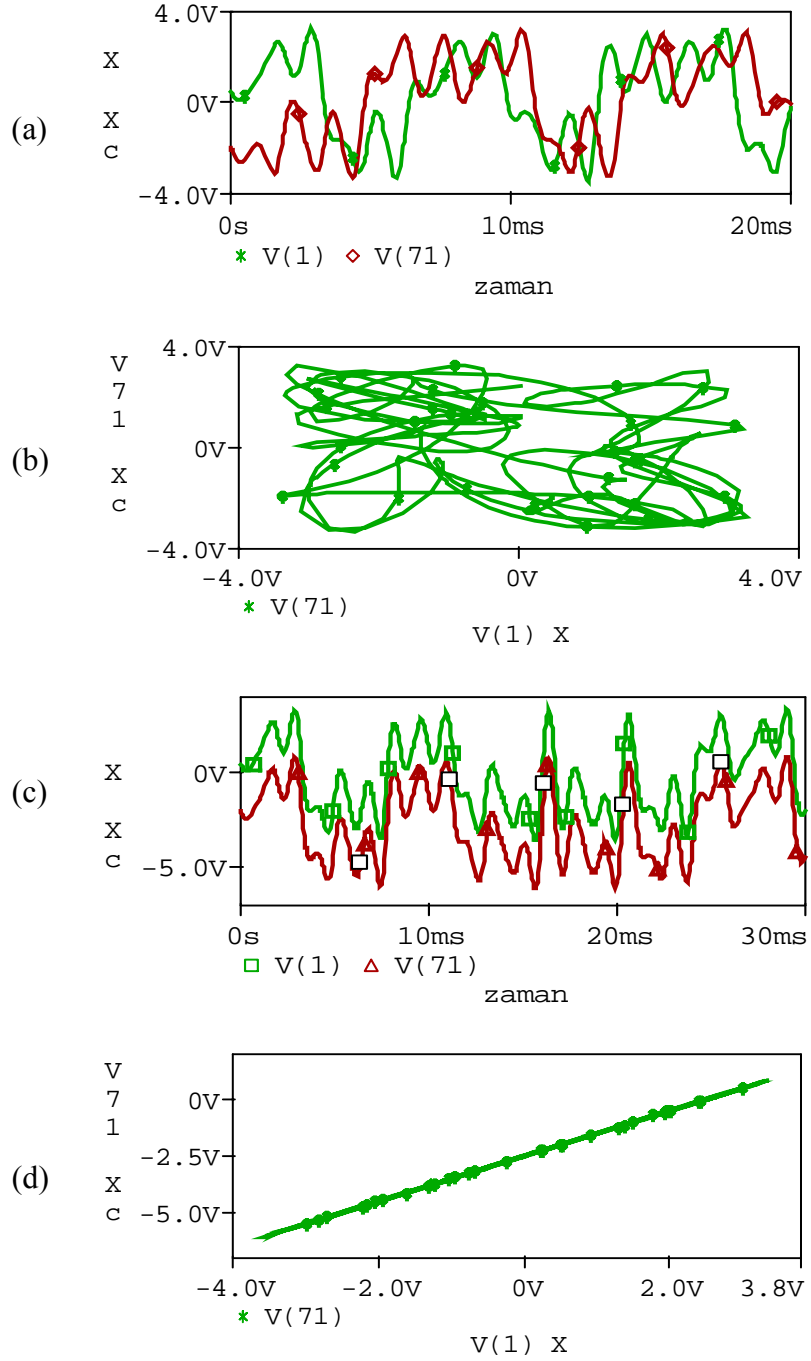
Şekil 6.14. Arneodo sistemi Simulink senkronizasyon sonuçları (a) Senkronizasyon öncesi Sürücü(X) ve Cevap(X_c) kaotik sinyallerin zamana göre değişimi (b) X - X_c değişimi (senkronizasyondan önce) (c) Sürücü sinyal(X), cevap sinyali(X_c) ve senkronizasyon hatası($e = X - X_c$)'nın zaman göre değişimi (d) X - X_c değişimi (senkronizasyondan sonra)

Arneodo sisteminin Pspice P-C senkronizasyon devresi Şekil 6.15’de verilmiştir.



Şekil 6.15. Arneodo sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi

Arneodo sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi simülasyonu sonuçları Şekil 6.16'da verilmiştir.



Şekil 6.16. Arneodo sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi simülasyonu sonuçları
 (a) Senkronizasyon öncesi Sürücü(X) ve Cevap(X_c) kaotik sinyallerin zamana göre değişimi
 (b) Senkronizasyonsuz X - X_c değişimi (c) Sürücü(X) ve Cevap(X_c) kaotik sinyalleri ile Senkronizasyon hatası ($e = X - X_c$)'nin zamana göre değişimi (d) X - X_c senkronizasyonu

6.5. Hoover(Sprott94A) Sistemi Simulink ve Devre Senkronizasyonları

Hoover(Sprott94A) sistemi verici devresinin denklemleri şu şekilde verilsin;

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= -x + y \cdot z \\ \dot{z} &= 1 - y^2\end{aligned}\tag{6.13}$$

Hoover(Sprott94A) sistemi, P-C yöntemiyle senkronizasyonu için;

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= -x + y_1 \cdot z_1 \\ \dot{z}_1 &= 1 - y_1^2\end{aligned}\tag{6.14}$$

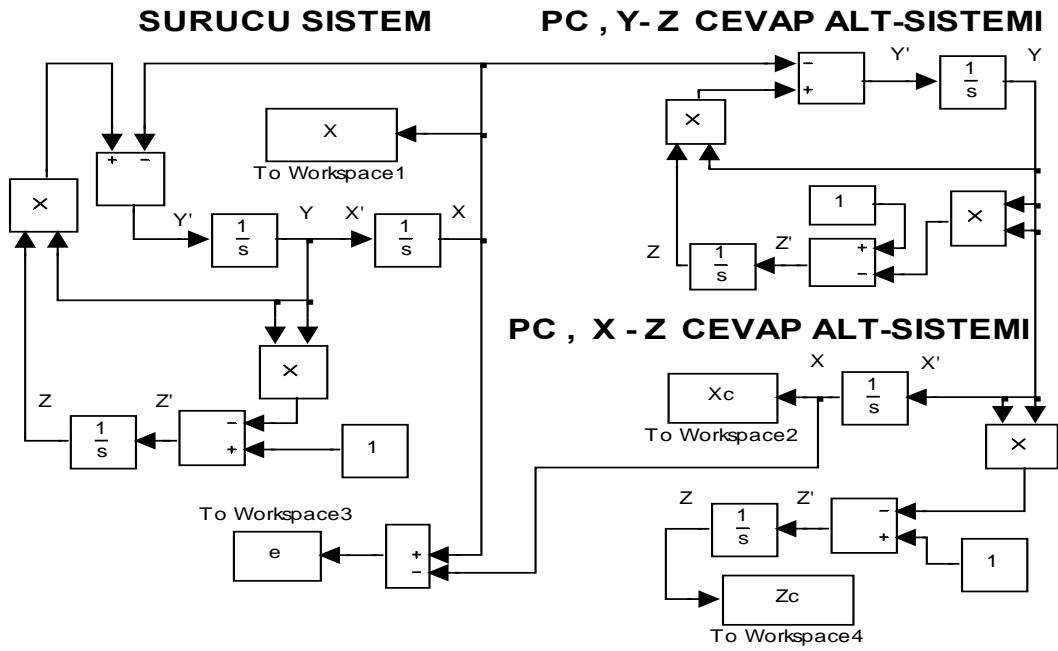
şeklinde (y_1, z_1) sürücü olan cevap alt-sistemine, ve

$$\begin{aligned}\dot{x}_c &= y_1 \\ \dot{z}_c &= 1 - y_1^2\end{aligned}\tag{6.15}$$

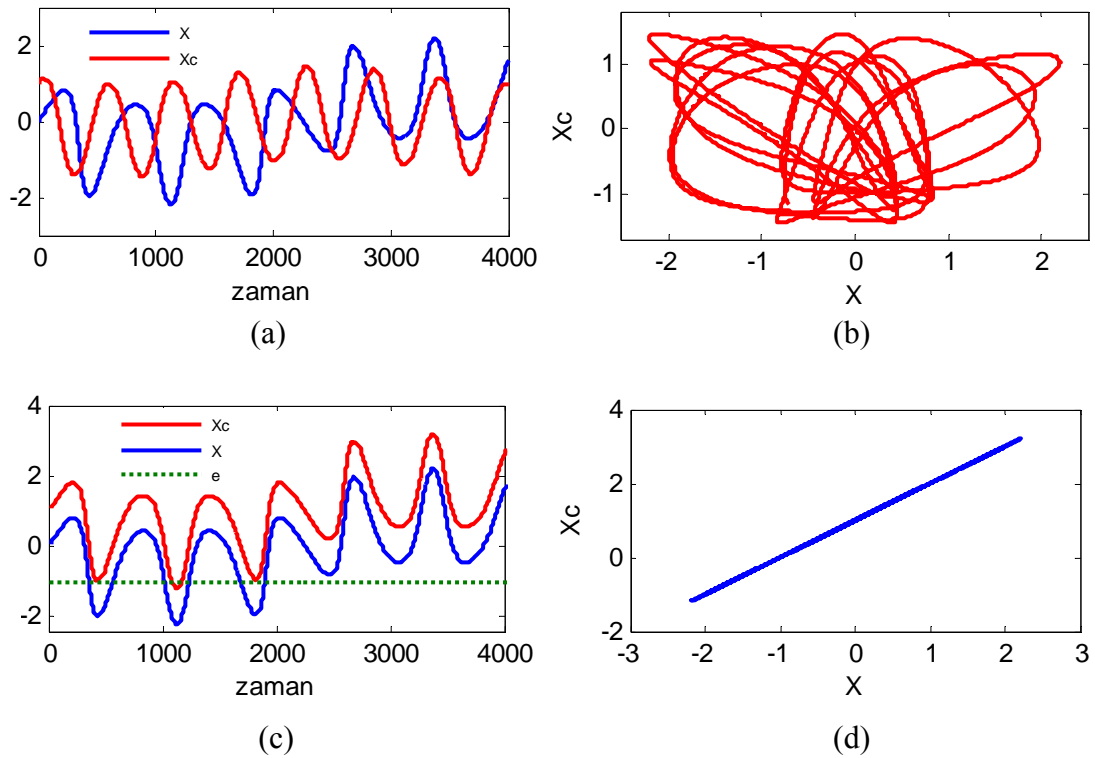
şeklinde (x_c, z_c) kararlı cevap alt-sistemine ayrıştırılabilir.

Senkronizasyondan sonra alıcı devrenin x_c sinyali, verici devrenin x sinyaline kısa sürede yaklaşacak ve senkronize olacaktır.

Hoover(Sprott94A) sisteminin Pecora-Carroll yöntemi ile Matlab-Simulink'de yapılan blok diyagramları ile senkronizasyon modellenmesi (Bkz. Şekil 6.17.)'de, simülasyon sonuçları ise (Bkz. Şekil 6.18.)'de verilmiştir.

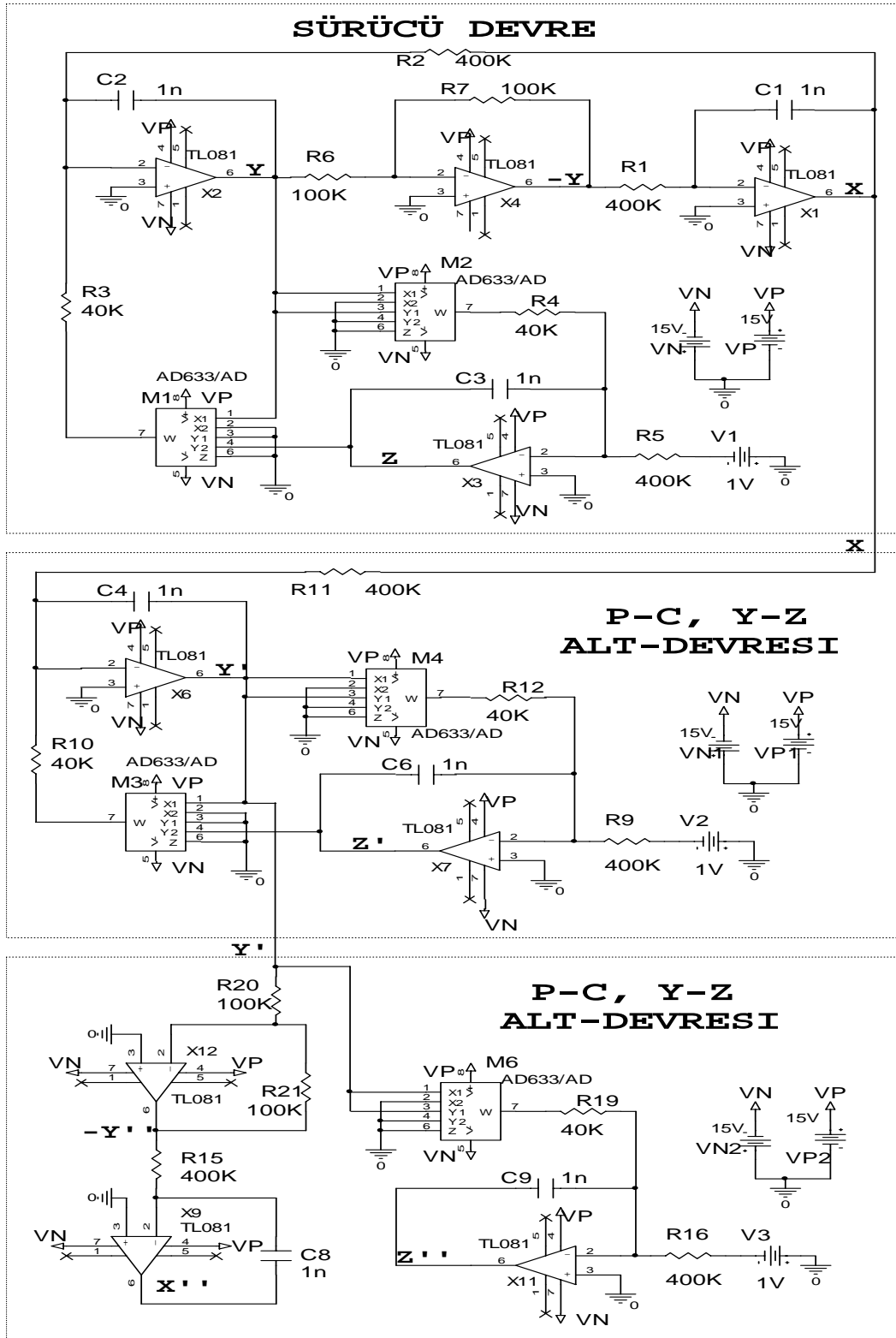


Şekil 6.17. Hoover(Sprott94A) sisteminin Simulink P-Csenkronizasyon modellemesi



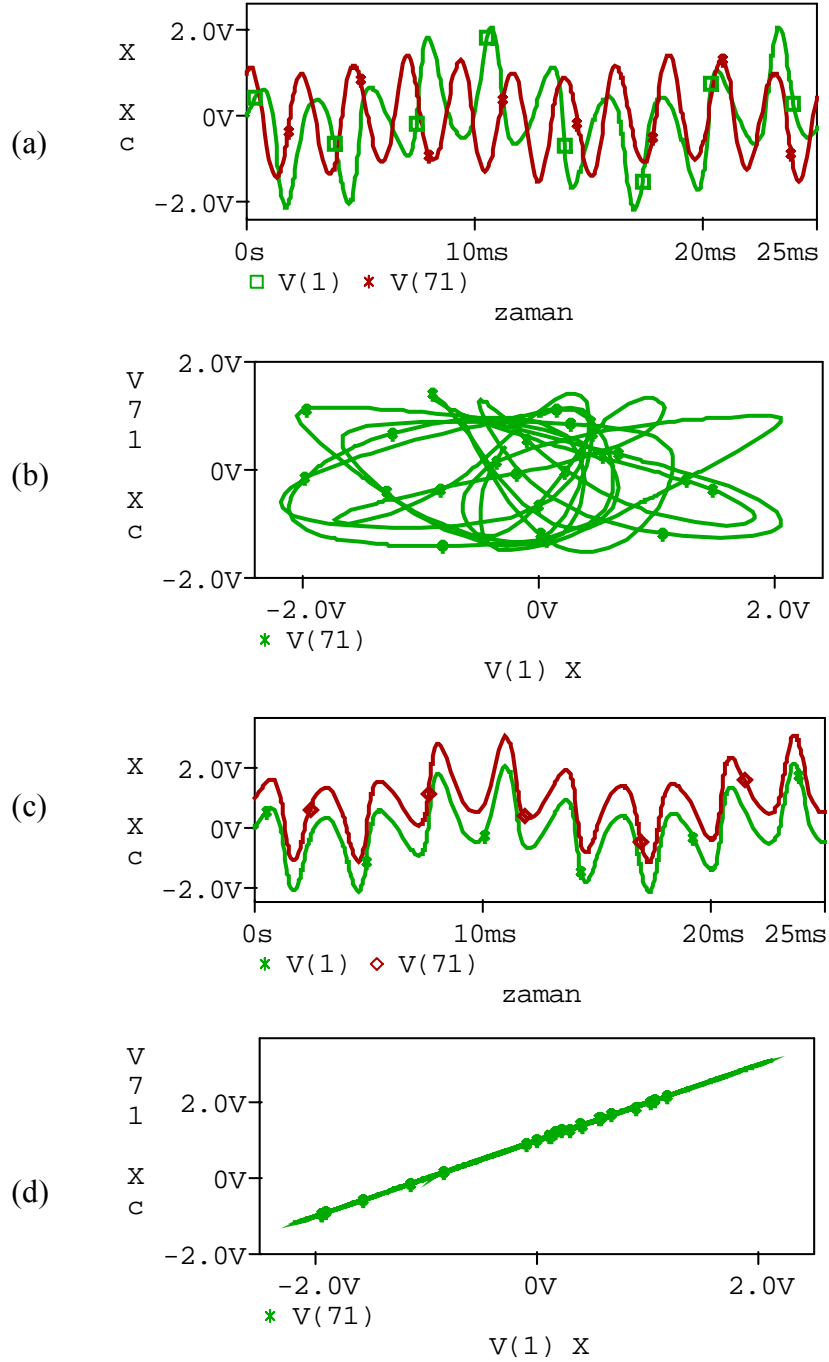
Şekil 6.18. Hoover(Sprott94A) sistemi Simulink senkronizasyon sonuçları (a) Senkronizasyon öncesi Sürücü(X) ve Cevap(X_c) kaotik sinyallerin zamana göre değişimi (b) $X-X_c$ değişimi (senkronizasyondan önce) (c) Sürücü sinyal(X), cevap sinyali(X_c) ve senkronizasyon hatası ($e = X - X_c$)'nın zaman göre değişimi (d) $X - X_c$ değişimi (senkronizasyondan sonra)

Hoover(Sprott94A) sisteminin Pspice P-C senkronizasyon devresi Şekil 6.19'da verilmiştir.



Şekil 6.19. Hoover(Sprott94A) sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi

Hoover(Sprott94A) sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi simülasyon sonuçları Şekil 6.20'de verilmiştir.



Şekil 6.20. Hoover(Sprott94A) sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi simülasyon sonuçları
 (a) Senkronizasyon öncesi Sürücü(X) ve Cevap(X_c) kaotik sinyallerin zamana göre değişimi
 (b) Senkronizasyonsuz X - X_c değişimi (c) Sürücü(X) ve Cevap(X_c) kaotik sinyalleri ile Senkronizasyon hatası ($e = X - X_c$)'nin zamana göre değişimi (d) X - X_c senkronizasyonu

BÖLÜM 7. YENİ KAOTİK SİSTEMLERİN GİZLEME YÖNTEMİYLE HABERLEŞMELERİ

7.1. Yayınımsız Lorenz Sisteminin Gizleme Yöntemiyle Haberleşmesi

Kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme için Yayınımsız Lorenz sisteminin, verici devresinin denklemleri şu şekilde verilsin;

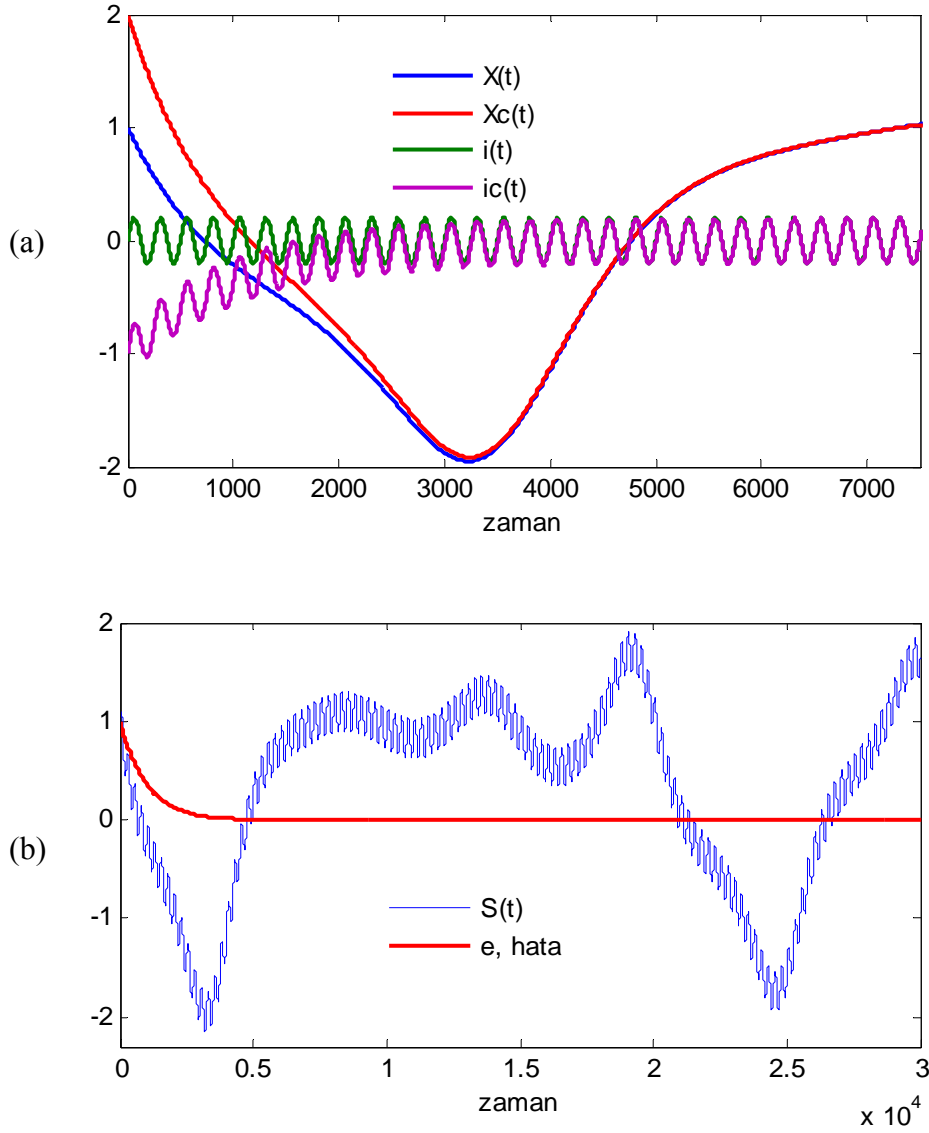
$$\begin{aligned}\dot{x} &= y - x \\ \dot{y} &= x \cdot z \\ \dot{z} &= -x \cdot y + R\end{aligned}\tag{7.1}$$

alıcı devresinin denklemleri aşağıdaki şekilde olacaktır;

$$\begin{aligned}\dot{x}_c &= y_c - x_c \\ \dot{y}_c &= s(t) \cdot z_c \\ \dot{z}_c &= -s(t) \cdot y_c + R\end{aligned}\tag{7.2}$$

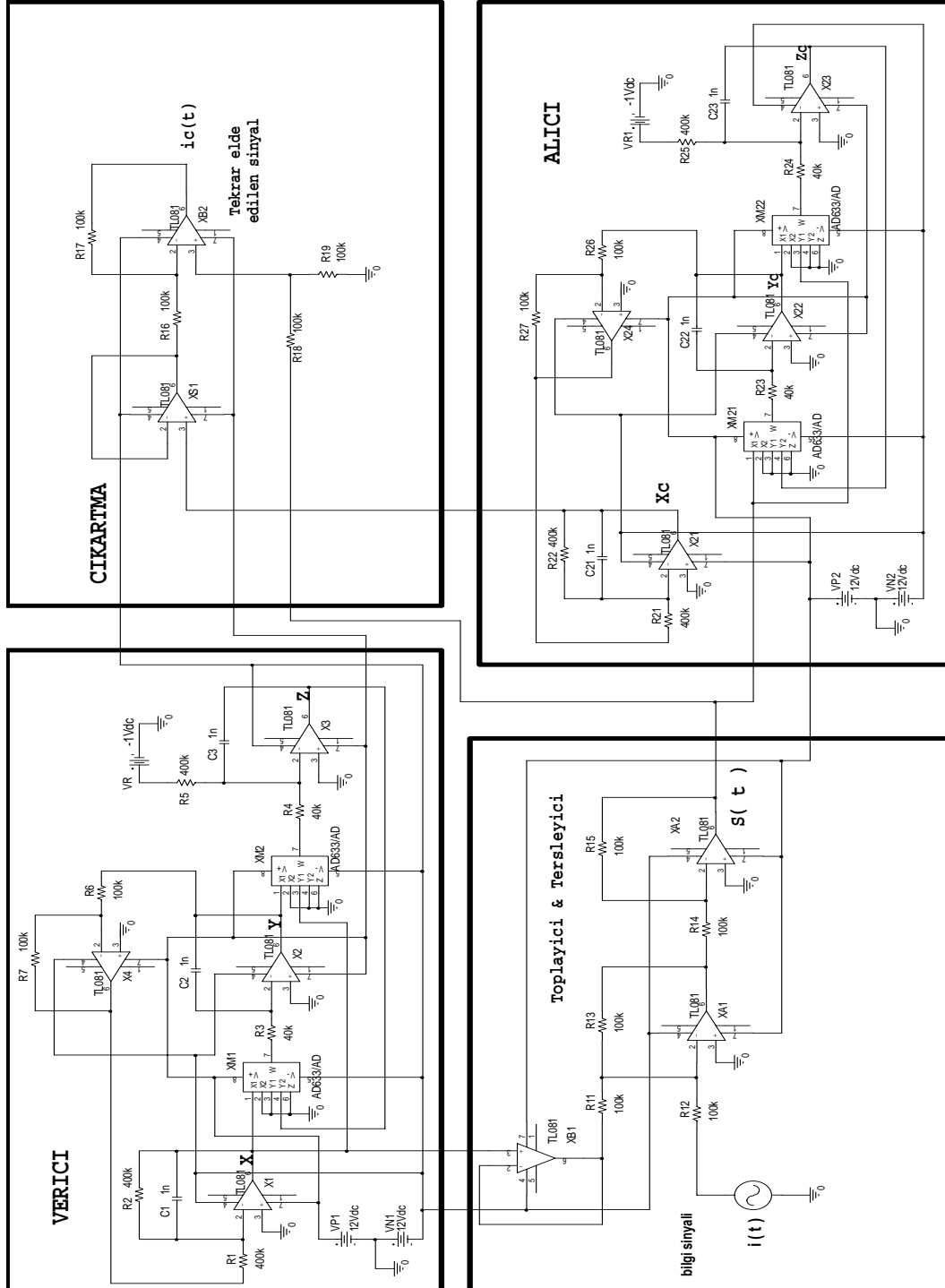
Bilgi işareti olarak 0.2V, 10KHz'lik sinüs işareti kullanılacaktır. Bölüm 4.5.'de anlatıldığı gibi, $i(t)$ bilgi işareti, maskeleyici $x(t)$ kaotik işaretiyle toplanır ve iletim ortamına aktarılır. İletilen $s(t)$ işareti ikisinin toplamıdır. Alıcıda, P-C yöntemine göre gerçekleşen senkronizasyonla, maskeleyici $x(t)$ işaretinin aynı formu oluşturulmakta ve senkronize olan $x_c(t)$ kaotik işareti, iletim ortamından gelen $s(t)$ işaretinden çıkartılarak tekrar $i_c(t)$ bilgi işareti elde edilmektedir.

Yayımsız Lorenz sisteminin Matlab-Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modellemesinin simülasyon sonuçları Şekil 7.2.'de verilmiştir.



