

**T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FARKLI GEOMETRİLİ KARAYOLU TAŞITLARINDA
HAVA DİRENCİ KATSAYISININ LATTICE
BOLTZMANN METODU (LBM) İLE BELİRLENMESİ**

DOKTORA TEZİ

Mak. Y. Müh. Erman ASLAN

Enstitü Anabilim Dalı : MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
Enstitü Bilim Dalı : MAKİNE TASARIM VE İMALAT
Tez Danışmanı : Doç. Dr. İmdat TAYMAZ
Ortak Danışman : Prof. Dr. Ali Cemal BENİM

Temmuz 2012

T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FARKLI GEOMETRİLİ KARAYOLU TAŞITLARINDA
HAVA DİRENCİ KATSAYISININ LATTICE
BOLTZMANN METODU (LBM) İLE BELİRLENMESİ

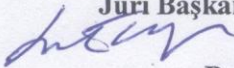
DOKTORA TEZİ

Mak. Y. Müh. Erman ASLAN

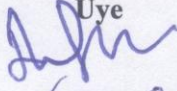
Enstitü Anabilim Dalı : MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ

Bu tez 23 / 07 /2012 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Oybirliği ile kabul edilmiştir.

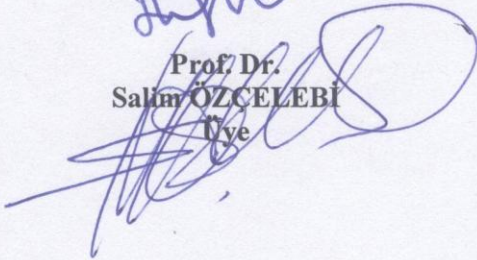
Doç. Dr.
İmdat TAYMAZ
Jüri Başkanı



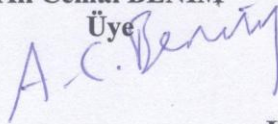
Prof. Dr.
Emin GÜNDOĞAR
Üye



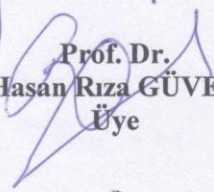
Prof. Dr.
Salim ÖZCELEBİ
Üye



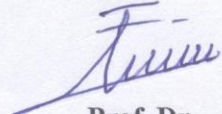
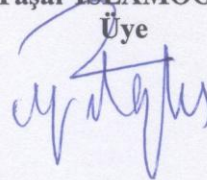
Prof. Dr.
Ali Cemal BENİM
Üye



Prof. Dr.
Hasan Rıza GÜVEN
Üye



Prof. Dr.
Yaşar İSLAMOĞLU
Üye



Prof. Dr.
Fethi HALICI
Üye

TEŞEKKÜR

Doktora süreci boyunca danışman hocam, sayın Doç. Dr. İmdat TAYMAZ' a akademik çalışmalarında ve doktora tez sürecinde bana desteklerini esirgemediği için minnettarlığımı sunarım.

Beni doktora tezi çalışmam boyunca Almanya' daki Laboratuvarına kabul eden ve her türlü yardımı benden esirgemeyen eş danışman hocam, sayın Prof. Dr. Ali Cemal BENİM' e minnettarlığımı sunarım.

Doktora tez izleme komitesinde bulunan hocalarım, sayın Prof. Dr. Fethi HALICI ve sayın Prof. Dr. Emin GÜNDOĞAR' a, tez çalışmamdaki eksik noktaların belirlenmesi ve düzeltilmesi sürecinde göstermiş oldukları destek ve ilgiden dolayı teşekkürlerimi sunarım.

Tezimde, gerek Akışkanlar Mekaniği gerekse programlama konusunda bana yardımcı olan arkadaşlarım Ali NAHAVANDI, Erhan TURAN, Kalyan KUPPA, Fethi GÜL ve Björn PFEIFFELMANN' a teşekkür ederim

Her koşul altında maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen ve her zaman yanımda olan babam Yener ASLAN, annem Günay ASLAN ve ağabeyim Varan ASLAN' a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR.....	ii
İÇİNDEKİLER.....	iii
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ	vii
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xi
TABLolar LİSTESİ.....	xviii
ÖZET	xx
SUMMARY.....	xxi
BÖLÜM 1. GİRİŞ	1
1.1. Araç Aerodinamiği.....	1
1.1.1. Araç aerodinamiğinin temelleri	2
1.2. Lattice Boltzmann Metodu Nedir ve Diğer Geleneksel Metodlara Göre Farklılıkları Nelerdir?.....	6
1.3. Literatür Araştırması	8
1.3.2. LBM’ de sınır koşulu verme şekilleri	8
1.3.3. LBM’ de kullanılan çarpışma modelleri ve LBM nümerik stabilitesi	9
1.3.4. LBM’ de düzgün olmayan ağ yapısını oluşturabilmek için kullanılan metotlar.....	12
1.3.5. LBM’ de kavisli duvarlarda, kaymama sınır koşulunu daha hassas verebilmek için kullanılan metotlar.	16
1.3.6. Aerodinamik hava direnci katsayısının hesaplandığı yüksek Reynolds sayılı türbülanslı akışlar.....	20
1.4. Tezin Amacı ve Kapsamı.....	22
1.5. Tez Çalışmasını Oluşturan Bölümlerin Kısaca Tanıtılması	24

BÖLÜM 2. SÜREKLİ ORTAM MEKANİĞİ.....	26
2.1. Yöneten Denklemler.....	26
2.2. Yöneten Denklemlerin Geleneksel Navier-Stokes Tabalı Sayısal Metotlar ile Ayrıklaştırılması ve Çözülmesi	28
2.2.1. Genel	28
2.2.2. Düzgün ve düzgün olmayan ağ yapıları.....	30
2.2.3. Eleman merkezli ve köşe merkezli ağlar.....	31
2.2.4. Genel transport denklemi	32
2.2.5. Sonlu hacimler metodu (FVM).....	32
2.2.5.1. Zaman terimi	34
2.2.5.2. Kaynak terimi.....	35
2.2.5.3. Difüzyon terimi	35
2.2.5.4. Taşınım terimi	36
2.2.5.5. Ayrıklaştırılmış denklemler	36
2.2.5.6. Ayrıklaştırılmış denklemlerin çözümü	37
2.2.5.7. Sayısal çözümün yakınsaması.....	38
2.2.5.8. Yakınsattırma (Underrelaxation).....	39
2.2.5.9. Basınç Çözümü	40
 BÖLÜM 3.	
İÇ GEOMETRİSİZ ÇALIŞMA ALANINDAKİ AKIŞLARIN LBM' DE MODELENMESİ.....	42
3.1. Lattice Boltzmann Metodu	42
3.1.1. Boltzmann denklemi	42
3.1.2. Boltzmann hareket denklemi	42
3.1.3. BKG yaklaşımı	45
3.1.4. Boltzmann hareket denkleminin ayrıklaştırılması	46
3.1.5. Lattice Yapıları	47
3.1.6. Eşdeğer dağılım fonksiyonu	49
3.1.7. Lattice Boltzmann denkleminin hidrodinamiği.....	50
3.1.8. Sınır koşullarının tanımlanması	51
3.2. Örnek Uygulamalar	51
3.2.1. Sıkıştırılamaz, zamandan bağımsız akış.....	52

3.2.1.1. Modelleme	52
3.2.1.2. Sonuçlar	58
BÖLÜM 4.	
KANAL İÇİNDE BİR İÇ CİSİMİN LBM’ DE MODELLENMESİ.....	67
4.1. Matematik ve Sayısal (Nümerik) Formulasyon	68
4.2. Örnek Uygulamalar	71
4.2.1. Ön doğrulama çalışmaları	71
4.2.1.1. Isı transferinin doğrulanması	71
4.2.1.2. Üçgen şekli için merdiven yaklaşımı.....	75
4.2.2. Ana çalışma	78
BÖLÜM 5.	
LBM’ DE DÜZGÜN OLMAYAN AĞ YAPISI.....	86
5.1. İnterpolasyon İlaveli LBM (Interpolation Supplemented LBM = ISLBM) ...	86
5.1.1. Doğrusal interpolasyon (Dİ).....	87
5.1.2. İkinci dereceden upwind interpolasyonu (İUP).....	88
5.1.3. Merkez interpolasyonu	89
5.1.4. Sınır bölgelerinde interpolasyon durumu	90
5.2. Örnek Uygulamalar	91
5.2.1. Kanal akışı (Re=200)	91
5.2.2. Kare Çalışma Alanında Kapak Tahrikli Akış (Re=200)	94
5.2.3. Kanal içinde üçgen engel konulması (Re=533).....	97
BÖLÜM 6.	
KAVİSLİ DUVARLARIN LBM’ DE DAHA HASSAS MODELLENMESİ.....	101
6.1. Ekstrapolasyon Metodu	102
6.2. Filippova – Hänel (FH) ve Mei – Luo – Shyy (MLS) Metodu.....	104
6.3. Örnek Uygulamalar	105
6.3.1. 45° eğimli kanalda akış (Re=150)	105
6.3.2. Üçgen prizmalı kanal akışı (Re=100)	112

BÖLÜM 7.

LBM' DE TÜRBÜLANSLI AKIŞLARIN ÇÖZÜLMESİ	119
7.1. Türbülans	119
7.1.1. Türbülans kayma gerilmesi	121
7.1.2. Türbülans hız profilleri.....	124
7.1.3. Türbülans akıların çözümünde temel yaklaşımlar	128
7.1.4. LES (Large Eddy Simulatioesn = Büyük Topak Simülasyonları)	131
7.1.5. LBM' ye Büyük Topak Simülasyonunun (LES) eklenmesi	133
7.2. Örnek Uygulamalar	138
7.2.1. Re=2000, kanal içine üçgen konularak oluşturulan akış.....	138
7.2.2. Re=50000, kanal içine üçgen konularak oluşturulan akış.....	145
7.2.3. Re=50000, Binek araç (Renault, Symbol) üzerindeki akış	151
7.2.4. Re=50000, Tır (Renault, MIDLUM 180.13 LIGHT) üzerindeki akış ..	159

BÖLÜM 8.

TARTIŞMA VE ÖNERİLER	169
KAYNAKLAR.....	176
EK.....	185
ÖZGEÇMİŞ	187

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

A	: Yüzey Alanı, m^2
a	: Isıl yayılım katsayısı, m^2/s
a	: İvme, m/s^2
b	: Fiziksel sınır
c	: Partikül ve lattice hızı, m/s
C	: Özgül ısı, J/kgK
c_s	: Lattice ses hızı, m/s
C_D	: Aerodinamik hava direnci katsayısı
C_L	: Aerodinamik hava kaldırma katsayısı
C_S	: Smagorinsky sabiti
CFD	: Hesaplama Akışkanlar Dinamiği
D	: Boyut sayısı
D_nQ_m	: Lattice yapılarının gösterimi kısaltması
D_H	: Hidrolik çap, m
DI	: Doğrusal İnterpolasyon
DNS	: Direk Sayısal Simülasyon
e_ϕ	: Hata
f	: Akış noktası
f	: Yoğunluk dağılım fonksiyonu
\tilde{f}	: Çarpışma sonrası yoğunluk dağılım fonksiyonu
f^{eq}	: Eşdeğer yoğunluk dağılım fonksiyonu
f^{ne}	: Eşdeğer olmayan yoğunluk dağılım fonksiyonu
F	: Kuvvet, N
F_D	: Aerodinamik hava direnci kuvveti, N

F_L	: Aerodinamik hava kaldırma kuvveti, N
FAM	: Sonlu Analitik Metodu
FDM	: Sonlu Farklar Metodu
FDLBM	: Sonlu Fark Lattice Boltzmann Metodu
FH	: Filippova-Hänel Metodu
FEM	: Sonlu Elemanlar Metodu
FVM	: Sonlu Hacimler Metodu
FVLBM	: Sonlu Fark Lattice Boltzmann Metodu
g	: Sıcaklık dağılım fonksiyonu
\tilde{g}	: Çarpışma sonrası sıcaklık dağılım fonksiyonu
g^{eq}	Eşdeğer sıcaklık dağılım fonksiyonu
g^{ne}	: Eşdeğer olmayan sıcaklık dağılım fonksiyonu
IBB	: Gömülmüş Sınır Metodu
IBB	: İnterpolasyonlu Geri Sıçrama Metodu
ISLBM	: İnterpolasyon İlaveli Lattice Boltzmann Metodu
i	: İç enerji, J
İUP	: İkinci Dereceden Upwind İnterpolasyonu
k	: Isı iletim katsayısı, W/mK
k_B	: Boltzmann sabiti, J/kgK
l_k	: Prandtl karışım uzunluğu, m
LBGK	: Lattice Bhatnagar-Gross-Krook
LBM	: Lattice Boltzmann Metodu
LES	: Büyük Topak Simülasyonları
m	: Kütle, kg
M	: Mach sayısı
$M\tilde{I}$: Merkezi İnterpolasyon
MLS	: Mei-Shyy-Luo Metodu
MRT	: Çoklu Rahatlatma Faktörlü
NASA	: Amerikan Ulusal Havacılık ve Uzay Araştırmaları Dairesi
Nu	: Nusselt sayısı
Pr	: Prandtl sayısı
p	: Basınç, N/m ²

P	: Lagrange interpolasyon değişkeni
R_ϕ	: Kümülatif artık terimi terimi
RANS	: Reynolds Ortalamalı Navier-Stokes
Re	: Reynolds sayısı
RNG k- ϵ	: Renormalizasyon Grup k- ϵ Modeli
R k- ϵ	: Realize Edilebilir k- ϵ Modeli
S	: Gerinim hızı, s ⁻¹
S_ϕ	: Kaynak terimi
SRT	: Tekli Rahatlatma Faktörlü
S k- ϵ	: Standart k- ϵ Modeli
S k- ω	: Standart k- ω Modeli
SST k- ω	: Kayma Gerilmesi Taşınımı k- ω Modeli
t	: Zaman, s
T	: Sıcaklık, K
TTLBM	: Taylor serisi açılmış ve en küçük kareler metodu kullanılmış Lattice Boltzmann Metodu
u	: Akış hızı, m/s
u_x	: Hız vektörünün x komponenti, m/s
u_y	: Hız vektörünün y komponenti, m/s
u_z	: Hız vektörünün y komponenti, m/s
u^+	: Boyutsuz hız
u_*	: Hayali sürtünme hızı, m/s
V	: Hacim, m ³
w	: Duvar noktası
w	: Ağırlık faktörleri
y^+	: Boyutsuz uzunluk
α	: Lattice sayısı
δ	: Lattice uzunluğu, m
δt	: Lattice zaman adımı, s
Δ	: Filtreleme uzunluk ölçüsü, m
Δ	: Sayısal ağ uzunluğu, m

Δ	: Fiziksel sınır oranı
Δt	: Zaman adımı, s
ε	: Yüzde yakınsama hatası
ζ	: Rahatlatma faktörü veya çarpışma periyodu, s
θ	: Boyutsuz sıcaklık
μ	: Dinamik viskozite, kg/ms
μ_{turb}	: Türbülans dinamik viskozite, kg/ms
ρ	: Yoğunluk, kg/m ³
ρ_0	: Referans statik yoğunluk, kg/m ³
τ	: Kayma gerilmesi, N/m ²
τ_{lam}	: Laminer kayma gerilmesi, N/m ²
τ_{top}	: Toplam kayma gerilmesi, N/m ²
τ_{turb}	: Türbülans kayma gerilmesi, N/m ²
ν	: Kinematik viskozite, m ² /s
ν_0	: Moleküler kinematik viskozite m ² /s
ν_{turb}	: Türbülans kinematik viskozite, m ² /s
ω	: Akış denklemi için çarpışma frekansı, s ⁻¹
ω_T	: Sıcaklık denklemi için çarpışma frekansı, s ⁻¹
Ω	: Yakınsattırma faktörü
Ω	: LBM çarpışma adımı
Γ_ϕ	: Genel difüzyon katsayısı
ϕ, φ	: Genel değişkenler

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1.	Gerçek ortamda araç üzerinde oluşan aerodinamik kuvvetler[1]...	3
Şekil 1.2.	Araç üzerindeki akışta oluşan iz şeklinde vortisiteler [1].....	4
Şekil 1.3.	Basınç ve hız dağılımının direnç ve kaldırma kuvvetine etkisi [1].....	5
Şekil 1.4.	Akış ayrılmasının hız ve basınç dağılımı üzerine etkisi [1].....	6
Şekil 1.5.	Genel olarak metotların sınıflandırılması	7
Şekil 2.1.	Düğüm noktalarının konumlanma şekline göre ağ tipleri: (a) Eleman merkezli, (b) Köşe merkezli [70].....	31
Şekil 2.2.	İki boyutlu düzgün yapıli bir ağ için, P düğüm noktası ve civarındaki komşu hacimlerin düğüm noktaları görünümü [70]...	32
Şekil 3.1.	Pozisyon ve hız vektörleri	43
Şekil 3.2.	Bir boyutlu, iki boyutlu ve üç boyutlu lattice yapısı örnekleri.....	48
Şekil 3.3.	Kanal akışı için sınır koşulları.....	54
Şekil 3.4.	Kanal akışı için sınır şartlarını tipik çalışma alanı ve lattice yapıları ile gösterimi.....	54
Şekil 3.5.	Kare çalışma alanında kapak tahrikli akış için sınır koşulları	56
Şekil 3.6.	Kare çalışma alanında kapak tahrikli akışı için sınır şartlarını tipik çalışma alanı ve lattice yapıları ile gösterimi.....	57
Şekil 3.7.	Gelişen kanal akışı için Lattice Boltzmann eksenel hız dağılımı (x yönündeki hız) (u_x/u_0) (a) $Re=50$, $M=0.1$, (b) $Re=50$ $M=0.4$, (c) $Re=200$ $M=0.1$, (d) $Re=200$ $M=0.4$	58
Şekil 3.8.	Boyutsuz eksenel hızın (u_x/u_0) dikey yöndeki kesitlere göre profilleri ($Re=200$, $M=0.1$).....	59
Şekil 3.9.	Boyutsuz eksenel hızın (u_x/u_0) dikey yöndeki kesitlere göre profilleri ($Re=200$, $M=0.4$).....	59

Şekil 3.10.	Boyutsuz aksenal hızın (u_x/u_0) simetri çizgisindeki dağılımı.....	60
Şekil 3.11.	Kare çalışma alanında kapak tahrikli akış için Lattice Boltzmann u_x hızı (u_x/u_0) (a) $Re=200$, $M=0.1$, (b) $Re=200$, $M=0.4$, (c) $Re=2000$, $M=0.1$, (d) $Re=2000$ $M=0.33$	61
Şekil 3.12.	$Re=200$ için boyutsuz hız profilleri (a) $x=H/2$ 'de u_x hızı, (b) $y=H/2$ 'de u_y hızı.....	62
Şekil 3.13.	Kare çalışma alanında kapak tahrikli akış için yakınsama kriteri karşılaştırılan noktalar.....	63
Şekil 3.14.	$Re=2000$ 'de yakınsama davranışları (a) $x=H/2$ ve $y=3H/4$ 'de u_x hızı için $\% \epsilon$, (b) $x=H/2$ ve $y=H/4$ 'de u_x hızı için $\% \epsilon$, (c) $x=H/4$ ve $y=H/2$ 'de u_y hızı için $\% \epsilon$, (d) $x=3H/4$ ve $y=H/2$ 'de u_y hızı için $\% \epsilon$	64
Şekil 3.15	Tahmin edilen maksimum çarpışma frekans değerleri stabil çözüm için. Kesik çizgiler Denklem 3.60 ve Tablo 3.5' e göre eğriler "eu" (a) Kanal akışı (b) kare çalışma alanında kapak tahrikli akış.....	65
Şekil 4.1.	Isı transferini doğrulamak için modellenen kanal akışı şematik gösterimi.....	72
Şekil 4.2.	Isı transferini doğrulamak için çözülen kanal akışı için tipik çalışma alanı ve lattice yapılarının gösterimi	73
Şekil 4.3.	Üçgen şekli için merdiven yaklaşımı uygulanan simetrik kanal akışının şematik resmi.....	75
Şekil 4.4.	$N=4, 8, 12$, ve 16 için ağ yapıları, Sol: LBM, Sağ: Fluent	76
Şekil 4.5.	İç geometriden (üçgen) sonra yatay yönde $0.5B$ ' lik uzaklıktaki dikey kesitte boyutsuz x yöndeki hızın dağılımı ($Re=100$, $N=4$ ve 16 , LBM ve Fluent).....	77
Şekil 4.6.	İç geometri sonrası oluşan döngülerin uzunluğunun şematik gösterimi.....	77
Şekil 4.7.	Ana çalışmanın şematik gösterimi.....	78

Şekil 4.8.	Re=1070 için LBM ‘ de tahmin edilen akış çizgileri (streamline) (a) zamana bağımlı – anlık, (b) zaman bağımlı- zaman ortalaması alınmış, (c) zamandan bağımsız, simetrik olarak modellenen.....	81
Şekil 4.9.	Re=1070 için LBM’ de tahmin edilen izoterm (eş sıcaklık) çizgileri (çizgi aralıkları 0.1 dir) (a) zamana bağımlı – anlık, (b) zaman bağımlı- zaman ortalaması alınmış, (c) zamandan bağımsız, simetrik olarak modellenen, (d) prizmasız, simetrik olarak model (zamandan bağımsız).....	82
Şekil 4.10.	Re = 160’ da prizmalı ve prizmasız durum için Fluent ve LBM Nusselt sayısının kanal duvarlarındaki değişimi.....	83
Şekil 4.11.	Re = 1070’ de kanal duvarlarındaki Nusselt sayısı değişimi.....	83
Şekil 4.12.	Re = 1070’ de kanal duvarlarındaki Nusselt sayısı LBM ve Fluent($\delta t=0.02$ ve $\delta t=0.1$) tahminleri.....	84
Şekil 5.1.	ISLBM şematik gösterimi.....	87
Şekil 5.2.	Doğrusal interpolasyon şematik resmi	88
Şekil 5.3.	İkinci dereceden upwind interpolasyon şematik resmi	89
Şekil 5.4.	Merkez interpolasyon şematik resmi	89
Şekil 5.5.	Sınır bölgelerindeki özel uygulamalar – çalışma alanında ikinci dereceden upwind interpolasyonu	90
Şekil 5.6.	Sınır bölgelerindeki özel uygulamalar – çalışma alanında merkez interpolasyonu	91
Şekil 5.7.	Kanal akışı şematik resmi ve ağ yapısı.....	92
Şekil 5.8.	Boyutsuz aksenal hızın (u_x/u_0) simetri çizgisindeki dağılımı (Re=200).....	92
Şekil 5.9.	Kanal akışında yakınsama davranışını incelenen noktalar.....	93
Şekil 5.10.	Kanal akışında yakınsama davranışı sonuçları.....	93
Şekil 5.11.	Kare çalışman alanında kapak tahrikli akışın şematik gösterimi...	94
Şekil 5.12.	$x=H/2$ ’ deki dikey kesitte boyutsuz x yöndeki hızın dağılım grafiği (Re=200).....	95
Şekil 5.13.	$Y=H/2$ ’ deki yatay kesitte boyutsuz y yöndeki hızın dağılım grafiği (Re=200).....	95

Şekil 5.14.	Kare çalışma alanında kapak tahrikli akışta yakınsama davranışını değerlendirilen noktalar.....	96
Şekil 5.15.	Kare çalışma alanında kapak tahrikli akışta yakınsama davranışı.	96
Şekil 5.16.	Kanal akışında üçgen engel konulmasının şematik resmi.....	97
Şekil 5.17.	Kanal akışında üçgen engel konulmasının ağ konfigürasyonu.....	97
Şekil 5.18.	Simetri çizgisinde boyutsuz x hızının değişimi.....	98
Şekil 5.19.	Üçgen engel sonrası oluşan döngü uzunlukları.....	99
Şekil 5.20.	Simetri çizgisinde periyot ortalaması alınmış boyutsuz x hızının değişimi	99
Şekil 6.1.	Kavisli duvar için şematik resim.....	102
Şekil 6.2.	45° eğimli kanalda akışın şematik gösterimi	106
Şekil 6.3.	45° eğimli kanalda kullanılan ağ yapıları (a) LBM, (b) Fluent	107
Şekil 6.4.	Eğimli kanala paralel boyutsuz hızın (u_s/u_0), kanala dik alınan kesitlerdeki dağılımı	107
Şekil 6.5.	Koordinat çevrimi	109
Şekil 6.6.	Kanal alt duvara ait boyutsuz kayma gerilmesi	110
Şekil 6.7.	Kanal üst duvara ait boyutsuz kayma gerilmesi	111
Şekil 6.8.	Üçgen prizmalı kanal akışının şematik gösterimi ($Re=100$).....	112
Şekil 6.9.	Üçgen prizmalı kanal akışında kullanılan ağ yapıları, sol: LBM, sağ: Fluent.....	113
Şekil 6.10.	Üçgen prizmalı kanal akışında, üçgen prizmadan yatay yönde yarım prizma ($B/2$) uzaklığındaki dik kesitte boyutsuz x hızının dağılımı, $N=4$	113
Şekil 6.11.	Üçgen prizmalı kanal akışında, üçgen prizmadan yatay yönde yarım prizma ($B/2$) uzaklığındaki dik kesitte boyutsuz x hızının dağılımı, $N=8$	114
Şekil 6.12.	Üçgen prizmalı kanal akışında, üçgen prizmadan yatay yönde yarım prizma ($B/2$) uzaklığındaki dik kesitte boyutsuz x hızının dağılımı, $N=12$	114
Şekil 6.13.	Üçgen prizmalı kanal akışında, üçgen prizmadan yatay yönde yarım prizma ($B/2$) uzaklığındaki dik kesitte boyutsuz x hızının dağılımı, $N=16$	115

Şekil 6.14.	Kontrol hacminde akış yönü kuvvet dengesi.....	115
Şekil 6.15.	Hava direnci katsayısı.....	117
Şekil 7.1.	Türbülanslı akışta akışın herhangi bir yerinde u hızının anlık dalgalanması [68].....	120
Şekil 7.2.	Hız çalkantısından (u_y') dolayı, akışkan parçacığının dA diferansiyel alanından yukarı gidiş hareketi [68].....	122
Şekil 7.3.	Laminer ve türbülanslı akış için hız profilleri [68].....	124
Şekil 7.4.	Tam gelişmiş boru akışı için laminer ve türbülanslı akış için hız profilleri ve türbülanslı akış için hız profilinin 4 ayrı bölgesi [68].....	125
Şekil 7.5.	Türbülanslı tam gelişmiş akışta, çeper yasası ve logaritma yasasının deney verileri ile karşılaştırılması [68].....	128
Şekil 7.6.	Filtreleme uzunluk ölçüsünün (Δ) hesaplandığı alanın şematik gösterimi.....	136
Şekil 7.7.	Kanal içine üçgen konularak oluşturulan akışın şematik resmi ($Re=2000$ ve $Re=50000$).....	139
Şekil 7.8.	$Re=2000$ için üçgen çevresinde kullanılan ağ yapıları (a) LBM, (b) Fluent.....	139
Şekil 7.9.	$Re=2000$ için kanal içine üçgen konulan akışta kullanılan ağ sayıları ve açılma oranları	140
Şekil 7.10.	$Re=2000$ için kanal içine üçgen konulan akış için sayısal ağ ile lattice ağın oranları (a) x yönünde (b) y yönünde.....	140
Şekil 7.11.	$Re=2000$ için kanal içine üçgen konulan akışta, üçgen üzerinde oluşan kuvvetlerin iterasyonlara göre değişimi. (a) kaldırma kuvveti (N), hava direnci kuvveti (N).....	141
Şekil 7.12.	Zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının çalışma alanı ortasında bulunan yatay kesitteki dağılımı, $Re=2000$	142
Şekil 7.13.	Zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının üçgenden sonra yatay olarak üçgen yarı yüksekliğinde bulunan dikey kesitteki dağılımı, $Re=2000$	143
Şekil 7.14.	Zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının dağılımları, (a) Fluent, (b) LBM, $Re=2000$	143

Şekil 7.15.	Re=50000 için üçgen çevresinde kullanılan ağ yapıları (a) LBM, (b) Fluent.....	146
Şekil 7.16.	Re=50000 için kanal içine üçgen konulan akışta kullanılan ağ sayıları ve açılma oranları.....	146
Şekil 7.17.	Re=50000 için kanal içine üçgen konulan akış için sayısal ağ ile lattice ağın oranları (a) x yönünde (b) y yönünde.....	147
Şekil 7.18.	Re=50000 için kanal içine üçgen konulan akışta, üçgen üzerinde oluşan kuvvetlerin iterasyonlara göre değişimi. (a) kaldırma kuvveti (N), hava direnci kuvveti (N).....	148
Şekil 7.19.	Zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının çalışma alanı ortasında bulunan yatay kesitteki dağılımı, Re=50000.....	149
Şekil 7.20.	Zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının üçgenden sonra yatay olarak üçgen yarı yüksekliğinde bulunan dikey kesitteki dağılımı, Re=50000.....	149
Şekil 7.21.	Zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının dağılımları, (a) Fluent, (b) LBM, Re=50000.....	150
Şekil 7.22.	Renault Symbol gerçek ölçüleri [117].....	151
Şekil 7.23.	Binek araç üzerindeki akış çözümü için oluşturulan çalışma alanının şematik resmi, Re=50000.....	152
Şekil 7.24.	Binek araç üzerindeki akış çözümlerinde, binek aracı ön tarafında kullanılan ağ yapılarının detaylı gösterimi (a) LBM, (b) Fluent.....	153
Şekil 7.25.	Binek araç üzerindeki akışı çözmek için bütün çalışma alanında kullanılan ağ sayısı ve açılma oranları (Re=50000).....	153
Şekil 7.26.	Binek araç üzerindeki akışı çözmek için kullanılan sayısal ağın lattice ağa oranı (a) x yönünde, (b) y yönünde.....	154
Şekil 7.27.	Binek araç üzerinde oluşan hava direnci (a) ve kaldırma kuvvetinin (b) iterasyona göre değişimleri, Re=50000.....	155
Şekil 7.28.	Binek araç üzerindeki akışta, zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının alındığı dikey kesitler.....	156
Şekil 7.29.	Dikey kesitlerde zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının dağılımları.....	156

Şekil 7.30.	Binek araç üzerindeki akış için zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının dağılımları, (a) Fluent, (b) LBM, $Re=50000$...	158
Şekil 7.31.	Renault MIDLUM tırının gerçek boyutları [118].....	160
Şekil 7.32.	Tırın üzerindeki akış çözümü için oluşturulan çalışma alanının şematik resmi, $Re=50000$	160
Şekil 7.33.	Tır üzerindeki akış çözümlerinde, tır ön ve alt tarafında kullanılan ağ yapılarının detaylı gösterimi (a) LBM, (b) Fluent...	162
Şekil 7.34.	Tır üzerindeki akışı çözmek için bütün çalışma alanında kullanılan ağ sayısı ve açılma oranları ($Re=50000$).....	162
Şekil 7.35.	Tır üzerindeki akışı çözmek için kullanılan sayısal ağın lattice ağa oranı (a) x yönünde, (b) y yönünde.....	163
Şekil 7.36.	Tır üzerinde oluşan hava direnci (a) ve kaldırma kuvvetinin (b) iterasyona göre değişimleri, $Re=50000$	164
Şekil 7.37.	Tır üzerindeki akışta, zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının alındığı dikey kesitler.....	165
Şekil 7.38.	Dikey kesitlerde zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının dağılımları.....	165
Şekil 7.39.	Tır üzerindeki akış için zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının dağılımları, (a) Fluent, (b) LBM, $Re=50000$	167

TABLolar LİSTESİ

Tablo 3.1.	D1Q3 lattice yapısı özellikleri.....	47
Tablo 3.2.	D2Q9 lattice yapısı özellikleri.....	47
Tablo 3.3.	D3Q15 lattice yapısı özellikleri.....	48
Tablo 3.4.	D3Q19 lattice yapısı özellikleri.....	48
Tablo 3.5.	Denklem 3.60 için $a(Re)$ ve $b(Re)$ katsayıları.....	66
Tablo 4.1.	Tam gelişmiş kanal akışı (prizmasız) için Nusselt sayıları	72
Tablo 4.2.	$Re=100'$ de, döngü uzunluklarının $N=4, 8, 12$ ve $16'$ da LBM ve Fluent tahminleri.....	78
Tablo 4.3.	$Re=1070'$ de (tam geometriye zamana bağlı durum) farklı zaman adımları için kaldırma kuvveti periyotları, adımları, ve çözüm süreleri.....	79
Tablo 4.4.	$Re=1070$ için hava direnci katsayısı tahminleri.....	85
Tablo 7.1.	$Re=2000$ için kanal içine üçgen konulan akışta oluşan kaldırma ve hava direnci kuvvetlerinin LBM ve Fluent' e göre periyotları.....	142
Tablo 7.2.	$Re=2000$ için kanal içine üçgen konulan akışta hava direnci katsayısının Fluent ve LBM' e göre tahminleri ve LBM tahmini ile Fluent tahmini arasındaki yüzde fark.....	144
Tablo 7.3.	$Re =2000$ için kanal içine üçgen konulan akışta kaldırma kuvveti periyodu çözüm süreleri ($\delta t=0.01$).....	144
Tablo 7.4.	$Re=50000$ için kanal içine üçgen konulan akışta oluşan kaldırma ve hava direnci katsayılarının LBM ve Fluent için periyotları ve kaldırma kuvveti periyodunun LBM ve Fluent için iterasyon sayıları.....	148

Tablo 7.5.	Re=50000 için kanal içine üçgen konulan akışta hava direnci katsayısının Fluent ve LBM' e göre tahminleri ve LBM tahmini ile Fluent tahmini arasındaki yüzde fark.....	150
Tablo 7.6.	Re=50000 için kanal içine üçgen konulan akışta kaldırma kuvveti periyodu çözüm süreleri.....	150
Tablo 7.7.	Binek araç üzerinde oluşan kaldırma ve hava direnci katsayılarının LBM ve Fluent için periyodları ve kaldırma kuvveti periyodunun LBM ve Fluent için iterasyon sayıları.....	155
Tablo 7.8.	Çalışma alanı başlangıç noktasına dikey kesitlerin alındığı boyutsuz yatay uzunluklar, binek araç.....	156
Tablo 7.9.	Binek araç üzerinde oluşan hava direnci katsayısının Fluent ve LBM' e göre tahminleri ve LBM tahmini ile Fluent tahmini arasındaki yüzde fark.....	159
Tablo 7.10.	Binek araç üzerindeki akış probleminde, bir kaldırma periyodunun hem Fluent hem de LBM için çözüm süreleri.....	159
Tablo 7.11.	Tır üzerinde oluşan kaldırma ve hava direnci katsayılarının LBM ve Fluent için periyodları ve kaldırma kuvveti periyodunun LBM ve Fluent için iterasyon sayıları.....	164
Tablo 7.12.	Çalışma alanı başlangıç noktasına dikey kesitlerin alındığı boyutsuz yatay uzunluklar, tır.....	165
Tablo 7.13.	Tır üzerinde oluşan hava direnci katsayısının Fluent ve LBM' e göre tahminleri ve LBM tahmini ile Fluent tahmini arasındaki yüzde fark.....	167
Tablo 7.14.	Tır üzerindeki akış probleminde, bir kaldırma periyodunun hem Fluent hem de LBM için çözüm süreleri.....	168

ÖZET

Anahtar Kelimeler: Lattice Boltzmann Metodu, Hava Direnci Katsayısı

Lattice Boltzmann Metodu (LBM), son yirmi yılda kullanılan akış dinamiği problemlerini çözmek için kullanılan alternatif bir sayısal yaklaşımdır. Geleneksel Navier-Stokes tabanlı metotlardan farklı olarak, mikroskobik model ve mezozkobik kinetik denklemlere dayanır. LBM' in geleneksel Navier-Stokes tabanlı metotlara göre birçok avantajı olması nedeni ile son yıllarda artan bir şekilde kullanılmaktadır.

Bir katı cismin üzerindeki akış pratikte sıkça görülen bir olaydır ve sayısız fizik olayına neden olmaktadır. Bunların en başlıkları, katı cismin üzerinde akış istikameti paralelinde olan direnç kuvveti ve akışa dik yönde olan kaldırma kuvvetidir. Direnç ve kaldırma kuvveti akışkan yoğunluğuna ve hızına, katı cismin boyutuna, şekline ve yönüne ve buna bağlı olarak diğer etkenlere bağlıdır. Bu nedenle bu tür akışlarda, direnç ve kaldırma kuvvetinin yerine direnç ve kaldırma katsayısı kullanılmalıdır. Direnç katsayısı tahmini pratikte en çok karayolu taşıtları (binek araç, tır vb.) üzerindeki akışlarda önemlidir.

Karayolu taşıtlarındaki direnç katsayısını bulmak için, günümüze kadar birçok deneysel ve nümerik çalışma yapılmıştır. Nümerik çalışmaların birçoğu geleneksel Navier-Stokes tabanlı metotlar ile yapılmıştır. Bu tez çalışmasında, direnç katsayısı tayini için, Lattice Boltzmann Metodu kullanılarak bir Fortran kodu geliştirilmiştir. LBM ile elde edilen direnç katsayısı ile geleneksel metotlardan elde edilen direnç katsayısı birbirlerine yakın çıkmıştır. Direnç katsayısının, geleneksel metotların dışında, LBM ile hesaplanabilirliği ortaya koyulmuştur.

DETERMINING THE AERODYNAMIC DRAG COEFFICIENT USING THE LATTICE BOLTZMANN METHOD (LBM) FOR DIFFERENT VEHICLE GEOMETRIES

SUMMARY

Keywords: Lattice Boltzmann Method (LBM), Aerodynamic drag coefficient

Lattice Boltzmann Method (LBM) is alternative approach to solve the flow dynamic problems last two decades. LBM is based on microscopic model and mesoscopic kinetic equations, differently from the traditional Navier-Stokes based methods. Because of, LBM has a lot of advantages to the traditional Navier-Stokes based methods, usage of LBM is increased.

Flow over the bluff bodies is seen frequently in the practice and it causes numerous physical phenomena, e.g drag force. Drag force occurs on the bluff body due to parallel the flow direction and lift force occurs on the bluff body due to perpendicular to flow direction. Drag and lift force depends on flow density and velocity, bluff body geometry and direction. Therefore, drag and lift coefficient must be used instead of drag and lift force. Determination of drag coefficient is important for flows over the different vehicle geometries.

In order to determine drag coefficient, nowadays, there are lots of experimental and numerical studies. Many of the numerical studies are done with using traditional Navier-Stokes based methods. In this study, for determining the drag coefficient, a Fortran code is developed using LBM. The drag coefficients results of LBM and traditional methods are close each other. Therefore, LBM can use for determination of drag force instead of traditional methods.

BÖLÜM 1. GİRİŞ

1.1. Araç Aerodinamiği

Motorlu araçların aerodinamiği, hava akışı ile yolun etkileşiminden ve araç geometrilerinin komplike olmasından dolayı karmaşık bir konudur. Aerodinamik önemlidir, çünkü hem aracın yakıt tüketimine hem de dengesine ve yol tutuşuna etki etmektedir. Hava direncinin düşmesi ile yakıt ekonomisi iyileşmektedir ve bu iyileşme aracın sabit hızda gittiği koşullarda kolayca hesaplanabilmektedir

Araç aerodinamiği ile alakalı esas gelişme büyük bir olasılıkla 1980' lerin başında yaşanmıştır, çünkü bu tarihlerde düşük hava direncine sahip araçlar yaygın olarak kullanılmaya başlamıştır. Bilindiği üzere spor amaçlı kullanılan yol-dışı (off-road) araçlar dikdörtgene benzeyen geometrisinden dolayı büyük hava direncine maruz kalmaktadırlar ama 1980' lerin başlarında araç üzerindeki keskin köşeler yumuşatılarak hava direncinde iyileştirme yapılmıştır [1].

Aerodinamiğin ilgilendiği konu sadece hava direncinin düşürülmesi değildir. Aerodinamik kaldırma kuvveti ve araç üzerinde basıncın etki ettiği merkez noktası aerodinamiğin ilgilendiği diğer konulardandır. Bu konular aracın yol tutuşu ve dengesine derinden etki etmektedir. Yolun varlığının, araç üzerinde oluşan hava direnci kuvveti üzerine etkisi az olmasına rağmen, araç üzerinde oluşan kaldırma kuvvetine çok büyük bir etkisi vardır [1].

Genelde, motorlu araçları, gövde stilistleri ve aerodinamik ile ilgilenen insanlar beraber tasarlarlar. Tasarlamaadaki temel amaç, hava direnci kuvvetini azaltmak ve kaldırma kuvvetini sıfıra indirmektir. Bu nedenle stilistler bu istenen özelliklere uygun araç tasarlamada daha bilinçli olmalıdırlar [1].

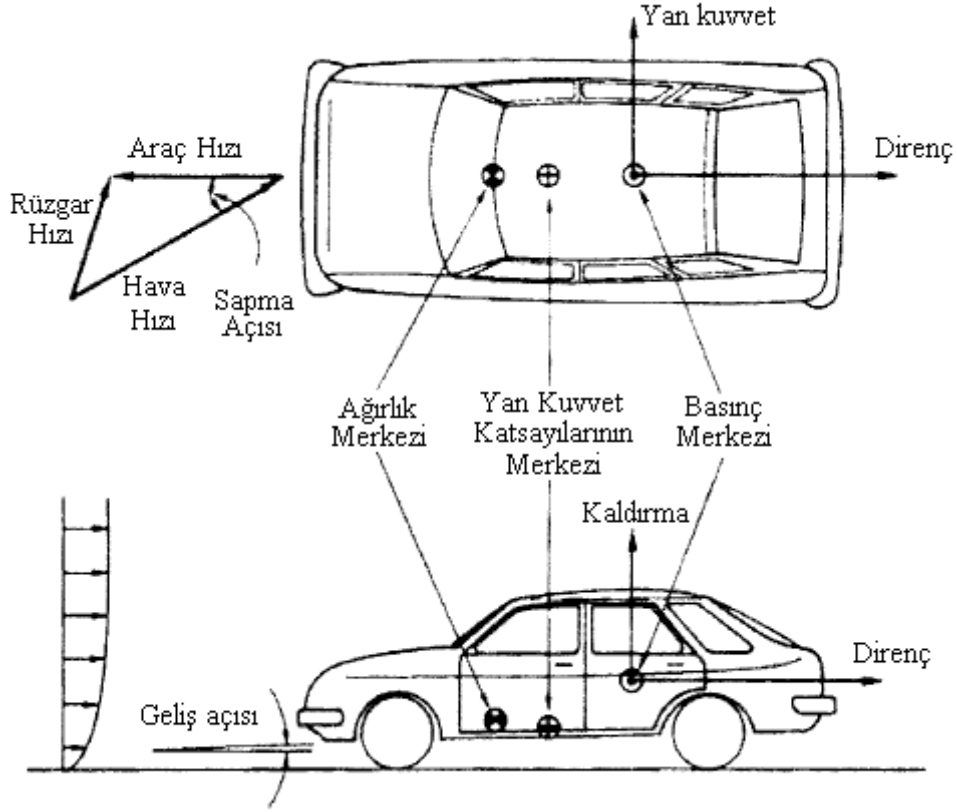
Araç üzerindeki akışların, bir hayli karmaşık yapı, üç boyutlu ve zamana bağlı doğasından dolayı, sayısal olarak modellenmeleri zordur. Fakat son yıllarda bilgisayar güçlerinin artması ve nümerik programların iyileştirilmesi ile araç üzerindeki akışlar daha kolaylıkla sayısal olarak modellenebilmektedir. Ayrıca araç üzerindeki akışlar, rüzgâr tünellerinde deneysel tekniklerin uygulanması ile de incelenebilir. Bununla birlikte, deneysel testlerin zaman alıcı ve pahalı olmasından dolayı, deney yükünün azaltılması için nümerik çözümlerin kullanımı son zamanlarda daha da artmıştır.

Binek ve ticari araçların şekillerindeki farklılıktan dolayı, binek ve ticari araçlar birbirinden farklı olarak incelenebilir. Ticari araçlar daha az aerodinamik şekillidir (streamlined), ve genelde ticari araç üzerinde oluşan direnç kuvvetleri daha az önemlidir, çünkü büyük ağırlıklarından dolayı ticari araçlardaki hız daha düşüktür ve yuvarlanma direnci daha önemlidir [1].

1.1.1. Araç aerodinamiğinin temelleri

Düz bir yolda araç hareketinde, hava akışı, araç hızına ve çevreden gelen hızlara bağlıdır (Şekil 1.1). Rüzgâra ait hız profilleri yerel topoğrafyadan dolayı düzgün değildir. Aerodinamik kuvvetler ve momentler basınç merkezine etki eder. Araç ağırlık merkezinin aksine, basınç merkezinin yeri sabit değildir. Basınç merkezinin yeri hava akışına bağlıdır ve yüksek hızlarda ileri doğru gitme eğilimi gösterir [1].

Şekil 1.1' de görüldüğü gibi, yan kuvvet katsayılarının merkezi, ön ve arka tekerlekleri arasındadır. Bütün hızlarda stabil bir seyir için, yan kuvvet katsayılarının merkezi araç ağırlık merkezinin arkasında olmalıdır [2]. Yan kuvvet katsayılarının merkezi, basınç merkezi yeri gibi sabit değildir ve yatay kuvvet katsayılarının merkezi akslardaki yükleme karakteristiklerine ve şaftlardaki çekişin etkisine bağlıdır. Basınç merkezi, yan kuvvet katsayılarının merkezinin arkasında olduğu zaman araç stabil olacaktır. Ayrıca basınç merkezi, araç ağırlık merkezinin önünde olduğu zaman araçtaki dengesizlik artacaktır [1].



Şekil 1.1. Gerçek ortamda araç üzerinde oluşan aerodinamik kuvvetler [1].

Araç hızı ve hava hızı eş doğrusal olmadıkları için, bu iki arasında bir sapma açısı vardır. Sapma açısı, yan kuvvetinin oluşmasına sebep olur. Kaldırma kuvveti, araç alt ve üst tarafındaki oluşan asimetrik akışın sonucu oluşmaktadır. Kaldırma kuvvetinin oluşmasındaki olası en büyük nedeni geliş açısıdır [1].

Aracın direnç ve kaldırma karakteristikleri, boyutsuz direnç ve kaldırma katsayıları ile belirlenir. Hava direnci katsayısı;

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho u^2 A} \quad (1.1)$$

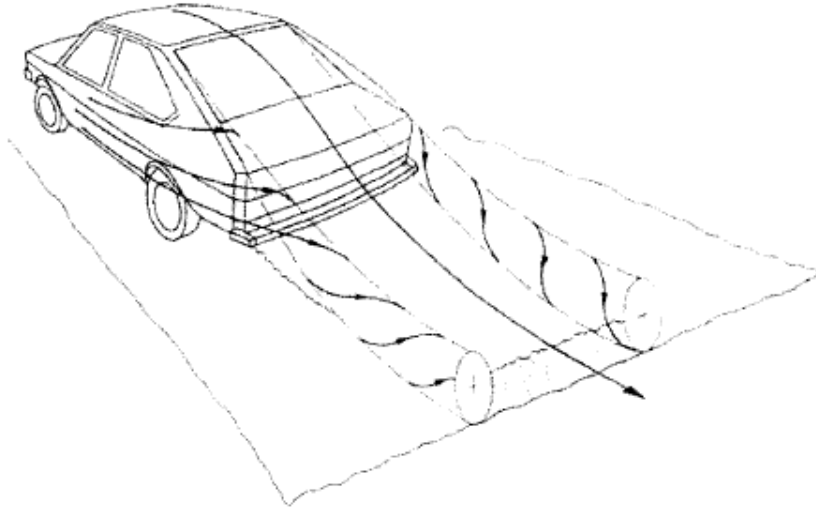
Kaldırma katsayısı;

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho u^2 A} \quad (1.2)$$

Burada, araç üzerindeki direnç kuvveti F_D , araç üzerindeki kaldırma kuvveti F_L , hava yoğunluğu ρ , hava hızı u ve araç ön alanı A dir. $1/2 \rho u^2$ terimi ise dinamik basınç olarak adlandırılmaktadır.

Hava direnci kuvveti, prensipte Reynolds sayısına bağlıdır. Reynolds sayısı 2×10^6 'nın üstüne çıkınca hava direnci katsayısı dikkate değer bir değişim göstermemektedir [3]. Ayrıca, sapma açısının direnç katsayısı üzerine etkisi çok büyüktür. Tipik bir araç için, sapma açısı 30 civarı olduğu zaman, hava direnci katsayısı, sapma açısı sıfır olan bir araca göre %50 artmaktadır [4].

Aracın üstü ve altındaki hızların farklı olması basınç farkını doğurur. Aracın üsteki hızı altındakinden yüksek olduğu için, aracın altındaki basınçta üstteki basınca göre daha yüksek olarak tecelli eder. Bu basınç farkı da kaldırma kuvvetini oluşturur. Ayrıca, aracın üstü ve altında oluşan bu basınç farkı, araçta sirkülasyonlar (circulation) oluşmasına neden olur. Bundan başka, sirkülasyonların oluşması ile iz şeklinde vortisiteler oluşmaktadır. Kaldırma kuvveti ile direnç kuvveti arasındaki ilişki çok karmaşıktır [1].

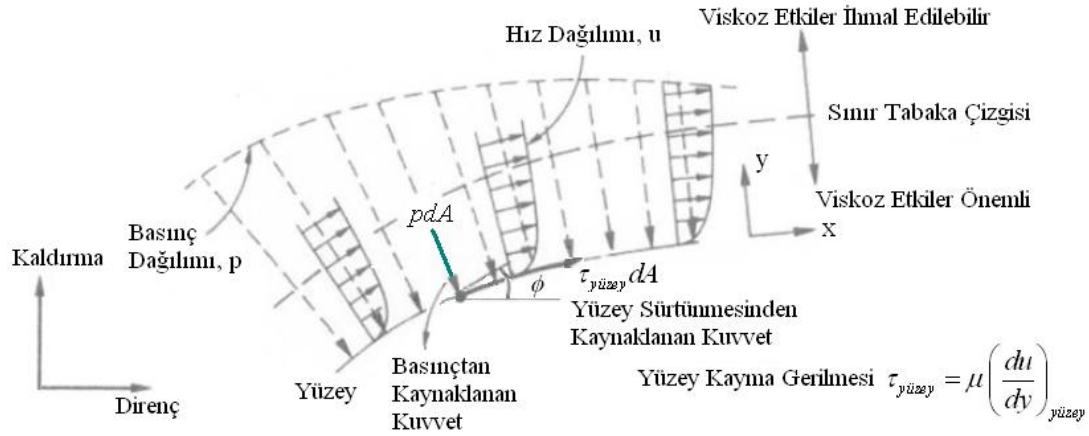


Şekil 1.2. Araç üzerindeki akışta oluşan iz şeklindeki vortisiteler [1].

Hava direnci kuvvetini minimuma indirmek ve kaldırma kuvvetini sıfıra getirmek için ilk önce bir yüzey üzerindeki akışta oluşan hava direnci kuvveti ve kaldırma

kuvveti oluşma mekanizmalarını anlamak gerekmektedir. Yüzey üzerindeki akışta, direnç kuvveti iki parçadan oluşmaktadır. Bunların ilki, yüzeydeki viskoz etkiler dolayısı ile oluşan yüzey sürtünmesi direnç kuvvetidir. İkincisi ise, basınç dağılımından kaynaklanan basınç direnç kuvvetidir. Bu kuvvetleri küçük bir alan üzerinde (dA) hesaplanır. Bu küçük alana göre yüzey sürtünmesi direnç kuvvet $\tau_{yüzey} \cos \phi dA$ ve basınç direnç kuvveti $p \sin \phi dA$ dir. Bütün yüzeye göre toplam direnç kuvveti ise aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$F_D = \int_A \tau_{yüzey} \cos \phi dA + \int_A p \sin \phi dA \quad (1.3)$$



Şekil 1.3. Basınç ve hız dağılımının direnç ve kaldırma üzerine etkisi [1]

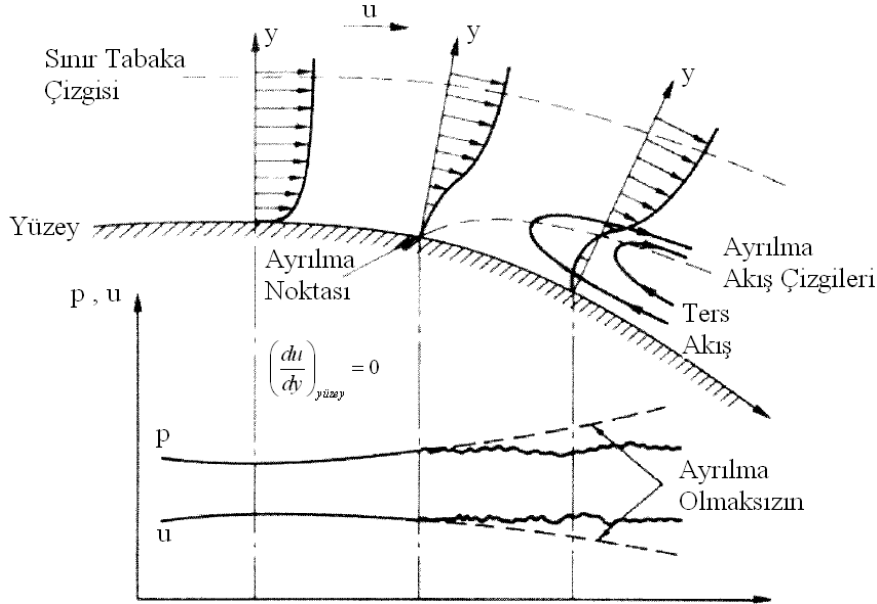
Aynı şekilde, yüzey üzerindeki akışta, kaldırma kuvveti de iki parçadan oluşmaktadır. Bunlar, viskoz etkilerden oluşan yüzey sürtünmesi kaldırma kuvveti ve basınç dağılımından kaynaklanan basınç kaldırma kuvvetidir. Yukarıdaki şekilde, bütün yüzeye göre toplam kaldırma kuvveti ise aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$F_L = \int_A \tau_{yüzey} \sin \phi dA - \int_A p \cos \phi dA \quad (1.3)$$

Yüzey kayma gerilmesi ise $\tau_{yüzey} = \mu \left(\frac{du}{dy} \right)_{yüzey}$ şeklindedir.

Yüzeyin yönü hızlı bir şekilde değiştiği veya akış yönü doğrultusunda basıncın arttığı (pozitif basınç gradyeni) durumlarda, akışta ayrılmalar görülmektedir (Şekil 1.4).

Pozitif basınç gradyeni akışta dönmelere neden olur. Akış dönmesi sınır tabaka için çok önemlidir ve daha fazla akışta basınç artmamasına neden olur. Bu da basınç direnç kuvvetinin artmasına neden olur. Yüzeyin hemen sonrasında oluşan ters akışlar ise yüzey sürtünme direnç kuvvetini çok azda olsa düşürücü etki yapar [1].



Şekil 1.4. Akış ayrılmasının hız ve basınç dağılımı üzerine etkisi [1].

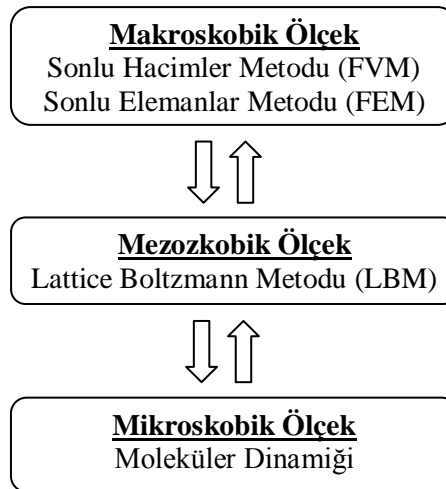
Aerodinamik şekilli bir cisimde üzerindeki akışta ayrılma yoksa cisim üzerinde oluşan direnç katsayısı yaklaşık olarak 0.05 dir ve bu direnç katsayısı neredeyse bütünü yüzey sürtünmesinden meydana gelir. Gerçek araç şekli üzerindeki akışlarda ise ayrılma oluşmaktadır. Aerodinamik şekilli bir cisim üzerindeki akışta ayrılma varsa, oluşan en küçük direnç katsayısı 0.110 dir. Akışta görülen herhangi bir ayrılma, direnci artırmaktadır, bu nedenle akışta ayrılmanın azaltılması gerekmektedir [1].

1.2. Lattice Boltzmann Metodu Nedir ve Diğer Geleneksel Metotlara Göre Farklılıkları Nelerdir?

Lattice Boltzmann Metodu (LBM), akış dinamiği problemlerini çözmek için kullanılan alternatif bir sayısal yaklaşımdır. [5-8]. Geleneksel metotlar, makroskobik denklemlerin ayrıklaştırılmasına dayanır, LBM ise mikroskobik model ve mezozkobik kinetik denklemlerine dayanır [8]. Bir başka deyişle, konvensiyonel

metotlarda makroskobik korunum denklemleri (kütle ve momentum korunum denklemleri) yani lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemler, lineer olmayan cebirsel denklemlere dönüştürülür ve bu denklemler adımlar (iterasyonlar) ile çözülür [9]. LBM’ de ise, partikül (particle) dağılım fonksiyonları için mikroskobik Boltzmann kinetik denklemlerinin indirgenmiş hali sayısal olarak çözülür. Yani basitleştirilmiş kinematik model kurulur. Basitleştirilmiş kinetik model bütün detaylı molekül hareketlerini içermez, sadece makroskobik hidrodinamik davranışı sağlayacak gerekli moleküler hareketlerini içerir. Bu nedenle LBM sürekli ortam (makroskobik ölçek) ve moleküler (mikroskobik ölçek) dinamiği simülasyonları arasındaki ara bir yaklaşımdır [10]. Yani mezozkobik ölçekli bir yaklaşımdır [9].

LBM’ in geleneksel Navier-Stokes tabanlı metodlara göre birçok avantajı mevcuttur. Bu avantajların başında, LBM metodunda ilerleme adımı (lineer) doğrusaldır, diğer geleneksel metotlarda ilerleme adımı doğrusal değildir ve doğrusal yapılmak zorundadır. İkinci temel avantaj ise, çarpışma operatörü yerel olduğu için, paralel çözüme uygundur. Paralel işlemcilerin sayısı olarak artması ile, yüksek paralellik LBM çözümleri etkin ve verimli bir numerik çözüm aracı haline gelmektedir. Diğer bir temel avantajı ise, LBM’ de basınç dağılımı, yoğunluk dağılımının bir fonksiyonudur ve böylelikle basınç çözümü (basınç-hız eşleşmesi) gereksinimi ortadan kalkar. Bunun yanında, LBM Boltzmann denklemlerinin basitleştirilmiş bir hali olduğu için, mikro-ölçekli problemleri diğer metotlara göre bağıl olarak daha hızlı çözer.



Şekil 1.5. Genel olarak metotların sınıflandırılması

1.3. Literatür Araştırması

Tezin amacı olan farklı geometrili karayolu taşıtlarında hava direnci katsayısını hesaplanması temel olarak yüksek Reynolds sayılı türbülanslı bir akıştır, fakat literatür araştırılması yapılırken sadece farklı geometrili cisimler veya karayolu taşıtları üzerindeki akışlar incelenmemiştir. Tezin amacına uygun bir LBM kodunu sıfırdan geliştirebilmek için, LBM' ye ait dikkat edilmesi gereken konular hakkında literatür araştırması yapılmıştır. Bu konular sırası ile maddeler halinde belirtilirse,

- LBM' de sınır koşulu verme şekilleri.
- LBM' de kullanılan çarpışma modelleri ve LBM nümerik stabilitesi ile ilgili yapılan çalışmalar.
- LBM' de düzgün olmayan ağ yapısını oluşturabilmek için kullanılan metotlar.
- LBM' de kavisli duvarlarda, kaymama sınır koşulunu daha hassas verebilmek için kullanılan metotlar.
- Aerodinamik hava direnci katsayısının hesaplandığı yüksek Reynolds sayılı türbülanslı akışlardır.

1.3.2. LBM' de sınır koşulu verme şekilleri

Inamura ve arkadaşları, LBM' de sınır koşulunu verebilmek için bir metot geliştirmişlerdir. Bu metoda göre bilinmeyen dağılım fonksiyonları, istenilen sınır koşulu durumuna göre akışkanın yoğunluğu ve hızı ile hesaplanan hayali bir eşdeğer dağılım fonksiyonları ile temsil edilir. Böylelikle sınıra paralel veya dik hızlar kolaylıkla verilebilir. Bu metot özellikle iki boyutlu problemler için hassas sonuçlar üretmesine rağmen, yüksek Reynolds sayıları için stabil değildir. Ayrıca bu metodun diğer bir özelliği ise bir kolay eklenebilir olmasıdır [11].

Zou ve He, önerdikleri başka bir sınır koşulu verme metodunda, bilinmeyen dağılım fonksiyonları, bilinen dağılım fonksiyonları cinsinden yazılarak bulunmaktadır. Bu metotta dağılım fonksiyonlarının eşdeğer olmayan kısmı da hesap içine katılır, bu nedenle yüksek Reynolds sayılarında daha hassas çözümler üretilmektedir ve daha

stabildir. İki ve üç boyutlu durumlarda kolay eklenebilir olması bu metodun artı özelliklerindedir [12].

Lätt doktora tezinde başka bir sınır verme koşulu önermiştir. Bu metotta ilk olarak, bilinen dağılım fonksiyonları ile yerel olarak sınır noktalarında gerilim tensörü hesaplanmaktadır. Daha sonra hesaplanan gerilim tensörü bilgisi ile bütün dağılım fonksiyonları hesaplanmaktadır. Bu metot daha önce bahsedilen metotların aksine düşük Reynolds sayılı akışlarda hassas olmayan sonuçlar üretmektedir, fakat yüksek Reynolds sayılı akışlarda daha stabildir. Bu metotun ismi Düzenlenmiş Metottur “Regularized Method” [13].

Skordos, LBM’ de sınır koşulunu vermek için Sonlu Fark şemalarını kullanarak yeni bir metot geliştirmiştir. Bu metotta, sınır noktasına en yakın komşu noktadan alınan hız değeri ile sınır noktası arasında hız gradyeni Sonlu Fark şemaları kullanılarak bulunur. Bulunan hız gradyenleri, sınır noktasındaki dağılım fonksiyonlarını bulmak için kullanılır. Bu metot hassas sonuçlar vermesine rağmen stabil değildir ama eklenmesi kolaydır [14].

1.3.3. LBM’ de kullanılan çarpışma modelleri ve LBM nümerik stabilitesi

LBM’ de bilindiği gibi iki adet temel adım vardır. Bunlar ilerleme ve çarpışma adımlarıdır. Çarpışma adımını temelde karmaşık yapıdadır [6]. Bu karmaşık yapıyı basit bir şekilde tanımlayabilmek için birçok çarpışma modelleri ortaya atılmıştır. Bunlardan en yaygın kullanılanı Bhatnagar ve arkadaşlarının geliştirdikleri tek çarpışma sıklığı veya rahatlatma zamanı bulunan modelidir [15]. Bu modelin ismi Lattice Bhatnagar-Gross-Krook (LBGK) dır. Bu modelde tek çarpışma sıklığı veya rahatlatma zamanı kullanıldığı için Lattice Bhatnagar-Gross-Krook, Tek Rahatlatma Zamanlı (Lattice Bhatnagar-Gross-Krook, Single Relaxation Time = LBGK-SRT) olarak da adlandırılmaktadır. Bu modelde çarpışma sıklığı değerinin teorik sınırı 2’ dir ve bu değer 2’ den küçük ($\omega < 2$) olması zorunludur. Çarpışma sıklığı değerinin üst limite yaklaşması LBM’ de stabilite problemlerinin çıkmasına neden olacaktır. Çarpışma sıklığı kinematik vizkozite, lattice uzunluğu veya zaman adımının

fonksiyonudur. Kinematik viskozitenin düşmesi ile çarpışma sıklığı yükselecek, lattice uzunluğunun azalması ile de çarpışma sıklığı düşecektir. Sıkıştırılmaz akışlar için kullanılan hız, LBM’ de Mach sayısı sınırından ($Ma < 0.1$) dolayı küçük seçilmek zorundadır. Bu nedenle yüksek Reynolds sayısına ulaşabilmek için küçük vizkoziteler kullanılmalıdır. Bu nedenle yüksek Reynolds sayılarına çıkabilmek için, çarpışma sıklığı değerini düşürmeye yarayan lattice uzunluğu küçük seçilmelidir, yani daha fazla lattice kullanılmalıdır. Bu da problem boyutunun büyümesine yol açarak daha fazla bilgisayar gücü kullanımı gereksinimi artıracaktır [6,9]. Bu metodun eklenmesi nispeten kolaydır.

LBGK-SRT çarpışma modelini kullanarak teori anlamında literatürde birçok çalışma yapılmıştır. Bunlardan biri, Qian ve arkadaşlarının yaptığı çalışmadır [16]. Bu çalışmaya göre uygun eşdeğer dağılım foksiyonu önererek, Navier-Stokes denklemini LBM’ de etkili bir şekilde çözme yolunu araştırmışlardır. Diğer bir teorik çalışma ise He ve Luo’ nun yaptığı çalışmadır [17]. Bu çalışmada, sıkıştırılmaz ve zamana bağımlı Navier-Stokes denklemlerini çözebilmek için uygun LBM’ de uygun bir eşdeğer dağılım fonksiyonu önermiş ve temel problemler ile doğrulanmıştır.

D’Humières, stabilite sınırını artırmak için, tek çarpışma sıklığı veya rahatlatma zamanı bulunan LBGK-SRT modeli yerine, çoklu çarpışma sıklığı veya rahatlatma zamanı kullanılan yeni bir çarpışma modeli önermiştir [18]. Bu modelin ismi Lattice Bhatnagar-Gross-Krook, Çoklu Rahatlatma Zamanlı (Lattice Bhatnagar-Gross-Krook, Multiple Relaxation Time = LBGK-MRT) dir. Bu modelde dağılım ve eşdeğer dağılım fonksiyonları matrisler halinde işleme girmektedir. Ayrıca bu modelde, her dağılım fonksiyonuna denk gelen momentler vardır ve bu momentlerde matris şeklindedir. Aynı durum eşdeğer dağılım fonksiyonu içinde geçerlidir. Yani her eşdeğer dağılım fonksiyonuna denk gelen bir eşdeğer moment matrisi vardır. Dağılım fonksiyonu matrisi ile moment matrisinin birbirlerine geçişi, dönüşüm matrisleri ile gerçekleştirilir. Bu modelin özelliği olan her dağılım fonksiyonuna, çarpışma frekansı veya rahatlatma zamanı atanmaktadır. Çoklu rahatlatma zamanı deyimi buradan gelmektedir. Bu durum ise LBM stabilitesini artırıcı bir özelliktir. Bu modelin LBGK-SRT ile karşılaştırıldığında iki adet temel dezavantajı mevcuttur. İlk dezavantaj, modelde kullanılan matris işlemleri nedeniyle, çözüm süreleri LBGK-

SRT' ye göre daha fazladır. Diğer bir dezavantaj ise, bu modelin eklenmesi matris işlemlerinin çokluğu nedeni ile zordur.

LBGK-MRT çarpışma modelinde de, modelin önerilmesinden daha sonra modeli geliştirmek ve doğrulamak için birçok çalışma yapılmıştır. Bunlardan ilki, D'Humières ve arkadaşlarının yaptığı, LBGK-MRT çarpışma modelini, üç boyutlu problemlerin çözülebilmesi için geliştirilmesidir [19]. Geliştirilen üç boyutlu LBGK-MRT modeli kapak tahrikli akış (lid-driven cavity) problemi için doğrulamışlardır. Moussaoui ve arkadaşları, yaptığı çalışmada akış denklemlerini LBM ile enerji denklemlerini Sonlu Farklar Metodu ile ayırıştırarak, kanal içinde dikdörtgen geometri ve geometriler üzerinde akışı incelemişlerdir [20]. LBM' de kullanılan çarpışma modeli LBGK-MRT dir. Akış probleminde, kanal içinde kullanılan dikdörtgen geometri veya geometrilerden dolayı karmaşık akış çizgileri elde etmişlerdir. Aynı şekilde, kanal içinde kullanılan dikdörtgen veya geometrilerden dolayı, kanal duvarlarında ısı transferinin arttığı görülmüştür.

