T.C. SAKARYA ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DİNAMİK TİTREŞİM SÖNÜMLEYİCİLERDEKİ KATMANLI KİRİŞ TİPİ YAPILARIN TİTREŞİM ANALİZİ

DOKTORA TEZİ

Habibullah BİLGE

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Makina Tasarım ve İmalat Bilim Dalı

OCAK 2024

T.C. SAKARYA ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DİNAMİK TİTREŞİM SÖNÜMLEYİCİLERDEKİ KATMANLI KİRİŞ TİPİ YAPILARIN TİTREŞİM ANALİZİ

DOKTORA TEZİ

Habibullah BİLGE

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Makina Tasarım ve İmalat Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Ömer Kadir MORGÜL

OCAK 2024

Habibullah BİLGE tarafından hazırlanan "Dinamik Titreşim Sönümleyicilerdeki Katmanlı Kiriş Tipi Yapıların Titreşim Analizi" adlı tez çalışması 29.01.2024 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği/oy çokluğu ile Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalı **Makina Tasarım ve İmalat** Bilim Dalı'nda Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi

Jüri Başkanı :

Jüri Üyesi :

Jüri Üyesi :

Jüri Üyesi :

Jüri Üyesi :

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Lisansüstü Eğitim-Öğretim Sakarya Yönetmeliğine ve Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesine uygun olarak hazırlamış olduğum "DİNAMİK TİTREŞİM SÖNÜMLEYİCİLERDEKİ KATMANLI KİRİŞ TİPİ YAPILARIN TİTREŞİM ANALİZİ " başlıklı tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın tüm aşamalarında yukarıda belirtilen yönetmelik ve yönergeye uygun davrandığımı, tezin içerdiği yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı, tezde kullandığım eserleri usulüne göre kaynak olarak gösterdiğimi, bu tezi başka bir bilim kuruluna akademik amaç ve unvan almak amacıyla vermediğimi ve 20.04.2016 tarihli Resmi Gazete'de yayımlanan Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin 9/2 ve 22/2 maddeleri gereğince Sakarya Üniversitesi'nin abonesi olduğu intihal yazılım programı kullanılarak Enstitü tarafından belirlenmiş ölçütlere uygun rapor alındığını, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun ortaya çıkması halinde doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi beyan ederim.

(29/01/2024)

Habibullah Bilge

Bu günlere gelmemde emeği olanlara,

TEŞEKKÜR

Doktora çalışmamın her aşamasında bilgi ve tecrübelerini paylaşan, karşılaştığım sorunların çözümünde yardımlarını hiçbir zaman esirgemeyen, çalışmanın oluşmasında büyük katkıları olan ve bana rehberlik eden değerli hocam ve tez danışmanım Sayın Doç. Dr. Ömer Kadir MORGÜL'e,

Tez çalışmalarım süresince yaptıkları yönlendirmeler ile bana motivasyon veren, bilgi ve tecrübelerini benden esirgemeyen değerli hocam Prof. Dr. Recep KOZAN'a ve değerli hocam Prof. Dr. Durmuş KARAYEL'e,

Engin bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım, çalışmalarım süresince maddi ve manevi yardımlarını esirgemeyen ve deneysel çalışmalarım esnasında verdiği desteklerden dolayı değerli hocam Doç. Dr. Hüseyin DAL'a,

Doktora eğitimim süresince her zaman destek olan ve birlikte görev yapmaktan mutluluk duyduğum BAİBÜ Makine Mühendisliği Bölümü'ndeki tüm değerli hocalarıma,

Tez çalışmamda bana her zaman maddi ve manavi destek olan, güler yüzünü benden hiçbir zaman esirgemeyen değerli eşim Serpil BİLGE'ye, afacanlıkları ve yaramazlıkları ile yüzümüzü güldürüp motive eden sevgili oğlum Muhammed Emin BİLGE'ye, eğitim ve öğrenim hayatım boyunca her zaman yanımda olan, maddi ve manevi desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen ve beni her daim teşvik eden babam, anem ve kardeşlerime en içten teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca bu zamana kadar üzerimde emeği olan herkese sonsuz şükranlarımı sunarım.