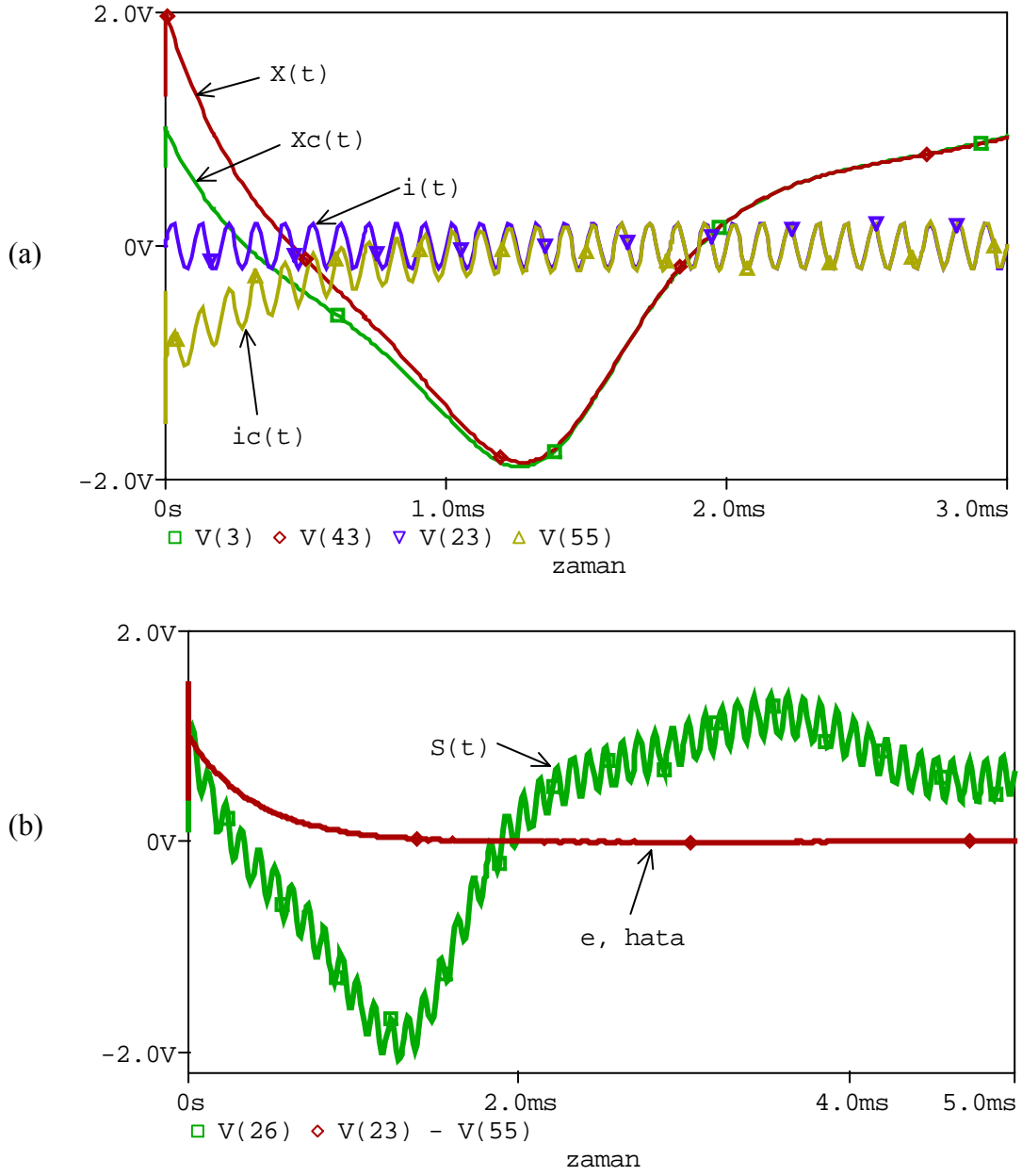
Şekil 7.2. Yayımsız Lorenz sisteminin Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modelinin simülasyon sonuçları (a) Verici sistemin $X(t)$ sinyali, alıcı sistemin $X_c(t)$ sinyali, bilgi işareti $i(t)$ ve tekrar elde edilen bilgi işareti $ic(t)$ 'nin zamana göre değişimi (b) İletilen sinyal $S(t)=x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - ic(t)$ 'nin zamana göre değişimi

Yayınımsız Lorenz sisteminin, kaotik gizleme yöntemiyle haberleşmesi için yapılan Pspice simülasyon devresi Şekil 7.3’de verilmiştir.



Şekil 7.3. Yayınımsız Lorenz sistemi sisteminin Pspice simülasyonu için yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresi

Yayınımsız Lorenz sisteminin kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresinin Pspice simülasyon sonuçları Şekil 7.4’de verilmiştir.



Şekil 7.4. Yayınımsız Lorenz sistemi kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresinin Pspice simülasyon sonuçları (a) Verici sistemin $X(t)$ sinyali, alıcı sistemin $X_c(t)$ sinyali, bilgi işareti $i(t)$ ve tekrar elde edilen bilgi sinyali $i_c(t)$ 'nin zamana göre değişimi (b) İletilen sinyal $S(t) = x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - i_c(t)$

7.2. Rikitake Sisteminin Gizleme Yöntemiyle Haberleşmesi

Kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme için Rikitake sisteminin, verici devresinin denklemleri şu şekilde verilsin;

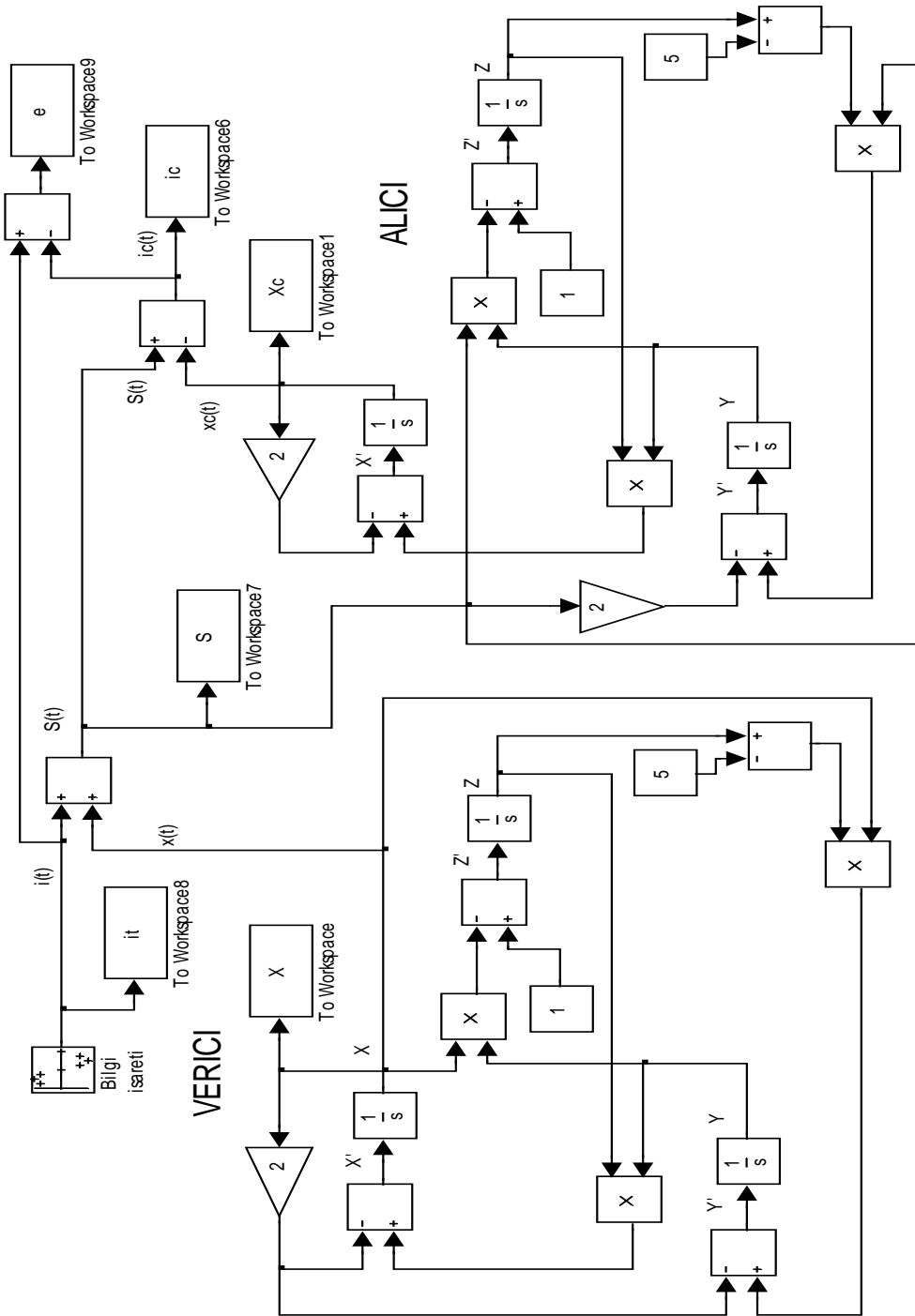
$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\mu \cdot x + z \cdot y \\ \dot{y} &= -\mu \cdot x + (z - a) \cdot x \\ \dot{z} &= 1 - x \cdot y\end{aligned}\tag{7.3}$$

alıcı devresinin denklemleri aşağıdaki şekilde olacaktır;

$$\begin{aligned}\dot{x}_c &= -\mu \cdot x_c + z_c \cdot y_c \\ \dot{y}_c &= -\mu \cdot s(t) + (z_c - a) \cdot s(t) \\ \dot{z}_c &= 1 - s(t) \cdot y_c\end{aligned}\tag{7.4}$$

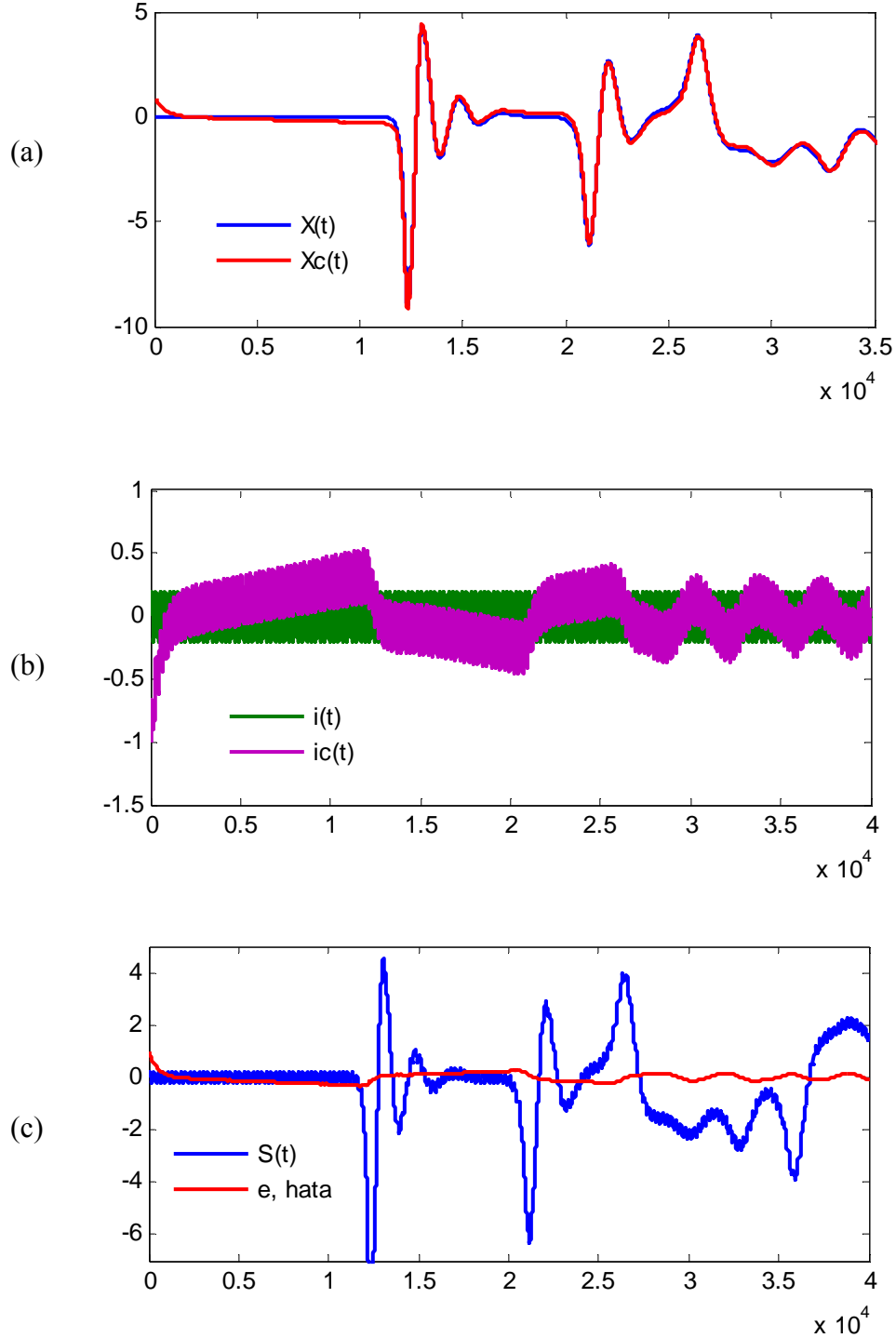
Bilgi işareti olarak 0.2V, 10KHz'lik sinüs işareti kullanılacaktır. Bölüm 4.5.'de anlatıldığı gibi, $i(t)$ bilgi işareti, maskeleyici $x(t)$ kaotik işaretiyle toplanır ve iletim ortamına aktarılır. İletilen $s(t)$ işareti ikisinin toplamıdır. Alıcıda, P-C yöntemine göre gerçekleşen senkronizasyonla, maskeleyici $x(t)$ işaretinin aynı formu oluşturulmakta ve senkronize olan $x_c(t)$ kaotik işareti, iletim ortamından gelen $s(t)$ işaretinden çıkartılarak tekrar $i_c(t)$ bilgi işareti elde edilmektedir.

Rikitake sisteminin Matlab-Simulink'de yapılan gizleme yöntemiyle haberleşme modellemesi (Bkz. Şekil 7.5.)'de verilmiştir.



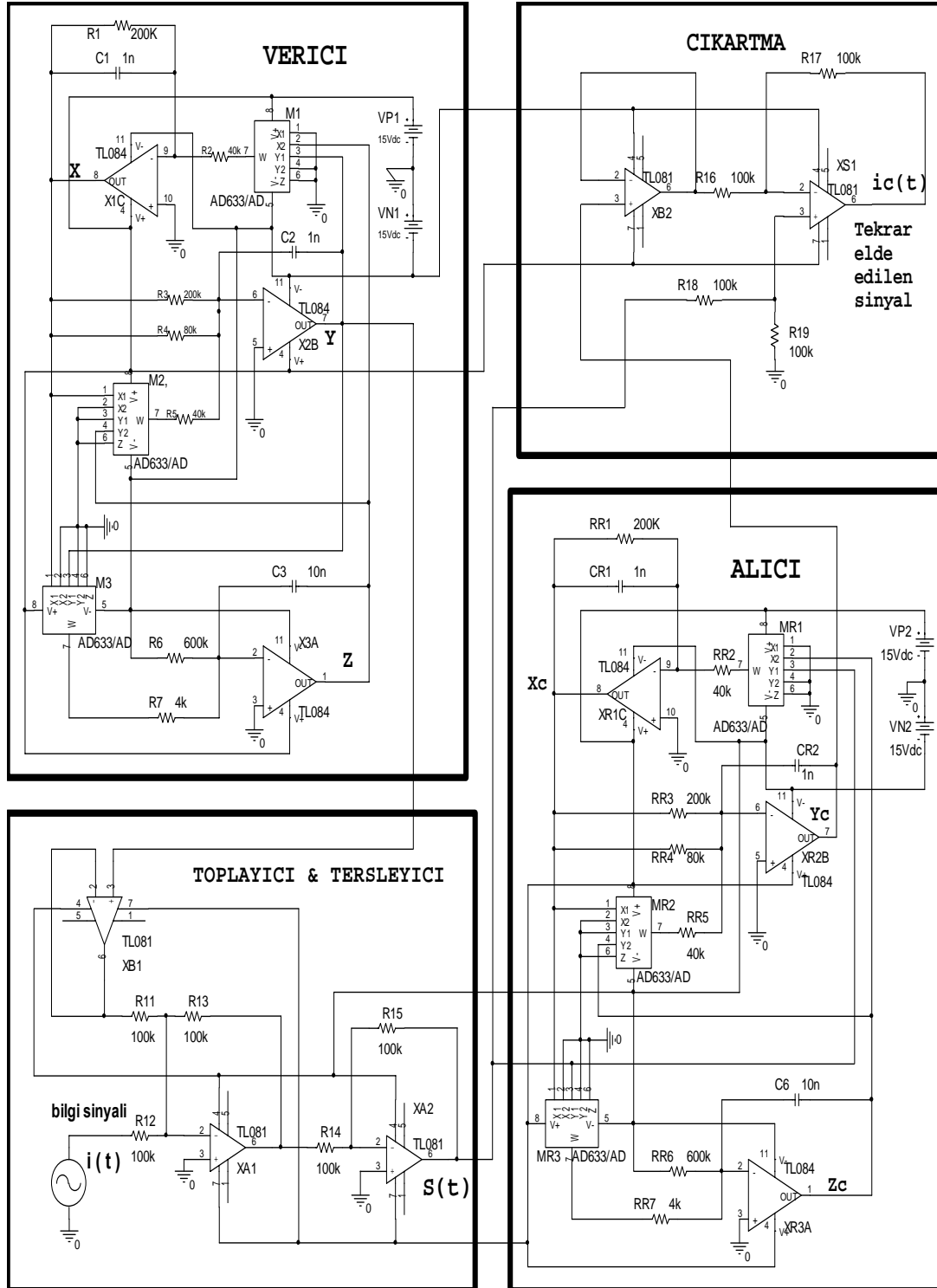
Şekil 7.5. Rikitake sisteminin Simulink’de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modellemesi

Rikitake sisteminin Matlab-Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modellemesinin simülasyon sonuçları Şekil 7.6.'da verilmiştir.



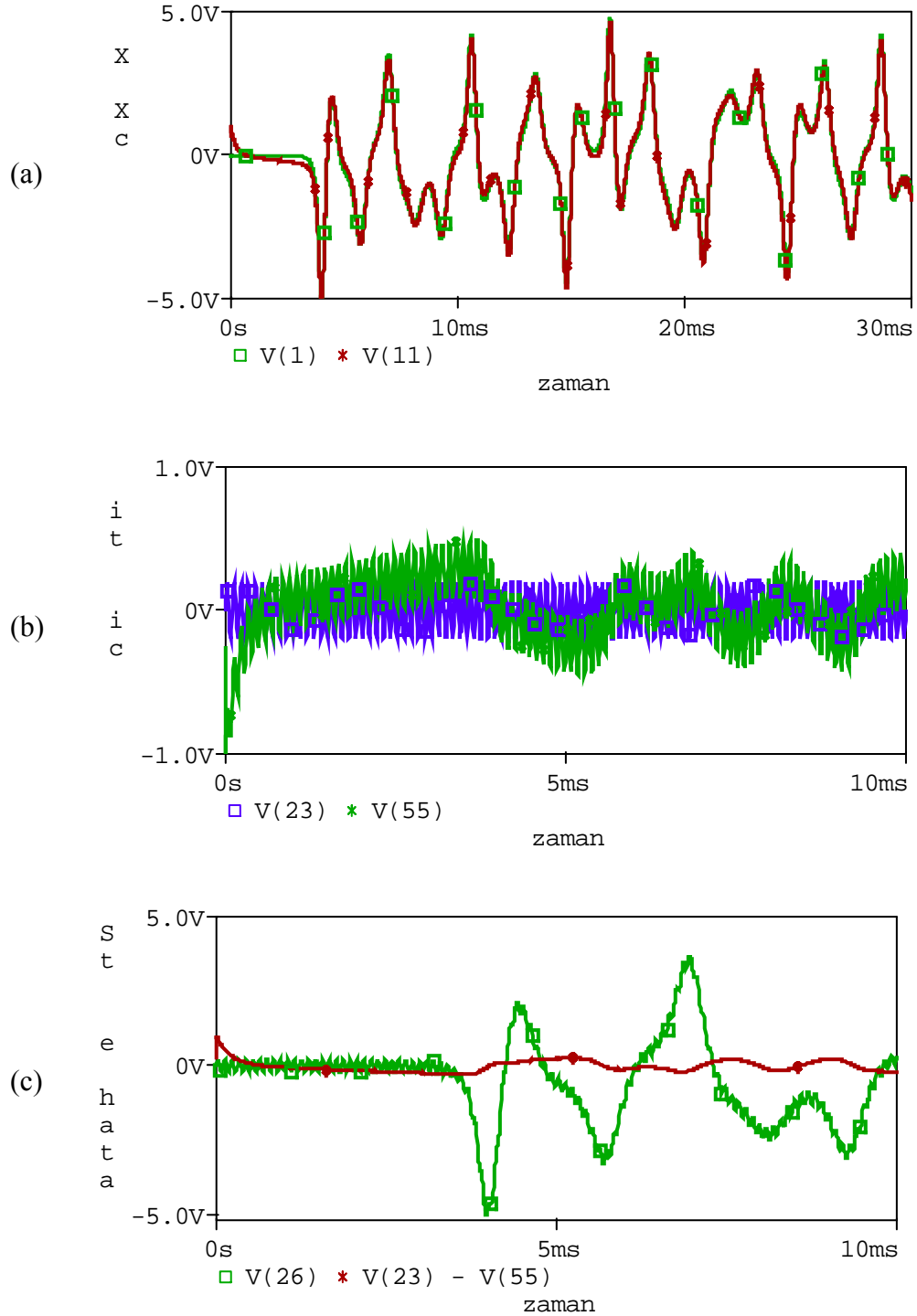
Şekil 7.6. Rikitake sisteminin Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modelinin simülasyon sonuçları (a) Verici sistemin $X(t)$ sinyali ve alıcı sistemin $Xc(t)$ sinyali'nin zamana göre değişimi (b) bilgi işareti $i(t)$ ve tekrar elde edilen bilgi işareti $ic(t)$ 'nin zamana göre değişimi (c) İletilen sinyal $S(t)=x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - ic(t)$ 'nin zamana göre değişimi

Rikıtake sisteminin, kaotik gizleme yöntemiyle haberleşmesi için yapılan Pspice simülasyon devresi Şekil 7.7’de verilmiştir.



Şekil 7.7. Rikıtake sistemi sisteminin Pspice simülasyonu için yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresi

Rikitake sisteminin kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresinin Pspice simülasyon sonuçları Şekil 7.8’de verilmiştir.



Şekil 7.8. Rikitake sistemi kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresinin Pspice simülasyon sonuçları (a) Verici sistemin $X(t)$ sinyali ve alıcı sistemin $X_c(t)$ sinyali'nin zamana göre değişimi (b) bilgi işareti $i(t)$ ve tekrar elde edilen bilgi işareti $i_c(t)$ 'nin zamana göre değişimi (c) İletilen sinyal $S(t) = x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - i_c(t)$ 'nin zamana göre değişimi

7.3. Rucklidge Sisteminin Gizleme Yöntemiyle Haberleşmesi

Kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme için Rucklidge sisteminin, verici devresinin denklemleri şu şekilde verilsin;

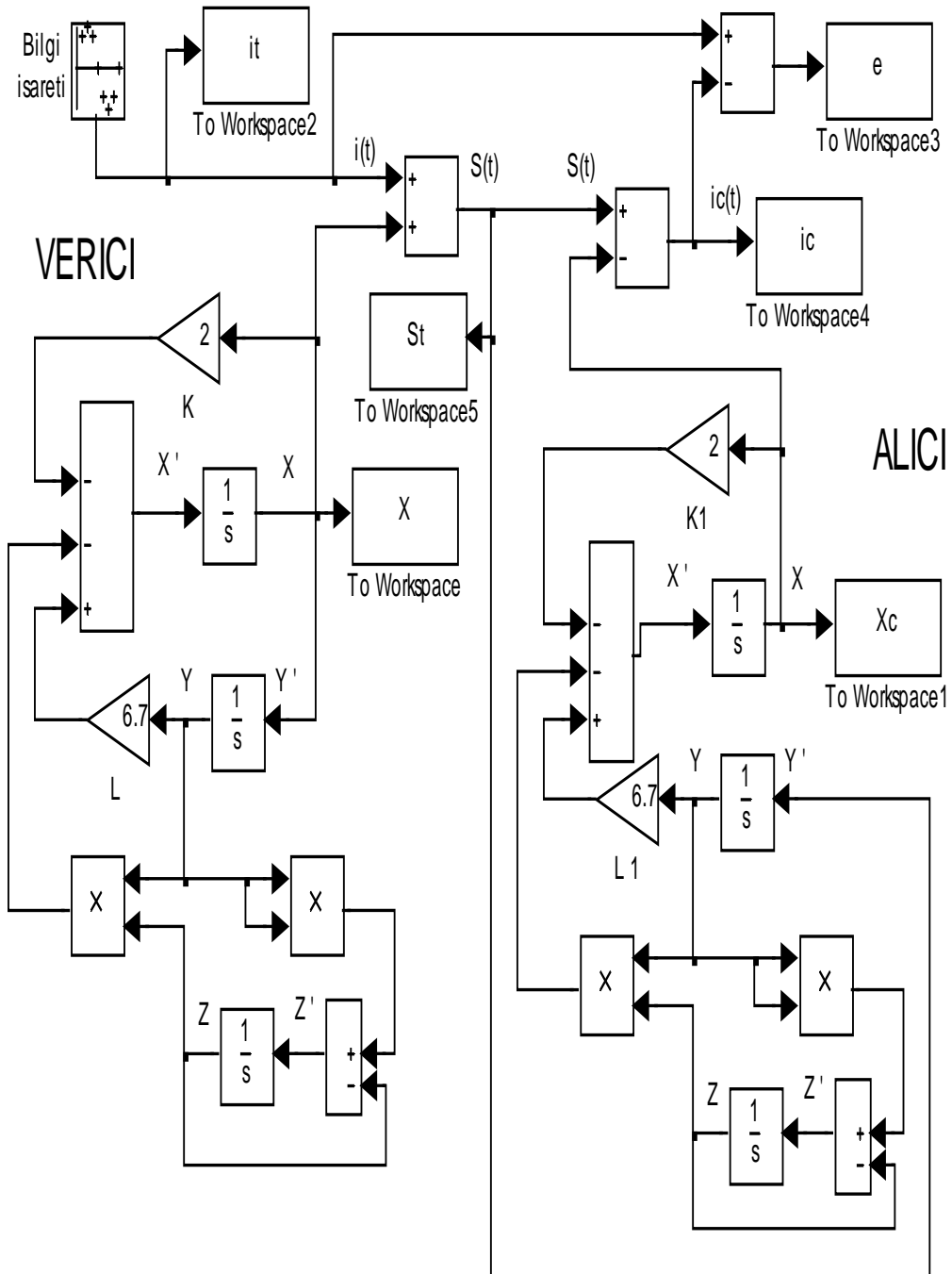
$$\begin{aligned}\dot{x} &= -K \cdot x + L \cdot y - y \cdot z \\ \dot{y} &= x \\ \dot{z} &= -z + y^2\end{aligned}\tag{7.5}$$

alıcı devresinin denklemleri aşağıdaki şekilde olacaktır;

$$\begin{aligned}\dot{x}_c &= -K \cdot x_c + L \cdot y_c - y_c \cdot z_c \\ \dot{y}_c &= s(t) \\ \dot{z}_c &= -z_c + y_c^2\end{aligned}\tag{7.6}$$

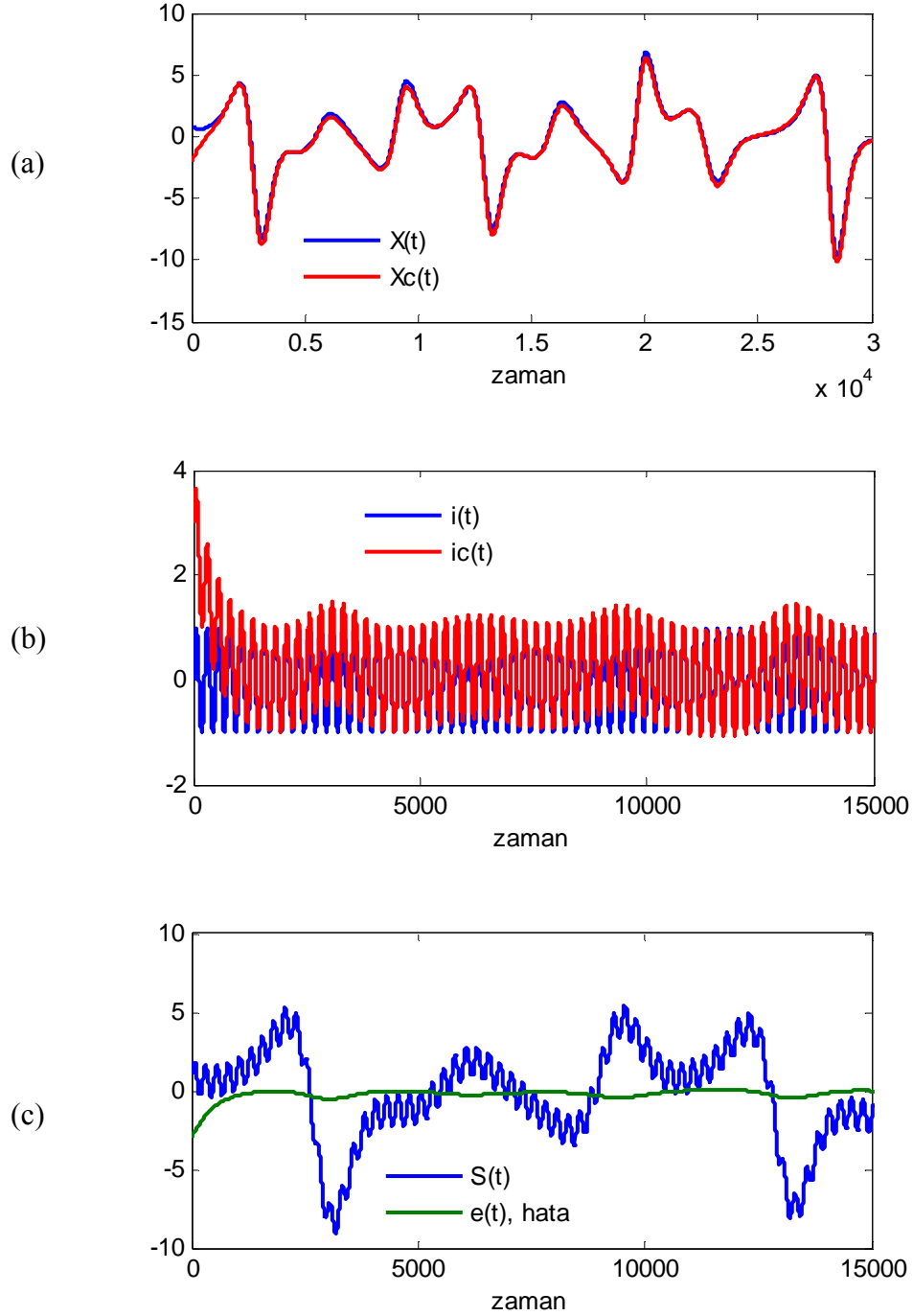
Bilgi işareti olarak 0.2V, 10KHz'lik sinüs işareti kullanılacaktır. Bölüm 4.5.'de anlatıldığı gibi, $i(t)$ bilgi işareti, maskeleyici $x(t)$ kaotik işaretiyle toplanır ve iletim ortamına aktarılır. İletilen $s(t)$ işareti ikisinin toplamıdır. Alıcıda, P-C yöntemine göre gerçekleşen senkronizasyonla, maskeleyici $x(t)$ işaretinin aynı formu oluşturulmakta ve senkronize olan $x_c(t)$ kaotik işareti, iletim ortamından gelen $s(t)$ işaretinden çıkartılarak tekrar $i_c(t)$ bilgi işareti elde edilmektedir.