Somers' in önerdiği LBM' de kullanılan bir başka çarpışma modelinde, önceden kullanılan tekli veya çoklu rahatlatma zamanı değerleri kullanılmamaktadır [21]. Bu modelde çarpışma denklemi direkt olarak zamana bağlı ve sıkıştırılmaz Navier-Stokes denklemleri ile Lattice Boltzmann Denklemlerinden elde edilmektedir. Somers' in yaptığı çalışmaya göre, bu yeni çarpışma denklemi üç boyutlu, zamana bağımlı akışlar için Reynolds sayısı 50000' e kadar hassas sonuçlar vermektedir [21]. Bu çarpışma modelini kullanarak Eggels ve Sommers, kare çalışma alanında tabii taşınım akışını (Rayleigh sayısı = 10^6 ve Prandtl sayısı = 0.71) incelemişlerdir [22]. Bu akışta, kare çalışma alanında laminar kapak tahrikli akış üzerine, çalışma alanı yanlarındaki dikey sınırlarda sabit sıcaklık verilmiş (soğuk ve sıcak) ve alt ve üstlerindeki yatay sınırlar ise yalıtılmıştır. Bu çalışmaya göre, bulunan yeni çarpışma modeli, bu akış için uygun sonuçlar vermiştir.

LBM' de kullanılan çarpışma modelleri, LBM' nun stabilitesi ile direkt olarak ilgilidir. Bu nedenle literatürde LBM' nun stabilitesi ile ilgili birçok teorik çalışma yapılmıştır. Bu çalışmalar genellikle tek çarpışma sıklığı bulunan çarpışma modeli için yapılmıştır. Bunlardan bazıları, Sterling ve Chen (1996) [23], Lallemand ve Luo

(2000) [24], Rheinländer (2008) [25], Camas ve Tsai (2009) [26] yaptıkları çalışmalardır.

1.3.4. LBM' de düzgün olmayan ağ yapısını oluşturabilmek için kullanılan metotlar

Bilindiği gibi LBM' de ağ yapıları bir başka deyişle latticeler kare şeklinde, düzgün yapıdadır, fakat çalışma alanı ve çözülmek istenen Reynolds sayısının büyüklüğü ile doğru orantılı olarak kullanılan lattice sayısı fazla olmaktadır. Bu durum ise, bilgisayar gücü gereksinimini artırmaktadır. Bu nedenle, LBM' de düzgün olmayan ağ yapısının kullanılması bir gereklilik olarak karşımıza çıkmaktadır.

LBM' de düzgün olmayan ağ yapısını oluşturabilmek için metotlardan biri İnterpolasyon İlaveli Lattice Boltzmann Metodudur (Interpolation Supplemented Lattice Boltzmann Method = ISLBM). Bu metodu ilk olarak He ve arkadaşları önermişlerdir [27]. İnterpolasyon İlaveli Lattice Boltzmann Metodu, LBM' de yoğunluk dağılımları (dağılım fonksiyonları) zamanın ve yerin sürekli bir fonksiyonu oldukları için, bir noktadaki dağılım fonksiyonlarının bulunması komşu noktadaki diğer dağılım fonksiyonları ile yere göre interpolasyonları yapılarak bulunabilir olması ilkesine dayanır. ISLBM' de kullanılan interpolasyonlar, Lagrange interpolasyonlarıdır ve metodun hassas sonuçlar üretebilmesi için, ikinci dereceden interpolasyonlar kullanılmak zorundadır. Ayrıca bu çalışmada, kanal akışı farklı ağ konfigürasyonu ve farklı Lagrange interpolasyon şemaları kullanarak sonuçlar karşılaştırılmıştır.

ISLBM' de temel olarak iki adet ağ yapısı kullanılmaktadır. Bunlar lattice ağ yapısı ve düzgün olmayan ağ yapısını temsil eden sayısal ağ yapısıdır. Sayısal ağ yapısı, iki boyutlu problemde dikdörtgen, üç boyutlu problemde ise dikdörtgenler prizmasıdır. He ve arkadaşlarının yaptığı ikinci temel makalede ise ISLBM kullanarak yüksek Reynolds sayısına nasıl çıkıldığı teorik olarak anlatılmaktadır [28]. Bu teorik açıklamaya göre, lattice uzunluğu yüksek Reynolds sayılarına LBM stabilitesine takılmamak için küçük seçilmelidir, sayısal ağ uzunluğu ise, lattice uzunluğundan belli bir katı olacak şekilde büyük alınmalıdır. Bu durumda, yüksek Reynolds

sayısına çıkılabilecek lattice uzunluğu seçilerek, sayısal ağ uzunluğunun lattice ağ uzunluğuna oranı kadar daha az lattice yani sayısal ağ kullanarak analizler yapılmaktadır.

ISLBM sadece kartezyen koordinatı için kullanılmamaktadır. Eğrisel koordinat sistemlerine uygun yeni bir ISLBM' ı He ve Dooelan geliştirmişlerdir [29]. Bu çalışmada, daire üzerindeki akış incelenmiştir. Eğrisel koordinatlara göre ağ yapısı oluşturulduğu için daire geometrisi tam olarak modellenmiş ve uygun sonuçlar verdiği görülmüştür.

Temelde LBM, açık adımlı (explicit) yapısından dolayı paralel çözüm için uygundur. Bu kavramdan yola çıkarak Sunder ve arkadaşları, ISLBM' nun paralel programlamaya uygunluğu test etmişlerdir [30]. Bu çalışmada, silindir üzerindeki akışı incelenmiştir. Silindir, boru akışında katı cisim olarak kullanılmıştır, Burada da eğrisel koordinat sistemi kullanılmıştır. Sonuçta, ISLBM' nin paralel programlamaya uygun olduğu sonucuna varılmıştır.

LBM' de düzgün olmayan ağ yapısını oluşturmak için Shu ve arkadaşları yeni bir metot önermişlerdir [31]. Bu metot, standart LBM' de Taylor Serisi açılımı kullanılarak geliştirilmiş ve en küçük kareler metodu kullanılarak optimize edilmiştir. Bu nedenle bu metodun ismi Taylor Serisi Açılımı ve En Küçük Kareler Tabanlı Lattice Boltzmann Metodudur (Taylor Series Expansion and Least Squares based Lattice Boltzmann Method – TTLBM). Standart LBM' de ilerleme adımında dağılım fonksiyonları komşu latticelere (ağ) ulaşabilmesine rağmen, TTLBM' de ilerleme adımında dağılım fonksiyonları komşu latticelere ulaşamaz, bunun için Taylor Serisi Açılımı kullanılır. Ayrıca, TTLBM karmaşık geometrilerin modellenebilmesi ve farklı koordinat sistemleri için uygundur. TTLBM' in önerildiği temel makalede kutupsal (polar) koordinat sisteminde kapak tahrikli açık çözülmüştür ve doğrulanmıştır.

Chew ve arkadaşları, TTLBM kullanılarak, düşük Reynolds sayılarında, kanal içinde daire konularak oluşturulan akışı ve kapak tahrikli akışı çözmüşler ve geleneksel

metotlar ile karşılaştırılmıştır. TTLBM çözümlerin geleneksel metotlara uygun olduğu gözlemlenmiştir [32].

Shu ve arkadaşları, kanalın girişine engel konularak oluşturulan (backward facing step) akışı yüksek Reynolds sayısında ($Re = 44000$) çözmüşlerdir. Türbülans modeli olarak Reynolds Ortalamalı Sayısal Simülasyonların (Reynolds Averaged Numerical Simulations = RANS) türbülans viskozitesi modellerinden bir denklemlili Spalart-Allmaras (S-A) ve iki denklemlili $k-\omega$ modelleri kullanılmıştır. Elde edilen TTLBM sonuçlarının deneysel sonuçlara göre uygun olduğu gözlemlenmiştir ve böylelikle, TTLBM' ye türbülans modelinin eklenmesi ile yüksek Reynolds sayılı türbülanslı akışların çözülebilirliği ortaya konmuştur[33].

Cao ve arkadaşları, LBM' de düzgün olmayan ağ yapılarının oluşturulması için Sonlu Fark ayrıklaştırma şemalarını kullanarak yeni bir metot önermişlerdir. Bu metodun ismi Sonlu Fark Lattice Boltzmann Metodudur (Finite Difference Lattice Boltzmann Method = FDLBM). FDLBM'de yer ayrıklaştırılması için Sonlu fark şemaları kullanılırken, zaman ayrıklaştırılması için ikinci dereceden Runge-Kutta metot kullanılmaktadır. Ayrıca bu temel makalede FDLBM' nin eğrisel koordinat sistemleri için uygun olduğu söylenmektedir [34].

Mei ve Shyy, FDLBM' in önerildiği temel makaleye paralel olarak, bu metodu eğrisel koordinat sistemi kullanılarak, birçok temel problem için test etmişlerdir. Yapılan temel problemler, iki dönen silindir arasındaki olan zamandan bağımsız akış (Taylor-Coutte akışı), silindir üzerindeki zamandan bağımsız akış vb. tir. FDLBM' nin düşük Reynolds sayılarında karmaşık geometrili problemlerin çözümünde uygun olduğu sonucuna varılmıştır. Buna ek olarak, bu makalede LBM çarpışma adımı kapalı adımlı (implicit) olarak ayrıklaştırılmıştır. Bu özellik ise FDLBM' in eklenebilirliğini olumsuz yönde etkilemektedir[35].

Mei ve Shyy [35] çalışmasının sayısal etkinliğini ve stabilitesini artırmak için, Guo ve Zhao çarpışma adımını açık adımlı yapmışlardır [36]. Yine eğrisel koordinat düzlemi için çözümler yapılmıştır. Yapılan çözümler, iki boyutlu kanal akışı, iki dönen silindir arasındaki olan zamana bağımlı akış, kapak tahrikli akış ve silindir

etrafındaki zamandan bağımsız akıştır. Bu makaledeki çözümlerin [36], bir önceki makaledeki çözümler [35] ile uygun olduğu görülmüştür.

Nanneli ve Succi, LBM' de düzgün olmayan ağ yapısını oluşturabilmek için, Sonlu Hacim formüllerini kullanarak yeni bir metot geliştirmişlerdir [37]. Bu metodun ismi Sonlu Hacimler Lattice Boltzmann Metodudur (Finite Volumes Lattice Boltzmann Method = FVLBM). Bu temel çalışmanın ardından, Succi ve arkadaşları, FVLBM' de $k-\varepsilon$ türbülans modeli ekleyerek iki boyutlu türbülanslı kanal akışını çözmüşlerdir [38]. Daha sonrasında, Amati ve arkadaşları, üç boyutlu türbülanslı kanal akışını FVLBM kullanarak çözmüşlerdir [39].

FVLBM' in bu temel üç makalesinden sonra, FVLBM hakkında birçok çalışma yapılmıştır. Bunlardan ilki, Xi ve arkadaşlarının yaptığı iki boyutlu yapısal dört kenarlı ağ yapısı kullanarak Coutte akışı ve Taylor akışı çözmüşlerdir [40]. Aynı sene içinde, Xi ve arkadaşları, iki boyutta dört kenarlı yapısal ağ ve üç boyutta altı yüzeyle yapısal ağlar kullanarak karmaşık geometrili akışlar çözmüşler ve test etmişlerdir [41]. Yine aynı sene içinde Peng ve arkadaşları, iki boyutta yapısal olmayan üçgen tipli ağ yapısı kullanarak birçok temel problemi çözmüşlerdir [42]. Elde edilen FVLBM çözümlerinin, Navier-Stokes tabanlı geleneksel metotlar ile uygun sonuçlar verdiğini gözlemlemişlerdir. Rossi ve arkadaşları, yapısal olmayan ağ yapısını üç boyutlu hale dönüştürerek, düşük Reynolds sayılarında, üç boyutta kanal akışını ve küre üzerinde oluşan akışı incelemişlerdir. Bu çalışmaya göre üç boyutta karmaşık geometrili akışların kolaylıkla çözülebileceğini ortaya koymuşlardır [43].

Son olarak LBM' de düzgün olmayan ağ yapısını oluşturmak için Filippova ve Hänel, LBGK modeli için yerel olarak ağ yapısının inceleştirilebildiği bir metot önermiştir [44]. Bu metodun ismi LBGK Modeli için Ağ İnceleştirmedir (Grid Refinement for Lattice – BGK Models). Bu metotta, iki farklı ağ yapısı vardır, bunlar sırası ile daha yoğun ağ yapısının kullanıldığı ince ağ yapısı ve daha az yoğunlukta ağ yapısının kullanıldığı kalın ağ yapısıdır. Kullanılan bu iki ağ yapısına ait ayrı çarpışma sıklığı değeri vardır. Bu nedenle kalın ağ yapısında yapılan çarpışma adımı ile kalın ağ yapısında yapılan çarpışma adımı birbirinden farklıdır. Yani çarpışma

adımları sonrası oluşan dağılım fonksiyonları iki farklı ağ yapısı için birbirinden farklıdır. Bunun sonucu olarak, iki farklı ağ yapısının komşu olduğu bölgelerde bu iki çarpışma sonrası dağılım fonksiyonları birbirleri ile iletişimde olmalıdır, yani birbirleri cinsinden yazılmalıdır. Ek olarak, LBM stabilitesini sağlamak için, hem ince hem de kalın ağ yapısında kullanılan çarpışma sıklığı değerleri uygun olarak seçilmelidir. Bu temel makalede, kanal içine üçgen engel konularak oluşturulan akışta hem zamandan bağımsız ($Re = 20$) hem de zamana bağımlı ($Re = 100$) çözümler yapılmış ve doğrulanmıştır.

1.3.5. LBM' de kavisli duvarlarda, kaymama sınır koşulunu daha hassas verebilmek için kullanılan metotlar.

Tezin amacı farklı geometrili karayolu taşıtları üzerindeki aerodinamik hava direnci katsayısını hesaplamaktır. Karayolu taşıtları ise bilindiği gibi kavisli bir geometriye sahiptir, bu nedenle kavisli duvarlarda kaymama sınır koşulunu hassas bir şekilde vermek, hem duvarların hassas bir şekilde modellenmesini hem de toplam çözümün hassasiyetinin iyi olmasını sağlar.

LBM' de kullanılan kavisli duvarlarda kaymama sınır koşulunu vermek için birçok metot vardır. Bunlardan en çok kullanılanı, standart geri sıçrama (bounce-back) metodudur [6, 9, 45]. Bu metotta kavisli duvarlar merdiven şeklinde modellenmektedir. Standart geri sıçrama metodunda LBM ilerleme adımından sonra oluşan bilinmeyen dağılım fonksiyonları, tam tersi yöndeki bilinen dağılım fonksiyonlarına eşitlenerek bulunur. Bu metot literatürde birçok çalışma da yer almış ve çok geniş bir akış aralığı için doğrulanmıştır. Bu metodun en gözle görülür avantajı ise nispeten kolay eklenebilir olmasıdır.

Kavis duvarlarda kaymama sınır koşulunu vermek için, Mohammad ve Succi duvarlardaki noktalarda bütün eşdeğer dağılım fonksiyonlarının duvardaki hız ve yoğunluk değerlerine göre yeniden hesaplandığı ve bu hesaplanan eşdeğer dağılım fonksiyonlarının dağılım fonksiyonlarına eşitlendiği bir metot önermişleridir [46]. Bu metotta, duvarlardaki eşdeğer olmayan dağılım fonksiyonlarının ihmal edilir, bu nedenle bu metot yüksek Reynolds sayılı akışlar için hassas sonuçlar vermemektedir.

Hassas olunan Reynolds sayısı maksimum 500 civarındır ($Re \leq 500$). Bu çalışmada, $Re=500$ ' de kanalın girişine engel konularak oluşturulan akışı çözüp doğrulamışlardır.

Duvarlarda kaymama sınır koşulu uygulanırken sadece eşdeğer dağılım fonksiyonu kullanmak yüksek Reynolds sayılı akışlar için hassaslığı düşürücü bir etki yaratmaktadır. Bu nedenle Chen ve arkadaşları, duvarda kaymama sınır koşulunu tanımlarken, eşdeğer olmayan dağılım fonksiyonun hesaba katıldığı bir ekstrapolasyon metodu önermişlerdir [47]. Guo ve arkadaşları [48], Chen ve arkadaşlarının [47] önerdiği ekstrapolasyon metodunu geliştirerek yeni bir ekstrapolasyon metodu önermişlerdir. Önerilen yeni ekstrapolasyon metodu duvarlarda ikinci dereceden hassaslığı sağlamaktadır. Bu yeni metotta, eşdeğer dağılım fonksiyonu duvarlarda hesaplanmaktadır ve eşdeğer olmayan dağılım fonksiyonu duvara komşu akış noktalarından ekstrapolasyon metodu ile elde edilmektedir. Bu çalışmada, düşük Reynolds sayılarında Couette akışı çözülmüş ve doğrulanmıştır.

Filippova ve Hänel, LBGK Modeli için Ağ İnceleştirme metodunu önerdiği çalışmada, kavisli duvarlarda kaymama sınır koşulu için yeni bir metot önermiştir [44]. Bu metot yazarların baş isimleri ile anılır, yani bu metodun ismi FH metodudur. FH metodunda, duvarlarda çarpışma adımı sonrası oluşan ve akış noktası yönüne bakan dağılım fonksiyonları bulunması ilkesine dayanır. Duvarlarda çarpışma adımı sonrası oluşan ve akış noktası yönüne bakan dağılım fonksiyonları, duvarda hesaplanan hayali eşdeğer dağılım fonksiyonu ile duvara en yakın komşu akış noktasından duvar yönüne bakan dağılım fonksiyonlarının hesaba katılması ile bulunur. Bu temel çalışmada, önceden de belirtildiği gibi, kanal içine üçgen konularak oluşturulan akış için hem zamandan bağımsız ($Re = 20$) hem de zamana bağımlı ($Re = 100$) çözümler yapılmış ve doğrulanmıştır.

Mei ve arkadaşları, FH metodunu biraz daha geliştirerek yeni bir metot önermişlerdir [49]. Bu metotta, yazarların baş isimleri ile anılır, yani bu metodun ismi MLS metodudur. MLS metodu ile FH metodu arasındaki tek farkı duvarda hesaplanan eşdeğer dağılım fonksiyonunun hesaplamasındaki farklılıktır. Bu çalışmada ise düşük

Reynolds sayılarında kapak tahrikli akış, kanal akışı ve kanal içine daire engeller konularak oluşturulan akış çözümlerinde doğrulanmıştır. Ayrıca MLS metodunun FH metodundan daha stabil olduğu gözlemlenmiştir.

Mei ve arkadaşları, üç boyutlu problemlerde kavisli duvarların daha hassas bir şekilde modellenmesi için MLS metodunu üç boyutlu hale getirmişlerdir [50]. Geliştirilen metod üç boyutlu olduğu için, üç adet üç boyutlu lattice yapıları kullanılmıştır. Kullanılan lattice yapıları, üç boyutlu 15 lattice sayılı (D3Q15), 19 lattice sayılı (D3Q19) ve 27 lattice sayılı (D3Q27) lattice yapılarıdır. Bu çalışmada, düşük Reynolds sayılarında kapak tahrikli akış, tam gelişmiş hız profilli kanal ve boru akışı ve son olarak kanal içine küre konularak oluşturulan akış çözümlerinde doğrulanmıştır. Bunlara ek olarak, D3Q15 lattice yapısının diğer lattice yapılarına göre daha az stabil olduğu ve D3Q27 lattice yapısının ise çözüm sürelerini arttırdığı gözlemlenmiştir. Bu nedenle D3Q19 lattice yapısının kullanımının hem stabilite hem de çözüm süreleri açısından optimal olduğu sonucuna varılmıştır.

Peskin, kavisli duvarlarda hassas bir şekilde kaymama sınır koşulunu vermek için, Gömülmüş Sınır Metodunu (Immersed Boundary Method = IBM) önermiştir [51]. Bu temel makalede, Navier-Stokes denklemlerinin ayrıklaştırılmasında Sonlu Farklar Metodu kullanılmıştır. Bu çalışmada, akışkan ile sürekli bağlantı halinde olan hareketli gömülmüş sınır koşulu verilerek kalp kapakçıkları ve kalp duvarları simüle edilmiştir. Gömülmüş Sınır Metodu, duvara ait sınır noktaları Lagrange ağ yapısı ile, akışkan noktaları Euler ağ yapısı ile belirtilmektedir. Bu iki ağ arasındaki etkileşim Dirac- δ fonksiyonu ile yapılmaktadır. Bir başka deyişle, iki ağ arasındaki hız, basınç ve hidrodinamik kuvvet (hydrodynamic force, body force) değerlerinin iletişimi Dirac- δ fonksiyonu kullanılarak yapılmaktadır.

Peskin, Gömülmüş Sınır Metoduna ait ikinci temel makalesinde, eğrisel koordinatlar için IBM'yi geliştirmiştir. IBM'ye ait iki temel makalede ise düşük Reynolds sayılı akışlar çözülmüştür [52].

LBM' de IBM' nin uygulanması Peng ve Luo tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada IBM ile İnterpolasyonlu Geri Sıçrama Metodu (Interpolation Bounce-back Method =

IBB) karşılaştırılmıştır. IBB metodu da kavisli duvarlarda kaymama sınır koşulunu vermek için önerilen başka bir metottur. Bu çalışma, aynı ağ yapısı kullanıldığı zaman çözüm sürelerinin her iki metot için aynı olduğunu fakat IBB' nin daha hassas sonuçlar verdiğini bize söylemektedir [53].

Lattice Boltzmann denkleminde ek bir terim konularak, IBM' de kullanılan hidrodinamik kuvvet LBM' de hesaplanabilir. LBM' de hidrodinamik kuvvetin hesaplanması Wolf-Gladrow kitabında [54] ve Chen ve arkadaşlarının yaptığı çalışmasında bulunabilir [55].

Chen ve arkadaşları, LBM' de IBM' yi iki ve üç boyutlu karmaşık problemler için uygulamışlardır. İki boyutta kapak tahrikli akış ve kanal içine asimetrik yerleştirilen daire üzerindeki akış çözülmüştür. Üç boyutta ise kanal içine asimetrik olarak yerleştirilen silindir üzerindeki akış çözülmüştür. İki ve üç boyutta çözülen akışlar doğrulanmıştır [55].

Bouzidi ve arkadaşları, kavisli duvarlarda kaymama sınır koşulunu vermek için, interpolasyon metotları ile geri sıçrama metodunun birleştirildiği yeni bir metot önermişlerdir. Bu metodun ismi daha önceden de belirtildiği gibi İnterpolasyonlu Geri Sıçrama Metodudur (Interpolation Bounce-back Method = IBB). Bu metotta, kullanılan interpolasyon metotları birinci veya ikinci dereceden olabilir. Bu temel çalışmada iki boyutta, zamana bağımlı Couette akışı ve zamandan bağımsız daire demeti üzerindeki akışı çözümlenmiş ve doğrulanmıştır [56].

Kavisli duvar için başka bir sınır metodunu Chang ve arkadaşları da önermişlerdir [57]. Bu metotta, duvarlarda ilerleme adımından sonra oluşan bilinmeyen dağılım fonksiyonları, yerel bilinenler (local knowns) ve düzelticiler (correctors) kullanılarak yeniden oluşturulmaktadır. Yerel bilinenler ve düzelticiler momentumu yeniden düzenlenmek için kullanılmaktadır. Daha sonra, bilinmeyen dağılım fonksiyonları Zou ve He' nun önerdiği [12] sınır koşulunu verme şekline göre bilinenler ve tekrardan düzenlenen bilinmeyen dağılım fonksiyonu cinsinden yazılmaktadır. Bu metot, hem düz duvarlar için hem de kavisli duvarlar için düzenlenebilir, fakat

kavisli duvarların eklenmesi zordur. Bu temel çalışmada, kanal içine asimetrik olarak yerleştirilen daire üzerinde akış zamana bağımlı olarak çözülmüş ve doğrulanmıştır.

Verschaeve ve Müller, kavisli duvarlarda kaymama sınır koşulu vermek için yeni bir metot önermişlerdir [58]. Bu yeni model Lätt ' in sadece düz duvarlar için geliştirdiği kaymama sınır koşulunun geliştirilmiş halidir [59]. Geliştirilen metotta, yoğunluk, hız ve gerinim hızı değerleri tekrardan düzenlenmektedir. Bu metotta ilk olarak, duvardaki bilinen ve bilinmeyen dağılım fonksiyonları önceden tayin edilmelidir, sonra duvar noktalarındaki hız değeri duvara en yakın akışkan noktalarından alınan hız değerleri ile interpolasyon yapılarak bulunur. Daha sonra, duvar noktalarına ait gerinim hızı değerleri Sonlu Fark şemaları kullanılarak bulunur ve son olarak yoğunluk değeri yerel olarak tayin edilir. Bu çalışmada iki boyutlu Taylor-Coutte akışı ve kanal içine asimetrik yerleştirile daire üzerindeki akış çözümlü doğrulanmıştır.

1.3.6. Aerodinamik hava direnci katsayısının hesaplandığı yüksek Reynolds sayılı türbülanslı akışlar

Tezin ana amacı olan yüksek Reynolds sayılarında araç üzerindeki akışlar ve aerodinamik hava direnci katsayısını hesaplaması hakkında bugüne kadar birçok deneysel ve sayısal çalışmalar yapılmıştır.

Bu çalışmaların en başında Ahmed ve Ramm' ın yaptığı deneysel çalışmadır [60]. Bu deneysel çalışmada, kendi ismini verdiği (Ahmed Body = Ahmed Gövdesi) otobüse benzeyen temel bir araç geometrisi üzerindeki akış incelenmiştir. Çalışmada kullanılan Reynolds sayısı araç uzunluğuna göre hesaplanıp 4.29×10^5 alınmıştır. Ayrıca Ahmed Gövdesi, araç arkasındaki eğimlere göre iki farklı şekilde tasarlanmıştır. Araç arkasındaki kullanılan eğimler 25° ve 35° dir. Bu iki eğimli geometriye göre deneyler yapılmıştır.

Lienhart ve arkadaşları, Ahmed Gövdesi üzerindeki akışı araç uzunluğuna göre 2.78×10^6 Reynolds sayısında deneysel çalışmalar yapmışlardır [61].

Kapadia ve Roy, Ahmed Gövdesi üzerindeki akışı deneysel veriler ile karşılaştırmak üzere Cobalt kodu kullanarak yapısal olmayan ağ yapıları ile sayısal çalışma yapmışlardır. Kullanılan Reynolds sayısı araç uzunluğuna göre 2.78×10^6 dir. Bu çalışmalarda kullanılan türbülans modeli Spalart-Allmaras tabanlı Bağımsız Topak Simülasyonudur (Spalart-Allmaras based Detached Eddy Simulation). Sayısal çalışma araç arkasında bulunan iki farklı eğim dikkate alınarak yapılmıştır. Çalışmaya göre 25° arka eğimde, deneysel çalışmada araç arkasında akışta ayrılma gözlenmemesine rağmen, sayısal çalışmada ayrılma görülmüştür. Ayrıca bu eğimde, aerodinamik sürüklenme katsayısı tahmini deneysel sonuçlar ile uyumludur. 35° arka eğimli geometride, hem deneysel hem de sayısal çalışmada araç arkasında akışta ayrıma gözlemlenmemiştir. Bu eğimde, sayısal çalışmada tahmin edilen aerodinamik hava direnci katsayısı, deneysel çalışmada elde edilen aerodinamik hava direnci katsayısı ile uyumludur [62].

Hammas ve arkadaşları yaptıkları lisans bitirme tezinde 25° arka eğimli Ahmed Gövdesi üzerindeki akışı Sonlu Hacimler Metodu kullanarak sayısal incelemiştirler. Çözümlerde kullanılan Reynolds sayısı araç uzunluğuna göre 50000 dir. Yapılan sayısal çözümlerin, deney verileri ile uyumlu olduğu gözlemlenmiştir [63].

Araç üzerindeki akış ve araca ait aerodinamik hava direnci katsayısı tahmini hesaplamaları geleneksel Navier-Stokes tabanların dışında LBM kullanılarak ta yapılmıştır [64]. Bu çalışmalardan birini Roumeas ve arkadaşları, ticari LBM kodu PowerFLOW' u kullanarak basitleştirilmiş araç geometrisi üzerindeki akışı inceleyerek yapmışlardır. Bu çalışmada kullanılan Reynolds sayısı araç uzunluğuna göre 2.8×10^6 dir. Ayrıca bu çalışmada kullanılan türbülans modelleri Reynolds Ortalamalı Navier-Stokes Denklemleri ve Büyük Topak Simülasyonlarıdır (Large Eddy Simulations = LES). Büyük Topak Simülasyonları ile yapılan çözümlerin deney verileri ile daha uygun olduğu görülmüştür.

Lockard ve arkadaşları (2000), iki boyutlu Naca-0012 kanat profili üzerindeki akışı 3 farklı Reynolds sayısında ticari LBM kodu PowerFLOW' u kullanarak incelemiştirler [65]. Kullanılan Reynolds sayıları 500, 0.5×10^6 ve 500×10^6 dir. Yapılan LBM çözümleri, Amerikan Ulusal Havacılık ve Uzay Araştırmaları Dairesi

(National Aeronautics and Space Administration = NASA) tarafından geliştirilen geleneksel Sonlu Hacim kodu olan CFL3D ile karşılaştırılmıştır. Çözümlerde kullanılan türbülans modelleri Spalart-Allmaras ve $k-\omega$ dir. Sonlu Hacim çözümlerinin hassas olması için bütün analizlerde Courant sayısı bir alınmıştır. Reynolds sayısı 500' de yapılan laminar akış çözümlerinde aerodinamik hava direnci katsayısı iki çözüm için aynıdır, fakat daha yüksek Reynolds sayılı ($Re = 0.5 \times 10^6$ ve 500×10^6) türbülanslı çözümlerde aerodinamik hava direnci katsayısı iki metot için birbirlerinden farklıdır. Bu farklılık PowerFLOW' da yüksek sayılı türbülanslı akışlar için sınır tabakada yetersiz ağ sayısı kullanılmasından kaynaklanmaktadır.

1.4. Tezin Amacı ve Kapsamı

Önceden de belirtildiği gibi, Lattice Boltzmann Metodu, geleneksel Navier-Stokes tabanlı sayısal metotlardan farklı olarak akış dinamiğini çözmek için kullanılan alternatif bir metottur [5-8]. Bugüne kadar geleneksel Navier-Stokes tabanlı sayısal metotları kullanarak, karayolu taşıtları üzerindeki akış hesabı ve aerodinamik hava direnci katsayısı tahmini sayısal olarak hesaplanmıştır. Bu tez çalışmasının temel amacı ise Lattice Boltzmann Metodu (LBM) kullanarak, karayolu taşıtlarındaki akış hesabının ve aerodinamik hava direnci katsayısı tahminin yapılmasıdır.

Geleneksel Navier-Stokes tabanlı sayısal metotlara ait birçok ticari program bulunmasına rağmen, LBM' na ait bir adet ticari program bulunmaktadır. Bu programın ismi PowerFLOW' dur [66]. PowerFLOW ticari programına sanayi kullanımı için uygun olup, akademik çalışmalara katkı sağlamamaktadır. Ayrıca tezin başlangıcında literatürde birçok açık kaynak (open source) kod bulunmuştur. Bu açık kaynak kodların bazılarının anlaşılabilmesi bazılarında tezin amacına uygun olmaması nedeni ile bu tez çalışmasında, tezin amacına uygun bir akışın çözülebilmesi için sıfırdan bir LBM kodu geliştirilmiştir. Kod geliştirilmesi sırasında Fortran programlama dili kullanılmıştır.

Tezin amacına uygun kod geliştirilmesi sırasında, direk olarak yüksek Reynolds sayısında araç üzerindeki akışı çözebilen bir kod geliştirilmemiştir. Kod geliştirme işi belirli bir mantık sırasına göre yapılmıştır. Ayrıca her kod geliştirme safhasında yeni

özellikler bir önceki kodun özellikleri korunarak eklenmiştir. Mantık sırasına göre kod geliştirme safhaları sıralanırsa;

- İlk olarak, iç geometrisiz bir çalışma alanında laminer akışları çözebilecek bir kod geliştirilmiştir. Bu geliştirilen kodda iç geometrisiz kanal akışı ve kare çalışma alanında kapak tahrikli akış çözülmüştür.
- İkinci safhada, geliştirilmeye başlanan koda üç farklı özelliğin eklenmesi yapılmıştır. Bunlar sırası ile çalışma alanı içine bir iç geometri eklenmesi, zamana bağlı akışların çözülebilmesi için LBM’ de eşdeğer dağılım fonksiyonunun ve buna bağlı olarak sınır koşullarının değiştirilmesi ve son olarak LBM’ de enerji denklemlerinin çözülebilmesi için yapılan eklemelerdir. Bu geliştirilen kodda iç geometrisiz kanal akışında ısı transferi problemi, iç geometrili (üçgen) kanalda zamandan bağımsız ve zamana bağlı akış ve ısı transferinin çözümü yapılmıştır.
- Üçüncü safhada, daha yüksek Reynolds sayılarına çıkabilmek için, LBM’ de düzgün olmayan ağ yapısını oluşturan İnterpolasyon İlaveli Lattice Boltzmann Metodunun (ISLBM) eklenmesi yapılmıştır. Ayrıca bu safhada, otomatik olarak iç geometri verilebilmesine yönelik bir özellik koda eklenmiştir. Bu geliştirilen kodda, iç geometrisiz kanal akışı, kare çalışma alanında kapak tahrikli akış, iç geometrili (üçgen) kanalda zamana bağlı ve zamandan bağımsız akışlar çözülmüştür.
- Dördüncü safhada, kavisli duvarlarda kaymama sınır koşulunu verebilmek için üç farklı sınır koşulu koda eklenmiştir. Bu geliştirilen kodda, 45° eğimli kanalda ve iç geometrili (üçgen) kanalda zamandan bağımsız ve laminer akışlar çözülmüştür.
- Son safhada ise, yüksek Reynolds sayılı türbülanslı akışların çözülebilmesi için koda türbülans modeli eklenmiştir. Eklenen türbülans modeli Büyük Topak Simülasyonlarıdır. Geliştirilen kodda, yüksek Reynolds sayılı iç geometrili (üçgen) kanal akışı ve kanal akışı içine binek araç ve tır konularak oluşturulan akışlar çözülmüştür.

Kod geliştirme sırasında her çözülen akış, Sonlu Hacimler Metodu kullanılarak oluşturulmuş bir ticari kod olan Fluent ile doğrulanmıştır [67].

1.5. Tez Çalışmasını Oluşturan Bölümlerin Kısaca Tanıtılması

Bu tez çalışması, önceden de belirtildiği gibi farklı geometrili karayolu taşıtları üzerindeki akışı ve aerodinamik hava direnci katsayısı hesaplamak için tasarlanmıştır. Tezin ilk bölümünde, araç aerodinamiği temel olarak anlatılmıştır. Sonrasında Lattice Boltzmann Metodu kısaca anlatılmış ve LBM' nin geleneksel Navier-Stokes tabanlı çözüm metotları ile farkından bahsedilmiştir. Daha sonra, kod geliştirilmesi için gerekli olan literatür araştırması anlatılmıştır. Son olarak tezin amacı ve kapsamından bahsedilmiştir.

Bölüm 2' de ilk olarak akışkanlar dinamiğini yöneten denklemler tanıtılmıştır. Daha sonra yöneten denklemlerin ayrıklaştırılması anlatılmıştır.

Bölüm 3' te Lattice Boltzmann Metoduna ait teoriden detaylı bir şekilde bahsedilmiştir. Son olarak, iç geometrisiz çalışma alanında oluşturulan temel problemlerin (kanal akışı ve kare çalışma alanında kapak tahrikli akış) çözümlenmesi ve doğrulanması anlatılmaktadır. Ayrıca açık sınır şartlı akış (kanal akışı) ve kapalı sınır şartlı akış (kare çalışma alanında kapak tahrikli akış) için LBM nümerik stabilite sınırı belirlenmiştir.

Bölüm 4' te ilk olarak kanal içine üçgen konularak oluşturulan akış ve ısı transferi problemleri incelenmiştir. Bunun yanı sıra LBM' de enerji denklemlerinin çözümünden bahsedilmiştir.

Bölüm 5' de LBM' de düzgün olmayan ağ yapısının oluşturulmasında kullanılan metotlardan kısaca tanıtılmıştır. Daha sonra İnterpolasyon İlaveli Lattice Boltzmann Metodu (ISLBM) metodundan detaylı bahsedilmiştir. Son olarak, ISLBM kullanılarak çözülen, iç geometrisiz kanal akışı, kare çalışma alanında kapak tahrikli akış, kanal içine üçgen konularak oluşturulan akış ve ısı transferi problemleri incelenmiştir.

Bölüm 6' da LBM' de duvarlarda kaymama sınır koşulu vermek için kullanılan metotlar kısaca tanıtılmıştır. Daha sonra incelenen üç adet duvarda kaymama sınır

koşulu metotları detaylı bir şekilde anlatılmıştır. Sonrasında eğimli kanaldaki akış ve kanal içine üçgen konularak oluşturulan akış incelenmiştir.

Bölüm 7' de türbülans olayının temelleri ve çözüm metotları anlatılmıştır. Daha sonra Büyük Topak Simülasyonları (LES) detaylı bir şekilde bahsedilmiştir. Sonrasında LBM içine LES' in eklenmesi anlatılmıştır. Sonra yüksek Reynolds sayılarında kanal içine üçgen konulan akış incelenmiştir. Son olarak tezin amacına uygun olarak kanal içine yerleştirilen binek araç ve tır üzerindeki akış incelenmiştir.

Bölüm 8' de ise çalışma boyunca elde edilen sonuçların topluca bir değerlendirilmesi yapılmış ve tezden sonra yapılabilecek ileriki çalışmalardan bahsedilmiştir.

Ek kısmında ise, Fortran programı kullanılarak oluşturulan LBM kodu' nun akış şeması verilmiştir.

BÖLÜM 2. SÜREKLİ ORTAM MEKANİĞİ

2.1. Yöneten Denklemler

Bu tez çalışmasında akış denklemleri hem LBM hem de Fluent [67] ticari programı ile çözülmüştür ve bu kapsamda matematiksel modeller kullanılmıştır. Newton davranışlı, tek fazlı, homojen, sıkıştırılamaz ve zamana bağımlı (veya zamandan bağımsız) akışlar incelenmiştir. Burada yerçekimi ve diğer hacim kuvvetleri ihmal edilmiştir. Bu akışı yöneten kütle ve momentum denklemleri üç boyutlu halde uzun formu ile yazılırsa [68];

Kütle dengesi (süreklilik denklemi);

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

Sıkıştırılamaz akışta, yoğunluk (ρ) sabit olarak kabul edilir. Bu nedenle, süreklilik denkleminde yoğunluğun zamana göre değişimi sıfırdır. Bir başka deyişle, sıkıştırılamaz akış için yazılan süreklilik denklemi hem zamana bağımlı hem de zamandan bağımsız olarak kullanılabilir.

Momentum dengesi (Navier-Stokes denklemleri);

$$\rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) \quad (2.2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \right) \quad (2.3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) \quad (2.4)$$

Navier-Stokes denklemleri bir vektörel denklem olup, 3 boyutta hız vektörünün her bir bileşeni için üç skalar denklem ifade etmektedir. Sol taraftaki parantezin içindeki iki terim sırası ile yerel ve taşınimsal (konveksiyon terimleri) ivmeyi temsil etmektedir. Sağ taraftaki ilk terim basınç, ikinci terim de viskoziteye bağlı kayma ve normal gerilmelerini ifade etmektedir.

Bu tez çalışmasında dinamik viskozite (μ) sabit olarak kabul edilmiştir. Sıkıştırılamaz akışın kabulü ise yoğunluğun sabit olmasıdır. Bu kabuller ile kütle ve momentum denklemleri enerji denklemleri ile bir bağlantısı yoktur. Bu nedenle basınç terimi sadece kütle ve momentum denklemleri ile tayin edilir.

Yukarıdaki kütle ve momentum denklemlerinde 4 adet alan değişkeni vardır. Bunlar sırası ile basınç (p) ve hız vektörünün (u_x, u_y, u_z) üç bileşeni (üç boyutlu problemler için) dir. Yukarıdaki verilmiş denklem takımında ise dört adet diferansiyel denge denklemi (vektörel Navier-Stokes denkleminin her bir bileşeni ayrı ayrı sayılarak) mevcuttur. Dolayısı ile bu denklem takımı, çözülebilir bir denklem takımındadır.

Bu tez çalışmasında, sıkıştırılamaz formada bir akış çözüldüğü için, enerji denklemi sadece ısı transferi çözümünde hesaba katılmaktadır. Bu nedenle enerji denklemi, sıkıştırılamaz akışın özel bir durumu için yazılmıştır. Bu denklemdeki enerji değişimi sadece iç enerji (i) değişimine eşittir. İç enerji ise özgül ısı (C) ve sıcaklık (T) ile değişmektedir ($i = CT$). Ayrıca ısı iletim katsayısı (k) sabit olarak alınmıştır. Buna göre enerji denklemi [69] ;

$$\rho C \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u_x \frac{\partial T}{\partial x} + u_y \frac{\partial T}{\partial y} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \mu \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} \quad (2.5)$$

Yukarıda verilmiş enerji denkleminde, sol tarafta parantezin içindeki iki terim sırası ile zamana bağlı yerel değişimi, ikinci terimde taşınım terimini temsil etmektedir. Sağ taraftaki ilk terim ise ısı iletimini, ikinci terimde mekanik enerjinin iç

sürtünmeler ile kaybolmasını, yani iç enerjiye dönüşmesini tanımlayan viskoz disipasyonu temsil etmektedir.

2.2. Yöneten Denklemlerin Geleneksel Navier-Stokes Tabanlı Sayısal Metotlar ile Ayrıklaştırılması ve Çözülmesi

Bu tez çalışmasında yöneten denklemler hem LBM hem de Fluent [67] ile ayrıklaştırılarak sayısal bir şekilde çözülmüştür. Önceden belirtildiği gibi, Fluent, yöneten denklemlerin ayrıklaştırılması ve çözülmesi için Sonlu Hacimler Metodunu (Finite Volumes Method = FVM) kullanmaktadır. Bu nedenle, bu başlıkta geleneksel Navier-Stokes tabanlı sayısal metotlardan genel bir şekilde bahsedilecek, daha sonrasında FVM ile ilgili detaylı bilgi verilecektir. Ayrıca akışkanlar mekaniği problemlerini yöneten diferansiyel denklemlerin etkin bir şekilde sayısal çözümü çok kapsamlı ve pek çok önemli ayrıntıyı içeren bir husustur [70].

2.2.1. Genel

Yöneten denklemlerin ayrıklaştırılması için kullanılan Sonlu Hacimler Metodu, Sonlu Elemanlar Metodu (Finite Elements Method = FEM), Sonlu Farklar Metodu (Finite Differences Method = FEM), Sonlu Analitik Metodu (Finite Analytic Method = FAM) [71] gibi geleneksel Navier-Stokes tabanlı metotlar vardır. Akışkanlar mekaniği alanında günümüzde en yaygın biçimde kullanılan yöntemler FVM ve FEM dir [70]. FVM' nin aslında FEM' in olduğu gibi Ağırlıklı Artıklar Yönteminin (Method of Weighted Residuals) bir kolu olarak yorumlanabileceği düşünülürse [72], bu iki metodun arasındaki fazla büyük olmadığı kanaatine varılabilir. Bu sayılan metotların ortak noktası, çözüm (hesaplama) bölgesini kaplayan ve ayrıklaştıran bir sayısal ağdan yola çıkmalarıdır. Sayısal ağın çözüm bölgesini arada boşluk kalmayacak şekilde kaplaması, ağı oluşturan hacim veya elemanların çok aşırı derecede deforme olmamış olmamaları ve birbiri üzerine binmemeleri (değişik ağlar kullanılan “gömülü (embedded) ağ” vb. gibi teknikler haricinde [71]) gerekir [70].

Her söz konusu değişkenin çözüm bölgesi üzerindeki değişimi, bu değişkenin ağın hacimlerini, elemanlarını veya düğüm noktalarını temsil eden ayrık değerleri ve

bunların arasında uygulanan çeşitli interpolasyon yöntemleri ile yaklaşık olarak temsil edilir. Böylece ayrıklaştırma neticesinde, sonsuz serbestlik derecesine sahip sürekli problem, her bir değişken için sayısal ağın inceliğine orantılı olarak, sonlu serbestlik derecesine sahip ayrıklaştırılmış bir problem haline ve diferansiyel denklemler de bir cebirsel denklem takımına dönüştürülmüş olur. Cebirsel denklem takımının bilinmeyenleri, ağın serbestlik derecelerini temsil eden değerleridir. Cebirsel denklemlerin çözümü neticesinde değişkenlerin alan üzerindeki değişimi elde edilmiş olur. Sayısal ağ ne kadar ince ise, çözümün hassasiyetinin o kadar yüksek olacağı açıktır. Sayısal ağın inceliğinin artması, dolayısı ile cebirsel denklemlerinin sayısının ve bilinmeyenlerinin artması, tabii ki ihtiyaç duyulan bilgisayar gücünü arttıracacağı için, ağın istenildiği kadar ince yapılması mümkün değildir. Dolayısıyla, sahip olunan bilgisayar gücü çerçevesinde, ağın mümkün olduğu kadar ekonomik kullanılması gerekmektedir. Bunun en etkin yolu, ağı çözüm alanının içinde, değişimlerin yüksek oldukları yerlerde daha ince, düşük oldukları yerlerde daha kaba yaparak, hacimleri mümkün olduğu kadar optimal dağıtmaktır [70].

Ağ ne kadar optimal dağıtılırsa dağıtılsın, güvenilecek derecede hassas bir çözüm elde edebilecek kadar ince olup olmadığı ancak bir ağdan bağımsızlık çalışması sayesinde anlaşılabilir. Ağın çeşitli inceliklerinde problem çözülür ve ağın incelemesine bağlı olarak çözümün değişimi gözlenir. Belli bir ağ inceliğine erişildikten sonra, çözümün ihmal edilebilecek miktarda az değiştiği gözlenir. Bu çözümün ağdan bağımsız hale geldiği ve ağın inceliğine bağlı hataların ihmal edilebilir seviyede olduğu anlamına gelmektedir. Ancak böyle bir çözüm, sayısal açıdan güvenilir bir çözüm teşkil eder [70].

Yüksek Reynolds sayılı türbülanslı akışlarda, çeper (duvar) yakınındaki akış için çeper fonksiyonu kullanılmıyorsa, viskoz alt tabakayı ($y^+ \leq 5$) daha iyi temsil edebilmek için, çepere yakın komşu düğüm noktaları çepere yakın olarak konumlandırılmaları gerekmektedir. Bir başka deyişle çepere yakın yerlerde yoğun ağ yapısı kullanılması gerekmektedir. Bu tez çalışmasında, yüksek Reynolds sayılı türbülanslı akışlar için çeper fonksiyonu kullanılmamıştır, bu nedenle çeperlerde viskoz alt tabakayı iyi modellemek için sıkı ağ yapısı kullanılmıştır.

Yukarıda, değişik sayısal metotlardan ve bu metotları genelde ortak ilgilendiren bazı konularda çok kısa bahsedilmiştir. LBM çözümleri Fluent ile doğrulandığı için ve Fluent programı yöneten denklemleri FVM kullanarak ayrıklaştırdığı için, bundan sonraki bölümlerde FVM metodu anlatılacaktır.

2.2.2. Düzgün ve düzgün olmayan ağ yapıları

Düzgün yapılı (structured) diye tabir edilen ağlar iki boyutlu halde dörtgen veya yamuklardan, üç boyutlu halde ise dikdörtgenler veya altıgenler prizmalarından oluşabilir. Burada, ağı oluşturan hacimlerin/elemanların/noktaların komşularının sayısı ve konumları ağın her noktasında aynı yapıdadır. Düzgün olmayan yapılı (unstructured) diye tabir edilen ağlar iki boyutlu halde üçgen, dörtgen ve yamuklardan, üç boyutlu halde ise üçgenler, dikdörtgenler veya altıgenler prizmalarından oluşabilir. Burada ağı oluşturan hacimlerin/elemanların/noktaların komşularının sayısı ve konumları sabit bir yapı göstermeyip ağın her noktasında değişebilir [71].

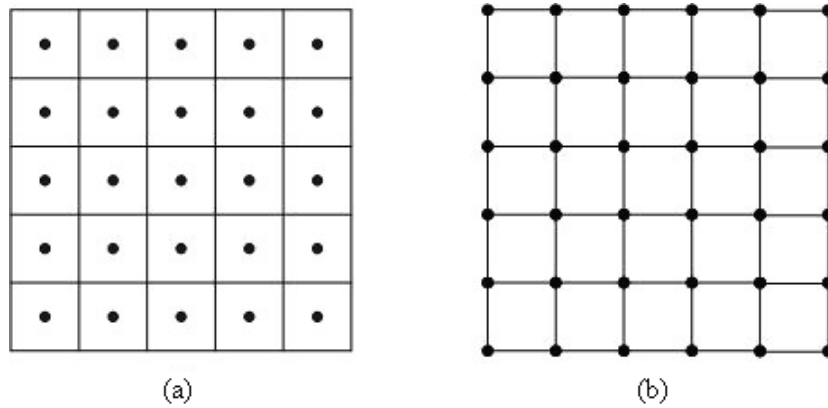
Düzgün olmayan yapılı ağların, gerek karmaşık geometrilerin incelenebilmesi gerekse de ağın bazı kısımlarının yerel olarak inceltilebilmesi açısından, düzgün yapılı ağlara karşı üstünlüğü olduğu açıktır [70].

Bu tez çalışmasında, Fluentte yapılan doğrulama çalışmalarında, kullanılan ağ yapıları basit geometrili akışlar için düzgün yapılı ağlar (kare veya dikdörtgen) kullanılmıştır. Kanal içine konulan basit geometrili (üçgen) akışlar için, üçgen çevresinde düzgün olmayan yapılı ağlar (dikdörtgen) kullanılmıştır. Üçgen çevresi dışında ise LBM çözümleri ile uygun olması için düzgün yapılı ağlar (kare veya dikdörtgen) kullanılmıştır. Son olarak ise, araç üzerindeki akışlarda, araç geometrisini düzgün bir şekilde modelleyebilmek için, düzgün olmayan yapılı (dikdörtgen ve üçgen) ağlar kullanılmıştır.

2.2.3. Eleman merkezli ve köşe merkezli ağlar

Sonlu hacimler yönteminde sayısal çözümün serbestlik derecelerini temsil eden düğüm noktalarının sayısal ağın yapısına göre nasıl tanımlanacağı hakkında iki temel yol vardır. Bunlardan birincisi düğüm noktalarının sonlu hacimlerin ağırlık merkezi noktalarında tanımlandığı, “Eleman Merkezli” (Cell Centered) denilen sistemdir. Diğeri de düğüm noktalarının sonlu elemanların köşelerinde, yani ağı oluşturan çizgilerin kesim noktalarında tanımlandığı “Köşe Merkezli” (Vertex Centered) denilen sistemdir [72]. Bu sistemler düzgün yapıli veya düzgün olmayan yapıli ağlarda uygulanabilir. Şekil 2.1’ de bu sistemler, iki boyutlu düzgün yapıli bir ağ için şematik olarak gösterilmektedir.

Bu sistemlerin sınır şartlarının hesaba katılış şekli vb. hususlarda bazı avantaj ve dezavantajları vardır. Daha çok kullanılan sistem, eleman merkezli sistemdir. Fluent programı da bu sistemi kullanmaktadır [70].



Şekil 2.1. Düğüm noktalarının konumlanma şekline göre ağ tipleri: (a) Eleman merkezli, (b) Köşe merkezli [70]

Bu sistemlerin sınır şartlarının hesaba katılış şekli vb. hususlarda bazı avantaj ve dezavantajları vardır. Daha çok kullanılan sistem, eleman merkezli sistemdir. Fluent programı da bu sistemi kullanmaktadır [70].

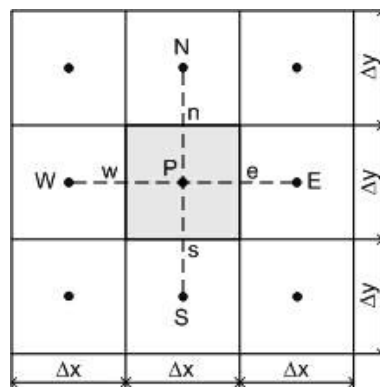
2.2.4. Genel transport denklemi

Sayısal yöntemlerin ana hatlarını tartışırken, genel bir değişken ϕ için yazılmış, tipik bir diferansiyel denge denklemini baz olarak almak sıkça kullanılan bir yaklaşımdır [70]. Bu denklem, aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\phi u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi \quad (2.6)$$

Denklem 2.6 anlatılan yöntemlerle doğrudan bir ilgisi olmadığı için, akışın türbülanslı olup olmama hali ve bununla ilgili kullanılan notasyon anlatım kolaylığı açısından ihmal edilmiştir. Denklemin sol taraftaki terimleri sırasıyla, zamana bağlı değişim hızı ve taşınım terimlerini; sağ taraftaki terimler ise sırasıyla, difüzyon (iletim) ve kaynak terimlerini temsil etmektedirler. Γ_ϕ terimi genel değişken ϕ 'nin genel difüzyon katsayısını ifade edip, ϕ 'nin temsil ettiği değişkene bağlı olarak moleküler veya türbülans viskozitesi, ısı iletim katsayısı vb. gibi terimler içerebilir. Dolayısıyla, her değişken için, genel difüzyon katsayısı (Γ_ϕ) katsayısı ve kaynak terimlerinin (S_ϕ) uygun şekilde tanımlanması ile yöneten denklemlerin her birinin (2.4) eşitliğine benzer biçimde ifade edilmesi mümkündür [70].

2.2.5. Sonlu hacimler metodu (FVM)



Şekil 2.2. İki boyutlu düzgün yapı bir ağ için, P düğüm noktası ve civarındaki komşu hacimlerin düğüm noktaları görünümü [70]

Sonlu hacimler metodunu uygulayarak yöneten denklemleri ayırklaştırırken, ilk aşamalarda bir ağ sistemini kabul edip ona bağlı kalma zorunluluğu yoktur. Fakat anlatım kolaylığı açısından, Şekil 2.2’ de görülen, iki boyutlu, kartezyen sistemde dikdörtgen sonlu hacimlerden oluşan düzgün yapılı bir ağ yapısı gösterilmiştir [70].

Yine basitleştirme açısından, ağın x ve y yönlerinde eşit aralıklı olduğu kabul edilmiştir ($\Delta x = \Delta y$). Şekil 2.2’ de incelenen sonlu hacim koyu renk ile gösterilmiştir. İncelenen hacmin düğüm noktası P ile gösterilir iken, komşu hacimlerin düğüm noktaları coğrafi yönlerin İngilizce isimlerine uygun olarak, N (north = kuzey), S (south = güney), E (east = doğu), W (west = batı) olarak belirtilmiştir. P komşu N , S , E , W noktaları arasında kalan ve P sonlu hacmini sınırlayan ara yüzeylerin ağırlık merkezi noktaları da küçük n , s , w , e harfleri ile gösterilmiştir. Bu notasyona “pusula notasyonu” da denmektedir [70].

Sonlu hacimler yönteminin çıkış noktası, yöneten diferansiyel denklemlerin sonlu hacimler üzerinde integre edilmesine dayanır. Yukarıda genel değişken ϕ için verilen diferansiyel denklemin (Denklem 2.2, 2.3 ve 2.4) ϕ değişkeni için çözümünde hız alanı (u_x, u_y), ve malzeme özellikleri (ρ, Γ_ϕ) ve kaynak teriminin (S_ϕ) o an için biliniyor olduğu kabul edilerek, denklemin ϕ bilinmeyeni için çözümü üzerinde durulacaktır. Bu denklemin hacim (V) üzerinde integre edilmiş hali aşağıda verilmiştir [70].

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) dV + \int_V \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \phi u_j) dV = \int_V \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) dV + \int_V S_\phi dV \quad (2.7)$$

Bu aşamada, Gauss kuramı kullanılarak [73], taşınım ve iletim terimlerini içeren hacim integralleri yüzey (S) integraline dönüştürülür.

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) dV + \int_S \rho \phi u_j n_j dS = \int_S \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} n_j dS + \int_V S_\phi dV \quad (2.8)$$

2.2.5.1. Zaman terimi

Zamana bağımlı akışlarda denklemler, zaman boyutu da, yeteri kadar küçük zaman adımları (Δt) ile ayrıklaştırılarak ve değişkenlerin zaman içerisinde değişiminin ardı arkasına gelen zaman adımlarında hesaplanması suretiyle çözülür [70].

Zaman teriminin ifade edilmesi için, çeşitli sonlu farklar şemalarından yararlanılabilir [73]. Zaman terimi için “Kapalı (Implicit) Euler” denilen şema kullanılmıştır. Bu şemaya göre zaman terimi, Şekil 2.2’ de görülen P sonlu hacmi için şu şekilde ifade edilir:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) dV \approx \frac{\rho_P^n \phi_P^n - \rho_P^{n-1} \phi_P^{n-1}}{\Delta t} \cdot V_P \quad (2.9)$$

Denklem 2.9’ da görüldüğü gibi zaman türevinin yaklaşıklığı zaman içerisinde geriye dönük (backward) bir sonlu farklara dayanmaktadır. Kullanılan alt indis P , değişkenlerin (ρ_P , ϕ_P) düğüm noktasına, hacmin (V_P) incelenen P sonlu hacmine ait olduğunu gösterir. Üst indisler ise değişkenlerin hangi zaman adımına ait olduğunu gösterir (n ’inci veya bir önceki yani $(n-1)$ ’inci zaman adımı).

Bu aşamada, Denklem 2.8’ de diğer terimlerin hangi zaman adımında değerlendirildiği çok önemlidir. Denklem 2.9’ da verilen tanıma nazaran, eğer Denklem 2.8’ deki diğer terimler önceki, $(n-1)$ ’inci zaman adımında değerlendirilirse, “Açık (Explicit) Euler” denilen (Hirsch, 1988) metot elde edilmiş olur ki, bu yöntem denklemlerin çözüm kolaylığı göstermesine rağmen çok kararsız bir metot olarak bilinmektedir [73].

Zamana bağlı problemlerin çözümünde Courant sayısı [73] önemli bir rol oynar. Zamana bağlı yerel hız vektörünün büyüklüğü U , bu hız vektörü yönünde sonlu hacmi kateden anlık akış çizgisinin uzunluğu Δ ile gösterildiği takdirde, o sonlu hacim için o anlık yerel Courant sayısı şöyle tanımlanır:

$$C = \frac{u \Delta t}{\Delta} \quad (2.10)$$

Açık adımlı çözümlerde çözümün kararlı olabilmesi için Courant sayısı en fazla “1” olmalıdır. Kapalı adımlı çözümlerde ise Courant sayısının, çözüm aralığı için belirlenmiş bir üst sınırı yoktur. Uygulamada Courant sayısı 10-20 arasında bir sayı alınabilir, kapalı adımlı çözümler için [70].

2.2.5.2. Kaynak terimi

Kaynak terimi, söz konusu denkleme bağlı olarak, oldukça komplike bir yapı gösterebilir. Bu terimin modellenmesinin ilk aşaması hacimsel ortalamanın tanımlayıp

$$\bar{S}_\phi = \frac{1}{V_P} \int_{V_P} S_\phi dV \quad (2.11)$$

Denklem 2.11’ de kaynak terimini şu şekilde ifade etmektir:

$$\int_V S_\phi \approx \bar{S}_\phi \cdot V_P \quad (2.12)$$

Bilinmektedir ki [72], kaynak teriminin yapısı, sayısal çözüm kararlılığının iyileştirilmesi için kullanılabilir [70].

2.2.5.3. Difüzyon terimi

Difüzyon (iletim) terimlerini ihtiva eden yüzey integralinin ayrıştırılmasında ilk adım, yukarıda bahsedilen varsayımlar doğrultusunda, bu integralin yüzeylerin her birinde aldığı sabit değerlerin toplamı halinde ifade etmektir [72].

$$\int_S \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} n_j dS \approx \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} A \right)_e - \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} A \right)_w + \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} A \right)_n - \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} A \right)_s \quad (2.13)$$

A_e, A_w, A_n, A_s sonlu hacimin e, w, n, s noktalarındaki yüzeylerini ifade etmektedir (Şekil 2.2’de görülen ağa göre: $A_e=A_w=\Delta y, A_n=A_s=\Delta x$). Sonlu hacmi çevreleyen e, w, n, s ara yüzeylerindeki değişkenin gradyenleri, Denklem 2.14’ de ifade edildiği gibi, bu yüzeylerin iki komşu hacminin düğüm noktalarındaki değerler cinsinden, bu noktalar arasında doğrusal interpolasyon uygulanarak elde edilir [70].

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_e \approx \frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x}; \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_w \approx \frac{\phi_P - \phi_W}{\Delta x}; \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_n \approx \frac{\phi_N - \phi_P}{\Delta y}; \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_s \approx \frac{\phi_P - \phi_S}{\Delta y} \quad (2.14)$$

2.2.5.4. Taşınım terimi

Taşınım terimlerini ihtiva eden yüzey integrali de, ilk aşamada sonlu hacmi çevreleyen yüzeydeki sabit değerlerin toplamı olarak ifade edilir [72].

$$\int_S \rho \phi u_j n_j dS \approx (\rho u \phi A)_e - (\rho u \phi A)_w + (\rho v \phi A)_n - (\rho v \phi A)_s \quad (2.15)$$

$$\cong (\rho u)_e \Delta y \phi_e - (\rho u)_w \Delta y \phi_w + (\rho v)_n \Delta x \phi_n - (\rho v)_s \Delta x \phi_s$$

Burada da yine, e, w, n, s ara yüzeylerinde ϕ değişkeninin aldığı değerlerin uygun bir interpolasyon kullanılarak, iki komşu düğüm noktası cinsinden ifade edilmesi gerekmektedir.

Bu interpolasyonun nasıl olması gerektiği, sayısal akışkanlar mekaniğinin en önemli konularından birisidir. Bilinmektedir ki, eğer biraz önce difüzyon terimlerinde yapıldığı gibi doğrusal bir interpolasyon kullanılırsa (ki bu sonlu farklar yöntemindeki “merkezi farklara” tekabül etmektedir), denklemlerin sayısal çözümü kararsız olmakta, ancak çok ince ağlar kullanılarak kararlılık sağlanabilmektedir [72].

2.2.5.5. Ayırıklaştırılmış denklemler

Denklem 2.8’ de terimlerin hepsi için bazı ayırıklaştırılma ilkeleri kısaca anlatılmış idi. Bu tür ayırıklaştırma metotları kullanılarak, bütün terimleri ayırıklaştırılmış denklem, Şekil 2.2’ deki ağ için en genel şekli ile şöyle ifade edilebilir [72]:

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (2.16)$$

Görüldüğü gibi, Denklem 2.6' daki diferansiyel yöneten denklem, bilinmeyenleri alan değişkeni ϕ 'nin ağ düğüm noktalarındaki değerleri olan bir cebirsel denklem haline dönüşmüştür.

a_P, a_E, a_W, a_N, a_S bilinmeyen düğüm değerlerinin katsayıları olup, bir yandan sayısal ağın yapısı, diğer yandan difüzyon katsayısı ve yoğunluk gibi malzeme özellikleri ve de akışın hız dağılımı hakkında bilgi içerirler. Kaynak teriminin doğrusallaştırılması yapıp yapılmadığına, zaman teriminin olup olmadığına veya nasıl ayrıklaştırıldığına bağlı olarak, a_P doğrudan ϕ 'ye de bağımlılık gösterebilir. Yani a_i için, genel olarak aşağıdaki ifade yazılabilir.

$$a_i = a_i(\Delta x, \Delta y, \rho, \Gamma_\phi, u_x, u_y, \phi) \quad (2.17)$$

Denklem 2.16' nın sağ tarafındaki en son terim olan b terimi ise, kaynak terimini ve zamana bağlı problemlerde, zaman teriminin ayrıklaştırılmasından doğan, önceki zaman adımına ait terimleri içerir [70].

2.2.5.6. Ayrıklaştırılmış denklemlerin çözümü

Ortaya çıkan cebirsel denklem sisteminin (Denklem 2.16) çözümü için çok çeşitli yöntemler vardır. Fakat, hangi yöntem uygulanırsa uygulansın, çözüm iteratif olmak zorundadır. Çünkü şimdiye kadar söz konusu edilmese de, Denklem 2.16, tabii ki, orjinal diferansiyel denklemin özelliklerini miras almış olup, doğrusal olmayan cebirsel bir denklemdir. Denklem doğrusal olmamasının en açık göstergesi, a_i katsayılarının doğrudan veya dolaylı olarak, değişkenin kendisine bağlı olmalarıdır ($a_i = a_i(\phi)$), yani,

$$a_P(\phi) \phi_P = a_E(\phi) \phi_E + a_W(\phi) \phi_W + a_N(\phi) \phi_N + a_S(\phi) \phi_S + b(\phi) \quad (2.18)$$

Bu durumda, iteratif bir çözüm yolu izlenir. Katsayıların hesabı için gereken ϕ 'nin bilinebilen, tahmin edilebilen değerleri, normal olarak, iteratif bir çözümün kapsamı

içerisinde bir önceki iterasyonda elde edilmiş değerleri (ϕ^*) kullanılarak, katsayılar o iterasyon adımı için sabitlenmiş ve denklem o iterasyon adımı için doğrusal hale getirilmiştir olur.

$$a_P(\phi^*)\phi_P = a_E(\phi^*)\phi_E + a_W(\phi^*)\phi_W + a_N(\phi^*)\phi_N + a_S(\phi^*)\phi_S + b(\phi^*) \quad (2.19)$$

Bu bağlamda, problemin zamana bağımlı olup olmamasının, izlenecek çözüm yolları üzerinde etkisi vardır [72].

En basit iteratif yöntemlerinden birisi Gauss-Seidel yöntemi olup, ağırlık noktalarını tek tek dolaşarak, Denklem 2.19' un her nokta için, o noktayı çevreleyen noktalardaki ϕ değerlerinin bilindiği farzedilerek, noktasal olarak doğrudan çözülmesidir [72]. Yani o an göz önünde bulundurulanan noktadaki çözüm şöyle elde edilir:

$$\phi_P = \frac{a_E(\phi^*)\phi_E^* + a_W(\phi^*)\phi_W^* + a_N(\phi^*)\phi_N^* + a_S(\phi^*)\phi_S^* + b(\phi^*)}{a_P(\phi^*)} \quad (2.20)$$

2.2.5.7. Sayısal çözümün yakınsaması

İteratif çözümün, yakınsamaya kadar, yani önceki iterasyondan bilinen ϕ^* dağılımı ile, o iterasyon sonucunda elde edilen ϕ dağılımının arasında kayda değer bir fark kalmayana kadar sürdürülmesi gerekir. Bu durum, önceki iterasyondan bilinen ϕ^* dağılımının çözülmekte olan denklemi, hemen hemen mükemmel bir şekilde sağlaması demektir. Herhangi bir ϕ^* dağılımı çözülen Denklem 2.19' ya yerleştirilirse, denklem tam sağlanmayacak, belli bir artık (residual) değer kalacaktır, yani,

$$a_P(\phi^*)\phi_P^* - a_E(\phi^*)\phi_E^* - a_W(\phi^*)\phi_W^* - a_N(\phi^*)\phi_N^* - a_S(\phi^*)\phi_S^* - b(\phi^*) = r_{P,\phi} \quad (2.21)$$

Burada artık değer $r_{P,\phi}$ ile gösterilmiştir. Yakınsamanın olduğu durum, ϕ^* dağılımının Denklem 2.19' u çok iyi sağladığı, yani artıkların çok düşük değerde (ideal olarak

sıfır) olduğu durumdur. Dolayısıyla, artıkların kontrolü iteratif prosedürün yakınsama derecesini tayin etmekte, yakınsamanın olup olmadığına karar vermekte kullanılmaktadır. Bunun için genelde izlenen yol noktasal artıkların değil, artıkların bütün noktadaki toplamının, yani “kümülatif” artıkların (R_ϕ) takip edilmesidir.

$$R_\phi = \sum_P |r_{P,\phi}| \quad (2.22)$$

Bu artıklar söz konusu denklemlerin karakteristik terimlerini kullanmak sureti ile boyutsuz hale de getirilebilirler. Yeterli bir yakınsama için, her denklemin artıklarının önceden tayin edilmiş belli tolerans değerleri (e_ϕ) altına düşmesi beklenir.

$$R_\phi \leq e_\phi \quad (2.23)$$

Bu durum, yani (Denklemler 2.23) ifadesi sağlandığı zaman, genelde, “formel” olarak yakınsamanın olduğu, mevcut çözümün ϕ^* yeteri kadar hassas bir çözüm olduğu kabul edilerek, iterasyonlara son verilir [70].