Habibullah Bilge

İÇİNDEKİLER

<u>Sayfa</u>

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ	v
TEŞEKKÜR	ix
İÇİNDEKİLER	xi
KISALTMALAR	. xiii
SİMGELER	xv
TABLO LÍSTESÍ	xvii
ŞEKİL LİSTESİ	. xix
ÖZET	xxiii
SUMMARY	xxv
1. GİRİŞ	1
1.1. Dinamik Titreşim Sönümleyicisi (DTS)	2
1.1.1. DTS çeşitleri	8
1.1.2. DTS kullanım alanları	12
1.2. Literatür Araştırması	16
1.3. Tezin Amacı ve Önemi	25
2. TEORİK ALTYAPI VE SİSTEMİN ANALİTİK MODELLEMESİ	27
2.1. Zorlanmış Titreşimle İlgili Temel Kavramlar	27
2.1.1. Harmonik kuvvet etkisindeki sönümsüz bir sistemin titreşimi	27
2.1.2. Harmonik kuvvet etkisindeki sönümlü bir sistemin titreşimi	33
2.1.3. Harmonik zemin hareketi etkisindeki sönümlü bir sistemin titreşimi	38
2.1.3.1. Kütle ile zemin arasındaki bağıl hareket	41
2.2. Dinamik Titreşim Sönümleyicisi (DTS)	42
2.2.1. Sönümsüz DTS	42
2.2.2. Sönümlü DTS	47
2.3. Sürekli Sistemlerin DTS'lerde Kullanımı	50
2.3.1. Kiriş tipi yapıların absorber olarak kullanımı	51
2.3.1.1. Kiriş tipi yapının hareket denkleminin elde edilmesi	51
2.3.1.2. Bir ucu kütleli ankastre kiriş	57
2.3.1.3. Katmanlı kirişin modellenmesi	63
3. DENEYSEL ÇALIŞMALAR	65
3.1. Deneysel Modal Analiz	66
3.1.1. Deneysel modal analizde kullanılan ölçüm elemanları	68
3.1.2. Tepe tutma metodu	72
3.2. Katmanlı Kirişli DTS'lerin Oluşturulması	74
3.3. Katmanlı Kirişli DTS'lerin Frekanslarının Ölçülmesi	77
3.4. DTS'li Yapının Zorlanmış Titreşim Deney Düzeneği	81
4. BULGULAR VE TARTIŞMA	. 87
4.1. Deneysel Olarak Elde Edilen Sonuçlar	87
4.1.1. Katmanlı kirişli DTS'lere ait doğal frekanslar	87
4.1.2. Katmanlı kirişli DTS'lere ait iç sönüm değerleri	96
4.2. Analitik Olarak Elde Edilen Sonuçlar	99

4.2.1. Kütle oranının ve uç kütle ataletinin DTS'nin frekansları üzerind	leki etkisi
4.2.2. Uç kütle ataletinin DTS'nin mod şekilleri üzerindeki etkisi	103
4.3. Deneysel ve Analitiksel Olarak Elde Edilen Frekansların Karşılaştırıl	ması. 105
4.4. Zorlanmış Titreşim Deneyinden Elde Edilen Sonuçlar	
5. SONUÇ VE ÖNERİLER	127
KAYNAKLAR	129
EKLER	
ÖZGEÇMİŞ	

KISALTMALAR

TSD	: Tek serbestlik dereceli
ÇSD	: Çok serbestlik dereceli
DTS	: Dinamik titreşim sönümleyicisi
YDİ	: Yer değiştirme iletkenliği