Rucklidge sisteminin Matlab-Simulink'de yapılan gizleme yöntemiyle haberleşme modellemesi (Bkz. Şekil 7.9.)'da verilmiştir.



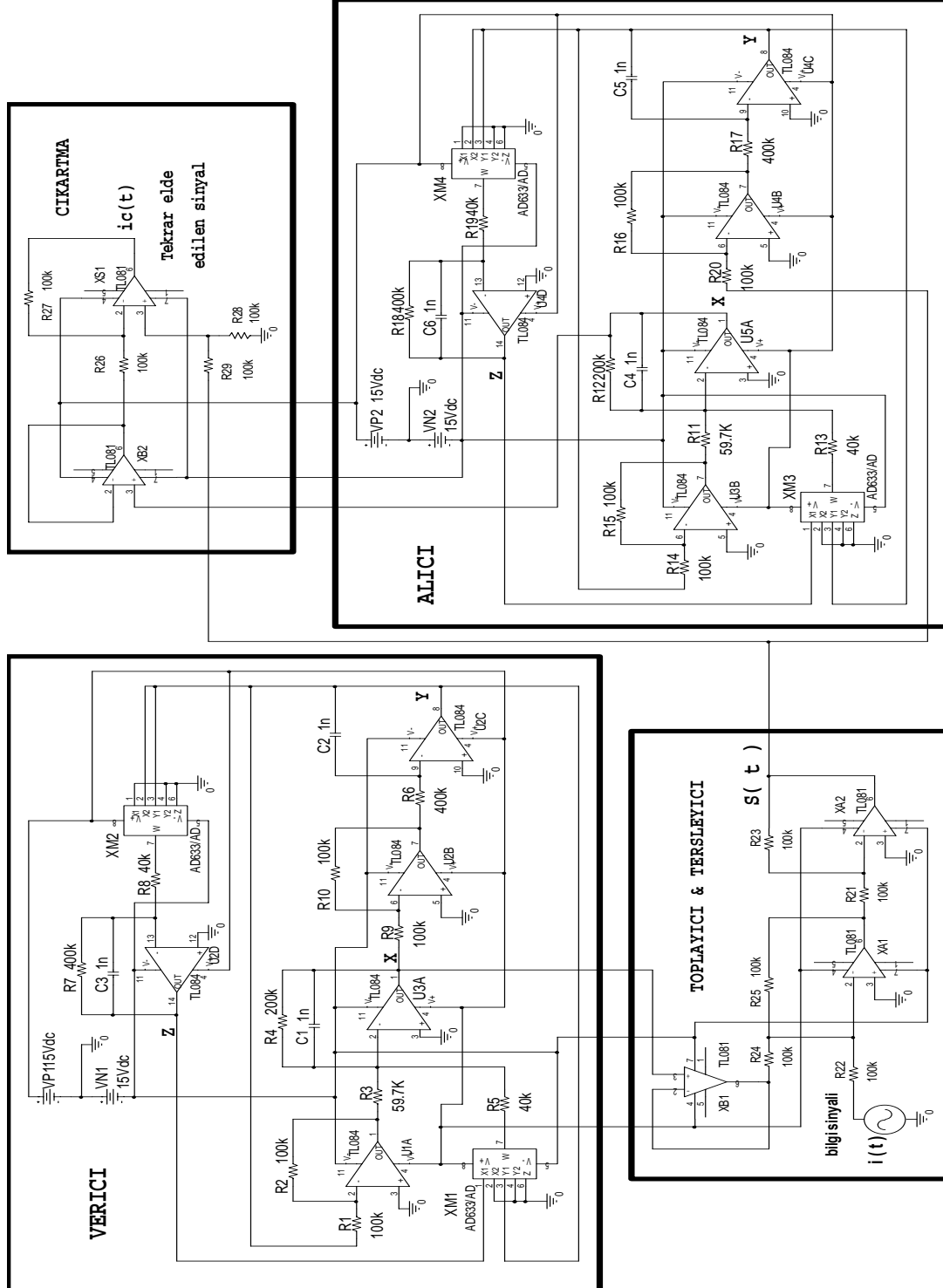
Şekil 7.9. Rucklidge sisteminin Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modellemesi

Rucklidge sisteminin Matlab-Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modellemesinin simülasyon sonuçları Şekil 7.10.'da verilmiştir.



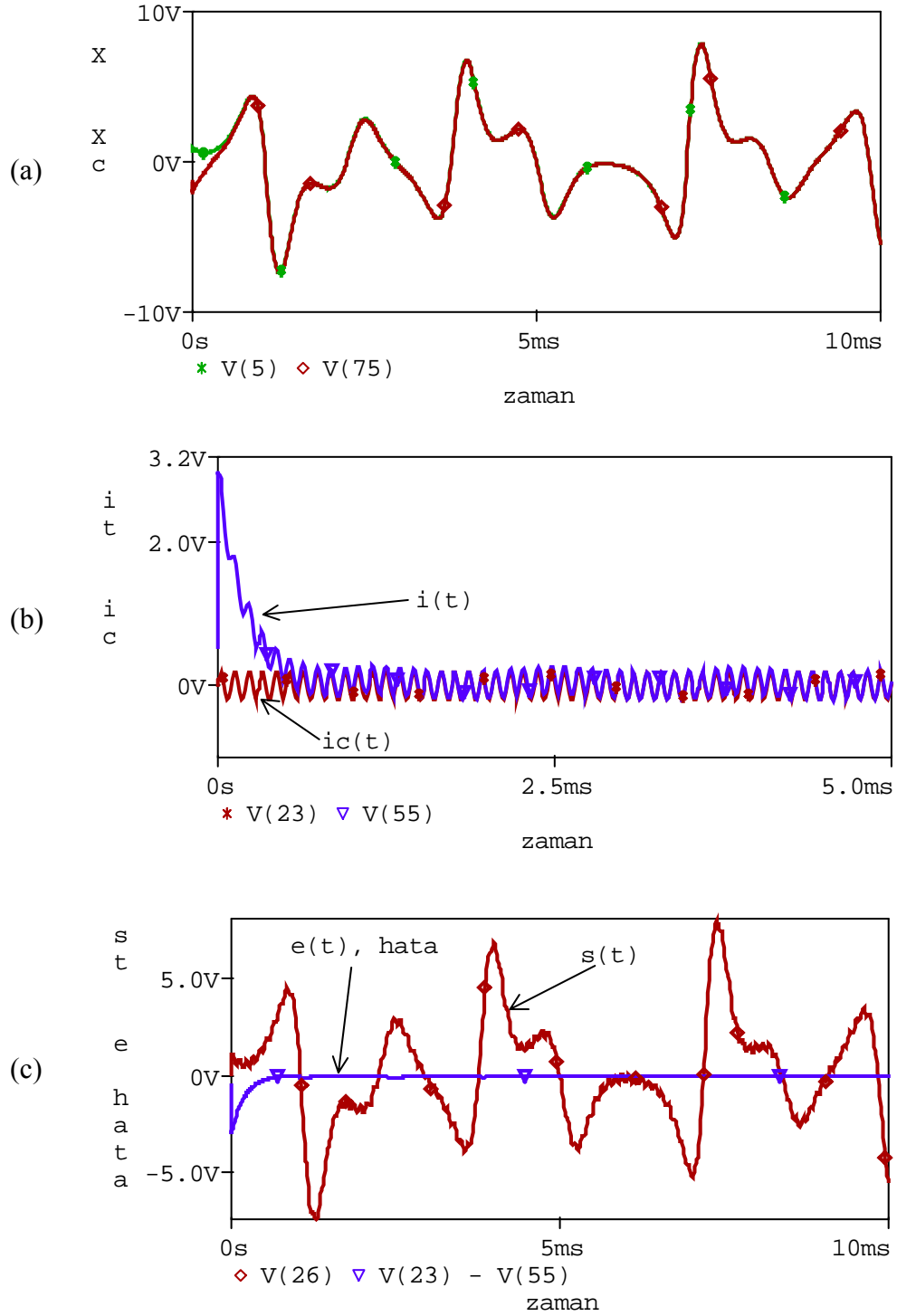
Şekil 7.10. Rucklidge sisteminin Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modelinin simülasyon sonuçları (a) Verici sistemin $X(t)$ sinyali ve alıcı sistemin $X_c(t)$ sinyali'nin zamana göre değişimi (b) bilgi işareti $i(t)$ ve tekrar elde edilen bilgi işareti $i_c(t)$ 'nin zamana göre değişimi (c) İletilen sinyal $S(t)=x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - i_c(t)$ 'nin zamana göre değişimi

Rucklidge sisteminin, kaotik gizleme yöntemiyle haberleşmesi için yapılan Pspice simülasyonu için yapılan Pspice simülasyonu devresi Şekil 7.11’de verilmiştir.



Şekil 7.11. Rucklidge sistemi sisteminin Pspice simülasyonu için yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresi

Rucklidge sisteminin kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresinin Pspice simülasyon sonuçları Şekil 7.12’de verilmiştir.



Şekil 7.12. Rucklidge sistemi kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresinin Pspice simülasyon sonuçları (a) Verici sistemin $X(t)$ sinyali ve alıcı sistemin $X_c(t)$ sinyali'nin zamana göre değişimi (b) bilgi işareti $i(t)$ ve tekrar elde edilen bilgi işareti $i_c(t)$ 'nin zamana göre değişimi (c) İletilen sinyal $S(t)=x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - i_c(t)$ 'nin zamana göre değişimi

7.4. Arneodo Sisteminin Gizleme Yöntemiyle Haberleşmesi

Kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme için Arneodo sisteminin, verici devresinin denklemleri şu şekilde verilsin;

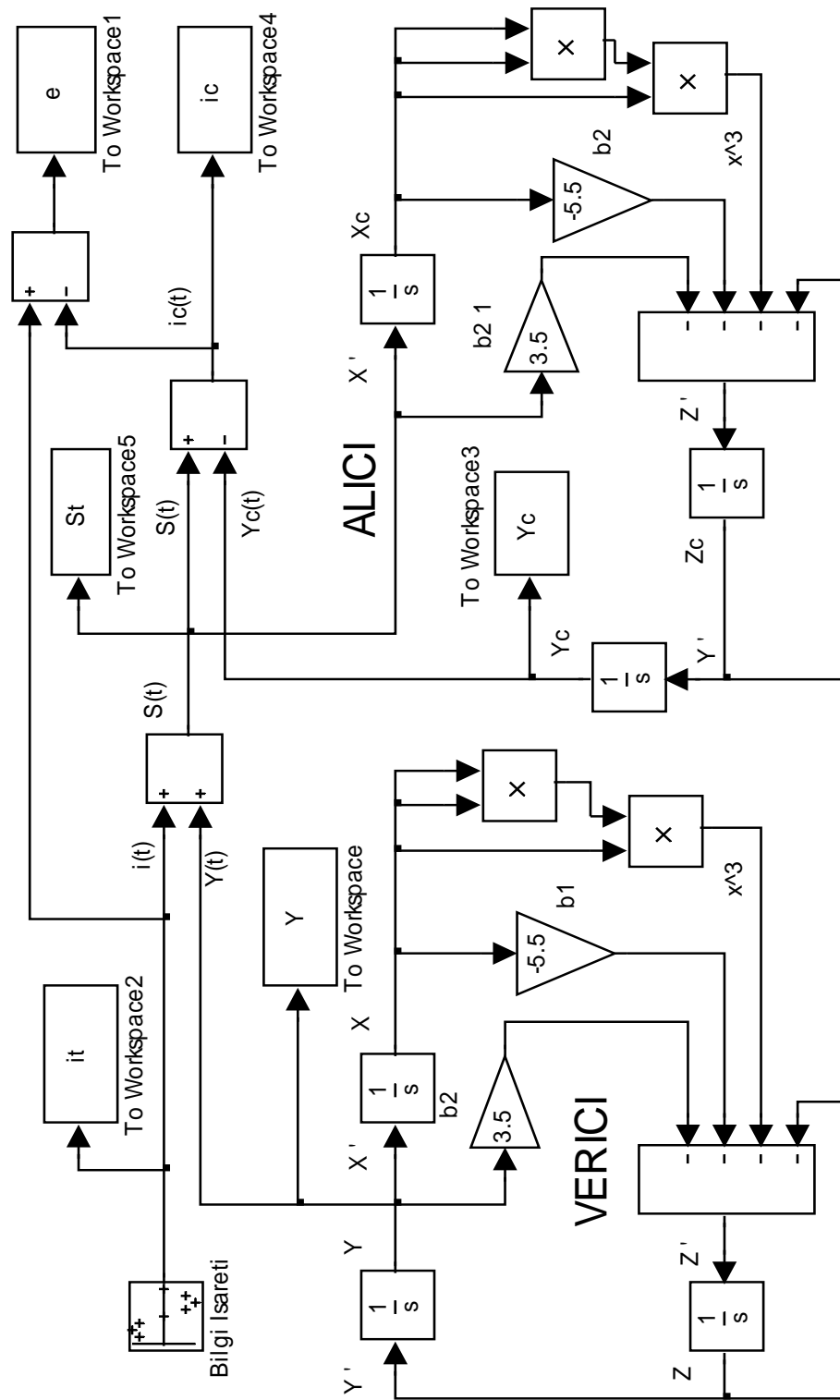
$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= z \\ \dot{z} &= -b_1 \cdot x - b_2 \cdot y - b_3 \cdot z + b_4 \cdot x^3\end{aligned}\tag{7.7}$$

alıcı devresinin denklemleri aşağıdaki şekilde olacaktır;

$$\begin{aligned}\dot{x}_c &= s(t) \\ \dot{y}_c &= z_c \\ \dot{z}_c &= -b_1 \cdot x_c - b_2 \cdot s(t) - b_3 \cdot z_c + b_4 \cdot x_c^3\end{aligned}\tag{7.8}$$

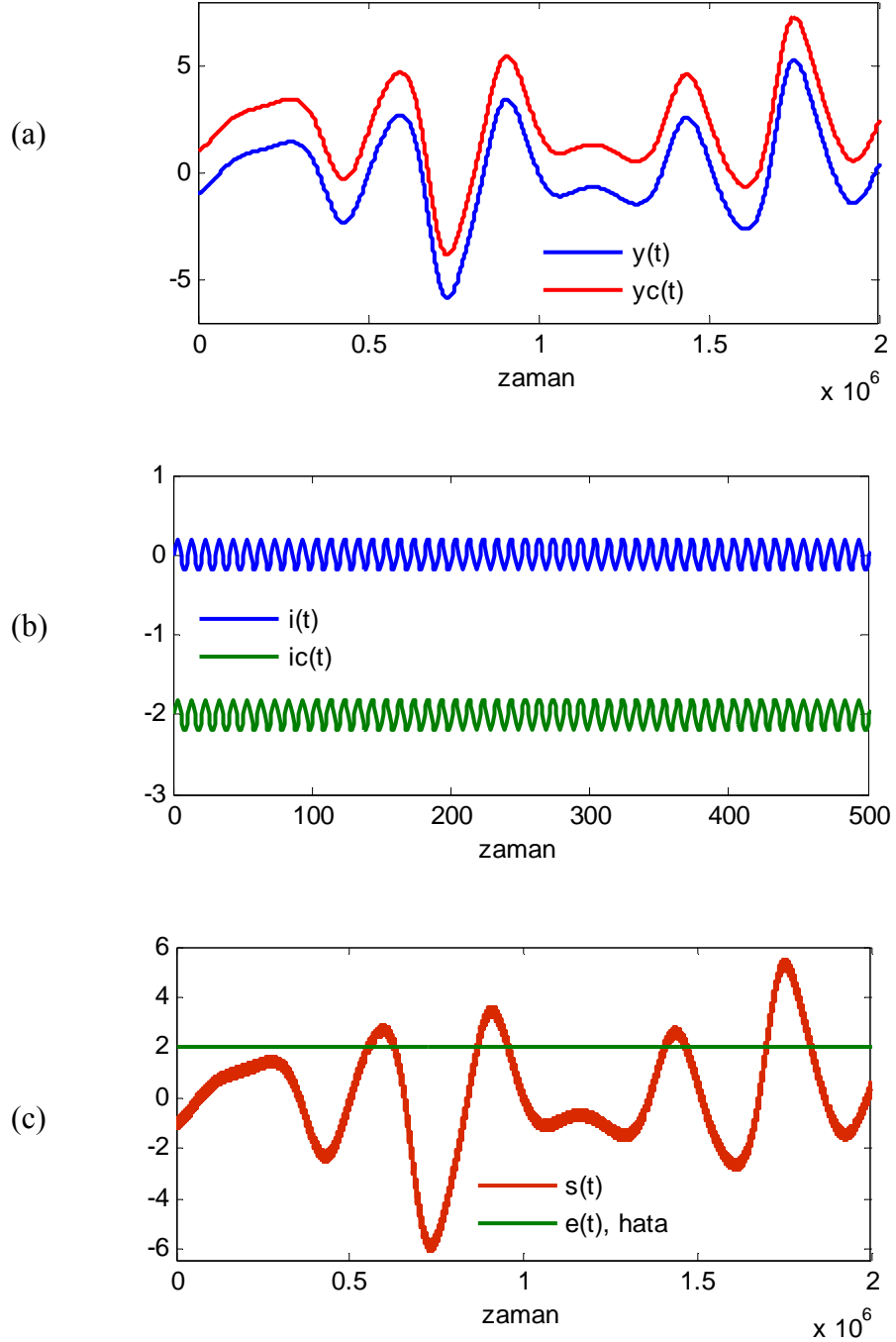
Bilgi işareti olarak 0.2V, 10KHz'lik sinüs işareti kullanılacaktır. Bölüm 4.5.'de anlatıldığı gibi, $i(t)$ bilgi işareti, maskeleyici $y(t)$ kaotik işaretiyle toplanır ve iletim ortamına aktarılır. İletilen $s(t)$ işareti ikisinin toplamıdır. Alıcıda, P-C yöntemine göre gerçekleşen senkronizasyonla, maskeleyici $y(t)$ işaretinin aynı formu oluşturulmakta ve senkronize olan $y_c(t)$ kaotik işareti, iletim ortamından gelen $s(t)$ işaretinden çıkartılarak tekrar $i_c(t)$ bilgi işareti elde edilmektedir.

Arneodo sisteminin Matlab-Simulink'de yapılan gizleme yöntemiyle haberleşme modellemesi (Bkz. Şekil 7.13.)'de verilmiştir.



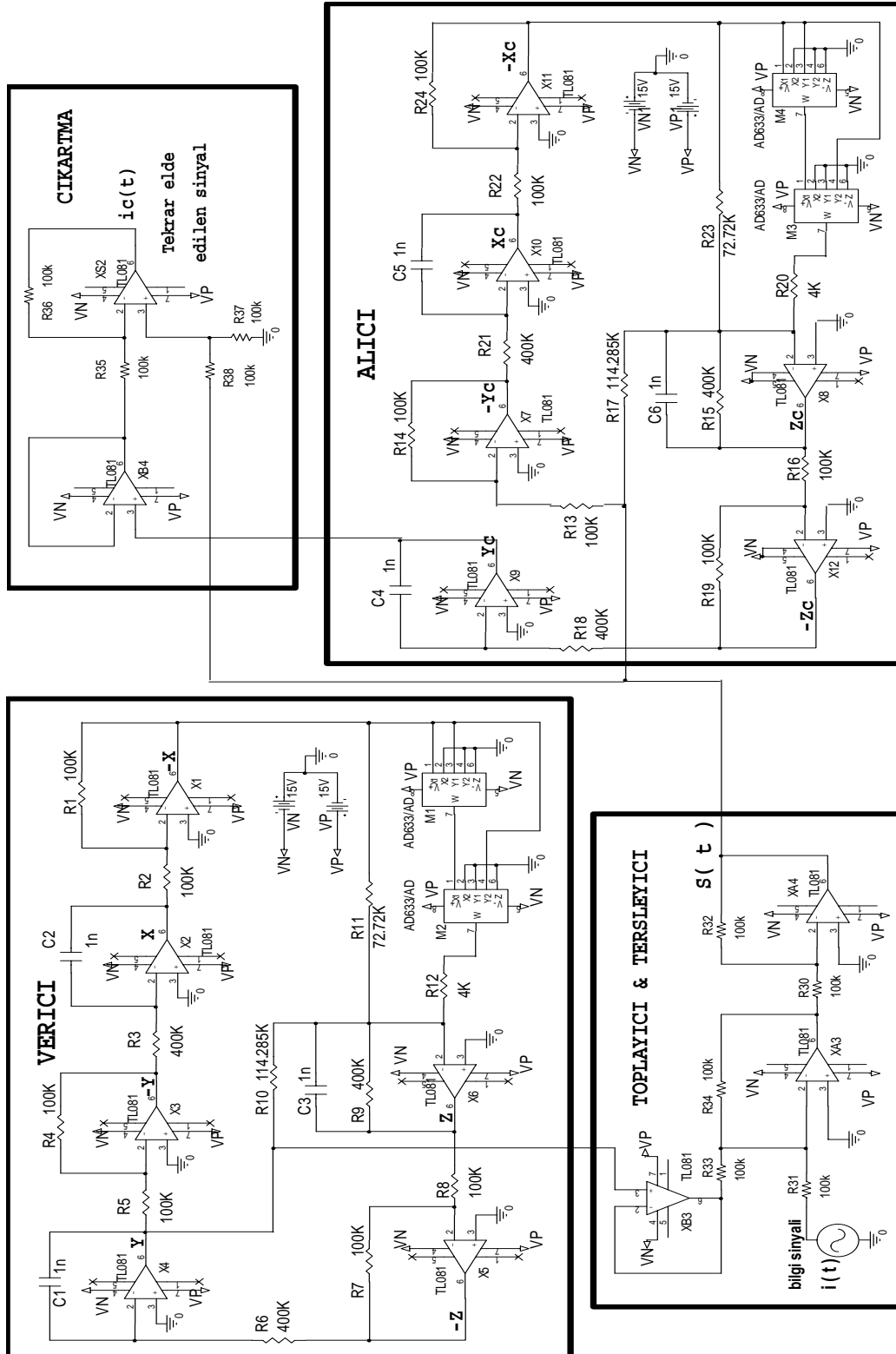
Şekil 7.13. Arneodo sisteminin Simulink’de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modellemesi

Arneodo sisteminin Matlab-Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modellemesinin simülasyon sonuçları Şekil 7.14.'de verilmiştir.



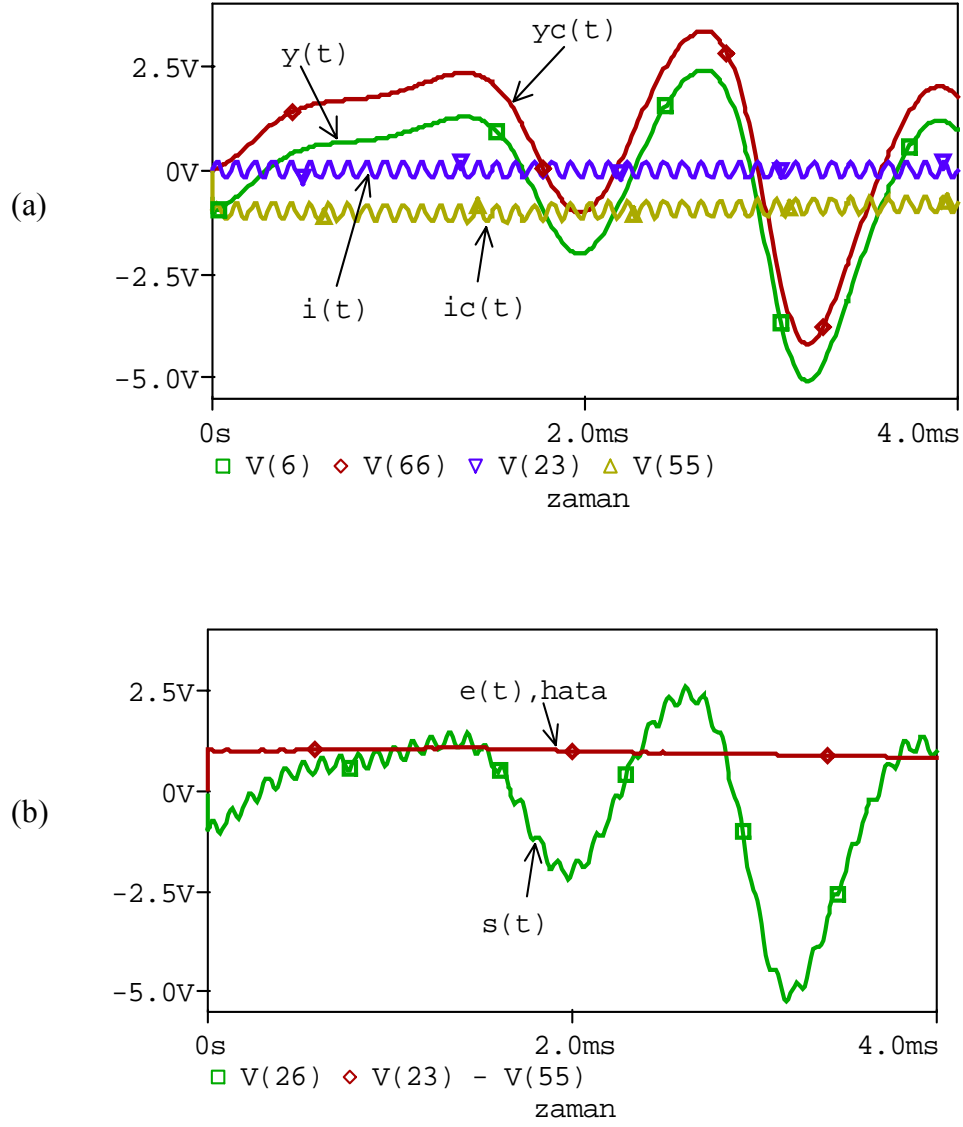
Şekil 7.14. Arneodo sisteminin Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modelinin simülasyon sonuçları (a) Verici sistemin $y(t)$ sinyali ve alıcı sistemin $yc(t)$ sinyali'nin zamana göre değişimi (b) bilgi işareti $i(t)$ ve tekrar elde edilen bilgi işareti $ic(t)$ 'nin zamana göre değişimi (c) İletilen sinyal $s(t) = x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - ic(t)$ 'nin zamana göre değişimi

Arneodo sisteminin, kaotik gizleme yöntemiyle haberleşmesi için yapılan Pspice simülasyon devresi Şekil 7.15’de verilmiştir.