2.2.5.8. Yakınsattırma (Underrelaxation)

İteratif çözümün yakınsayacağı garantisizdir. İterasyonlar esnasında, artık değerler küçüleceği yerde büyüyerek, iraksama oluşabilir. Bunun olup olmamasında iterasyonun başlangıcında kullanılan başlangıç şartları, sınır şartları ve sayısal ağın yapısı önemli rol oynar. İraksama akışkanlar problemlerinin çözümünde, eğer gerekli önlem alınmazsa çok rastlanabilecek bir durum olduğu için, sayısal yöntemlerin bu ihtimali azaltacak teknikler içermesi ve bunların uygulanması gerekir. Bu bağlamda çok faydalı tekniklerden biri de “yakınsattırma” (underrelaxation) tekniğidir [72]. Bu tekniğe göre, Denklem 2.19’deki katsayıların hesaplanmasında kullanılan ϕ^* dağılımı direkt olarak bir önceki iterasyondan (($n-1$). iterasyon) alınmaz. Bunun yerine, bir daha evvelki iterasyona (($n-2$). İterasyon) ait dağılım da kullanılarak bu ikisinin harmanlanması ile elde edilir, şöyle ki:

$$\phi^* = \Omega_\phi \phi^{n-1} + (1 - \Omega_\phi) \phi^{n-2} \quad (2.24)$$

Burada Ω_ϕ , ϕ değişkeninin yakınsattırma çarpanı (underrelaxation factor) olup, 0 ile 1 arasında bir değere sahiptir.

$$1.0 \geq \Omega_\phi \geq 0.0 \quad (2.25)$$

Denklem 2.24' e göre, ϕ dağılımı $(n-1)$. ve $(n-2)$. iterasyonlara ait dağılımların verilen Ω_ϕ , çarpanı nisbetinde ağırlıklı bir ortalaması olarak elde edilmektedir. Böylece ϕ 'nin bir iterasyondan diğerine değişim hızı yavaşlatılarak, ıraksama tehlikesi azaltılmaktadır. Yakınsattırma çarpanının 1.0 olması halinde ($\Omega_\phi=1.0$) yakınsattırma ortadan kalkarak, bir önceki iterasyon değeri doğrudan ϕ^* 'a eşitlenmiş olur. Diğer uç durum, yani $\Omega_\phi=0.0$ olması hali de, aslında çözüm sürecinin yerinde sayması, hiç çözümün ilerlememesi manasına gelecektir [70].

2.2.5.9. Basınç Çözümü

Akışkanlar mekaniği problemlerini sayısal olarak çözerken, halledilmesi gereken en önemli sorunlardan biri, hız-basınç eşleştirilmesinin (coupling) modellenerek basıncın hesaplanmasıdır. Çoğunlukla değişken sayısı oldukça yüksek olduğundan, genelde, denklemler hep birlikte bağlantılı (coupled) şekilde çözülmeyip, her skaler değişken için bir skaler diferansiyel denklem çözmek sureti ile birbiri ardından çözülür. Bir iterasyon adımı bütün değişkenlerin denklemlerinin birer defa birbiri ardından çözümünü içerir [70].

Bu bağlamda, her bir değişkenin çözümünün elde edilmesi için uygun denklemin tayin edilmesi, yani her bir değişkenin onun çözümünü verecek bir denklemle ilişkilendirilmesi gerekmektedir. Bu seçim hemen hemen her değişken için oldukça kolaydır. Mesela x yönündeki momentum denkleminin x yönündeki hız bileşeninin elde edilmesinde, y yönündeki momentum denkleminin y yönündeki hız bileşeninin elde edilmesinde kullanılmasının en uygun yol olduğu; benzer biçimde türbülans

enerjisi dağılımının, türbülans enerjisi denge denkleminin çözülmesi ile elde edilmesinin uygun olduğu aşıkardır [70].

Çözümde sorun teşkil eden süreklilik denklemi ve buna bağlı olarak basınç (veya yoğunluk) hesabıdır. Bunun için, hem sıkıştırılabilir, hem de sıkıştırılamaz akışların çözülebilmesi için, genel olarak “basınç düzeltmesi” (pressure correction) diye bilinen bir teknik geliştirilmiştir (Patankar, 1980). Bu tekniğin temel düşüncesi, ayrıklaştırılmış momentum denklemlerinin ayrıklaştırılmış süreklilik denklemlerinin içerisine yerleştirilmesi ile, süreklilik denkleminde, basınç dağılımını belirleyen, basınç için ayrıklaştırılmış bir denklem elde edilmesidir. Bu, ilk aşamada basıncın değil de, basıncın önceki iterasyonda kabul edilmiş olan bir basınç dağılımına farklarının bir denklemi olarak geliştirildiği için, metod genelde “basınç düzeltme” (pressure correction) yöntemi olarak bilinmektedir. Bu metodun ilk versiyonu SIMPLE olarak bilinmektedir [72]. Daha sonra, bu modelin, daha iyi yakınsama özellikleri gösteren daha gelişmiş versiyonları (SIMPLER, SIMPLEST, SIMPLEC vb.) geliştirilmiştir [74]. Bu çalışma kapsamında, bu amaçla, yürütülen hesaplamalarda iyi sayısal özelliklere sahip olduğu bilinen SIMPLEC metodu [75] kullanılmıştır. Zamana bağlı akışlarda, bu tür akışlarda basınç hesabı için en iyi hassasiyeti verdiği bilinen PISO metodu [76] kullanılmıştır.

BÖLÜM 3. İÇ GEOMETRİSİZ ÇALIŞMA ALANINDAKİ AKIŞLARIN LBM' DE MODELLENMESİ

3.1. Lattice Boltzmann Metodu

3.1.1. Boltzmann denklemi

Avusturyalı fizikçi Ludwig Edward Boltzmann (1844-1906), istatistiksel mekanikte büyük başarılar elde etmiştir. Boltzmann akışkan mikroskobik özelliklerini (atom ve molekül) analiz ederek, makroskobik (viskozite, yoğunluk, sıcaklık vs.) geçiş sağlamıştır. Olasılık yoğunluk dağılım fonksiyonu, sadece makroskobik hidrodinamik davranışı sağlayacak gerekli molekül hareketlerini (parçacığın) içerir. Olasılık yoğunluk dağılım fonksiyonu, zaman aralığında parçacığın belirli bir yerde ve belirli bir hızda bulunduğunu gösteren bir fonksiyondur. [9].

3.1.2. Boltzmann hareket denklemi

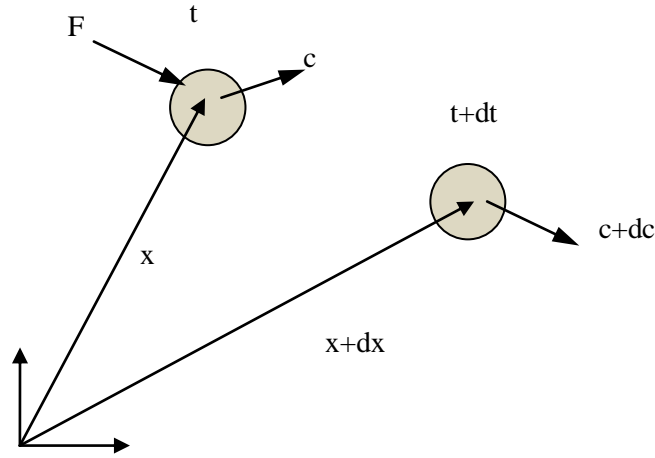
İlk durumdaki olasılık yoğunluk dağılım fonksiyonu, $f(x,c,t)$, parçacığın t zamanında, x yer değiştirmesinde ve c hızında olduğunu gösterir. İkinci durumdaki olasılık yoğunluk dağılım fonksiyonu $f(x+dx, c+dc, t+dt)$, ise parçacığın $t+dt$ zamanında, $x+dx$ yer değiştirmesinde ve $c+dc$ hızında olduğunu gösterir.

İlk durumdaki olasılık yoğunluk dağılım fonksiyonu: $f(x,c,t)$

İkinci durumdaki olasılık yoğunluk dağılım fonksiyonu: $f(x+dx, c+dc, t+dt)$

Eğer parçacık ilk durumdan ikinci duruma geçtiğinde parçacığı oluşturan moleküller arasında herhangi bir çarpışma olmazsa;

$$f(x+dx, c+dc, t+dt)drdc - f(x, c, t)drdc = 0 \quad (3.1)$$



Şekil 3.1. Pozisyon ve hız vektörleri

Parçacığı oluşturan moleküller arasında çarpışma olursa;

$$f(x+c dt, c+F dt, t+dt)drdc - f(x, c, t)drdc = \Omega(f)drdc dt \quad (3.2)$$

Denklem 3.2`yi $drdc dt$ bölünürse ve $dt \rightarrow 0$ limiti alınırsa;

$$\frac{df}{dt} = \Omega(f) \quad (3.3)$$

Denklem 3.3, olasılık yoğunluk dağılım fonksiyonunun toplam değişim hızının, çarpışma operatörüne eşit olduğunu gösterir. Burada olasılık yoğunluk dağılım fonksiyonu yer değiştirme (x), hız (c) ve zaman (t) in fonksiyonu olduğu için, denklem bu şekilde genişletilebilir.

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial c} dc + \frac{\partial f}{\partial t} dt \quad (3.4)$$

Denklemleri dt 'ye bölersek;

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial c} \frac{dc}{dt} + \frac{\partial f}{\partial t} \frac{dt}{dt} \quad (3.5)$$

Hız $c = dx/dt$ ve ivme $a = dc/dt$ terimlerini kullanırsak;

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} c + \frac{\partial f}{\partial c} a + \frac{\partial f}{\partial t} \quad (3.6)$$

Sonunda Newton 2. Yasasını uygularsak ($a = F/m$), Boltzmann hareket denklemini aşağıdaki şekilde oluştur.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} c + \frac{F}{m} \frac{\partial f}{\partial c} = \Omega \quad (3.7)$$

Parçacık üzerine herhangi bir yer çekimi kuvveti ve manyetik kuvvet gibi dış kuvvetler etki etmediği düşünülürse Boltzmann hareket denklemini aşağıdaki gibi oluştur.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c \cdot \nabla f = \Omega \quad (3.8)$$

Boltzmann Hareket denklemini ile makroskopik değişkenler arasındaki ilişki (yoğunluk, hız ve iç enerji) aşağıdaki gibidir;

Yoğunluk;

$$\rho(x, t) = \int m f(x, c, t) dc \quad (3.9)$$

Hız;

$$\rho(x, t) u(x, t) = \int m c f(x, c, t) dc \quad (3.10)$$

İç enerji;

$$\rho(x,t)i(x,t) = \frac{1}{2} \int m u_a^2 f(x,c,t) dc \quad (3.11)$$

Burada, moleküler kütle (m), parçacık hızı ile akış hızı arasındaki fark ($u_a = c - u$)

Kinetik teorisinden, iç enerji;

$$i = \frac{3}{2m} k_B T \quad (3.12)$$

Burada k_B , Boltzmann sabitidir.

3.1.3. BKG yaklaşımı

Boltzmann hareket denklemini çözmek zordur çünkü çarpışma terimi çok karmaşıktır. Bu nedenle, Boltzmann denklemini çözmek için daha basit bir çarpışma operatörü kullanılabilir. 1954 yılında Bhatnagar-Gross ve Krook uygun ve basit bir çarpışma operatörü ortaya koymuşlardır [15].

Bu çarpışma operatörü;

$$\Omega = -\omega(f - f^{eq}) = -\frac{1}{\zeta}(f - f^{eq}) \quad (3.13)$$

Burada, çarpışma sıklığı (ω), rahatlama faktörü (ζ) ve eşdeğer dağılım fonksiyonu (f^{eq}) tir. Eşdeğer dağılım fonksiyonu yerel olarak korunum denklemlerinin sağlandığı bir olasılık yoğunluk dağılım fonksiyonudur.

Çarpışma sıklığı ile rahatlatma faktörü arasındaki ilişki aşağıdaki gibidir.

$$\omega = \frac{1}{\zeta} \quad (3.14)$$

BGK yaklaşımından sonra Boltzmann Hareket denklemi;

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c \cdot \nabla f = -\frac{1}{\tau} (f - f^{eq}) \quad (3.15)$$

3.1.4. Boltzmann hareket denkleminin ayrıklaştırılması

Lattice Boltzmann Metoduna geçiş Boltzmann hareket denkleminin uygun lattice yapılarına göre ayrıklaştırılması ile olmaktadır. Boltzmann hareket denkleminde kullanılan olasılık yoğunluk dağılım fonksiyonu, denklem ayrıklaştırıldıktan sonra yoğunluk dağılım fonksiyonu veya dağılım fonksiyonu şeklinde adlandırılır.

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + c_\alpha \nabla f_\alpha = -\frac{1}{\tau} (f_\alpha - f_\alpha^{eq}) \quad (3.16)$$

Yukarıdaki denklem (Denklem 3.16) Lattice Boltzmann ana denklemdir ve Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiğinde Navier-Stokes Denklemi ile aynıdır. Bu denklemin özelliklerini şöyle sıralayabiliriz.

1. Doğrusal (linear) kısmi diferansiyel denklemdir.
2. Kaynak terimi olan bir ilerleme (adveksiyon) denklemdir
3. Denklemin sol tarafı ilerleme (stream) denklemini ifade etmektedir.
4. Denklemin sağ tarafı ise çarpışma işlemi yerine getirmektedir.

Denklem 3.16'ı açık bir şekilde yazarsak;

$$f_\alpha(x + c_\alpha \delta t, t + \delta t) = f_\alpha(x, t) - \omega [f_\alpha(x, t) - f_\alpha^{eq}(x, t)] \quad (3.17)$$

Lattice hızı;

$$c = \frac{\delta}{\delta t} \quad (3.18)$$

Denklem 3.18' de kullanılan (δ) lattice uzunluğu, (δt) ise lattice zaman adıdır. Ayrıca Boltzmann hareket denkleminde kullanılan parçacık hızı, LBM' de lattice hızına dönüşmüştür.

3.1.5. Lattice Yapıları

Lattice Boltzmann Metodunda, Boltzmann denkleminin ayrıklaştırılması sırasında kullanılan lattice yapıları lattice'nin boyutuna ve kaç tane hız kullandıklarına göre ayrılmaktadır. Genel olarak lattice yapıları $D_n Q_m$ şeklinde gösterilir. "m" lattice yapısının kaç boyutlu olduğunu gösterir. "n" ise lattice yapısında kaç tane hız vektörü olduğunu gösterir. Orta noktadaki sıfır "0" hızlı vektör dâhil olmak üzere.

Genelde kullanılan lattice yapılarının özellikleri tablolar halinde aşağıda gösterilmiştir;

Tablo 3.1. D1Q3 lattice yapısı özellikleri

Ses hızı	$c_s = c/\sqrt{3}$
Ağırlık Faktörleri	$w_0 = 4/6, w_{1,2} = 1/6$
Lattice Hız Vektörleri	$\vec{c}_0 = 0, \vec{c}_1 = c(1), \vec{c}_2 = c(-1)$

Tablo 3.2. D2Q9 lattice yapısı özellikleri

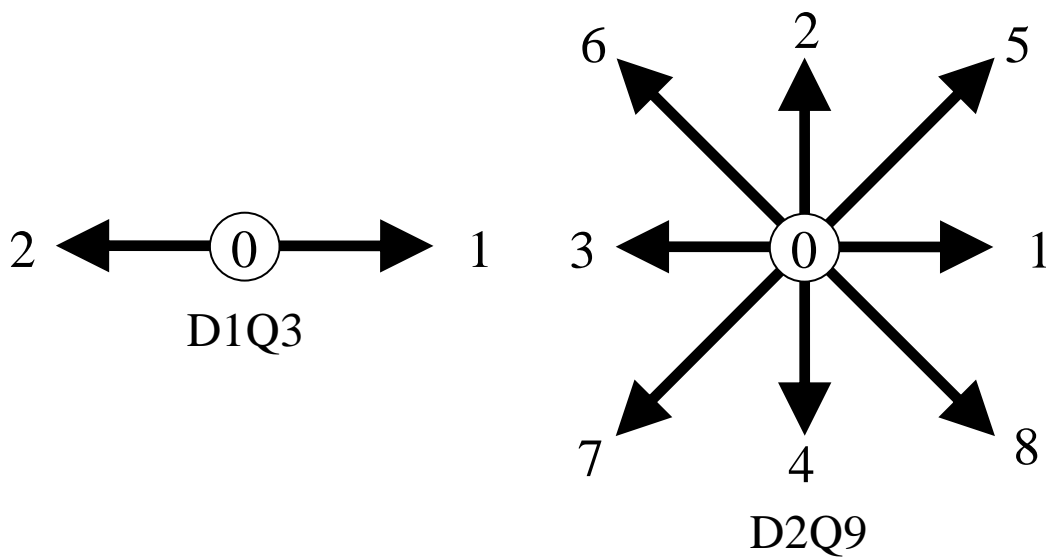
Ses hızı	$c_s = c/\sqrt{3}$
Ağırlık Faktörleri	$w_0 = 4/9, w_{1-4} = 1/9, w_{5-8} = 1/36$
Lattice Hız Vektörleri	$\vec{c}_0 = c(0,0)$ $\vec{c}_1 = c(1,0)$ $\vec{c}_2 = c(0,1)$ $\vec{c}_3 = c(-1,0)$ $\vec{c}_4 = c(0,-1)$ $\vec{c}_5 = c(1,1)$ $\vec{c}_6 = c(-1,1)$ $\vec{c}_7 = c(-1,-1)$ $\vec{c}_8 = c(1,-1)$

Tablo 3.3. D3Q15 lattice yapısı özellikleri

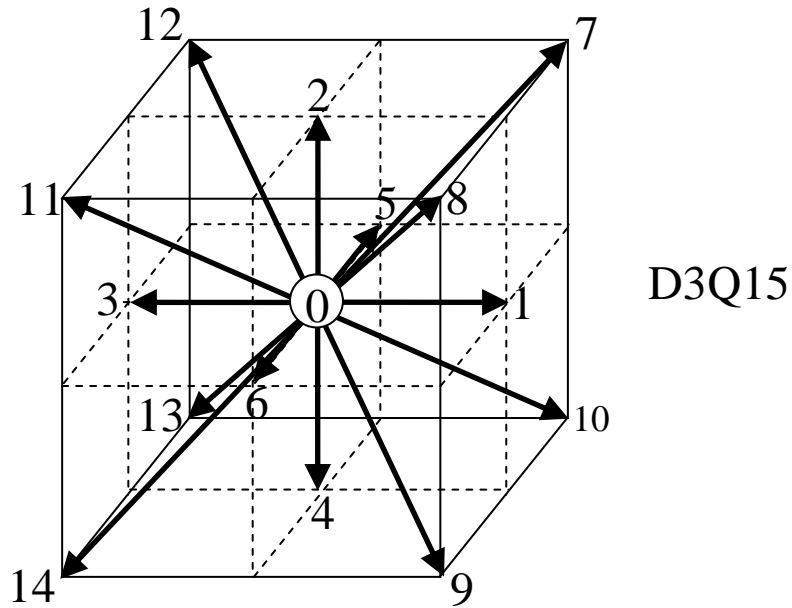
Ses hızı	$c_s = c/\sqrt{3}$			
Ağırlık Faktörleri	$w_0 = 2/9, w_{1-6} = 1/9, w_{7-14} = 1/72$			
Lattice Hız Vektörleri	$\vec{c}_0 = c(0,0,0)$	$\vec{c}_1 = c(1,0,0)$	$\vec{c}_2 = c(0,1,0)$	$\vec{c}_3 = c(-1,0,0)$
	$\vec{c}_4 = c(0,-1,0)$	$\vec{c}_5 = c(0,0,1)$	$\vec{c}_6 = c(0,0,-1)$	$\vec{c}_7 = c(1,1,1)$
	$\vec{c}_8 = c(1,1,-1)$	$\vec{c}_9 = c(1,-1,-1)$	$\vec{c}_{10} = c(1,-1,1)$	$\vec{c}_{11} = c(-1,1,-1)$
	$\vec{c}_{12} = c(-1,1,1)$	$\vec{c}_{13} = c(-1,-1,1)$	$\vec{c}_{14} = c(-1,-1,-1)$	

Tablo 3.4. D3Q19 lattice yapısı

Ses hızı	$c_s = c/\sqrt{3}$			
Ağırlık Faktörleri	$w_0 = 1/3, w_{1-6} = 1/18, w_{7-15} = 1/36$			
Lattice Hız Vektörleri	$\vec{c}_0 = c(0,0,0)$	$\vec{c}_1 = c(1,0,0)$	$\vec{c}_2 = c(0,1,0)$	$\vec{c}_3 = c(-1,0,0)$
	$\vec{c}_4 = c(0,-1,0)$	$\vec{c}_5 = c(0,0,1)$	$\vec{c}_6 = c(0,0,-1)$	$\vec{c}_7 = c(1,1,0)$
	$\vec{c}_8 = c(-1,1,0)$	$\vec{c}_9 = c(-1,-1,0)$	$\vec{c}_{10} = c(1,-1,0)$	$\vec{c}_{11} = c(1,0,1)$
	$\vec{c}_{11} = c(1,0,1)$	$\vec{c}_{12} = c(1,0,-1)$	$\vec{c}_{13} = c(-1,0,-1)$	$\vec{c}_{14} = c(-1,0,1)$
	$\vec{c}_{15} = c(0,1,1)$	$\vec{c}_{16} = c(0,1,-1)$	$\vec{c}_{16} = c(0,-1,-1)$	$\vec{c}_{16} = c(0,-1,1)$



Şekil 3.2. Bir boyutlu, iki boyutlu ve üç boyutlu lattice yapısı örnekleri



Şekil 3.2. (devam) Bir boyutlu, iki boyutlu ve üç boyutlu lattice yapısı örnekleri

3.1.6. Eşdeğer dağılım fonksiyonu

Boltzmann hareket denkleminde kullanılan eşdeğer dağılım fonksiyonun genel hali aşağıdaki gibidir.

$$f_{\alpha}^{eq} = w_{\alpha} \rho \left[1 + A(c_{\alpha} \cdot u) + B(c_{\alpha} \cdot u)^2 + Cu^2 \right] \quad (3.19)$$

Burada A, B, C değerleri sabit katsayılardır ve korunum denklemleri ile belirlenir. Eşdeğer dağılım denkleminde kullanılan diğer değişkenler;

w_{α} : Ağırlık faktörü

ρ : Yoğunluk

u : Akış hızı

c_{α} : Lattice hızıdır.

Eşdeğer dağılım fonksiyonu kullanılan formülasyonlara göre değişiklik göstermektedir. Örnek olarak sıkıştırılmaz, zamandan bağımsız (incompressible, steady) formülasyonda kullanılan eşdeğer dağılım fonksiyonu ile sıkıştırılmaz

zamana bağımlı (incompressible, unsteady) formülasyonda kullanılan eş değer dağılım fonksiyonu farklıdır.

3.1.7. Lattice Boltzmann denkleminin hidrodinamiği

Lattice Boltzmann Denklemlerinden Navier-Stokes denklemlerine Multiscale Chapman Enskog Analizi ile geçilir. Multiscale Chapman Analizi sonucu ses hızı, basınç ve viskozite bağlantıları aşağıda gösterilmiştir.

Ses hızı ile lattice hızı arasındaki bağlantı;

$$c_s = \frac{c}{\sqrt{3}} \quad (3.20)$$

Basınç ile yoğunluk arasındaki bağlantı;

$$p = \rho c_s^2 \quad (3.21)$$

Kinematik viskozite, Lattice Boltzmann denkleminde kullanılan çarpışma frekansı (ω) ve lattice yapılarının uzunluğu (δ), zaman adımı (δt) ile bağıntılıdır;

$$\nu = c_s^2 \left(\frac{1}{\omega} - \frac{1}{2} \right) \delta t = \frac{c^2}{3} \left(\frac{1}{\omega} - \frac{1}{2} \right) \delta t = \frac{\delta}{\delta t} \left(\frac{1}{\omega} - \frac{1}{2} \right) \quad (3.22)$$

Buna göre çarpışma frekansı formülü aşağıdaki gibidir;

$$\omega = \frac{1}{\frac{3\nu\delta t}{\delta^2} + 0.5} \quad (3.23)$$

3.1.8. Sınır koşullarının tanımlanması

Lattice Boltzmann denkleminde sınır koşulları dağılım fonksiyonları üzerinden verilir. Lattice Boltzmann denklemi ilerleme adımından sonra bilinen ve bilinmeyen dağılım fonksiyonları oluşur. Bilinmeyen dağılım fonksiyonlarının bilinen dağılım fonksiyonları ile tanımlanmasıyla sınır koşulları verilir [12].

Sınır koşulları tanımlanırken; Lattice Boltzmann denklemlerinden makroskobik değerlere geçen denklemler kullanılır.

Lattice Boltzmann Metodunda genel olarak verilen sınır koşulları aşağıda gösterilmiştir;

- Hız girişi sınır koşulu
- Duvar (bounce back) sınır koşulu
- Basınç çıkışı sınır koşulu
- Simetri sınır koşulu
- Periyodik sınır koşulu

Detaylı olarak sınır koşullarının gösterilmesi örnek uygulamalar kısmında her örnek için ayrı ayrı gösterilecektir.

3.2. Örnek Uygulamalar

Doktora tezi çerçevesinde sıkıştırılmaz, zamandan bağımsız (incompressible, steady) akışı çözüldü.

Örneği anlatırken sıra ile modelleme ve sonuçlar kısmı anlatıldı. Modelleme kısmında Lattice Boltzmann kullanılan ayrıklaştırılmış denklemler ve çözülen problemlere ait sınır şartları denklemleri tanıtıldı. Sonuçlar kısmında problemlerden elde edilen sonuçlar değerlendirildi.

3.2.1. Sıkıştırılmaz, zamandan bağımsız akış

Sıkıştırılmaz zamandan bağımsız akışta kanal akışı ve kare çalışma alanında kapak tahrikli akış problemi çözüldü. Hesaplamalarda Reynolds 50`den 2000`e kadar beş farklı Reynolds sayısı kullanıldı. Ayrıca hesaplamalarda Mach sayısı aralığı ise 0.1 den 0.4`e kadardır. Hesaplamalarda belirtilen Reynolds sayısı ve Mach sayısı aralıklarında Lattice Boltzmann stabilite sınırı bulundu. Bununla birlikte, yeni yazılan Fortran Lattice Boltzmann kodu Fluent sonuçları ile karşılaştırılarak doğrulanmaya çalışıldı.

3.2.1.1. Modelleme

Lattice Bhatnagar-Gross-Krook (LBGK) modeli kullanıldı. 2 boyutlu 9 lattice hızlı (D2Q9) modeli kullanıldı. Ayrıklaştırılmış Lattice Boltzmann denkleminde önceden belirtildiği gibi iki adım vardır. Bunlar çarpışma ve ilerleme adımlarıdır. Bu adımları sırası ile açık şekilde yazılırsa;

Çarpışma adımı;

$$\tilde{f}_\alpha(\vec{x}, t + \delta t) = f_\alpha(\vec{x}, t) - \omega [f_\alpha(\vec{x}, t) - f_\alpha^{eq}(\vec{x}, t)] \quad (3.24)$$

$$f_\alpha(\vec{x} + \vec{c}_\alpha \delta t, t + \Delta t) = \tilde{f}_\alpha(\vec{x}, t + \delta t) \quad (3.25)$$

Lattice hızı (Denklem 3.18), ses hızı (Denklem 3.20), çarpışma frekansı (Denklem 3.23) değerleri önceden belirtildiği gibidir.

2 boyutlu, 9 hızlı Lattice modelinin hızları matris şeklinde gösterilmesi (Şekil 3.2);

$$\vec{c}_\alpha = c \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Ağırlık faktörleri;

$$w_\alpha = \begin{cases} \frac{4}{9} & \text{icin } \alpha = 0 \\ \frac{1}{9} & \text{icin } \alpha = 1, 2, 3, 4 \\ \frac{1}{36} & \text{icin } \alpha = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (3.27)$$

Sıkıştırılamaz, zamandan bağımsız için kullanılan eşdeğer dağılım fonksiyonu aşağıda belirtilmiştir;

$$f_\alpha^{eq} = w_\alpha \left[\rho + \frac{3}{c^2} \vec{c}_\alpha \cdot \vec{u} + \frac{9}{2c^4} (\vec{c}_\alpha \cdot \vec{u})^2 - \frac{3}{2c^2} \vec{u} \cdot \vec{u} \right] \quad (3.28)$$

Lattice Boltzmann denklemlerinden, makroskopik değerlere yani yoğunluğa, hıza ve basınca geçiş sırası ile aşağıda gösterilmiştir.

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_\alpha = \sum_{i=0}^8 f_\alpha^{eq} \quad (3.29)$$

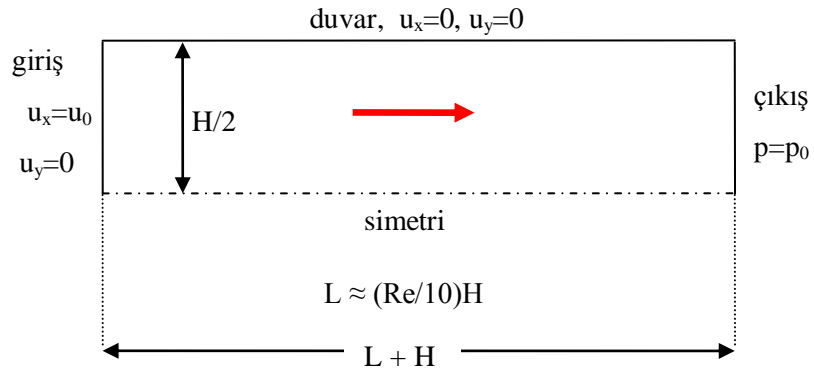
$$\vec{u} = \sum_{i=0}^8 \vec{c}_\alpha f_\alpha = \sum_{i=0}^8 \vec{c}_\alpha f_\alpha^{eq} \quad (3.30)$$

$$p = \rho c_s^2 \quad (3.31)$$

Burada Lattice uzunluğu ile zaman adimi eşit seçildiği için lattice hızı bir alınmıştır ve sonucunda ses hızı $c_s = 1/\sqrt{3}$ (Denklemler 3.20) olarak belirlenmiştir.

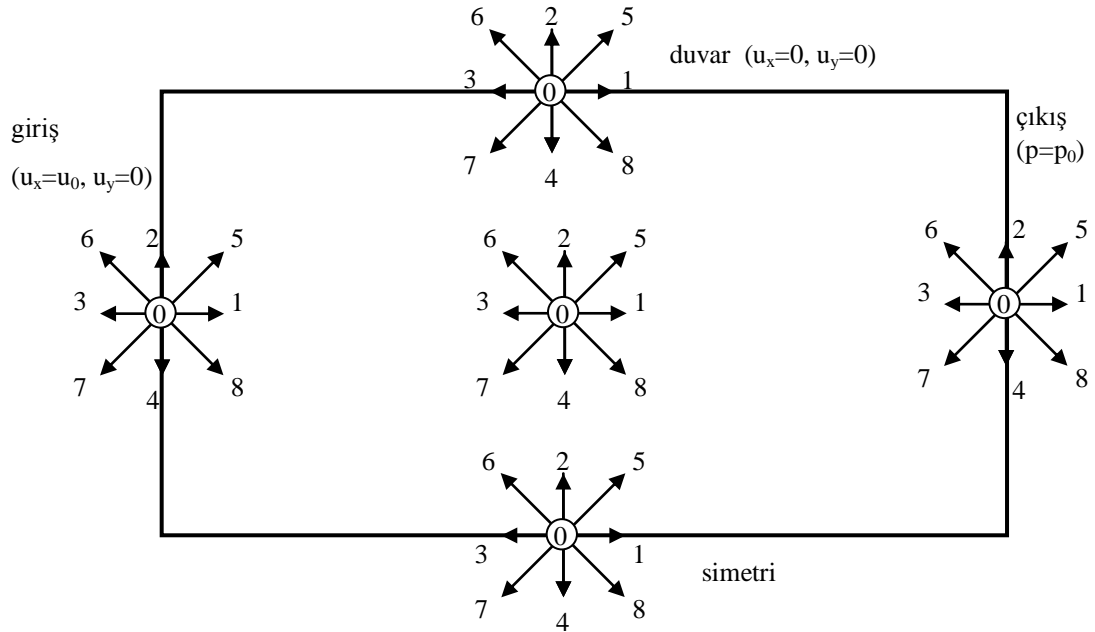
Sınır koşulları 2 farklı örnek üzerinde gösterildi. Bunlardan bir tanesi kanal akışıdır, diğeri ise kare çalışma alanında kapak tahrikli akıştır.

Kanal akışı için sınır koşulları:



Şekil 3.3. Kanal akışı için sınır koşulları

Kanal akışında kullanılan tipik sınır koşulları hız girişi, duvar, basınç çıkışı ve simetri sınır koşullarıdır. Bu problemde kanal simetrik olarak modellendi.



Şekil 3.4. Kanal akışı için sınır şartlarını tipik çalışma alanı ve lattice yapıları ile gösterimi

Hız girişi:

$$\rho = u_0 + [f_0 + f_2 + f_4 + 2(f_3 + f_6 + f_7)] \quad (3.32)$$

$$f_1 = f_3 + \frac{2}{3}u_0 \quad (3.33)$$

$$f_5 = f_7 + \frac{1}{2}(f_4 - f_2) + \frac{u_0}{6} \quad (3.34)$$

$$f_8 = f_6 - \frac{1}{2}(f_4 - f_2) + \frac{u_0}{6} \quad (3.35)$$

Duvar:

$$f_4 = f_2 \quad (3.36)$$

$$f_8 = f_6 \quad (3.37)$$

$$f_7 = f_5 \quad (3.38)$$

Basınç çıkışı:

$$u_p = -\rho_0 + (f_0 + f_2 + f_4 + 2(f_1 + f_5 + f_8)) \quad (3.39)$$

$$f_3 = f_1 - \frac{2}{3}u_p \quad (3.40)$$

$$f_6 = f_8 + \frac{1}{2}(f_4 - f_2) - \frac{u_p}{6} \quad (3.41)$$

$$f_7 = f_5 - \frac{1}{2}(f_4 - f_2) - \frac{u_p}{6} \quad (3.42)$$

Simetri:

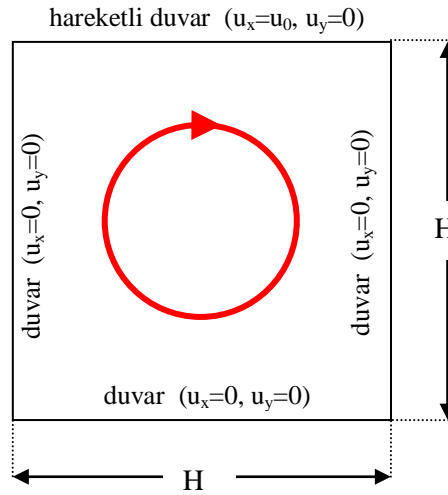
$$f_2 = f_4 \quad (3.43)$$

$$f_6 = f_7 \quad (3.44)$$

$$f_5 = f_8 \quad (3.45)$$

Kare çalışma alanında kapak tahrikli akış için sınır koşulları:

Kare çalışma alanında kapak tahrikli akışta, tipik sınır koşulları duvar ve hareketli duvar sınır koşuludur. Hareketli sınır duvar koşulunda, hız çalışma alanına dik değil de paralel verildiği için, sınır koşulu hız girişi gibi tanımlanır.



Şekil 3.5. Kare çalışma alanında kapak tahrikli akış için sınır koşulları

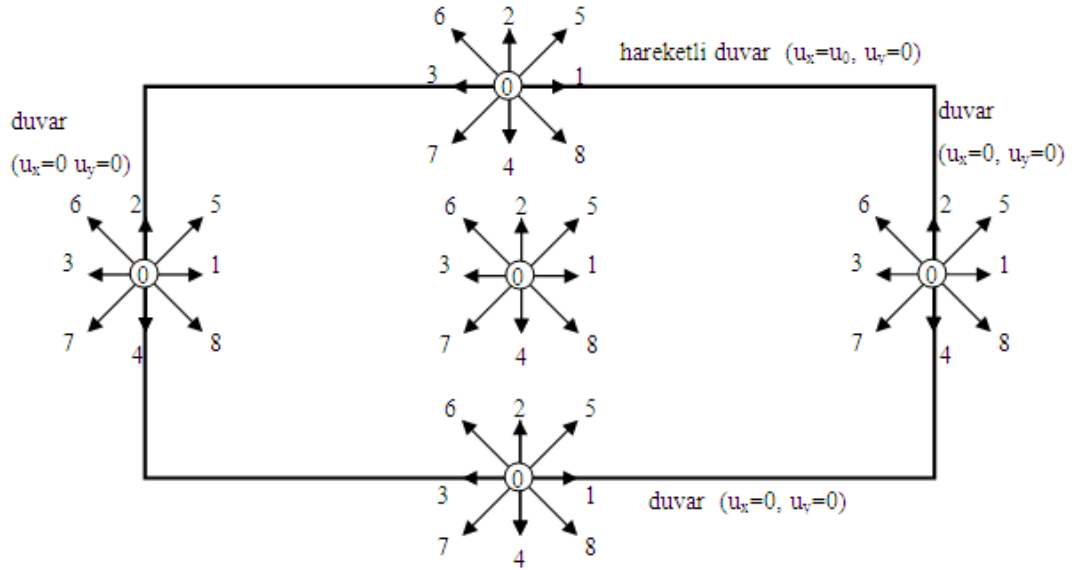
Hareketli duvar:

$$\rho = f_0 + f_1 + f_3 + 2(f_2 + f_6 + f_5) \quad (3.46)$$

$$f_4 = f_2 \quad (3.47)$$

$$f_7 = f_5 - \frac{u_0}{2} \quad (3.48)$$

$$f_8 = f_6 + \frac{u_0}{2} \quad (3.49)$$



Şekil 3.6. Kare çalışma alanında kapak tahrikli akışı için sınır şartlarını tipik çalışma alanı ve lattice yapıları ile gösterimi

Sol duvar:

$$f_1 = f_3 \quad (3.50)$$

$$f_5 = f_7 \quad (3.51)$$

$$f_8 = f_6 \quad (3.52)$$

Alt duvar:

$$f_2 = f_4 \quad (3.53)$$

$$f_5 = f_7 \quad (3.54)$$

$$f_6 = f_8 \quad (3.55)$$

Sağ duvar:

$$f_3 = f_1 \quad (3.56)$$

$$f_6 = f_8 \quad (3.57)$$

$$f_7 = f_5 \quad (3.58)$$

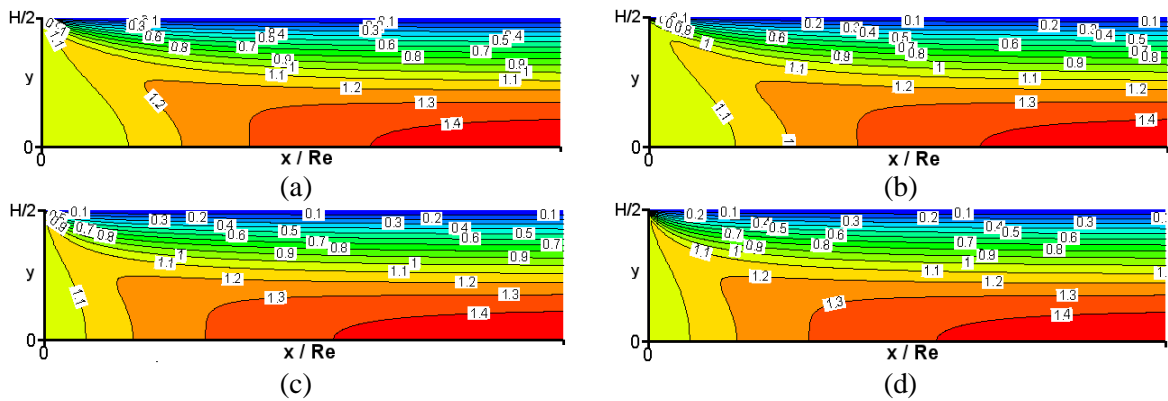
3.2.1.2. Sonuçlar

Sonuçlar kısmında sıra ile gelişen kanal akışı, kare çalışma alanında kapak tahrikli akış ve Lattice Boltzmann Metodunun stabilite sınırları tanıtıldı. Bunlardan başka her örneğe ait sonuçlar tartışıldı

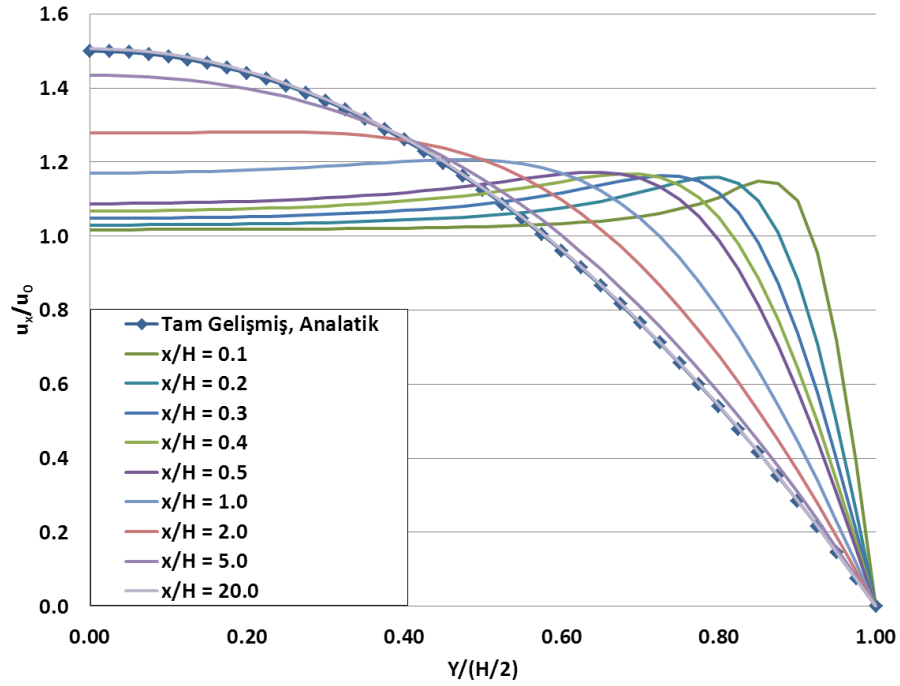
Gelişen kanal akışı:

Hesaplamaların aynı lattice/ağ yapısında yapıldı ve sonuçlar bunlar ışığında değerlendirildi.

Şekil 3.7' de Lattice Boltzmann hesaplamalarına ait boyutsuz aksenal hız (x yönündeki hız) dağılımını değişik Reynolds sayılarında ve değişik Mach sayılarında gösterilmektedir. Bütün durumlarda aksenal hız dağılımları aynı çıkmıştır, bu beklenen bir sonuçtur. Değişik Mach sayılarında yapılan analizlerde sonucun değişmediği görülmektedir. Yani aynı Reynolds sayılarında, $M=0.1$ ile $M=0.4$ arasındaki Mach sayılarında sonuçların çok büyük bir şekilde değişmediği görülmektedir.

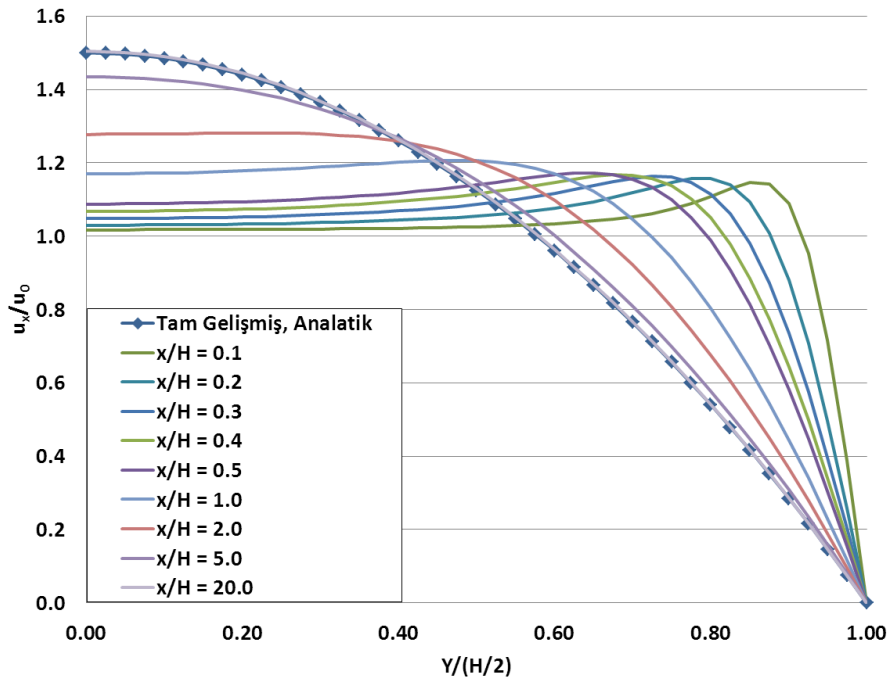


Şekil 3.7. Gelişen kanal akışı için Lattice Boltzmann aksenal hız dağılımı (x yönündeki hız) (u_x/u_0) (a) $Re=50$, $M=0.1$, (b) $Re=50$, $M=0.4$, (c) $Re=200$, $M=0.1$, (d) $Re=200$, $M=0.4$



Şekil 3.8. Boyutsuz aksel hızın (u_x/u_0) dikey yöndeki kesitlere göre profilleri (Re=200, M=0.1)

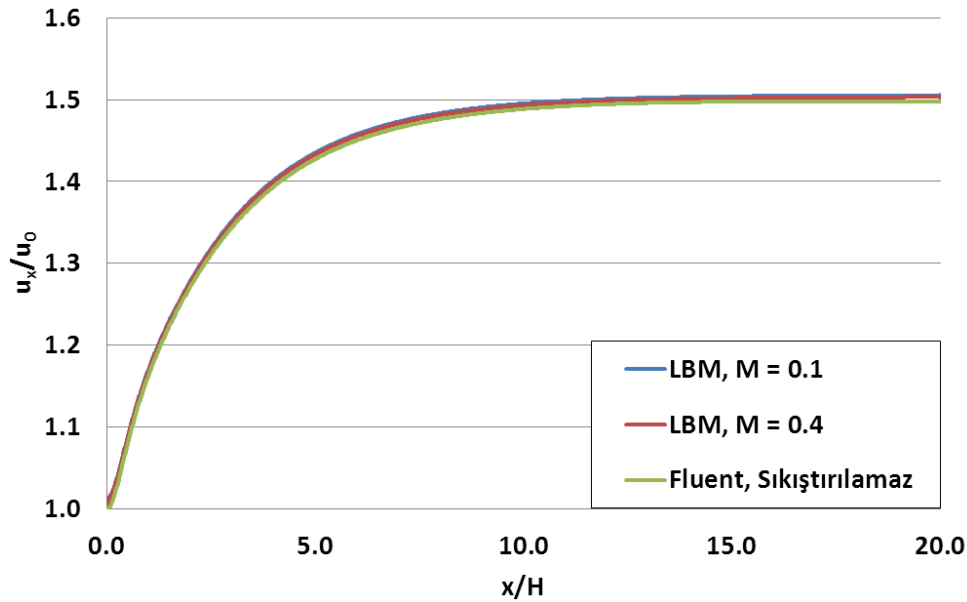
Şekil 3.8' de ise Lattice Boltzmann hesaplarına ait boyutsuz aksel hızın (x yönündeki hızın), dikey eksene göre hız profilleri verilmiştir. (Re=200, M= 0.1). Hız profilleri değişik dikey eksene göre alınmıştır.



Şekil 3.9. Boyutsuz aksel hızın (u_x/u_0) dikey yöndeki kesitlere göre profilleri (Re=200, M=0.4)

Hız profillerinin gelişimini parabolik oluncaya kadar devam etmektedir. Kuadratik hız profili aynı zamanda tam gelişmiş hız profilidir (analitik hız profili). Aynı sonuçlar Şekil 3.9`da ($Re=200$, $M=0.4$) ve Fluent çözümlerinde de (şekil olarak gösterilmedi) gözükmemektedir.

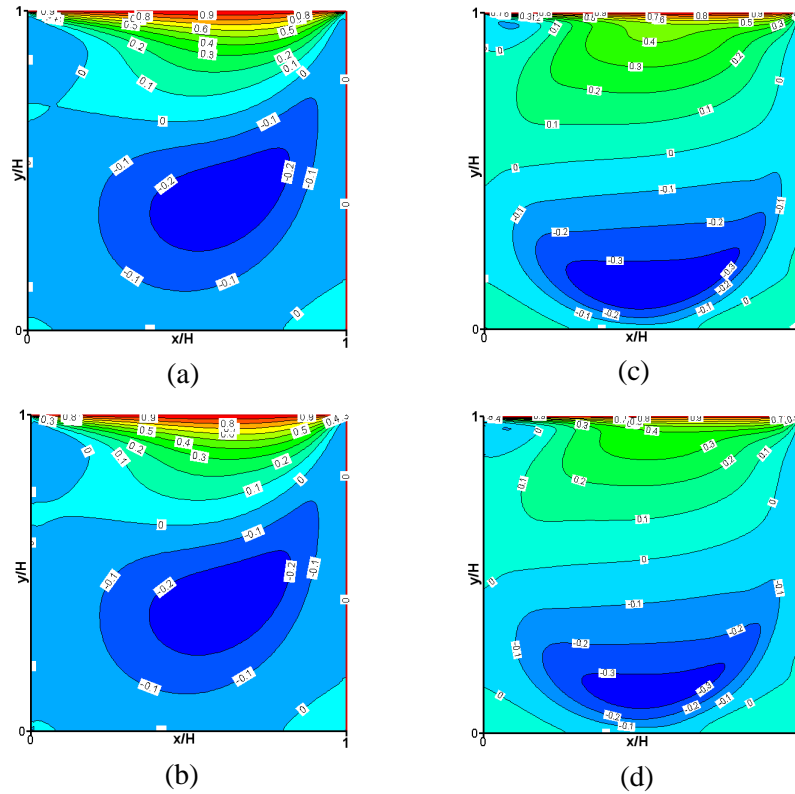
Şekil 3.10` da ise boyutsuz aksel hızın (x yönündeki hızın) simetri çizgisi üzerindeki değişimini göstermektedir. Şekil 3.10`daki sonuçlar Reynolds 200`de LBM $M=0.1$ ve $M=0.4$ teki ve Fluent çözümlerini içermektedir. Grafikte de görüldüğü gibi sonuçlar birbiriyle çok yakın çıkmıştır.



Şekil 3.10. Boyutsuz aksel hızın (u_x/u_0) simetri çizgisindeki dağılımı

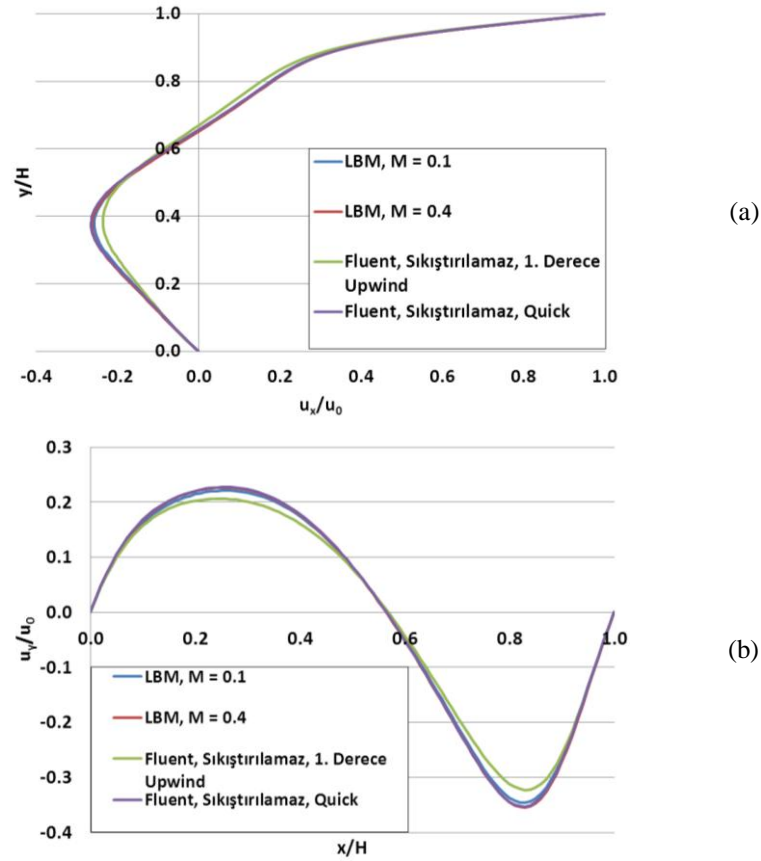
Kare çalışma alanında kapak tahrikli akış:

Şekil 3.11`de kare çalışma alanında kapak tahrikli akış boyutsuz u_x hızının (x yönündeki hızın) değişik Reynolds ve değişik Mach sayılarındaki durumu gösterilmektedir. Resimde gösterilen Reynolds sayıları $Re=200$, $Re=2000$, Mach sayıları ise $M=0.1$ ve $M=0.4$ tür. Sonuçlarda da görüldüğü gibi Reynolds sayısı 2000`li durumda döngü yapısı daha simetrik çıkmıştır ve bu da beklenen bir durumdur. Aynı şekilde de kanal akışında da olduğu gibi belirlenen Mach sayısı aralıklarında sonuçlar birbirlerine çok yakın çıkmıştır.



Şekil 3.11. Kare çalışma alanında kapak tahrikli akış için Lattice Boltzmann u_x hızı (u_x/u_0) (a) $Re=200$, $M=0.1$, (b) $Re=200$, $M=0.4$, (c) $Re=2000$, $M=0.1$, (d) $Re=2000$, $M=0.33$

Şekil 3.12' de ise Reynolds 200 için $X/H=1/2$ 'deki dikey çizgide u_x hızının (x yönündeki hızın) profili ve $Y/H=1/2$ 'deki yatay çizgide u_y hızının (y yöndeki hızın) profili verilmiştir. Grafiklerde Lattice Boltzmann ve Fluent çözümleri karşılaştırıldı ve Lattice Boltzmann $M=0.1$ ve $M=0.33$ çözümleri gösterilmiştir. Fluent çözümlerinde ise iki farklı ayrıklaştırma şeması kullanılmıştır, bunlar 1. Dereceden Upwind şeması ile Quick şemasıdır. Sonuçlarda da görüldüğü gibi Lattice Boltzmann çözümlerinde Mach sayısı farklılıklarında sonuçların değişmediği görülmektedir. Fluent çözümlerinde ise yapılan iki ayrıklaştırma şemalarında sonuçlar farklı çıkmıştır. Fluent Quick ayrıklaştırma şemasında çözülen sonuçlar Lattice Boltzmann çözümlerine yakın çıkmıştır. 1. Dereceden Upwind sonuçları Lattice Boltzmann sonuçlarından farklıdır. Bu da Lattice Boltzmann Metodunun yüksek derecede hassasiyet ve daha az yayılım (dissipative) doğasını doğrular adveksiyon davranışında. (Kanal akışı probleminde 1. Dereceden Upwind şeması ile Quick şeması arasında gözle görülür bir fark yoktur, bunun nedeni ise kanal akışında akışın tek yönlü olmasıdır.)

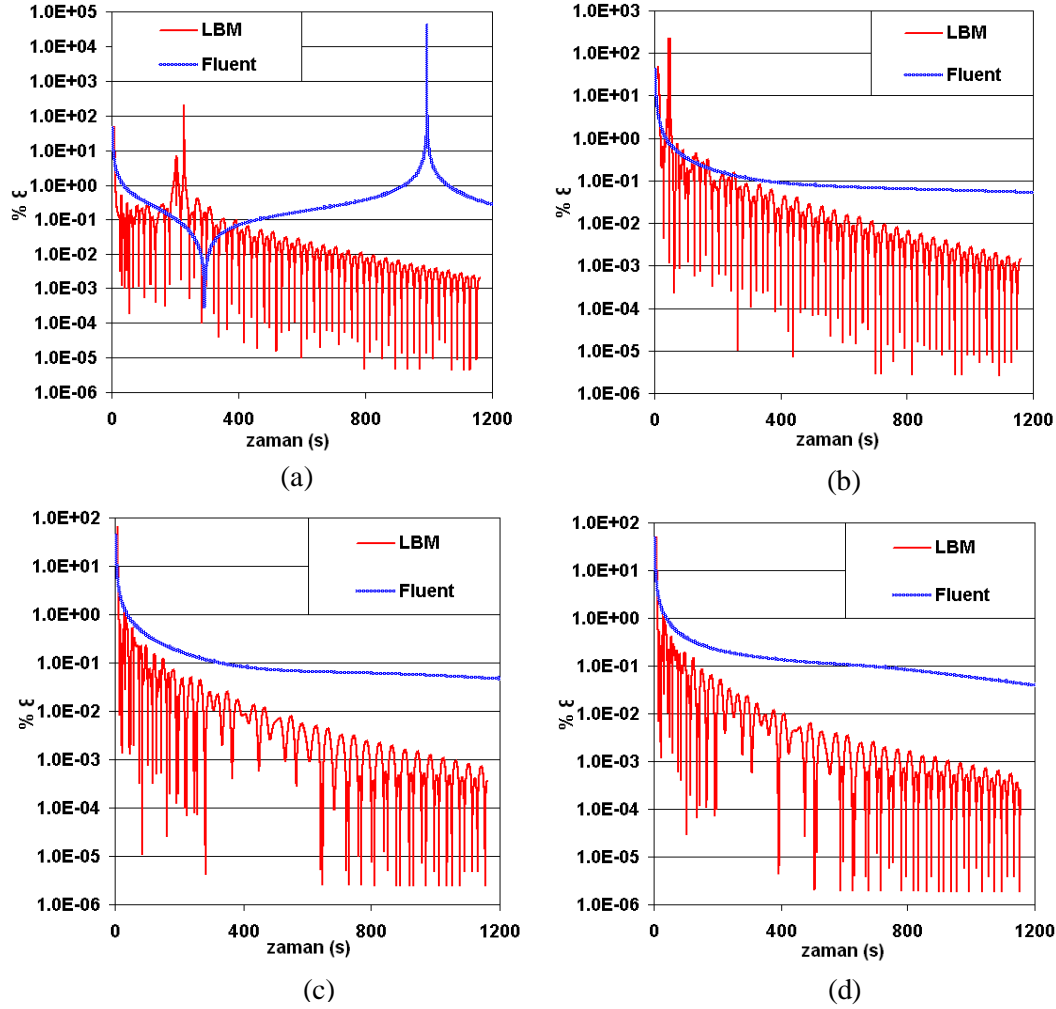


Şekil 3.12. $Re=200$ için boyutsuz hız profilleri (a) $x=H/2$ 'de u_x hızı, (b) $y=H/2$ 'de u_y hızı

Bu çalışmalarda Lattice Boltzmann Metoda dayalı kodu test edildi, diğer taraftan da sıkıştırılmaz Lattice Boltzmann formülasyonunun, sıkıştırılmaz davranışının $M \leq 0.4$ sınırına kadar uygun çalıştığını gösteriyor. Lattice Boltzmann' deki Mach sayısı fiziksel değildir çünkü ses Lattice Boltzmann da ses hızı lattice hızı ve kullanılan lattice yapısı ile ilişkilidir.

Kare çalışma alanında kapak tahrikli akışta şunda kullanılan Lattice Boltzmann kodu ile Fluent kodu arasında yakınsama davranışları karşılaştırılmıştır $Re=2000$ için. Yakınsama kriteri karşılaştıran noktalar ise Şekil 3.13' de gösterilmiştir. Yakınsama kriterini karşılaştırmak için iki çözümde de aynı yakınsama kriteri kullanılmıştır. Kullanılan yakınsama kriteri ise aşağıda gösterilmiştir;

$$\% \varepsilon = 100 \cdot \frac{\varphi^{n+1} - \varphi^n}{\varphi^n} \quad (3.59)$$



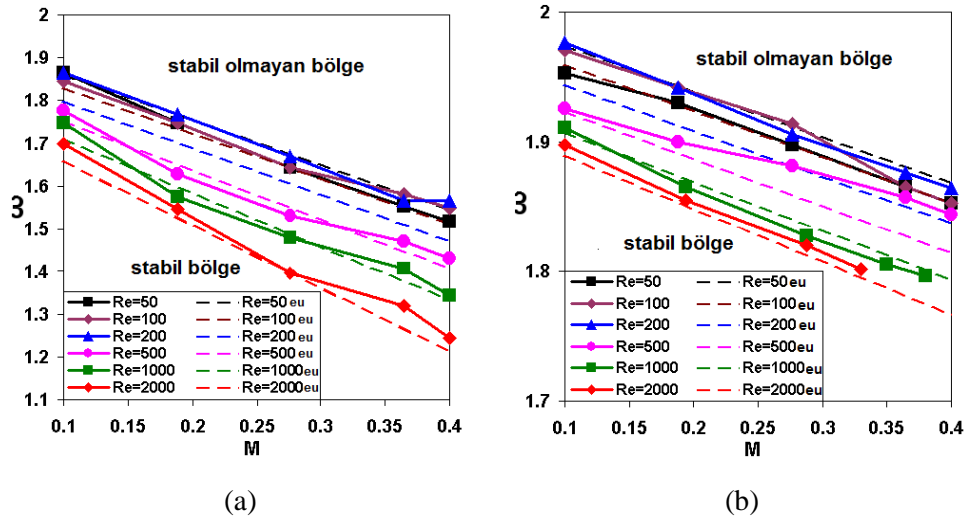
Şekil 3.14. Re 2000`de yakınsama davranışları (a) $x=H/2$ ve $y=3H/4$ `de u_x hızı için $\% \epsilon$, (b) $x=H/2$ ve $y=H/4$ `de u_x hızı için $\% \epsilon$, (c) $x=H/4$ ve $y=H/2$ `de u_y hızı için $\% \epsilon$, (d) $x=3H/4$ ve $y=H/2$ `de u_y hızı için $\% \epsilon$

Stabilite limiti:

Çok geniş bir Reynolds sayısı ($50 \leq Re \leq 2000$) ve Mach sayısı ($0.1 \leq M \leq 0.4$) aralıklarında ve farklı çarpışma sıklığı (ω) değerlerinde çözümler yapıldı, ve Lattice Boltzmann Metodunun stabilite sınırları (sıkıştırılmaz ve zamandan bağımsız fomulasyon için) belirlendi. Yani çözümlerin stabil ve stabil olmayan kısımları belirlendi. Teorik olarak çarpışma sıklığı değeri (ω) maksimum olarak 2 dir. Stabilite sınırı teorik 2 değerinden aşağıdadır.

Şekil 3.15` de hem kanal akısı için hem de kare çalışma alanında kapak tahrikli akış için maksimum çarpışma sıklığı değerleri bulundu, bunlar resimde düz çizgi olarak

gösterildi. Stabilite sınırı değerleri Mach sayısının fonksiyonudur (farklı Reynolds sayılarında). Şekil 3.15’ de görüldüğü gibi, iki akışta da maksimum çarpışma sıklığı değerleri Reynolds sayısının artması ile azalmaktadır. Diğer taraftan da verilen Reynolds sayılarında, Mach sayısının artması ile çarpışma sıklığı değerleri düşer. Kare çalışma alanında kapak tahrikli akışın, maksimum çarpışma sıklığı değerleri genelde yüksektir ve Reynolds sayısı ve Mach sayısına daha az bağılıkları vardır (genel kapalı sınır koşullu akış), kanal akışına göre (genel açık sınır koşullu akış). Bu nedenle kapalı sınır koşullu akış (kare çalışma alanında kapak tahrikli akış), açık sınır koşullu akıştan (kanal akışı) daha stabil olmaktadır.



Şekil 3.15. Tahmin edilen maksimum çarpışma frekans değerleri stabil çözüm için. Kesik çizgiler Denklem 3.60 ve Tablo 3.5’ e göre eğriler "eu" (a) Kanal akışı (b) kare çalışma alanında kapak tahrikli akış

Bu stabilite eğrileri doğrusal bir karakter göstermektedir Mach sayısı değişikliklerine göre. Bu nedenle bu eğrilere doğrusal bir eğri uydurulabilir. Eğri uydurma denklemi aşağıdaki gibidir;

$$\omega_{MAX} = a(\text{Re}) \cdot Ma + b(\text{Re}) \quad (3.60)$$

Denklemden görüldüğü gibi, doğrusal denklemin sabitleri “a” ve “b” değerleri Reynolds sayısının bir fonksiyonudur. Tablo 3.5’ de kanal akışı ve kapak tahrikli akış için bulunan “a” ve “b” değerleri gösterildi.

Tablo 3.5. Denklem 3.60 için a(Re) ve b(Re) katsayıları

	Kanal akışı	Kapak tahrikli akış
$a \cdot 10^4$	$- 2.25 \text{Re} - 10397$	$- 0.30 \text{Re} - 3507.6$
$b \cdot 10^2$	$- 4.27 \ln(\text{Re}) + 213.28$	$- 2.13 \ln(\text{Re}) + 209.27$

Ayrıca Şekil 3.15’ de gösterilen kesik çizgililer eğri uydurma yapılan çizgilerdir ve grafikte “eu” son eki ile gösterilmiştir.

BÖLÜM 4. KANAL İÇİNDE BİR İÇ CİSİMİN LBM' DE MODELLENMESİ

Bu bölümde, kanal içine üçgen prizması konularak akış ve ısı transferi çözümleri incelenmiştir. Farklı araştırmacılar tarafından kanal veya boru içine üçgen prizması konularak deneysel [77], ve sayısal [78] olarak çalışmalar yürütülmüştür. Çünkü bu çalışma yapılandırması (konfigürasyonu) farklı ısı değıştircileri sistemlerinde görölmektedir.

Bu çerçevede üçgen prizmanın basit küt şekil (aerodinamik şekli olmayan yapı) olarak kullanıldığı çalışmalar yapılmıştır. Abbasi ve arkadaşları [79] kanal akışı içine üçgen prizma kullanarak, sıkıştırılmaz laminer (katmanlı) akış ve ısı transferi problemini çözdükleri çalışmalarında, kanal duvarlarına doğru olan ısı transferinin üçgen prizma kullanarak arttığını kanıtlamışlardır. Bu çalışmada kanal 2 boyutlu olarak tasarlanmış ve sadece kanalın alt tarafındaki duvar ısıtılmıştır. Chattopadhy [80] de aynı tür konfigürasyonu sıkıştırılmaz ve türbülanslı akış için araştırmıştır. Chattopadhy' in kullandığı türbülans modeli zamana bağımlı akış için Reynolds Ortamalı Sayısal Simülasyonlardır (Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations = RANS). Örnekleri anlatılan uygulamalar [79, 80] yalnızca Navier-Stokes denklemlerinin ayrıklaştırılması ile çözülmüşlerdir. Fakat bu tür problemlerin Lattice Boltzmann Metodu (LBM) ile çözülmesi olanaklıdır [6].