SİMGELER

x (t)	: Ana kütlenin yer değişimi [m]
y(t)	: Zeminin yer değişimi [m]
X	: Ana kütlenin yer değişiminin genliği [m]
x _a (t)	: Absorber kütlenin yer değişimi [m]
Xa	: Absorber kütlenin yer değişiminin genliği [m]
F (t)	: Zorlayıcı kuvvet [N]
Fo	: Zorlayıcı kuvvetin genliği [N]
Μ	: Ana sistemin kütlesi [kg]
Ma	: Absorberin kütlesi [kg]
K	: Ana sistemin yay sabiti [N/m]
Ka	: Absorberin yay sabiti [N/m]
ωs	: Sistemin doğal frekansı [rad/s]
Wa	: Absorberin doğal frekansı [rad/s]
ω	: Zorlayıcı kuvvetin frekansı [rad/s]
δstatik	: Statik çökme miktarı [m]
f	: Absorber frekansı/sistem frekansı oranı
r	: Kuvvetin frekansı/sistem frekansı oranı
γ	: Absorber kütlesi/sistem kütlesi oranı
ξ	: Sönüm oranı
С	: Sistemin sönüm sabiti [Ns/m]
φ	: Faz açısı
EI	: Eğilme rijitliği
μ	: Kütle oranı
β	: Boyutsuz frekans parametresi
λ	: Boyutsuz atalet parametresi

TABLO LİSTESİ

<u>Sayfa</u>

Tablo 1.1. Pasif ve aktif sönümleme sistemlerinin karşılaştırılması. 11
Tablo 3.1. DTS'de kullanılan kirişler ve özellikleri. 76
Tablo 3.2. DTS'de kullanılan uç kütleler ve mekanik özellikleri
Tablo 3.3. Katmanlı kirişler için hesaplanan eşdeğer eğilme rijitlikleri. 76
Tablo 4.1. Katmansız (K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS'lerin birinci doğal
frekansına ait iç sönüm değerleri
Tablo 4.2. İki katmanlı (K1K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS'lerin birinci
doğal frekansına ait iç sönüm değerleri
Tablo 4.3. Üç katmanlı (K1K2K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS'lerin
birinci doğal frekansına ait iç sönüm değerleri
Tablo 4.4. Üç katmanlı (K1K3K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS'lerin
birinci doğal frekansına ait iç sönüm değerleri
Tablo 4.5. Üç katmanlı (K1K4K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS'nin
birinci doğal frekansına ait iç sönüm değerleri
Tablo 4.6. Literatürde bulunan bazı durumlar için elde edilen ilk beş boyutsuz frekans
parametresi
Tablo 4.7. Farklı μ ve λ değerleri için ilk beş boyutsuz frekans parametresi 101
Tablo 4.8. Katmansız (K1) kiriş tipi DTS'nin analitik ve deneysel olarak elde edilen
ilk üç doğal frekansı 105
Tablo 4.9. İki katmanlı (K1K1) kiriş tipi DTS'nin analitik ve deneysel olarak elde
edilen ilk üç doğal frekansı
Tablo 4.10. Üç katmanlı (K1K2K1) kiriş tipi DTS'nin analitik ve deneysel olarak elde
edilen ilk üç doğal frekansı 106
Tablo 4.11. Üç katmanlı (K1K3K1) kiriş tipi DTS'nin analitik ve deneysel olarak elde
edilen ilk üç doğal frekansı107
Tablo 4.12. Üç katmanlı (K1K4K1) kiriş tipi DTS'nin analitik ve deneysel olarak elde
edilen ilk üç doğal frekansı 107
Tablo 4.13. DTS eklenmemiş sisteme ait ivme genlik değerleri
Tablo 4.14. Katmansız (K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS eklenmiş
sisteme ait ivme genlik değerleri112
Tablo 4.15. İki katmanlı (K1K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS eklenmiş
sisteme ait ivme genlik değerleri113
Tablo 4.16. Üç katmanlı (K1K2K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS eklenmiş
sisteme ait ivme genlik değerleri
Tablo 4.17. Üç katmanlı (K1K3K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS eklenmiş
sisteme ait ivme genlik değerleri114
Tablo 4.18. Üç katmanlı (K1K4K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS eklenmiş
sisteme ait ivme genlik değerleri114
Tablo 4.19. DTS eklenmemiş sisteme ait konum genlik değerleri