Şekil 7.15. Arneodo sistemi sisteminin Pspice simülasyonu için yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresi

Arneodo sisteminin kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresinin Pspice simülasyon sonuçları Şekil 7.16'da verilmiştir.



Şekil 7.16. Arneodo sistemi kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresinin Pspice simülasyon sonuçları (a) Verici sistemin $y(t)$ sinyali, alıcı sistemin $yc(t)$, bilgi işareti $i(t)$ ve tekrar elde edilen bilgi işareti $ic(t)$ 'nin zamana göre değişimi (b) İletilen sinyal $s(t) = x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - ic(t)$ 'nin zamana göre değişimi

7.5. Hoover(Sprott94A) Sisteminin Gizleme Yöntemiyle Haberleşmesi

Kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme için Hoover(Sprott94A) sisteminin, verici devresinin denklemleri şu şekilde verilsin;

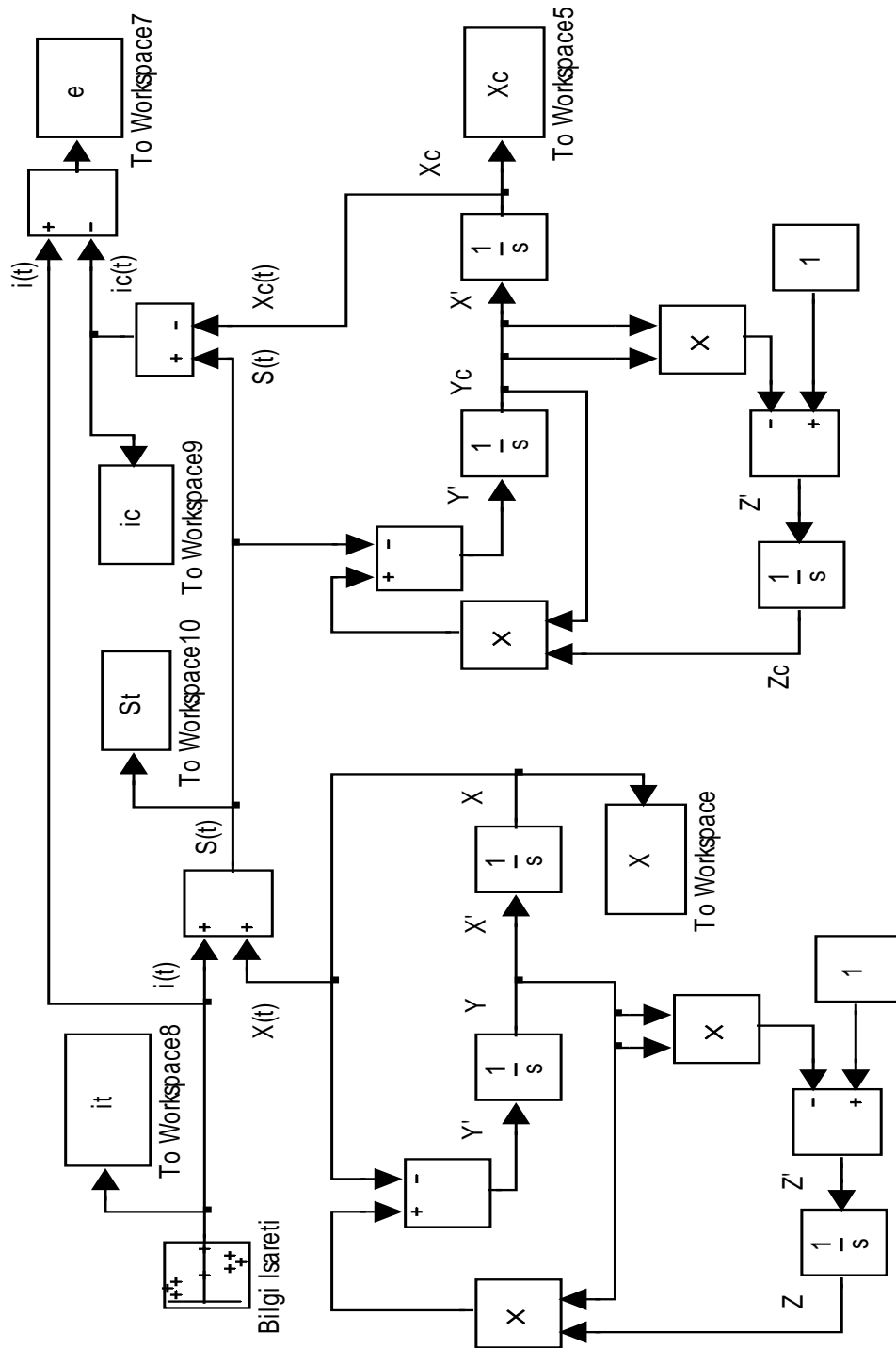
$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= -x + y \cdot z \\ \dot{z} &= 1 - y^2\end{aligned}\tag{7.9}$$

alıcı devresinin denklemleri aşağıdaki şekilde olacaktır;

$$\begin{aligned}\dot{x}_c &= y_c \\ \dot{y}_c &= -s(t) + y_c \cdot z_c \\ \dot{z}_c &= 1 - y_c^2\end{aligned}\tag{7.10}$$

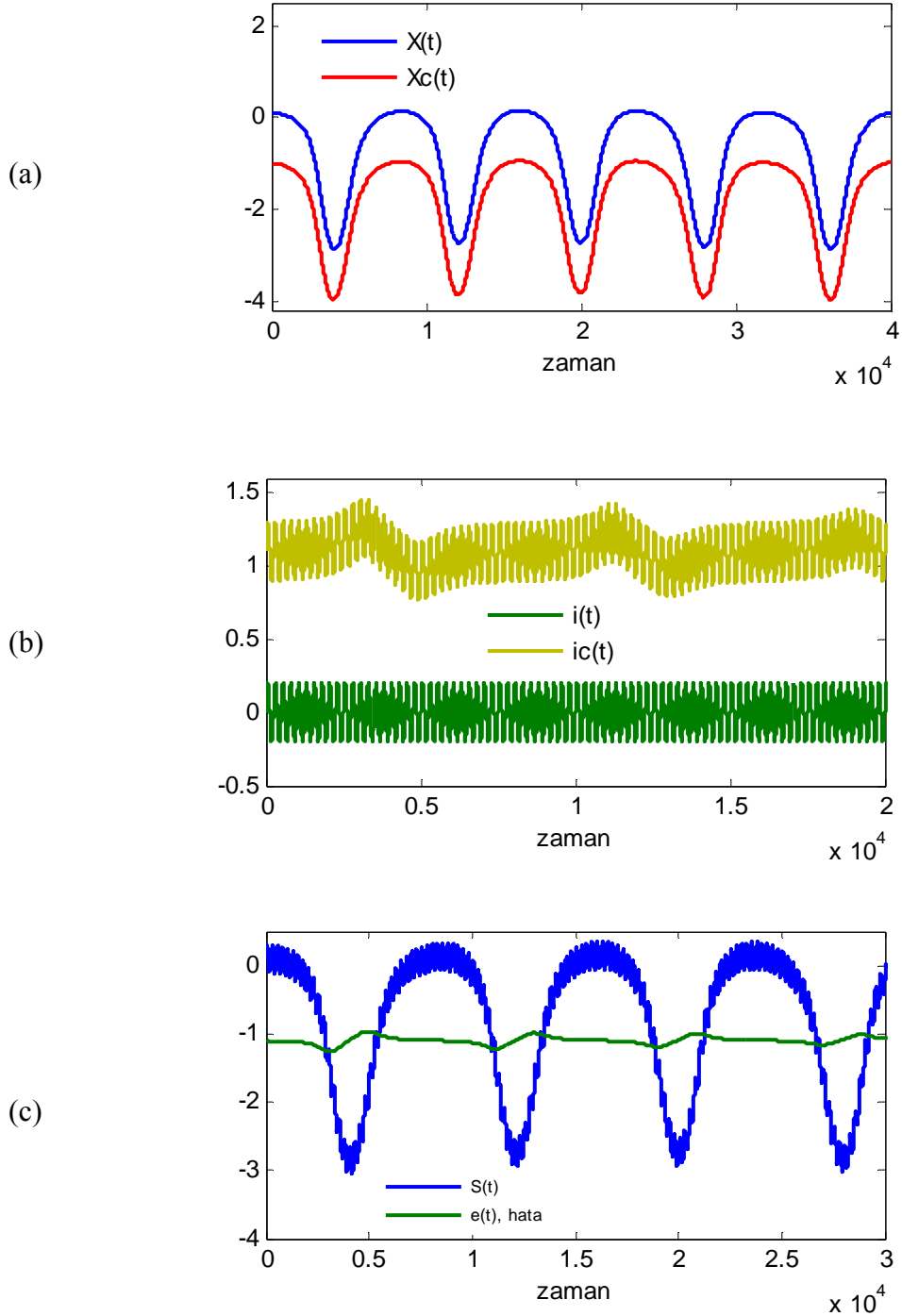
Bilgi işareti olarak 0.2V, 10KHz'lik sinüs işareti kullanılacaktır. Bölüm 4.5.'de anlatıldığı gibi, $i(t)$ bilgi işareti, maskeleyici $x(t)$ kaotik işaretiyle toplanır ve iletim ortamına aktarılır. İletilen $s(t)$ işareti ikisinin toplamıdır. Alıcıda, P-C yöntemine göre gerçekleşen senkronizasyonla, maskeleyici $x(t)$ işaretinin aynı formu oluşturulmakta ve senkronize olan $x_c(t)$ kaotik işareti, iletim ortamından gelen $s(t)$ işaretinden çıkartılarak tekrar $i_c(t)$ bilgi işareti elde edilmektedir.

Hoover(Sprott94A) sisteminin Matlab-Simulink'de yapılan gizleme yöntemiyle haberleşme modellemesi (Bkz. Şekil 7.17.)'de verilmiştir.



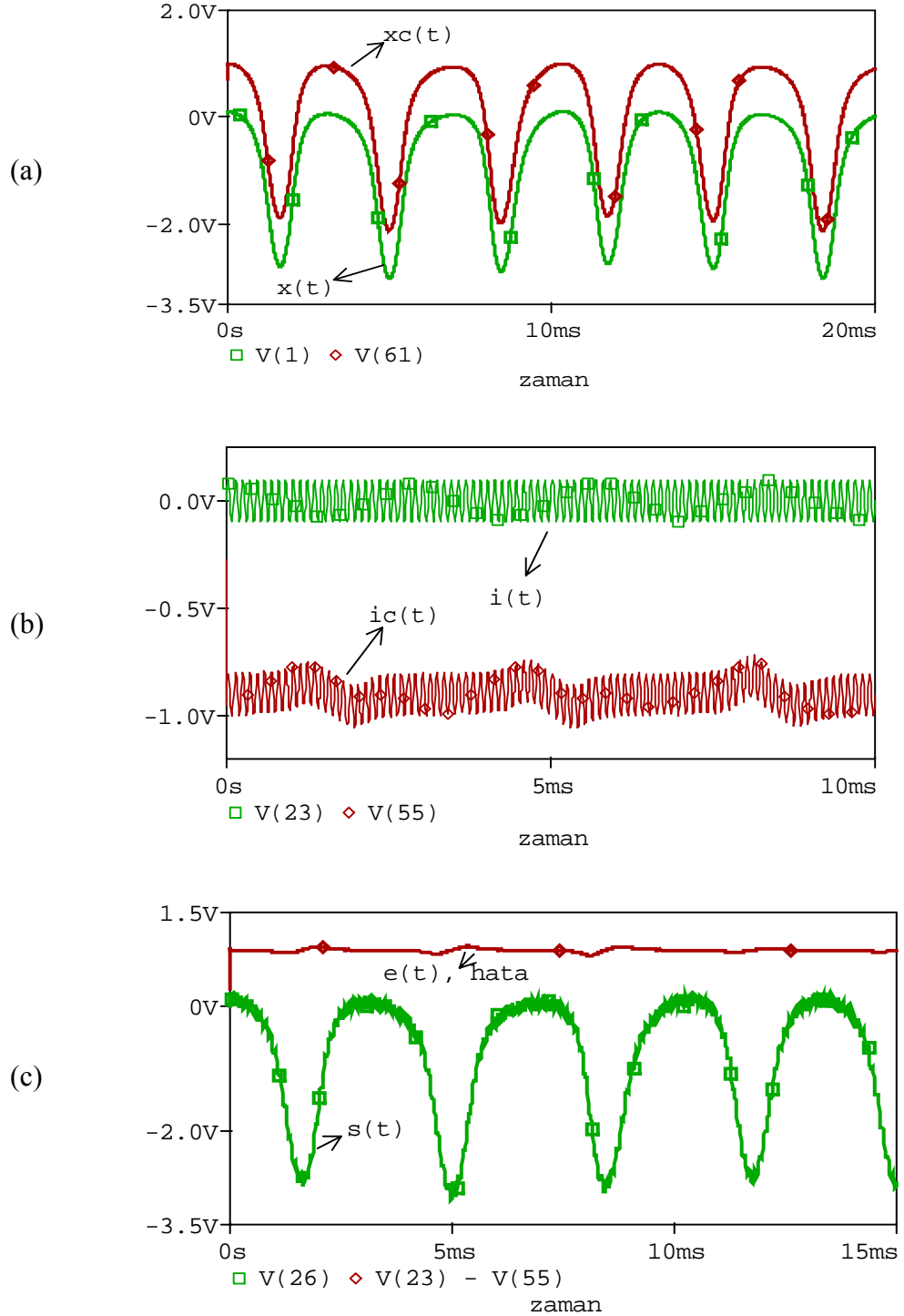
Şekil 7.17. Hoover(Sprott94A) sisteminin Simulink’de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modellemesi

Hoover(Sprott94A) sisteminin Matlab-Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modellemesinin simülasyon sonuçları Şekil 7.18.'de verilmiştir.



Şekil 7.18. Hoover(Sprott94A) sisteminin Simulink'de yapılan kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme modelinin simülasyon sonuçları (a) Verici sistemin $X(t)$ sinyali ve alıcı sistemin $X_c(t)$ sinyali'nin zamana göre değişimi (b) bilgi işareti $i(t)$ ve tekrar elde edilen bilgi işareti $i_c(t)$ 'nin zamana göre değişimi (c) İletilen sinyal $S(t)=x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - i_c(t)$ 'nin zamana göre değişimi

Hoover(Sprott94A) sisteminin kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresinin Pspice simülasyon sonuçları Şekil 7.20’de verilmiştir.



Şekil 7.20. Hoover(Sprott94A) sistemi kaotik gizleme yöntemiyle haberleşme devresinin Pspice simülasyon sonuçları (a) Verici sistemin $X(t)$ sinyali ve alıcı sistemin $X_c(t)$ sinyali'nin zamana göre değişimi (b) bilgi işareti $i(t)$ ve tekrar elde edilen bilgi işareti $i_c(t)$ 'nin zamana göre değişimi (c) İletilen sinyal $S(t)=x(t) + i(t)$ ve haberleşme hatası $e(t) = i(t) - i_c(t)$ 'nin zamana göre değişimi

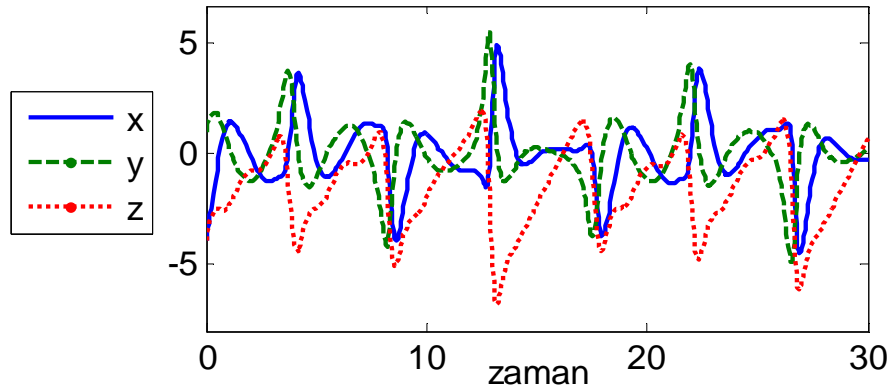
BÖLÜM 8. YENİ KEŞFEDİLEN KAOTİK SİSTEMLER DEVRE GERÇEKLEMELERİ VE SENKRONİZASYONLARI

8.1. Yeni Kaotik A Sistemi

Bilgisayar programları ile yapılan sayısal simülasyonlar ve araştırmalar sonucu bulunan, otonom doğrusal olmayan adi diferansiyel denklemler şeklindeki yeni kaotik A sistemi aşağıda verilmiştir.

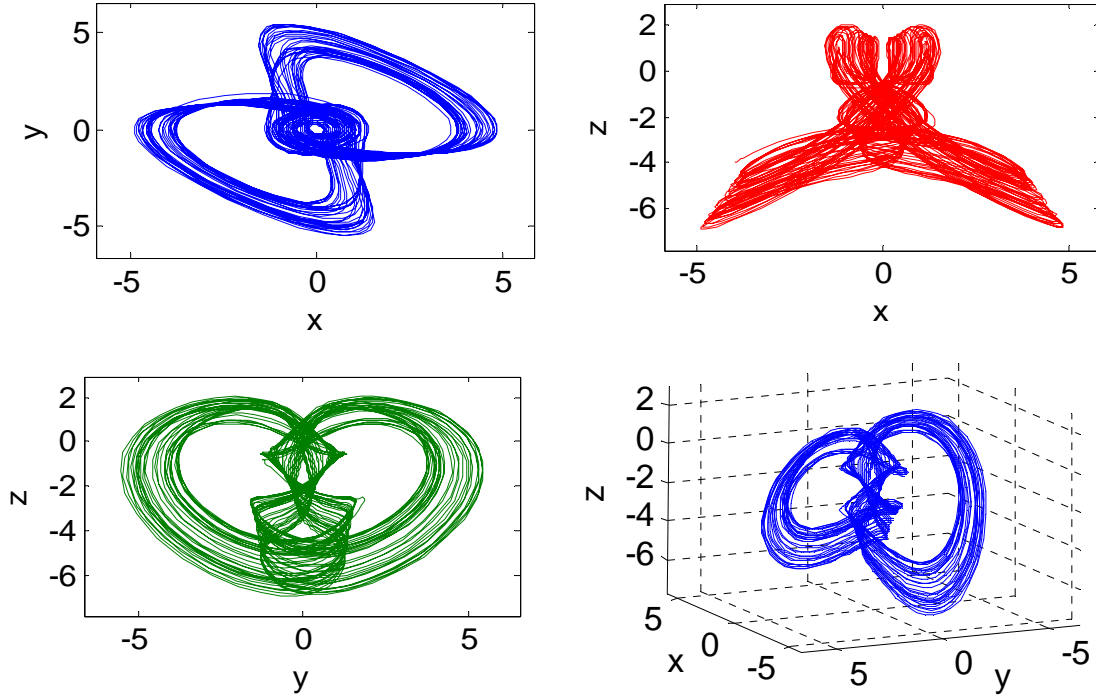
$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \cdot (1 - z) \\ \dot{y} &= -a \cdot x + y \cdot (z + 1) \\ \dot{z} &= a - x \cdot y - y^2\end{aligned}\tag{8.1}$$

Yeni kaotik A sisteminin, $a = 2$, parametresi, ve $x_0 = -4$, $y_0 = 1$, $z_0 = -4$ ilk şartları için elde edilen x , y , z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi Şekil 8.1.'de görülmektedir.



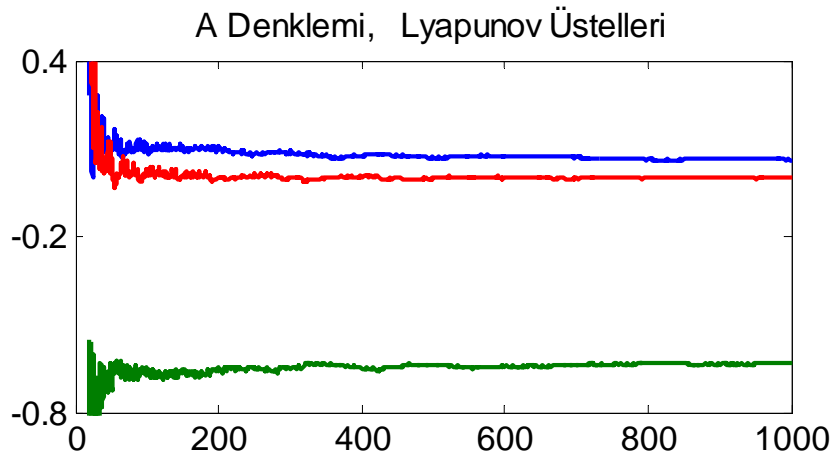
Şekil 8.1. Yeni kaotik A sisteminin x , y , z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi

Aynı parametre ve ilk şartlardaki x-y, x-z, ve y-z kaotik faz portreleri ile üç boyutlu x-y-z yörüngesi ise Şekil 8.2.'de görülmektedir.



Şekil 8.2. Yeni kaotik A sisteminin x-y, x-z, ve y-z kaotik çekicileri ve üç boyutlu x-y-z yörüngesi

Yeni kaotik A sisteminin Lyapunov Exponent Toolbox (LET) kullanılarak elde edilen Lyapunov üstelleri Şekil 8.3.'de verilmiştir. Görüldüğü gibi Lyapunov üstelleri $\lambda_1=+0.062$, $\lambda_2=0$, $\lambda_3=-0.631$ olarak bulunmuştur. Buradan kaotik davranışın oluşması için gereken (+, 0, -) durumunun sağlandığı ve sistemin kaotik olduğu görülmektedir.



Şekil 8.3. Yeni kaotik A sisteminin LET Toolbox kullanılarak bulunan Lyapunov üstelleri

Denge(kritik) noktalarını bulmak için (1.1) denkleminde $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z} = 0$ yapılırsa,

$$\begin{aligned} 0 &= y \cdot (1 - z) \\ 0 &= -a \cdot x + y \cdot (z + 1) \\ 0 &= a - x \cdot y - y^2 \end{aligned} \quad (8.2)$$

elde edilir. Bu denklem sistemi x^*, y^*, z^* için çözümlerse denge noktaları $(x^*, y^*, z^*) = (\pm 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{a+2}}, \pm a \cdot \sqrt{\frac{1}{a+2}}, 1)$ olarak bulunur. $x, y, z \in \mathbf{R}$ olduğundan, denge noktalarının $a > -2$ için mevcut olduğu anlaşılır. $a = 2$ değeri için denge noktaları $(x^*, y^*, z^*) = (\pm 1, \pm 1, 1)$ olur.

Denge noktalarının kararsız olup olmadığını anlamak için özdeğerlerin bulunması gerekir. En az bir özdeğerin gerçel kısmı pozitif olduğu takdirde, denge noktasının kararsızlığına işaret eder.

Sistemin Jacobian matrisi aşağıdaki gibidir.

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 1-z & -y \\ -a & z+1 & y \\ -1 & -2 \cdot y-x & 0 \end{bmatrix} \quad (8.3)$$

İlk, $(x^*, y^*, z^*) = (2 \cdot \sqrt{\frac{1}{a+2}}, a \cdot \sqrt{\frac{1}{a+2}}, 1)$ denge noktasında, Jacobian matrisi şu şekilde olur.

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -a \cdot \sqrt{\frac{1}{a+2}} \\ -a & 2 & a \cdot \sqrt{\frac{1}{a+2}} \\ -a \cdot \sqrt{\frac{1}{a+2}} & -2 \cdot a \cdot \sqrt{\frac{1}{a+2}} & -2 \cdot \sqrt{\frac{1}{a+2}} \\ & & 0 \end{bmatrix} \quad (8.4)$$

$|J - \lambda I| = 0$ karakteristik denkleminin çözümünden özdeğerler bulunur.

Karakteristik denklem hesaplanırsa ,

$$-\lambda^3 + 2\lambda^2 - \frac{a^2 \cdot \lambda}{a+2} - \frac{2 \cdot a \cdot \lambda}{a+2} - \frac{2 \cdot a^3}{a+2} - \frac{4 \cdot a^2}{a+2} = 0, \text{ ve } a=2 \text{ için karakteristik denklem}$$

$$-\lambda^3 + 2\lambda^2 - 2\lambda - 8 = 0 \quad (8.5)$$

elde edilir. Bu denklemin çözümünden özdeğerler,

$\lambda_1 = -1.28563$, $\lambda_2 = -1.87756 \cdot i + 1.64281$, $\lambda_3 = 1.87756 \cdot i + 1.64281$ olarak bulunur.

Kararsızlık için en az bir özdeğerin gerçel kısmının pozitif olması gerekiyordu. Burada özdeğerlerden iki tanesinin gerçel kısmı pozitif olduğundan, $(x^*, y^*, z^*) = (1, 1, 1)$ denge noktası kararsızdır.

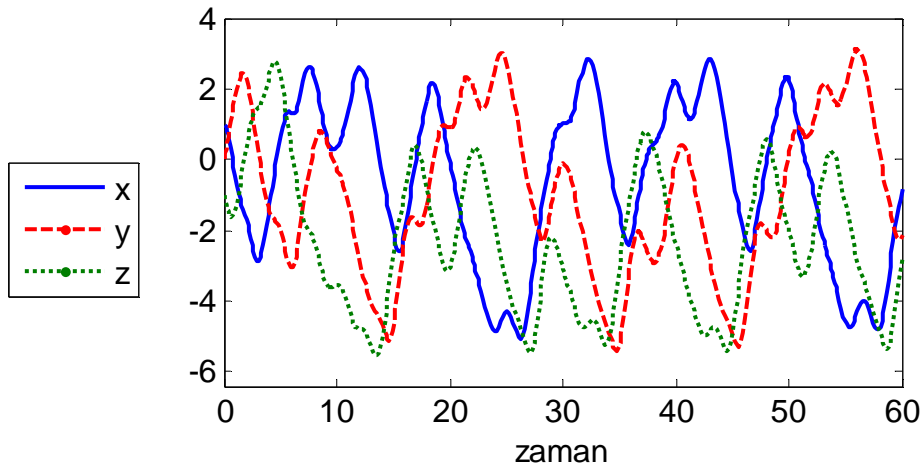
Diğer $(-1, -1, 1)$ denge noktası için de Jacobian matris elde edilip, $|J - \lambda I| = 0$ karakteristik denkleminin çözümüne bakılırsa özdeğerler $\lambda_1 = -2$, $\lambda_2 = -\sqrt{2} \cdot i$, $\lambda_3 = \sqrt{2} \cdot i$ olarak bulunacaktır. Burada gerçel kısmı pozitif olan özdeğere rastlanmadığından ikinci $(-1, -1, 1)$ denge noktası kararlıdır. Demek ki sistem biri kararsız, diğeri kararlı olan olan simetrik iki kritik nokta etrafındaki yörüngede gezmektedir.

8.2. Yeni Kaotik B Sistemi

Bilgisayar programları ile yapılan sayısal simülasyonlar ve araştırmalar sonucu bulunan, otonom doğrusal olmayan adi diferansiyel denklemler şeklindeki yeni kaotik B sistemi aşağıda verilmiştir.