Lattice Boltzmann Metodu kullanarak kanal akışı içine dikdörtgen engel konularak akış ve ısı transferi problemi çözülmüştür [81]. Bu çözülrken çoklu çarpışma sıklığı kullanılan LBGK-MRT (Multiple Relaxation Time) modeli kullanılmıştır ve enerji denklemleri Sonlu Farklar Metodu kullanılarak ayrıklaştırılmıştır.

Bu bölümde, Lattice Boltzmann da akış denkleminin yanı sıra enerji denklemi de çözülmüştür. Akış sıkıştırılmaz ve zamana bağımlı (unsteady) şekilde tasarlandı.

Akışın zamana bağımlı olarak tasarlanmasının nedeni ileride kullanılacak türbülans modellerinin zamana bağımsız formulasyonuna daha uygun olmasıdır. Bununla birlikte enerji denklemi ayrıklaştırılması Lattice Boltzmann Metoduna göre yapıldı diğer bir deyiş ile sıcaklık dağılımları Lattice Boltzmann kullanılarak elde edildi. Ayrıca çalışma alanı içine geometri ekleyerek çözümler yapıldı. Yani kanal içine [7,78-81] üçgen prizması engeli konularak akış ve ısı transferi çözüldü. Elde edilen Lattice Boltzmann çözümleri Fluent [67] çözümleri ile karşılaştırıldı.

4.1. Matematik ve Sayısal (Nümerik) Formulasyon

Lattice Boltzmann Metodunda çarpışma adımında Lattice Bhatnagar-Gross-Krook (LBGK) modeli kullanıldı [15]. Bu çalışmada akış zamana bağımlı ve sıkıştırılmaz olarak modellendi [17]. Momentum ve enerji denklemlerini ayrıklaştırırken 2 boyutlu, 9 lattice hızlı (D2Q9) lattice yapısı kullanıldı (Şekil 3.2).

İki farklı dağılım fonksiyonu kullanıldı. Bunlardan bir tanesi, akış denklemini çözmek için yoğunluk (momentum) dağılım fonksiyonu (f), diğeri ise sıcaklık (enerji) dağılım fonksiyonudur (g). Hem momentum hem de enerji için Lattice Boltzmann Hareket Denkleminin ilerleme ve çarpışma adımları sırası ile aşağıdadır.

Çarpışma adımı;

$$\tilde{f}_\alpha(\vec{x}, t + \delta t) = f_\alpha(\vec{x}, t) - \omega [f_\alpha(\vec{x}, t) - f_\alpha^{eq}(\vec{x}, t)] \quad (4.1)$$

$$\tilde{g}_\alpha(\vec{x}, t + \delta t) = g_\alpha(\vec{x}, t) - \omega_r [g_\alpha(\vec{x}, t) - g_\alpha^{eq}(\vec{x}, t)] \quad (4.2)$$

İlerleme adımı;

$$f_\alpha(\vec{x} + \vec{c}_\alpha \delta t, t + \delta t) = \tilde{f}_\alpha(\vec{x}, t + \delta t) \quad (4.3)$$

$$g_\alpha(\vec{x} + \vec{c}_\alpha \delta t, t + \delta t) = \tilde{g}_\alpha(\vec{x}, t + \delta t) \quad (4.4)$$

Momentum çarpışma sıklığı ve enerji çarpışma sıklığı değerleri sırası ile;

$$\omega = \frac{1}{\frac{\nu}{c_s^2 \delta t} + \frac{1}{2}} \quad (4.5)$$

$$\omega_T = \frac{1}{\frac{a}{c_s^2 \delta t} + \frac{1}{2}} \quad (4.6)$$

Lattice hızı (Denklem 3.20), lattice hızı ile ses hızı arasındaki ilişki (Denklem 3.20), D2Q9 lattice yapısına ait hız vektörleri ve ağırlık faktörleri önceki bölümde verilmişti. Akış denklemleri için çarpışma sıklığı değeri viskozitenin (ν) bir fonksiyonu iken, enerji denkleminde çarpışma sıklığı ısı yayılım katsayısının (a) bir fonksiyonudur.

Momentum ve enerji için kullanılan dağılım fonksiyonları sırası ile;

$$f_\alpha^{eq} = w_\alpha \left\{ \rho + \rho_0 \left[\frac{3}{c^2} \vec{c}_\alpha \cdot \vec{u} + \frac{9}{2c^4} (\vec{c}_\alpha \cdot \vec{u})^2 - \frac{3}{2c^2} \vec{u} \cdot \vec{u} \right] \right\} \quad (4.7)$$

$$g_\alpha^{eq} = w_\alpha T \left[1 + \frac{3}{c^2} \vec{c}_\alpha \cdot \vec{u} \right] \quad (4.8)$$

Lattice Boltzmann denklemlerinden makroskobik değerlere geçiş sırası ile yoğunluk, hız ve sıcaklık için gösterilmiştir.

$$f = \sum_{\alpha=0}^8 f_\alpha = \sum_{\alpha=0}^8 f_\alpha^{eq} \quad (4.9)$$

$$\vec{u} = \frac{1}{\rho_0} \sum_{\alpha=0}^8 \vec{c}_\alpha f_\alpha = \frac{1}{\rho_0} \sum_{\alpha=0}^8 \vec{c}_\alpha f_\alpha^{eq} \quad (4.10)$$

$$T = \sum_{\alpha=0}^8 g_\alpha = \sum_{\alpha=0}^8 g_\alpha^{eq} \quad (4.11)$$

Seçilen zaman adımı (δt) ile lattice yapısının boyu (δ) eşit seçildi ve buna bağlı olarak lattice hızı 1 olarak belirlendi. Ve ses hızı, Denklem 3.20' e göre $c_s = 1/\sqrt{3}$ (0.5773) olarak alındı.

Hem momentum denklemleri hem de enerji denklemleri için sınır koşulları yapılan örnekler üzerinden verilecektir.

LBM çözümlerini doğrulamak ve karşılaştırmak için ticari CFD yazılımı olan Fluent kullanıldı. Karşılaştırma yapılırken: çözüm için LB' da kullanılan lattice yapıları kare şeklinde olduğu için Fluent çözümlerinde de kare ağ yapısı kullanıldı. Bu durum karşılaştırmaların daha uygun hassas olması imkânını bize verir. İç geometrileri oluştururken merdiven sistemi kullanıldı. Fakat bu durum Fluent üçgenin çevresini yerel olarak kare olmayan ama dört kenarlı ağ yapısı kullanarak çözüldü (Şekil 4.4).

Lattice Boltzmann Metodunda konveksiyon davranışı için herhangi özel bir prosedür yoktur fakat Fluent çözümlerinde, konveksiyon terimlerinin ayrıklaştırılmasında yüksek derecede hassasiyet sağlayan ikinci dereceden upwind şeması kullanıldı. Bununla birlikte, Fluent ' te basınç-hız eşleşmesi zamana bağlı (unsteady) ve zamandan bağımsız (steady) çözümler için farklı şekilde alındı. Zamana bağlı çözümlerde SIMPLEC, zamandan bağımsız çözümlerde PISO algoritması kullanıldı. Ayrıca Fluent çözümlerinde, temel olarak rahatlatma faktörü (under-relaxation factors) basınç için 1.0, hız için 0.7 ve sıcaklık için 1.0 alındı. Fluent çözümlerinde yakınsama kriteri olarak, enerji denklemi için 10^{-10} , diğer kalan denklemler (süreklilik, x- hızı ve y- hızı) için 10^{-5} alındı. Bu da Fluent programının varsayılan yakınsama kriterlerinden 100 kat daha küçüktür.

LB' da akış çözümlerinde kullanılan formülasyon (Denklem 4.1 ve 4.2) zamana bağlı bir çözümdür eğer problem zamandan bağımsız olsa bile çözüm zamana bağımlı olmak zorundadır. Yani kullanılan zaman adımı gerçek bir zaman adımıdır. Denklem 4.1 ve 4.2 açık adımlı (explicit) yapıdadır. Fluent çözümlerinde ise 2. Dereceden kapalı adımlı (implicit) time kullanılmıştır.

Açık adımlı çözümler kapalı adımlı çözümlerden farklıdır. Açık adımlı çözümlerde değişken bir önceki zaman adımındaki alınan değerler (bilinen) ile bulunur. Bilinen değerler bir önceki zaman adımından yer ayrıklaştırılmasından gelen değerlerdir. Bu çözümde yer adımı zaman adımından küçük olmalıdır yoksa uygun sonuçlar

üretmez. Kapalı adımlı çözümlerde ise; değişken, bilinmeyen zaman adımındaki (son adım) değerler ile bulunur. Bilinmeyen zaman adımındaki değerler, son zaman adımından yer ayrıklaştırmasından gelen değerlerdir. Bunun için denklemlerin çözümü için artı olarak matrislerin çözülmesi gerekmektedir. Bu da denklemi daha stabil (kararlı) hale getirmektedir[82].

4.2. Örnek Uygulamalar

Bölümün başında da belirtildiği gibi, üçüncü bölümde sıkıştırılmaz, zamandan bağımsız ve laminer akış için LBM kodu doğrulandı [83, 84]. Bu bölümde ise sıkıştırılmaz, zamana bağımlı ve laminer akış için LBM kodu yazıldı. İç geometri eklenerek çözümler yapıldı ve son olarak ısı transferi LBM ile çözüldü. Sırası ile ısı transferi ve simetri çalışma alanında kanal akışı içine geometri doğrulandı. Çalışmalar doğrulandıktan sonra zamandan bağımsız bir örnek üzerinde ana çözüm yapıldı.

4.2.1. Ön doğrulama çalışmaları

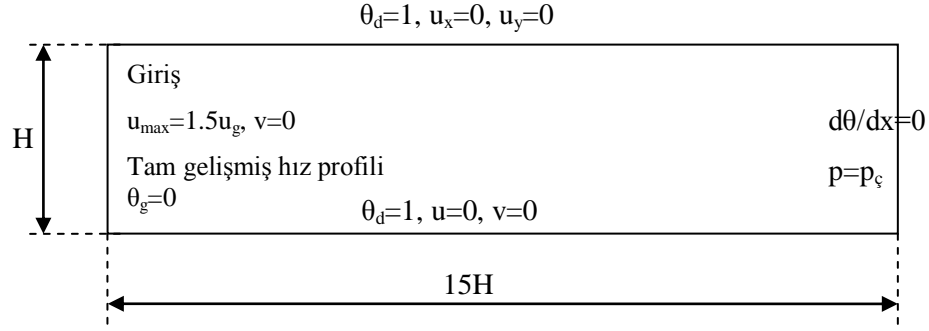
4.2.1.1. Isı transferinin doğrulanması

Isı transferinin doğrulama çalışması için $Re=160$ ve $Pr=0.71$ de, basit kanal akışı (prizmasız) modellendi. Sıcaklık değerleri olarak sabit giriş sıcaklığı (0), sabit duvar sıcaklığı verildi (1). Sabit sıcaklıklar ise boyutsuz olarak belirlendi (Denklem 4.12) [9].

$$\theta = \frac{T - T_{soğuk}}{T_{sıcak} - T_{soğuk}} \quad (4.12)$$

$\theta=0$ olduğu durumda $T=T_{soğuk}$, $\theta=1$ olduğu durumda ise $T=T_{sıcak}$ olmaktadır. Akış, kanala tam gelişmiş hız profili ile giriyor ve aynı şekilde çıkıyor. Kanal uzunluğu ise ısının tam gelişmiş uzunluğundan büyük seçildi ($Re=160$ ve $Pr=0.71$ için ısı tam gelişmiş uzunluğu $11.36H$) . Tam gelişmiş ısı uzunluk [85] Denklem 4.13' den bulunabilir.

$$\frac{X_T}{D_h} \cong 0.05 \text{Re}_{D_h} \text{Pr} \quad (4.13)$$



Şekil 4.1. Isı transferini doğrulamak için modellen kanal akışı şematik gösterimi

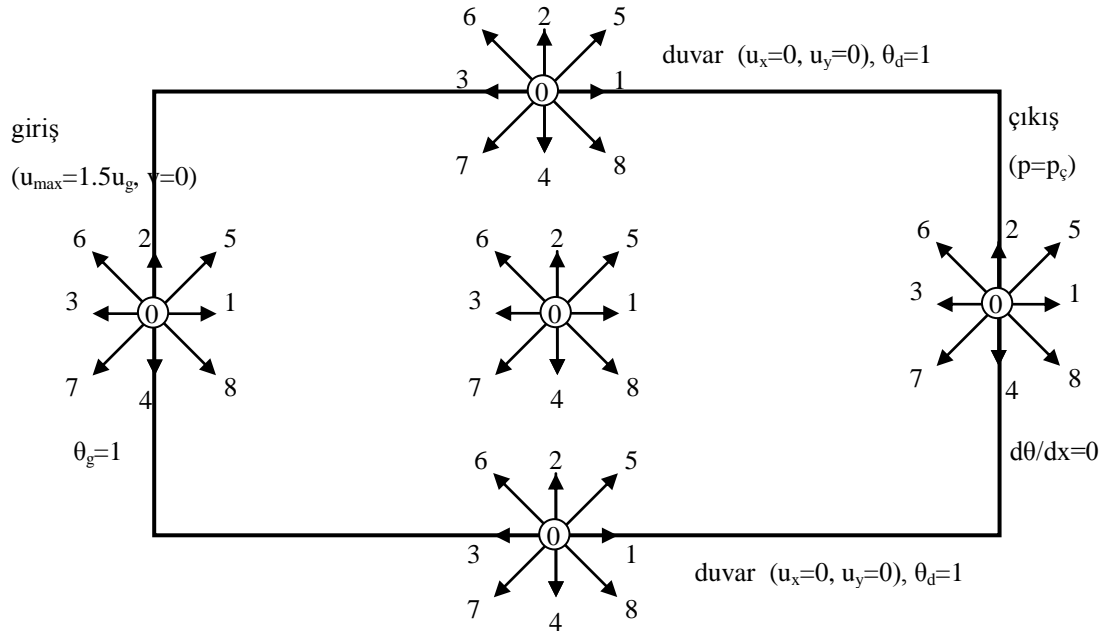
Tam gelişmiş (hem akış hem de ısı) kanal akışı için doğrulama LBM tahmini ile teorik değerden alınan Nusselt sayısının karşılaştırması Tablo 4.1' de yapıldı. Verilen sabit giriş (soğuk) ve duvar sıcaklıklarında (sıcak) ve tam gelişmiş akışta, Nusselt sayısı tam gelişmiş ısı uzunluktan sonra değişmemektedir. Tablo 4.1' e göre LBM den alınan değer ile teoride bulunan değer arasında çok büyük benzerlikler olduğu görülmektedir. Böylelikle LBM' de yazılan ısı kodu doğrulanmaktadır.

Tablo 4.1. Tam gelişmiş kanal akışı (prizmasız) için Nusselt sayıları

	LBM Tahmini	Teori [85]
Nu	7.55	7.54

Isıl doğrulama için çözülen kanal akışı, hem momentum hem de enerji için sınır koşulları aşağıda verildi.

Momentum denkleminin çözümü sırasında kanal akışı için verilen sınır koşulları sırası ile hız girişi, üst duvar, basınç çıkışı ve alt duvardır. Sınır koşulları LB denkleminde ait ilerleme adımından oluşan bilinmeyen dağılım fonksiyonları bilinen dağılım fonksiyonlarından bulunur [12].



Şekil 4.2. Isı transferini doğrulamak için çözülen kanal akışı için tipik çalışma alanı ve lattice yapılarının gösterimi

Hız girişi:

$$\rho = \rho_0 u_g + [f_0 + f_2 + f_4 + 2(f_3 + f_6 + f_7)] \quad (4.13)$$

$$f_1 = f_3 + \frac{2}{3} \rho_0 u_g \quad (4.14)$$

$$f_5 = f_7 + \frac{1}{2} (f_4 - f_2) + \frac{\rho_0 u_g}{6} \quad (4.15)$$

$$f_8 = f_6 - \frac{1}{2} (f_4 - f_2) + \frac{\rho_0 u_g}{6} \quad (4.16)$$

Üst duvar:

$$f_4 = f_2 \quad (4.17)$$

$$f_8 = f_6 \quad (4.18)$$

$$f_7 = f_5 \quad (4.19)$$

Basınç çıkışı:

$$u_{\xi} = \frac{(f_0 + f_2 + f_4 + 2(f_1 + f_5 + f_8)) - \rho}{\rho_0} \quad (4.20)$$

$$f_3 = f_1 - \frac{2}{3}u_{\xi}\rho_0 \quad (4.21)$$

$$f_6 = f_8 + \frac{1}{2}(f_4 - f_2) - \frac{\rho_0 u_{\xi}}{6} \quad (4.22)$$

$$f_7 = f_5 - \frac{1}{2}(f_4 - f_2) - \frac{\rho_0 u_{\xi}}{6} \quad (4.23)$$

Alt duvar:

$$f_2 = f_4 \quad (4.24)$$

$$f_6 = f_8 \quad (4.25)$$

$$f_5 = f_7 \quad (4.26)$$

Enerji denkleminin çözümü sırasında bu örnek için (tam gelişmiş kanal akışı) verilen sınır koşulları sırası ile çalışma alanının sol, üst ve alt tarafı için sabit sıcaklık verme sınır koşulu ve sağ çıkış için x yönünde sıcaklık değişiminin olmadığı sınır koşullarıdır. Burada sabit sıcaklık verme durumunda LB denkleminde ait ilerleme adımından oluşan bilinmeyen dağılım fonksiyonları bilinen dağılım fonksiyonları ile tanımlanıyor [12].

Sol giriş için, sabit sıcaklık verme:

$$g_1 = w_1\theta_g - w_3\theta_g - g_3 \quad (4.27)$$

$$g_5 = w_5\theta_g - w_7\theta_g - g_7 \quad (4.28)$$

$$g_8 = w_8\theta_g - w_6\theta_g - g_6 \quad (4.29)$$

Üst duvar için, sabit sıcaklık verme:

$$g_2 = w_2\theta_d - w_4\theta_d - g_4 \quad (4.30)$$

$$g_5 = w_5\theta_d - w_7\theta_d - g_7 \quad (4.31)$$

$$g_6 = w_6\theta_d - w_8\theta_d - g_8 \quad (4.32)$$

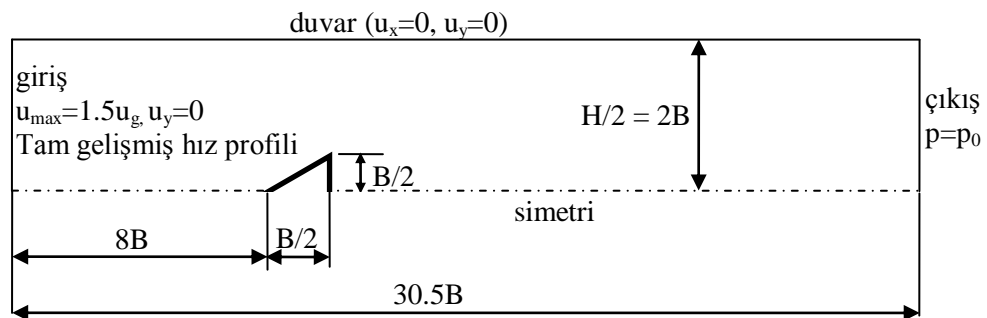
Sağ çıkış için, x yönündeki sıcaklık dağılımı değişimi yok:

$$g_{1-8}(x) = g_{1-8}(x-1) \quad (4.33)$$

4.2.1.2. Üçgen şekli için merdiven yaklaşımı

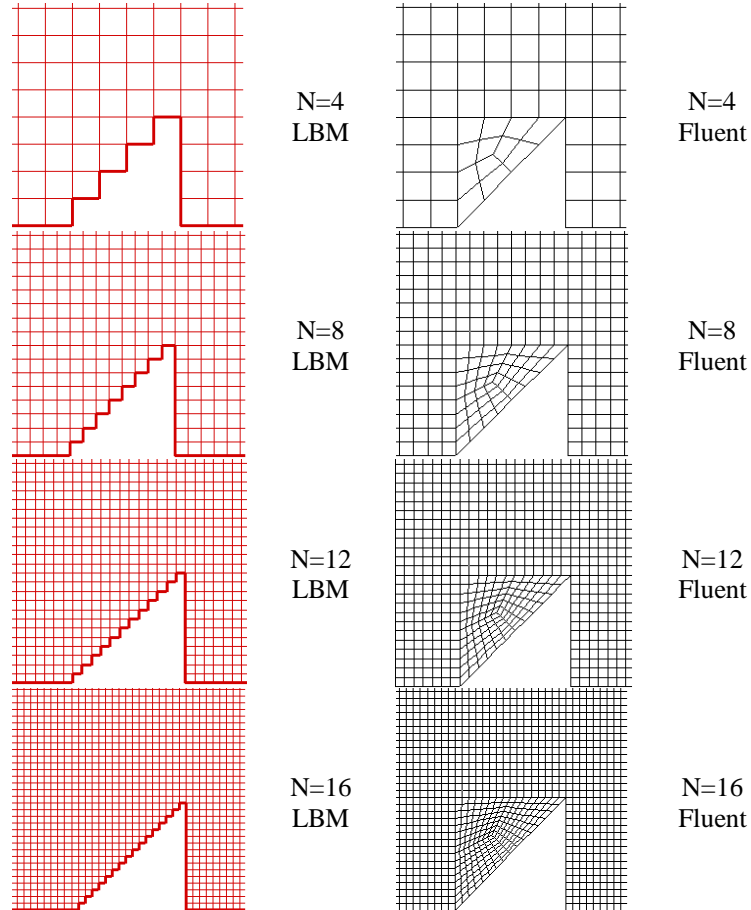
Kanal akışı içine üçgen geometri konularak yapılan çalışmada akış (momentum) denklemi çözüldü ve doğrulandı.

Lattice yapılarında kare lattice yapısı kullanıldığı için üçgen geometrisini oluşturmak amacıyla merdiven yaklaşımı kullanıldı ve bu yaklaşımın hassasiyeti araştırıldı. Analiz simetrik modellendiğinden dolayı, analiz durağan (sabit, zamandan bağımsız) şekildedir ve yüksek Reynolds sayılarına çıkıldıkça dalgalanma özellikleri oluşmayacaktır. Analizin simetrik olarak modellenmesinin bir diğer amacı ise çözümün fiziksel olarak hassasiyetinden ziyade kullanılan merdiven yaklaşımının nicel olarak etkisini sayısal sonuçlar üzerinden görmektir. Ayrıca bu sonuçlar Fluent çözümleri ile karşılaştırıldı.



Şekil 4.3. Üçgen şekli için merdiven yaklaşımı uygulanan simetrik kanal akışının şematik resmi

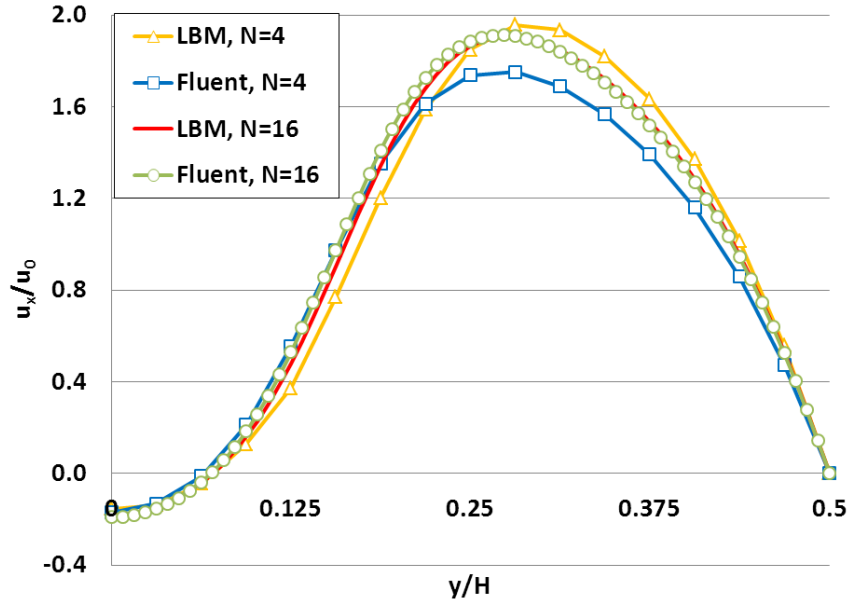
Re=100' de çözümler yapıldı. Kullanılan ağ yapıları, üçgen yüksekliğinin yarısına kaç adet lattice yapısı (LBM çözümleri için)/sonlu hacimler ağı (Fluent çözümleri için) kullanıldığına göre ayrıldı (Şekil 4.4). Üçgenin yarım yüksekliğinde N=4, 8, 12 ve 16 lattice/sonlu elemanlar ağı kullanılarak analizler yapıldı.



Şekil 4.4. N=4, 8, 12, ve 16 için ağ yapıları, Sol: LBM, Sağ: Fluent

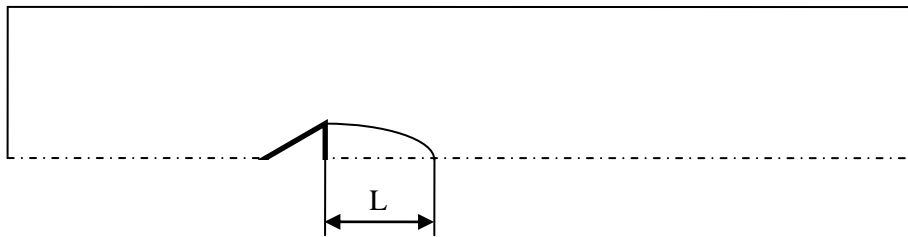
Şekil 4.5' de ise iç geometri olan üçgenden sonra yatay B/2 uzaklığındaki dikey kesitteki boyutsuz x yöndeki hızın dağılımı gösterildi. Resim de görüldüğü gibi kullanılan lattice/sonlu hacimler ağı N=4 ve N=16' de LBM ve Fluent tahminleri gösterildi. Fluent N=4' deki çözümlerde büyük bir sapma olduğu görülmektedir. N=16' da LBM ve Fluent eğrilerinde çok büyük bir uyum görülmektedir. N=8 ve N=12 sonuçları hem LBM hem de Fluent için gösterilmedi fakat bu sonuçlarında N=16'daki sonuçlar ile çok yakın çıkmıştır. Bu nedenle ağ bağımsızlık değeri N=16 olarak kabul edildi. Ağ bağımsızlık değerinden sonra ağ sayısının artırılmasında sonucun değişmeyeceğinin gösterir. Bu nedenle ana çalışmayı N=25' te yapıldı. Ana

çalışmada $N=25$ ' in seçilmesinin bir başka nedeni ise, yüksek Reynolds sayılarında ($Re=1070$), LB stabilite sınırından dolayı ağ daha çok sıklaştırıldı.



Şekil 4.5. İç geometriden (üçgen) sonra yatay yönde $0.5B$ ' lik uzaklıktaki dikey kesitte boyutsuz x yöndeki hızın dağılımı ($Re=100$, $N=4$ ve 16 , LBM ve Fluent)

Kanal içine konulan üçgen engelden sonra döngüler meydana gelmektedir. Döngüler, engel sonrası eksi yöndeki hızların oluşmasından dolayı meydana gelmektedir. Eksi yöndeki hızların (döngü) uzunluğu (L) Şekil 4.6' de şematik olarak gösterildi. Tablo 4.2' de ise döngü uzunlukları değeri, üçgen yarım yüksekliğini belirlerken kullanılan lattice /sonlu hacimler ağı (N) sayılarına göre hem LBM hem de Fluent tahminleri verildi. $N=4$ Fluent sonuçlarında diğer değerler ile olduğu gibi büyük bir sapma meydana geldi. Diğer N sayılarında ise değerler birbirlerine yakın çıktı.



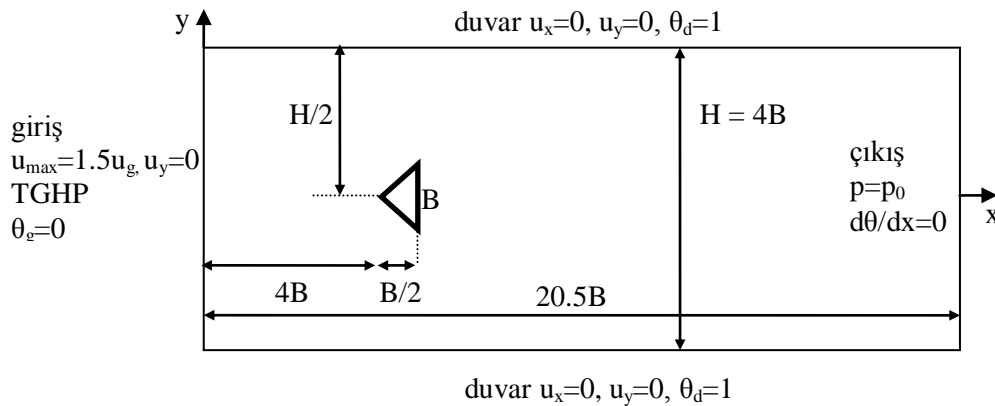
Şekil 4.6. İç geometri sonrası oluşan döngülerin uzunluğunun şematik gösterimi

Tablo 4.2. Re 100’ de döngü uzunluklarının N=4, 8, 12 ve 16’ da LBM ve Fluent tahminleri

N	LBM	Fluent
4	1.1250	0.88472
8	1.0625	1.07431
12	1.1667	1.04167
16	1.0938	1.0625

4.2.2. Ana çalışma

Isı transferinin doğrulanması ve iç geometriyi tanımlanması için kullanılan merdiven yaklaşımından sonra ana çalışmaya geçildi. Ana çalışmanın şematik gösterimi Şekil 4.7’ de gösterildi. Ana çalışmada hem tam kanal akışı hem de simetrik kanal akışı çalışıldı. Analizler 5 farklı Reynolds sayılarında yapıldı. Bu Reynolds sayıları Re=160, 270, 530, 800 ve 1070 dir.



Şekil 4.7. Ana çalışmanın şematik gösterimi

Merdiven yaklaşımındaki örnekte de bahsedildiği gibi simetrik modellenen durumlarda çözümler zamandan bağımsız (steady) özellik göstermektedir. Fakat tam olarak modellenen çözümlerde yüksek Reynolds sayılarında zamana bağımlı (unsteady) özellikler gözlemlenmiştir. Bu çalışmada zamana bağımlı özellikler gösteren Reynolds sayıları Re=530, 800 ve 1070 dir. Zamana bağımlı çözümlerde kullanılan zaman adımları artık gerçek zaman adımlarıdır. Ve bu çalışmalardaki yakınsama kriteri (ölçüt) olarak zamandan bağımsız çözümler gibi düşünülemez. Bu

durumda, üçgenin üzerine gelen kaldırma ve direnç kuvvetlerinin her zaman adımındaki değerlerinin dikkate alınması ve bu değerlerin tam periyodlaşması beklenir. Kaldırma kuvvetinin periyot zamanı, direnç kuvvetinin kaldırma zamanınının 2 katıdır.

LBM çözümlerinde, üçgen yüksekliği $N=25$ lattice yapısı ile gösterildi. Ayrıca LBM' de lattice hızının $c=1$ olması için lattice yapısının boyutu ile seçilen zaman adımı aynı ($\delta t=0.02$) seçilmiştir. Çözümlerin Fluent çözümleri ile karşılaştırılması için aynı ağ yapısı ve aynı zaman adımı kullanıldı ($Re=1070$ ' de zamana bağımlı durumda LBM sonuçları ile Fluent sonuçları karşılaştırıldı). Bu durumda Fluent çözümlerinde maksimum hücre Courant sayısı (Denklem 2.10) 0.2 civarındadır. $Re=1070$ ' de Fluent çözümü uzun sürdüğü için, Fluentte seçilen zaman adımı hücre courant sayısının yaklaşık 1 olduğu $\delta t=0.1$ seçildi. Hücre courant sayısının tanımı aşağıda gösterildi;

$Re=1070$ için (tam geometri ve zaman bağımlı durum) farklı zaman adımları için LBM ve Fluent çözümlerinin kaldırma kuvveti periyot değerleri (sn), adımları ve çözüm süreleri (sn) aşağıdaki tabloda gösterildi. Tabloda da görüldüğü gibi LBM çözümleri Fluent çözümlerinde maksimum hücre courant sayısının yaklaşık olarak 1 seçildiği duruma göre çözüm süresi bakımından hızlı çıktı. Tekrar hatırlatmak gerekirse Fluent çözümü, LBM çözümü ile karşılaştırılması için aynı ağ yapısı kullanıldı. Fakat, unutmamalıdır ki Fluent çözümlerinde bu kadar sık ağ yapısı kullanılması gerekmemektedir. Bu nedenle, Fluent çözümlerinde kaldırma kuvveti periyotları daha hızlı bir şekilde gerçekleşebilir.

Tablo 4.3. $Re 1070$ ' de (tam geometrili zamana bağımlı durum) farklı zaman adımları için kaldırma kuvvet periyotları, adımları ve çözüm süreleri.

Re 1070	δt	Maks. Hücre Courant sayısı	Kaldırma kuvvet periyotları (sn)	Period adım	Hesap süreleri (sn)
LBM	0.02		57.02	2851	1260
Fluent	0.02	0.1860	59.62	2981	25500
Fluent	0.1	0.9340	57	570	10140

Ayrıca Fluent çözümlerinde kullanılan ayrıklaştırma şeması ikinci dereceden upwind şemasıdır.

Simetrik kanal akışında, enerji denklemi için simetrik sınır koşulu ikinci dereceden olarak tanımlandı. İkinci dereceden simetrik sınır koşulu, sıcaklığın (T) simetrik sınır koşulunun olduğu nokta etrafında (x_0), $T(x_0+\delta x)$ ve $T(x_0+2\delta x)$ sıcaklıkların ikinci dereceden Taylor serisi açılımı ile açılarak bulundu. Burada ($\delta x=1$) alınırsa ikinci dereceden sınır koşulu şöyle bulunur;

$$T(x_0) = \frac{4T(x_0+1) - T(x_0+2)}{3} \quad (4.34)$$

Birinci dereceden sınır koşulunu hatırlarsak;

$$T(x_0) = T(x_0+1) \quad (4.35)$$

İkinci dereceden simetrik sınır koşunu LBM metoduna çevirirsek, sıcaklık dağılım fonksiyonları (g) D2Q9 lattice yapısı kullanıldığı için 1' den 8' e kadar Denklem 4.11' un uygulanması ile bulunur.

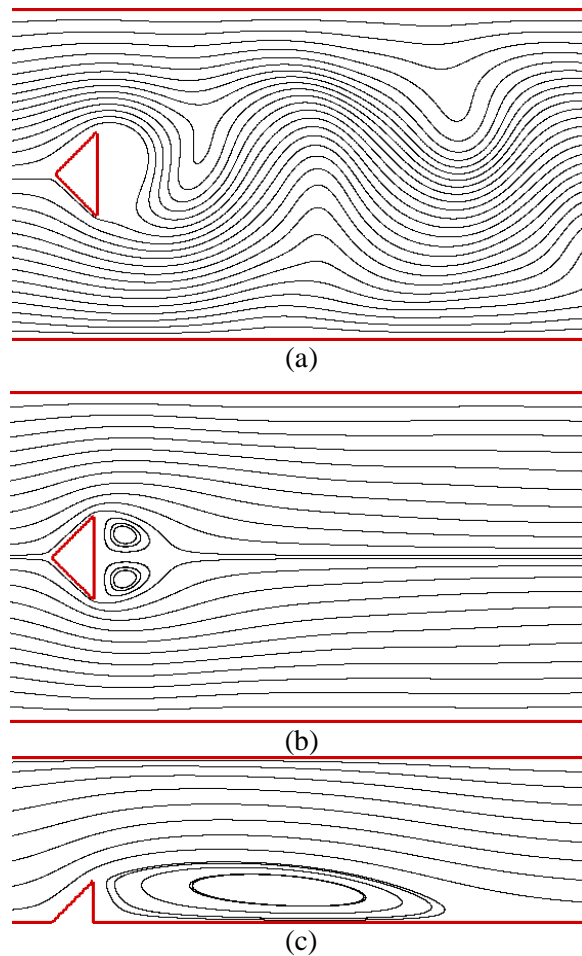
$$g_{1-8}(y_0) = (4g_{1-8}(y_0+1) - g_{1-8}(y_0+2))/3 \quad (4.36)$$

Ana çalışmada sonuçları hız dağılımı, sıcaklık dağılımı ve ısı transferi şeklinde 3 ayrı durumda incelenirse;

Hız dağılımı:

Şekil 4.8' de iç geometri olan üçgene yakın bölgelerde $Re=1070$ için akış çizgileri gösterilmiştir. Akış çizgileri tam çalışma alanında çözülen zamana bağımlı durumda anlık değerler, yine tam kanal akışında zamana bağımlı akışta bir kaldırma kuvveti için zaman ortalaması alınmış değerler ve simetri çalışma alanında zamandan bağımsız çözüm için değerler şeklide gösterildi. Zamandan bağımlı durumda alınan anlık akış çizgilerinde akış dalgalanmalar rahatlıkla görülmektedir ve bu durumun

simetrik olması beklenmemektedir (Şekil 4.8a). Zamana bağımlı durumda bir kaldırma kuvveti periyodunda zaman ortalaması alınmış akış çizgileri beklendiği gibi simetriktir ve üçgen arkasında küçük döngüler oluşmaktadır (Şekil 4.8b). Simetrik çalışma alanında zaten akış zamandan bağımsız bir haldedir. Simetri sınır koşulu ile akış sınırlandırıldığı için üçgen arkasındaki döngü uzunlukları beklenenden fazla çıkmıştır. Bu durum fiziksel değildir.

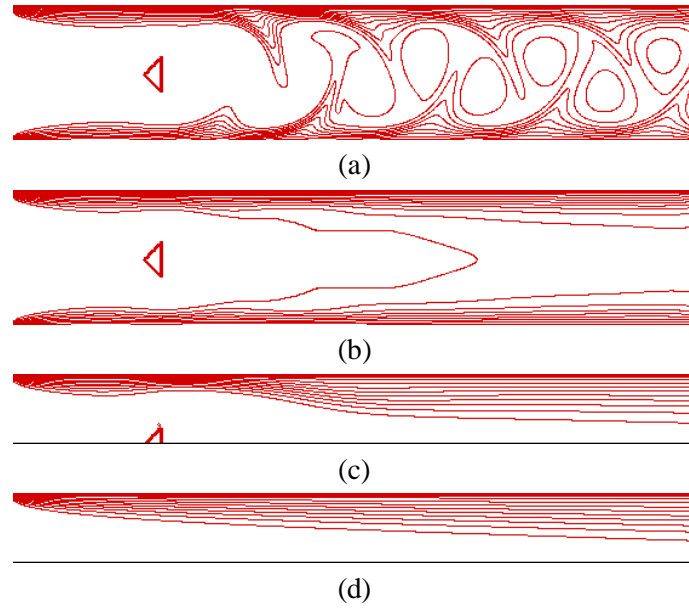


Şekil 4.8. $Re=1070$ için LBM ' de tahmin edilen akış çizgileri (streamline) (a) zamana bağımlı – anlık, (b) zaman bağımlı- zaman ortalaması alınmış, (c) zamandan bağımsız, simetrik olarak modellenen

Sıcaklık dağılımı:

$Re=1070$ için LBM' de tahmin edilen izoterm (eş sıcaklık) çizgileri (çizgi aralıkları 0.1 dir) Şekil 4.9' da gösterildi. Şekil 4.9a' da gösterilen sıcaklık değerleri anlık değerler olup simetri olması beklenmemektedir. Şekil 4.9c' de gösterilen simetri zamandan bağımsız durum için izoterm eğrileri ile Şekil 4.9d' de gösterilen

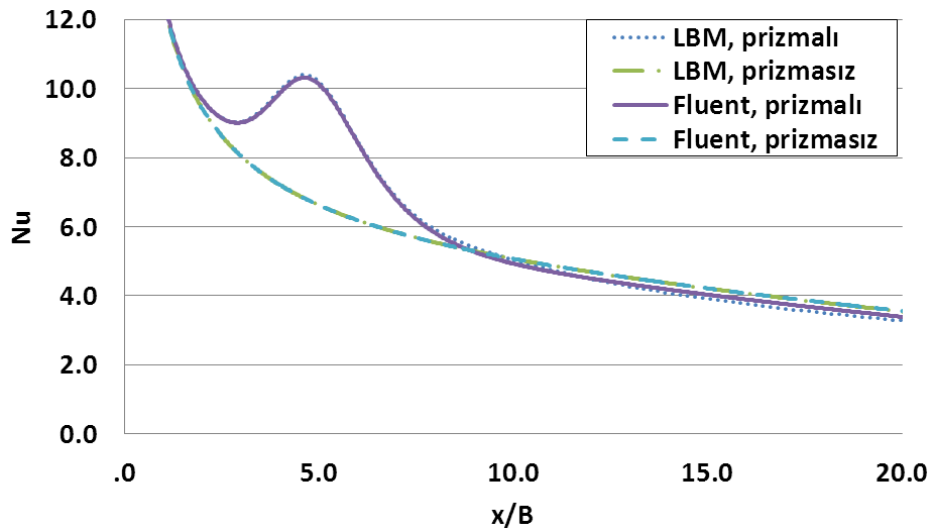
prizmasız simetrik durumda izoterm eğrileri arasında pek bir fark yoktur. Sadece ısı geçişi prizma çevresinde artmaktadır. Diğer taraftan Şekil 4.9b’ de gösterilen kaldırma kuvveti periyoduna göre zaman ortalaması alınmış izoterm çizgileri ile Şekil 4.9d’ de gösterilen prizmasız simetrik durumdaki izoterm çizgileri arasında büyük farklılıklar vardır. Bu da kanal akışında kullanılan bir prizmanın zamana bağlı durumda ısı transferini ne kadar arttırdığını göstermektedir.



Şekil 4.9 $Re=1070$ için LBM’ de tahmin edilen izoterm (eş sıcaklık) çizgileri (çizgi aralıkları 0.1 dir) (a) zamana bağımlı – anlık, (b) zaman bağımlı- zaman ortalaması alınmış, (c) zamandan bağımsız, simetrik olarak modellenen, (d) prizmasız, simetrik olarak model (zamandan bağımsız)

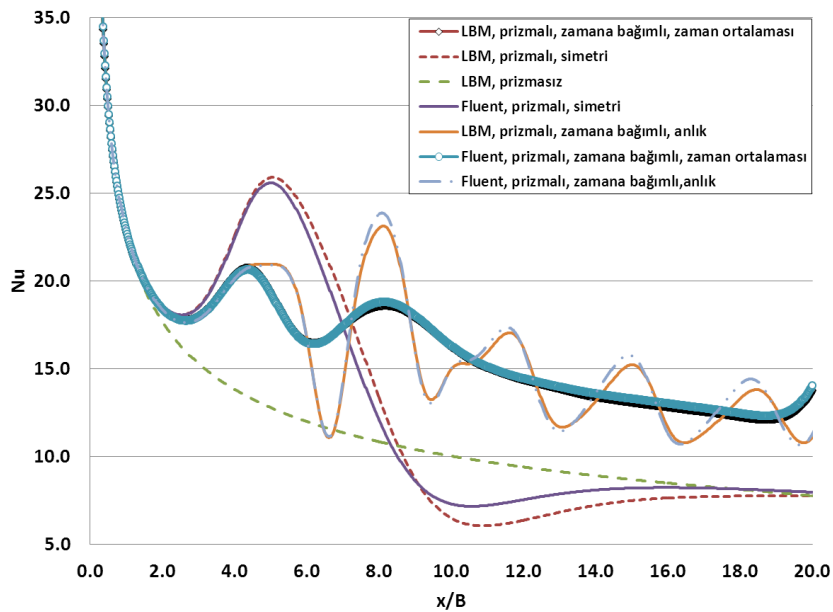
Isı transferi:

$Re=160$ için kanal duvarlarında ki tahmin edilen Nusselt sayıları Şekil 4.10’ da verildi. Prizmalı çözümlerde, prizmaya yakın bölgelerde ($3 < x/B < 9$) Nusselt sayısı arttığı gözlemlendi. Bu da prizma dolayısıyla duvarlara yakın yerlerde hızın artmasından kaynaklanır. Bu durum sadece zamandan bağımsız durum için geçerlidir. Şekilde de tam ve simetrik olarak modellenen kanal akışında, akış düşük Reynolds sayılı olduğu ($Re=160$) ve zamandan bağımsız özellikte (steady) olduğundan prizmalı ve prizmasız durumlarda sonuçlar aynı çıkmıştır. Bu nedenle LBM ve Fluent çözümlerinde prizmalı ve prizmasız olarak ayrıldı. Ayrıca LBM çözümleri ile Fluent çözümleri birbirlerine çok yakın çıkmıştır.



Şekil 4.10. Re = 160' da prizmalı ve prizmasız durum için Fluent ve LBM Nusselt sayısının kanal duvarlarındaki değişimi

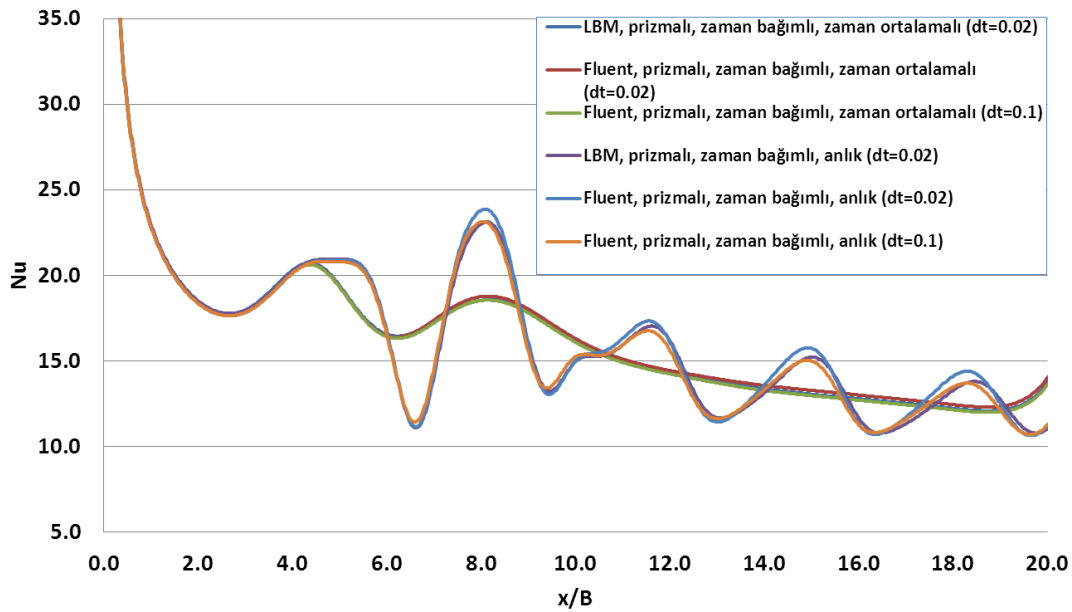
Re=1070' de kanal duvarındaki Nusselt sayısı değişimleri Şekil 4.11' de gösterildi. Bu Reynolds sayısında akış zamana bağımlı ve periyodik bir akıştır. Zamana bağımlı davranışı elemine etmek için kanal akışı simetrik bir şekilde modellenebilir. Simetrik modellemede üçgen çevresindeki Nusselt sayısı değişimi zamana bağımlı davranışta zaman ortalaması alınmış duruma göre fazladır, fakat Nusselt sayısının en yüksek



Şekil 4.11. Re=1070' de kanal duvarlarındaki Nusselt sayısı değişimi

olduğu bölge aşağı yukarı aynı çıkmıştır. Prizmasız durumda ise Nusselt sayısının değişimi prizmalı duruma göre az çıkmıştır, bu durumda prizmanın ısı transferine etkisini gözler önüne sermektedir. Zamana bağımlı çözümlerde anlık değerler, periyodun başında alındığı için LBM ve Fluent çözümleri birbirlerin çok yakın çıkmıştır. Ayrıca bütün durumlarda LBM çözümü ile Fluent çözümleri birbirlerine yakın çıkmıştır.

Tablo 4.3' de belirtildiği gibi LBM' deki çözümleri Fluentteki çözümler ile karşılaştırmak için aynı zaman adımı kullanıldı. Fakat Fluent çözüm sürelerinin uzunluğu nedeni ile Fluentte zaman adımı 0.02' den 0.1' e büyütüldü (maksimum hücre courant sayısı yaklaşık 1 olması için). Şekil 4.12' de LBM ve Fluent' de iki farklı zaman adımı kullanılarak yapılan çözümlere ait kanal duvarındaki Nusselt sayısı değişimleri gösterildi. Grafikte de açıkça görüldüğü gibi zaman adımı artırılmış Fluent çözümleri, diğer çözümler ile çok yakın çıkmıştır.



Şekil 4.12. $Re=1070$ için kanal duvarlarındaki Nusselt sayısı LBM ve Fluent ($\delta t=0.02$ ve $\delta t=0.1$) tahminleri

Hava Direnci Katsayısı:

Re=1070 için, hesaplanan hava direnci katsayısı tahminleri Tablo 4.4' te verilmiştir. Tablo 4.4' e göre LBM ile Fluent sonuçları arasındaki farkın %1 olduğu görülmektedir. Bu nedenle kanal içinde bir iç cismin konularak çözülen zaman bağımlı akışlar doğrulanmış oldu.

Tablo 4.4. Re=1070 için hava direnci katsayısı tahminleri

	LBM	Fluent	% Fark
C_D	6.40	6.46	%1

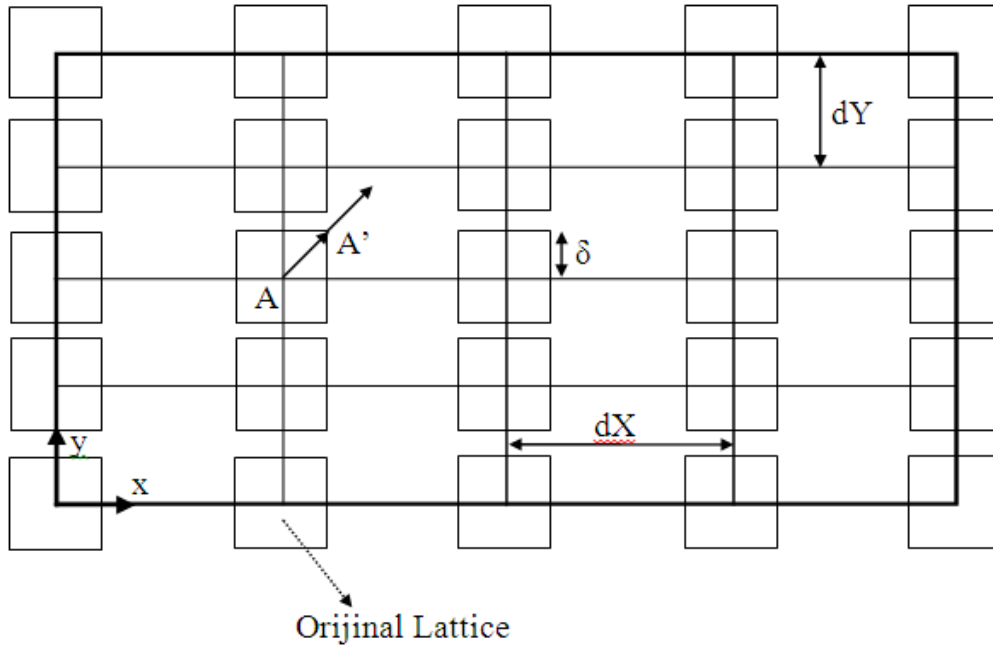
BÖLÜM 5. LBM' DE DÜZGÜN OLMAYAN AĞ YAPISI

Bu bölümde Lattice Boltzmann Metodunun temel özelliği olan kare latticelerin dışında dikdörtgen ağ yapısı oluşturulması anlatıldı. Dikdörtgen ağ yapısının oluşturulması için İnterpolasyon İlaveli Lattice Boltzmann Metodu (ISLBM) kullanıldı.

Önceden belirtildiği gibi, çok yüksek Reynolds sayılara çıkıldıkça, LBM stabilitesinden dolayı lattice yapılar küçülmekte ve çok sayıda lattice kullanmak zorundadır. Bu nedenle, yüksek Reynolds sayılı çözümleri yapmak için, çok büyük bilgisayar güçleri gerekmektedir [86]. Dikdörtgen ağ yapısının kullanılmasındaki temel amaç, yüksek Reynolds sayılarına LBM stabilitesine takılmadan çıkmaktır. ISLBM' deki temel düşünce LBM stabilitesine göre küçük lattice uzunluğu seçilerek, sayısal ağın lattice uzunluğundan büyük alınmasıdır, böylelikle yüksek Reynolds sayılarına daha az sayısal ağ kullanılarak çıkmaktadır. ISLBM' nin bu özelliği, türbülanslı akışların çözümü için uygundur [87].

5.1. İnterpolasyon İlaveli LBM (Interpolation Supplemented LBM = ISLBM)

Standart LBM metodunda bilindiği gibi çarpışma, ilerleme adımları mevcuttur. Bu temel adımlardan sonra sınır koşulları uygulanıp makroskopik (hız, yoğunluk basınç) değerler bulunur. Düzgün olmayan ağ yapısında ise her sayısal ağın üstünde lattice vardır. Sayısal ağ latticeden büyük olmak zorundadır. Bu metotta çarpışma adımından sonra ilerleme yapılır fakat bu ilerleme diğer sayısal ağ yapısına ulaşmaz (A' dan A' , Şekil 5.1). Bu nedenle ilerleme adımında hesaplanamayan sayısal ağ için interpolasyon metotları kullanılmaktadır. İlerlemeden elde edilen değerler ile sayısal noktadaki değerler bulunur. Bir başka değişim ile sayısal ağ Lattice Boltzmann ağı ile ilişkili değildir ve bu nedenle dolaylı düzgün olmayan ağ yapıları oluşturulabilir [27, 28].



Şekil 5.1. ISLBM şematik gösterimi

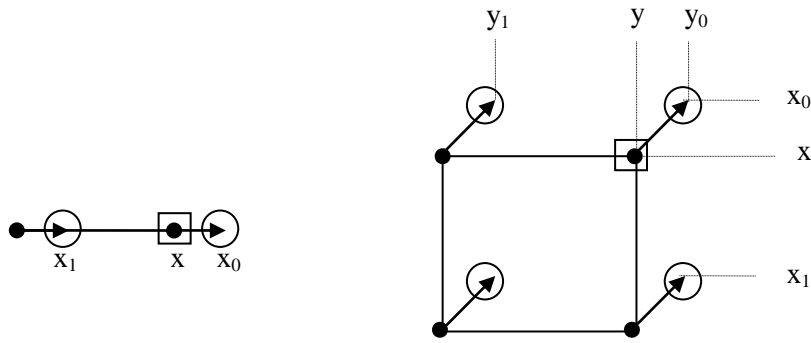
ISLBM yönteminde kullanılan interpolasyon metotları [29,88];

- Doğrusal (Linear) İnterpolsayon (Dİ)
- İkinci Derecede Upwind İnterpolasyonu (İUP)
- Merkezi İnterpolasyon (Mİ)

Bu metotlar Lagrange interpolasyon formülasyonlarından üretilmiştir [89]. İnterpolasyon metotları lattice 1 (ana yön) ve lattice 5 (ara yön) için gösterilmiştir. Ana yönlerde formülasyonlar 1 boyutludur, fakat ara yönlerde formülasyonlar 2 boyutludur. Bu interpolasyon metotlarına detaylı incelersek;

5.1.1. Doğrusal interpolasyon (Dİ)

Doğrusal interpolasyon adında anlaşılacağı gibi 1. dereceden bir interpolasyon metodudur. Ana yönlerde (Denklem 5.1) 1 boyutludur ve iki terime sahiptir (2 ilerleme değeri). Ara yönlerde (Denklem 5.2) 2 boyutludur ve dört terime sahiptir (4 ilerleme değeri).



(a) Lattice - 1

(b) Lattice - 5



Hesaplanmak istenen nokta



İlerleme sonrası elde edilen değeri bilinen nokta

Şekil 5.2. Doğrusal interpolasyon şematik resmi

$$P(x) = \sum_{m=0}^1 \prod_{\substack{p=0 \\ p \neq m}}^1 \frac{x - x_p}{x_m - x_p} P(x_m) \quad (5.1)$$

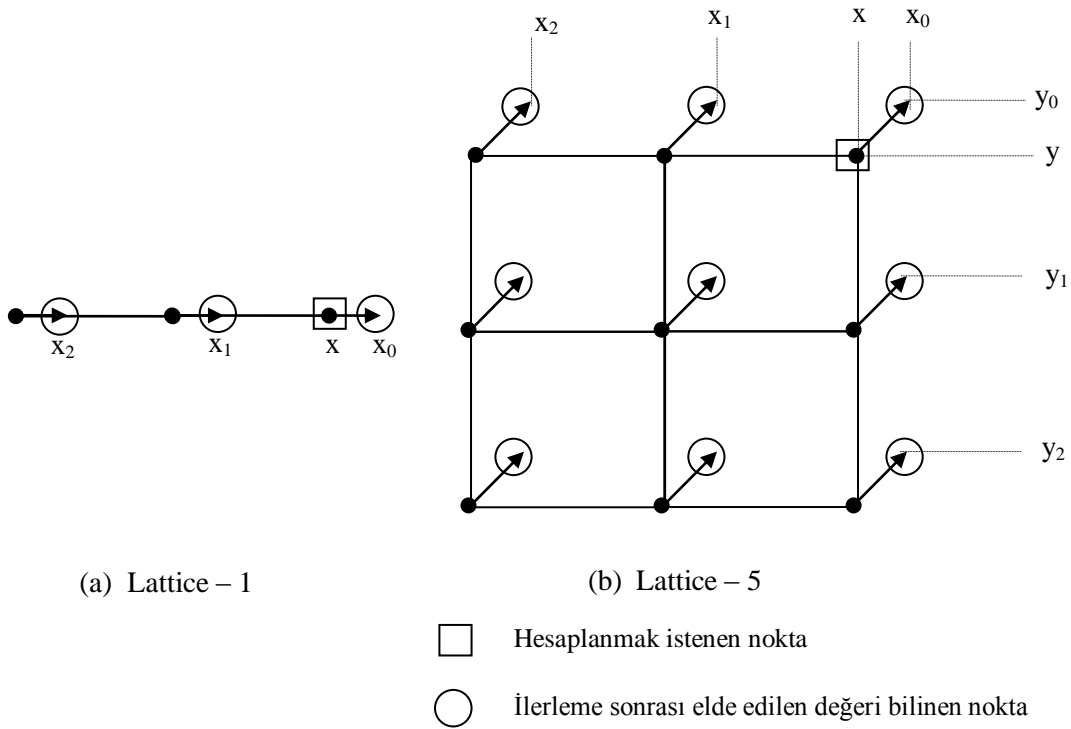
$$P(x, y) = \sum_{m=0}^1 \sum_{n=0}^1 \prod_{\substack{p=0 \\ p \neq m}}^1 \frac{x - x_p}{x_m - x_p} \prod_{\substack{q=0 \\ q \neq n}}^1 \frac{y - y_q}{y_n - y_q} P(x_m, y_n) \quad (5.2)$$

5.1.2. İkinci dereceden upwind interpolasyonu (İUP)

İkinci dereceden upwind interpolasyonu adında anlaşılacağı gibi 2. dereceden bir interpolasyon metodudur. Ana yönlerde (Denklem 5.3) 1 boyutludur ve üç terime sahiptir (3 ilerleme değeri). Ara yönlerde (Denklem 5.4) 2 boyutludur ve dokuz terime sahiptir (9 ilerleme değeri).

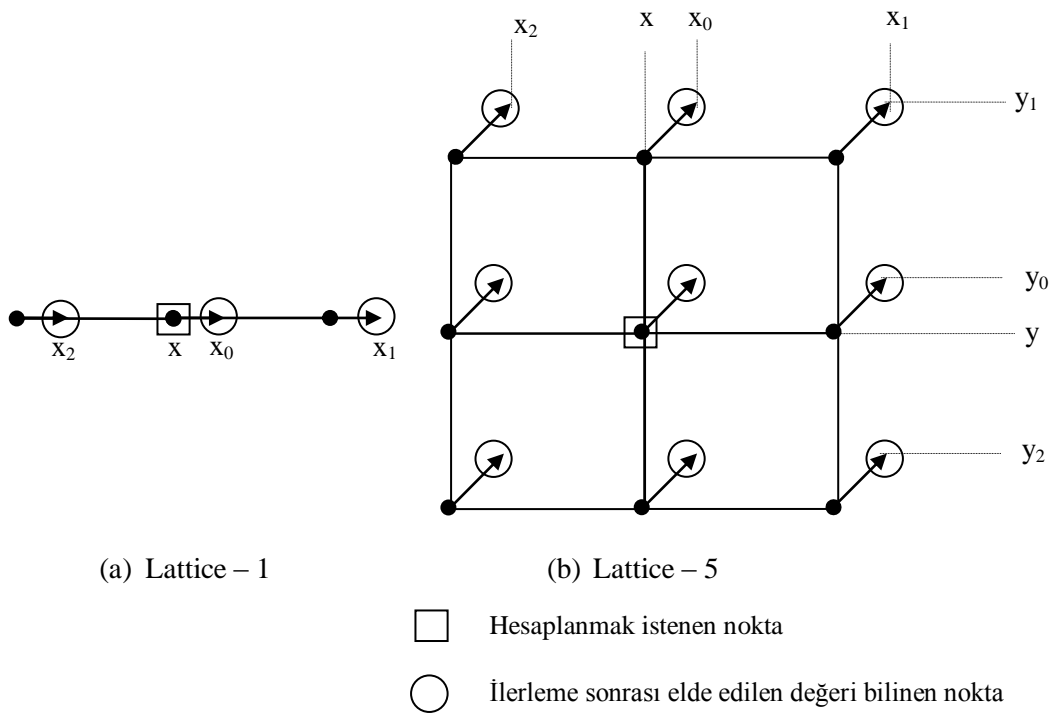
$$P(x) = \sum_{m=0}^2 \prod_{\substack{p=0 \\ p \neq m}}^2 \frac{x - x_p}{x_m - x_p} P(x_m) \quad (5.3)$$

$$P(x, y) = \sum_{m=0}^2 \sum_{n=0}^2 \prod_{\substack{p=0 \\ p \neq m}}^2 \frac{x - x_p}{x_m - x_p} \prod_{\substack{q=0 \\ q \neq n}}^2 \frac{y - y_q}{y_n - y_q} P(x_m, y_n) \quad (5.4)$$



Şekil 5.3. İkinci dereceden upwind interpolasyon şematik resmi

5.1.3. Merkez interpolasyonu



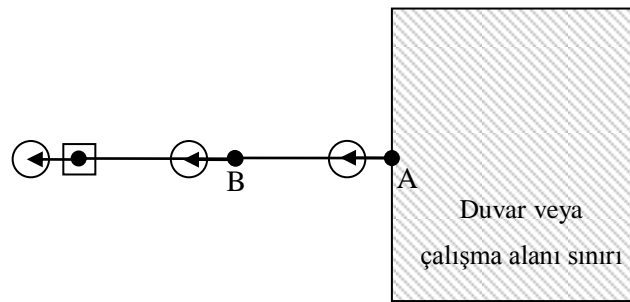
Şekil 5.4. Merkez interpolasyon şematik resmi

Merkez interpolasyon 2. dereceden bir interpolasyon metodudur. Ana yönlerde (Denklem 5.3) 1 boyutludur ve üç terime sahiptir (3 ilerleme değeri). Ara yönlerde (Denklem 5.4) 2 boyutludur ve dokuz terime sahiptir (9 ilerleme değeri). Bu metodun 2. dereceden upwind interpolasyonundan farklı kılan özellik bulmak istenen nokta ve değerleri alınan ilerleme sonrası yerleridir.

5.1.4. Sınır bölgelerinde interpolasyon durumu

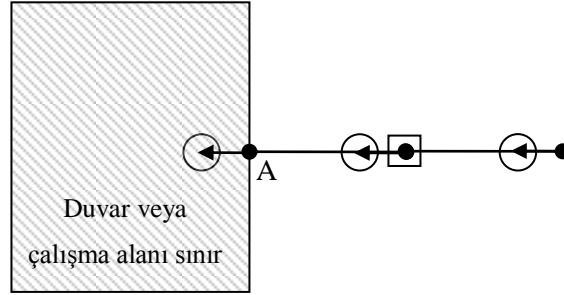
Akış bölgelerinde interpolasyon metotlarında herhangi bir özel uygulamaya gerek yoktur. Fakat duvarın içindeki noktalarda veya çalışma alanı dışındaki noktalarda yoğunluk dağılım fonksiyonu ve makroskopik değerler olmadığı için (duvarlarda ve çalışma alanı sınırlarında yoğunluk dağılım fonksiyonu ve makroskopik değerler vardır), çalışma alanında uygulanan interpolasyon metoduna göre duvar veya çalışma alanı sınırlarında, çalışma alanında kullanılan interpolasyon metotlarından farklı interpolasyon metotları kullanılır. Çalışma alanı veya duvar sınırlarında kullanılan interpolasyon metotları, çalışma alanı ve duvarın konumuna ve latticelerin yönüne bağlıdır.

Eğer çalışma alanı içinde ikinci dereceden upwind interpolasyon yapılırsa, Şekil 5.5’ da gözüken A noktasında interpolasyon yapmaya gerek yoktur, çünkü bu nokta sınır koşullarında telafi edilir. B noktasında ise, ikinci dereceden upwind interpolasyon yapmak imkânsızdır, çünkü interpolasyon duvar içindeki bir nokta ile ilişkili olmak zorundadır. Bunun için B noktasında ya doğrusal (1. derece) ya da merkez (2. derece) interpolasyon yapılmak zorundadır.



Şekil 5.5. Sınır bölgelerindeki özel uygulamalar – çalışma alanında ikinci dereceden upwind interpolasyonu

Eğer çalışma alanında merkez interpolasyon yapılırsa, Şekil 5.6’ da gözüken A noktasında merkezi interpolasyon yapmak imkânsızdır. Bu nedenle bu noktada doğrusal (1.derece) veya 2.dereceden upwind (2. derece) interpolasyonu yapılmak zorundadır.



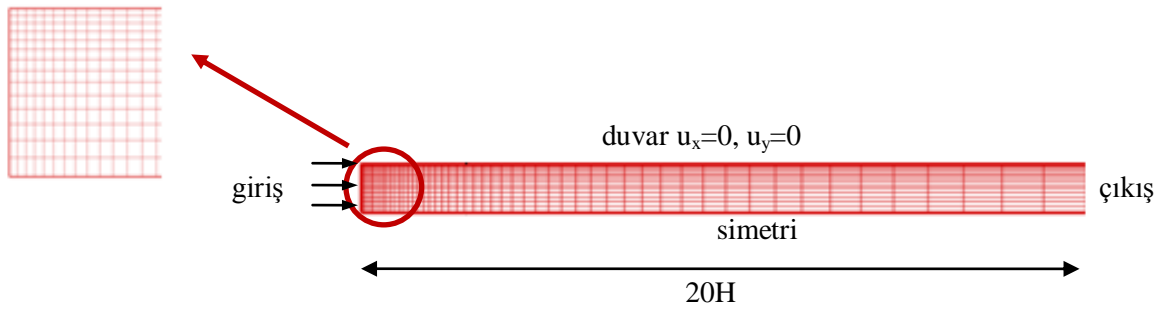
Şekil 5.6. Sınır bölgelerindeki özel uygulamalar – çalışma alanında merkez interpolasyonu

5.2. Örnek Uygulamalar

İnterpolasyon İlaveli LBM kod düzenlenmesinden sonra, bu metodu doğrulamak için $Re=200$ ' de kanal akışı, $Re=200$ ' de kare çalışma alanında kapak tahrikli akış ve $Re=530$ ' da kanal akışı içine konulan üçgen engel konularak çözümler yapıldı. Kanal içine konuşan üçgen geometri hem simetrik (zamandan bağımsız) hem de tam çalışma alanında (zamana bağımlı) şekilde modellendi. Yapılan çalışmalar ticari kod olan Fluent ile doğrulandı. Bununla birlikte, doğrulama çalışmalarında her çalışma için LBM' de kullanılan ağ yapısı ile Fluent' te kullanılan ağ yapısı aynıdır.