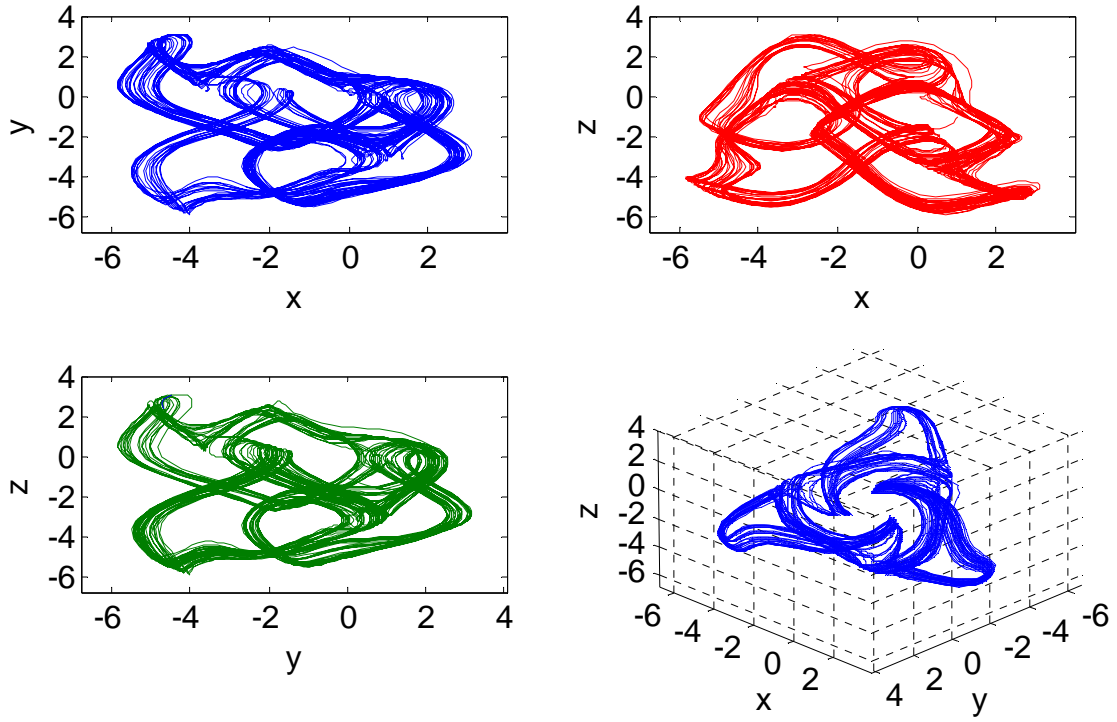
$$\begin{aligned}\dot{x} &= -b \cdot x - a \cdot \sin(y) \\ \dot{y} &= -b \cdot y - a \cdot \sin(z) \\ \dot{z} &= -b \cdot z - a \cdot \sin(x)\end{aligned}\tag{8.6}$$

Yeni kaotik B sisteminin, $a = 2$, $b = 0.2$ parametreleri, ve $x_0 = 1$, $y_0 = 0$, $z_0 = 1$ ilk şartları için elde edilen x , y , z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi Şekil 8.4.'de görölmektedir.



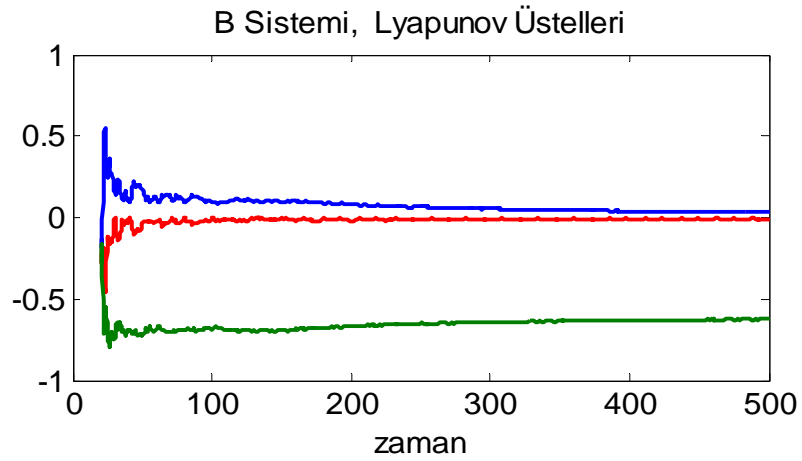
Şekil 8.4. Yeni kaotik B sisteminin x , y , z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi

Aynı parametre ve ilk şartlardaki x - y , x - z , ve y - z kaotik faz portreleri ile üç boyutlu x - y - z yörüngesi ise (Bkz. Şekil 8.5.)'de görölmektedir.



Şekil 8.5. Yeni kaotik B sisteminin x-y, x-z, ve y-z kaotik çekicileri ve üç boyutlu x-y-z yörüngesi

Sistemin kaotik yapıda olduğunu göstermek için Matlab'da LET kullanılarak bulunan Lyapunov üstelleri Şekil 8.6.'da verilmiştir.



Şekil 8.6. Yeni kaotik B sisteminin Lyapunov üstelleri

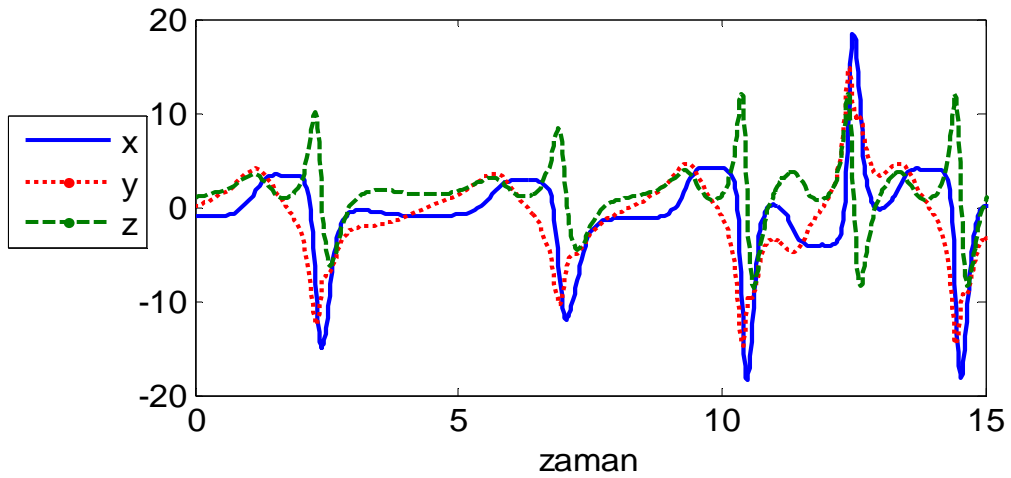
Şekil 8.6.'da görüldüğü gibi Lyapunov üstelleri $\lambda_1 = +0.0309$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -0.6249$ olarak bulunmuştur. Buradan kaotik davranışın oluşması için gereken (+, 0, -) durumunun sağlandığı ve sistemin kaotik olduğu görülmektedir.

8.3. Yeni Kaotik C Sistemi

Bilgisayar programları ile yapılan sayısal simülasyonlar ve araştırmalar sonucu bulunan, otonom doğrusal olmayan adi diferansiyel denklemler şeklindeki yeni kaotik C sistemi aşağıda verilmiştir.

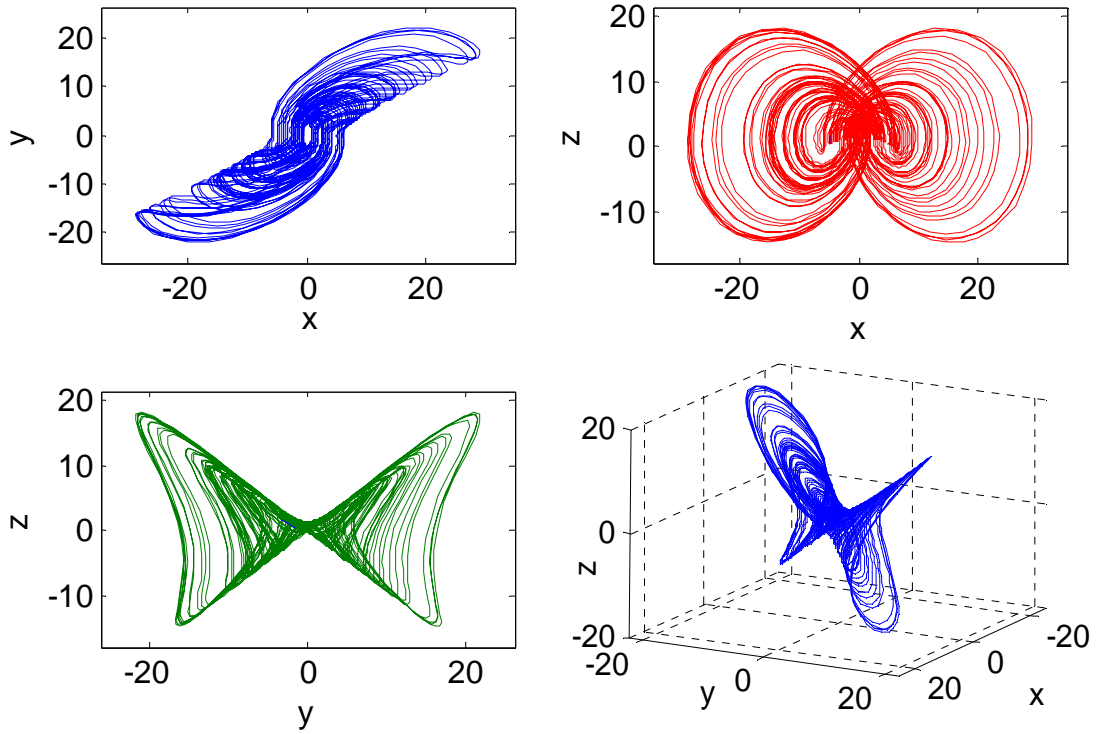
$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \cdot (z - a) \\ \dot{y} &= y \cdot (z - a) - x \cdot (z + a) \\ \dot{z} &= -y \cdot (a \cdot x - y) - b \cdot (z - a)\end{aligned}\tag{8.7}$$

Yeni kaotik C sisteminin, $a = 1.3$, $b = 4$ parametreleri, ve $x_0 = -1$, $y_0 = 0$, $z_0 = 1$ ilk şartları için elde edilen x , y , z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi Şekil 8.7.'de görülmektedir.



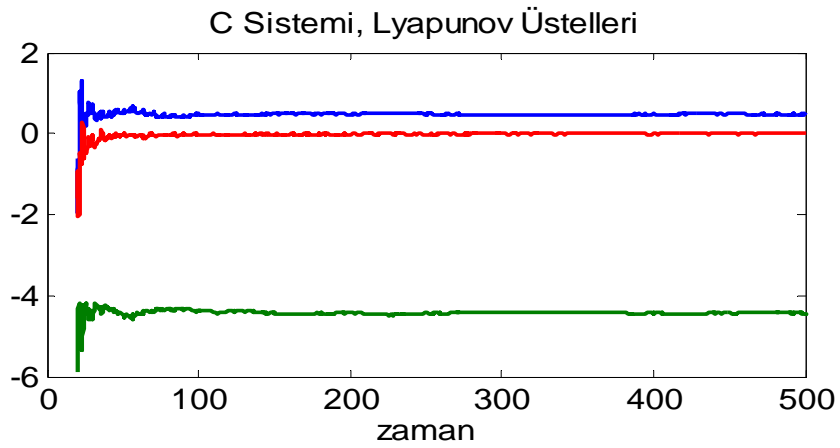
Şekil 8.7. Yeni kaotik C sisteminin x , y , z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi

Aynı parametre ve ilk şartlardaki x - y , x - z , ve y - z kaotik faz portreleri ile üç boyutlu x - y - z yörüngesi ise (Bkz. Şekil 8.8.)'de görülmektedir.



Şekil 8.8. Yeni kaotik C sisteminin x-y, x-z, ve y-z kaotik çekicileri ve üç boyutlu x-y-z yörüngesi

Sistemin kaotik yapıda olduğunu göstermek için Matlab'da LET kullanılarak bulunan Lyapunov üstelleri Şekil 8.9.'da verilmiştir.



Şekil 8.9. Yeni kaotik C sisteminin Lyapunov üstelleri

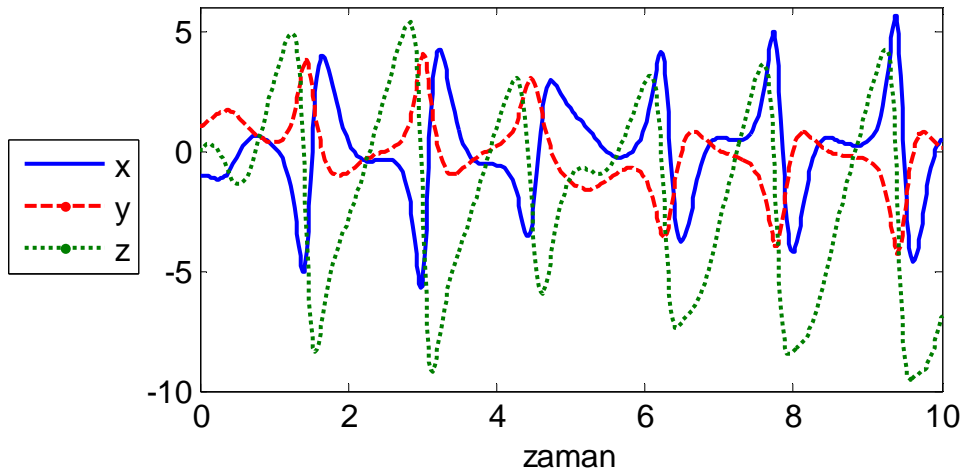
Şekil 8.9.'da görüldüğü gibi Lyapunov üstelleri $\lambda_1 = +0.4803$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -4.439$ olarak bulunmuştur. Buradan kaotik davranışın oluşması için gereken (+, 0, -) durumunun sağlandığı ve sistemin kaotik olduğu görülmektedir.

8.4. Yeni Kaotik D Sistemi

Bilgisayar programları ile yapılan sayısal simülasyonlar ve araştırmalar sonucu bulunan, otonom doğrusal olmayan adi diferansiyel denklemler şeklindeki yeni kaotik D sistemi aşağıda verilmiştir.

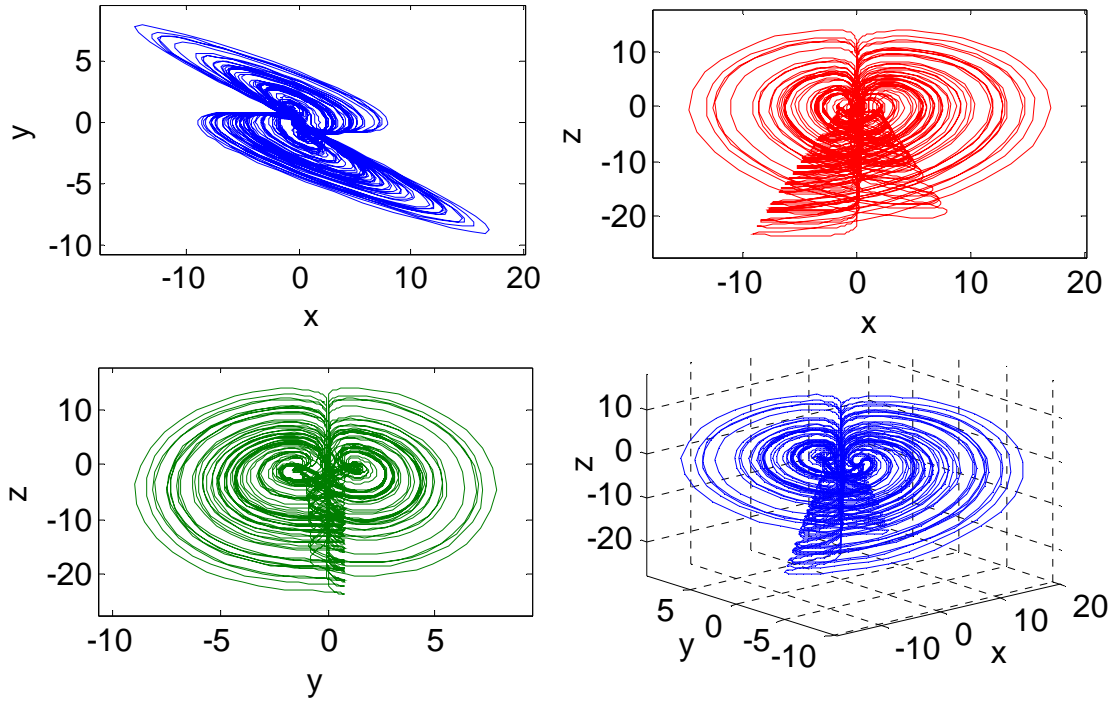
$$\begin{aligned}\dot{x} &= -a \cdot y \cdot z \\ \dot{y} &= -a \cdot x - y + y \cdot z \\ \dot{z} &= b + c \cdot x - d \cdot y^2\end{aligned}\tag{8.8}$$

Yeni kaotik D sisteminin, $a = 3$, $b = 12$, $c = 2$, $d = 6$ parametreleri, ve $x_0 = -1$, $y_0 = 1$, $z_0 = 0$ ilk şartları için elde edilen x , y , z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi Şekil 8.10.'da görülmektedir.



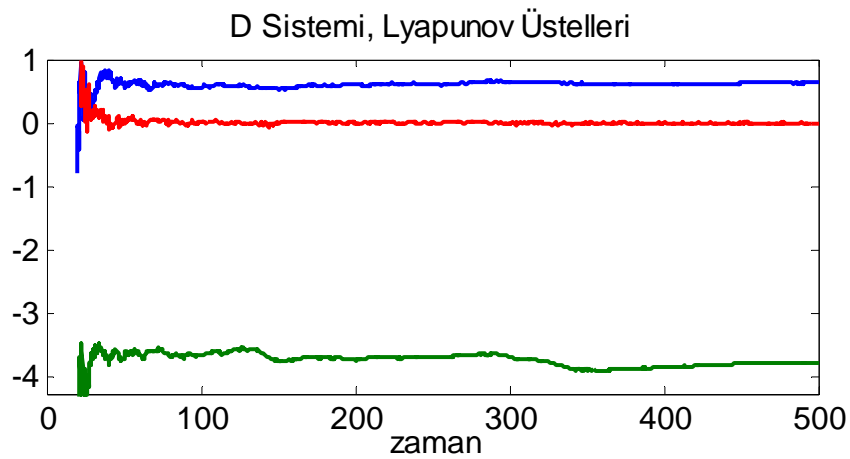
Şekil 8.10. Yeni kaotik D sisteminin x , y , z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi

Aynı parametre ve ilk şartlardaki x - y , x - z , ve y - z kaotik faz portreleri ile üç boyutlu x - y - z yörüngesi ise (Bkz. Şekil 8.11.)'de görülmektedir.



Şekil 8.11. Yeni kaotik D sisteminin x-y, x-z, ve y-z kaotik çekicileri ve üç boyutlu x-y-z yörüngesi

Sistemin kaotik yapıda olduğunu göstermek için Matlab’da LET kullanılarak bulunan Lyapunov üstelleri Şekil 8.12.’de verilmiştir.



Şekil 8.12. Yeni kaotik D sisteminin Lyapunov üstelleri

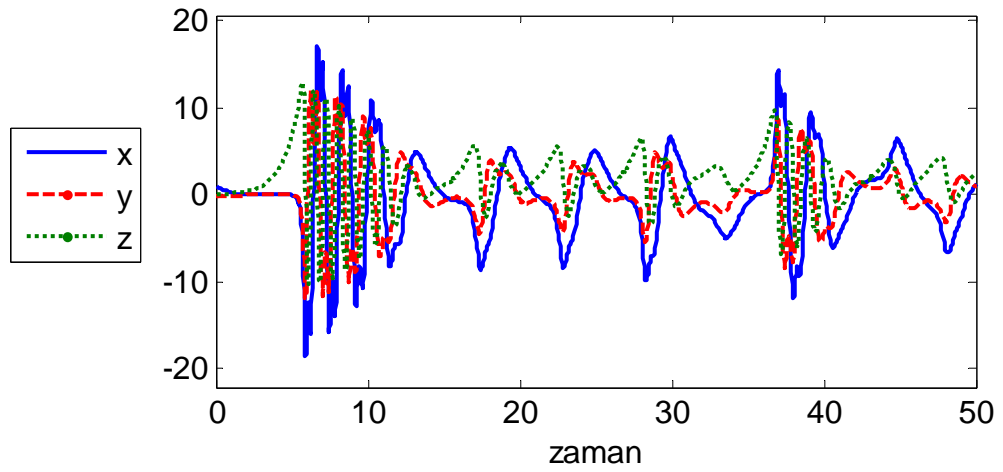
Şekil 8.12.’den görüldüğü gibi Lyapunov üstelleri $\lambda_1 = +0.6288$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -3.763$ olarak bulunmuştur. Buradan kaotik davranışın oluşması için gereken (+, 0, -) durumunun sağlandığı ve sistemin kaotik olduğu görülmektedir.

8.5. Yeni Kaotik E Sistemi

Bilgisayar programları ile yapılan sayısal simülasyonlar ve araştırmalar sonucu bulunan, otonom doğrusal olmayan adi diferansiyel denklemler şeklindeki yeni kaotik E sistemi aşağıda verilmiştir.

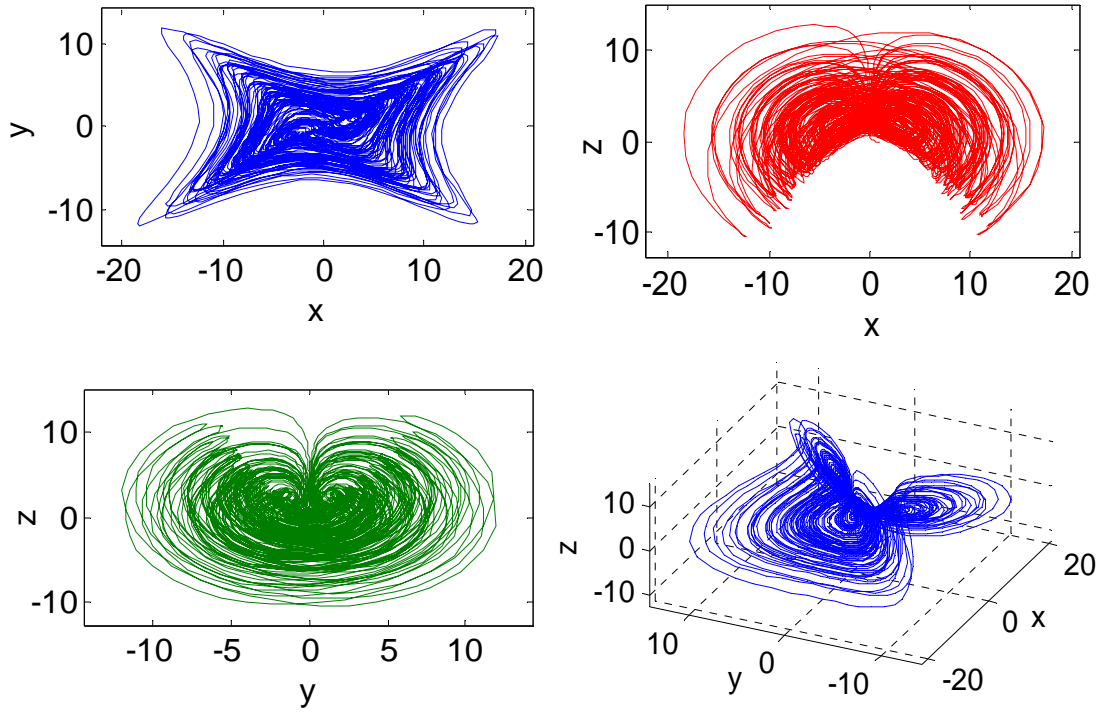
$$\begin{aligned}\dot{x} &= -x + y + y \cdot z \\ \dot{y} &= -x - y + a \cdot x \cdot z \\ \dot{z} &= z - a \cdot x \cdot y\end{aligned}\tag{8.9}$$

Yeni kaotik E sisteminin, $a = 0.6$ parametresi, ve $x_0 = 1$, $y_0 = 0$, $z_0 = 0$ ilk şartları için elde edilen x , y , z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi Şekil 8.13.'de görölmektedir.



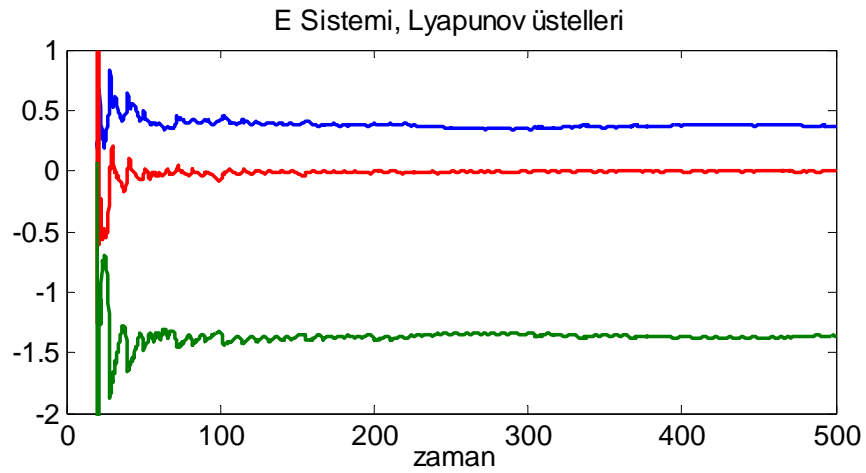
Şekil 8.13. Yeni kaotik E sisteminin x , y , z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi

Aynı parametre ve ilk şartlardaki x - y , x - z , ve y - z kaotik faz portreleri ile üç boyutlu x - y - z yörüngesi ise (Bkz. Şekil 8.14.)'de görölmektedir.



Şekil 8.14. Yeni kaotik E sisteminin x-y, x-z, ve y-z kaotik çekicileri ve üç boyutlu x-y-z yörüngesi

Sistemin kaotik yapıda olduğunu göstermek için Matlab'da LET kullanılarak bulunan Lyapunov üstelleri Şekil 8.15.'de verilmiştir.



Şekil 8.15. Yeni kaotik E sisteminin Lyapunov üstelleri

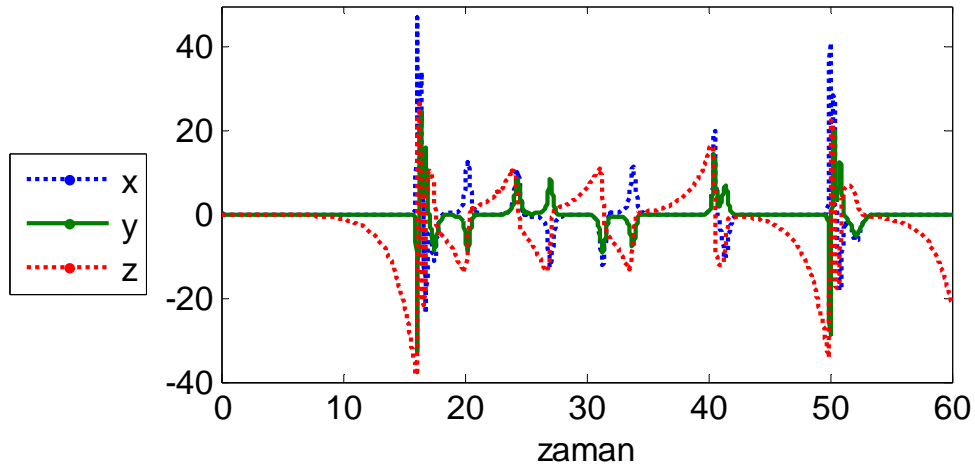
Şekil 8.15.'den görüldüğü gibi Lyapunov üstelleri $\lambda_1 = +0.365$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -1.36$ olarak bulunmuştur. Buradan kaotik davranışın oluşması için gereken (+, 0, -) durumunun sağlandığı ve sistemin kaotik olduğu görülmektedir.

8.6. Yeni Kaotik F Sistemi

Bilgisayar programları ile yapılan sayısal simülasyonlar ve araştırmalar sonucu bulunan, otonom doğrusal olmayan adi diferansiyel denklemler şeklindeki yeni kaotik F sistemi aşağıda verilmiştir.

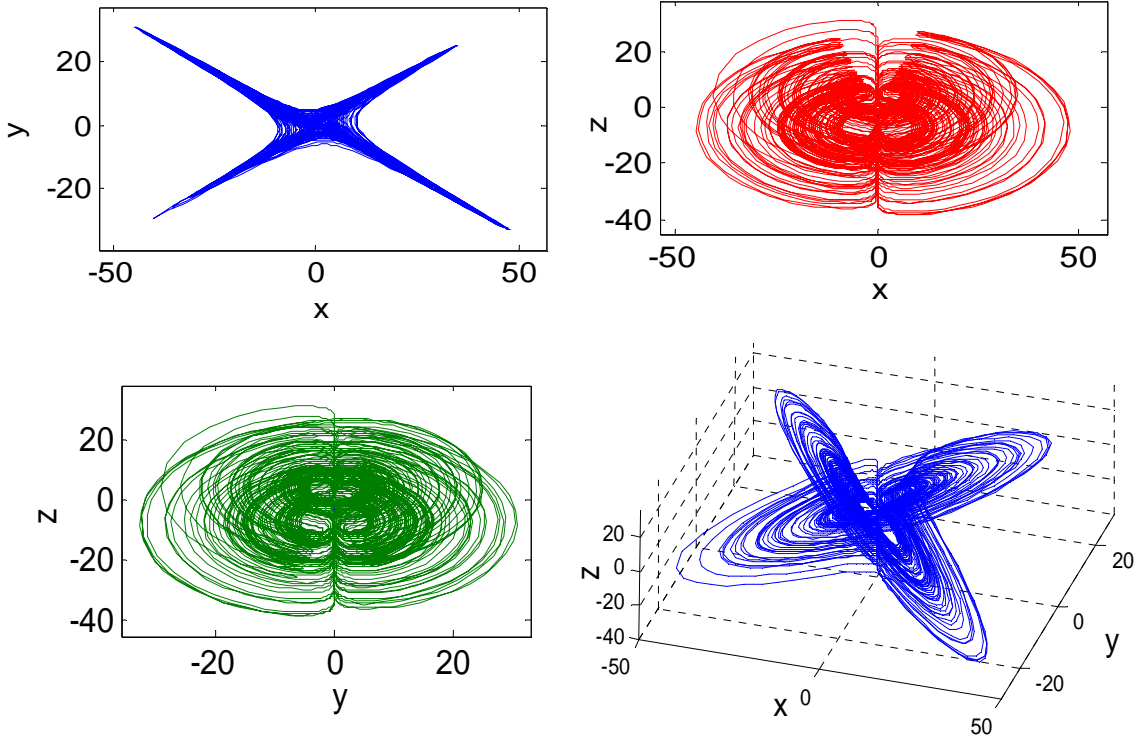
$$\begin{aligned}\dot{x} &= -a \cdot x + y + y \cdot z \\ \dot{y} &= x - a \cdot y + b \cdot x \cdot z \\ \dot{z} &= c \cdot z - b \cdot x \cdot y\end{aligned}\tag{8.10}$$

Yeni kaotik F sisteminin, $a = 4$, $b = 0.5$, $c = 0.6$ parametresi, ve $x_0 = 0.6$, $y_0 = 0$, $z_0 = 0$ ilk şartları için elde edilen x , y , z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi Şekil 8.16.'da görülmektedir.