5.2.5. Kanal akışı ($Re=200$)

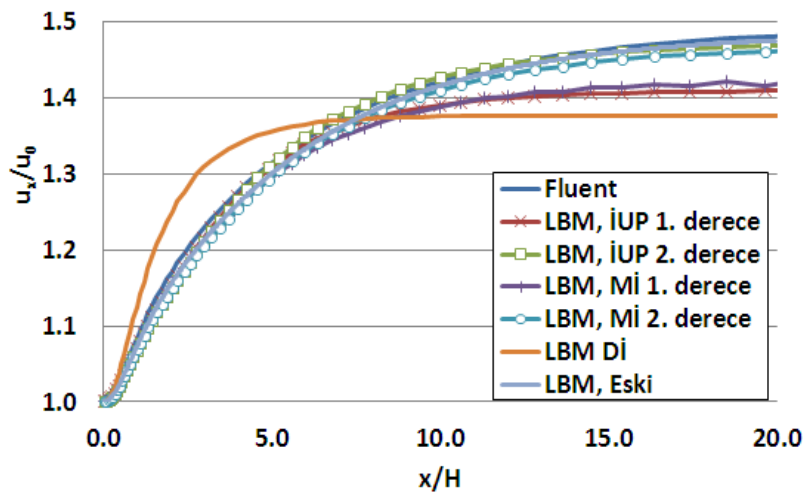
Kanal akışı $Re=200$ 'de çözüldü ve simetrik modellendi. Giriş hızı ise blok hız profili olarak verildi. Ağ yapısı ise x doğrultusunda 60 tane ağ kullanıldı ve açılma oranı 1.06 dır y doğrultusunda ise, 14 tane ağ kullanıldı ve açılma oranı 1.08' dir. Ağ yapısı üst duvarda ve girişte sıkı ağ yapısından giderek seyrekleştirilmiştir.



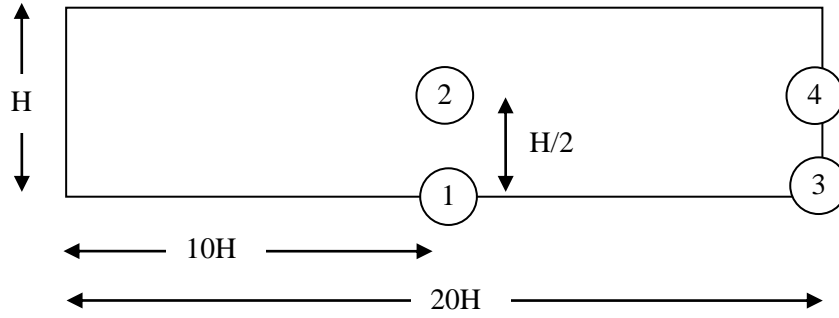
Şekil 5.7. Kanal akışı şematik resmi ve ağ yapısı

Şekil 5.8' de simetri çizgisinde boyutsuz aksenal hızın dağılımı gösterilmiştir. Bu grafikte de LBM doğrusal interpolasyondan elde edilen sonuçlar Fluent ve eski LBM sonuçlarından çok uzaktır. Fakat LBM ikinci dereceden upwind ve merkezi interpolasyonun 2. dereceden sınır noktaları uygulanması durumunda sonuçlar Fluent ve eski LBM sonuçları ile çok yakın çıkmıştır. Fakat bu iki interpolasyonun 1. dereceden sınır uygulama durumunda sonuçlar gerçeklikten uzaktır.

Kanal akışında dört nokta için yakınsama davranışı incelendi. Yakınsama davranışı incelenen noktalar Şekil 5.9' da gösterildi. Simetri çizgisinde olan noktalarda (1 ve 3) sadece x yönündeki hızların yakınsama davranışları incelendi, çünkü simetri çizgisi üzerinde y yönündeki hızlar sıfırdır ve çözüm boyunca değişmeyecektir. 2 ve 4 noktalarında x ve y yönündeki hızların yakınsama davranış karakterlerine bakıldı.

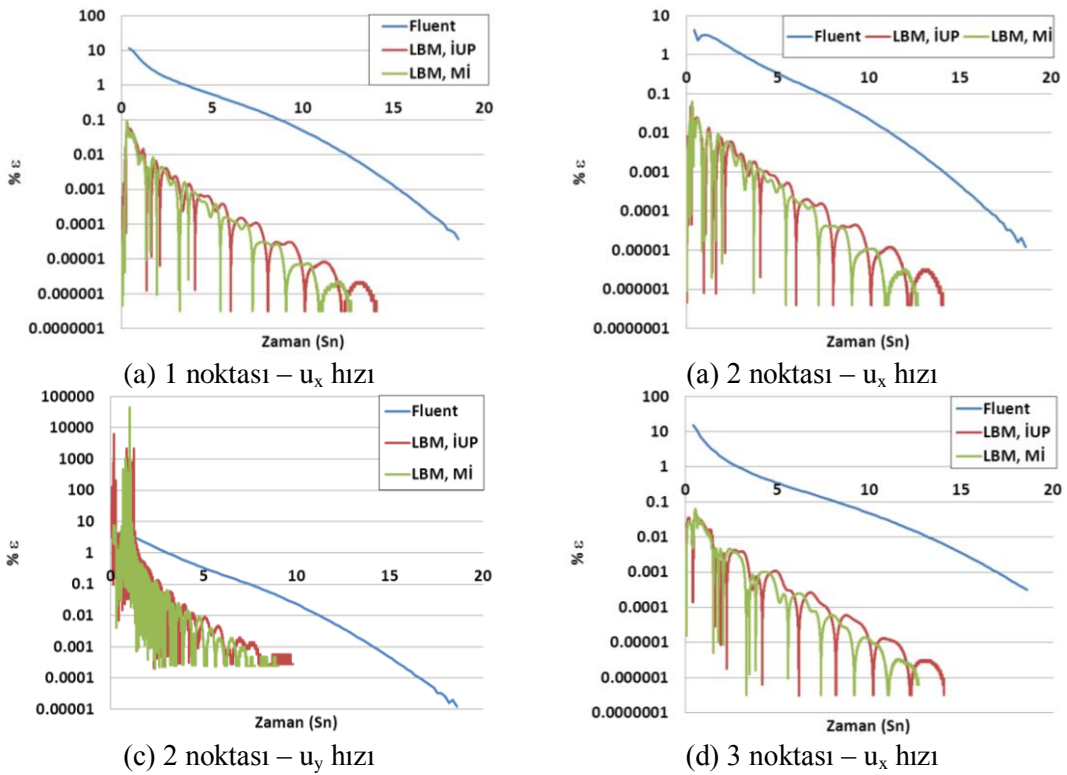


Şekil 5.8. Boyutsuz aksenal hızın (u_x/u_0) simetri çizgisindeki dağılımı (Re=200)

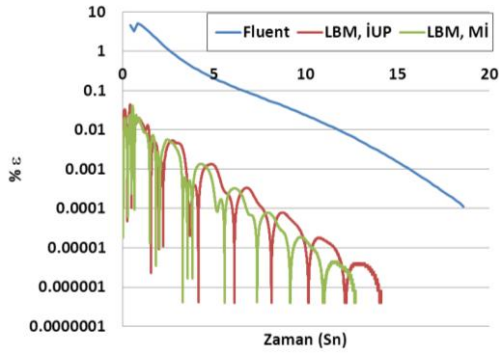
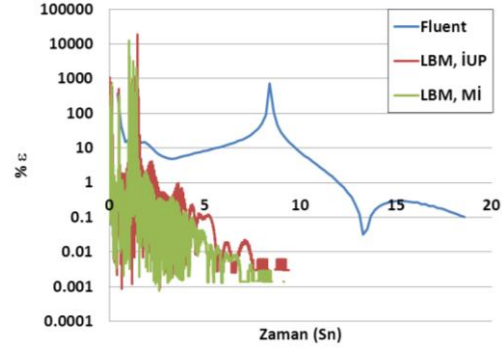


Şekil 5.9. Kanal akışında yakınsama davranışları incelenen noktalar

Şekil 5.10' da gösterilen yakınsama davranışlarına sonuçlarına göre, bütün noktalardaki LBM da yapılan interpolasyonlu çözümler Fluent çözümlerinden erken yakınsamışlardır.



Şekil 5.10. Kanal akışında yakınsama davranışı sonuçları

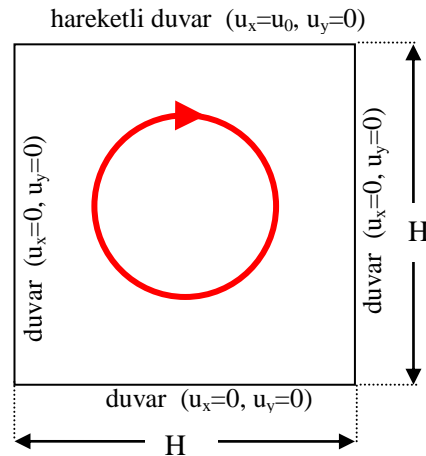
(e) 4 noktası – u_x hızı(f) 4 noktası – u_y hızı

Şekil 5.10. (devam) Kanal akışında yakınsama davranışı sonuçları

5.2.2. Kare Çalışma Alanında Kapak Tahrikli Akış ($Re=200$)

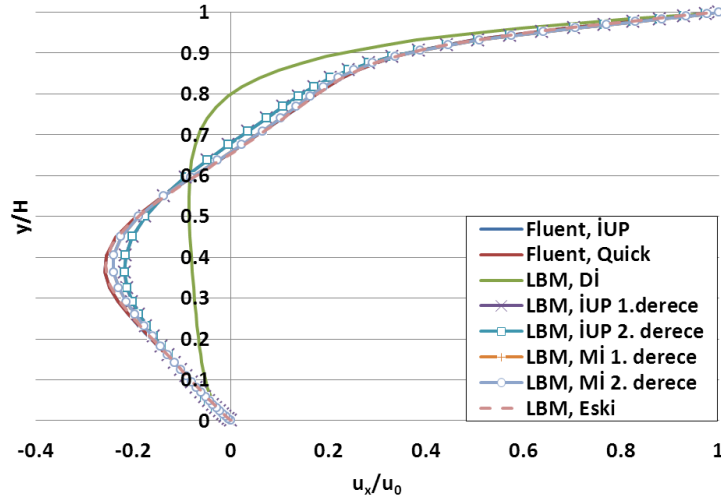
Şekil 5.11’ de gösterildiği gibi çalışma alanı kare şeklindedir. Çalışma alanının batı, güney ve doğu çizgileri hareketsiz duvar olarak tanımlanmıştır. Kuzey çizgi ise hareketli duvardır ($u_x=u_0$). Çözümler $Re=200$ ’ de yapıldı.

LBM’ deki çözümler bütün interpolasyon çeşitlerinde yapıldı, ayrıca ikinci dereceden upwind ve merkez interpolasyon durumlarında sınır noktalarında uygulanan 1. ve 2. dereceden interpolasyon metotları ayrı ayrı kullanıldı. Fluent çözümlerinde ise iki farklı ayrıklaştırma şeması kullanıldı, bunlar; ikinci dereceden upwind ve quick şemalarıdır. LBM ve Fluent yeni çözümlerinde kullanılan ağ yapısı aynıdır (50×50). Eski LBM çözümlerinde 100×100 ağ yapısı kullanılmıştır, ağ yapısı yani dörtte bir oranına düşürülmüştür.



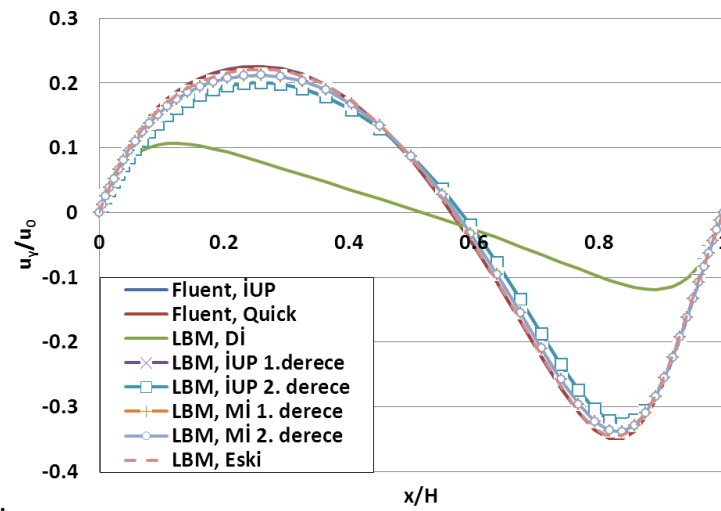
Şekil 5.11. Kare çalışma alanında kapak tahrikli akışın şematik gösterimi

Şekil 5.12' de $x=H/2$ ' deki dikey kesitte boyutsuz x yöndeki hızın dağılım grafiği verilmiştir. LBM doğrusal interpolasyondan elde edilen sonuçlar Fluent ve eski LBM sonuçlarından farklı çıkmıştır. LBM' de hem ikinci derece upwind interpolasyon hemde merkezi interpolasyon ile yapılan benzetimlerdeki sonuçlar Fluent ve eski LBM sonuçları ile çok yakın çıkmıştır.



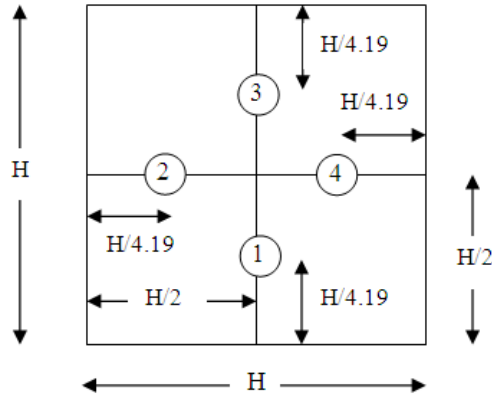
Şekil 5.12. $x=H/2$ ' deki dikey kesitte boyutsuz x yöndeki hızın dağılım grafiği (Re=200)

Aynı durum $y=H/2$ ' deki yatay kesitte boyutsuz y yöndeki hızın dağılım grafiğinde de (Şekil 5.13) gözükmemektedir.

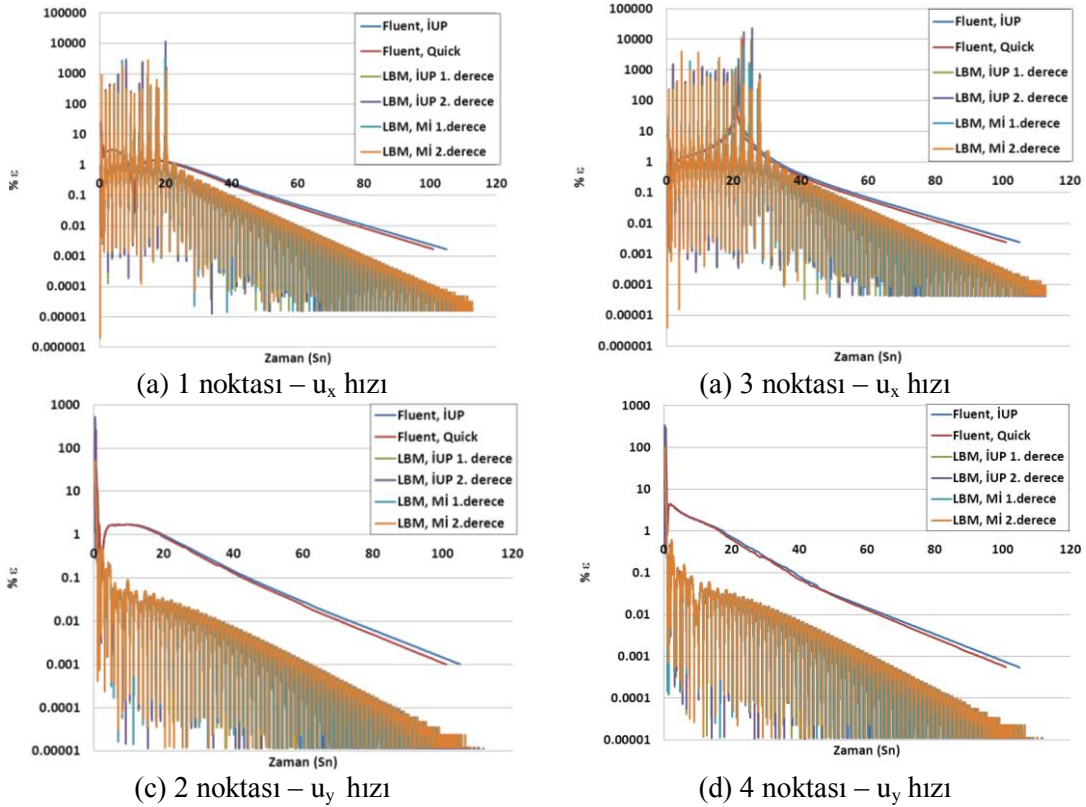


Şekil 5.13. $y=H/2$ ' deki yatay kesitte boyutsuz y yöndeki hızın dağılım grafiği (Re=200)

Ayrıca kare çalışma alanında kapak tahrikli akışta dört noktada yakınsama davranışları incelendi. Bu noktalar Şekil 5.14’ de gösterilmiştir. $X=H/2$ ’ de bulunan 1 ve 3 noktasında x hızı değişimi ve $Y=H/2$ ’ de bulunan 2 ve 4 noktasında y hızı değişimi bakılmıştır. Yakınsama davranışı yüzde hata olarak belirlendi (Denklem 3.59). Bütün durumlarda LBM çözümleri Fluent çözümlerinde hızlı yakınsamıştır

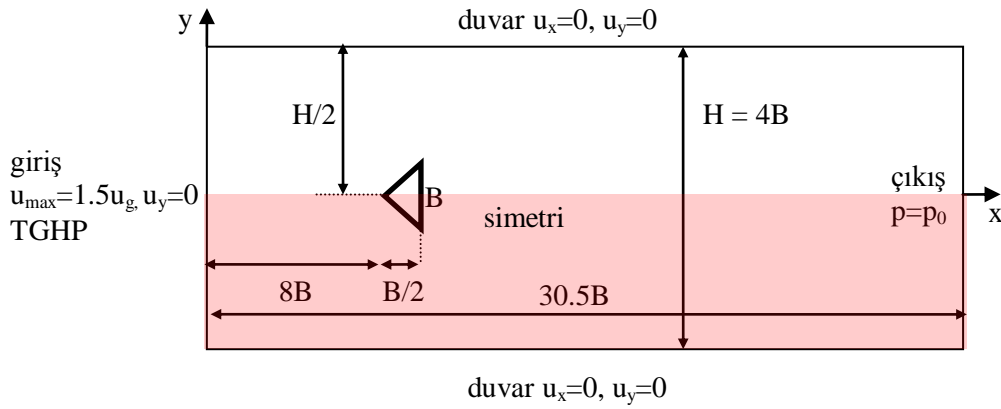


Şekil 5.14. Kare çalışma alanında kapak tahrikli akışta yakınsama davranışını değerlendirilen noktalar



Şekil 5.15. Kare çalışma alanında kapak tahrikli akışta yakınsama davranışı

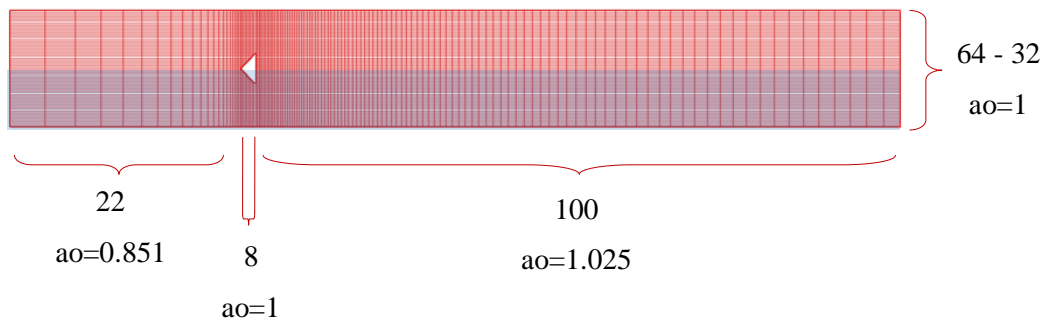
5.2.3. Kanal içinde üçgen engel konulması ($Re=533$)



Şekil 5.16. Kanal akışında üçgen engel konulmasının şematik resmi

Kanal akışı içine üçgen bir engel konularak $Re=530$ ' te benzetim yapıldı. Bu benzetim olarak hem simetrik hem de tam olarak modellendi. Modelleme simetrik olduğu zaman problem zamandan bağımsız, model tam olduğu zaman ise problem zamana bağlı olmaktadır. Bu modelin şematik resmi Şekil 5.16' da gösterildi.

Kullanılan ağ yapısında, üçgen sol tarafında hız tam gelişmiş hız profili olarak verildiği için bu noktada kaba fakat iç geometriye doğru sıklaşan ağ yapısı kullanıldı. Üçgen çevresinde üçgen genişliği 8 ağ ($ao=1$) ile tanımlandı. Üçgen sonunda ise giderek açılan ağ kullanıldı. Y doğrultusunda ise tam modelde 64, simetrik modelde 32 eleman kullanıldı. Böylelikle üçgen yüksekliği 16 ağ ile gösterildi. Tam modelde 130×64 , simetrik modelde 130×32 ağ kullanıldı.

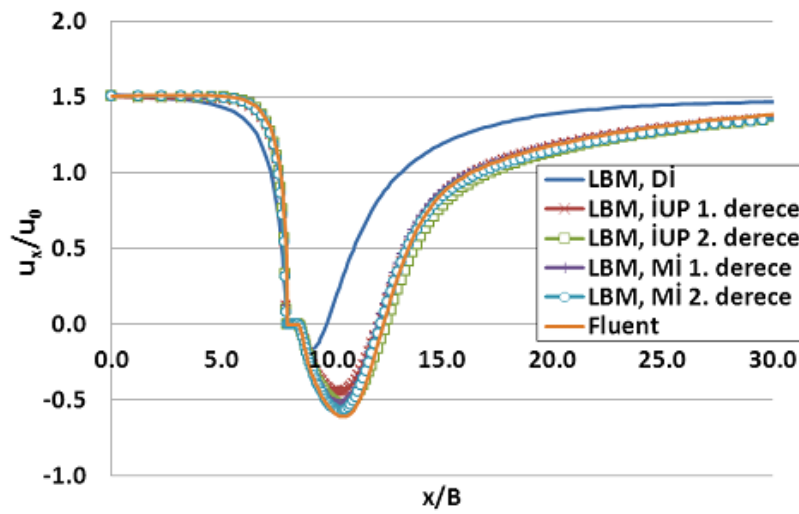


Şekil 5.17. Kanal akışında üçgen engel konulmasının ağ konfigürasyonu

Sonuçlar hem simetrik model hem de tam model için ayrı ayrı gösterilecektir.

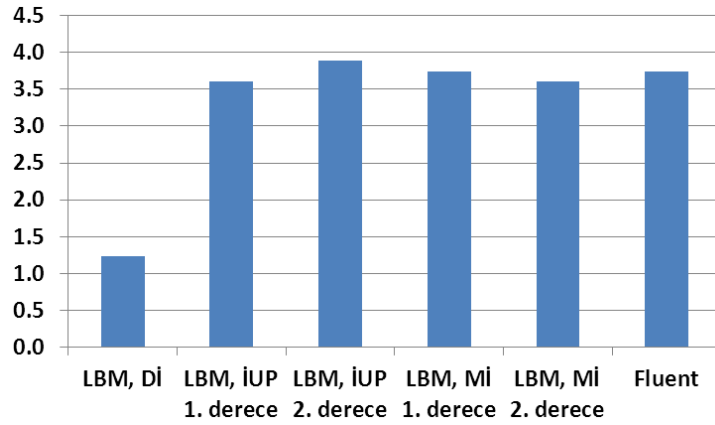
Simetrik modelleme:

Şekil 5.18’ de simetrik modellemede, simetri çizgisinde boyutsuz x hızının değişimi gösterildi. LBM doğrusal interpolasyon ile yapılan çözümler Fluent ve eski LBM sonuçlarına benzememektedir, fakat LBM ikinci dereceden upwind ve merkezi interpolasyon sonuçları, Fluent ve eski LBM sonuçları ile uygundur.



Şekil 5.18. Simetri çizgisinde boyutsuz x hızının değişimi

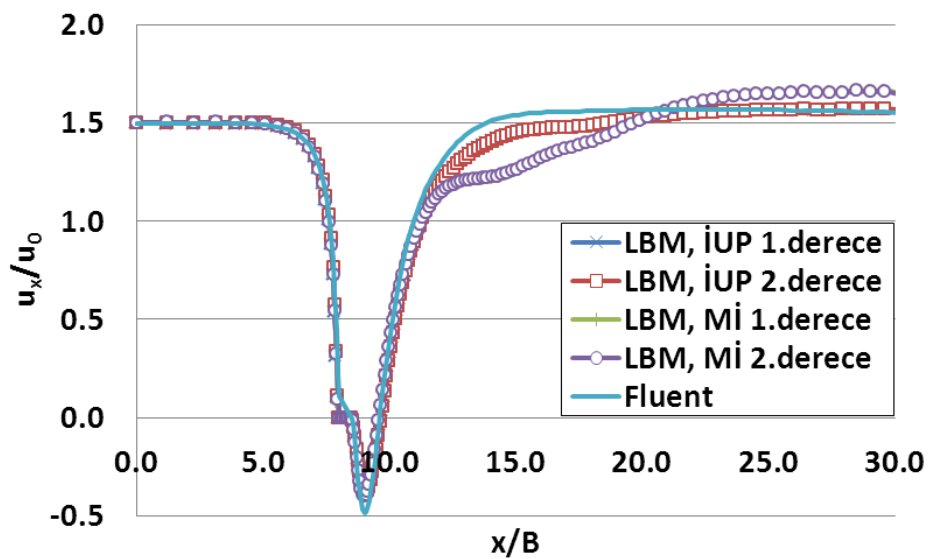
Üçgen engel sonrası eksi hızlardan dolayı döngüler meydana gelmektedir. Döngü uzunluk tahmini hem Fluent hem de LBM benzetimleri için Şekil 5’19’ da verildi. LBM doğrusal interpolasyon sonucu diğer LBM ve Fluent sonuçlarından küçük çıkmıştır. Fakat diğer LBM benzetimleri sonuçları, Fluent sonucu ile çok büyük derecede uyum göstermektedir.



Şekil 5.19. Üçgen engel sonrası oluşan döngü uzunlukları

Tam Modelleme:

Önceden de belirtildiği gibi tam modellemede $Re=530$ ' te zamana bağımsız bir durum oluşmaktadır. Bu nedenle üçgen üzerinde gelen kaldırma kuvveti ve direnç kuvvetleri periyodik bir davranış sergilemektedir. Bu nedenle simetri çizgisinde alınan x yönündeki boyutsuz hızın değişimleri zaman ortalaması alınmış (Şekil 5.20) halde verildi. Kaldırma kuvveti periyodu direnç kuvveti periyodunun iki katıdır, bu nedenle zaman ortalaması alınmış değerler kaldırma kuvveti periyodu dikkate alınarak elde edilmiştir.



Şekil 5.20. Simetri çizgisinde periyot ortalaması alınmış boyutsuz x hızının değişimi

LBM ikinci dereceden upwind interpolasyon sonuçları ile Fluent sonuçları tam benzerlik göstermemekle beraber, tatmin edici bir benzerlik göstermektedir. Fakat LBM merkezi interpolasyon sonuçları Fluent sonuçlarından farklı çıkmıştır. Bu nedenle ileriki çalışmalarda LBM’ de ikinci dereceden upwind interpolasyonu kullanılması daha doğru olacaktır.

Bir kaldırma periyodun çözme süreleri Fluent’ te 700sn iken LBM çözümlerinde 26-27sn civarındadır. Başka bir değişle, LBM çözüm süresi Fluent çözüm süresinden 26 kat daha hızlıdır.

BÖLÜM 6. KAVISLİ DUVARLARIN LBM' DE DAHA HASSAS MODELLENMESİ

Bu bölümde asıl amaç; kavisli (curved) duvarlarda kaymama (no-slip) sınır koşulunu hassas bir şekilde uygulamaktır. Klasik LBM'de, kanal akışı içine konulan üçgen prizma duvarları merdiven şeklinde tanımlanıyordu. Bu durumu geliştirmek ve kavisli duvarları daha hassas yapmak için üç metot koda eklenip test edildi. Uygulanan metotlar,

- Ekstrapolasyon metodu [48]
- Filippova- Hänel (FH) metodu [44]
- Mei-Luo-Shyy (MLS) metodu [49]

Test edilen sınır koşullarını detaylı bir şekilde anlatmadan önce, kullanılan üç metoda ait ortak notasyon belirlendi ve kullanıldı.

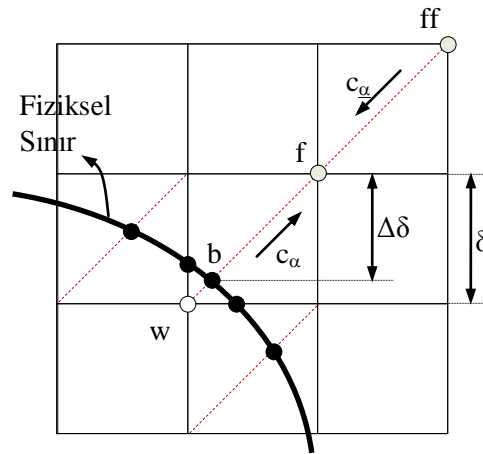
Lattice Boltzmann Metodunda bilindiği gibi temelde iki adım vardır. Bunlar sırası ile çarpışma (Denklem 6.1) ve ilerleme (Denklem 6.2) adımlarıdır.

$$\tilde{f}_\alpha(x, t) = f_\alpha(x, t) - \zeta^{-1} (f_\alpha(x, t) - f_\alpha^{eq}(x, t)) \quad (6.1)$$

$$f_\alpha(x + c_\alpha \Delta t, t + \Delta t) = \tilde{f}_\alpha(x, t) \quad (6.2)$$

Denklemlerden de anlaşılacağı gibi \tilde{f}_α çarpışma sonrası dağılım fonksiyonudur. Ayrıca ζ bir çarpışmanın gerçekleştiği zamandır (relaxation time).

Şekilde, duvar (w), fiziksel sınır (b), ilk akışkan noktası (f), ve ikinci akışkan noktası (ff) ile belirtilmiştir.



Şekil 6.1. Kavisli duvar için şematik resim [44,48,49]

Denklem 6.3' te fiziksel sınır koşulunun nerede olacağı kesirli ifade (Δ) ile belirtilmiştir. Fiziksel sınırın belirlenmesi, üç sınır koşulu metodu için önemlidir, çünkü belirlenen fiziksel sınır'a göre her metot farklı davranışlar göstermektedir.

$$\Delta = \frac{|x_f - x_b|}{|x_f - x_w|} \quad (6.3)$$

Ayrıca Şekil 6.1' e dikkat edildiğinde duvardan akışkana bakan dağılım fonksiyonlarının yönleri (α), akışkandan duvara bakan dağılım fonksiyonlarının yönleri ($\underline{\alpha}$) şeklinde alınmıştır.

$$c_\alpha = -c_{\underline{\alpha}} \quad (6.4)$$

6.1. Ekstrapolasyon Metodu

Duvarlarda kaymama sınır koşulu tanımlanırken, sadece eşdeğer dağılım fonksiyonu kullanmak hassaslığı düşüren bir etkendi ve yüksek Reynolds sayıları için uygun değildi. Bu nedenle kaymama sınır koşulu uygulandığı zaman eşdeğer olmayan dağılım fonksiyonu da dikkate alınmalıdır. Bu nedenle Chen ve arkadaşları eşdeğer olmayan dağılım fonksiyonun hesaba katıldığı bir ekstrapolasyon metodu önermiştir [47]. Daha sonraki yıllarda Guo ve Zheng bu metodu geliştirerek yeni bir ekstrapolasyon metodu önermişlerdir. [48]. Bu metodu daha detaylı anlatırsak;

Ekstapolasyon metodunun asıl amacı duvar noktasında (w), çarpışma sonrası dağılım fonksiyonunu ($\tilde{f}_\alpha(x_w, t)$) bulmaktır. Bulunmak istenen dağılım fonksiyonunun yönü (c_α) akışa bakmaktadır. Bununla beraber, bilindiği üzere dağılım fonksiyonları eşdeğer ve eşdeğer olmayan dağılım fonksiyonuna ayrılırlar.

$$f_\alpha(x, t) = f_\alpha^{eq}(x, t) + f_\alpha^{ne}(x, t) \quad (6.5)$$

Akışa yönüne bakan eşdeğer dağılım fonksiyonunu tayin etmek için, duvarda hayali bir eşdeğer dağılım fonksiyonu ($\bar{f}_\alpha^{eq}(x_w, t)$) tanımlanır.

$$\bar{f}_\alpha^{eq}(x_w, t) = \left[\bar{\rho}_w + \rho_0 \left(\frac{c_\alpha \cdot \bar{u}_w}{c_s^2} + \frac{(c_\alpha \cdot \bar{u}_w)^2}{2c_s^2} - \frac{\bar{u}_w^2}{2c_s^2} \right) \right] \quad (6.6)$$

Hayali eşdeğer dağılım fonksiyonunda, duvar yoğunluğu ($\bar{\rho}_w$) ve duvar hızı (\bar{u}_w) tayin edilmiştir. Duvardaki yoğunluk fiziksel sınırdan bağımsız olarak ilk akışkan noktasındaki değer alınır.

$$\bar{\rho}_w = \rho(x_f) \quad (6.7)$$

Duvardaki hız fiziksel sınırın durumuna göre değişmektedir. Bunun için ilk olarak duvar birinci (u_{w1}) ve ikinci (u_{w2}) hızı tanımlanmıştır;

$$u_{w1} = (u_b + (\Delta - 1)u_f) / \Delta \quad (6.8)$$

$$u_{w2} = (2u_b + (\Delta - 1)u_{ff}) / (1 + \Delta) \quad (6.9)$$

Duvardaki hız, fiziksel sınırın değişimine göre hesaplanır;

$$\bar{u}_w = u_{w1}, \quad \text{olduğu zaman } \Delta \geq 0.75 \quad (6.10)$$

$$\bar{u}_w = \Delta u_{w1} + (1 - \Delta)u_{w2}, \quad \text{olduğu zaman } \Delta < 0.75 \quad (6.11)$$

Aynı şekilde akış yönüne bakan (c_α) eşdeğer olmayan dağılım fonksiyonu ise şu şekilde hesaplanır;

$$f_\alpha^{ne}(x_w, t) = f_\alpha^{ne}(x_f, t), \quad \text{olduğu zaman } \Delta \geq 0.75 \quad (6.12)$$

$$f_\alpha^{ne}(x_w, t) = \Delta f_\alpha^{ne}(x_f, t) + (1 - \Delta) f_\alpha^{ne}(x_{ff}, t), \quad \text{olduğu zaman } \Delta < 0.75 \quad (6.13)$$

Son olarak, duvarda (w), dağılım fonksiyonunu elde etmek için, eşdeğere dağılım fonksiyonu ile eş değer olmayan dağılım fonksiyonu Denklem 6.14' teki gibi birleştirilir.

$$\tilde{f}_\alpha(x_w, t) = \bar{f}_\alpha^{eq}(x_w, t) + (1 - \zeta^{-1}) f_\alpha^{ne} \quad (6.14)$$

6.2. Filippova – Hänel (FH) ve Mei – Luo – Shyy (MLS) Metodu

Filippova – Hänel (FH) ve Mei – Luo – Shyy (MLS) yöntemlerindeki asıl amaç extrapolasyon yönteminde olduğu gibi duvarda çarpışma sonrası dağılım fonksiyonunu ($\tilde{f}_\alpha(x_w, t)$) bulmaktır. Bulunmak istenen dağılım fonksiyonu akış yönüne (c_α) bakmaktadır.

Duvarda (w) çarpışma sonrası dağılım fonksiyonu şu şekilde tanımlanır;

$$\tilde{f}_\alpha(x_w, t) = (1 - \chi) f_\alpha(x_f, t) + \chi f_\alpha^*(x_f, t) - 2w_i \rho \frac{3}{c_\alpha^2} (c_\alpha \cdot u_b) \quad (6.15)$$

Ekstrapolasyon metodunda olduğu gibi hayali bir eşdeğer dağılım fonksiyonu hesaplanır. Fakat bu hayali eşdeğer fonksiyonun yönü duvar yönüne (e_α) bakmaktadır ve ilk akışkan noktasında (f) $f_\alpha^*(x_f, t)$ bulunmaktadır.

$$f_\alpha^* = \left[\rho_f + \rho_0 \left(\frac{3}{c_\alpha^2} \bar{c}_\alpha \cdot u_{bf} + \frac{9}{2c_\alpha^4} (\bar{c}_\alpha \cdot u_f)^2 - \frac{3}{2c_\alpha^2} u_f \cdot u_f \right) \right] \quad (6.16)$$

Ayrıca eş değer dağılım fonksiyonunda görüldüğü gibi u_{bf} ve χ değerleri bulunur. Bu değerlerin değişimi hem FH ve MLS yöntemlerine hem de fiziksel sınırın durumuna göre değişir. Hız değeri olan u_{bf} , duvar sınırı ile akışkan arasındaki hızı tayin eder.

– Filippova – Hänel (FH) yöntemi:

$$u_{bf} = \frac{1}{\Delta}(\Delta-1)u_f + \frac{1}{\Delta}u_b \text{ ve } \chi = \frac{2\Delta-1}{\zeta}, \quad \text{olduğu zaman } \Delta \geq 0.5 \quad (6.17)$$

$$u_{bf} = u_f \text{ ve } \chi = \frac{2\Delta-1}{\zeta-1}, \quad \text{olduğu zaman } \Delta < 0.5 \quad (6.18)$$

– Mei – Luo – Shyy (MLS) yöntemi:

$$u_{bf} = \left(\frac{1-\Delta}{1+\Delta}\right)u_{ff} + \frac{2(\Delta-1)}{\Delta}u_f + \frac{2}{\Delta(1+\Delta)}u_b \text{ ve } \chi = \frac{2\Delta-1}{\zeta}, \quad \text{olduğu zaman } \Delta \geq 0.5 \quad (6.19)$$

$$u_{bf} = u_{ff} \text{ ve } \chi = \frac{2\Delta-1}{\zeta-2}, \quad \text{olduğu zaman } \Delta < 0.5 \quad (6.20)$$

6.3. Örnek Uygulamalar

Detayları anlatılan üç tane kavisli duvarlarda kaymama sınır koşulu metodu 2 tane temel problem için test edildi ve karşılaştırıldı. Bu problemler eğimli kanalda akış (eğim=45°) ve simetri çözülen kanal akışı içindeki üçgen prizmalı akıştır.

Çözülen iki akışın doğrulanması için, çözümler ticari Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği kodu olan Fluent ile de yapılmıştır.

6.3.1. 45° eğimli kanalda akış (Re=150)

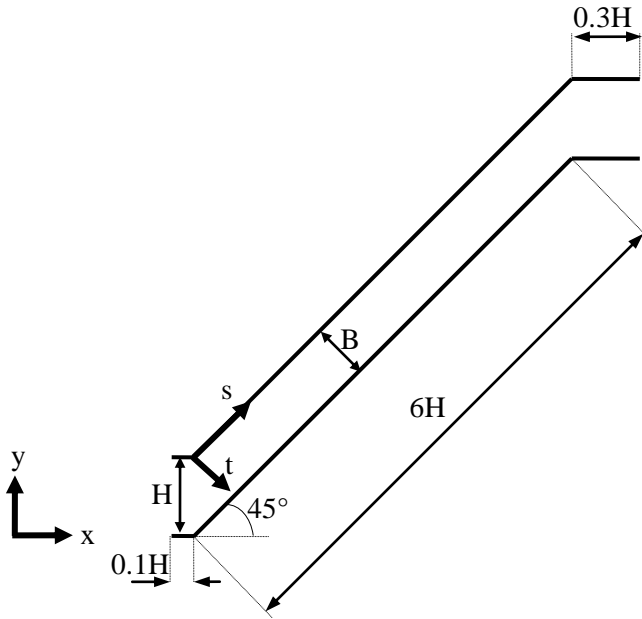
Kanal akışı, akışkanlar mekaniğinde kullanılan temel bir akıştır. Kanal akışında oluşan maksimum hız (tam gelişmiş hız) laminer akışta Reynolds sayısına bağlı

olmaksızın aynıdır. Fakat hızın tam gelişmiş hız profiline ulaşması için gerekli hidrodinamik giriş bölgesi uzunluğu Reynolds sayısı ile değişkenlikler göstermektedir. Başka bir deyişle Reynolds sayısı artıkça, hidrodinamik giriş uzunluğu bölgesi artmaktadır [68].

Bu temel akışı, 45° kavisli duvarda test etmek, bu üç metod için uygun bir akıştır. Bu akışın şematik gösterimi Şekil 6.2' de gösterilmiştir. Kullanılan Reynolds sayısı 150 dir. Reynolds sayısı aşağıdaki gibi hesaplanmıştır;

$$Re = \frac{u_0 \times 2H}{\nu} \quad (6.21)$$

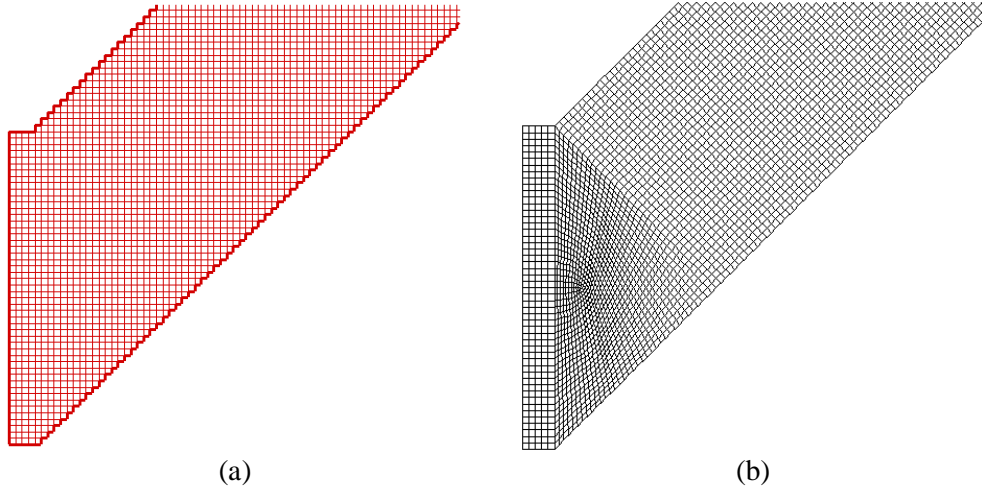
Burada u_0 girişte verilen hız değeridir.



Şekil 6.2. 45° eğimli kanalda akışın şematik gösterimi

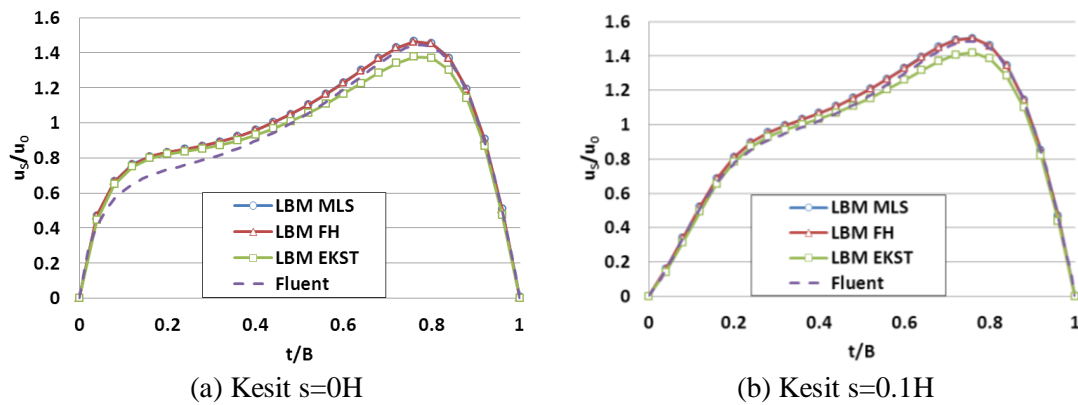
Kullanılan lattice (LBM) / sonlu elemanlar ağ sayısı kanal yüksekliği boyunca 50 lattice /sonlu elemanlar ağ sayısıdır. Lattice Boltzmann ve Fluent' te kullanılan ağ yapıları Şekil 6.3' de gösterilmiştir.

Şekil 5.4' te eğimli kanala ait boyutsuz paralel hızın, eğimli kanala dik alınan kesitlerdeki hız dağılımı gösterildi. Alınan dik kesitler eğimli kanalın başlangıcında sık şekilde alındı akışın gelişimini daha iyi bir şekilde görebilmek için. İlk kesitte

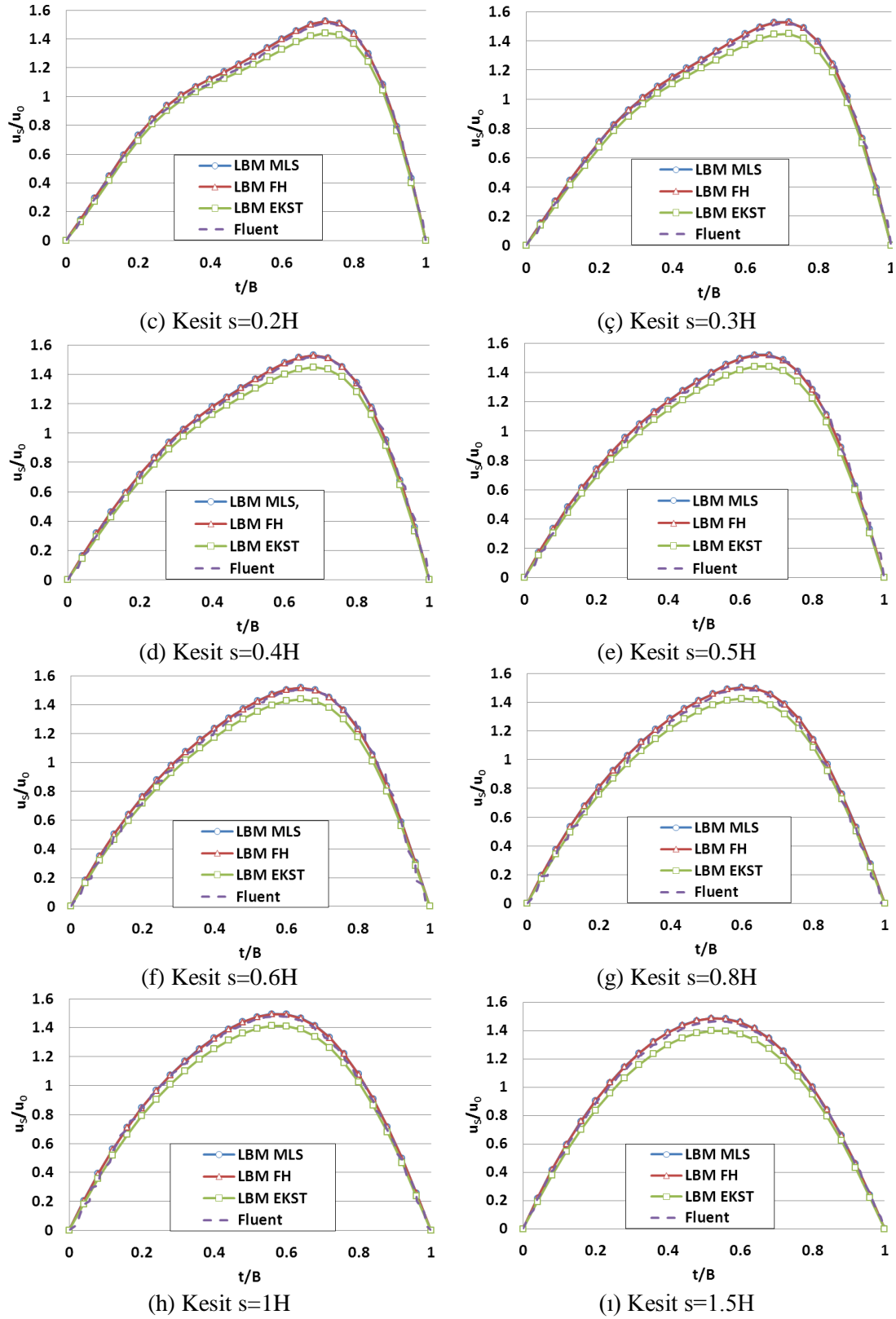


Şekil 6.3. 45° eğimli kanalda kullanılan ağ yapıları (a) LBM, (b) Fluent

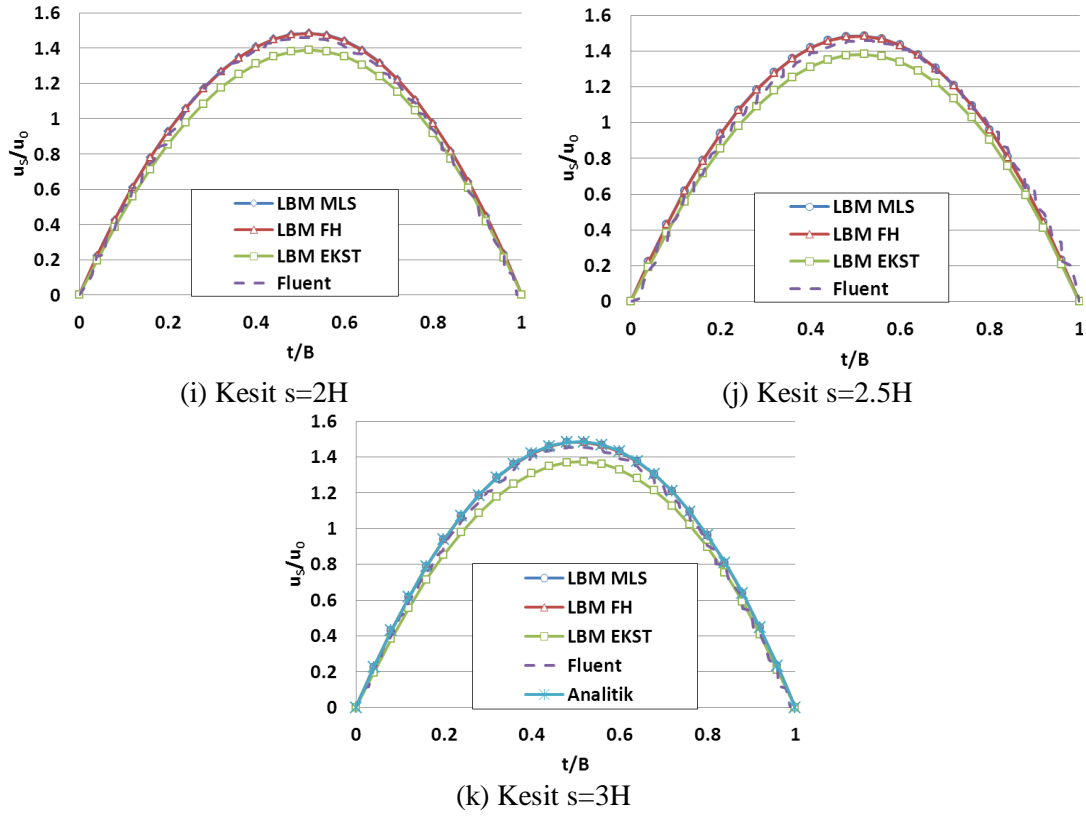
(başlangıç), kesitin alt eğimli çizgiye yakın bölümünde bütün LBM tahminleri Fluent tahminlerinden biraz fazladır, fakat kesitin üst çizgiye yakın kısımlarında LBM-FH ve LBM-MLS tahminleri Fluent ile yakın çıkmıştır, LBM EKST tahminleri ise biraz Fluent tahmininden uzak çıkmıştır. Akış gelişmeye başladıkça LBM-FH ve LBM-MLS sonuçları Fluent sonuçları ile benzerlik göstermektedir, bunun yanında LBM-EKST sonuçları biraz daha düşük çıkmıştır. Ayrıca Kesit 3H' den akışın tam olarak geliştiği (tam gelişmiş akış hız profiline ulaşıldığı) görülmektedir. Her durumda LBM-FH ve LBM-MLS tahminleri birbiri ile aynıdır.



Şekil 6.4. Eğimli kanala paralel boyutsuz hızın (u_s/u_0), kanala dik alınan kesitlerdeki dağılımı

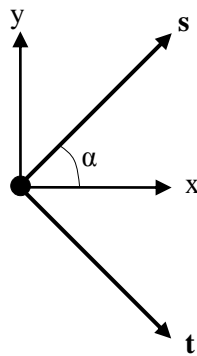


Şekil 6.4. (devam) Eğimli kanala paralel boyutsuz hızın (u_s/u_0), kanala dik alınan kesitlerdeki dağılımı



Şekil 6.4. (devam) Eğimli kanala paralel boyutsuz hızın (u_s/u_0), kanala dik alınan kesitlerdeki dağılımı

Eğimli kanala ait paralel hızı bulmak için, koordinat değişimi formülleri Denklem 6.22 ve 6.23' te verilmiştir (Şekil 6.5).



Şekil 6.5 Koordinat çevrimi

$$u_s = u_x \cos \alpha + u_y \sin \alpha \quad (6.22)$$

$$u_t = u_x (-\sin \alpha) + u_y \cos \alpha \quad (6.23)$$

Ayrıca, Şekil 6.5' teki kanala paralel olan boyutsuz hız profillerini elde etmek için kanal paralel hızı (u_s), belli bir hız (u_0) ile bölünmek zorundadır. Bu bölünen hız momentum korunumundan bulunmaktadır.

$$u_g H = u_0 B \Rightarrow u_0 = u_g H / B \quad (6.24)$$

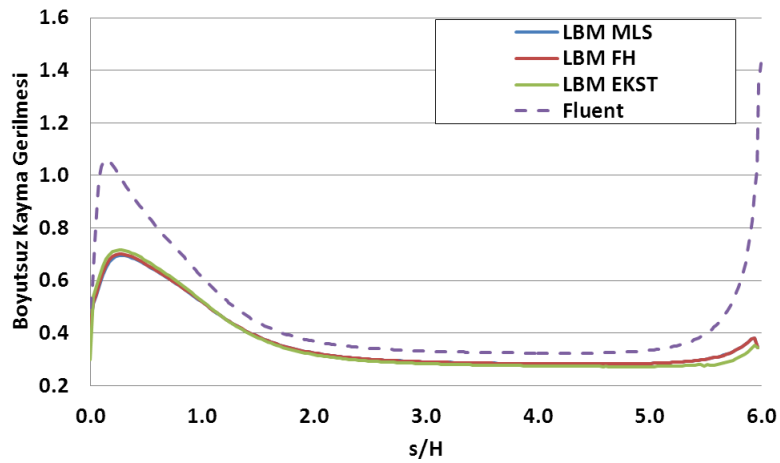
Burada;

u_g : Kanal giriş hızı (x yönündeki).

H: Kanal giriş yüksekliği.

B: Eğimli kanal yüksekliği.

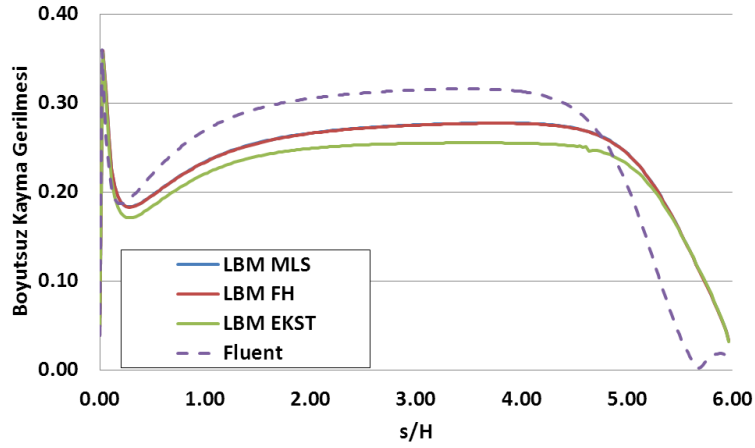
Eğimli kanal akışında, ayrıca alt kanal duvarında (Şekil 6.6) ve üst kanal duvarında (Şekil 6.7) boyutsuz kayma gerilmeleri karşılaştırıldı. Şekil 6.6' ya göre, bütün LBM tahminleri birbirleri ile benzerdir, fakat Fluent tahminler LBM tahminlerinin üzerindedir, özellikle kanal giriş ve çıkış bölgelerinde farklılık daha göze çarpmaktadır.



Şekil 6.6. Kanal alt duvara ait boyutsuz kayma gerilmesi

Aynı şekilde, kanal üst duvarındaki kayma gerilmeleri, bütün LBM tahminleri birbiri ile aynı çıkmıştır. Fluent tahminleri ise kanal girişinde çok yüksek, kanal boyunca LBM tahminlerinden yüksek çıkmıştır. Fakat alt kanaldan farklı olarak, kanal

çıkışındaki üst duvardaki boyutsuz kayma gerilmesi dağılımı LBM tahminlerinden düşük çıkmıştır.



Şekil 6.7 Kanal üst duvara ait boyutsuz kayma gerilmesi

Hesaplanan kayma gerilmeleri LBM' da eşdeğer olmayan dağılım (f^{ne}) fonksiyonu yardımıyla bulunmuştur (Denklem 6.25) [90].

$$\tau_{ab} = \left(1 - \frac{\omega}{2}\right) \sum_{\alpha} f_{\alpha}^{ne}(x, t) \left(c_{\alpha,a} c_{\alpha,b} - \frac{1}{D} c_{\alpha} \cdot c_{\alpha} \delta_{ab} \right) \quad (6.25)$$

Burada:

τ_{ab} : Kayma gerilmesi

ω : Çarpışma sıklığı

D : Boyut sayısı (2 boyutlu problemde, $D=2$)

c_{α} : Ayırıklaştırılmış hız (lattice yapıları ile ilgili)

a, b: koordinatlar

Herhangi bir yüzeyde x ve y yönündeki toplam gerilmeyi hesaplamak için, Denklem 6.25' teki kayma gerilmesinin koordinatlardan kaynaklanan üç bileşenini ($\tau_{xx}, \tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{yy}$) ve yüzeye ait normalleri (n_x, n_y) kullanmak gerekmektedir..

Yüzeye ait x ve y yönündeki toplam gerilmeyi hesaplamak için;

$$\vec{s} = \overline{\overline{S}} \vec{n} \quad (6.26)$$

\vec{s} koordinatlara ait gerilme vektörü. $\bar{\bar{S}}$ kayma gerilmesi tensörü ve \vec{n} yüzeyin normalina ait vektördür. Denklem 6.26' ü matris şeklinde yazılırsa;

$$\begin{bmatrix} s_x \\ s_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

Denklem 6.27' e açık bir şekilde yazılırsa;

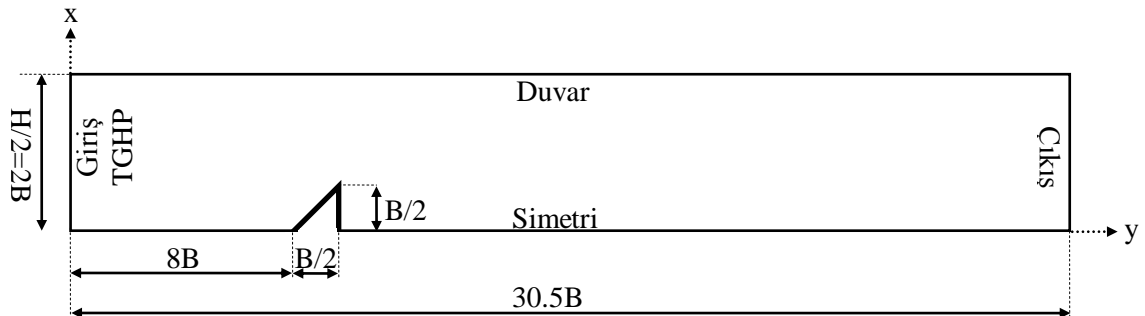
$$s_x = \tau_{xx}n_x + \tau_{xy}n_y \quad (6.28)$$

$$s_y = \tau_{xy}n_x + \tau_{yy}n_y \quad (6.29)$$

Son olarak, hangi yüzeye ait kayma gerilmesi hesaplanacaksa, o yüzeye paralel akışa ters yönde olarak hesaplanmalıdır. 45° eğimli kanalda alt ve üst duvarlarda LBM çözümleri için kayma gerilmeleri bu şekilde hesaplanmıştır.

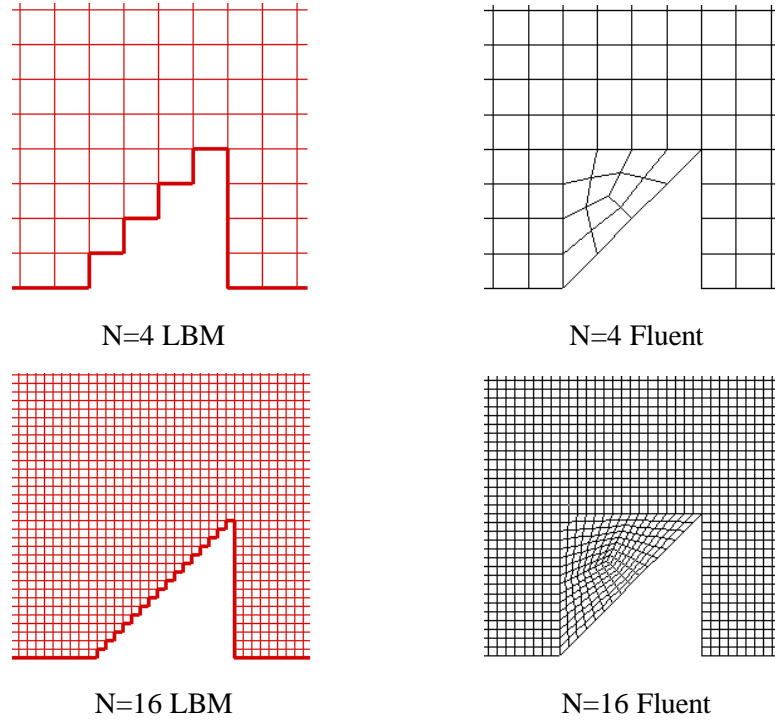
6.3.2. Üçgen prizmalı kanal akışı (Re=100)

Üçgen prizmalı kanal akışı Reynolds 100' de simetrik olarak modellendi. Akış simetri olmasından dolayı zamandan bağımsız bir akıştır. Girişte hız profili tam gelişmiş hız profili olarak verildi. Üçgen prizmalı kanal akışının boyutları ile beraber şematik resmi Şekil 6.8' de gösterilmiştir.

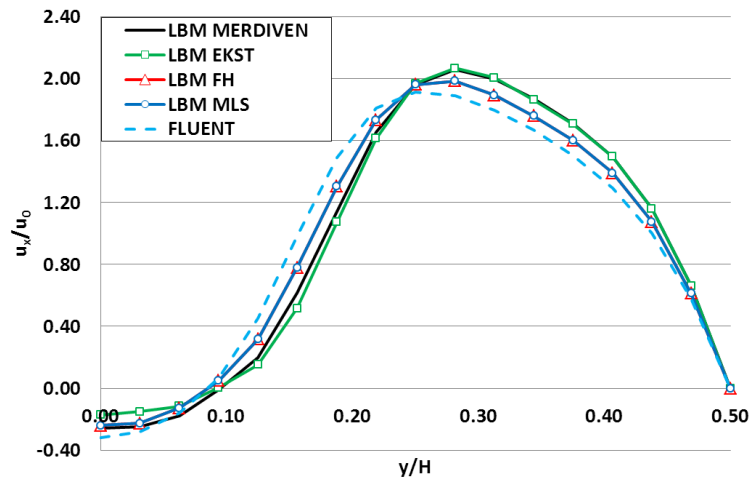


Şekil 6.8. Üçgen prizmalı kanal akışının şematik gösterimi (Re=100)

Lattice Boltzmann Metdunda analizler yeni sınır kuşullarının yanı sıra yaparak merdiven yaklaşımında (geri-sıçrama) da çözümler yapıldı. Çözümler yapılırken farklı ağ yapıları kullanıldı. Kullanılan ağ yapıları, üçgen prizmasının yarı yüksekliğinde kullanılan ağ sayılarına (N) göre belirlendi. Kullanılan ağ yapıları N=4, 8,12 ve 16 dır. Şekil 6.9' da sadece N=4 ve 16 durumları gösterilmiştir.

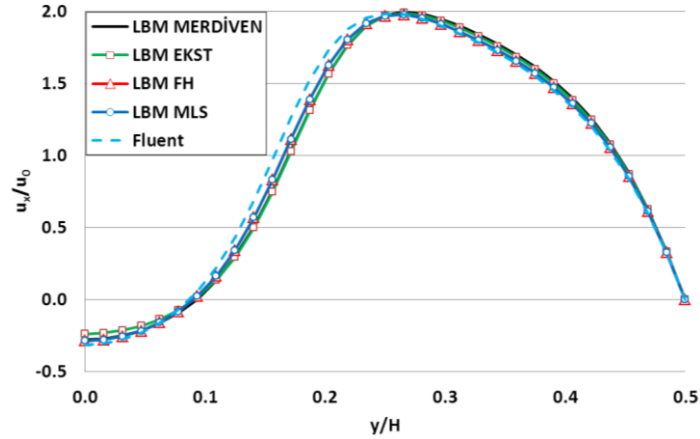


Şekil 6.9. Üçgen prizmalı kanal akışında kullanılan ağ yapıları, sol: LBM, sağ: Fluent



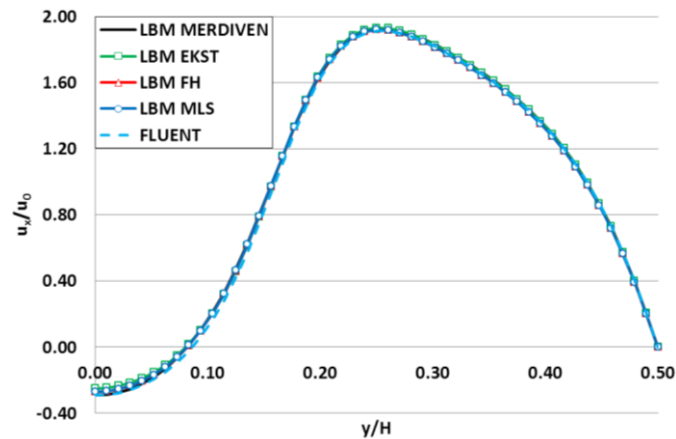
Şekil 6.10. Üçgen prizmalı kanal akışında, üçgen prizmadan yatay yönde yarım prizma (B/2) uzaklığındaki dik kesitte boyutsuz x hızının dağılımı, N=4

Üçgen prizmalı kanal akışında, üçgen prizmadan sonra yatay yönde yarım prizma (B/2) uzaklığındaki dik kesitte, boyutsuz yatay hızın dağılımı Şekil 6.10' da N=4, Şekil 6.11' de N=8, Şekil 6.12' de N=12 ve Şekil 6.13' de N=16 olarak verilmiştir.