Şekil 8.16. Yeni kaotik F sisteminin x , y , z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi

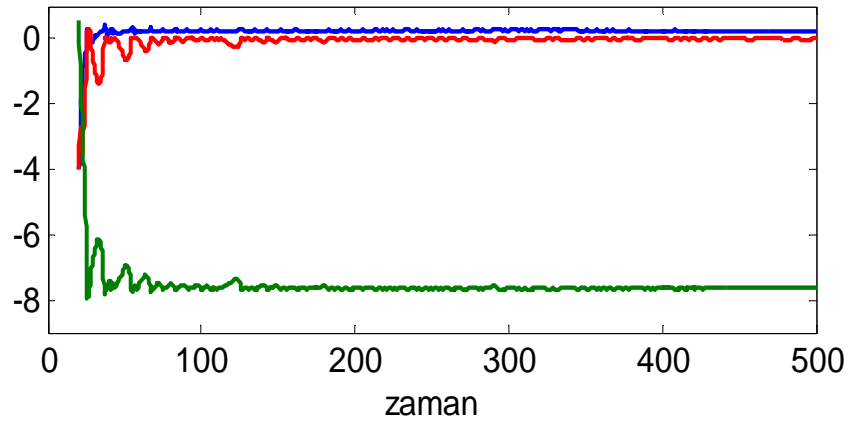
Aynı parametre ve ilk şartlardaki x - y , x - z , ve y - z kaotik faz portreleri ile üç boyutlu x - y - z yörüngesi ise (Bkz. Şekil 8.17.)'de görülmektedir.



Şekil 8.17. Yeni kaotik F sisteminin x-y, x-z, ve y-z kaotik çekicileri ve üç boyutlu x-y-z yörüngesi

Sistemin kaotik yapıda olduğunu göstermek için Matlab'da LET kullanılarak bulunan Lyapunov üstelleri Şekil 8.18.'de verilmiştir.

F Sistemi, Lyapunov Üstelleri



Şekil 8.18. Yeni kaotik F sisteminin Lyapunov üstelleri

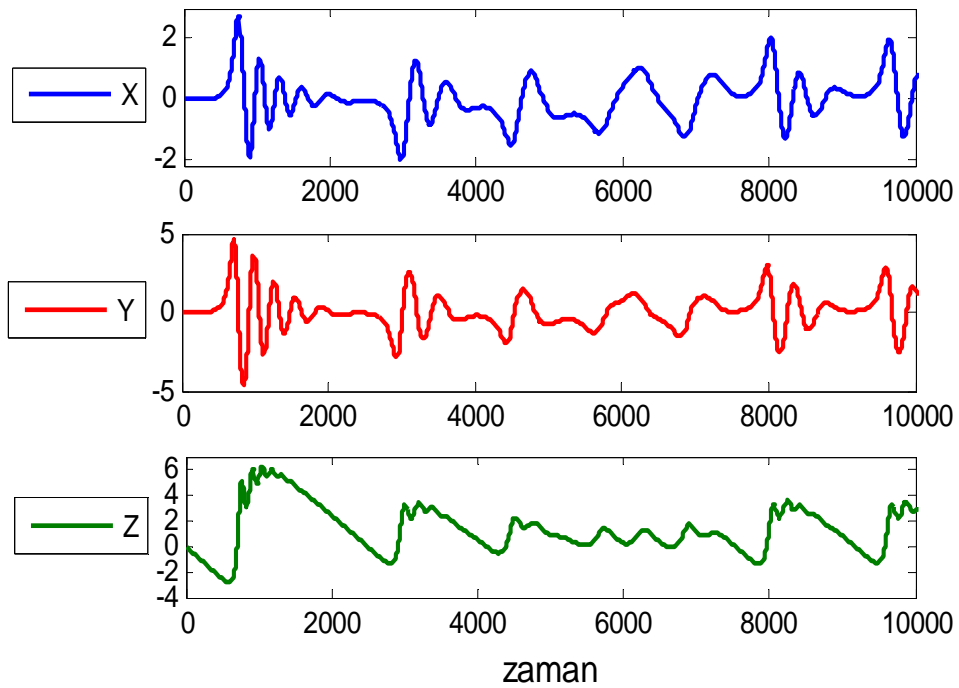
Şekil 8.18.'den görüldüğü gibi Lyapunov üstelleri $\lambda_1 = +0.2437$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -7.65$ olarak bulunmuştur. Buradan kaotik davranışın oluşması için gereken (+, 0, -) durumunun sağlandığı ve sistemin kaotik olduğu görülmektedir.

8.7. Yeni Kaotik G Sistemi

Bilgisayar programları ile yapılan sayısal simülasyonlar ve araştırmalar sonucu bulunan, otonom doğrusal olmayan birinci dereceden adi diferansiyel denklemler şeklindeki yeni kaotik G sistemi aşağıda verilmiştir.

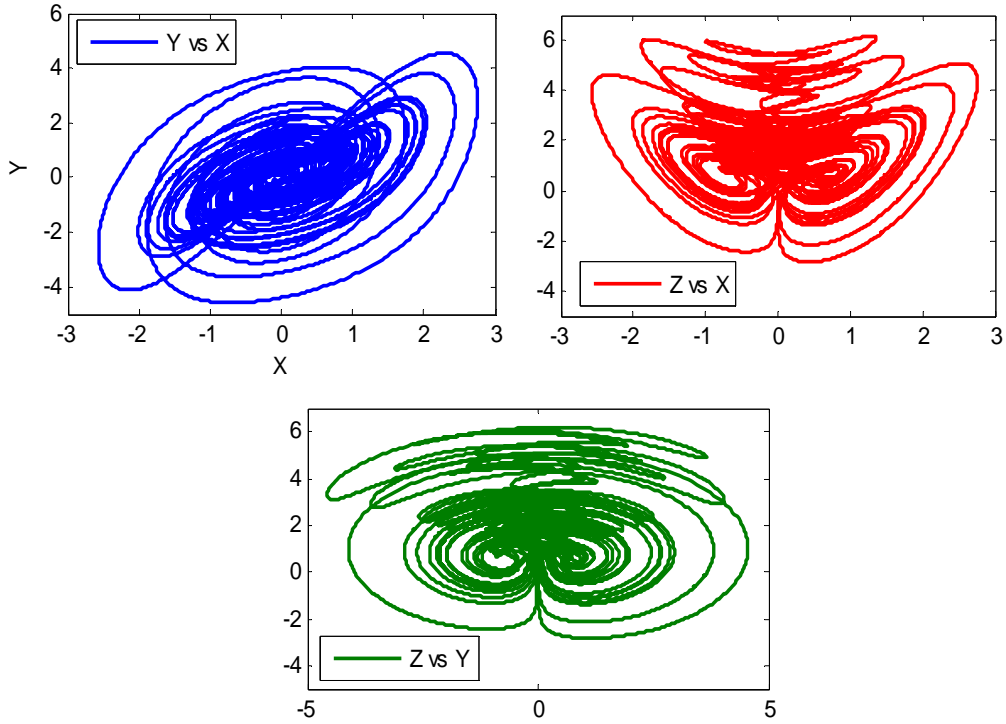
$$\begin{aligned}\dot{x} &= y - x \\ \dot{y} &= a \cdot y - x \cdot z \\ \dot{z} &= x \cdot y - a\end{aligned}\tag{8.11}$$

Yeni kaotik G sisteminin, $a = 0.5$ parametresi, ve $x_0 = 0.001$, $y_0 = 0.001$, $z_0 = 0$ ilk şartları için elde edilen x , y , z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi şekil 8.19.'da görölmektedir.



şekil 8.19. Yeni kaotik G sisteminin x , y , z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi

Aynı parametre ve ilk şartlardaki x - y , x - z , ve y - z kaotik faz portreleri ise Şekil 8.20.'de görülmektedir.



Şekil 8.20. Yeni kaotik G sisteminin x - y , x - z , ve y - z kaotik faz portreleri

Yeni kaotik G sistemi, dinamik davranış olarak Lorenz tipi kaos gösterirken, kararsız olan simetrik iki kritik nokta etrafındaki kaotik yörüngelerde dolanmaktadır. Lorenz ve Chen sistemlerindeki gibi $(0, 0, 0)$ orjin noktasının kritik nokta olma özelliği yoktur. Denge(kritik) noktalarını bulmak için (8.11) denkleminde $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z} = 0$ yapılırsa,

$$\begin{aligned}
 0 &= y^* - x^* \\
 0 &= a \cdot y^* - x^* \cdot z^* \\
 0 &= x^* \cdot y^* - a
 \end{aligned} \tag{8.12}$$

elde edilir. Bu denklem sistemi x^*, y^*, z^* için çözümlerse denge noktaları $(x^*, y^*, z^*) = (\pm\sqrt{a}, \pm\sqrt{a}, a)$ olarak bulunur. $x, y, z \in \mathbf{R}$ olduğundan, denge noktalarının $a > 0$ için mevcut olduğu anlaşılır.

Denge noktalarının kararsız olup olmadığını anlamak için özdeğerlerin bulunması gerekir. En az bir özdeğerin reel kısmı pozitif olduğu takdirde, denge noktasının kararsızlığına ve kaosa işaret eder.

Sistemin Jacobian matrisi aşağıdaki gibidir.

$$J = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -z & a & -x \\ y & x & 0 \end{bmatrix} \quad (8.13)$$

İlk, $(x^*, y^*, z^*) = (\sqrt{a}, \sqrt{a}, a)$ denge noktasında, Jacobian matrisi şu şekilde olur.

$$J = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -a & a & -\sqrt{a} \\ \sqrt{a} & \sqrt{a} & 0 \end{bmatrix} \quad (8.14)$$

$|J - \lambda I| = 0$ karakteristik denkleminin çözümünden özdeğerler bulunur.

Karakteristik denklem hesaplanırsa ,

$$-\lambda^3 + a\lambda^2 - \lambda^2 - a\lambda - 2a = 0 \quad (8.15)$$

elde edilir. Buradan özdeğerler,

$$\lambda_1 = -1, \quad \lambda_2 = -\frac{\sqrt{a^2 - 8a} - a}{2}, \quad \lambda_3 = \frac{\sqrt{a^2 - 8a} + a}{2} \quad (8.16)$$

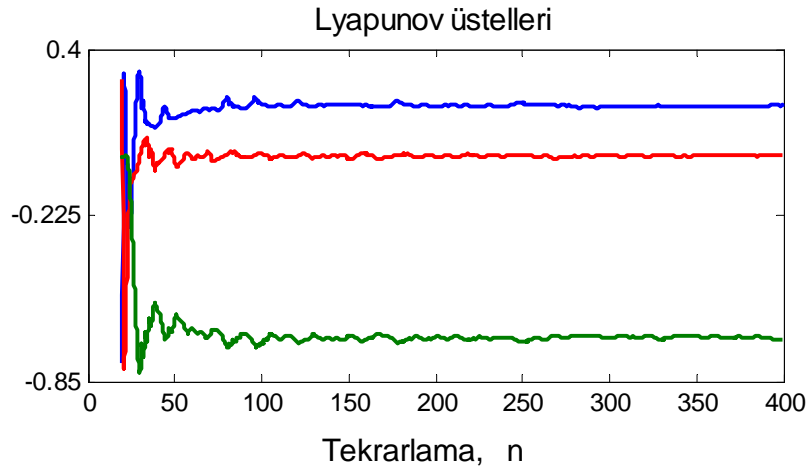
olarak bulunur. $a = 0.5$ için özdeğerler,

$$\lambda_1 = -1, \quad \lambda_2 = -\frac{1.93649 \cdot i - 0.5}{2}, \quad \lambda_3 = \frac{1.93649 \cdot i + 0.5}{2}, \text{ ve}$$

$\lambda_1 = -1, \quad \lambda_2 = -0.968245 \cdot i - 0.25, \quad \lambda_3 = 0.968245 \cdot i + 0.25$ olarak elde edilir.

Özdeğerlerden birisinin gerçel kısmı pozitif olduğundan, $(x^*, y^*, z^*) = (\sqrt{a}, \sqrt{a}, a)$ denge noktası kararsızdır. Diğer $(-\sqrt{a}, -\sqrt{a}, a)$ denge noktası için de Jacobian matris elde edilip, $|J - \lambda I| = 0$ karakteristik denkleminin çözümüne bakılırsa aynı özdeğerler bulunacaktır. Demek ki sistem kararsız olan simetrik iki kritik nokta etrafındaki yörüngede gezmektedir.

Sistemin kaotik yapıda olduğunu garantilemek için Matlab'da LET kullanılarak bulunan Lyapunov üstelleri Şekil 8.21.'de verilmiştir.

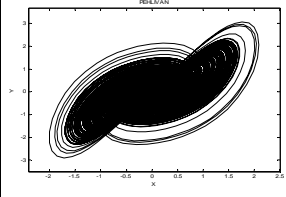
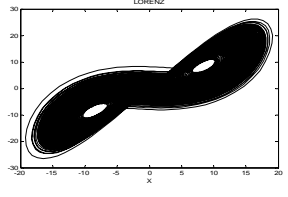
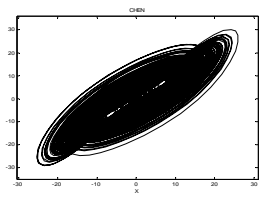
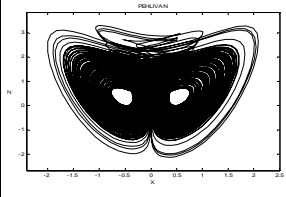
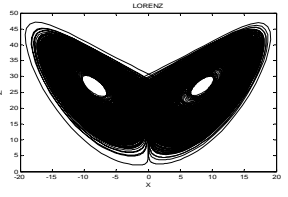
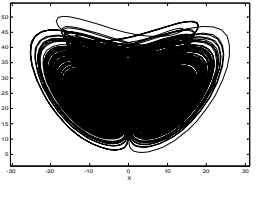
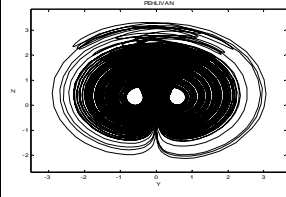
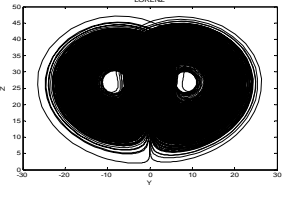
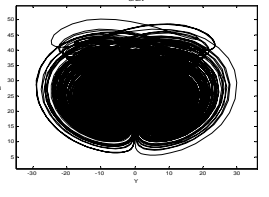


Şekil 8.21. Yeni kaotik G sisteminin Lyapunov üstelleri

Şekil 8.21.'den görüldüğü gibi Lyapunov üstelleri, $\lambda_1=0.18717$, $\lambda_2=0$, $\lambda_3=-0.68919$ olarak bulunmuştur. Buradan kaotik davranışın oluşması için gereken $(+, 0, -)$ durumunun sağlandığı ve sistemin kaotik olduğu görülmektedir.

Yeni kaotik G sistemi, faz portrelerinin görünümü olarak Lorenz ve Chen sistemlerine benzemektedir. Yeni sistem, iki adet ikinci dereceden doğrusal olmayan terim (xz ve xy) olmak üzere toplam altı terim içermekte olduğundan dolayı, Lorenz ve Chen sistemlerinden topolojik olarak daha basittir. Çünkü Lorenz sisteminde yedi terim, Chen sisteminde ise sekiz terim bulunmaktadır. Ayrıca G sisteminde tek parametre varken, diğerlerinde üçer parametre vardır. Lorenz ve Chen sistemleri ile, yeni kaotik G sisteminin karşılaştırılması (Bkz. Tablo 8.1.)'de görülmektedir.

Tablo 8.1. Lorenz ve Chen sistemleri ile yeni kaotik G sisteminin karşılaştırılması

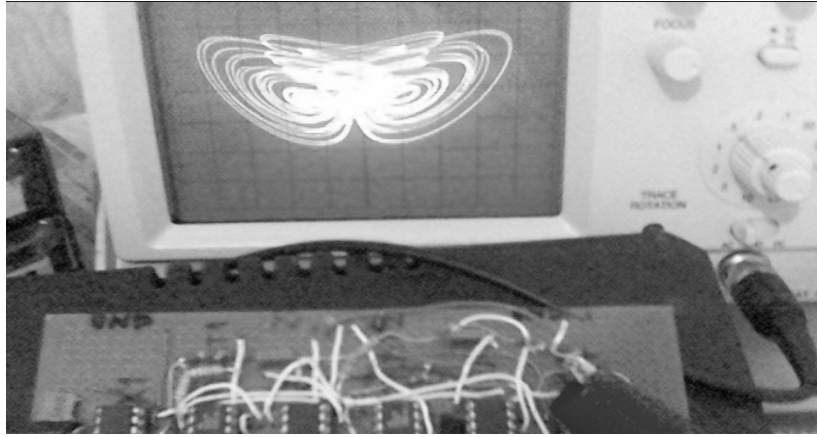
	G	LORENZ	CHEN
Terim	6	7	8
Parametre	1	3	3
x-y			
x-z			
y-z			

8.8. Yeni Kaotik G Sisteminin Simulink Modeli ve Devre Gerçeklemesi

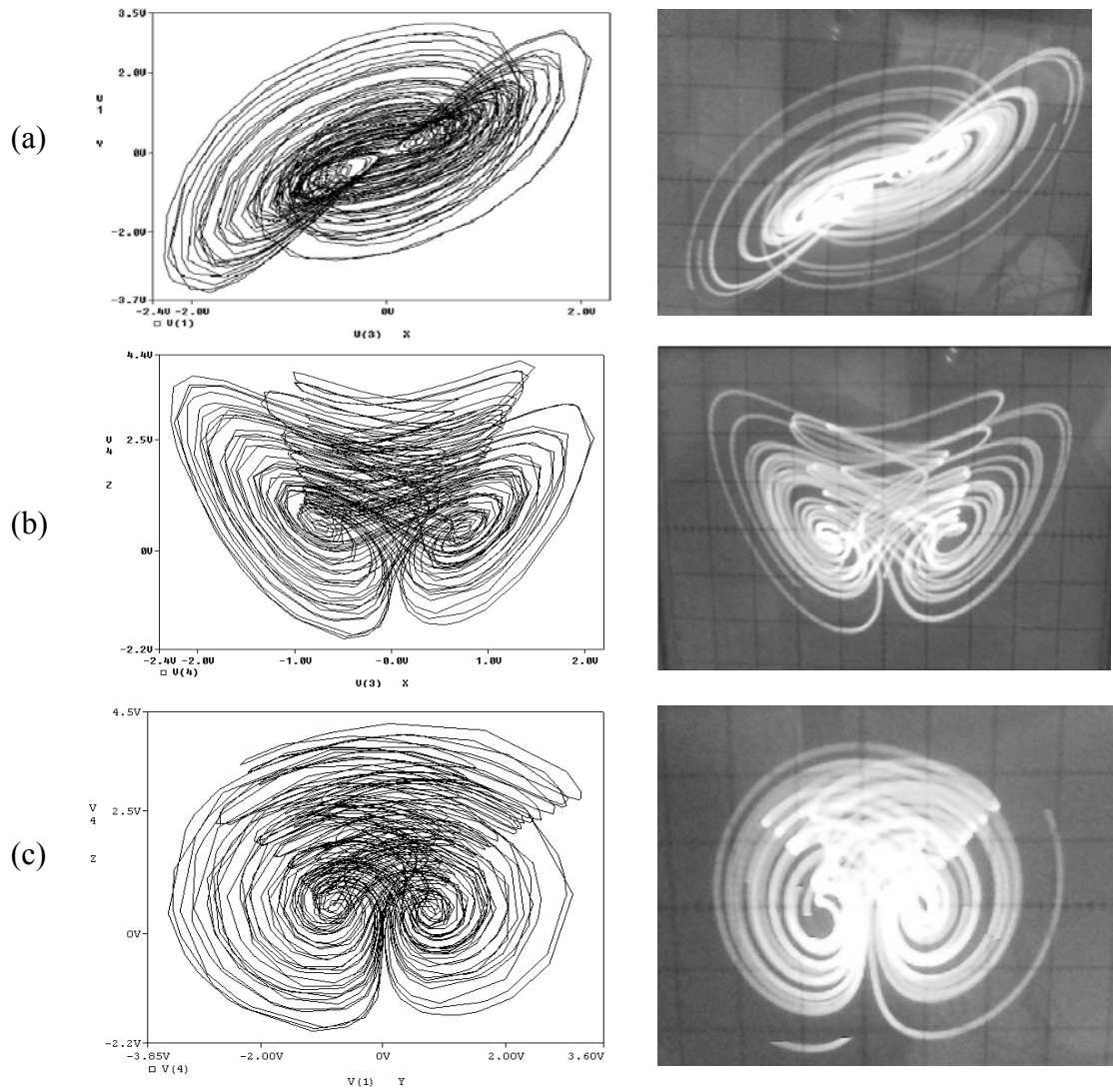
Yeni kaotik G sistemi şu şekilde verilmiş idi.

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= y - x \\
 \dot{y} &= a \cdot y - x \cdot z \\
 \dot{z} &= x \cdot y - a
 \end{aligned}
 \tag{8.17}$$

Yeni kaotik G sisteminin, $a = 0.5$ parametresi, ve $x_0 = 0.001$, $y_0 = 0.001$, $z_0 = 0$ ilk şartları altında Matlab-Simulink'de yapılan blok diyagramları ile modellenmesi (Bkz. Şekil 8.22.)'de verilmiştir.



Şekil 8.24. Yeni kaotik G sisteminin elektronik elemanlarla yapılmış fiziksel gerçekleştirilmesi



Şekil 8.25. Yeni Kaotik G devresi pspice simülasyon sonuçları ve gerçek devrenin osiloskop çıkışları a)x-y, b)x-z, c) y-z kaotik çekicileri

8.9. Yeni Kaotik G Sisteminin Simulink ve Devre Senkronizasyonları

Yeni Kaotik G sistemi verici devresinin denklemleri şu şekilde verilsin;

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y - x \\ \dot{y} &= a \cdot y - x \cdot z \\ \dot{z} &= x \cdot y - a\end{aligned}\tag{8.18}$$

Yeni Kaotik G sistemi, P-C yöntemiyle senkronizasyonu için;

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= a \cdot y_1 - x \cdot z_1 \\ \dot{z}_1 &= x \cdot y_1 - a\end{aligned}\tag{8.19}$$

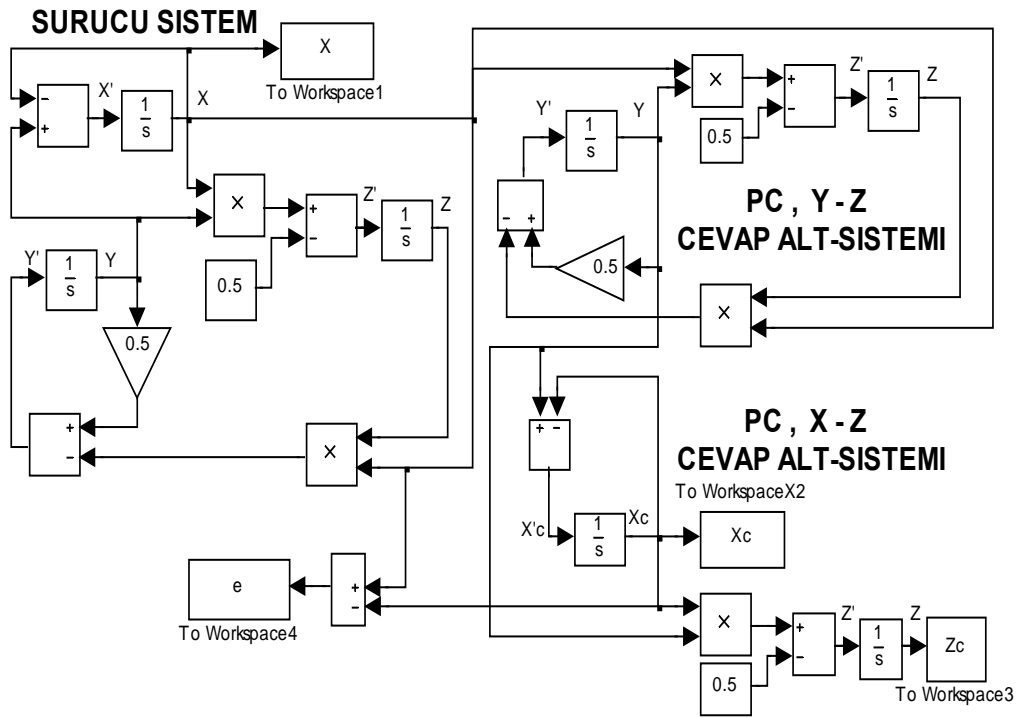
şeklinde (y_1, z_1) sürücü olan cevap alt-sistemine, ve

$$\begin{aligned}\dot{y}_c &= a \cdot y_1 - x_c \cdot z_c \\ \dot{z}_c &= x_c \cdot y_1 - a\end{aligned}\tag{8.20}$$

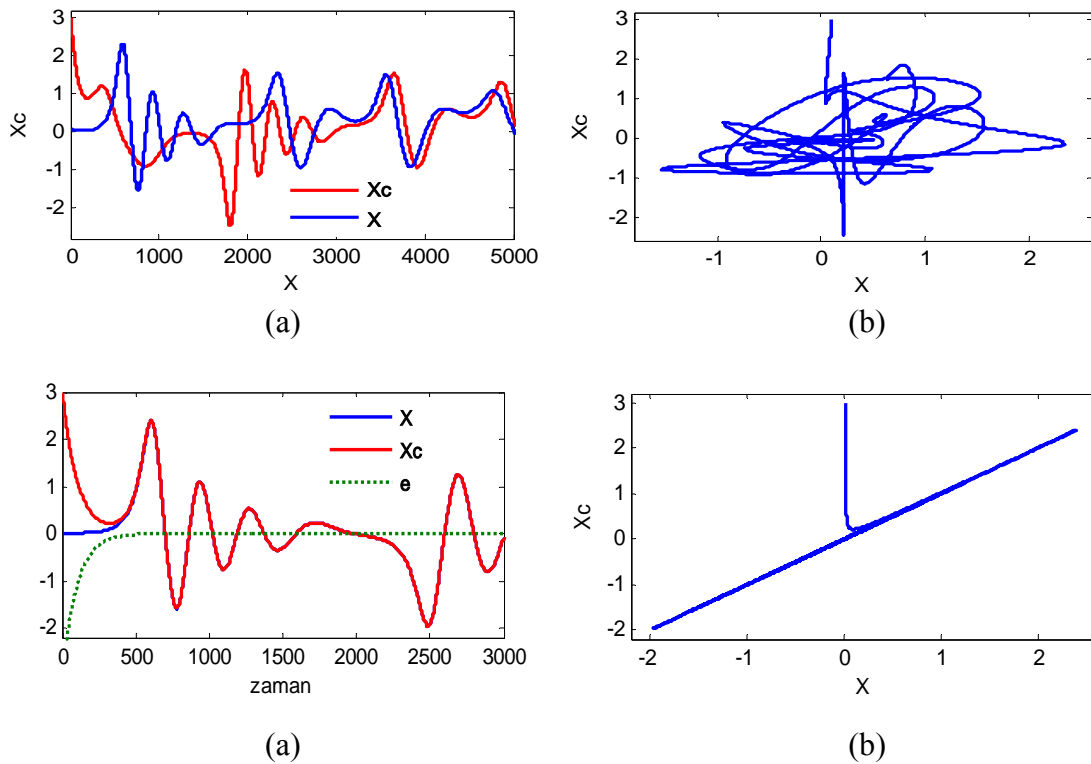
şeklinde (x_c, z_c) kararlı cevap alt-sistemine ayrıştırılabilir.