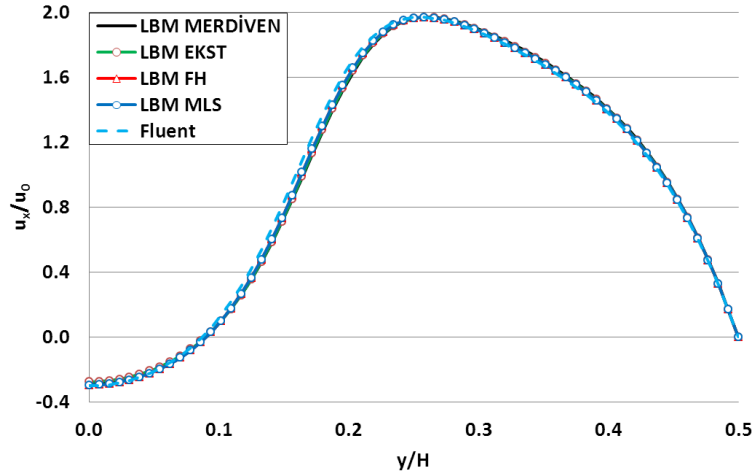
Şekil 6.11. Üçgen prizmalı kanal akışında, üçgen prizmadan yatay yönde yarım prizma (B/2) uzaklığındaki dik kesitte boyutsuz x hızının dağılımı, N=8

Şekil 6.10' da N=4 ağ yapısındaki sonuçlarda, Fluent sonuçları ile bütün LBM tahminlerinden farklı çıkmıştır. Fakat LBM-MERDİVEN yaklaşımı ile LBM-FH ve LBM-MLS sonuçları birbirine yakın çıkmıştır. Ayrıca LBM-EKST sonuçları ise diğer LBM sonuçlarından farklı çıkmıştır.



Şekil 6.12. Üçgen prizmalı kanal akışında, üçgen prizmadan yatay yönde yarım prizma (B/2) uzaklığındaki dik kesitte boyutsuz x hızının dağılımı, N=12

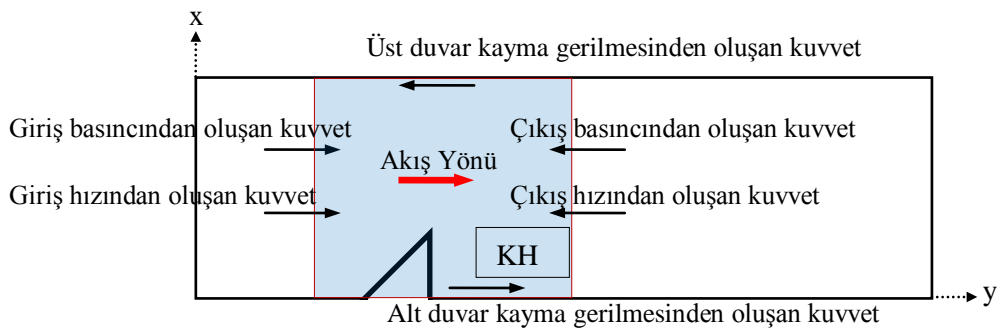
Yarım kalan yüksekliğinde kullanılan lattice / sonlu elemanlar ağ sayısı arttıkça LBM sonuçları birbirlerine çok yaklaşmıştır. Fakat $N=8$ ' de (Şekil 6.11) Fluent sonuçları diğer LBM sonuçlarından çok az da olsa farklıdır.



Şekil 6.13. Üçgen prizmalı kanal akışında, üçgen prizmadan yatay yönde yarım prizma ($B/2$) uzaklığındaki dik kesitte boyutsuz x hızının dağılımı, $N=16$

Bununla beraber, $N=12$ (Şekil 6.12) ve $N=16$ (Şekil 6.13)' daki sonuçlarda bütün LBM tahminleri ve Fluent tahminleri üst üste çıkmıştır. Buradan çıkarılacak sonuç; LBM' da yeteri sayıda lattice kullandığı zaman merdiven yaklaşımı ile kavisli duvar için kullanılan yeni sınır durumları birbirlerinden farklı sonuç vermemektedir

Ayrıca, kontrol hacim yöntemi ile akışa karşı olan hava direnci katsayısı hesaplandı. Kontrol hacim yönteminde hava direnci katsayısını bulurken, akış yönünde kuvvet dengesi yazıldı.



Şekil 6.14. Kontrol hacminde akış yönünde kuvvet dengesi

Kontrol hacmi ve bu kontrol hacmine akış yönünde etki eden kuvvetler Şekil 6.14' de gösterilmiştir. Bu kuvvetleri formülleri ile yazılırsa;

Giriş basıncından ve çıkış basıncından oluşan kuvvetler sırası ile yazılırsa;

$$F_{p,giriş} = \int P_{giriş} dA \quad (6.30)$$

$$F_{p,çıkış} = \int P_{çıkış} dA \quad (6.31)$$

Giriş hızından ve çıkış hızından oluşan kuvvetler sırası ile yazılırsa;

$$F_{u,giriş} = \int \rho u_{giriş}^2 dA \quad (6.32)$$

$$F_{u,çıkış} = \int \rho u_{çıkış}^2 dA \quad (6.33)$$

Alt ve üst duvarda kayma gerilmesinde oluşan kuvvetler sırası ile yazılırsa;

$$F_{\tau,alt} = \int \tau_{alt} dA \quad (6.34)$$

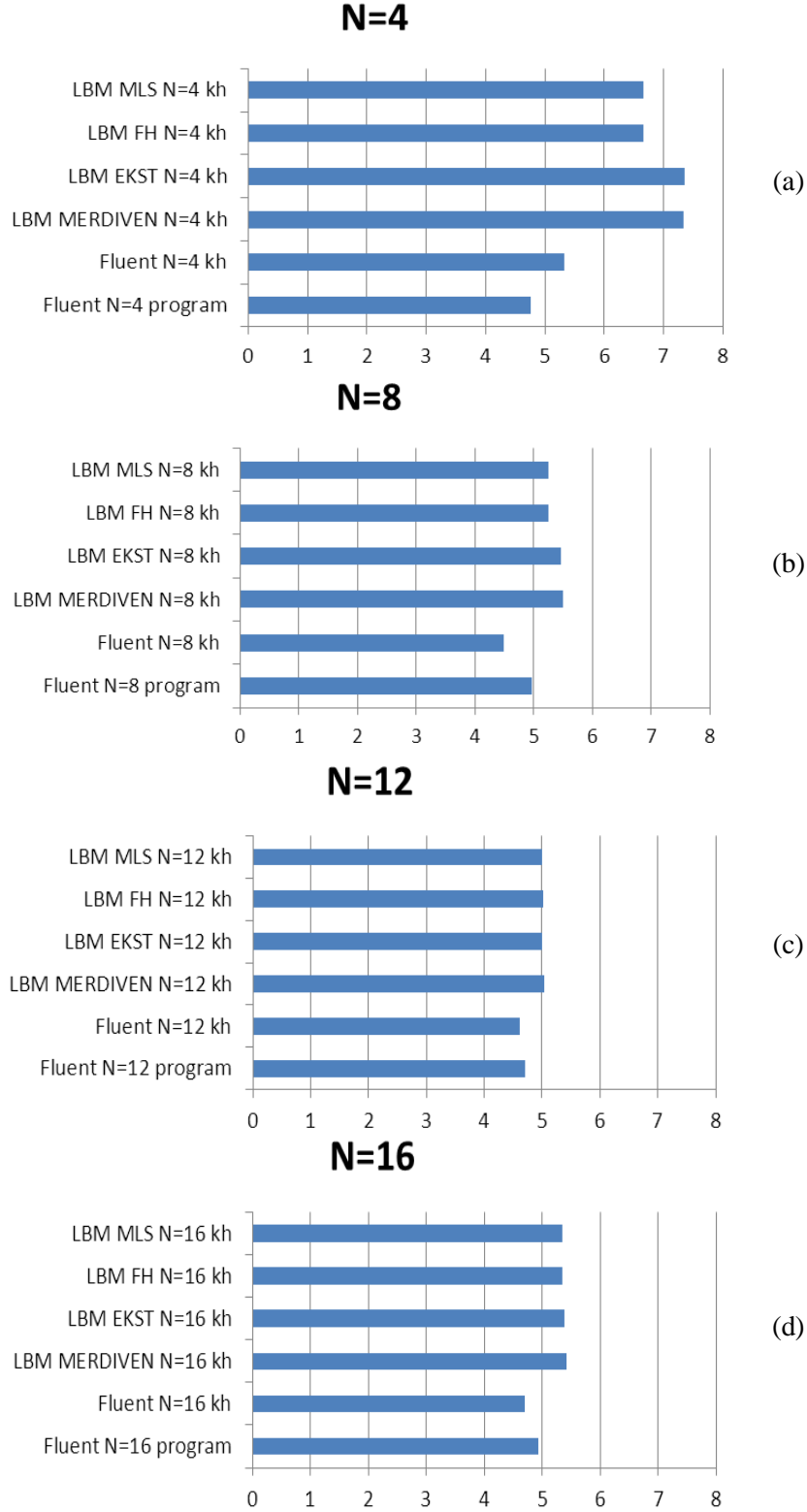
$$F_{\tau,üst} = \int \tau_{üst} dA \quad (6.35)$$

Son olarak; Hava direnci katsayısı elde etmek için akış yönündeki kuvvet dengesi yazılır,

$$F_{akışyönü} = F_{p,giriş} - F_{p,çıkış} - F_{\tau,üst} - F_{\tau,alt} + F_{u,giriş} - F_{u,çıkış} \quad (6.36)$$

Son olarak hava direnci katsayısı (C_D) hesaplanır. Hava direnci katsayıları bütün LBM çözümlerinde ve Fluent çözümlerinde kontrol hacim kullanılarak hesaplandı. Ayrıca Fluent' te programda alınan hava direnci katsayıları kontrol hacim ile hesaplanan hava direnci katsayıları ile karşılaştırıldı. Bu karşılaştırma Şekil 6.15' de gösterildi. Şekil 6.15' e göre, yarım üçgen prizmasında dört (N=4) lattice / sonlu elemanlar ağı kullanılan durumda Fluent hava direnci tahminleri ile LBM' nin tüm tahminlerinde düşük çıkmıştır. LBM tahminleri arasında LBM-MERDIVEN ve

LBM-EKST sonuçları diğer LBM sonuçlarından büyük çıkmıştır. Ve bütün ağ konfigürasyonlarında LBM-FH ve LBM-MLS tahminleri aynıdır.



Şekil 6.15. Hava direnci katsayıları

Yarım üçgen prizması yüksekliğinde daha fazla lattice / sonlu eleman ağ yapısı kullanıldığında LBM sonuçları ile Fluent sonuçları yakınlaşmaya başlamıştır ve LBM sonuçları kendi aralarında benzerlik göstermeye başlamışlardır. N=8 durumunda, LBM-MERDİVEN ve LBM-EKST sonuçları birbirlerine yakın çıkarak, diğer LBM metotlarından daha fazla çıkmışlardır. Hala Fluent kontrol hacim ve Fluent programından alınan sonuçlarda farklılık vardır. N=12 ve N=16 durumunda, bütün LBM sonuçları çok benzerdir, ve Fluent sonuçlarında kendi aralarında benzerdir. LBM sonuçları, Fluent sonuçlarına göre düşük çıkmıştır, özellikle N=12 olan durumda, LBM sonuçları ile Fluent sonuçları arasındaki fark % 4 civarlarındadır.

Böylelikle kavisli duvarları hassas bir şekilde modellemek için eklenen üç metot doğrulanmıştır.

BÖLÜM 7. LBM' DE TÜRBÜLANSLI AKIŞLARIN ÇÖZÜLMESİ

Bu bölümde, farklı geometrili karayolu taşıtlarında hava direnci katsayısı, yüksek Reynolds sayısında ($Re=50000$) LBM ve ticari Hesaplamalı Akışkan Dinamiği kodu olan Fluent' te hesaplandı ve doğrulandı. Yüksek Reynolds sayılı akışlarda oluşan türbülans durumunu daha az lattice/ağ yapısı kullanılarak ve daha hassas çözüm elde edebilmek için LBM koduna Büyük Topak Simülasyonları (Large Eddy Simulation = LES) türbülans modeli eklendi.

7.1. Türbülans

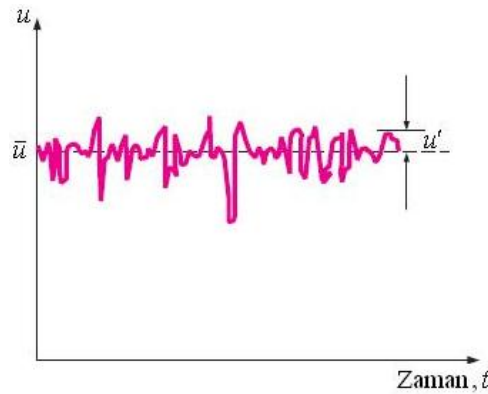
Birçok mühendislik uygulamalarındaki birçok akışta türbülans olayı karşımıza çıkmaktadır, bu nedenle türbülanslı ve türbülans etkilerini anlamak çok önemlidir. [68]. Türbülanslı akış, üç boyutlu, döngülü, kaotik (düzensiz) ve bütün alan değişkenlerinin zaman ve konuma bağlı olarak, yüksek frekansta, rastlantısal (tesadüfi) değişiklikler gösterdiği bir akış durumu olarak tanımlanmaktadır [91]. Türbülanslı akışlarda hızlı ve düzensiz dalgalanmalardan döngü bölgeleri oluşmaktadır bunlara topak (eddy) ismi verilmektedir. Bu dalgalanmalar momentum ve enerji transferi için bize ek mekanizmalar vermektedir. Laminer akışta akışkan parçacıkları akış içinde düzgün bir şekilde belli bir yol boyunca ilerlerler, momentum ve enerji akış çizgileri boyunca moleküler difüzyon ile transfer edilirler. Fakat, türbülanslı akışta döngüsel topakların sayesinde kütle, momentum ve enerji transferi moleküler difüzyonunkinden daha hızlı bir şekilde olmaktadır, bu nedenle türbülanslı akışta kütle, momentum ve ısı transferi çok büyük derecede artmaktadır [68].

Türbülanslı akışta topakların hareketi, akış hızında, sıcaklığında, basıncında ve hatta yoğunluğunda (sıkıştırılabilir akışta) önemli derecede dalgalanmalara neden olur. Şekil 7.1' de belirli bir noktada u hızının anlık değerleri gerilim teli rüzgar ölçer (hot-wire anemometer) veya herhangi bir hassas ölçüm aleti ile alınmıştır. Gözlendiği gibi

hızın x bileşenin anlık değeri ortalama bir değer etrafında değişmektedir. Hızın x bileşenin ortalama değeri “ \bar{u}_x ” ve salınım değeri “ u_x' ” dir.

$$u_x = \bar{u}_x + u_x' \quad (7.1)$$

Aynı şekilde hızın y bileşeni $u_y = \bar{u}_y + u_y'$, sıcaklık $T = \bar{T} + T'$, basınç $p = \bar{p} + p'$ ve yoğunlukta $\rho = \bar{\rho} + \rho'$ belirli bir değer etrafında değişimler göstermektedirler. Bir özelliğin belli bir konumdaki ortalama değeri, zaman ortalamasının sabit bir değere ulaşmasına yetecek kadar uzun bir zaman aralığı boyunca ortalamasının alınması ile bulunur. Bu nedenle çalkantı bileşenlerinin zaman ortalaması sıfırdır. $\bar{u}' = 0$. Hızın x bileşenin çalkantı değeri u_x' genellikle hızın x bileşenin ortalama değerinin \bar{u}_x yüzde birkaçıdır, fakat toprakların yüksek frekansta salınımı (1000 1/sn) kütle, momentum ve ısı enerjisi transferini çok etkili kılar. Ayrıca değişkenlerin ortalama değeri ($\bar{u}_x, \bar{u}_y, \bar{T}, \bar{p}$) zamandan bağımsızdır [68].



Şekil 7.1. Türbülanslı akışta akışın herhangi bir yerinde u hızının anlık dalgalanması [68]

Türbülanslı akışta, kayma gerilmesi hesaplaması için ilk akla gelen fikir laminar akışta olduğu gibi $\tau = -\mu d\bar{u}/dr$ dir, burada $\bar{u}(r)$ borudaki türbülans ortalama hız profilidir. Fakat bu durum deneysel çalışmalardan da görüldüğü gibi böyle değildir, türbülanslı akışlarda kayma gerilmesi türbülans çalkantılarından dolayı doğrusal akışa göre daha fazladır. Bu nedenle, türbülanslı akışta kayma gerilmesi iki parçadan

oluştugu kabul edilmektedir. Birinci parça, doğrusal parçadır, kayma gerilmesi iki akışkan katmanı arasındaki sürtünmeden kaynaklanmaktadır $\tau_{lam} = -\mu d\bar{u}/dr$, diğer parça ise türbülanslı parçadır ve akışkan parçacıklarının çalkantısından kaynaklanmaktadır $\tau_{türb}$. Bu nedenle toplam kayma gerilmesi, doğrusal ve türbülans kayma gerilmesinin toplamıdır [68].

$$\tau_{toplam} = \tau_{lam} + \tau_{türb} \quad (7.2)$$

7.1.1. Türbülans kayma gerilmesi

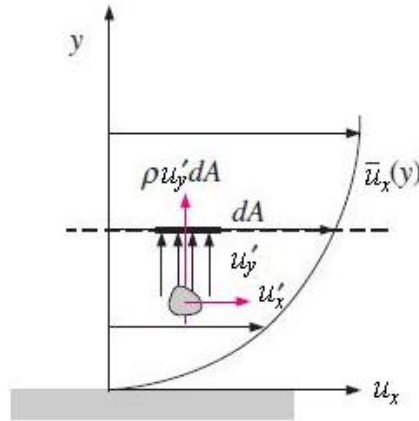
Yatay borudaki türbülanslı bir akış düşünüldüğünde ve düşey hız bileşenini çalkantısı sonucundan dolayı u_y' akışkan parçacığının düşük bir hız ile alt tabakadan hemen yukarıdaki yapışık tabakaya küçük bir diferansiyel alandan (dA) geçişi Şekil 7.2' de gösterilmektedir. Akışkanın parçacığının dA diferansiyel alanı içinden yukarı geçtiğinde bir kütleli debi oluşur ($\rho u_y' dA$). Bu kütleli debi yukarıdaki tabakanın ortalama akış hızını düşürmektedir, çünkü daha düşük akış hızına sahip akışkan parçacıkları ile momentum taşınmaktadır. Bu momentum taşınımı, akışkan parçacıklarının yatay hızının u_x' kadar artmasına ve böylece yatay yöndeki momentumun, üst tabakadaki momentumda meydana gelen azalmaya eşit miktarda $(\rho u_y' dA) u_x'$ oranında artmasına yol açar. Momentum değişim hızı, o yöndeki kuvveti verdiği için, akış parçacığının dA diferansiyel alanından geçtiği andaki yatay yöndeki kuvveti aşağıdaki gibidir.

$$\delta F = (\rho u_x' dA)(-u_x') = -\rho u_x' u_y' dA \quad (7.3)$$

Kayma gerilmesi birim alana düşen kuvvet olduğundan, anlık türbülans kayma gerilmesi $\delta F/dA = -\rho u_x' u_y'$ gibi tanımlanır. Fakat türbülans kayma gerilmesi zaman akış hızı çalkantı değerlerinin (u_x' ve u_y') çarpımının zaman ortalanmış hali ile tanımlanır $\overline{u_x' u_y'}$. Teker teker zamana bağlı akış hızı çalkantı değerleri sıfır

olmasına karşın ($\overline{u_x'} = 0$ ve $\overline{u_y'} = 0$) akış hızı çalkantı değerlerinin çarpımının zaman ortalanmış hali sıfır değildir ($\overline{u_y' u_y'} \neq 0$). Deneysel sonuçların ışığında $\overline{u_x' u_y'}$ genellikle negatif değerler aldığı görülmüştür.

$$\tau'_{turb} = -\rho \overline{u_x' u_y'} \quad (7.4)$$



Şekil 7.2. Hız çalkantısından (u_y') dolayı, akışkan parçacığının dA diferansiyel alanından yukarı gidiş hareketi [68]

Ayrıca $-\rho \overline{u_x' u_y'}$ ve $-\rho \overline{u_x'^2}$ terimler Reynolds gerilmeleri veya türbülans gerilmeleri diye adlandırılır.

Parçacık kümelerinin rastgele topak hareketi, bir gaz içerisindeki moleküllerin rastgele hareketlerini andırır. Çünkü hal değişimi sırasında gaz molekülleri belirli bir mesafe yol aldıktan sonra birbirleri ile çarpışır ve bunun sonucunda momentum transferi gerçekleşir. Bu nedenle türbülanslı akıştaki topaklar ile gerçekleşen momentum iletimi moleküler momentum difüzyonuna benzerdir. Birçok basit türbülans modelinde, türbülans kayma gerilmesi Fransız matematikçi Joseph Boussinesq (1842-1929) 1877 yılında önerdiği gibi açıklanmaktadır.

$$\tau_{turb} = -\rho \overline{u_x' u_y'} = \mu_{turb} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (7.5)$$

Buradaki μ_{turb} topak viskozitesi veya türbülans viskozitesi diye adlandırılır ve türbülans topaklarından kaynaklanan momentum transferini gerçekleştirilir. Toplam kayma gerilmesi aşağıdaki gibi açıklanabilir.

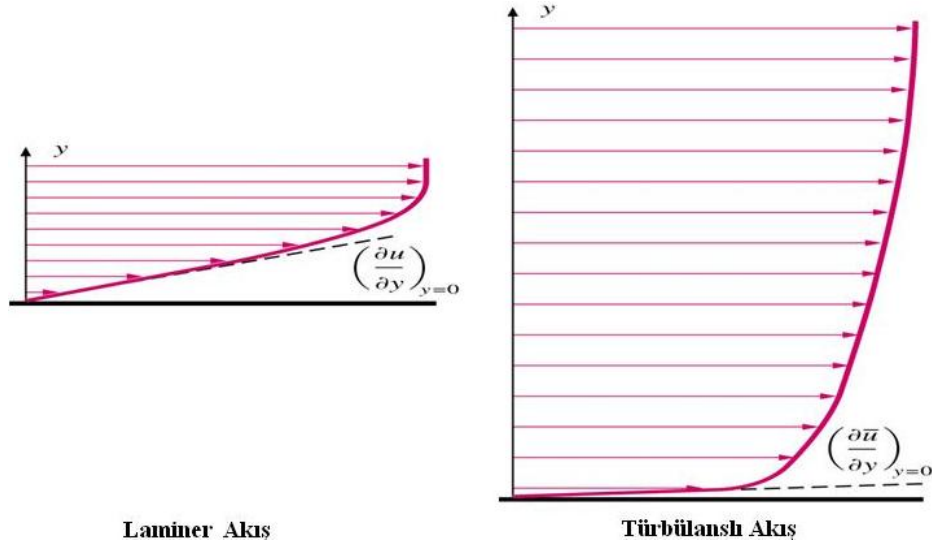
$$\tau_{\text{toplama}} = (\mu + \mu_{\text{turb}}) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \rho(\nu + \nu_{\text{turb}}) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (7.6)$$

Buradaki, $\nu_{\text{turb}} = \mu_{\text{turb}} / \rho$ terimi kinematik topak viskozitesi veya kinematik türbülans viskozitesi (ayrıca momentum topak yayılımı denmektedir.) diye adlandırılır. Topak viskozitesinin kavramı çok çekicidir, fakat fiziksel olarak mevcut olmayıp, sadece bir model kavramdır. Bir başka deyişle, topak viskozitesi ortalama akış hızının bir fonksiyonu olarak modellenmelidir. 1900' lü yılların başında Alman Mühendis L. Prandtl karışım uzunluğu (l_k) kavramını ortaya atmıştır, bu karışım uzunluğu ortalama topak büyüklüğü ile bağlantılıdır. Buna göre türbülans kayma gerilmesi şu şekilde yazılabilir.

$$\tau_{\text{turb}} = \mu_{\text{turb}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \rho l_k^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (7.7)$$

Yukarıdaki denklemin yani karışım uzunluğu kavramının kullanımı sınırlıdır, çünkü karışım uzunluğu verilen ortalama hıza göre her yerde sabit değildir. Duvar çevresindeki karışım uzunlukları duvardan uzaklaştıkça orantılı olarak artmaktadır ve karışım uzunluğunun tayini kolay değildir. Ancak karışım uzunluğu verilen ortalama hıza göre duvardan uzaklığa vb. gibi faktörlere göre yazılabilir.

Topak hareketi ve buna bağlı olarak topak yayılımı, türbülans sınır katmanında moleküler dağılımından daha yüksektir. Duvara yaklaştıkça, duvardaki kaymama sınır koşulundan dolayı, türbülans topak hareketi kaybolur. Duvardan uzaklaştıkça hemen türbülans topak hareketi kendini göstermektedir. Türbülanslı akışta duvarda kayma gerilmesi laminar akışa göre yüksek çıkması sürpriz değildir.

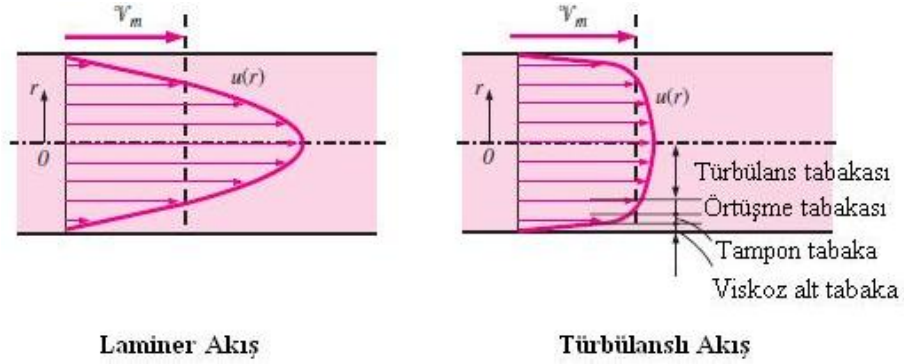


Şekil 7.3. Laminer ve türbülanslı akış için hız profilleri [68]

7.1.2. Türbülans hız profilleri

Laminer akışın tersine türbülanslı akışta hız profili tanımı hem analizlere hem de ölçümlere dayanmaktadır.

Tam gelişmiş halde hem laminer akışın hem de türbülanslı akışın hız profilleri tipik olarak Şekil 7.4' te verilmiştir. Görüldüğü gibi laminer akıştaki tam gelişmiş hız profili paraboliktir fakat türbülanslı akıştaki hız profili daha dolu bir haldedir ve duvar kenarlarında çok keskin bir düşüşe maruz kalır. Türbülanslı akışta, duvardan uzaklaştıkça dört farklı akış bölgesi oluşmaktadır. Duvara yakın olan en ince tabakada hala viskoz etkilerin etkileri baskın olduğu için bu tabakaya viskoz (laminer) alt tabaka denmektedir. Bu bölgedeki hız profili doğrusala yakındır. Viskoz alt tabakadan sonraki tabaka tampon tabakası diye adlandırılır, bu tabakada türbülans etkileri görülmeye başlar ama hala viskoz etkiler baskındır. Tampon tabakasının üstündeki tabaka ise örtüşme tabakasıdır ve türbülansın etkilerinin daha önem taşıdığı ama hala baskın olmadığı tabakadır. Bu tabakasının üstündeki tabakada ise türbülans etkileri molekül yayılım (viskoz) etkilerinden daha baskın bir haldedir ve bu nedenle bu tabaka türbülans tabakası diye adlandırılır ve akışın diğer kalan kısmı bu tabakaya aittir [68].



Şekil 7.4. Tam gelişmiş boru akışı için laminar ve türbülanslı akış için hız profilleri ve türbülanslı akış için hız profilinin 4 ayrı bölgesi [68].

Akış karakteristikleri değişik bölgelerde oldukça farklıdır ve dolayısıyla laminar akışta yaptığımız gibi bütün akış boyunca hız profilleri için analitik bir bağlantı elde etmek zordur. Türbülanslı durum için en iyi yaklaşım, boyut analizi kullanarak önemli değişkenleri ve fonksiyonel biçimleri saptamak ve sonrasında her bir sabitin sayısal değerini bulmak için deneysel veriler kullanmaktır [68].

Viskoz alt tabakanın kalınlığı çok küçüktür, fakat çepere bitişik bu tabaka oluşan yüksek hız gradyanlarından dolayı akış karakteristiklerinde önemli rol oynar. Çeper (duvar) her topak hareketini sönmeler ve bu nedenle buradaki akış temelde laminardır. Ve burada oluşan çeper (duvar) kayma gerilmesi, akışkan viskozitesi ile doğru orantılı olan doğrusal kayma gerilmesinden ibarettir [68].

$$\tau_{\text{çeper}} = \mu \frac{u}{y} = \rho \nu \frac{u}{y} \quad (7.8)$$

Başka bir deyişle;

$$\frac{\tau_{\text{çeper}}}{\rho} = \frac{\nu u}{y} \quad (7.9)$$

$\tau_{\text{çeper}}/\rho$ değerine türbülans hız profili analizinde sıkça rastlanır. Bu değer karekökünün birimi hızın birimi (m/s) ile aynıdır, bu nedenle bu hayali hız sürtünme hızı olarak adlandırılır ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_{\text{çeper}}}{\rho}} \quad (7.10)$$

Denklem 5.10, Denklem 5.11' in yerine konduğunda viskoz alt tabakada oluşan çeper yasası elde edilir.

$$\frac{u}{u_*} = \frac{yu_*}{\nu} \quad (7.11)$$

Pürüzsüz yüzeylerden elde edilen deneysel sonuçlara göre $0 \leq yu_*/\nu \leq 5$ bağıntısı uygun sonuçlar vermektedir [68]. Buna göre viskoz alt tabakanın kalınlığı yazılırsa;

$$y = \delta_{\text{alt_tabaka}} = \frac{5\nu}{u_*} = \frac{25\nu}{u_\delta} \quad (7.12)$$

u_δ değeri viskoz alt tabakadaki hız değeridir ve bu hız değerinin ortalama akış hızı ile çok yakından bir bağlantısı olduğu bilinmelidir. Alt tabakanın kalınlığı kinematik viskozite ile doğru orantılı viskoz tabaka hızı ile ters orantılıdır. Bir başka deyişle, viskoz alt tabaka hızının artması ve viskozitenin düşmesi ile düşecektir, yani Reynolds sayısının artması viskoz alt tabaka kalınlığını düşürecektir. Bu nedenle yüksek Reynolds sayılarında hız profili düzleşecek ve daha uniform hale gelecektir [68].

ν/u_* teriminin birimi uzunluktur bu nedenle viskoz uzunluk olarak adlandırılır, ve bu terim yüzeye olan uzaklığı boyutsuzlaştırmak için kullanılır. Bilindiği gibi sınır tabaka analizlerinde, boyutsuz uzunluğu ve hızı kullanmak daha uygundur. Buna göre boyutsuz uzunluk ve hız aşağıdaki gibi tanımlanır [68].

$$y^+ = \frac{yu_*}{\nu} \quad (7.13)$$

$$u^+ = \frac{u}{u_*} \quad (7.14)$$

Denklem 7.13 ve 7.14' deki boyutsuz ifadeler Denklem 7.11' deki çeper yasasıdır.

Bu yasayı daha basit bir şekilde yazarsak;

$$u^+ = y^+ \quad (7.15)$$

Dikkat edilmelidir ki hayali sürtünme hızı (u_*) hem hız (u) hem de uzunluk (y) değerlerini boyutsuzlaştırmak için kullanılmıştır ve y^+ değeri Reynolds sayısı tanımı yerini almıştır [68].

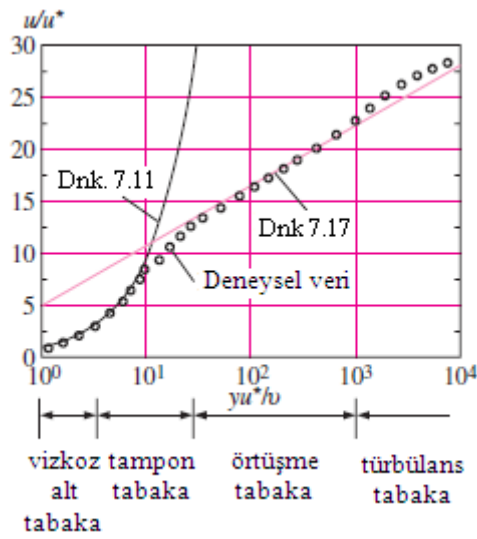
Örtüşme tabakasında, hızın deneysel verileri, çeperden (duvardan) uzaklığın logaritmasına göre çizildiğinde düz bir çizgi halinde görülmektedir. Hem boyut analizinin gösterdiği hem de deneylerin doğruladığı şudur: Örtüşme tabakasındaki hız, uzaklığın logaritması ile doğru orantılıdır ve bu hız profili şu şekilde açıklanabilir [68].

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{yu_*}{\nu} + B \quad (7.16)$$

Denklem 7.16' ya logaritma yasası denir ve bu yasadaki κ ve B terimleri sabit sayıdır ve deneysel olarak bulunurlar, buna göre örtüşme tabakası için $\kappa = 0.4$ ve $B=5.0$ olarak bulunur. Logaritma yasasını örtüşme tabakası için tekrar yazılırsa;

$$\frac{u}{u_*} = 2.5 \ln \frac{yu_*}{\nu} + 5.0 \quad \text{ya da} \quad u^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.0 \quad (7.17)$$

Denklem 7.17' de belirtilen logaritmik yasa duvara çok yakın ve türbülans bölgelerinin dışındaki tüm akış bölgelerinde deneysel verileri başarılı bir şekilde temsil etmektedir. Böylece borularda veya levha üzerindeki türbülanslı akışta universal hız profili olarak görülebilir [68].



Şekil 7.5. Türbülanslı tam gelişmiş akışta, çeper yasası ve logaritma yasasının deney verileri ile karşılaştırılması [68]

Şekil 7.5’ te de görüldüğü gibi logaritma yasası $y^+ > 30$ değeri için hassastır, fakat bu boyutsuz uzunluk değeri tampon tabaka için uygun değildir. Tampon tabaka için uygun aralık $5 < y^+ < 30$ dir. Ayrıca viskoz alt tabakanın uzunluğu Şekil 7.5’ te daha uzun görülmektedir, bunun nedeni çeperden uzaklığı logaritmik ölçek ile hesaplandığı için, bu nedene viskoz alt tabakanın hassas olduğu boyutsuz uzunluk değeri $y^+ < 5$ şeklinde alabiliriz [68, 92].

7.1.3. Türbülans akıların çözümünde temel yaklaşımlar

Yöneten denklemlerin üç boyutlu ve zamana bağımlı olarak, sayısal çözümü mühendislik uygulamalarında rastlanan yüksek Reynolds sayılarında günümüzün en yüksek performanslı bilgisayar sistemlerinde bile mümkün olmamaktadır. Türbülanslı akışlar için bu şekilde yapılan çözümler, ancak teknik açıdan pek yaygın olmayan düşük Reynolds sayılarında mümkündür. Türbülanslı akışların bu şekilde incelenmesi literatürde “Doğrudan Sayısal Simülasyon” (Direct Numerical Simulation = DNS) olarak adlandırılmaktadır [92].

Doğrudan Sayısal Simülasyonda ağ sayısı “N”, çalışma alanı uzunluğu “L” (computational domain) ile en küçük hareket ölçeğinin “ η ” (Kolmogorov uzunluk

ölçeği) bölünmesi ile orantılıdır ($N \approx L/\eta$). Ağ sayısı ise $Re^{3/4}$ ile orantılıdır. Bu denklemi üç boyutlu halde $N^3 \approx Re^{9/4}$ olmaktadır. Tipik olarak, Doğrudan Sayısal Simülasyon (DNS) kullanılarak $Re=20000$ için yapılan analizde ortalama 40×10^6 ağ kullanılmadığı, bu da günümüz bilgisayarları için çok büyük yük getirmektedir [93].

Mühendislik problemlerinde kullanılan temel yaklaşım, üç boyutlu, zamana bağımlı yöneten denklemlerin değil, onların zaman içinde entegre edilmiş, ortalaması alınmış hallerinin çözülmesidir. Zamana göre ortalanmış denklemlerin değişkenleri de, zamana göre ortalanmış değişkenler olmaktadır. Yani zamana göre ortalanmış denklemler, zamana göre ortalanmış değişkenler için çözülmemektedir. Değişkenlerin zamana göre ortalanmış dağılımları artık çok daha “düzgün” değişimler içerdiğinden, Kolmogorov boyut ölçeği gibi ölçekleri çözümü zorunluluğu olmadığından sayısal ağın göstermesi gereken incelik sınırı ortadan kalkmaktadır. Bu problemleri çözmek için gerekli ağ incelikleri ile karşılaştırılabilir seviyededir, ve böylelikle bilgisayar gücü açısından bahsedilen gerekli sınırlamalar ortadan kalkmaktadır. Yüksek Reynolds sayılarındaki türbülanslı akışlar bu yöntemler ile çözülebilir halde gelmektedir. Bu yöntemin bir dezavantajı, ortalama işlemi alma esnasında, yeni ve bilinmeyen terimlerin ortaya çıkması ve bu terimlerin hesaplanabilmesi için varsayımlara dayalı modellerin kullanılması gerekliliğidir. Bu varsayımlara dayalı modellere türbülans modelleri denmektedir. Bu modellerin ihtiva ettiği varsayımlar sonuçların hatalı olmasına neden olurlar, bu da yaklaşımdaki temel problemleri oluşturmaktadır. Bu yüzden kullanılan modellerin her problem türü için doğrulanması gerekmektedir. Böyle zaman içerisinde ortalama alma işlemine dayalı yöntemler “istatistiki yöntemler” olarak anılmaktadır. Bu yaklaşımı tanımlamak için kullanılan başka bir terim ise RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes Equations = Reynolds Ortamalı Navier Stokes denklemleri ya da Reynolds Averaged Numerical Simulation = Reynolds Ortamalı Sayısal Simülasyonlar) dır [94].

DNS ve RANS yaklaşımları dışında bilinen belli başlı yöntem LES (Large Eddy Simulations = Büyük Topak Simülasyonları) dir. LES yöntemi bir nevi DNS ve RANS metotlarının harmanlanması anlamına gelmektedir. LES yönteminde büyük topaklar DNS yaklaşımı ile zaman ve konum içinde çözümlenmekte, küçük topaklar ise RANS yaklaşımı ile modellenmektedir. Bu metodun maliyeti, yani güçlü

bilgisayar gücü gerekliliği ve çözüm süresi DNS metoduna göre çok daha azdır. Günümüzde, bazı mühendislik problemlerinin çözümünde gittikçe artan bir oranda kullanılmaya başlanmıştır [94]. Bu nedenle bu tez izlemesinde ya da tezde, yüksek Reynolds sayılı araç aerodinamiği hesaplamalarında LES metodu kullanılmıştır.

Özetlemek gerekirse, türbülanslı akışlar için çözüm yöntemleri şöyle sıralanabilir:

- DNS (Direct Numerical Simulations = Doğrudan Sayısal Simülasyonlar): Yöneten denklemlerin zamana bağlı üç boyutlu çözümü
- RANS (Reynolds Averaged Numerical Simulations = Reynolds Ortalamalı Sayısal Simülasyonlar): Yöneten denklemlerin zaman üzerinden ortalamalarının, zaman üzerinden ortalanmış değişkenler için çözümü
- LES (Large Eddy Simulations = Büyük Topak Simülasyonları): DNS (büyük topaklar için) ve RANS (küçük topaklar için) modellerinin kombinasyonu

RANS (Reynolds Ortalamalı sayısal Simülasyonlarda), kullanılan türbülans modelleri genel olarak ikiye ayrılır [70], Bunlar Reynolds Gerilme Modelleri [95] ve türbülans viskozitesi modelleridir. Türbülans viskozitesi modelleri bir denklemlilik ve iki denklemlilik üzere ikiye ayrılırlar. Bir denklemlilik modellerde, türbülans viskozitesini bulmak için bir adet diferansiyel denklem çözülmektedir, örneğin Spalart-Almaras Modeli [96] bu gruba iyi bir örnektir. Aynı şekilde iki denklemlilik modellerde, türbülans viskozitesini bulmak için iki adet diferansiyel denklem çözülmektedir, örneğin $k-\varepsilon$ modeli ve $k-\omega$ modelidir. $k-\varepsilon$ modelinin 3 farklı versiyonu vardır, bunlar; “Standart $k-\varepsilon$ (Standard $k-\varepsilon = S k-\varepsilon$) [97]. Renormalizasyon Grup Teorisi $k-\varepsilon$ (Renormalization Group Theory $k-\varepsilon = RNG k-\varepsilon$) [98] ve Realize edilebilir $k-\varepsilon$ (Realizable $k-\varepsilon = R k-\varepsilon$)” [99]. dır. $k-\omega$ modelinin 2 farklı versiyonu vardır, bunlar; “Standart $k-\omega$ (Standard $k-\omega = S k-\omega$) [100] ve Kayma Gerilmesi Taşınımı $k-\omega$ (Shear Stress Transport $k-\omega = “SST k-\omega”$) [101] dır [70].

Tekrar söylemek gerekirse, bu tez çalışmasında LBM koduna, LES metodu eklenerek yüksek Reynolds sayılı ($Re=5000$) araç aerodinamiği hesaplanmaya çalışılmıştır. Bu nedenle LES metodu ileride daha detaylı anlatılacaktır.

7.1.4. LES (Large Eddy Simulatiösn = Büyük Topak Simülasyonları)

Daha önceden de belirtildiği gibi, türbülanslı akışların en hassas ve direk çözümü yöneten denklemleri üç boyutlu ve zamana bağlı olarak direk çözmektir. Bu metoda “Doğrudan Sayısal Simülasyon” (Direct Numerical Simulation = DNS) denmektedir. Bu metodun yüksek Reynolds sayılı uygulamaları çok fazla ağ yapısı gerektirdiğinden, bu tür problemleri çözmek günümüz bilgisayar teknolojisinde zordur. Fakat, ağ yapısı küçük ölçekli hareketleri çözmek için yeteri kadar ince ağ yapısı uygulandığı zaman, DNS çözümü numerik yayılımı “numeric diffusion” en aza indirir ve üç boyutlu ve zamana bağımlı hassas sonuç verir. Bu nedenle DNS çok ince ağ yapısı kullanıldığı zaman kullanışlı bir çözüm yoludur [93].

Diğer bir yandan, Reynolds Ortalamalı denklemlerin, örneğin $k-\epsilon$ ve diğer uygun metodların doğrusal olmayan, yerel olmayan ve Gaussian olmayan türbülans özelliklerinden dolayı bazı temel sınırlamaları vardır. Büyük Topak Simülasyonu ise, Direk Sayısal Simülasyonun ve Reynolds Ortalamalı denklemlerin bir kombinasyonudur. Büyük Topak Simülasyonunda, momentum ve enerji transferine büyük ölçekli yapıların “large-scale structures” katkısı tam olarak hesaplanır, ve türbülansın küçük ölçekli yapılarının “small-scale structures” etkisi modellenir. Küçük ölçekli yapıların büyük ölçekli yapılara göre daha homojen ve daha genel ve sınır koşullarından daha az etkilenmelerinden dolayı, küçük ölçekli yapıların modellenmesi daha az çaba gerektirir ve muhtemelen daha hassastır. Buna rağmen, Büyük Topak Simülasyonu yine küçük ölçekli yapılar için ince ağ yapısı gerektirir. Fakat yine de, Büyük Topak Simülasyonu, Doğrudan Sayısal Simülasyonuna göre daha yüksek Reynolds sayılarında kullanılır [93].

Büyük Topak Simülasyonundaki öncü çalışmalar 1970 ve 1971 yılında Deardorf [102, 103] tarafından yapılmıştır. Daha sonraları farklı araştırmacılar Büyük Topak Simülasyonu ile ilgili birçok önemli ilerlemelere imza atmışlardır, bunlar sırası ile, Schuman (1975) [104], Moin ve Kim (1982) [105], Mason ve Callen (1986) [106] Schmidt ve Schumann (1989) [107], Piomelli (1993) [108] tür.

Büyük topakları, küçük ölçekli hareketlerden ayırmak için, filtreleme işlemleri uygulanmaktadır. Filtreleme işlemleri yöneten denklemler üzerine uygulanır. Sıkıştırılamaz akış için, filtrelenmiş kütle korunumu ve momentum korunumu (Navier-Stokes denklemleri) denklemleri indeks notasyonu ile yazılırsa;

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (7.18)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (7.19)$$

Yöneten denklemlerdeki terimlerin üzerinde kullanılan üst çizgiler zaman ortalaması alınma işlemi değil de filtreleme operasyonu ifade etmektedir. Denklem 7.18 ve 7.19' deki denklemler büyük ölçekli hareketleri tanımlamaktadır. Küçük ölçekli hareketlere etkisi ise alt-ölçek (subgrid scale "SGS") gerilim tensörü (τ_{ij}) ile ifade edilmektedir. Bu nedenle küçük ölçekli hareketler (subgrid scale motios) "SGS" Denklem 7.19' un içinde modellenmelidir.

1963 yılında Smagorinsky, standart küçük ölçek modelini (standard subgrid-scale model) önermiştir [109]. Bu modelde alt ölçek gerilim tensörü aşağıdaki şekilde verilmiştir.

$$\tau_{ij} = -2\nu_{\text{üirb}} \bar{S}_{ij} + \frac{\delta_{ij}}{3} \tau_{kk} \quad (7.20)$$

Burada, $\nu_{\text{üirb}}$, alt ölçek türbülans viskozitesidir. Ayrıca $\tau_{kk} = \overline{u'_k u'_k}$ ve gerinim hızı tensörü \bar{S}_{ij} şu şekilde ifade edilmiştir;

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (7.21)$$

Lilly 1967 yılında [110], alt ölçek türbülans viskozitesinin yerel büyük ölçek deformasyonu ile doğru orantılı olmasını önermiştir.

$$v_{turb} = (C_s \Delta)^2 |\bar{S}| \quad (7.22)$$

Burada,

C_s : Smagorinsky sabiti

Δ : Filtreleme uzunluk ölçüsü

$$|\bar{S}| = \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}} \text{ dir.}$$

Ragolla ve Moin [111] birçok teorik ve deneysel çalışmalarından sonra Smagorinsky sabiti 0.07 ila 0.21 arasında olduğu bulunmuştur. C_s değeri çözülen problemlerin niteliğine göre değişmektedir yani her problemde farklı bir değer alabilir. Bu nedenle genel bir değer değildir. Buna rağmen, C_s değeri geniş aralıktaki birçok akış için 0.1 alınabilir. Bu yüzden hem LBM çözümlerimde hem de Fluent çözümlerinde C_s değeri 0.1 alınmıştır.

Son olarak, bu tez çalışmasında, LBM koduna türbülans olayını modelleyebilmek için, Reynolds Ortalamalı Sayısal Simülasyonlar (RANS) tipi türbülans modelleri (k- ϵ veya k- ω) kullanılmamıştır. RANS modelleri yerine Büyük Topak Simülasyonları (LES) kullanılmıştır. RANS modellerinde, türbülans viskozitesini elde etmek için örneğin k- ϵ modelinde türbülans kinetik enerjisi (k) ve yayılımı (ϵ) iki adet diferansiyel denklem çözülmek zorundadır. Türbülans kinetik enerjisinin ve yayılımının LBM’de karşılığı yoktur. Bir başka deyişle, türbülansı modelleyebilmek için, RANS tipi türbülans modelleri kullanılması halinde, sanki LBM dışında ikinci bir metot kullanılacaktı. Bundan kaçınmak için, Büyük Topak Simülasyonları kullanılmıştır.

7.1.5. LBM’ye Büyük Topak Simülasyonunun (LES) eklenmesi

Önceki bölümlerde belirtildiği gibi, Lattice Boltzmann Metodunda iki tane ana adım vardır, bunlar sırası ile çarpışma ve ilerleme adımlarıdır. Çarpışma adımında tek

çarpışma sıklığı (SRT- Single Relaxation Time) olan çarpışma modeli (LGBK-SRT) kullanılmıştır [15].

Çarpışma adımı ve ilerleme adımları sırası ile;

$$\tilde{f}_\alpha(\bar{x}, t + \delta t) = f_\alpha(\bar{x}, t) - \omega [f_\alpha(\bar{x}, t) - f_\alpha^{eq}(\bar{x}, t)] \quad (7.23)$$

$$f_\alpha(\bar{x} + \bar{c}_\alpha \delta t, t + \delta t) = \tilde{f}_\alpha(\bar{x}, t + \delta t) \quad (7.24)$$

Burada f yoğunluk dağılım fonksiyonu, f_{eq} eş değer yoğunluk dağılım fonksiyonu, \bar{c}_α lattice hız vektörü (2 boyutlu analizde D2Q9, $\alpha = 1..9$), ω çarpışma sıklığı değeri ve \tilde{f} , çarpışma sonrası elde edilen yoğunluk dağılım fonksiyonudur. Zamana bağımlı ve sıkıştırılmaz akış için kullanılan eşdeğer yoğunluk dağılım fonksiyonu aşağıda verilmiştir [17].

$$f_\alpha^{eq}(x, t) = w_\alpha \left\{ \rho + \rho_0 \left[3 \frac{(c_\alpha u)}{c^2} + \frac{9}{2} \frac{(c_\alpha u)}{c^4} - \frac{3}{2} \frac{u^2}{c^2} \right] \right\} \quad (7.25)$$

w_α ağırlık faktörleri (lattice yapılarından gelen), ρ yoğunluk, ρ_0 referans yoğunluk, u akış hızı ve c lattice hızıdır. Ayrıca çarpışma sıklığı değeri, viskozite (ν), lattice Boltzmann' da kullanılan zaman adımı (δt) ve lattice uzunluğu (δ) ile ilgilidir.

$$\omega = \frac{1}{\frac{3\nu\delta t}{\delta^2} + 0.5} \quad (7.26)$$

Laminer akışta viskozite sadece akışkanın moleküler viskozitesidir. Türbülanslı akışta ise viskozite, moleküler viskozite (ν_0) ile türbülans viskozitesinin (ν_{turb}) toplamıdır.

$$\nu = \nu_0 + \nu_{turb} \quad (7.27)$$

Bu nedenle Büyük Topak Simülasyonun (LES) Lattice Boltzmann Metodundaki (LBM) uygulamasında çarpışma sıklığı değeri, moleküler viskozite ve türbülans viskozitenin toplamı olan viskozite ile hesaplanır. Moleküler ve türbülans viskozitenin toplamı ile hesaplanan çarpışma sıklığı ve bu çarpışma sıklığı ile hesaplanan çarpışma denklemi ve ardından işleme konulan ilerleme denklemi yani Lattice Boltzmann Denklemi ile kütle korumu (Denklem 7.18) ve momentum korunumu (Denklem 7.19) denklemlerinin ayrıklaştırılıp çözülmesi aynıdır. Bir başka ifade ile, çarpışma sıklığının iki ayrı viskozitenin toplamı ile hesaplanması Lattice Boltzmann Metodunda Büyük Topak Simülasyonu eklenmesi için yeterlidir [111-115].

Lattice Boltzmann Metodunun çarpışma sıklığı değeri (Denklem 7.26) maksimum 2 olmaktadır ve Lattice Boltzmann metodu stabilite sınırından dolayı Reynolds sayısı arttıkça kullanılabilir çarpışma sıklığı değeri de düşmektedir [83, 84]. Çarpışma sıklığı değerini düşürmenin bir yolu ise viskoziteyi artırmaktan geçer. Türbülanslı akışta, belirli bir yüksek Reynolds sayısında viskoziteyi artırmak türbülans viskozitesinin moleküler viskoziteye eklenmesi ile mümkündür. Bu nedenle türbülans viskozitesi Lattice Boltzmann Metodu stabilite sınırına olumlu etki yapmaktadır.

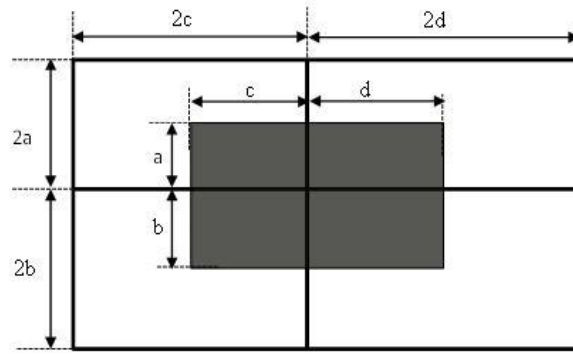
Standart ya da klasik LBM' de lattice yapıları kare şeklindedir, Yüksek Reynolds sayılarına çıktıkça LBM stabilitesinden dolayı fazla ağ yapısı kullanılması gerekmektedir. Yüksek Reynolds sayılarına çıkabilmek için, düzgün olmayan ağ yapılarının kullanılması gerekliliği karşımıza çıkmaktadır. Önceden de belirtildiği gibi düzgün olmayan ağ yapılarına geçiş için İnterpolasyon İlaveli Lattice Boltzmann Metodu kullanılmıştır.

İnterpolasyon İlaveli Lattice Boltzmann Metodunda bilindiği gibi 2 adet ağ yapısı vardır, bunlar lattice ağ yapısı ve düzgün olmayan ağı temsil eden sayısal ağ yapısıdır. Türbülans viskozitesi (ν_{turb}) hesaplamasında kullanılan filtreleme uzunluk ölçüsünün (Δ) hesabında ağ yapısının uzunluğu kullanılmaktadır fakat ISLBM' de hangi ağ yapısı kullanılacaktır? Literatürde bununla ilgili bir bilgi yoktur, bu nedenle

filtreleme uzunluk ölçüsünün hesabı düzgün olmayan ağ yağısı olan sayısal ağ yapısı üzerinden yapılmıştır. Filtreleme uzunluk ölçüsü 2 boyutlu bir problemde şu şekilde hesaplanır.

$$\Delta = (\Delta x \times \Delta y)^{1/2} = (Alan)^{1/2} \quad (7.28)$$

Δx ve Δy ' nin hesaplanmaları ise, Şekil 7.6' da görülen 4 adet sayısal ağın tam ortasında olduğu varsayılan ve her komşusundan yarı sayısal uzunluğu alan bir dikdörtgen kullanılarak Δx ve Δy ya da alan hesaplanmıştır.



Şekil 7.6. Filtreleme uzunluk ölçüsünün (Δ) hesaplandığı alanın şematik gösterimi.

Dikkatli bakıldığında, 4 adet komşu sayısal ağın alanları toplamının çeyreği filtreleme uzunluğu alacağımızın alana eşit olduğu görülmektedir. Sınır durumlarında filtreleme uzunluk ölçüsü sınır durumunun geometrisine göre farklı kombinasyonlarda hesaplanmıştır.

Türbülans viskozitesini ($\nu_{türb}$) hesaplamak için gerinim hızı tensörü (Denklemler 7.21) kullanılmaktadır. Bu denklem Lattice Boltzmann Metodunda aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$S_{ij} = -\frac{1}{2\rho_0 c_s^2 \zeta} \sum_{\alpha} c_{\alpha i} c_{\alpha j} (f_{\alpha} - f_{\alpha}^{eq}) \quad (7.29)$$

Bu denklemde, c_s lattice ses hızı ($=\sqrt{c^2/3}$), ζ çarpışma periyodudur ($=1/\omega$). LBM' in sağladığı gerinim hızı tensörü hesabı kolaylığı ile, gerinim hızı yerel olarak hesaplanmıştır.

Lattice Boltzmann Metoduna Büyük Topak Simülasyonu eklemesinde dikkat edilecek bir hususta, daha çözüm başlamadan türbülans viskozitesine ilk değerini atamaktır. Çünkü çözüm başlangıcında eşdeğer dağılım fonksiyonları ile dağılım fonksiyonları aynı olduğu için gerinim hızı tensörü sıfır olacaktır, böylelikle türbülans viskozitesi değeri sıfır çıkacaktır. Çözümler yüksek Reynolds sayılı türbülanslı akışlarda yapıldığı için, çözümün ilk adımlarda LBM stabilite sınırına gelinebilir. Bu nedenle çözümün türbülans viskozitesi değeri moleküler viskozitenin 10 katı gibi bir değerden başlanması uygun olacaktır.

Türbülans viskozitesi çözüm başlangıcında moleküler viskozitenin 10 katı gibi bir değerden başladığı için kendi gerçek değerini alması için bir miktar zaman adımı yapması gerekmektedir. Kendi gerçek değerine yumuşak bir şekilde yaklaşabilmek için, yakınsattırma faktörü (underrelaxation factor = Ω) kullanılmıştır.

$$\nu^* = \Omega \times \nu_{turb}^{n-1} + (1 - \Omega) \times \nu_{turb}^n \quad (7.30)$$

Burada,

ν_{turb}^n : Olan adımda hesaplanan türbülans viskozitesi değeri

ν_{turb}^{n-1} : Bir önceki adımda hesaplanan türbülans viskozitesi değeri

ν^* : Olan adımda, yakınsattırma işlemi ile gerçek değerine yakınlaştırılan türbülans viskozitesi

Yakınsattırma işleminden sonra gerçek değerine yakınlaştırılan türbülans viskozitesi (ν^*) moleküler viskozite (ν_0) ile toplanarak ($\nu = \nu_0 + \nu^*$) çarpışma frekansı değerini hesaplamak için kullanılırlar. Bütün çözümlerde yakınsattırma faktörü (Ω) 0.5 alınmıştır.

7.2. Örnek Uygulamalar

Önceden de belirtildiği gibi, Lattice Boltzmann Metodunda, türbülans modeli olarak Büyük Topak Simülasyonları kullanılmıştır. Büyük Topak Simülasyonu kullanılarak yapılan analizleri doğrulamak için 2 farklı Reynolds sayısında kanal içinde üçgen konularak oluşturulan akış incelenmiştir. Kullanılan Reynolds sayıları kanal yüksekliğine göre 2000 ve 50000 dir.

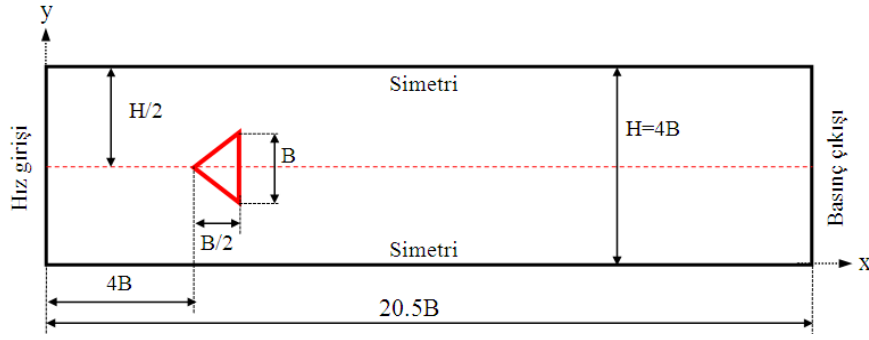
Bu ilk doğrulama çalışmalarından sonra, tezin amacına uygun olarak farklı geometri karayolu taşıtları üzerindeki akışı çözmek için, kanal içinde bir binek otomobil (Renault Symbol) ve bir tır (Renault MIDLUM 180.13 LIGHT) akışı incelenmiştir. Her akış için, kanal yükseklikleri araç yüksekliğinin iki katı şeklinde alınmıştır. İncelenen Reynolds sayısı kanal yüksekliğine göre 50000 dir.

Bu dört analiz, zamana bağımlı (unsteady) akışlardır. Bu nedenle, akışlar incelenirken kanal içindeki iç geometri üzerine gelen kaldırma ve hava direnci kuvvetleri periyodlarına göre, hızın x (giriş hızı yönü) bileşeninin zaman ortalaması değerleri alınıp her periyoda göre değişip değişmediği gözlenmiştir. Ortalaması alınmış hızın periyoda göre değişmediği gözlemlendiğinde akış analizleri sonlandırılmıştır.

7.2.1. $Re=2000$, kanal içine üçgen konularak oluşturulan akış

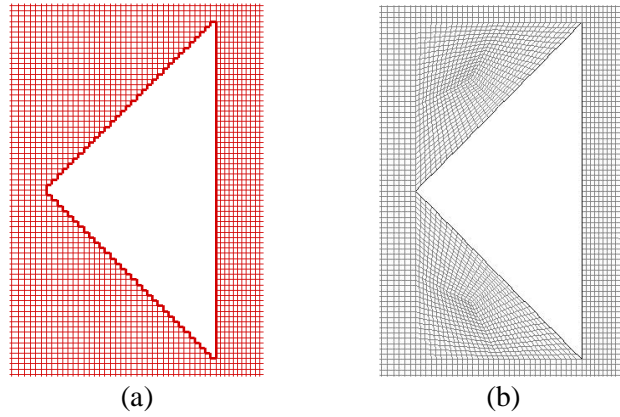
Kanal içine üçgen konularak oluşturulan akışta Reynolds sayısı 2000 için kullanılan geometrinin şematik gösterimi Şekil 7.7' de verilmiştir. Bu geometri ayrıca $Re=50000$ içinde kullanılmıştır.

Kanal'da hız girişi düz bir profilde verilmektedir. Kanalın alt ve üst sınırlarında simetri sınır koşulu kullanılmıştır. Türbülanslı akışta duvar kenarlarında daha hassas sonuçlar elde etmek için ya da viskoz alt tabakayı daha iyi temsil edebilmek için y^+ değeri 5' in altında olmalıdır. Bu nedenle üçgen çevresinde yeteri kadar ince ağ yapısı kullanılmıştır. Akış, kanaldan sabit bir basınç altında çıkmaktadır.



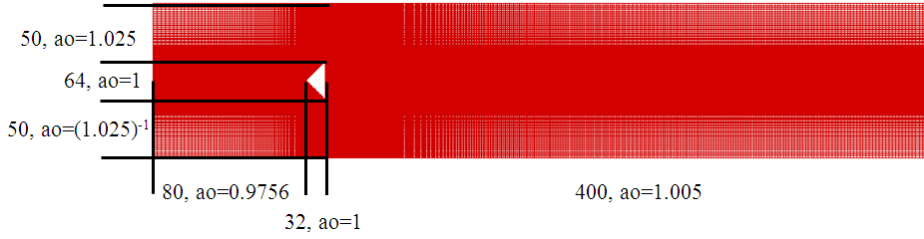
Şekil 7.7. Kanal içine üçgen konularak oluşturulan akışın şematik resmi ($Re=2000$ ve $Re=50000$)

Hem LBM' de hem de Fluent' te kullanılan ağ yapıları aynıdır. LBM' de İnterpolasyon İlaveli LBM kullanıldığı için düzgün olmayan ağ yapıları kullanılmıştır. Kullanılan sayısal ağ yapıları sadece iç geometri çevresinde farklılıklar göstermektedir. LBM' de her durumda dikdörtgen yapıli sayısal ağlar kullanılarak üçgen merdiven şeklinde modellenmiştir. Fluent' te ise üçgen çevresinde, üçgen geometrisine uygun sayısal ağlar kullanarak tam olarak modellenmiştir (Şekil 7.8). Bu çözümde üçgen yüksekliği (B) için 64 sayısal ağ yapısı kullanılmıştır.



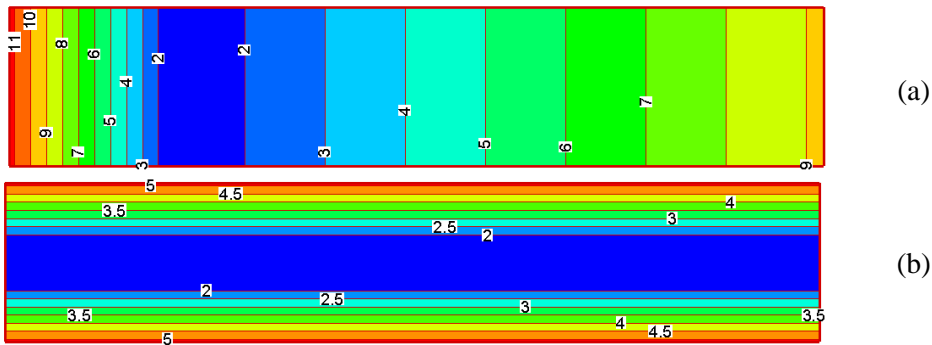
Şekil 7.8. $Re=2000$ için üçgen çevresinde kullanılan ağ yapıları (a) LBM, (b) Fluent

Reynolds sayısı 2000 için, kanal içine üçgen konulan akışta kullanılan ağ sayıları ve açılma oranları Şekil 7.9' da gösterilmiştir. Bu şekilde üçgen çevresinde kullanılan y^+ değerleri ilk sayısal ağ için 1, ilk 3 sayısal ağ için 5 alınmıştır.



Şekil 7.9. $Re=2000$ için kanal içine üçgen konulan akışta kullanılan ağ sayıları ve açılma oranları.

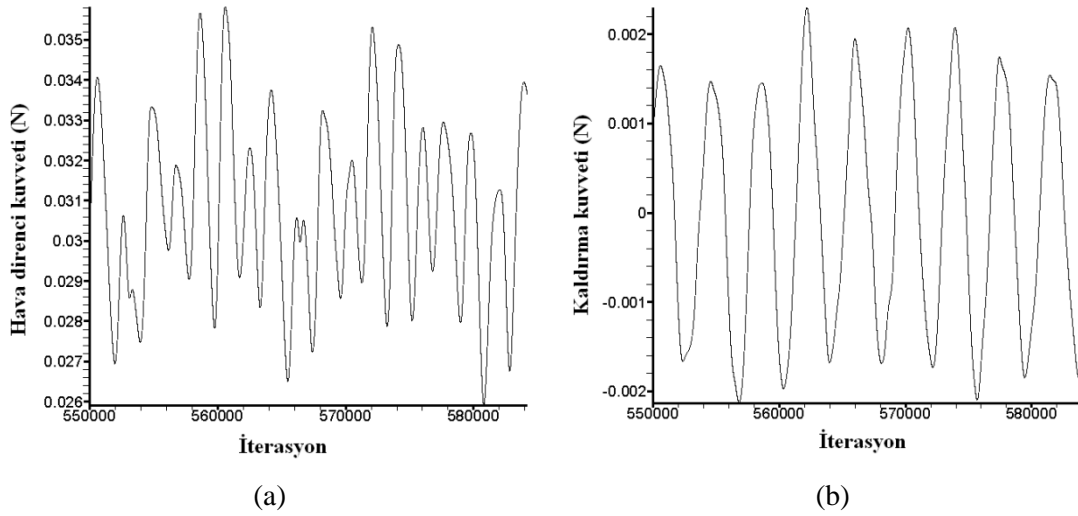
İnterpolasyon İlaveli LBM kullanıldığı için, önceden de belirtildiği gibi LBM' de iki adet ağ yapısı vardır. Bunlar lattice ağ ve sayısal ağ yapısıdır. Sayısal ağ yapısı, lattice ağdan daha büyüktür İnterpolasyon İlaveli LBM' in yapısından dolayı. Bu nedenle LBM' de sayısal ağ yapısı ile lattice ağın oranları önemlidir, Bu oranın çok fazla olmamasına dikkat edilmelidir. LBM' de kullanılan lattice ağ uzunluğu 0.01' dir. Lattice hızı 1 alındığı için zamana bağımlı analizde kullanılan zaman adımı 0.01 dir. Ayrıca Reynolds sayısı 2000 için Fluent' te kullanılan zaman adımı LBM' deki gibi 0.01 dir. Şekil 7.10' da sayısal ağ ile lattice ağ' ın oranları hem x (a) hem de y (b) yönleri için verilmiştir.



Şekil 7.10. $Re=2000$ için kanal içine üçgen konulan akış için sayısal ağ ile lattice ağın oranları (a) x yönünde (b) y yönünde.

Şekil 7.10' da görüldüğü gibi x yönündeki oran kanal girişinde 11 civarında, üçgen kısmında ağ incelendiğinden dolayı 2' nin altında ve kanal çıkışına yaklaştıkça daha seyrek ağ kullanıldığı için oran 9 olmaktadır. Y yönünde ise simetri sınır koşulunda daha seyrek ağ yapısı kullanıldığı için oran 5, üçgen çevresinde oran 2' nin altındadır.

Daha önceden de belirtildiği gibi, zamana bağımlı akışta çözümlerin karşılaştırabilmesi için, belirli bir değerin periyodunun belirlenmesi ve bu periyoda göre akış değişkenlerinin zamana bağlı ortalaması alınması gerekmektedir. Kanal içinde üçgen geometrili akışta, üçgen üzerine gelen kaldırma (akış hızına dik doğrultuda) ve direnç (akış hızına paralel doğrultuda) kuvvetlerinin periyodları bulunmalıdır. LBM analizinde elde edilen kaldırma kuvveti (Şekil 7.11-a) ve hava direnci kuvvetinin (Şekil 7.11-b) zaman göre değişimleri verilmiştir.



Şekil 7.11. $Re=2000$ için kanal içine üçgen konulan akışta, üçgen üzerinde oluşan kuvvetlerin iterasyonlara göre değişimi. (a) kaldırma kuvveti (N), hava direnci kuvveti (N)

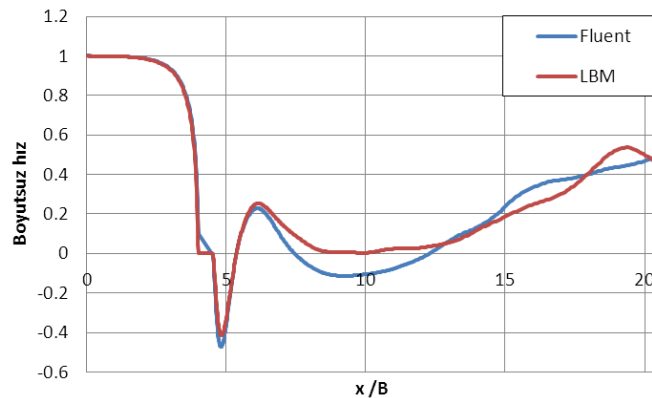
Türbülans' dan dolayı LBM' de Büyük Topak Simülasyondan elde edilen kaldırma ve hava direnci kuvvetinin iterasyonlara göre değişimleri laminar akışta olduğu gibi düzgün bir periyodik şekilde değildir. Bu düzensizlik içinde periyodu bulmak için Maple 11 ticari programı yardımı ile Ayıklanmış Fourier Dönüşümü (Discrete Fourier Transform = DFT) kullanılmıştır [116]. Bu dönüşüme göre elde edilen kaldırma ve hava direnci kuvveti periyodları hem LBM hem de Fluent' e göre Tablo 7.1' de verilmiştir.

Tablo 7.1. $Re=2000$ için kanal içine üçgen konulan akışta oluşan kaldırma ve hava direnci kuvvetlerinin LBM ve Fluent'e göre periyotları.

	Kaldırma kuvveti periyodu	Hava direnci kuvveti periyodu
	(sn)	(sn)
LBM	37.99	19.13
Fluent	38.12	19.06

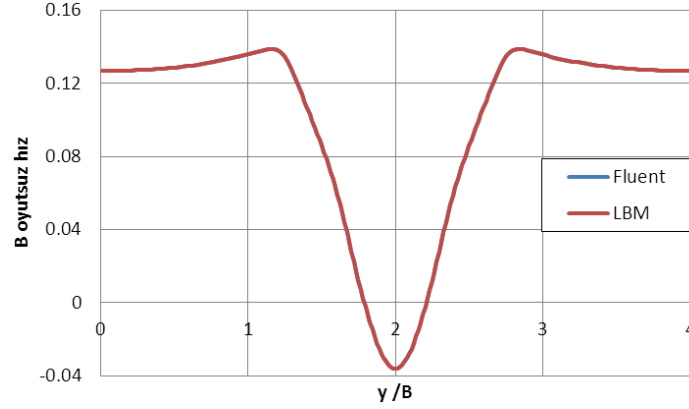
Tablo 7.1' e göre LBM ve Fluent' te elde edilen kaldırma kuvveti periyodları hava direnci periyodlarının 2 katıdır. Ayrıca kaldırma kuvveti periyodları her iki analiz için birbirlerine çok yakındır (≈ 38 sn). Kaldırma kuvveti periyodu, hava direnci periyodunun 2 katı olduğu için her periyoda göre zaman ortalaması alınması işleminde kaldırma kuvveti dikkate alınmıştır.

Kaldırma kuvvetine göre zaman ortalaması alınmış boyutsuz x yönündeki hızın (giriş hızına paralel), çalışma alanı ortasında bulunan yatay kesitteki dağılımı hem Fluent hem de LBM için Şekil 7.12' de verilmiştir. Şekil 7.12' de görüldüğü gibi zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının çalışma alanı ortasında bulunan yatay kesitteki değişimi kanal girişinde ve üçgen geometri sonrasında birebir uyum sağlamasına rağmen, üçgen geometrisinden uzaklaştıkça biraz sapmalar görülmüştür. Fakat genelde dağılımın karakteristik özellikleri birbirleri ile uygundur.



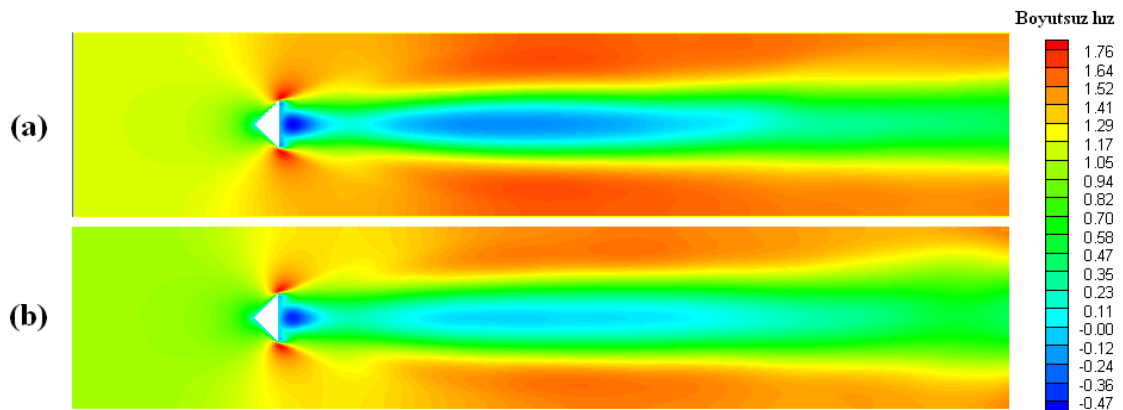
Şekil 7.12. Zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının çalışma alanı ortasında bulunan yatay kesitteki dağılımı, $Re=2000$

Şekil 7.13' de ise zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının üçgenden sonra yatay olarak üçgen yarı yüksekliğinde ($B/2$) bulunan dikey kesitteki dağılımı hem Fluent hem de LBM için verilmiştir. Şekil 7.13' de görüldüğü gibi her iki analizden elde edilen sonuçlar birbirleri ile uygun çıkmıştır.



Şekil 7.13. Zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının üçgenden sonra yatay olarak üçgen yarı yüksekliğinde bulunan dikey kesitteki dağılımı, $Re=2000$

Şekil 7.14' de ise, zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının dağılımı hem Fluent hem de LBM için verilmiştir. Laminer akışta olduğu gibi türbülanslı akışta zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının değişimi problem simetrik olduğu için, simetrik olarak elde edilmiştir. Genel olarak zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının dağılımı birbirine bezemektedir.



Şekil 7.14. Zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının dağılımları, (a) Fluent, (b) LBM, $Re=2000$

Bu problem için, üçgen üzerinde hesaplanan hava direnci katsayıları hem Fluent hem de LBM için hesaplanmıştır. Hava direnci katsayısı yine kaldırma periyoduna zaman ortalaması alınarak hesaplanmıştır. Buna göre hesaplanan hava direnci katsayıları ve Fluen hesabına göre LBM' deki yüzde fark Tablo 7.2' de verilmiştir.

Tablo 7.2. $Re=2000$ için kanal içine üçgen konulan akışta hava direnci katsayısının Fluent ve LBM' e göre tahminleri ve LBM tahmini ile Fluent tahmini arasındaki yüzde fark.

	Hava direnci katsayısı (C_D)	Fark (%)
Fluent	6.78	
LBM	6.12	9.73

Tablo 7.2' de görüldüğü gibi LBM' de tahmin edilen hava direnci katsayısı ile Fluentte tahmin edilen hava direnci katsayısı arasında %9.7 lük bir fark bulunmaktadır.

Son olarak, akış değerlerinin zaman ortalaması alınması için kullanılan kaldırma kuvvetinin Fluentteki ve LBM deki çözüm süreleri Tablo 7.3' te verilmiştir.

Tablo 7.3. $Re =2000$ için kanal içine üçgen konulan akışta kaldırma kuvveti periyodu çözüm süreleri ($\delta t=0.01$)

	Çözüm süreleri (dk)
Fluent	548
LBM	16

Çözümlerde aynı bilgisayar kullanılmıştır. Kullanılan dizüstü bilgisayarın temel özellikleri çift çekirdekli (T4200 işlemcili) , 4GB RAM' li olmasıdır. Aynı zaman adımı kullanıldığında, zamana bağlı çözümler LBM de çok daha hızlı çözüme (34 kat) ulaşmaktadır. Fluent' te ise her zaman adımının yakınsaması 20 iterasyon kullanılmıştır ve korunum, x ve y hızlarının yakınsaması için kullanılan artık değeri (residual) 10^{-6} dır.

7.2.2. $Re=50000$, kanal içine üçgen konularak oluşturulan akış

Önceden de belirtildiği gibi Reynolds sayısı 2000' de çözülen kanal içine üçgen konulan akıştaki geometri ve sınır koşulları Reynolds sayısı 50000 için kullanılmıştır (Şekil 7.7).

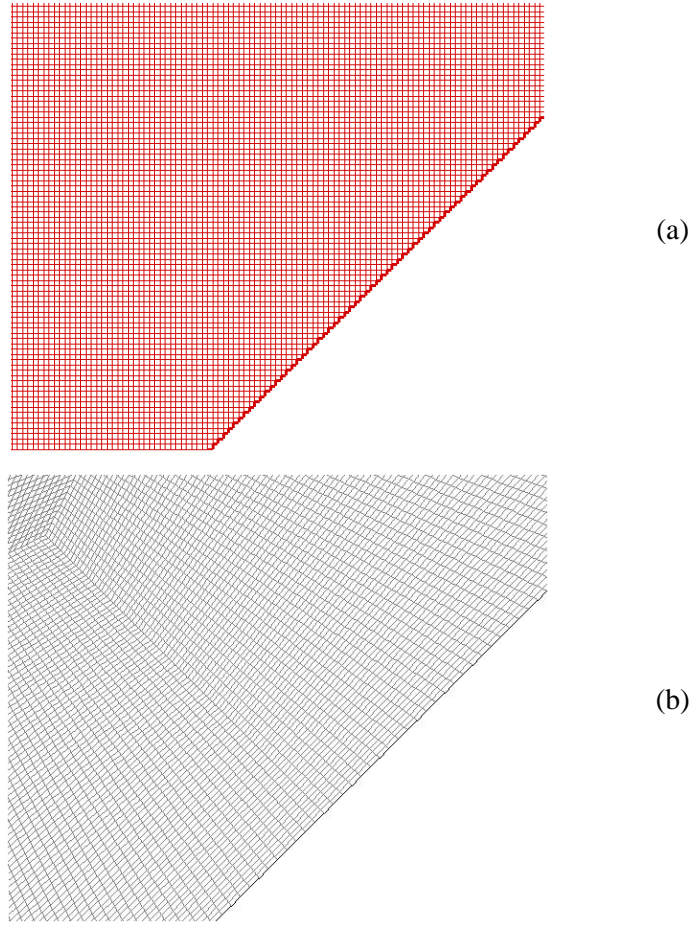
Aynı şekilde LBM' de üçgen çevresinde dikdörtgen sayısal ağlar kullanılarak üçgen merdiven şeklinde modellenmişti, fakat Fluent çözümlerinde üçgen çevresinde, üçgen geometrisine uygun dört köşeli sayısal ağlar kullanılmıştır. Bu sayısal ağlar detaylı olarak Şekil 7.15' de gösterilmiştir.

Bu ağ yapısı üçgen yüksekliğinde 360 sayısal ağ kullanarak sağlanmıştır. Ayrıca üçgen çevresindeki viskoz alt tabakayı daha hassas çözmek için y^+ değeri 4 olarak alınmıştır. LBM çözümlerinin stabil olması için lattice uzunluğu, tabi ki bununla beraber zaman adımı değeri (δt) 0.0008 alınmıştır. Çözüm süreleri göze alındığından LBM de kullanılan zaman adımı Fluent çözümlerinde kullanılmamıştır. Bir başka deyişle, LBM de kullanılan zaman adımı Fluent çözümlerinde kullanılsaydı çözüm süreleri çok büyük zaman alacaktı. Fluent çözümlerinde kullanılan zaman adımı, zamana bağımlı çözümlerde kullanılan Courant sayısının 1 olacak şekilde ayarlanması ile belirtilmiştir. Buna göre Fluent çözümlerinde kullanılan zaman adımı 0.066 dır.

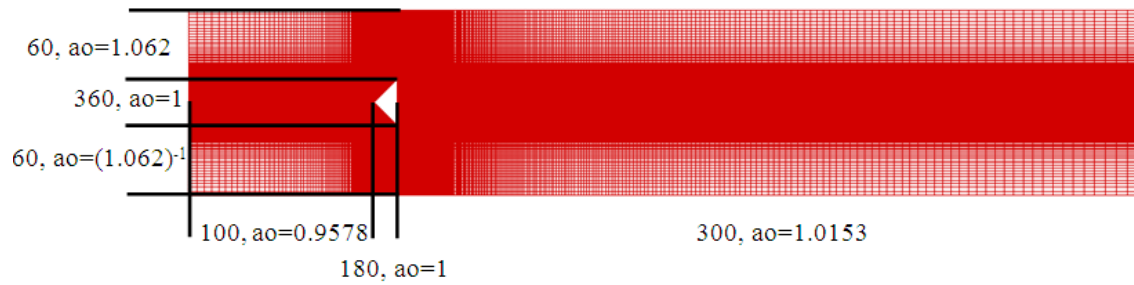
Reynolds sayısı 50000 için, kanal içine üçgen konulan akışta kullanılan ağ sayıları ve açılma oranları Şekil 7.16'da gösterilmiştir.

Önceden belirtildiği gibi, İnterpolasyon İlaveli LBM kullanıldığı için, LBM çözümlerinde iki adet ağ mevcuttur. Bunlar lattice ağı ve sayısal ağıdır. Sayısal ağın lattice ağına oranı İnterpolasyon İlaveli LBM için çok önemlidir. Bu problem için LBM çözümlerinde kullanılan sayısal ağın lattice ağına oranları hem x yönünde (akış hızına paralel) hem de y yönünde (akış hızına dik) Şekil 7.17' de verilmiştir.

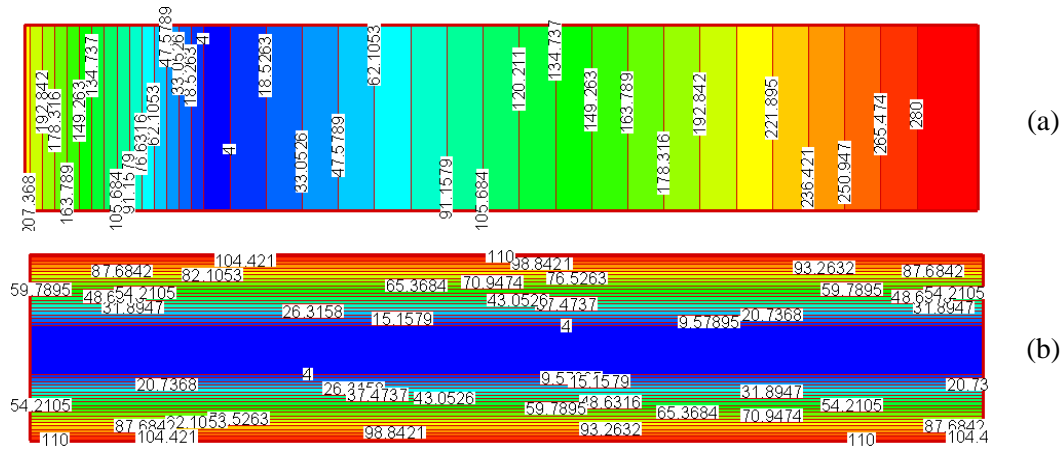
Bu problem için, sayısal ağın lattice ağa oranı, x yönünde kanal girişinde sayısal ağın lattice ağına oranı 200' ün üstünde olup üçgen çevresinde 4' e kadar düşmüştür, üçgenden uzaklaştıkça sayısal ağın açılması ile beraber oran 280' e çıkmıştır. Bu oranlar LBM çözümlerinde yüksek Reynolds sayılı akışlara çıkabilmek için daha az ağ kullanılmasına olanak sağlamaktadır. Aynı şekilde, y yönündeki oranlara bakacak olursak, kanal simetri sınırına oran 105, üçgen çevresinde 4 tür.



Şekil 7.15. Re=50000 için üçgen çevresinde kullanılan ağ yapıları (a) LBM, (b) Fluent



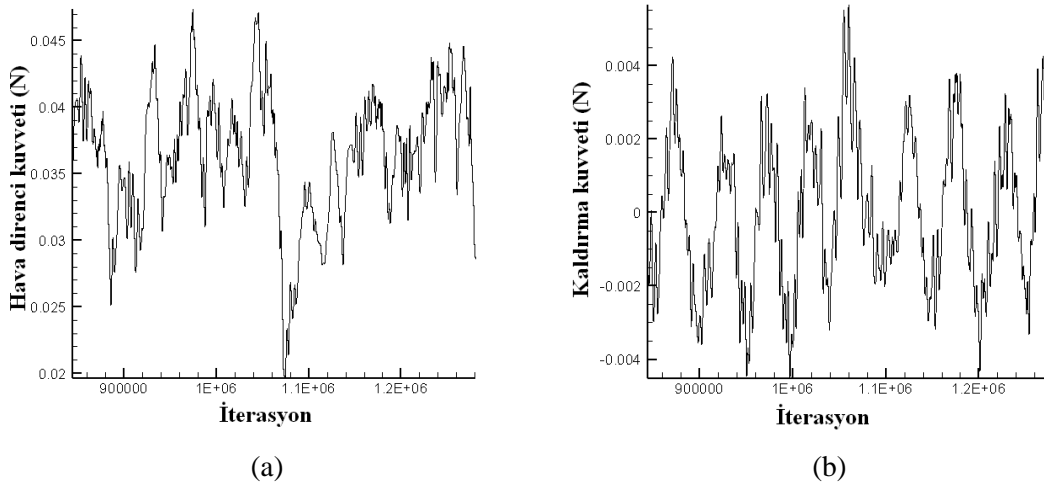
Şekil 7.16. Re=50000 için kanal içine üçgen konulan akışta kullanılan ağ sayıları ve açılma oranları.



Şekil 7.17. Re=50000 için kanal içine üçgen konulan akış için sayısal ağ ile lattice ağın oranları (a) x yönünde (b) y yönünde.

Reynolds sayısı 50000 için kanal içine üçgen konulan akışta, üçgen üzerinde oluşan hava direnci ve kaldırma kuvvetlerinin iterasyonlara göre değişimi Şekil 7.18' de verilmiştir. Bu kuvvet değişimlerine laminer akışlarda olduğu gibi tam periyodik özellik göstermemektedir. Bu nedenle hava direnci ve kaldırma kuvveti periyodlarını bulmak için Maple 11 programı yardımıyla Ayıklaşmış Fourier Dönüşümü kullanılmıştır [116].

Tablo 7.4' te Reynolds sayısı 50000 içi kanal içine üçgen konulan akışta kaldırma ve hava direnci kuvvetlerinin periyodları hem LBM için hem de Fluent için verilmiştir. Bu değerlere göre her iki durumda kaldırma kuvveti periyodları hava direnci periyodlarının 2 katı çıkmıştır. Bu nedenle bir periyot için zaman ortalaması alınma işlemi kaldırma kuvveti dikkate alınarak yapılmıştır. Her iki analizde tahmin edilen kaldırma kuvveti periyodu ve hava direnci kuvveti periyodu birbirleri ile yakın çıkmıştır.



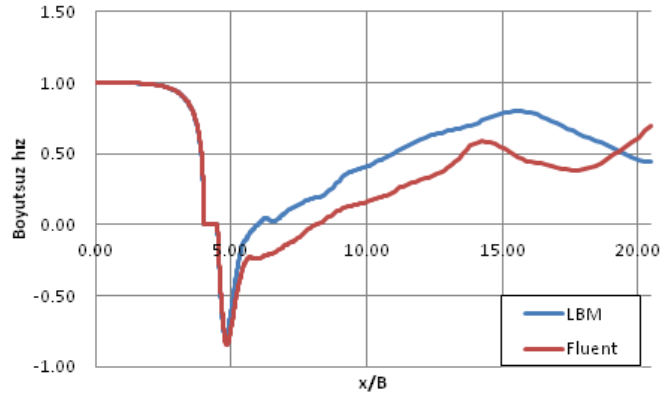
Şekil 7.18. $Re=50000$ için kanal içine üçgen konulan akışta, üçgen üzerinde oluşan kuvvetlerin iterasyonlara göre değişimi. (a) kaldırma kuvveti (N), hava direnci kuvveti (N)

Ayrıca Tablo 7.4' te tayin edilen zaman adımına göre bir kaldırma kuvveti periyodunda kullanılan iterasyon sayıları da verilmiştir. LBM' de bir kaldırma kuvveti periyodu için 43690 iterasyon kullanılırken aynı durumda Fluent çözümünden 585 iterasyon kullanılmıştır. Bu durumun çözüm sürelerine etkisine sonra değinilecektir.

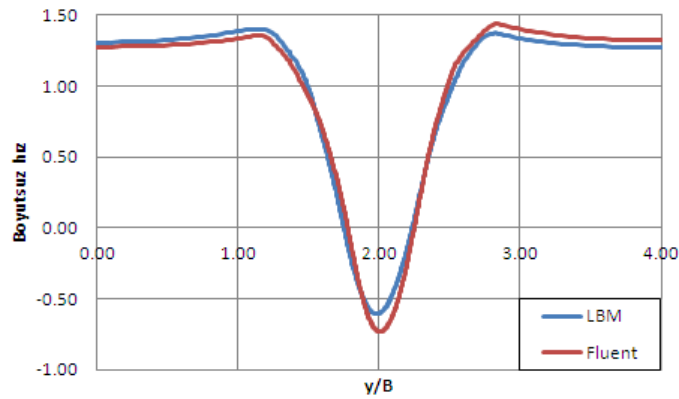
Tablo 7.4. $Re=50000$ için kanal içine üçgen konulan akışta oluşan kaldırma ve hava direnci katsayılarının LBM ve Fluent için periyodları ve kaldırma kuvveti periyodunun LBM ve Fluent için iterasyon sayıları

	Kaldırma kuvveti periyodu (sn)	Kaldırma kuvveti periyodu iterasyon sayısı	Hava direnci kuvveti periyodu (sn)
LBM ($\delta t=0.0008$)	34.95	43690	17.476
Fluent ($\delta t=0.066$)	38.61	585	19.309

Kaldırma kuvvetine göre zaman ortalaması alınmış boyutsuz x yönündeki hızın (giriş hızına paralel), çalışma alanı ortasında bulunan yatay kesitteki dağılımı hem Fluent hem de LBM için Şekil 7.19' da verilmiştir. Şekil 7.19' da görüldüğü gibi zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının çalışma alanı ortasında bulunan yatay kesitteki değişimi kanal girişinde her iki analizde aynı çıkmasına rağmen, üçgenden sonra özellikle kanal sonuna doğru farklılıklar oluşmuştur. Bu farklılığın en temel nedeni, Fluent ile LBM' de kullanılan zaman adımlarının farklılığıdır.



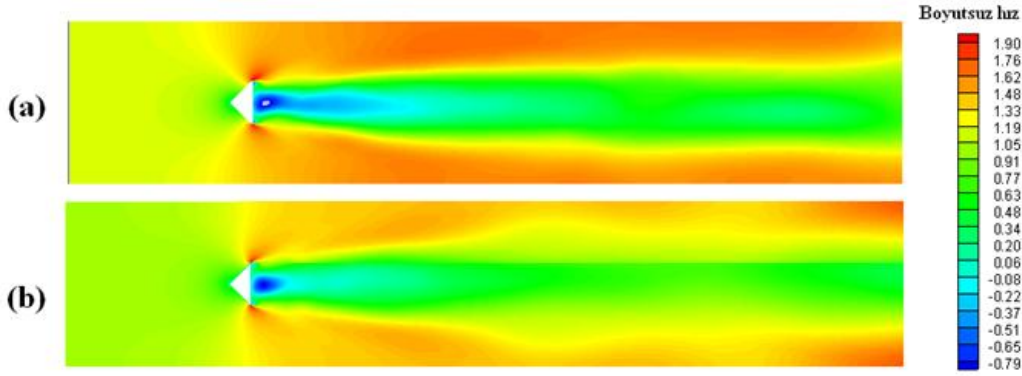
Şekil 7.19. Zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının çalışma alanı ortasında bulunan yatay kesitteki dağılımı, $Re=50000$



Şekil 7.20. Zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının üçgenden sonra yatay olarak üçgen yarı yüksekliğinde bulunan dikey kesitteki dağılımı, $Re=50000$

Şekil 7.20' de ise zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının üçgenden sonra yatay olarak üçgen yarı yüksekliğinde bulunan dikey kesitteki dağılımı hem Fluent hem de LBM için verilmiştir. Şekil 7.20' de görüldüğü gibi her iki analizden elde edilen sonuçlar birbirlerine tam olarak benzemese de uygun çıkmıştır.

Şekil 7.21' de ise, zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının dağılımı hem Fluent hem de LBM için verilmiştir. Türbülanslı akışta zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının değişimi, çözülen problemin simetrik yapısından dolayı her iki çözüm için simetrik çıkmıştır. Ayrıca zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının dağılımı birbirine tam olarak benzemesede karakteristik olarak benzediği görülmektedir.



Şekil 7.21. Zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının dağılımları, (a) Fluent, (b) LBM, Re=50000

Bu problem için, üçgen üzerinde hesaplanan hava direnci katsayıları hem Fluent hem de LBM için hesaplanmıştır. Hava direnci katsayısı yine kaldırma periyoduna zaman ortalaması alınarak hesaplanmıştır. Buna göre hesaplanan hava direnci katsayıları ve Fluent hesabına göre LBM' deki yüzde fark Tablo 6.5' te verilmiştir.

Tablo 7.5. Re=50000 için kanal içine üçgen konulan akışta hava direnci katsayısının Fluent ve LBM' e göre tahminleri ve LBM tahmini ile Fluent tahmini arasındaki yüzde fark.

	Hava direnci katsayısı (C_D)	Fark (%)
Fluent	8.19	
LBM	7.28	11.11

Tablo 7.5' te görüldüğü gibi Reynolds sayısı 50000 olan üçgen geometrili kanal akışı için, LBM' de tahmin edilen hava direnci katsayısı ile Fluentte tahmin edilen hava direnci katsayısı arasında %11.11 lük bir fark bulunmaktadır. Bu sonucun nedeni her iki çözümde kullanılan zaman adımlarının farklılığıdır.

Son olarak, akış değerlerinin zaman ortalaması alınması için kullanılan kaldırma kuvvetinin Fluent ve LBM deki çözüm süreleri Tablo 7.6' te verilmiştir.

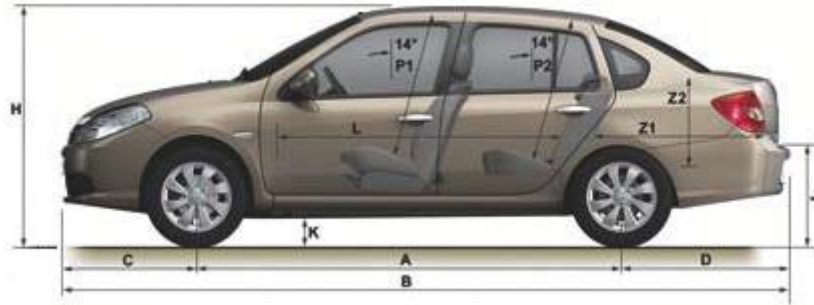
Tablo 7.6. Re=50000 için kanal içine üçgen konulan akışta kaldırma kuvveti periyodu çözüm süreleri

	Çözüm süreleri (dk)
Fluent, ($\delta t=0.066$)	374
LBM, ($\delta t=0.0008$)	348

Çözümlerde öncede teknik özellikleri verilen dizüstü bilgisayar kullanılmıştır. Fluentte Courant sayısını 1 yapan 0.066 zaman adımı kullanılmasına rağmen çözüm süresi LBM çözüm süresinden uzun çıkmıştır. Bu LBM için bir avantajdır, fakat unutulmamalıdır ki, bu yüksek Reynolds sayılı akış için LBM çözümlerinde daha büyük zaman adımı LBM stabilite sınırından dolayı kullanılmamaktadır.

7.2.3. $Re=50000$, Binek araç (Renault, Symbol) üzerindeki akış

Tezin ana amacı olan farklı geometrili araç geometrisi üzerinde akışı veya hava direnci katsayısını ölçmek için ilk olarak Renault Symbol [117] binek aracı alınmıştır.

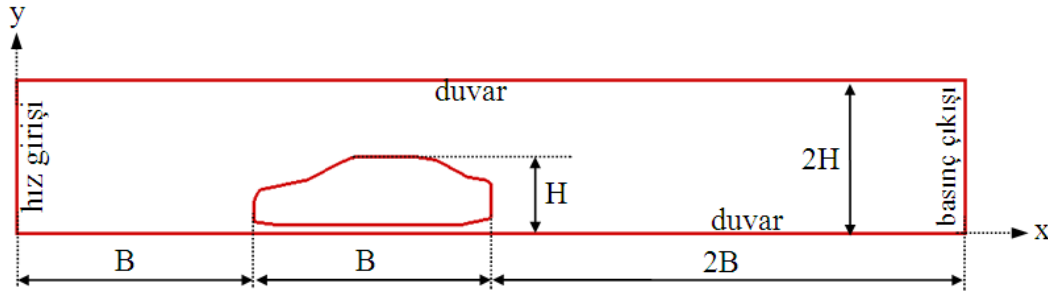


Şekil 7.22. Renault Symbol gerçekte ölçülen ölçüleri [117].

Aracın geometrisi, Renault' un resmi internet sitesinden alınmıştır [117] ve araç geometrisi Şekil 7.22' de verilmiştir. Çizimde kullanılan temel ölçüler, araç yüksekliği (H) 1439mm, araç toplam uzunluğu (B) 4261mm, aracın boş iken yerden yüksekliği (K) 140mm dir.

Binek araç üzerindeki akışa ait çalışma alanının şematik resmi Şekil 7.23' de verilmiştir. Şekil 7.23' de görüldüğü gibi, binek araç bir kanal içindedir. Kanalın batı tarafındaki sınırında hız girişi, doğu tarafındaki sınırından basınç çıkışı sınır koşulu uygulanmaktadır. Kanalın alt ve üst duvarlarında duvarda kaymama sınır koşulu verilmiştir. Araç üzerinde ise yine duvarda kaymama sınır koşulu uygulanmıştır.

Çözümler iki boyutlu yapıldığı için, araç tekerlekleri modele katılmamış, araç yerden yüksekte duracak şekilde modellenmiştir. Kanalın boyu, araç boyunun toplam boyunun (araç yerden yükseliği dahil) iki katıdır. Kanalın genişliği ise araç uzunluğunun 4 katıdır. Bu halde kanalın ölçüleri $4B \times 2H$ veya $17.044\text{m} \times 2.878\text{m}$ dir. Aracın kanaldaki yerleşimi kanalın hız girişinden bir araç boyu sonradır. Yapılan analizler kanal yüksekliğine göre Reynolds sayısı 50000' e göre yapılmıştır.

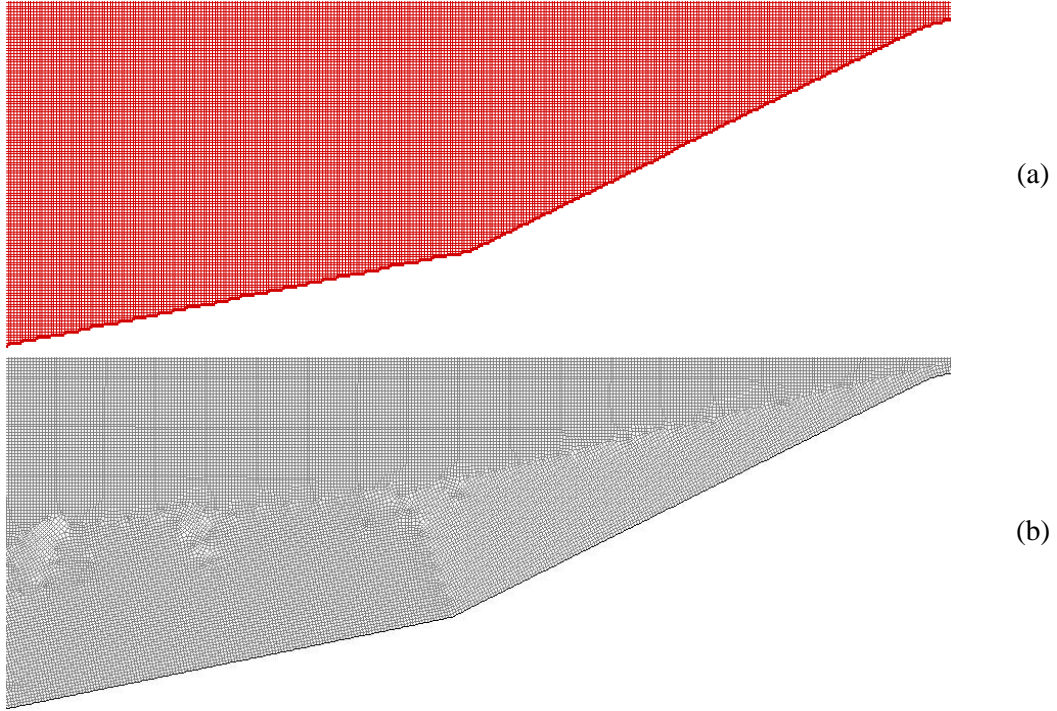


Şekil 7.23. Binek araç üzerindeki akış çözümü için oluşturulan çalışma alanının şematik resmi, $Re=50000$

LBM çözümlerinde, binek araç çevresinde ağ yapıları dikdörtgen şeklinde olup eğimli duvarlar merdiven şeklinde modellenmiştir. Fluent çözümlerinde, ise binek araç geometrisine uygun olarak gerektiği yerlerde dört köşeli ve üç köşeli (üçgen) ağ yapıları kullanılmıştır. Üçgen ağ yapısı kullanılması, bu tür karmaşık geometrili çözümlerde, karmaşık geometrinin daha uygun şekilde modellenmesine olanak sağlar. Aracın ön camı etrafındaki kullanılan ağ yapıları detaylı olarak Şekil 7.24' de gösterilmiştir.

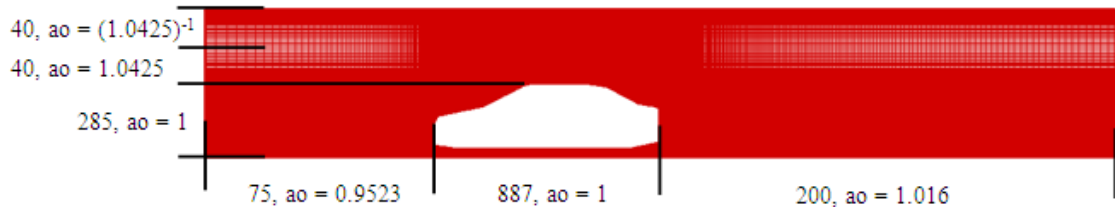
Bütün çalışma kullanılan ağ sayıları ve açılma oranları Şekil 7.25' de gösterilmiştir. Şekil 7.25' e göre x doğrultusunda kanal batı tarafından araç geometrine olan kısımda 75 ağ yapısı 0.9523' lik açılma oranında, araç boyunca 887 ağ yapısı bir açılma oranında, araç geometrisinden kanal sonuna doğru 200 ağ yapısı 1.016' lik açılma oranında kullanılmıştır. Y doğrultusunda ise, kanal alt duvarından araç yüksekliğine kadar 285 ağ yapısı bir açılma oranında, araç yüksekliğinden %75 kanal yüksekliğine kadar 40 ağ yapısı 1.0425 'lik açılma oranında, son olarak kanal %75 yüksekliğinden kanal sonuna doğru 40 ağ yapısı 0.9592'lik bir açılma oranında kullanılmıştır. Y yönünde araç yüksekliğinden kanal üst tarafına kadar olan kısımda

iki farklı açılma oranında ağ yapısının kullanılmasının nedeni kanal üst duvarında ve araç üst tarafındaki duvarda viskoz alt tabakayı daha hassas tanımlayabilmek için hassas ağ yapıları kullanılmıştır.



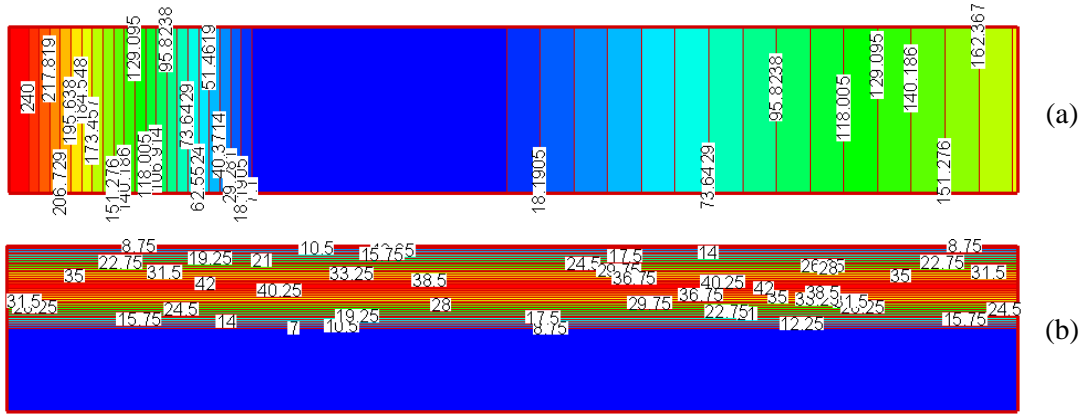
Şekil 7.24. Binek araç üzerindeki akış çözümlerinde, binek aracı ön tarafında kullanılan ağ yapılarının detaylı gösterimi (a) LBM, (b) Fluent

Çözümler sırasında üst duvarda maksimum y^+ değeri 5.5 (araç hizasında), alt duvarda maksimum y^+ değeri 4 (araçtan sonra), binek araç üzerinde maksimum y^+ değeri 4 (araç arkası ve altında) tür. Bu değerlerde viskoz alt tabaka hassas bir şekilde modellenmiştir.



Şekil 7.25. Binek araç üzerindeki akışı çözmek için bütün çalışma alanında kullanılan ağ sayısı ve açılma oranları (Re=50000)

İnterpolasyon İlaveli LBM kullanıldığı için, sayısal ağ uzunluğu ile lattice ağ uzunluğu oranları çok önemlidir. Bu oranlar binek araç üzerindeki akış için, hem x hem de y doğrultusunda Şekil 7.26' de verilmiştir.

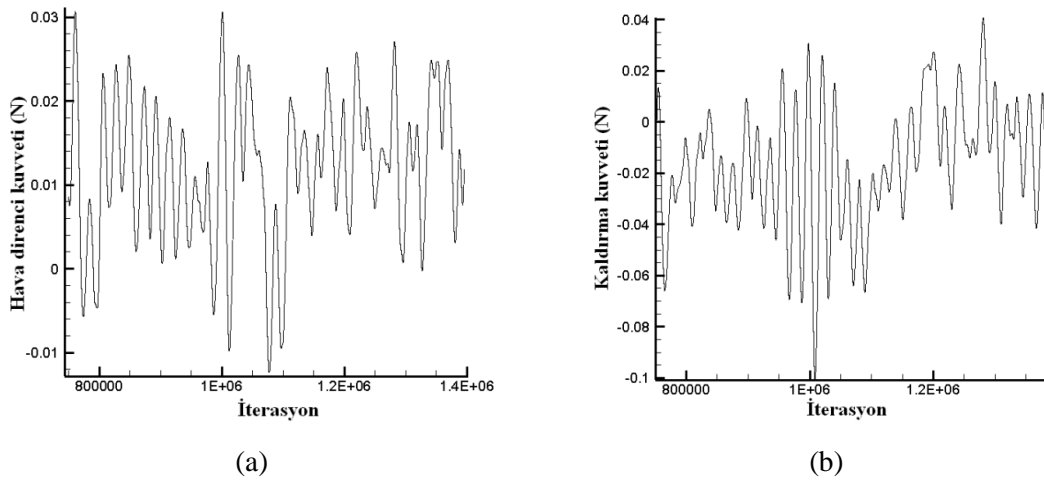


Şekil 7.26. Binek araç üzerindeki akışı çözmek için kullanılan sayısal ağın lattice ağı oranı (a) x yönünde, (b) y yönünde

Şekil 7.26' da görüldüğü gibi, x doğrultusunda kanal girişinde sayısal ağın lattice ağı oranı 208 iken binek araçta ve çevresinde 7, kanal sonuna doğru 170 olmaktadır. Y doğrultusunda ise, kanalın alt tarafında binek araç olduğu için sayısal ağın lattice ağı oranı 7, araçtan kanal %75 yüksekliğine 38, daha sonrasında kanal tam yüksekliğinde oran 8 olmaktadır.

Şekil 7.27' de ise binek araç üzerinde oluşan hava direnci ve kaldırma kuvvetinin iterasyona (zaman adımı) göre değişimleri verilmiştir. Kuvvet değişimleri diğer türbülanslı akışlarda olduğu gibi tam periyodik bir davranışta değildir. Bu nedenle hava direnci ve kaldırma kuvveti periyotlarını Maple 11 programı yardımı ile Ayrıklaşmış Fourier Dönüşümü kullanılarak bulunmuştur [116].

LBM çözümlerinde kullanılan zaman adımı 0.0008 dir, fakat Fluent çözümlerinde, çözüm süresi dikkate alınarak zaman adımı Courant sayısı 1 olacak şekilde artırılmıştır. Buna göre Fluent çözümlerinde kullanılan zaman adımı 0.048 dir. Binek araç üzerinde oluşan kaldırma ve hava direnci kuvveti periyotları ve kaldırma kuvveti periyodunun iterasyon sayıları LBM ve Fluent çözümleri için Tablo 7.7' de verilmiştir.



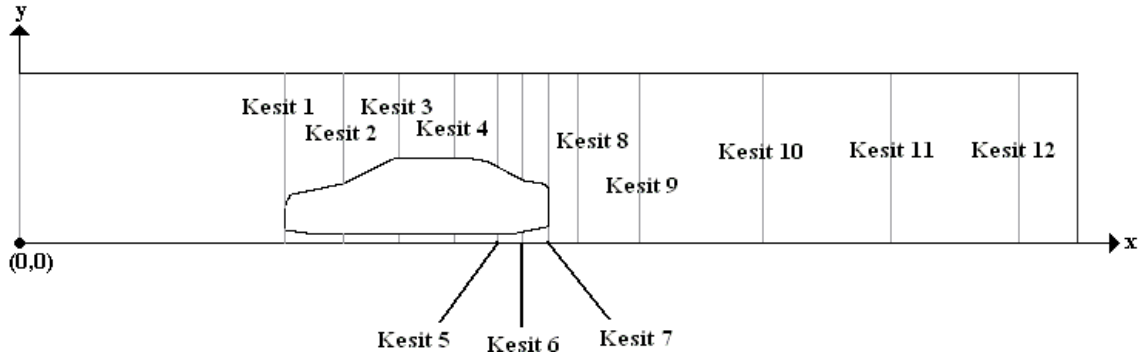
Şekil 7.27. Binek araç üzerinde oluşan hava direnci (a) ve kaldırma kuvvetinin (b) iterasyona göre değişimleri, $Re=50000$

Tablo 7.7. Binek araç üzerinde oluşan kaldırma ve hava direnci katsayılarının LBM ve Fluent için periyodları ve kaldırma kuvveti periyodunun LBM ve Fluent için iterasyon sayıları

	Kaldırma kuvveti periyodu (sn)	Kaldırma kuvveti periyodu iterasyon sayısı	Hava direnci kuvveti periyodu (sn)
LBM ($\delta t=0.0008$)	16.319	20165	16.319
Fluent ($\delta t=0.048$)	17.873	372	16.384

Kanal içine üçgen konularak oluşturulan akışlarda kaldırma kuvveti periyodu hava direnci kuvveti periyodunun 2 katı çıkmıştır. Bunun nedeni kanal içine konulan üçgen kanalın tam ortasında bulunmasıdır. Kaldırma kuvveti ve hava direnci kuvveti periyotları, kanal içine konulan geometriye ve bu geometrinin kanal içindeki yerleşimine bağlıdır. LBM çözümlerinde, binek araç üzerinde gelen kaldırma ve hava direnci kuvveti periyodları aynı çıkmıştır (16.319 sn). Fluent çözümlerinde ise kaldırma kuvveti periyodu (17.873) hava direnci periyodundan (16.384) çok az miktarda yüksek çıkmıştır. Bu nedenle Fluent çözümlerinde akış değerlerinin zaman ortalaması alınması işinde kaldırma kuvveti periyodu kullanılmıştır.

Zaman ortalanması alınmış boyutsuz x hızının değişimi 12 dikey (y doğrultusu boyunca) kesitte gösterilmiştir (Şekil 7.28).

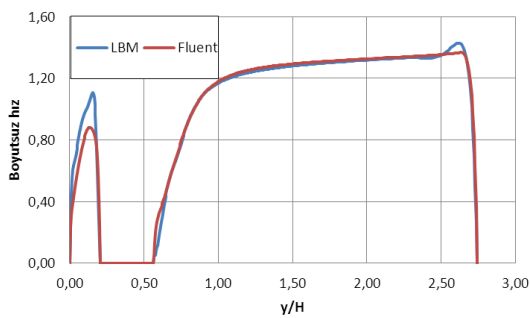


Şekil 7.28. Binek araç üzerindeki akışta, zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının alındığı dikey kesitler.

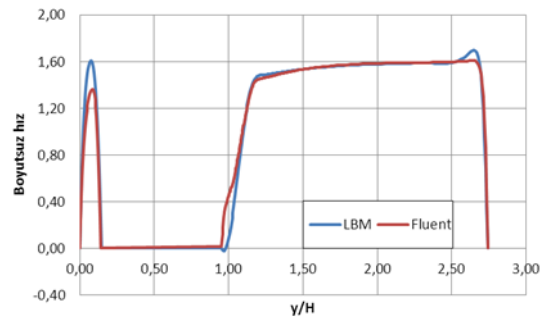
Tablo 7.8. Çalışma alanı başlangıç noktasına dikey kesitlerin alındığı boyutsuz yatay uzunluklar, binek araç

Kesitler	Kesitlerin alındığı boyutsuz yatay uzunluklar	Kesitler	Kesitlerin alındığı boyutsuz yatay uzunluklar
Kesit 1	B	Kesit 7	2B
Kesit 2	1.224B	Kesit 8	2.111B
Kesit 3	1.432B	Kesit 9	2.346B
Kesit 4	1.643B	Kesit 10	2.812B
Kesit 5	1.807B	Kesit 11	3.294B
Kesit 6	1.904B	Kesit 12	3.780B

Dikey kesitlerin alındığı yatay uzunluklar (x yönünde) çalışma alanı başlangıç noktasına göre boyutsuz olarak Tablo 7.8' de verilmiştir. İlk 7 dikey kesit araç üzerinde alınırken, diğer 5 kesit ise araçtan sonra alınmıştır.

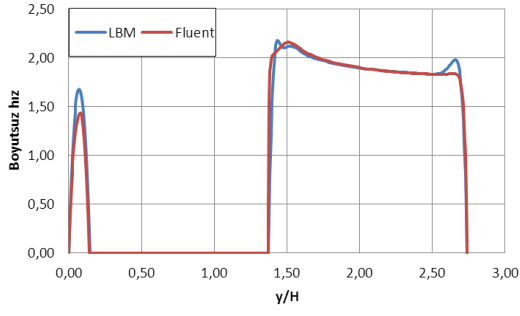


(a) Kesit-1

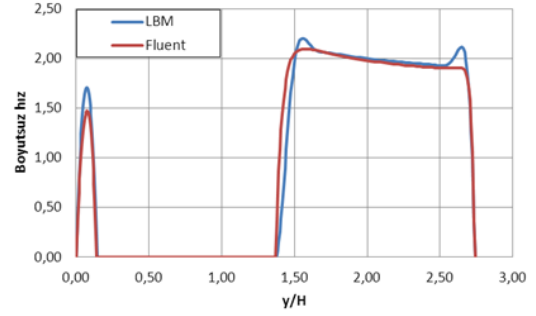


(b) Kesit-2

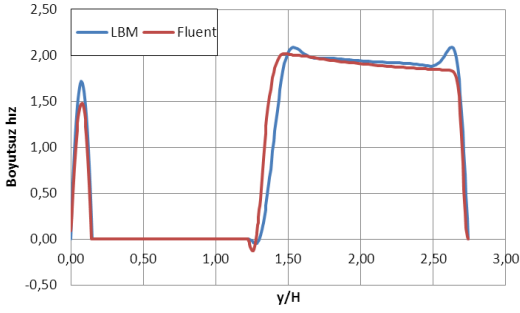
Şekil 7.29. Dikey kesitlerde zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının dağılımları



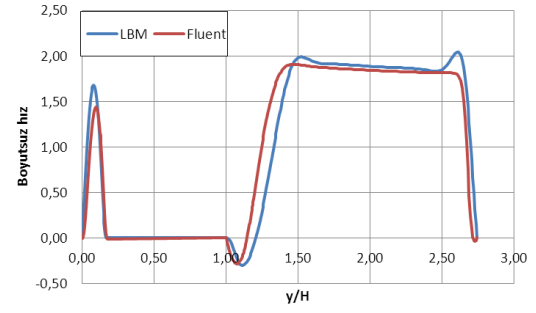
(c) Kesit-3



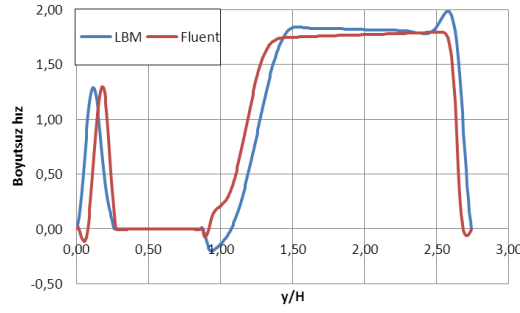
(d) Kesit-4



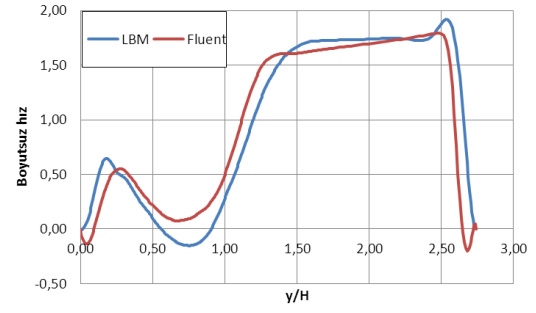
(e) Kesit-5



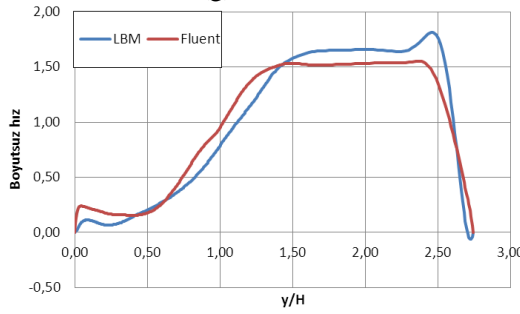
(f) Kesit-6



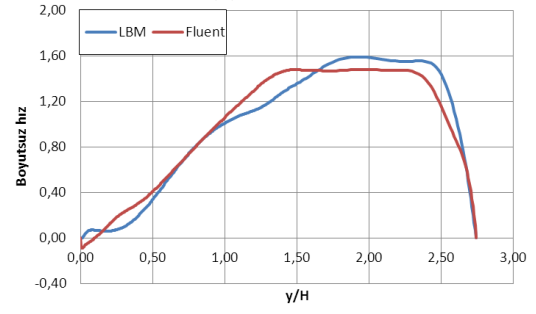
(g) Kesit-7



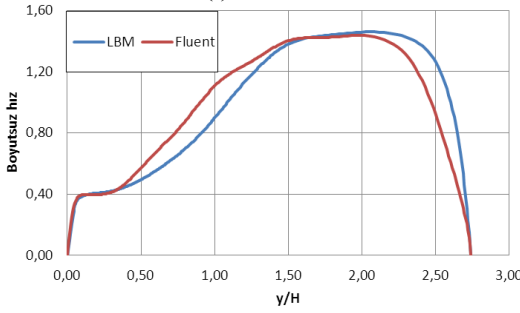
(h) Kesit-8



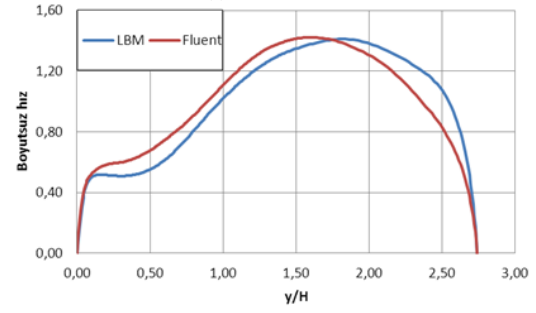
(i) Kesit-9



(j) Kesit-10



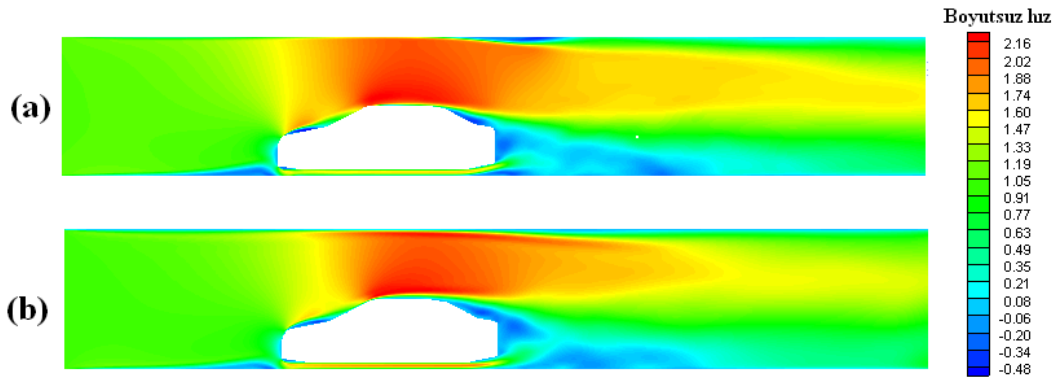
(k) Kesit-11



(l) Kesit-12

Şekil 7.29. (devam) Dikey kesitlerde zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının dağılımları

Şekil 7.29' a göre, üç kesitte (Kesit 1-3) boyutsuz x hızın dağılımları hem LBM hem de Fluent için uygun çıkmıştır. Diğer araç üzerinde alınan kesitlerde (Kesit 4-7) ise boyutsuz x hızının dağılımları araç sonuna yaklaştıkça her iki çözümde birbirinden az da olsa farklı çıkmıştır, fakat boyutsuz x hızının dağılımları her iki çözümde aynı karakteristik yapıdadır. Araç sonrasında alınan dikey kesitlerde (Kesit 8-12) ise her iki çözümdeki boyutsuz x hızının dağılımlarının karakteristik özellikleri birbirine benzemekle beraber birebir eşit çıkmamışlardır.



Şekil 7.30. Binek araç üzerindeki akış için zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının dağılımları, (a) Fluent, (b) LBM, Re=50000

Şekil 7.30' da ise zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının Fluent ve LBM çözümlerinde bütün çalışma alanında dağılımı gösterilmiştir. Şekil 7.30' da görüldüğü gibi zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının dağılımları Fluent ve LBM çözümleri için birbirine benzemektedir. Araç arkasında oluşan döngülerin karakteristikleri iki çözüm için aynıdır.

Reynolds sayısı 50000' nde çözülen binek araç üzerindeki akış probleminde, binek araç üzerine gelen direnç katsayısı hem Fluent hem de LBM için hesaplanmıştır. LBM çözümünde önceden de belirtildiği gibi kaldırma kuvveti periyodu ile hava direnci kuvveti periyodu birbirleri ile aynıdır. Fluent çözümünde ise kaldırma kuvveti, hava direnci periyodundan az da olsa yüksek çıkmıştır. Bu nedenle her iki çözüm için hava direnci katsayısı yine kaldırma periyoduna zaman ortalaması alınarak hesaplanmıştır.

Tablo 7.9. Binek araç üzerinde oluşan hava direnci katsayısının Fluent ve LBM' e göre tahminleri ve LBM tahmini ile Fluent tahmini arasındaki yüzde fark.

	Hava direnci katsayısı (C_D)	Fark (%)
Fluent	2.28	
LBM	1.92	15.78

Hesaplanan direnç katsayıları ve Fluent hesabına göre LBM' deki yüzde fark Tablo 7.9' da verilmiştir. Tablo 7.9' da görüldüğü gibi her iki çözüm için binek araç üzerine gelen hava direnci katsayıları verilmiştir. LBM hava direnci katsayısı tahmini ile Fluent hava direnci katsayısı tahmini arasındaki fark %15.78 dir. Bu farklılığın temel nedeni iki çözümde kullanılan zaman adımlarının farklılığıdır.

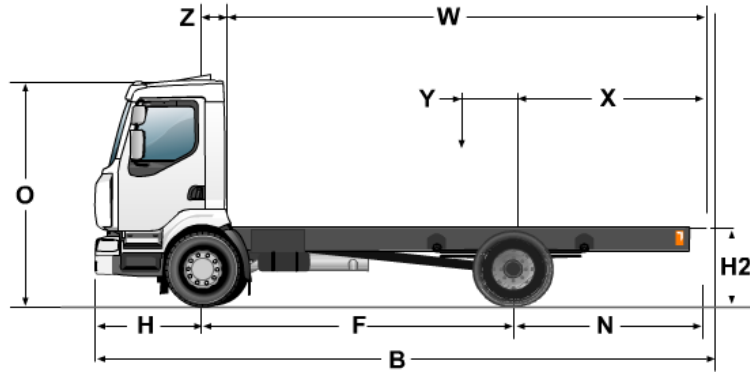
Binek araç üzerindeki akış problemi için verilen son sonuç bir kaldırma periyodunun çözüm süreleridir. Çözüm süreleri Tablo 7.10' da verilmiştir. Fluent çözümlerinde Courant sayısını bir yapan 0.048sn zaman adımı kullanılmasına rağmen bir kaldırma periyodunu LBM daha hızlı çözmüştür. Bu LBM için bir avantajdır, fakat unutulmamalıdır ki, bu yüksek Reynolds sayılı akış için LBM çözümlerinde daha büyük zaman adımı LBM stabilite sınırından dolayı kullanılmamaktadır.

Tablo 7.10. Binek araç üzerindeki akış probleminde, bir kaldırma periyodunun hem Fluent hem de LBM için çözüm süreleri.

	Çözüm süreleri (dk)
Fluent, ($\delta t=0.048$)	364
LBM, ($\delta t=0.0008$)	331

7.2.4. $Re=50000$, Tır (Renault, MIDLUM 180.13 LIGHT) üzerindeki akış

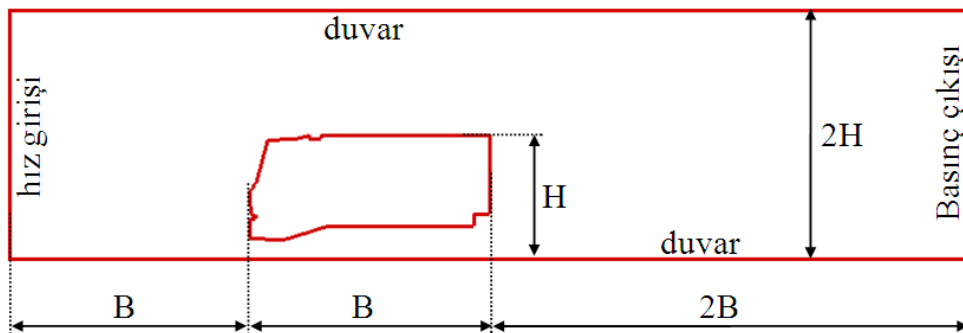
Tezin amacına uygun olarak çözülen bir başka taşıt geometrisi ise Renault marka bir tırdır. Çözülen tır şasi tipi solo kamyon olan, 4×2 dingilli, kısa kabinli bir tırdır. Tırın gerçek geometrisi Renault Truck' ın resmi internet sitesinden alınmıştır [118] ve tırın geometrisi Şekil 7.31' de verilmiştir.



Şekil 7.31 Renault MIDLUM tırının gerçek boyutları [118]

Modellemede kullanılan temel ölçüler dingil mesafesi 3070mm' ye göre seçilmiştir. Buna göre; kabinin yerden yüksekliği (O) 2750mm, asgari araç uzunluğu (B) 5655mm, yüklü durumda standart lastikler ile aracın yerden yüksekliği (H2) 844mm dir ve son olarak toplam araç yüksekliği (kasa dahil) 2918mm dir. Kasa seçimi rastgele bir şekilde yapılmıştır.

Tırın üzerindeki akışa ait çalışma alanının şematik resmi Şekil 7.32' de verilmiştir. Kanal üzerinde kullanılan sınır koşulları binek araç üzerindeki akışta olduğu gibi, tır üzerindeki akışta da kanalın batı tarafındaki sınırdan hız girişi, doğu tarafındaki sınırdan basınç çıkışı sınır koşulu uygulanmaktadır. Kanalın alt ve üst duvarlarında duvarda kaymama sınır koşulu verilmiştir. Tırın üzerinde ise yine duvarda kaymama sınır koşulu verilmiştir.



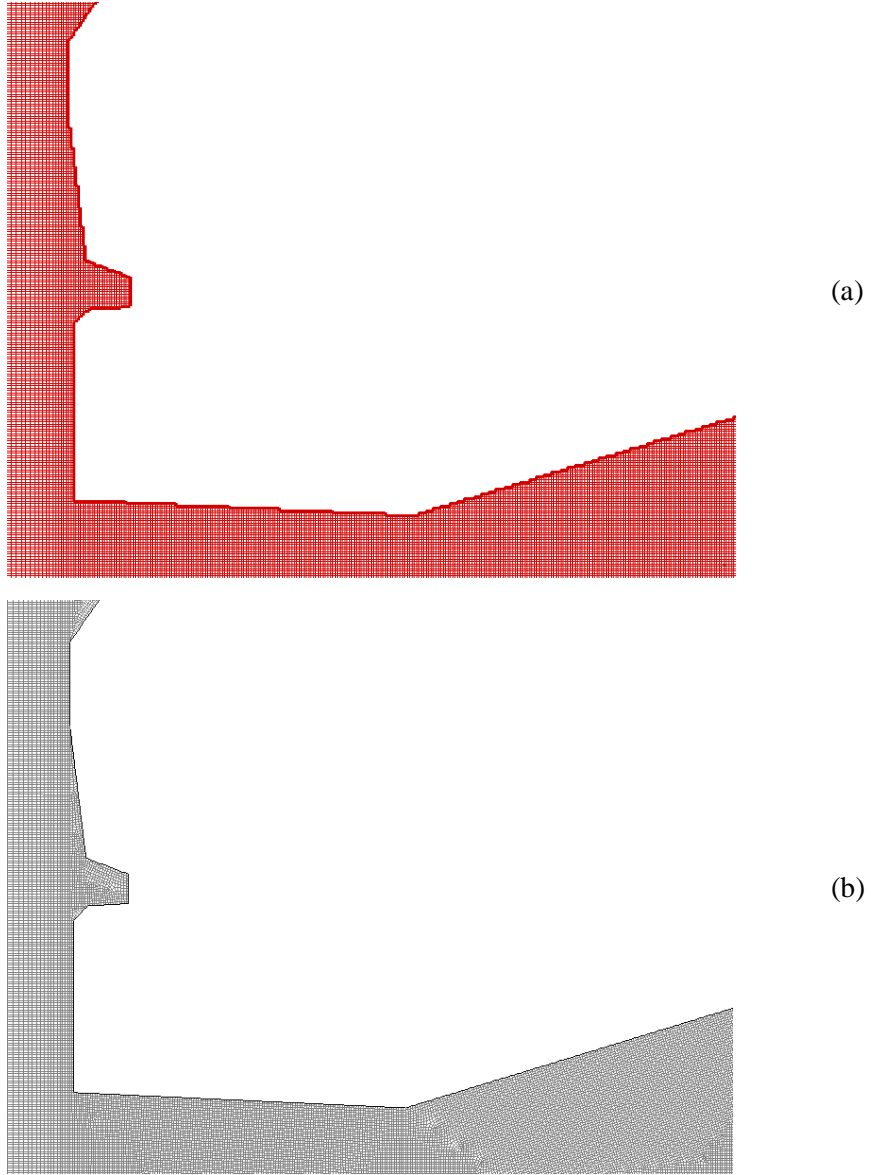
Şekil 7.32. Tırın üzerindeki akış çözümü için oluşturulan çalışma alanının şematik resmi, $Re=50000$

Çözümler iki boyutlu yapıldığı için, tırın tekerlekleri modele katılmamış, tır yerden yüksekte duracak şekilde modellenmiştir. Kanalın boyu, tır boyunun toplam boyunun (tır yerden yüksekliği dahil) iki katıdır. Kanalın genişliği ise tır uzunluğunun 4 katıdır. Bu halde kanalın ölçüleri $4B \times 2H$ veya $22.614m \times 5.837m$ dir. Aracın kanaldaki yerleşimi kanalın hız girişinden bir araç boyu sonradır. Yapılan analizler kanal yüksekliğine göre Reynolds sayısı 50000' e göre yapılmıştır.

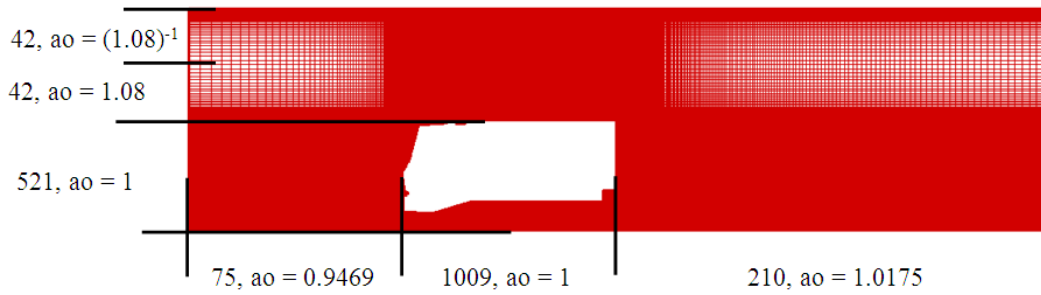
Daha önceki çözümlerde olduğu gibi, LBM çözümlerinde kullanılan ağ yapıları dikdörtgen şeklindedir. Dolayısıyla, tırın çevresinde kullanılan ağ yapıları dikdörtgen şeklinde olup eğimli duvarlar merdiven şeklinde modellenmiştir. Fluent çözümlerinde ise, tırın geometrine uygun olarak dört köşeli ve üç köşeli (üçgen) ağ yapıları kullanılmıştır. Üçgen ağ yapısı kullanılması, bu tür karmaşık geometrili çözümlerde, karmaşık geometrinin daha uygun şekilde modellenmesine olanak sağlar. Tırın ön ve alt tarafında kullanılan ağ yapıları detaylı olarak Şekil 7.33' de gösterilmiştir.