Senkronizasyondan sonra alıcı devrenin x_c sinyali, verici devrenin x sinyaline kısa sürede yaklaşacak ve senkronize olacaktır.

Yeni Kaotik G sisteminin Pecora-Carroll yöntemi ile Matlab-Simulink'de yapılan blok diyagramları ile senkronizasyon modellenmesi (Bkz. Şekil 8.26.)'da, simülasyon sonuçları ise (Bkz. Şekil 8.27.)'de verilmiştir.

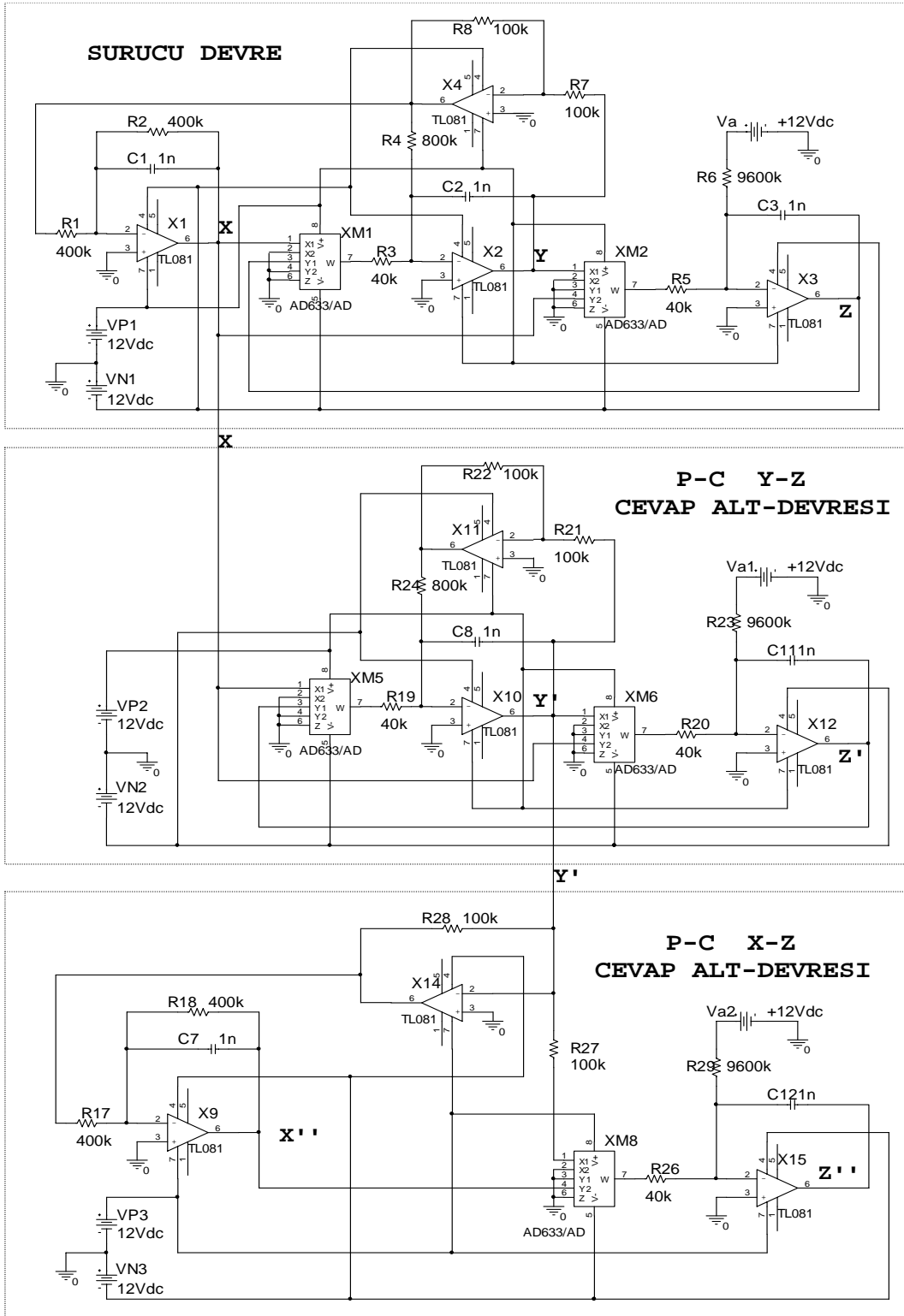


Şekil 8.26. Yeni Kaotik G sisteminin Simulink P-C senkronizasyon modellemesi



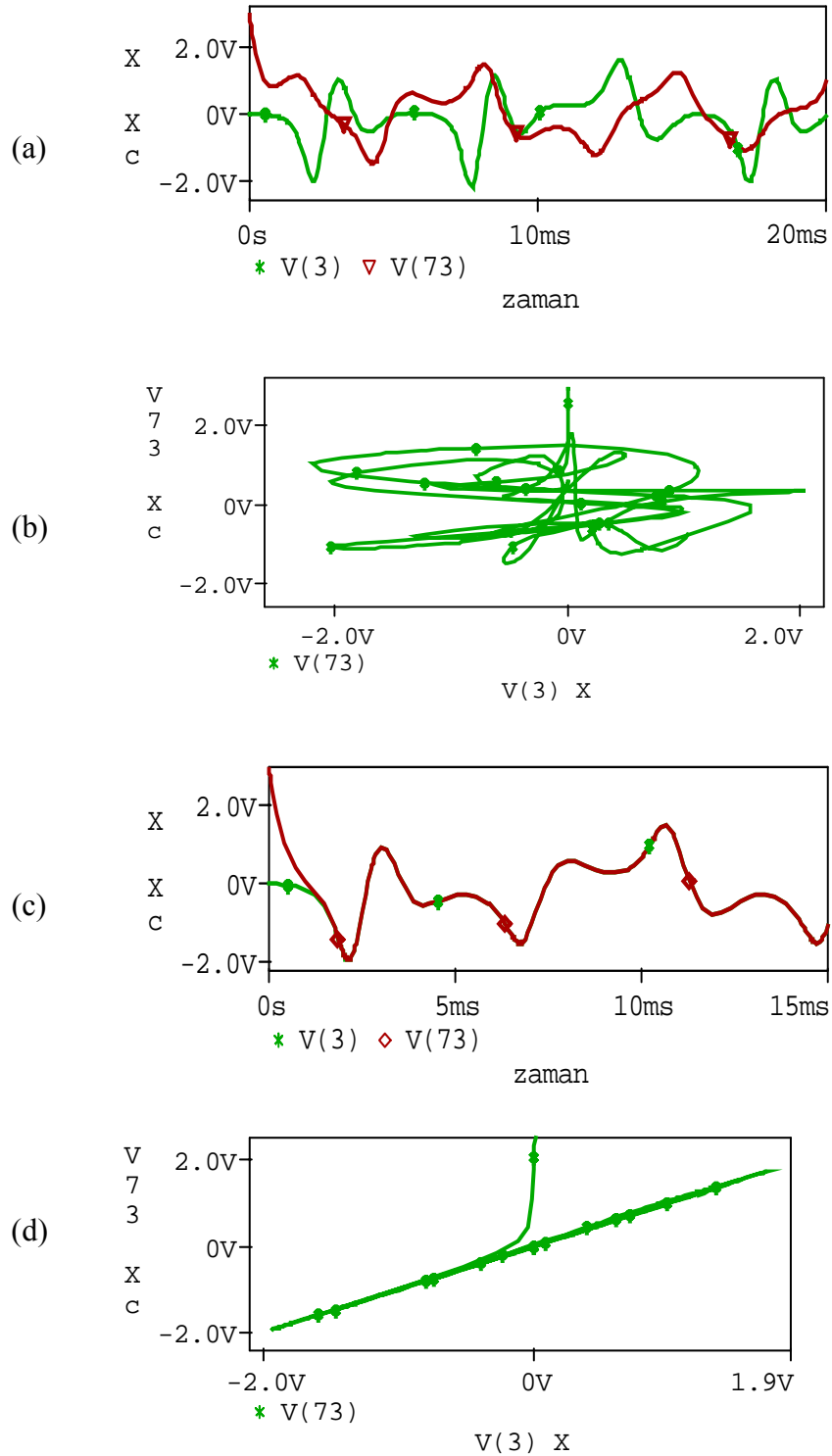
Şekil 8.27. Yeni Kaotik G sistemi Simulink senkronizasyon sonuçları (a) Senkronizasyon öncesi Sürücü(X) ve Cevap(X_c) kaotik sinyallerin zamana göre değişimi (b) $X - X_c$ değişimi (senkronizasyondan önce) (c) Sürücü sinyal(X), cevap sinyali(X_c) ve senkronizasyon hatası ($e = X - X_c$)'nın zaman göre değişimi (d) $X - X_c$ değişimi (senkronizasyondan sonra)

Yeni Kaotik G sisteminin Pspice P-C senkronizasyon devresi Şekil 8.28'de verilmiştir.



Şekil 8.28. Yeni Kaotik G sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi

Yeni Kaotik G sistemi Pspice P-C senkronizasyon devresi simülasyon sonuçları Şekil 8.29'da verilmiştir.



Şekil 8.29. Yeni Kaotik G Pspice P-C senkronizasyon devresi simülasyon sonuçları
 (a) Senkronizasyon öncesi Sürücü(X) ve Cevap(X_c) kaotik sinyallerin zamana göre değişimi
 (b) Senkronizasyonsuz X - X_c değişimi (c) Sürücü(X) ve Cevap(X_c) kaotik sinyallerinin zamana göre değişimi (d) X - X_c senkronizasyonu

BÖLÜM 9. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Literatürdeki, kaotik sistemlerin senkronizasyonu ve senkronize kaotik sistemlerin güvenilir haberleşme amaçlı kullanımı ile ilgili yapılan çalışmalara bakıldığı zaman Chua, Lorenz, Rossler, Duffing gibi sistemlerin daha fazla kullanıldığı görülmektedir. Örneğin, 2004 senesine kadar Chua devresi ile ilgili 767 adet uluslararası bilimsel yayın yapılmıştır. Bu sistemler, bu alanda çalışan kimselerin çok iyi bildikleri, üzerinde çok uzun yıllar çalışılmış olan sistemlerdir. Konunun, güvenli ve gizli haberleşme olması nedeniyle, dinamik yapıları çok iyi bilinen, üzerinde çok fazla çalışılmış sistemlerin bu amaçla kullanılması güvenlik açısından bir dezavantaj oluşturabilecekti. Bu düşünceler, yeni kaotik sistemlerin keşfedilmesi çalışmalarına yöneltti.

Bu tezde güvenli haberleşmede alternatif olarak kullanılacak yeni kaotik sistemler bulunup tanıtılmış, senkronizasyon ve güvenli haberleşme devreleri tasarlanarak, bulunan yeni sistemlerin güvenli haberleşmede kullanılacağı gösterilmiştir.

Tezde kapsamlı bir literatür taramasından sonra, doğrusal olmayan dinamik sistemler ve kaos ile ilgili temel kavramlar anlatılmıştır. Lorenz, Chua, Rössler, Duffing gibi çok bilinen sistemler ile Yayınımsız Lorenz, Rikitake, Rucklidge, Arneodo gibi az bilinen ve elektronik devre gerçeklemelerine literatürde rastlanılmamış yeni sistemler tanıtılmıştır. Örnek kaotik Lorenz sistemi üzerinde, kaotik sistemlerin modellenmesi, elektronik devre gerçeklemeleri, senkronizasyon modellemeleri ve devre gerçeklemeleri, gizleme yöntemiyle haberleşme modellemeleri ve devre gerçeklemeleri ayrıntılı olarak anlatılmıştır. (Şekil 4.9.,11.,13.,14.,16.,17.,18.,20., 22.,23.,25.)

Literatürde elektronik devre gerçeklemelerine rastlanılmayan, Yayınımsız Lorenz, Rikitake, Rucklidge, Arneodo ve Hoover(Sprot94A) sistemlerinin, önce Matlab-Simulink ortamında modellemeleri yapılmış (Şekil 5.1.,5.,12.,16.,20.), sonra Orcad-Pspice'da elektronik devrelerinin tasarım ve gerçeklemeleri yapılarak (Şekil 5.2., 6.,13.,17.,21.), simülasyon sonuçları verilmiştir (Şekil 5.3.,4.,7.,8.,14.,15.,18.,19., 22.,23.). Rikitake sisteminin deneysel olarak elektronik devresi kurulup(Şekil 5.9.), durum değişkenlerinin kaotik zaman serileri(Şekil 5.10.) ve faz portreleri(Şekil 5.11.) osiloskop üzerinde gözlenmiştir. Deneysel devrenin çıkışları ile Pspice devresi ve Simulink modelinin aynı sonuçları verdiği gözlenmiştir. Buradan başarılı bir modelleme ve devre tasarımının yapıldığı görülmüştür.

Literatürde senkronizasyon uygulaması görülmeyen Yayınımsız Lorenz, Rikitake, Rucklidge, Arneodo ve Hoover(Sprot94A) sistemlerinin, Pecora-Carroll yöntemi ile hem Matlab-Simulink ortamında senkronizasyon modellemeleri (Şekil 6.1.,5.,9., 13.,17.) hem de Orcad-Pspice'da Pecora-Carroll yöntemiyle senkronizasyon devrelerinin tasarım ve gerçeklemeleri yapılarak (Şekil 6.3.,7.,11.,15.,19.), simülasyon sonuçları verilmiştir(Şekil 6.2.,4.,6.,8.,10.,12.,14.,16., 18.,20.). Sonuç olarak ele alınan tüm sistemlerde 1ms gibi kısa bir zamanda verici devre ile alıcı devrenin tamamen senkronize olduğu ve Matlab-Simulink'deki senkronizasyonları ile Pspice'da yapılan simülasyonlarının birebir aynı sonuçları verdiği gözlenmiştir.

Yine literatürde güvenli haberleşme alanında uygulaması görülmeyen Yayınımsız Lorenz, Rikitake, Rucklidge, Arneodo ve Hoover(Sprot94A) sistemlerinin, hem Matlab-Simulink ortamında gizleme yöntemiyle haberleşme modellemeleri (Şekil 7.1.,5.,9.,13.,17.) hem de Orcad-Pspice'da gizleme yöntemiyle haberleşme devrelerinin tasarım ve gerçeklemeleri yapılmış(Şekil 7.3.,7.,11.,15.,19.), simülasyon sonuçları verilmiştir (Şekil 7.2.,4.,6.,8.,10.,12.,14.,16.,18.,20.). Kaotik gizleme yöntemi ile haberleşmede bilgi işareti kaotik işaret içinde gizleneceğinden, bilgi işaretinin genliği kaotik işareten küçük olacaktır. Tüm sistemlerde 0.2V, 10KHz'lik sinüs dalgası formunda bilgi işareti kullanılmıştır. Kaotik devre çıkışları ise Yayınımsız Lorenz ve Hoover(Sprot94A) sistemlerinde tepeden tepeye 4V'luk, Rikitake sisteminde 10V'luk , Rucklidge sisteminde 15V'luk, ve Arneodo sisteminde 12V'luk bir değişim göstermektedir. Kaotik devre çıkışları ile, üzerine eklenerek

gizlemesi yapılan bilgi işaretlerinin oranlaması yapıldığında, ortalama olarak Yayınimsız Lorenz ve Hoover(Sprott94A) sistemlerinde 10dB, Rikitake sisteminde 14dB, Rucklidge sisteminde 16dB, ve Arneodo sisteminde 15dB'lik bir fark görülmektedir. Bilgi işaretinin, üzerine eklenerek gizlendiği kaotik işaretten bu oranlarda küçük olması, bilgi işaretinin geri elde edilmesi noktasında Yayınimsız Lorenz, Rucklidge, ve Arneodo sistemlerinde yeterli olurken, Rikitake ve Hoover(Sprott94A) sistemlerinde bilgi işaretinde çok iyi bir geri dönüşüm sağlanamamıştır. Buradan sonuç olarak şu yargıya varılabilir; Kaotik gizleme yöntemiyle haberleşmede, bilgi işaretinin, üzerine ekleneceği kaotik işaretten 10-16dB küçük olması tüm sistemlerde yeterli olmayabilir. Bilgi işaretinin tam olarak geri dönüşümünü sağlamak için, kaotik gizleme yöntemiyle haberleşmede, bilgi işareti kaotik işaretten 20 dB kadar küçük olmalıdır.

Son olarak bilgisayar programları ile yapılan sayısal simülasyonlar ve araştırmalar sonucu yeni keşfedilen yedi adet otonom sürekli-zamanlı kaotik sistem tanıtılmıştır(Bölüm 8.1.-8.7.) Her bir yeni sistemin Lyapunov üstelleri hesaplanarak sistemlerin kaotik olduğu gösterilmiştir (Şekil 8.3.,6.,9.,12.,15.,18.,21.). Faz portrelerinden görüldüğü gibi yeni keşfedilen sistemler çok ilginç tuhaf çekiciler sergilemektedir (Şekil 8.2.,5.,8.,11.,14.,17.,20). Sonra, bunlardan G sistemi ele alınarak, Matlab-Simulink ortamında modellenmesi(Şekil 8.22.), Orcad-Pspice da elektronik devresinin tasarım ve gerçekleştirilmesi yapılmıştır(Şekil 8.23.), ayrıca deneysel olarak da elektronik devresi kurulmuştur(Şekil 8.24.). Matlab ve Pspice simülasyon sonuçları ile gerçek devrenin osiloskop çıktıları karşılaştırmalı olarak verilmiştir(Şekil 8.25., Tablo 8.1.), tamamen aynı sonuçları verdiği gözlenmiştir. Yine G sisteminin Pecora-Carroll yöntemi ile senkronizasyonu için modellenmesi (Şekil 8.26.) ve elektronik devresinin tasarım ve gerçekleştirilmesi(Şekil 8.28.) yine Simulink ve Pspice ortamlarında yapılmış, simülasyon sonuçları verilmiştir(Şekil 8.27.,29.). 1-2ms gibi kısa bir zamanda verici devre ile alıcı devrenin senkronize olduğu ve Matlab-Simulink'deki senkronizasyonu ile Pspice'da yapılan simülasyonunun aynı sonuçları verdiği(Şekil 8.27.,29.) gözlenmiştir.

Öneri olarak, tezin 3. Bölümü'nde ele alınan değişik bilim dallarında mevcut olan, fakat senkronizasyon ve güvenli haberleşme uygulamaları daha önceden yapılmamış

sistemlerin de, kaotik elektronik devre tasarımları, senkronizasyon ve güvenli haberleşme devreleri yapılabilir.

Ayrıca bu tezde devre gerçekleştirilmesi yapılan tüm kaotik elektronik devrelerde işlemsel eleman olarak opamplar kullanılmıştır. Tüm devreler OTA, CCII, CFOA gibi işlemsel elemanlarla tasarlanıp, band genişliği ve devre boyutunda iyileştirmeler yapılabilir.

Yine bu tezde elektronik devre tasarımları, senkronizasyon ve güvenli haberleşme devreleri yapılan tüm sistemlerin, “kaotik modülasyon” ve “kaotik anahtarlama” gibi diğer kaos tabanlı haberleşme sistemleri kullanılarak da haberleşme devreleri tasarlanabilir.

Bu tezde tanıtılan kaotik sistemler ve yeni keşfedilen kaotik sistemler tüm kaos tabanlı haberleşme uygulamalarının yanı sıra, kaos tabanlı kriptoloji, bilgi kodlama, bilgi sıkıştırma, rastgele sayı üretici, kaos tabanlı müzik ve resim üretimi, hassas desen tanıma vb. gibi uygulamalarda da kullanılabilecek potansiyel sistemlerdir.

Tezin son Bölümü’ndeki yeni keşfedilen sistemler özellikle matematikçilerin dinamik yapılarını incelemeleri için kaynak olabilecek sistemlerdir.

Bilinen klasik kaotik sistemlerin yanında, bu tezde tanıtılan ve keşfedilen yeni kaotik sistemlerin, kaos tabanlı haberleşme ve kriptoloji dünyasına çeşitlilik sunarak güvenliğin artmasına fayda sağlayacağı, kaos ile alakalı diğer alanlarda çalışanlara da kaynak teşkil edeceği düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] HOLMES PJ., Poincare celestial mechanics, dynamical-systems theory and “chaos”, *Phys. Rep.*, 1990;193(3):138-163.
- [2] KENNEDY, MP., Experimental Chaos from Autonomous Electronic Circuits. *Phil. Trans. R. Soc.*, London, 1995; A(353):13-32.
- [3] KENNEDY MP., CHUA LO, Van Der Pol and Chaos, *IEEE Trans. Circuit Syst.*, 1986;CAS-33:974-980.
- [4] LORENZ E. N., Deterministic nonperiodic flow, *J. Atmos. Sci.*, 1963;20:130–141.
- [5] MOON FC., Chaotic Vibrations: An Introduction for Applied Scientists and Engineers, *John Wiley & Sons*, New York, 1987.
- [6] LI T., YORKE JA., Period three implies chaos, *Amer. Math. Monthly*, 1975;82:985–992.
- [7] RÖSSLER OE., An equation for continuous chaos, *Phys. Lett. A*, 1976;57:397–398.
- [8] RÖSSLER OE., Continuous Chaos – Four Prototype Equations, *Ann. N.Y. Acad. Sci.*, 1979;316:376-392.
- [9] UEDA Y., AKAMATSU K., Chaotically Transitional Phenomena in The Forced Negative-Resistance Oscillator, *IEEE Trans. Circuits&Systems-I*, 1980; CAS-28:217-226.
- [10] LINSAY P., Period Doubling and Chaotic Behaviour in a Driven Anharmonic Oscillator, *Phys. Rev. Lett.*, 1981;47:1349-1392.
- [11] TESTA J., PEREZ J., JEFFRIES C., Evidence for Universal Chaotic Behaviour of a Driven Nonlinear Oscillator, *Phys. Rev. Lett.*, 1982;48:716-717.
- [12] LAKSHMANAN M., MURALI K., Chaos in Nonlinear Oscillators, Controlling and Synchronization, *World Scientific*, 1996.
- [13] CHUA LO., WU C.W., HUANG A., ZHONG G., A Universal Circuit for Studying and Generating Chaos-Part I: Routes to Chaos, *IEEE Trans. Circuits&Systems-I*, 1993;40:732-761.

- [14] MATSUMOTO T., CHUA LO., TANAMA S., Simplest Chaotic Nonautonomous Circuit, *Physical Rev. A*, 1984;30:1155-1157.
- [15] MATSUMOTO T., CHUA LO., TAKUNAGA R., Chaos via Torus Breakdown, *IEEE Trans. Circuits&Systems*, 1987;CAS-34:240-253.
- [16] INABA N., MORIS., Chaotic Phenomena in a Circuit with a Diode due to Change of the Oscillation Frequency, *IEICE Trans. Fundamentals.*, 1988;E71:842-849.
- [17] OGORZALEK MJ., Order and Chaos in a Third Order RC Ladder Network with Nonlinear Feedback, *IEEE Trans. Circuits&Systems*, 1989;CA5-36:1221-1230.
- [18] MÖGEL A, SCHWARZ W, High Frequency Chaos Generators, *ECCTD'95 Euro. Conf. on Cir. Theo. and Des.*, İstanbul, 1995;1133-1136
- [19] TAMASEVICIUS A., NAMAJUNAS A., CENYS A., Simple 4D Chaotic Oscillator, *Electronic Letters*, 1996;32:957-958
- [20] NAKAGAWA S., SAITO T., An RC OTA Hysteresis Chaos Generator, *IEEE Trans. Circuits&Systems-I*, 1996;43:1019-1011.
- [21] CASCAIS J., DIALO N., COSTA AN., Chaos and Reverse Bifurcation in a RCL Circuit, *Physics Letters*, 1983; 93A:213-216.
- [22] KAWAKAMI H., Bifurcation of Periodic Responses in Forced Dynamic Nonlinear Circuits: Computation of Bifurcation Values of the System Parameters, *IEEE Trans. Circuits&Systems.*, 1984;CAS-31:248-260.
- [23] KAWAKAMI H., Fuzzy Boundary of Domain of Attraction in Forced Oscillatory Circuit, *ECCTD'87 European Conference on Circuit Theory and Design*, Paris, 1987;393-398.
- [24] OHMORI Y., NAKAGAWA N., SAITO T., Mutual Coupling of Oscillators with Chaos and Period Doubling Bifurcation, *ISCAS'85 International Conference on Circuits and Systems*, 1985;61-64.
- [25] SAITO T., A Chaos Generator Based on a Quasi-Harmonic Oscillator, *IEEE Trans. Circuits&Systems*, 1985;CAS-32:320-331.
- [26] SAITO T., Chaotic Phenomena in a Coupled Oscillators, *ECCTD'87 European Conf. on Circuit Theory and Design*, Paris, 1987;275-280.
- [27] RODRIGUEZ A.B., HUERTAS JL., CHUA L.O., Chaos in a Switched Capacitor Circuit, *IEEE Tran. Circuits&Syst.*, 1985;CAS-32:1083-1085
- [28] HORIO Y., SUYAMA K., Experimental Verification of Signal Transmission Using Synchronized SC Chaotic Neural Networks, *IEEE*

Trans. Circuits&Systems-I, 1995;42:393-395.

- [29] ENDO T., CHUA LO., Chaos from Phase-Locked Loops, *IEEE Trans. Circuits&Systems*, 1988; CAS-34: 987-1003.
- [30] T. ENDO, L.O. CHUA, Chaos from Phase-Locked Loops- Part II: High Dissipation Case, *IEEE Trans. Circuits&Systems*, 1989;CAS-35:155-263.
- [31] KUDREWICZ L, GUDNIEWICZ J., SWIDZHSHE B., Chaos, Phase Slipping and Cantor -Like Sets in a discrete Phase- Locked Loop, *ECCTD'87 European Conf. on Circuit Theory and Design*, 1987;507-512.
- [32] KOLUMBAN G., HASEGAWA A., ENDO T., Direct Signal Generation for Chaos Communication and Chaotic Measurement by Analog PLL, *ISCAS'97 Int. Conf. on Circ. and Syst.*, 901-904, 1997, Hong-Kong.
- [33] BRADLEY E., STRAUB D.E., Using Chaos to Broaden the Capture Range of a PhaseLocked Loop: Experimental Verification, *IEEE Trans. Circuits&Systems -I*, 1996;43:914-922,.
- [34] CHUA LO., LIN T., Chaos and Fractals from Third-Order Digital Filters, *Int. J. of Circuit Theory and Appl.*, 1990;18:241-256.
- [35] CHUA LO, LIN T., Chaos in Digital Filters, *IEEE Trans. Circuits&Systems*, 1990;CAS-35:648-658.
- [36] CHUA LO, LIN T., Fractal Pattern of Second-Order Nonlinear Digital Filters:A Symbolic Analysis, *Int. Journl. of Circuit Theory and Appl.*, 1990;18:541-550.
- [37] DESCHAMPS DD., Some Chaotic Consequences of Quantization in Digital Filters and Digital Systems, *ISCAS '89 International Conference on Circuits and Systems*, Portland, 1989; 602-605.
- [38] MACCHI O., SAIDANE M., Bifurcations in Adaptiye ARMA Predictors, *ECCTD'87 European Conference on Circuit Theory and Design*, Paris, 1987;287-294,.
- [39] MACCHI O., SAIDANE M., Adaptiye UR Filtering and Chaotic Dynamics: Application to Audio Frequency Coding, *IEEE Trans. Circuits&Systems*, 1989;CAS-36:591-599.
- [40] RUBIO RF., ARACIL J., CAMACHO EF., Chaotic Motion in Adaptive Control System, *Int. J. Control*, 1985;42:353-360.
- [41] HAMILL DC., JEFFRIES DJ., Subharmonics and Chaos in a Controlled Switch-Mode Power Converters, *IEEE Trans. Circuits&Systems*, 1988;CAS-35:1059-1061.

- [42] PODDAR G., CHAKRABARTY K., BANERJEE S., Control of Chaos in the Boost Converter, *Electronics Letters*, 1995;31: 841-842.
- [43] TSE CK., FUNG S.C., KWAN M.W., Experimental Confirmation of Chaos in a Current-Programmed Cuk Converter, *IEEE Trans. Circuits&Systems-I*, 1996;43:605-608.
- [44] TSE CK., Flip Bifurcation and Chaos in Three-State Boost Switching Regulators, *IEEE Trans. Circuits&Systems-I*, 1994;41:16-23.
- [45] UENO F., OOTA I., HARADA I., A Low-noise Control Circuit Using Chua's Circuit for a Switching Regulator, *ECCTD'95 European Conference on Circuit Theory and Design*, İstanbul, 1995;1149-1152.
- [46] MURALI K., LAKSHMANAN M., CHUA LO., Controlling and Synchronization of Chaos in The Simplest Dissipative Nonautonomous Circuit, *International J. of Bifurcation&Chaos*, 1995;5:563-571.
- [47] OGORZALEK MJ., Taming Chaos-Part II: Control, *IEEE Trans. Circuits&Syst.-I*, 1993;40:700-706.
- [48] CHEN G., DONG X., From Chaos to Order- Perspectives and Methodologies in Controlling Chaotic Nonlinear Dynamical Systems, *International J. of Bifurcation&Chaos*, 1993;3:1363-1409.
- [49] YANG T., CHUA LO., Control of Chaos Using Sampled Data Feedback Control, *International J. of Bifurcation&Chaos*, 8, 1998;2433-2438.
- [50] ARECCHI FT., BOCCALETTI S., CIOFINI M., GREBOGI C., MEUCCI R., The Control of Chaos: Theoretical Schemes and Experimental Realizations, *International J. of Bifurcation&Chaos*, 1998;8:1643-1655.
- [51] HU G., QU Z, HE K., Feedback Control of Chaos in Spatiotemporal Systems, *International J. of Bifurcation&Chaos*, 1995;5:901-936.
- [52] KAPITANIK T., KOCAREV L., CHUA L.O., Controlling Chaos without Feedback and Controlling Signals, *International I. of Bifurcation&Chaos*, 1993;3:459-468.
- [53] HAYES S., GREBOGI C., OTT E., MARK A., Experimental Control of Chaos for Communication, *Phys. Rev. Lett.*, 1994;73:1781-1785.
- [54] GENESIO R., TESI A., VILLORESI F., A Freq. Approach for Analyzing and Controlling Chaos, *IEEE Trans. Circuits&Syst.-I*, 1993;40:819-828.
- [55] PAN S., YIN F., Optimal Control of Chaos with Synchronization, *International I. of Bifurcation&Chaos*, 1997;7: 2855-2860.

- [56] YAGASAKI K., UOZUMI T., Controlling Chaos in a Pendulum Subjected to Feedforward and Feedback Control, *International J. of Bifurcation&Chaos*, 1993;3:459-468.
- [57] SAITO T., MITSUBORI K., Control of Chaos from a Piecewise Linear Hysteresis Circuit, *IEEE Trans. Circuits&Syst.-I*, 1995;42:168-172.
- [58] PECORA LM., CARROLL TL., Synchronization in Chaotic Systems, *Phys. Rev. Lett.*, 1990;64:821-824.
- [59] CARROLL TL., PECORA LM., Synchronizing Chaotic Circuits, *IEEE Trans. On Circuits&Systems*, 1991;38:453-456
- [60] PECORA LM., CARROLL TL., Driving systems with chaotic signals, *Physical review A* , 1991;44:2374-2383
- [61] CUOMO KM., OPPENHEIM AV., Circuit Implementation of Synchronized Chaos with applications to Communication, *Phys. Rev. Lett.*, 1993;71:65-68.
- [62] CUOMO KM., OPPENHEIM AV., STROGATZ S. H., Synchronization of Lorenz-based chaotic circuits with applications to communications, *IEEE Trans. Circuits Syst.*, 1993;40(10):626-633.
- [63] KOCAREV L., HALLE KS., ECKERT K., CHUA L.O., PARLITZ U., Experimental Demonstration of Secure Communications via Chaotic Synchronization, *International J. of Bifurcation&Chaos*, 1992;2:709-713.
- [64] PARLITZ U, CHUA LO., HALLE KS., SHANG A., Transmission of Digital Signals by Chaotic Synchronization, *International J. of Bifurcation&Chaos*, 1992;2:973-977.
- [65] HALLE KS., WU CW., ITOH M., CHUA LO., Spread Spectrum Communication Through Modulation of Chaos, *International J. of Bifurcation&Chaos*, 1993;3: 469-477.
- [66] DEDIU H., KENNEDY M.P, HASLER M., Chaos shift Keying: Modulation and Demodulation of a Chaotic Carrier Using Self-Synchronizing Chua's Circuits, *IEEE Trans. Circuits&Syst.-I*, 1993;40:634-642.
- [67] WU CW., CHUA LO., A Simple Way to Synchronize Chaotic Systems with Applications to Secure Communication Systems, *International J. of Bifurcation&Chaos*, 1993;3:1919-1627.
- [68] CHUA LO., ITOH M., KOCAREV L, ECKERT K., Chaos Synchronization in Chua's Circuit, *International J. of Bifurcation&Chaos*, 1993;3: 93-108.

- [69] LOZI R., CHUA LO., Secure Communications via Chaotic Synchronization II: Noise Reduction by Cascading Two Identical Receivers, *International J. of Bifurcation&Chaos*, 1993;3:1319-1325.
- [70] HAYES S., GREBOGI C., OTT E., Communicating with Chaos, *Phys. Rev. Lett.*, 1993;70: 3031-3034.
- [71] FREY DR, Chaotic Digital Encoding: An Approach to Secure Communication, *IEEE Trans. Circuits&Syst.II* , 1993;40:660-666.
- [72] ITOH M., MURAKAMI H., CHUA LO., Communication Systems via Chaotic Modulations, *IEICE Trans. Fundam.*, 1994;E77-A:1000-1006.
- [73] PARLITZ U., ERGEZINGER S., Robust Communication Based on Chaotic Spreading Sequences, *Phys. Lett. A*, 1994;188:146-150.
- [74] YU Y.H., KWAK K., LIM T.K., Secure Communication Using Small Time Continuous Feedback, *Phys. Lett. A*, 1995;197:311-315.
- [75] PINKNEY J.Q., CAMWELL P.L, DAVIES R., Chaos Shift Keying Communications System Using Self-Synchronizing Chua's Oscillators, *Electronics Letters*, 1995; 31:1021-1022.
- [76] ITOH M., MURAKAMI H., New Communic. Systems via Chaotic Synchr. and Modulation, *IEICE Trans. Fund.*, 1995; E78-A, 285-290.
- [77] DMITRIEV A.S., PANAS AI., STARKOV S.O., Experiments on Speech and Music Signals Transmission Using Chaos, *International J. of Bifurcation&Chaos*, 1995;5:1249-1254..
- [78] CARROLL T.L, Communicating with Use of Filtered, Synchronized Chaotic Signals, *IEEE Trans. Circuits&Syst.-I*, 1995;42:105-110.
- [79] SHORT KM., Unmasking a Modulated Chaotic Communications Scheme, *International J. of Bifurcation&Chaos*, 1996;6:367-375.
- [80] LIPTON J.M., DABKE KP., Spread Spectrum Communications Based on Chaotic Systems, *Intern. J. of Bifurcation&Chaos*, 1996;6:2361-2374.
- [81] MILANOVIC V., ZAGHLOUL M.E., Improved Masking, Algorithm for Chaotic Communications Systems, *Electronics Letters*, 1996;32:11-12.
- [82] BÖHME F., SCHWARZ W., The Chaotizer-Dechaotizer Channel, *IEEE Trans. Circuits&Syst.-I*, 1996;43:596-599.
- [83] LIU J., WU YX, XIAO J.H., ZHANG YH., Multi-State Chaos Shift Keying Modulation System Using Feedback Synchronizing, *Electronics Letters*, 1996;32:714-715.

- [84] PARLITZ U., KOCAREV L., Multi-channel Communication Using Autosynchronization, *Intern. J. of Bifurcation&Chaos*, 1996;6:581-588
- [85] KOLUMBAN G., KENNEDY MP, CHUA LO., The Role of Synchronization in Digital Communications using Chaos-PartI: Fund. of Digital communications, *IEEE Trans. Circuits&Syst.-I*, 1997;44:927-936.
- [86] CORRON NJ, HAINS DW., A New Communications Using Chaotic Signals, *IEEE Trans. Circuits&Syst.-I*, 1997;44:373-382.
- [87] ALEXEYEV AA., GREEN M.M., Secure Communications Based on Variable Topology of Chaotic Circuits, *Int. J. of Bifurc.&Chaos*, 1997;7:2861-2869.
- [88] ITOH M., Spread Spectrum Communication via Chaos, *International J. of Bifurcation&Chaos*, 1999;9:155-213.
- [89] MORGUL O., FEKI M., A chaotic masking scheme by using synchronized chaotic systems, *Physics Letters A*, 1999;251:169-176.
- [90] MORGUL O., AKGUL M., A switching synchronization scheme for a class of chaotic systems, *Physics Letters A*, 2002;301:241-249.
- [91] ZHENG Y., LIU Z., ZHOU J., A new synchronization principle and application to Chua's circuits, *International Journal of Bifurcation & Chaos in Applied Sciences & Engineering*, 2002;12(4):815-818.
- [92] LI Z., LI K., WEN C, SOH YC., A New Chaotic Secure Communication System, *IEEE Transactions on communications*, 2003;51(8):1306-1312
- [93] KHADRA A., LIU X., SHEN X., Application of Impulsive Synchronization to Communication Security, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*, 2003;50(3):341-351.
- [94] UCHIDA A., KAWANO M., YOSHIMORI S., Dual synchronization of chaos in Colpitts electronic oscillators and its applications for communications, *Phys Rev E*, 2003;68(2):056207
- [95] HRAMOV AE., KORONOVSKI AA., An approach to chaotic synchronization, *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2004;14(3):603-610
- [96] YANG T, A survey of chaotic secure communication systems, *International Journal of Computational Cognition*, 2004;2(2):81-130.
- [97] BLAKELY JN, CORRON NJ., Multiplexing symbolic dynamics-based chaos communications using synchronization, *Journal of Physics: Conference Series*, 2005; 23:259-266

- [98] OANCEA S., Synchronization of chaotic electronic Sprott's Circuits, *J. of Optoelectronics and Advanced Materials* , 2005;7(6):2919-2923.
- [99] EMADZADEH AA., HAERİ M., Global Synchronization of Two Different Chaotic Systems via Nonlinear Control, *ICCAS2005*, Korea, 2005; June 2-5
- [100] NAKAAJI Y., NISHIO Y., Synchronization of Chaotic Circuits with Transmission Line, *Proceedings of RISP International Workshop on Nonlinear Circuits and Signal Processing NCSP'06*, 2006;353-356.
- [101] SANO S., UCHIDA A., YOSHIMORI S., ROY R., Dual synchronization of chaos in Mackey-Glass electronic circuits with time-delayed feedback, *Physical Review E*, vol.75, 2007;1(016207):1-6 .
- [102] PEHLİVAN İ, UYAROĞLU Y., Rikitake Attractor and it's synchronization application for secure communication systems, *Journal of Applied Sciences*, 2007;7(2):232-236
- [103] CHUA LO., Chua's Circuit and Chua's Equation, <http://www.eecs.berkeley.edu/~chua/circuitrefs.html>
- [104] POLKING JC., Download Odesolve.m, *Rice University*, <http://math.rice.edu/~dfield/>, 2003
- [105] SIU, SWK., Lyapunov Exponent Toolbox, <ftp://ftp.mathworks.com/pub/contrib/v5/misc/let>, 1998
- [106] UYAROĞLU Y., Elektrik Güç Sistemlerinde Çatallaşma Analizi ile Kaotik Olayların İncelenmesi, *Sakarya Üniv. Doktora Tezi*, 2002
- [107] CHEN G., UETA T., Yet another chaotic attractor, *Int. J. Bifurcation and Chaos*, 1999;9:1465-1466.
- [108] LÜ J., CHEN G., A new chaotic attractor coined, *Int. J. Bifurcation and Chaos*, 2002;12(3):659-661.
- [109] CHEN G., LÜ J., Dynamical Analysis, Control and Synchronization of the Generalized Lorenz Systems Family, (*in Chinese*) *Science Press*, Beijing, 2003.
- [110] LÜ J., CHEN G., CHENG D., A new chaotic system and beyond: The generalized Lorenz-Like system , *Int. J. Bifurcation and Chaos* , 2004;14(5):1507-1537.
- [111] SCHRIER GVD, MAAS LRM., The diffusionless Lorenz equations; Shil'nikov bifurcations and reduction to an explicit map, *Physica D*, 2000;141:19-36.

- [112] RIKITAKE T., Oscillations of a System of Disk Dynamos, *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 1958;54:89.
- [113] ITO K., Chaos in the Rikitake Two-Disc Dynamo System, *Earth and Plan. Sci. Let.*, 1980;51:451-456.
- [114] RUCKLIDGE AM., Chaos in models of double convection, *J. Fluid Mech.*, 1992;237:209-229.
- [115] ZHOU T., CHEN G., A simple smooth chaotic system with a 3-layer attractor, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2004;14(5);1795-1799.
- [116] ARNEODO A., COULLET P., SPIEGEL E., TRESER C., Asymptotic chaos, *Physica D*, 1985;14(3):327-347.
- [117] HINDMARSH JL., ROSE RM., A model of neuronal bursting using three coupled first order differential equations, *Proc. R. Soc. London Ser. B*, 1984;221:87-102.
- [118] SAMARDZIJA N., GRELLER LD., Explosive route to chaos through a fractal torus in a generalized Lotka-Volterra model, *Bulletin of Mathematical Biology*, 1988;50(5):465-491.
- [119] MOORE, DW., SPIEGEL EA., A thermally excited nonlinear oscillator, *Astrophys. J.*, 1966;143(3):871-887.
- [120] RABINOVICH MI., FABRIKANT AL., Stochastic Self-Modulation of Waves in Nonequilibrium Media, *Sov. Phys. JETP*, 1979; 50:311-317.
- [121] SPROTT, JC., Some Simple Chaotic Flows, *Physical Review E*, 1994;50(2):647-650.
- [122] HOOVER WG., Remark on "Some simple chaotic flows" , *Physical Review E* , 1995;51:759-760.
- [123] POSCH HA., HOOVER WG., VESELY, FJ., Canonical dynamics of the Nosé oscillator: stability, order, and chaos, *Physical Review A*, 1986;33:4253-4265.
- [124] CHARLESWORTH AS., FLETCHER JR., Systematic Analogue Computer Programming, 2nd edition , *Unwin Brothers Limited*, 1974
- [125] OGARZALEK MJ., Taming Chaos Part-I Synchronization, *IEEE Trans. Circuit Syst. CAS I*, 1993;40(10):693-699

EK A

RUNGE-KUTTA YÖNTEMLERİ

Başlangıç değer probleminde, $x=x_0$ noktasından sonraki noktada fonksiyon değeri, bu $x=x_0$ noktası civarında, fonksiyonun Taylor seri açılımı yapılarak hesaplanabiliyordu. Ancak bu tür bir hesaplamada karşımıza çıkacak yüksek mertebeden türevleri bulmak oldukça zaman alıcı olacaktır. Bu nedenle Taylor seri yöntemi yerine, bu serinin endirekt olarak kullanıldığı Runge-Kutta yöntemlerini kullanmak hesaplama açısından büyük kolaylık getirecektir.

Runge-Kutta yöntemleri bir anlamda integrallerin yaklaşık hesabına ait Simpson kuralına dayanır. 1891 yılında Carl Runge tarafından teklif edilmiş ve kullanıldığı yıllarda diğer yöntemlere nazaran daha hassas sonuçlar vermiştir. 1901 yılında, Kutta bazı değişiklikler yaparak yöntemi daha iyi sonuçlar verecek hale sokmuştur. Bu yöntemin çok değişik şekilleri mevcut olup, genel olarak fonksiyonun bir sonraki değeri,

$$y_{i+1}=y_i+(x_i, y_i, h) h$$

formunda hesaplanmaktadır. Buradaki $\phi(x_i, y_i, h)$ aralık üzerinde temsili eğim olarak yorumlanabilir. Bu fonksiyon, a' lar sabitler olmak üzere ,

$$\phi= a_1 k_1+a_2 k_2 +\dots+a_n k_n \tag{A.1}$$

şeklinde yazılabilmektedir. (A.1) deki k' lar ise;

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1 h)$$

$$k_3 = f(x_i + p_2 h, y_i + q_{21} k_1 h + q_{22} k_2 h)$$

$$k_n = f(x_i + p_{n-1} h, y_i + q_{n-1,1} k_1 h + q_{n-1,2} k_2 h + \dots + q_{n-1,n-1} k_{n-1} h)$$

şeklindedir. Dikkat edilirse her bir k değeri bir önceki k 'lar cinsinden ifade edilmektedir. n değişik şekilde seçilerek farklı türdeki formüller elde edilebilir. $n = 1$ seçilecek olursa Euler yöntemindeki formüller elde edilebilir. $n = 2$ seçilirse ikinci mertebe Runge-Kutta formülleri elde edilir. $n = 4$ seçilirse dördüncü mertebeden Runge-Kutta formülleri elde edilir.

İkinci Mertebeden Runge-Kutta Yöntemi

$$y_{i+1} = y_i + (a_1 k_1 + a_2 k_2) h \quad (\text{A.2})$$

formülünde,

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1 h)$$

seçilirse ikinci mertebe Runge Kutta formülleri elde edilir. Burada; a_1, a_2, p_1, q_{11} hesaplanacak katsayılardır.

$$h = x_{i+1} - x_i$$

dir.

$$y_{i+1} = y_i + \frac{y_i'}{1} h + \frac{y_i''}{2!} h^2 + \dots$$

şeklindeki Taylor açılımında üçüncü türevi içeren terimden sonraki terimler ihmal edilirse;

$$y_{i+1} \cong y_i + y_i' h + \frac{1}{2!} y_i'' h^2$$

elde edilir. Oysa,

$$y_i' = f(x_i, y_i)$$

$$y_i'' = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dx} = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} f = F_1$$

şeklinde olduğundan,

$$y_{i+1} \cong y_i + f h + \frac{1}{2} F_1 h^2 \quad (\text{A.3})$$

sonucu elde edilir.

$$f h + \frac{1}{2} F_1 h^2 = (a_1 k_1 + a_2 k_2) h$$

k_1, k_2 değerlerinin yerine yazılması ile de;

$$f h + \frac{1}{2} F_1 h^2 = a_1 f h + a_2 h f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1 h)$$

elde edilir.

Oysa iki değişkenli fonksiyonlarda Taylor seri açılımı dikkate alınırsa,

$$f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1 h) \cong f(x_i, y_i) + p_1 h \frac{\partial f}{\partial x} + q_{11} k_1 \frac{\partial f}{\partial y}$$

yazılabilir. Böylece,

$$f h + \frac{1}{2} F_1 h^2 = a_1 f h + a_2 h [f + p_1 h f_x + q_{11} k_1 h f_y]$$

elde edilir. Açık yazılırsa,

$$f h + \frac{1}{2} h^2 [f_x + f_y f] = (a_1 + a_2) f h + p_1 a_2 h^2 f_x + a_2 h^2 q_{11} k_1 f_y$$

elde edilir. Bu eşitlikten de $k_1=f$ konularak,

$$a_1 + a_2 = 1$$

$$p_1 a_2 = \frac{1}{2} \tag{A.4}$$

$$a_2 q_{11} = \frac{1}{2}$$

elde edilir. Dört bilinmeyen içeren üç denklemden oluşun bu sistemde bir bilinmeyen keyfi seçilmesi gerekir. Son iki denklemden;

$$p_1 = q_{11} = \frac{1}{2 a_2}$$

olduğu açıktır.

$$a_2 = \frac{1}{2} \text{ seçilirse}$$

$$p_1 = q_{11} = 1 \text{ olur.}$$

Böylece,

$$a_1 = \frac{1}{2}$$

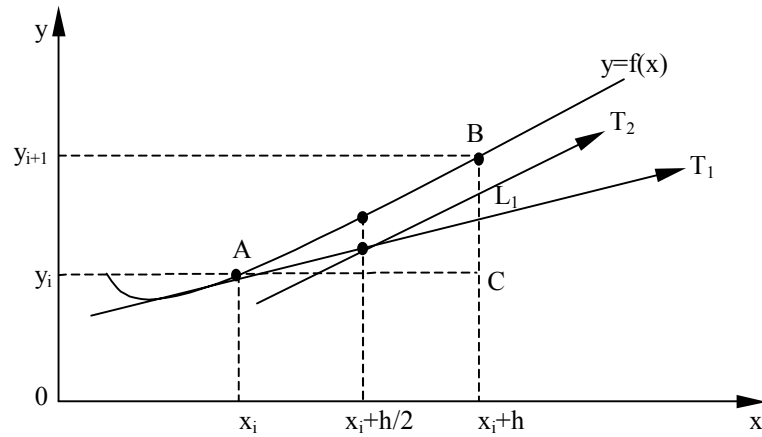
elde edilir.

$$y_{i+1} = y_i + k_2 h$$

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad (\text{A.6})$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{1}{2} h k_1\right)$$

elde edilir. Bu ise $x_i + \frac{h}{2}$ 'deki eğim kullanılarak Δy_i artışının hesaplanması anlamına gelir.



Şekil A.2. P noktasının kordinatları (P' deki T_2 teğetinin eğimi)

$$Y_i'(x_i + \frac{h}{2}) = f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{1}{2} h k_1) = k_2$$

Olur. O halde bu eğim kullanılırsa,

$$\Delta y_i = h \cdot f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{1}{2} h k_1\right)$$

elde edilir.

(A.6) denkleminde $a_2 = \frac{2}{3}$ seçilirse $a_1 = \frac{1}{3}$ ve $p_1 = q_{11} = \frac{3}{4}$ elde edilir. Böylece,

$$y_{i+1} = y_i + \left(\frac{1}{3} k_1 + \frac{21}{3} k_2 \right) \cdot h$$

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad (\text{A.7})$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{3}{4}h, y_i + \frac{31}{4}h k_1\right)$$

elde edilir.

Üçüncü Mertebede Runge-Kutta Yöntemi

$$y_{i+1} = y_i + (a_1 k_1 + a_2 k_2 + a_3 k_3) h \quad (\text{A.8})$$

formülünde,

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1 h)$$

$$k_3 = f(x_i + p_2 h, y_i + q_{21} k_1 h + q_{22} k_2 h)$$

seçilirse üçüncü mertebede Runge-Kutta formülleri elde edilir. $a_1, a_2, a_3, p_1, p_2, q_{11}, q_{21}$ ve q_{22} değerleri yine,

$$y_{i+1} \cong y_i + \frac{y_i'}{1!} h + \frac{y_i''}{2!} h^2 + \frac{y_i'''}{3!} h^3 \quad (\text{A.9})$$

Taylor formülü kullanılarak hesaplanacaktır.

$$y_i' = f(x_i, y_i)$$

$$y_i'' = \frac{\partial}{\partial x}(f_x + f_y f) + \frac{\partial}{\partial y}(f_x + f_y f) y'$$

$$y_i''' = f_{xx} + f_{yx} \cdot f + f_y + f_x + [f_{xy} + f_{yy} \cdot f + f_y \cdot f_y] \cdot f$$

$$y_i''' = f_{xx} + 2f_{xy} f + f_{yy} (f)^2 + f_y (f_x + f_y \cdot f)$$

(A.9) de yerine yazılarak,

$$y_{i+1} - y_i \cong h f + \frac{h^2}{2} (f_x + f_y f) + \frac{h^3}{6} [f_{xx} + 2f_{xy} f + f_{yy} \cdot (f)^2 + f_y (f_x + f_y f)]$$

elde edilir. Diğer yandan (A.8) de k_1, k_2, k_3 , değerleri yerine yazılarak;

$$y_{i+1} - y_i = a_1 k_1 + a_2 k_2 h + a_3 k_3 h$$

$$y_{i+1} - y_i = a_1 f h + a_2 f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1 h) h + a_3 f(x_i + p_2 h, y_i + q_{21} k_1 h + q_{22} k_2 h) h$$

elde edilir. Son formüldeki ikinci ve üçüncü terimde yer alan fonksiyonlar, çok değişkenli fonksiyonlarda Taylor formülüne göre yazılıp gerekli eşitlikler göz önüne alınarak,

$$a_1 = \frac{1}{6}, \quad a_2 = \frac{4}{6}, \quad a_3 = \frac{1}{6}, \quad p_1 = \frac{1}{2},$$

$$q_{11} = \frac{1}{2}, \quad p_2 = 1, \quad q_{21} = -1, \quad q_{22} = 2,$$

sonuçları elde edilir. Böylece üçüncü mertebede Runge-Kutta formülleri;

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{1}{2} h k_1\right)$$

$$k_3 = f(x_i + h, y_i - h \cdot k_1 + 2h k_2) \tag{A.10}$$

ve

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6} (k_1 + 4k_2 + k_3)$$

olarak bulunur.

Dördüncü Mertebe Runge-Kutta Yöntemi

$$y_{i+1} = y_i + (a_1 k_1 + a_2 k_2 + a_3 k_3 + a_4 k_4) h \quad (\text{A.11})$$

ve

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1 h)$$

$$k_3 = f(x_i + p_2 h, y_i + q_{21} k_1 h + q_{22} k_2 h)$$

$$k_4 = f(x_i + p_3 h, y_i + q_{31} k_1 h + q_{32} k_2 h + q_{33} k_3 h)$$

şeklinde seçilecek olursa dördüncü mertebeden Runge-Kutta formülleri elde edilir.

Daha önceki hesaplanmalara benzer hesaplar yapılarak,

$$a_1 = \frac{1}{6}, \quad a_2 = \frac{2}{6}, \quad a_3 = \frac{2}{6}, \quad a_4 = \frac{1}{6}$$

$$p_1 = \frac{1}{2}, \quad q_{11} = \frac{1}{2}, \quad p_2 = \frac{1}{2}, \quad q_{22} = \frac{1}{2}, \quad q_{21} = 0$$

$$p_3 = 1, \quad q_{31} = 0, \quad q_{32} = 0, \quad q_{33} = 0$$

elde edilir. Böylece,

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h \cdot k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h \cdot k_2}{2}\right) \quad (\text{A.12})$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + h \cdot k_3)$$

bulunur.

Yüksek Mertebede Runge-Kutta Yöntemi (Butcher Yöntemi)

$$y_{i+1} = y_i + (a_1 k_1 + a_2 k_2 + a_3 k_3 + a_4 k_4 + a_5 k_5 + a_6 k_6) h$$

ve

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1 h)$$

$$k_3 = f(x_i + p_2 h, y_i + q_{21} k_1 h + q_{22} k_2 h)$$

$$k_4 = f(x_i + p_3 h, y_i + q_{31} k_1 h + q_{32} k_2 h + q_{33} k_3 h)$$

$$k_5 = f(x_i + p_4 h, y_i + q_{41} k_1 h + q_{42} k_2 h + q_{43} k_3 h + q_{44} k_4 h)$$

$$k_6 = f(x_i + p_5 h, y_i + q_{51} k_1 h + q_{52} k_2 h + q_{53} k_3 h + q_{54} k_4 h + q_{55} k_5 h)$$

kabul edilip uzun hesaplamalar yapılırsa;

$$a_1 = \frac{7}{90}, \quad a_2 = 0, \quad a_3 = \frac{32}{90}, \quad a_4 = \frac{12}{90}, \quad a_5 = \frac{32}{90}, \quad a_6 = \frac{7}{90},$$

$$p_1 = \frac{32}{90}, \quad q_{11} = \frac{1}{4},$$

$$p_2 = \frac{1}{2}, \quad q_{21} = \frac{1}{8}, \quad q_{22} = \frac{1}{8}$$

$$p_3 = \frac{1}{2}, \quad q_{31} = 0, \quad q_{32} = -\frac{1}{2}, \quad q_{33} = 1$$

$$p_4 = \frac{3}{4}, \quad q_{41} = \frac{3}{16}, \quad q_{42} = 0, \quad q_{43} = 1, \quad q_{44} = \frac{9}{16}$$

$$p_5 = 1, \quad q_{51} = -\frac{3}{7}, \quad q_{52} = \frac{2}{7}, \quad q_{53} = \frac{12}{7}, \quad q_{54} = -\frac{12}{7}, \quad q_{55} = -\frac{12}{7}$$

sonuçları elde edilir.

ÖZGEÇMİŞ

İhsan PEHLİVAN, 20.06.1974'de Yozgat'da doğdu. İlk, orta ve lise eğitimini Ankara'da tamamladı. 1992 yılında Yenimahalle Teknik Lisesi, Bilgisayar Bölümü'nden mezun oldu. 1992-1997 yılları arasında İstanbul Teknik Üniversitesi Sakarya Müh. Fak. Elektrik-Elektronik Müh. Bölümü'nü okudu. 1998-2001 yılları arasında Sakarya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik-Elektronik Müh. ABD, Elektronik Bilim Dalı'nda Yüksek Lisans Eğitimi aldı. 1998-1999 yılları arasında Yedek Subay olarak askerlik görevini ifa etti. 2001 yılından beri, Sakarya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik-Elektronik Müh., Elektronik Bilim Dalı'nda Doktora Eğitimi'ne devam etmektedir. Sakarya Anadolu Teknik, Teknik ve End. Mes. Lis.'de, 1998 yılından beri öğretmen olarak görev yapmaktadır. 2001 yılında evlenen yazar, evli ve 2 çocuk babasıdır.