Tır üzerindeki akış problemi için, bütün çalışma kullanılan ağ sayıları ve açılma oranları Şekil 7.34' de gösterilmiştir. Şekil 7.34' e göre x doğrultusunda kanal batı tarafından araç geometrine olan kısımda 75 ağ yapısı 0.9469' lik açılma oranında, tır boyunca 1009 ağ yapısı bir açılma oranında, araç geometrisinden kanal sonuna doğru 210 ağ yapısı 1.0175' lik açılma oranında kullanılmıştır. Y doğrultusunda ise, kanal alt duvarından araç yüksekliğine kadar 521 ağ yapısı bir açılma oranında, araç yüksekliğinden %75 kanal yüksekliğine kadar 42 ağ yapısı 1.08' lik açılma oranında, son olarak kanal %75 yüksekliğinden kanal sonuna doğru 42 ağ yapısı 0.9259' lik bir açılma oranında kullanılmıştır. Y yönünde araç yüksekliğinden kanal üst tarafına kadar olan kısımda iki farklı açılma oranında ağ yapısının kullanılmasının nedeni kanal üst duvarında ve araç üst tarafındaki duvarda viskoz alt tabakayı daha hassas tanımlayabilmek için hassas ağ yapıları kullanılmıştır.

İnterpolasyon İlaveli LBM kullanıldığı için, sayısal ağ uzunluğu ile lattice ağ uzunluğu oranları çok önemlidir. Bu oranlar tır üzerindeki akış için, hem x hem de y doğrultusunda Şekil 7.35' de verilmiştir.

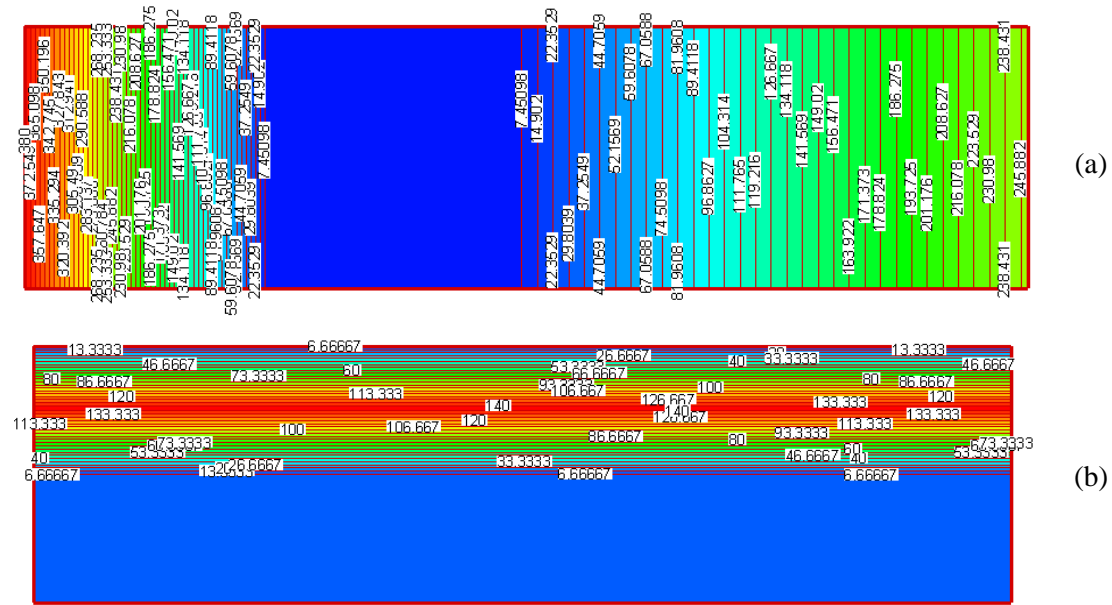


Şekil 7.33. Tır üzerindeki akış çözümlerinde, tır ön ve alt tarafında kullanılan ağ yapılarının detaylı gösterimi (a) LBM, (b) Fluent



Şekil 7.34. Tır üzerindeki akışı çözmek için bütün çalışma alanında kullanılan ağ sayısı ve açılma oranları ($Re=50000$)

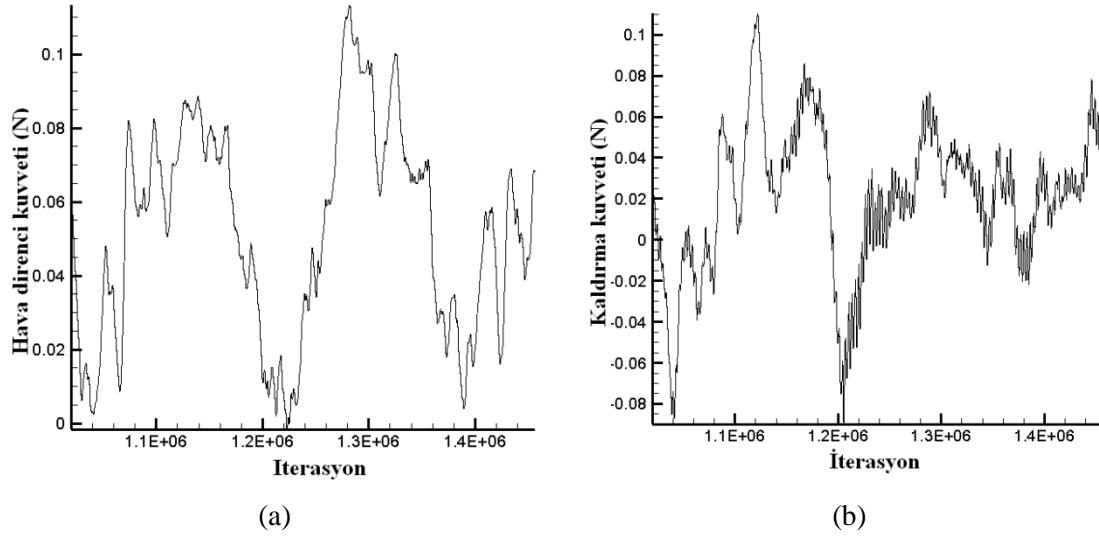
Şekil 7.35’ de görüldüğü gibi, x doğrultusunda kanal girişinde sayısal ağın lattice ağı oranı 380 iken tırda ve çevresinde 7, kanal sonuna doğru 245 olmaktadır. Y doğrultusunda ise, kanalın alt tarafında tır olduğu için sayısal ağın lattice ağı oranı 7, araçtan kanal %75 yüksekliğine 140, daha sonrasında kanal tam yüksekliğinde oran 7 olmaktadır.



Şekil 7.35. Tır üzerindeki akışı çözmek için kullanılan sayısal ağın lattice ağı oranı (a) x yönünde, (b) y yönünde

Şekil 7.36’ da ise tır üzerinde oluşan direnç ve kaldırma kuvvetinin iterasyona (zaman adımı) göre değişimleri verilmiştir. Kuvvet değişimleri diğer türbülanslı akışlarda olduğu gibi tam periyodik bir davranışta değildir. Bu nedenle hava direnci ve kaldırma kuvveti periyodlarını Maple 11 programı yardımı ile Ayrıklaşmış Fourier Dönüşümü kullanılarak bulunmuştur [116].

LBM çözümlerinde kullanılan zaman adımı 0.0008 dir, fakat Fluent çözümlerinde, çözüm süresi dikkate alınarak zaman adımı Courant sayısı bir olacak şekilde artırılmıştır. Buna göre Fluent çözümlerinde kullanılan zaman adımı 0.056 dır. Tır üzerinde oluşan kaldırma ve hava direnci kuvveti periyodları ve kaldırma kuvveti periyodunun iterasyon sayıları LBM ve Fluent çözümleri için Tablo 7.11’ de verilmiştir



Şekil 7.36. Tır üzerinde oluşan hava direnci (a) ve kaldırma kuvvetinin (b) iterasyona göre değişimleri, $Re=50000$

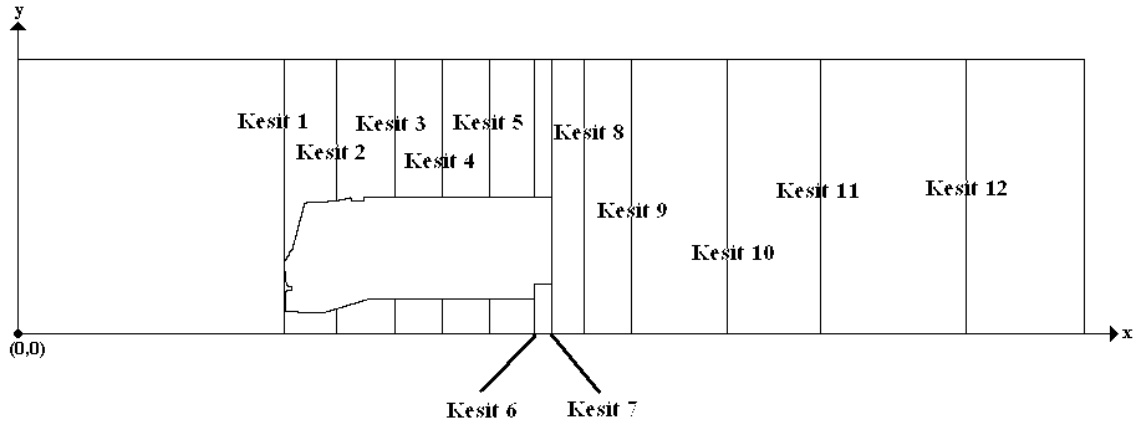
LBM ve Fluent çözümlerinde kaldırma ve hava direnci kuvvet periyotları aynı çıkmıştır. LBM çözümü için kaldırma ve hava direnci kuvveti periyotları 69.905 sn dir, aynı şekilde Fluent çözümleri için ise kaldırma ve hava direnci kuvveti periyotları 76.640 sn dir.

Tablo 7.11. Tır üzerinde oluşan kaldırma ve hava direnci katsayılarının LBM ve Fluent için periyotları ve kaldırma kuvveti periyodunun LBM ve Fluent için iterasyon sayıları

	Kaldırma kuvveti periyodu (sn)	Kaldırma kuvveti periyodu iterasyon sayısı	Hava direnci kuvveti periyodu (sn)
LBM ($\delta t=0.0008$)	69.905	87381	69.905
Fluent ($\delta t=0.056$)	76.460	1365	76.460

Zaman ortalanması alınmış boyutsuz x hızının değişimi 12 dikey (y doğrultusu boyunca) kesitte gösterilmiştir. Alınan dikey kesitler Şekil 7.37' de gösterilmiştir.

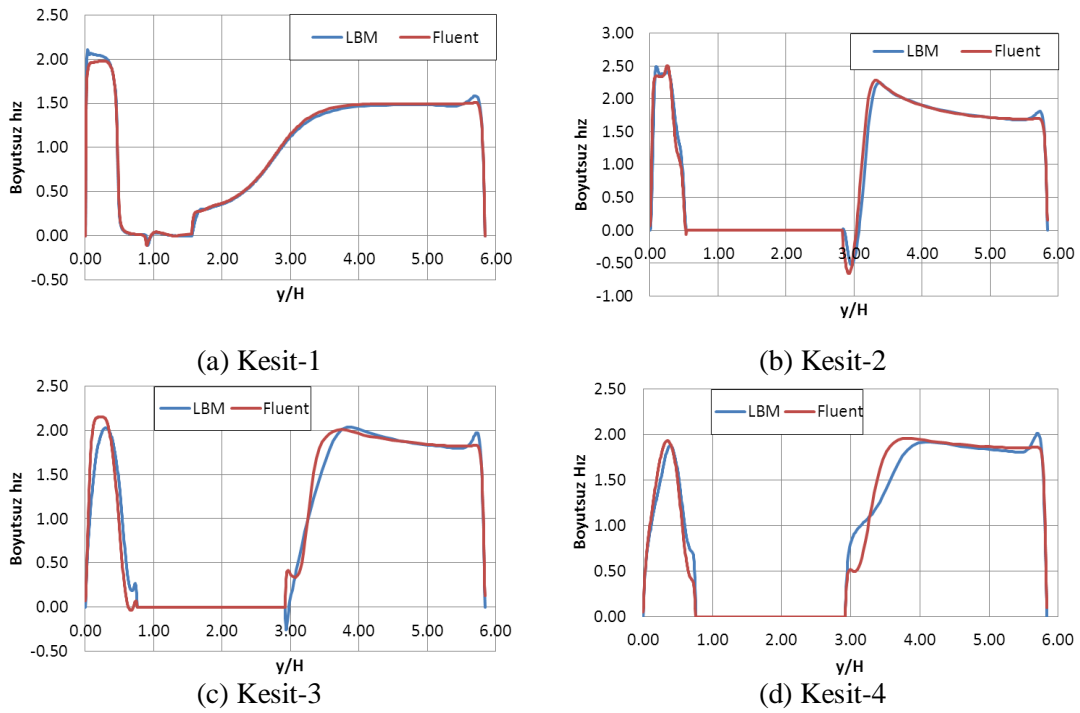
Dikey kesitlerin alındığı yatay uzunluklar (x yönünde) çalışma alanı başlangıç noktasına göre boyutsuz olarak Tablo 7.12' de verilmiştir. İlk 7 dikey kesit araç üzerinde alınırken, diğer 5 kesit ise araçtan sonra alınmıştır



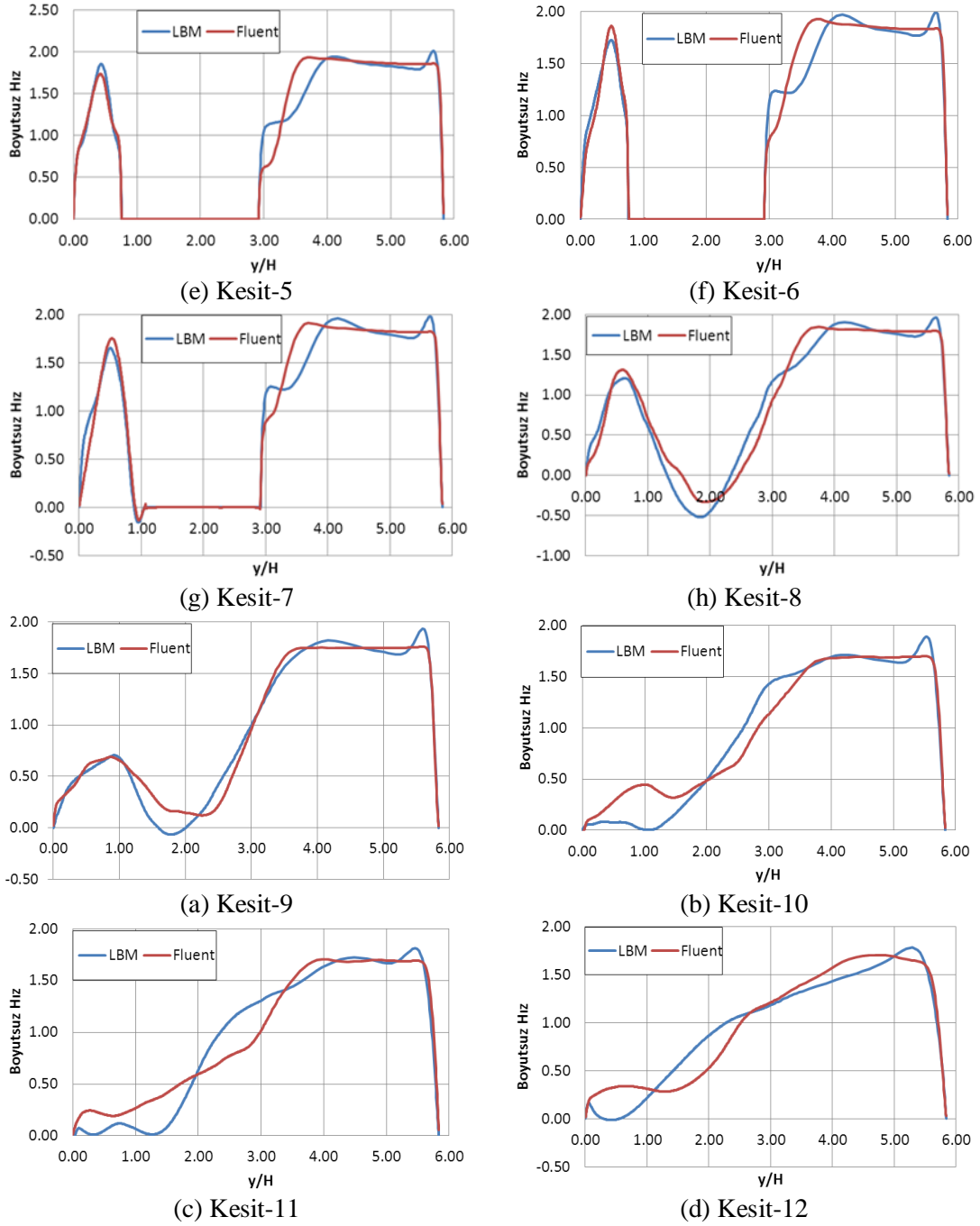
Şekil 7.37 Tır üzerindeki akışta, zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının alındığı dikey kesitler.

Tablo 7.12. Çalışma alanı başlangıç noktasına dikey kesitlerin alındığı boyutsuz yatay uzunluklar, tır

Kesitler	Kesitlerin alındığı boyutsuz yatay uzunluklar	Kesitler	Kesitlerin alındığı boyutsuz yatay uzunluklar
Kesit 1	B	Kesit 7	2B
Kesit 2	1.194B	Kesit 8	2.124B
Kesit 3	1.415B	Kesit 9	2.302B
Kesit 4	1.592B	Kesit 10	2.659B
Kesit 5	1.769B	Kesit 11	3.008B
Kesit 6	1.937B	Kesit 12	3.557B



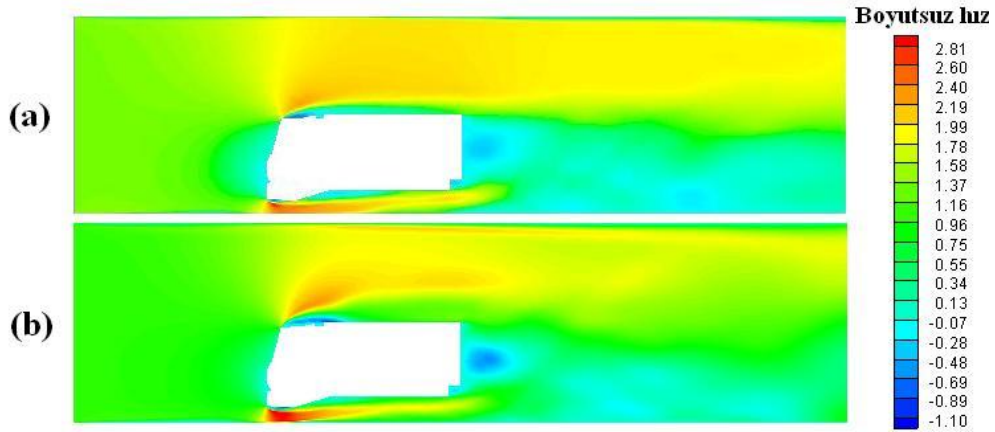
Şekil 7.38. Dikey kesitlerde zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının dağılımları



Şekil 7.38. (devam) Dikey kesitlerde zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının dağılımları

Şekil 7.38' e göre, tır üzerinde alınan ilk iki kesitte (Kesit 1,2) boyutsuz x hızının dağılımları hem LBM hem de Fluent için birebir uygun çıkmıştır. Tır üzerinde alınan diğer kesitlerde ise (Kesit 3-7), LBM ve Fluent çözümleri birebir aynı çıkmasa da birbirine benzerdir. Tır sonrasında alınan dikey kesitlerde (Kesit 8-12) ise her iki çözümdeki boyutsuz x hızının dağılımlarının karakteristik özellikleri birbirine benzemekle beraber birebir eşit çıkmamışlardır.

Şekil 7.39’ da ise zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının Fluent ve LBM çözümlerinde bütün çalışma alanında dağılımı gösterilmiştir. Şekil 7.39’ da görüldüğü gibi zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının dağılımları Fluent ve LBM çözümlerinde birbirlerine birebir benzememektedir, bir başka deyişle çözümler arasında çok aşırı bir farklılık yoktur. Çözümler karakteristik olarak birbirlerine benzemektedirler.



Şekil 7.39. Tır üzerindeki akış için zaman ortalaması alınmış boyutsuz x hızının dağılımları, (a) Fluent, (b) LBM, $Re=50000$

Reynolds sayısı 50000’ nde çözülen tır üzerindeki akış probleminde, tır üzerine gelen hava direnci katsayısı hem Fluent hem de LBM için hesaplanmıştır. Hesaplanan hava direnci katsayıları ve Fluent hesabına göre LBM’ deki yüzde fark Tablo 7.13’ de verilmiştir.

Tablo 7.13. Tır üzerinde oluşan hava direnci katsayısının Fluent ve LBM’ e göre tahminleri ve LBM tahmini ile Fluent tahmini arasındaki yüzde fark.

	Hava direnci katsayısı (C_D)	Fark (%)
Fluent	4.01	
LBM	3.57	10.97

Tablo 7.13’ de görüldüğü gibi, LBM hava direnci katsayısı tahmini ile Fluent hava direnci katsayısı tahmini arasındaki fark %10.97 dir. Bu farkın temel nedeni, binek araçta olduğu gibi her iki çözümde kullanılan zaman adımlarının farklılığıdır.

Tır üzerindeki akış problemi için verilen son sonuç bir kaldırma periyodunun çözüm süreleridir. Çözüm süreleri Tablo 7.14' de verilmiştir. Fluent çözümlerinde Courant sayısını 1 yapan 0.056sn zaman adımı kullanılmasına rağmen bir kaldırma periyodunu LBM daha hızlı çözmüştür. Bu LBM için bir avantajdır, fakat unutulmamalıdır ki, bu yüksek Reynolds sayılı akış için LBM çözümlerinde daha büyük zaman adımı LBM stabilite sınırından dolayı kullanılmamaktır.

Tablo 7.14. Tır üzerindeki akış probleminde, bir kaldırma periyodunun hem Fluent hem de LBM için çözüm süreleri.

	Çözüm süreleri (dk)
Fluent, ($\Delta t=0.056$)	1820
LBM, ($\Delta t=0.0008$)	1785

BÖLÜM 8. TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında farklı geometrili karayolu taşıtlarındaki aerodinamik hava direnci katsayısını hesaplamak için Lattice Boltzmann Metodunu (LBM) kullanarak bir Fortran kod geliştirilmiştir. Geliştirilen kod, iki boyutlu, sıkıştırılamaz, zamandan bağımsız veya zamana bağımlı ve yüksek Reynolds sayılı türbülanslı akışları çözebilen bir koddur. Bu özelliklerin yanında, geliştirilen kod ısı transferi problemlerini de çözmektedir. Fortran kod sıfırdan geliştirilmiştir. Kod geliştirme tezin her bölümüne telabül eden sıralamada yapılmıştır. Bunlar sırası ile yazılırsa;

- İç geometrisiz bir çalışma alanında laminar akışı çözebilecek bir kod geliştirilmiştir.
- Kanal içine bir iç geometri eklenerek, akış ve ısı transferi problemlerini çözen bir kod geliştirilmiştir.
- Yüksek Reynolds sayılarına çıkabilmek için, düzgün olmayan ağ yapılarının kullanıldığı bir kod geliştirilmiştir.
- Kavisli duvarlarda daha hassas sınır koşulunu verebilmek için, 3 adet yeni metot eklenerek bir kod geliştirilmiştir.
- Yüksek Reynolds sayılı türbülanslı akışları çözebilmek için, türbülans modeli eklenerek bir kod geliştirilmiştir.

Bir önceki safhada geliştirilen kodun özellikleri üzerine yeni özellikler eklenerek kod geliştirilmiştir. Koda yeni ekle özelliklerin, bir önceki safha veya safhalarda eklenen özelliklerin üzerine eklenmesi en basit ve akılcı kod geliştirme stratejisidir. Şimdi her safhada koda eklenen özellikleri ve buna bağlı olarak çözülen örnekleri ve çözümlerde elde edilen sonuçlar detaylı bir şekilde tartışılması paragraflar halinde yapılacaktır.

İlk olarak temel LBM kodu yazıldığı durumda, iç geometrisiz kanal akışı ve kare çalışma alanında kapak tahrikli akış çözülüp doğrulanmıştır. Böylelikle sıkıştırılamaz ve zamandan bağımsız LBM formülasyonunun doğru sonuçlar ürettiği gözlemlenmiştir. Bu temel kodda ve kodun tümünde kullanılan tek rahatlatma zamanlı veya çarpışma sıklığı bulunan LBGK-SRT çarpışma modelininin açık sınır şartlı (kanal akışı) ve kapalı sınır şartlı (kapak tahrikli akış) durum için farklı Reynolds sayılarında ve Mach sayılarında LBM stabilite sınırı belirlendi. Bu stabilite sınır çalışmasına göre kapalı sınır şartı durumun açık sınır şartlı duruma göre daha stabil olduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca Mach sayısının artması ile stabil bir LBM analizi yapmak için daha fazla lattice kullanılması gerektiği gözlemlenmiştir. Bu nedenle düşük Mach sayıları ile çalışmak daha uygundur. Bu temel LBM kodunda yapılan son çalışma ise, LBM ile geleneksel Navier-Stokes tabanlı Fluent ticari kodu ile yakınsama davranışları incelenmiştir. Bu yakınsama çalışmaya göre ise LBM' in daha çabuk yakınsadığı görülmüştür.

Tezin amacına uygun olarak ikinci safha LBM kodu, iç geometri bir çalışma alanında ısı transferi problemlerini çözen bir yapı haline getirilmiştir. Ayrıca bu LBM kodunda sıkıştırılamaz ve zamana bağımlı LBM formülasyonu eklenmiştir. Bu eklenen özelliklerinden sonra, tam gelişmiş kanal akışı üzerinde ısı transferi problemi çözülmüştür ve gelişmiş ısı uzunluktan sonra hesaplanan Nusselt sayısının teorik Nusselt sayısı ile çok yakın olduğu görülmüştür. Bu nedenle eklenen enerji denklemi çözümü doğrulanmıştır.

Geliştirilen ikinci safha kodda, daha sonra kanal içine üçgen konularak hem zamandan bağımsız hem de zamana bağlı akış ve ısı transferi çözümler yapılmıştır. Kanal içine konulan üçgen geometrinin lattice yapılarının kare şeklinde olması nedeni ile merdiven şeklinde modellenmiştir. Uygulanan Reynolds sayısında ($Re=100$), üçgen yarı yüksekliğinde en az sekiz ($N \geq 8$) lattice/sonlu hacim ağı kullanıldığı zaman hassas çözümler ulaşıldığı gözlemlenmiştir. Ayrıca bu çalışmada üçgen geometri sonrası oluşan döngülerin uzunluklarının en az sekiz veya sekizden fazla ($N \geq 8$) lattice/sonlu hacimler ağı kullanıldığı zaman değişmediği gözlemlenmiştir.

Kanal içine üçgen konularak oluşturulan akış simetrik modellendiği zaman, bütün çözümlerin Reynolds sayısına bakılmaksızın zamandan bağımsız olduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca, simetrik modellerde, üçgen engel sonrasında oluşan döngü uzunlukları tam modellere göre fazla çıkmış ve fiziksel olmadığı gözlemlenmiştir.

Eğer kanal içine üçgen konularak oluşturulan akış tam olarak modellenirse, Reynolds sayısı 300' den fazla ($Re \geq 300$) olduğu durumda, çözülen akış zamana bağımlı olmaktadır. Zamana bağımlı çözümlerde, çözümün sonlandırılması üçgen üzerinde oluşan kaldırma ve direnç kuvvetlerinin zamana göre periyotları dikkate alınmıştır. Kaldırma kuvveti periyodunun, direnç kuvveti periyodundan iki kat fazla olduğu çıkmıştır, bunun nedeni ise çözülen problemin tam bir simetriye sahip olmasıdır. Ayrıca LBM ve Fluentte aynı zaman adımı ve ağ sayısı kullanıldığı zaman, bir kaldırma periyodu çözümün LBM' de daha hızlı olduğu gözlemlenmiştir. Fluentte Courant sayısını bir "1" yapan zaman adımı kullanıldığı takdirde, yine LBM kaldırma kuvveti çözümü daha hızlıdır. Bununla birlikte hem zamandan bağımsız hem de zamana bağımlı akışlarda üçgen engel engel sonrasında ısı transferinin arttığı gözlemlenmiştir.

Zamana bağlı çözümlerde, LBM' de hesaplanan direnç katsayısı ile Fluentte hesaplanan direnç katsayısı arasında %1' lik bir fark olduğu gözlemlenmiştir. Bu da oluşturulan ikinci safha kodu doğrulandığını göstermektedir.

Daha yüksek Reynolds sayılarına LBM stabilite sınırlarına takılmadan çıkabilmek için, düzgün olmayan ağ yapıları kullanılmıştır. Düzgün olmayan ağ yapıları ISLBM kullanılarak oluşturulmuştur. ISLBM kullanılarak oluşturulan bu üçüncü safha kodta ilk iki safha kodta yapılan akış problemleri çözümlüp doğrulanmıştır. ISLBM' de kullanılan interpolasyon metodlarının derecesi çözümün hassasiyetini etkilemektedir. Bütün çözümlerde, Doğrusal İnterpolasyon (Dİ) kullanıldığı zaman sonuçların hassas olmadığı gözlemlenmiştir, çünkü Dİ adında anlaşılacağı gibi birinci dereceden bir metottur. Zamandan bağımsız çözümlerde ikinci dereceden interpolasyonlu metodlar olan İkinci Dereceden Upwind (İUP) ve Merkezi İnterpolasyon (Mİ) sonuçları uygun sonuçlar verdiği görülmüştür.

Zamana bağımlı çözümlerde ise, İUP numerik difüzyon üretmesine rağmen daha hassas sonuçlar vermiştir. Ayrıca İUP interpolasyonunun daha stabil olduğu gözlemlenmiştir. Bununla beraber, ISLBM' de kullanılan iki farklı ağ yapısının (sayısal ağ ile lattice yapısı) birbirine oranı çözümün hassasiyetini etkilemektedir bu nedenle bu oranlara dikkat edilmelidir. Bu konuda en çarpıcı örnek, kanal akışında tam gelişmiş hız profili verilen akışta, sayısal ağın lattice yapısı uzunluğuna oranı 50 olduğu zaman MI' nın çözümleri fiziksel olmayan çözümler üretmektedir.

Sınır noktalarında interpolasyon metotlarının kullanımı birinci dereceden ya da ikinci dereceden olmaktadır. Bütün çözümlerde sınır noktalarında ikinci dereceden interpolasyon çözümleri daha hassas sonuçlar vermektedir.

Bütün bu sonuçların ışığında hassas sonuçlar verdiği, sayısal ağın lattice ağa oranından daha az etkilendiği ve daha stabil olduğu için bundan sonraki çalışmalarda İUP kullanılmıştır. Ayrıca sınır noktalarında ikinci dereceden interpolasyon metotlarının kullanılması daha hassas sonuçlar verdiği için sınır durmlarında MI kullanılmıştır. Sonuç olarak daha sonraki çalışmalarda çalışma alanında İUP sınır noktalarında MI kullanılmıştır.

Son olarak, ISLBM'de laminer olarak çözülen iç geometrisiz kanal akışı ve kapak tahrikli akışta yakınsama davranışı incelenmiştir. Bu çalışmaya göre LBM' in aynı ağ yapısında Fluent' e göre daha hızlı yakınsadığı gözlemlenmiştir. Ayrıca zamana bağımlı çözümlerde, aynı zaman adımı ve ağ yapısı kullanıldığında bir kaldırma periyodu çözüm süresi, LBM' de 26 kat daha fazla olduğu gözlemlenmiştir.

Kavisli duvarda hassas sınır koşulunu verebilmek için, 3 farklı metot LBM koduna eklenmiştir. Böylelikle dördüncü safha LBM kodu oluşturulmuştur. Kavisli duvarlarda hassas sınır koşulunu verebilmek için LBM çarpışma adımından sonra bilinmeyen dağılım fonksiyonlarının bulunması ilkesine dayanan Ekstrapolasyon, FH ve MLS yöntemleri kullanılmıştır. Ayrıca bu metotlarda fiziksel duvar ile akış noktası arasında kalmaktadır. Dördüncü safha kodu doğrulamak için 45° eğimli kanalda akış ve kanal içine üçgen konulan akış simetrik olarak incelenmiştir. Bütün analizlerde FH ve MLS sonuçlarının aynı olduğu gözlemlenmiştir. 45° eğimli

kanalda akışta FH ve MLS sonuçlarının Fluent sonuçları ile aynı olduğu gözlemlenmektedir, ancak ekstrapolasyon sonucunda diğer metotlar ile çok az bir fark olduğu gözlemlenmiştir. Kanal içine üçgen konularak oluşturulan simetrik akışta, ikinci safha kodda yapılan yine kanal yarı yüksekliğinde kullanılan lattice sayısına göre bir ağ çalışması yapılmıştır. Bu çalışmaya göre, kanal yarı yüksekliğinde 8 lattice/sonlu hacim ağı ($N \geq 8$) kullanıldığı bütün sonuçların aynı olduğu gözlemlenmiştir..

45° eğimli kanalda, LBM' den (Ekstrapolasyon, FH ve MLS metotları) elde edilen kanal üst duvarı ve alt duvarına ait boyutsuz kayma gerilmeleri, Fluent ticari programından elde edilen boyutsuz kayma gerilmeleri ile karşılaştırılmıştır. Bu çalışmaya göre, Fluentte elde edilen sonuçların, LBM' den elde edilen sonuçlara göre çok az bir farklılığı olduğu gözlemlenmiştir.

Simetrik olarak modellenen kanal içine üçgen konularak oluşturulan akışta, üçgen yarı yüksekliğinde kullanılan 12 lattice/sonlu hacim kullanıldığı zaman Fluentte hesaplanan direnç katsayısı ise LBM' de (Ekstrapolasyon, FH ve MLS metotları) hesaplanan direnç katsayıları arasında %4 fark olduğu gözlemlenmiştir. Bu da oluşturulan dördüncü sahfa kodun doğrulandığını göstermektedir

Tezin amacına uygun farklı geometri karayolu taşıtlarında hava direnci katsayısını hesaplayabilmek için, son haldeki koda türbülans modeli eklenerek beşinci safha kod oluşturulmuştur. Bu kodda ilk olarak $Re=2000$ ve $Re=50000$ ' de kanal içine üçgen konularak oluşturulan akış incelenmiştir. Bu çalışmalar yüksek Reynolds sayılı türbülanslı doğasından dolayı zamana bağımlı akışlardır. Fakat bu çalışmada kanal duvarları simetrik olarak modellemiştir, yani kanal duvarlarında çok ince ağ yapısı kullanılmasından sakınılmıştır. $Re=2000$ ' de akışta, LBM sonuçları ile Fluent sonuçları birbirine yakın çıkmıştır. $Re=50000$ ' de çözülen kanal içine üçgen konularak oluşturulan akışta, LBM sonuçları ile Fluent sonuçları arasında kullanılan zaman adımlarından dolayı farklılıklar gözlemlenmiştir.

İki boyutta gerçek araç geometrisi için, Renault marka bir binek araç (Symbol) ve düşük ağırlıkta bir tır (Midlum) seçilmiştir. Araç bir kanal içine konularak

üzerinden geçen akış hesaplanmıştır. Bu sefer kanal alt ve üst sınır duvar olarak modellenmiştir. Sonuçlar kanala dik kesitler halinde alınmış ve değerlendirilmiştir. Araç üzerinde alınan dikey kesitlerde alınan sonuçlar her iki çözüm için birbirine benzerdir. Araç sonrasında alınan dikey kesitlerde ise, LBM ve Fluent çözümleri birbirine tam benzemekle beraber, karakteristik olarak birbirine benzemektedir.

LBM' de seçilen zaman adımı stabilitesine göre seçilmiş küçük bir zaman adımıdır. Fluent çözümlerinde bu zaman adımını seçmek gerekmez. Bu nedenle, $Re=2000$ ' de kanal içine üçgen konularak oluşturulan akış dışında Fluentte Courant sayısını bir "1" yapan zaman adımları kullanılmıştır. Çözümler zamana bağlı olduğu için, çözüm süreleri bir kaldırma periyodunun çözüme sürelerine göre karşılaştırılmıştır. Buna göre $Re=2000$ ' deki kanal akışında LBM bir kaldırma periyodunu Fluent' e göre 30 kat daha hızlı çözmüştür. Diğer çözümlerde ise ($Re=50000$ ' de üçgen, binek araç ve tır üzerinden geçen akış), LBM bir kaldırma periyodunu daha hızlı çözmüştür ama bu oran 1.1 kat kadardır.

Kanal içine üçgen konularak oluşturulan akışlarda, problem simetrik olduğu için kaldırma kuvveti periyodu hava direnci periyoduna göre 2 kat çıkmıştır. Fakat araç üzerindeki akışlarda, kaldırma kuvveti periyodu hava direnci periyodu ile aynı çıkmıştır. Bunun nedeni aracın şekli ve aracın kanal içindeki konumudur.

Bütün LBM çözümlerde, hava direnci katsayısı tahmini, Fluent çözümlerine göre %10 oranında az çıkmıştır. Bu farkın temel nedeni LBM çözümlerinde kullanılan küçük zaman adımı (LBM stabilitesinden dolayı) ile Fluent çözümlerinde kullanılan büyük zaman adımı (Courant sayısını bir "1" yapan zaman adımı) arasındaki farktır..

Bütün bu kod geliştirme süreci sonucunda, LBM kullanılarak iki boyutta, gerçek araç geometrileri üzerinde akış hesaplanabileceği ve hava direnci kuvveti tahmini yapıldığı ortaya konulmuştur.

Bu tez çalışmasında gerçek araç geometrisi üzerindeki akışlar iki boyutlu ve nispeten düşük Reynolds sayılarında çözümlenip değerlendirilmiştir. Akışın iki boyutlu olması incelenen olayın gerçekte üç boyutlu bir olay olması nedeni ile gerçekçi değildir.

Ayrıca çözümlerde nispeten düşük Reynolds sayılarının kullanılması da çözümü gerçek olaydan uzaklaştırmaktadır. Bu nedenle tezden sonra yapılacak çalışmalar, üç boyutlu araç geometrisi üzerinde daha yüksek Reynolds sayılarına çıkabilmek üzerine olmalıdır. Bu doğrultuda yapılabilecek çalışmalar şu şekilde sıralanabilir.

- İlk olarak iki boyutta daha yüksek Reynolds sayısına çıkabilmek için, LBM’de bir paralel program kullanılmalıdır. Bu çerçevede, Open MPI ve CUDA programları kullanılabilir.
- Daha sonra LBM kodu üç boyutlu hale getirilmelidir ve bu üç boyutlu koda paralellik kazandırılmalıdır.

KAYNAKLAR

- [1] STONE, R., BALL, J.K., Automotive engineering fundemenals, SAE Warrendale, United States, 2002.
- [2] ELLIS, J.R., Vehicle dynamics, Londa Business Books, 1969
- [3] BARNARD, R.H., Road vehicle design, Addison Wesley Longman, Harlow 1969
- [4] SOVRAN, G., in Aerodynamic drag mechanisms, Plenum Press, 1978
- [5] McNAMARA, G.R., ZANETTI, G., Use of the Boltzmann equation to simulate lattice-gas automata, Phys. I Rev. Letters, 61, pp. 2332-2335, 1988.
- [6] SUCCI, S., The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond, Clarendon Press, Oxford, 2001.
- [7] SUKOP, M.C., DANIEL, T.T. Jr., Lattice Boltzmann Modeling – An Introduction for Geoscientists and Engineers, Springer, Berlin, 2006.
- [8] CHEN, S., DOOLEN, G.D., Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows, Annu. Rev. Fluid Mech, 30 pp. 329-364, 1998
- [9] MOHAMMAD, A. A., Applied Lattice Boltzmann Method, SURE Print, Dalbrent, Canada, 2007.
- [10] TIWARI, A., VANKA, S.P., A ghost fluid Lattice Boltzmann method for complex geometry, International Journal for Numerical Methods in Fluids , 2011
- [11] INAMURO, T., YOSHINA, M., OGINA, F, A non-slip boundary condition for lattice Boltzmann simulations, Phys. Fluids, 7, pp. 2928-2390, 1995
- [12] ZOU, Q., HE, X. On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model, Phys, Fluids 9, pp.1592-1598, 1997
- [13] LÄTT, J., Hydrodynamic limit of Lattice Boltzmann equations, Dissertation, University of Geneve, France, 2007

- [14] SKORDOS, P.A., Initial and boundary conditions for the lattice Boltzmann method, *Phys. Rev. E*, 48, pp.4823-4842, 1993
- [15] BHATNAGAR, P., GROSS, E., KROOK, M., A model for collisional processes in gases I: small amplitude processes in charged and neutral one-component system, *Physical Review*, 94, pp. 511-525, 1954
- [16] QIAN, Y.H., D'HUMIÉRES, D., LALLEMAND, P., Lattice BGK Models for Navier-Stokes Equation, *Europhys. Lett.*, 17, pp.479-484, 1992
- [17] HE, X., LUO, L.S., Lattice Boltzmann model for the incompressible Navier-Stokes equation, *Journal of Statistical Physics*, 88, pp. 927-944, 1997
- [18] D'HUMIÉRES, D., Generalized lattice-Boltzmann equations, *Rarefied gas. Dynamics. Theory and Simulations*, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 159, pp.450-458, 1992
- [19] D'HUMIÉRES, D, GINZBURG, I., KRAFCZYK, M., LALLEMAND, P., LUO, L-S., Multiple-relaxation-time Lattice Boltzmann models in three dimensions, *Phil. Trans. R. Soc. Lond, A*, 360, pp. 437-451, 2002
- [20] MOUSSAOUI, M.A., JAMI, M., MERZHAB, A., NAJI, H., Convective Heat Transfer Over Two-Blocks Arbitrary Located in a 2D Plane Channel Using a Hybrid Lattice Boltzmann-Finite Difference Method, *Heat Mass Transfer*, Published Online, 26. July 2009, www.springerlink.com, 2009.
- [21] SOMERS, J.A. Direct Simulation of Fluid Flow with Cellular Automata and the Lattice-Boltzmann Equation, *Applied Scientific research*, 51, pp. 127-133, 1993
- [22] EGGELS, J.G.M., SOMERS, J.A., Numerical simulation of free convective flow using the lattice Boltzmann scheme, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 16 pp.357-364, 1995
- [23] STERLING, J.D., CHEN. S., Stability analysis of the lattice Boltzmann methods, *Journal of Computational Physics*, 123, pp. 196-206, 1996
- [24] LALLEMAND, P., LUO, L.S., Theory of the Lattice Boltzmann Method: Dissipation, Isotropy, Galilean Invariance, and Stability, NASA/CR-2000210103, ICASE Report No. 2000-17, 2000
- [25] RHEINLÄNDER, M., Stability and multiscale analysis of an advective lattice Boltzmann scheme, *Progress in Computational Fluid Dynamics*, 8, pp.56-68, 2008
- [26] CAMAS, B.S., TSAI, F. T.C., Non-negativity and stability analyses of lattice Boltzmann method for advection-diffusion equation, *Journal of Computational Physics*, 228, pp. 236-256, 2009

- [27] HE, X., LUO, L.S., DEMBO, M., Some Progress in Lattice Boltzmann Method. Part I. Nonuniform Mesh Grid, *Journal of Computational Physics*, 129, pp. 357-363, 1996
- [28] HE, X., LUO, L.-S., DEMBO, M., Some Progress in the Lattice Boltzmann Method: Reynolds Number Enhancement in Simulations, *Physics A*, 239, pp. 276-285, 1997
- [29] HE, X., DOOLEAN, G., Lattice Boltzmann method on a curvilinear coordinates system: flow around a circular cylinder, *Journal of Computational Physics*, 134, pp. 306-315, 1997.
- [30] SUNDER, C. S., BASKAR, G., BABU, V., STRENSKI, D., A Detailed performance analysis of the Interpolation Supplemented Lattice Boltzmann Method on the cray T3E and CRAX X1, *International Journal of High Performance Computing Applications*, 20, pp. 557-569, 2006
- [31] SHU, C., CHEW, Y.T., NIU, X.D., Least-Squares-based lattice Boltzmann method: A meshless approach for simulation of flows with complex geometry, *Physical Review E*, 64, 0457101(R), 2001
- [32] CHEW, Y.T., SHU, C., NIU, X.D. Simulation of unsteady incompressible flows by using Taylor Series Expansion-and Least Squares-Based Lattice Boltzmann Method, *International Journal of Modern Physics C*, 13, pp. 719-738, 2002
- [33] SHU C., PENG, Y., ZHOU, C. F., CHEW, Y. T., Application of Taylor series expansion and Least-squares-based lattice Boltzmann method to simulate turbulent flows, *Journal of Turbulence*, 7, Art. No. 38, 2006
- [34] CAO, N., CHEN, S., JIN, S., MARTINEZ, D., Physical symmetry and lattice symmetry in the lattice Boltzmann method, *Physical Review E*, 55, No.1 1997.
- [35] MEI, R., SHYY, W., On the finite difference based lattice Boltzmann Method in Curvilinear coordinates, *J. of Computational Physics*, 143, pp. 426-448, 1998
- [36] GUO, Z., ZHAO, T.S., Explicit finite-difference lattice Boltzmann method for curvilinear coordinates, *Physical Review E*, 67, 066709, 2003
- [37] NANNELLI, F., SUCCI, S., The lattice-Boltzmann equation on irregular lattices, *J. Stat. Phys.*, 69, pp. 401-407, 1992
- [38] SUCCI, S., AMATI, G., BENZI, R., Challenges in lattice Boltzmann computing, *Journal of Statistical Physics*, 81, pp. 5-16, 1995.

- [39] AMATI, G., SUCCI, S., BENZI, R., *Fluid Dyn. Res.*, 19, pp.289-302, 1997
- [40] XI, H., PENG, G., CHOU, S.H., Finite-volume lattice Boltzmann method, *Physical Review E*, 59, pp. 6202-6205, 1999
- [41] XI, H., PENG, G., CHOU, S.H., Finite-volume lattice Boltzmann method, *Physical Review E*, 59, pp. 6202-6205, 1999
- [42] PENG, G., XI, H., DUNCAN, C., Finite volume scheme for the lattice Boltzmann schemes in two and three dimensions, *Physical Review E*, 60, pp. 3380-3388, 1999
- [43] ROSSI, N., UBERTINI, S., BELLA, G., SUCCI, S., Unstructured lattice Boltzmann method in three dimensions, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 49, pp. 619-633, 2005
- [44] FILIPPOVA, O., HÄNEL, D., Grid refinement for Lattice-BGK Models, *Journal of Computational Physics*, 147, pp.249-228, 1998.
- [45] ZIEGLER D. P., Boundary Conditions for Lattice Boltzmann Simulations, *Journal of Statistical Physics*, 71, pp. 1171-1177, 1993
- [46] MOHAMMAD, A.A., SUCCI, S., A note on equilibrium boundary conditions in lattice Boltzmann fluid dynamic simulations, *Eur. Phys. J. Special Topics*, 171, pp. 213-221, 2009.
- [47] CHEN, S., MARTINEZ, D., MEI, R., On boundary conditions in lattice Boltzmann methods, *Physics of Fluids*, 8, pp.2527-2536, 1996.
- [48] GUO, Z., ZHENG, C., An extrapolation method for boundary conditions in lattice Boltzmann method, *Physics of Fluids*, 14, pp. 2007-2010, 2002.
- [49] MEI, R., LUO, L.S., SHYY, W., An accurate curved boundary treatment in the lattice Boltzmann method, *Journal of Computational Physics*, 155, pp.307-330, 1999.
- [50] MEI, R., SHYY, W., YU, D., LUO, L.S., Lattice Boltzmann Method for 3-D flows with curved boundary, *Journal of Computational Physics*, 161, pp.680-699, 2000.
- [51] PESKIN, C.S., Numerical analysis of blood in the heart, *Journal of Computational Physics*, 25, pp, 220-252, 1977.
- [52] PESKIN, C.S., The Immersed Boundary method, *Acta Numerica*, pp.1-39, 2002.

- [53] PENG, Y., LUO, L.S., A comparative study of immersed-boundary and interpolated bounce-back methods in LBE, *Progress in Computational Fluid Dynamics*, 8, pp.156-167, 2008.
- [54] WOLF-GLADROW, D.A., *Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models*, Springer, 2000.
- [55] CHEN, D.J., LIN, K.H., LIN, C.A., Immersed boundary method based lattice Boltzmann method to simulate 2D and 3D complex geometry flows, *International Journal of Modern Physics C*, 18, pp.585-594, 2007.
- [56] BOUZIDI, M., FIRDAOUSS, M., LALLEMAND, P., Momentum transfer of a Boltzmann-lattice fluid with boundaries, *Physics of Fluids*, 11, pp. 3452- 3459, 2001
- [57] CHANG, C., LIU, C.H., LIN C.A., Boundary, conditions for lattice Boltzmann simulations with complex geometry flows, *Computer and Mathematics with Application*, 58, pp.940-949, 2009.
- [58] VERSCHAEVE, J.C.G., MÜLLER, B., A curved no-slip boundary condition for the lattice Boltzmann method, *Journal of Computational Physics*, 229, pp.6781-6803, 2010.
- [59] LÄTT, J., CHOPARD, B., MALASPINAS, O., DEVIELLE, M., MICHLER, A., Straight velocity boundaries in the lattice Boltzmann method, *Physical Review E*, 77, 056703, 2008.
- [60] AHMED, S.R., RAMM, G., Some salient features of the time-averaged ground vehicle wake, *SAE-Paper 840300*, 1984.
- [61] LIENHART, H., STOOT, C., BECKER, S., Flow and turbulence structures in the wake of a simplified car model (Ahmed Model), *DGLR Fach Symp. der AG STAB*, Stuttgart University, 15-17 Nov., 2000.
- [62] KAPADIA, S., ROY, S., Detached eddy simulation over a reference Ahmed car model. *AIAA-2003-0857*, 2003.
- [63] HAMMAS, M., JOHANSSON, J., SKARNEL, H., Large eddy simulations of the flow around an Ahmed body with active flow control, *Bachelor Thesis TMEX03-10-23*, Chalmers University of Technology, Sweden, 2010.
- [64] ROUMEAS, M., GILLIERON, P., KOURTA, A., Drag reduction by flow separation control on a car after body, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 60, pp 1222-1240, 2009.
- [65] LOCKARD, D.P., LUO, L.-S., SINGER, A.B., Evaluation of the Lattice-Boltzmann equation solver PowerFLOW for Aerodynamic Applications, *NASA/CR-2000-210550*, 2000

- [66] <http://www.exa.com> (Erişim Tarihi: 16.02.2009)
- [67] Fluent 6.3, User's Guide, Fluent Inc., Lebanon, NH, 2009.
- [68] ÇENGEL, Y.A., CIMBALA, J.M., Fluid mechanics – Fundamentals and applications, The McGraw-Hill Companies, United States, 2009.
- [69] VERSTEEG, H.K., MALALASEKERA, W., An introduction to computational fluid Dynamics – The finite volume method, Longman Scientific & Technical, United States, New York, 1995
- [70] CAGAN, M., Gaz türbünü soğutması ön-çevri sistemlerinin sayısal olarak modellenmesi ve incelenmesi, ITU Fen Bilimleri Enstitüsü - Doktora tezi, 2007.
- [71] BENİM, A.C., Stroemungssimulation M.Sc. Course Notes, Duesseldorf Univ. of Applied Sciences Dep. Mechanical and Process Eng., Duesseldorf, 2005.
- [72] PATANKAR, S. V., Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere Publishing Corporation, Washington, 1980.
- [73] HIRSCH, C., Numerical Computation of Internal and External Flows, John Wiley & Sons, Inc., New York., 1988
- [74] NOLL, B., Numerische Stroemungsmechanik, Springer-Verlag, Berlin., 1993
- [75] VANDOORMAL, J. P., RAITHBY, G.D., Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows, Numerical Heat Transfer, **7**, pp.147-163, 1984
- [76] ISSA, I.R., Solution of the Implicitly Discretised Fluid Flow Equations by Operator-Splitting, Journal of Computational Physics, **62**, pp.40-65, 1986
- [77] WESFREID, J. E., GOUJON-DURAND, S., ZIELINSKA, B.J.A., Global mode behavior of the streamwise velocity in wakes, Journal of Physics, **6**, pp. 1343-1357, 1996
- [78] BISWAS, G., LASCHEFSKI, H., MITRA, N. K. and FIEBIG, M., Numerical investigation of mixed convection heat transfer in a horizontal channel with a built-in square cylinder, Numerical Heat Transfer Part A, **18**, pp. 173-188, 1990
- [79] ABBASI, H., TURKI, S., BEN NASRALLAH, S., Numerical investigation of forced Convection in a horizontal channel with a built-in triangular prism, ASME Journal of Heat Transfer, **124**, pp. 571-573, 2002

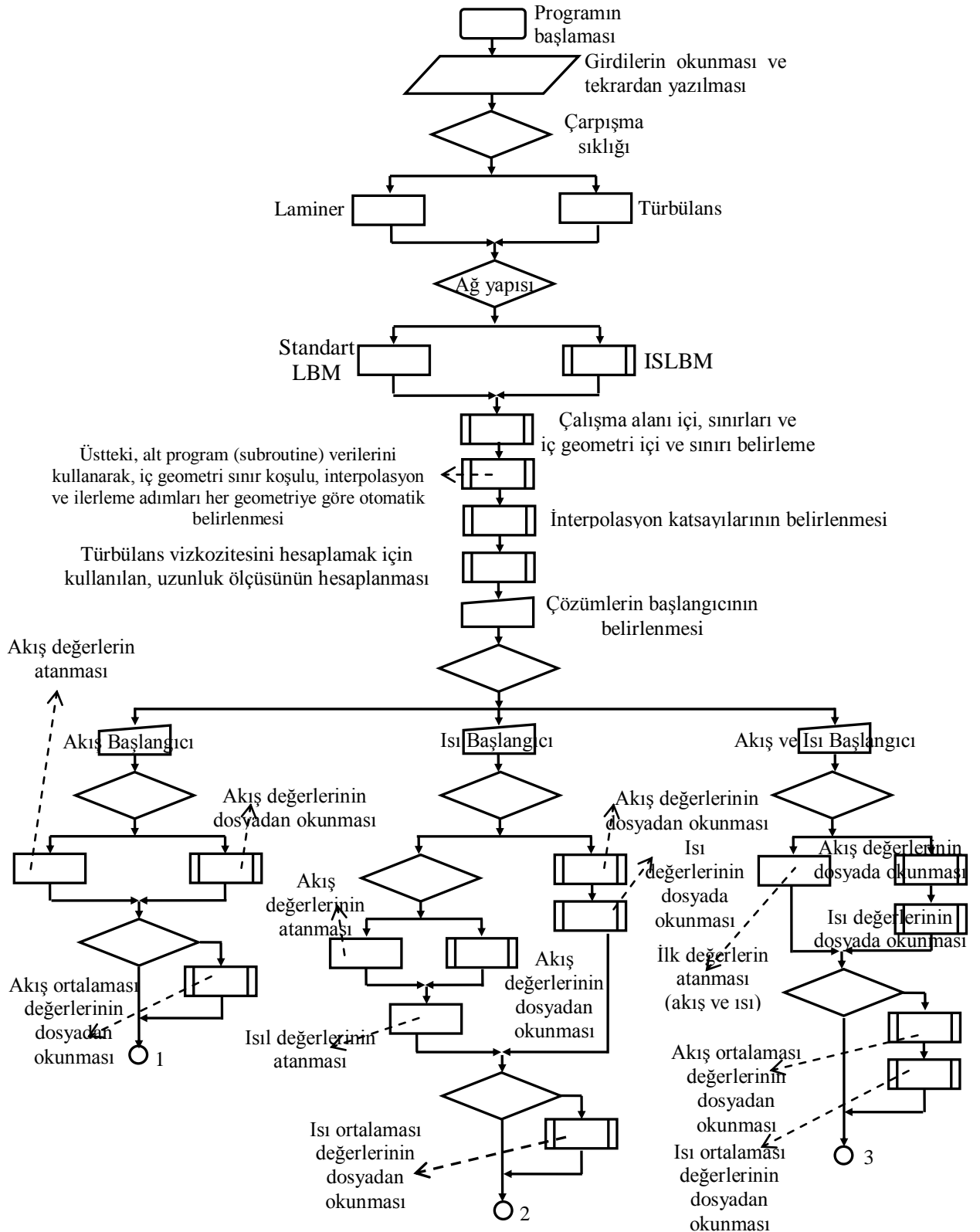
- [80] CHATTOPADHYAY, H., Augmentation of heat transfer in a channel using a triangular prism, *International Journal of Thermal Sciences*, 46, pp. 501-505, 2002
- [81] MOUSSAOUI, M. A., MERZHAB, A., NAJI, H., EL GANAOU, M., Prediction of Heat Transfer in a Plane Channel Built-in Three Heated Square Obstacles Using an MRT Lattice Boltzmann Method, *Proceedings of the Sixth International Conference on Computational Heat and Mass Transfer*, pp. 176-181, Guangzhou, China, May 18-21, 2009.
- [82] GÜNEŞ, H., *Numerical Methods in Fluid Flow and Heat Transfer*, Lecture Notes ITU, pp.131-140, 2010
- [83] BENİM, A.C., ASLAN, E., TAYMAZ, I., Application of the Lattice Boltzmann Method to Steady Incompressible Laminar High Re Flows, *Proceedings of the 7th IASME/WSEAS International Conference on Fluid Mechanics and Aerodynamics*, pp. 220-225, Moscow, 2009,
- [84] BENİM, A.C., ASLAN, E., TAYMAZ, I., Investigation into LBM Analysis of Incompressible Laminar Flows at High Reynolds Numbers, *WSEAS Transactions on Fluid Mechanics*, 4, pp.107-109, 2009
- [85] BEJAN, A. *Heat Transfer*, John Wiley & Sons, New York, 1993.
- [86] XU, H., QIAN, Y-H., TAO, W.Q., Revisiting two-dimensional turbulence by lattice Boltzmann method, *Progress in Computational Fluid Dynamics*, 9, pp. 133-140, 2009.
- [87] LU, Z., LIAO, Y., QIAN, D., McLAUGHLIN, J. B., DERKSEN, J.J., KONTROMARIS, K., Large eddy simulation of a stirred tank using the Lattice Boltzmann Method on a nonuniform grid, *Journal of Computational Physics*, 181, pp. 675-704, 2002.
- [88] NIU, X.D., SHU, C., CHEW, Y.T., WANG, T.G., Investigation of stability and hydrodynamics of different lattice Boltzmann models, *Journal of Statistical Physics*, 117, No. 314, pp.665-680, 2004.
- [89] CHENG, M., HUNG, K.C., Lattice Boltzmann method on nonuniform meshes, *International Journal of Computational Engineering Science*, 5, No. 2, pp- 291-302, 2004.
- [90] MEI, R., YU, D., SHYY, W., LUO, L.S., Force evaluation in the lattice Boltzmann method involving curved geometry, *Physical Review E*, 65, 041203, 2002
- [91] HINZE J.O., *Turbulence*, McGraw-Hill, New York, 1975.
- [92] POPE, S.B., *Turbulent flows*, Cambridge University press, Cambridge, 2000

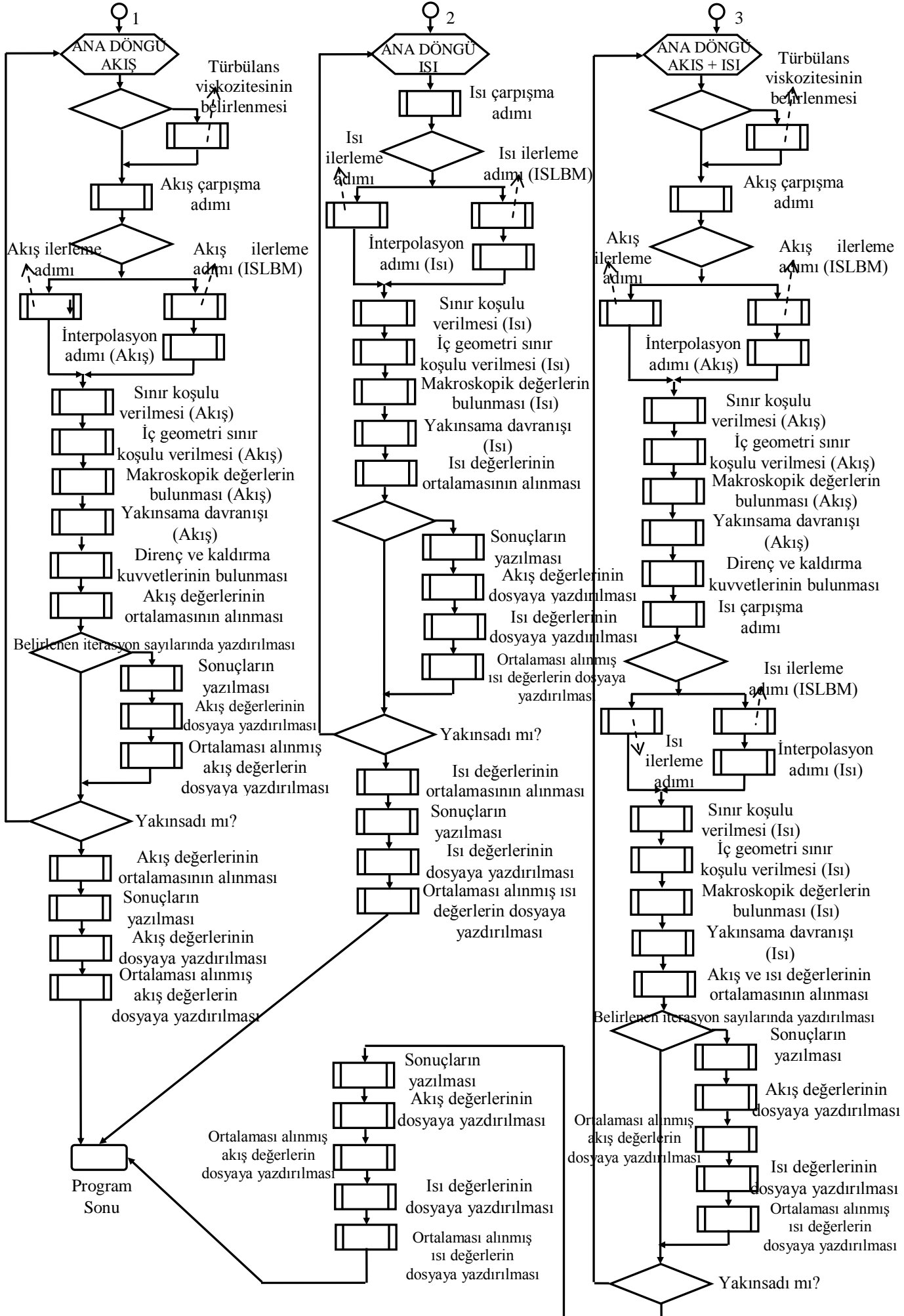
- [93] BISWAS, B., ESWARAN, V. (Eds.), Turbulent flows – Fundamentals, Experiments and Modeling, Alpha Science Int., Pangbourne, UK, 2002.
- [94] PEYRET, R., Handbook of Computational Fluid Mechanics, Academic Press, New York. 2000.
- [95] BRADSHAW, P. (Eds), Turbulence 2 Ed., Springer-Verlag, Berlin, 1978.
- [96] SPALART, P.R., ALLMARAS, S.R., A one-equation turbulence model for aerodynamic flows, Recherche Aerospatale, 1, pp. 5-21, 1994.
- [97] LAUNDER, B.E., SPALDING, D.B., The numerical computation of turbulent flows, Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg., 3, pp. 269-289, 1974.
- [98] YAKHOT, V., ORSZAG, S.A., Renormalization group analysis of turbulence, I. Basic Theory, Journal of Scientific Computing, 1, pp. 3-51, 1986.
- [99] SHIH, T.H, LIOU, W.W., SHABBIR, A., ZHU, J., A new k- ϵ eddy-viscosity model for high Reynolds number turbulent flows – Model development and validation, Computers and Fluids, 24, pp. 227-238, 1995
- [100] WILCOX, D. C., Turbulence Modelling for CFD, Technical Report, DOW Industries, 2000.
- [101] MENTER, F.R., KUTZ, M., Adaptation of eddy- viscosity turbulence models to unsteady separated flows behind vehicles, Proc. Conf. The Aerodynamics of Heavy Vehicles: Trucks, Busses and Trains, CA, 2002.
- [102] DEARDOFF, J.W., A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers, J. Fluid Mech. 41, 2, pp. 453-480, 1970.
- [103] DEARDOFF, J.W., On the magnitude of the subgrid scale eddy coefficient, J. Comput. Phys. 7, pp. 120-133, 1971.
- [104] SCHUMANN, U., Subgrid scale model for finite difference simulations of turbulent flows in plane channels and annuli, J. Comp. Phys, 18, pp. 376-404, 1975.
- [105] MOIN, P., KIM, J., Numerical Investagation of turbulent channel flow, J. Fluid Mech., 118, pp. 633-635, 1982
- [106] MASON, P.J., CALLEN, N.S., On the magnitude of the subgrid-scale eddy coefficient in Large-Eddy Simulations of turbulent channel flows, J. Fluid Mech. 162, pp. 439-462, 1986

- [107] SCHMIDT, H., SCHUMAN, U., Coherent structure of the convective boundary layer derived from Large Eddy Simulations, . Fluid Mech. 200, pp. 511-562, 1989.
- [108] PIOMELLI, U., High Reynolds number calculations the using the dynamic subgrid-scale stress model, Phys. Fluids A, 5, pp. 1484-1490. 1993.
- [109] SMAGORINSKY, J., General circulation experiments with the primitive equations. I The basic experiments, Mon. Weather Rev., 91, pp. 99-165, 1963
- [110] LILLY, D.K, The representation of small-scale turbulence in numerical simulations experiments, Proceeding of the IBM Scientific Computing Symposium on environmental Sciences, Yorktown Heights, New Yorks, 1967
- [111] ROGALLO, R.S., MOIN, P., Numerical simulations of turbulent flows, Ann. Rev. Fluid. Mech., 16, pp. 99-137, 1984.
- [112] YU, H., LUO, L.S., GIRIMAJI, S.S., LES of turbulent square jet flow using an MRT lattice Boltzmann model, Computer & Fluids, 35, pp. 957-965, 2006
- [113] YU, H., GIRIMAJI, S.S., LUO, L.S., Lattice Boltzmann simulations of decaying homogeneous isotropic turbulence, Physical Review E, 71, 016708, 2005
- [114] YU, H., GIRIMAJI, S.S., LUO, L.-S., DNS and LES of decaying isotropic turbulence with and without frame rotations using lattice Boltzmann method, Journal of Computational Physics, 209, pp. 599-616, 2005.
- [115] YU, H., GIRIMAJI, S.S., Near field turbulent simulations of rectangular jets using lattice Boltzmann method, Physics of Fluids, 17, 125106, 2005
- [116] Mapple 11, Help, 2007
- [117] <http://www.renault.com.tr/> (Erişim Tarihi: 02.05.2012)
- [118] <http://www.renault-trucks.com.tr> (Erişim Tarihi: 02.05.2012)

EK

LBM AKIŞ ŞEMASI:





ÖZGEÇMİŞ

Erman ASLAN, 1982 yılında Erzurum'da doğdu. 2000 yılında İzmit Lisesi'nden mezun oldu. 2000 yılında Sakarya Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümüne girdi. 2004 yılında mezun olduktan sonra aynı yıl Sakarya Üniversitesinde Makine Tasarım İmalat bilim dalında yüksek lisans eğitime başladı. 2006 yılında yüksek lisans programından mezun olduktan sonra aynı yıl, Makine Tasarım İmalat bilim dalında Doktora eğitime başladı. 2006 yılında Sakarya Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümünde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaya başladı. Halen bu bölümde görevine devam etmektedir.