ŞEKİL LİSTESİ

<u>Sayfa</u>

Şekil 1.1. a) Sönümlü DTS, b) Sönümsüz DTS eklenmiş M kütleli bir sistem4
Şekil 1.2. DTS'nin ekli olduğu sisteme uyguladığı tepki kuvveti, Nashif et al.,
(1985)'ten uyarlanmıştır
Şekil 1.3. a.) TSD bir sistem, b) DTS eklendikten sonra meydana gelen iki serbestlik
dereceli sistem6
Şekil 1.4. DTS olmadan ve DTS ekli iken ana sistemin yer değişiminin frekans oranına
göre değişimi6
Şekil 1.5. DTS ekli bir sistemde, DTS/sistem frekans oranına göre sistemin genlikleri,
Koo ve ark, (2008)'den uyarlanmıştır
Şekil 1.6. Pasif DTS eklenmiş bir sistem
Sekil 1.7. Aktif DTS eklenmis bir sistem. 10
Şekil 1.8. Hibrit DTS eklenmiş bir sistem. 11
Sekil 1.9. Taipei Tower binasi ve sarkaç biçimindeki DTS, Chen ve ark, (2023)'ten
uvarlanmıstır
Sekil 1.10. Millenium Köprüsü ve köprü altında kullanılan DTS'ler, Maraveas ve ark,
(2015)'ten uvarlanmıştır
Sekil 1.11. DTS'lerin elektrik iletim kabloları ve köprü halatlarındaki kullanımı.
Wikipedia (2023)'ten uvarlanmıştır
Sekil 1.12. F1 aracında kullanılan bir DTS, Renault (2023)'ten uvarlanmıştır
Sekil 1.13. NASA. Ares-I isimli mürettebat tasıma aracının roket cıkısındaki DTS'ler.
Nasa (2023)'ten uvarlanmistir
Sekil 1.14. Burulma titresim sönümlevicisi. Geislinger (2023)'ten uvarlanmıştır. 16
Sekil 1.15. Sönümsüz ana sisteme bağlı kütle-vaydan oluşan klaşik DTS modeli 17
Sekil 1.16. Sönümsüz ana sisteme bağlı kütle-yay ve sönüm elemanından oluşan DTS
modeli
Sekil 1.17. H ∞ optimizasyonundaki değismez noktalar (A B) ve sönüm değerleri ile
genliğin değisimi Koo ve ark (2008)'den uvarlanmıştır
Sekil 2.1. Uc kütleli-katmanlı kiristen oluşan DTS ve hağlı olduğu ana sistem
Sekil 2.2 F(t) harmonik kuvvetine maruz M kütleli sönümsüz hir sistem 28
Sekil 2.3. Sönümsüz hir sistem icin frekans oranının hüyütme faktörü ile değisimi 30
Sekil 2.4. $0 \le r \le 1$ durumu icin zorlavici kuvvet ile sistem cevalinin faz durumu 30
Sekil 2.5. $r > 1$ durumu için zorlayıcı kuyyet ile sistem cevabinin faz durumu 31
Sekil 2.6. $r = 1$ durumu için sistemin cevabı
Sekil 2.7 F(t) harmonik kuyvetine maruz M kütleli sönümlü hir sistem
Solvil 2.8. Genlik organing ve faz acisinin (ϕ) frakans organing (r) ve farklı sönüm
Strii 2.6. Ochink oralinini ve faz açısının (ψ), nekalis oralinia (7) ve farklı sonuni değerlerine göre değişimi Raq (2011)'den uyarlanmıştır.
Sakil 2.0. Zomin tahriki atkisindaki sönümlü hir sistom
Solvil 2.10. Vor dožistirmo ilotkonliži (Y/Y) vo for actions (ϕ) follows arou vo
γCKH 2.10. I CI ucgişilille ilcikeliligi (Λ/ Ι) ve idz açısınlır (Ψ), ileKafis Ofafii ve sönümə həğli ələrək dəğişimləri (Dəs. 2011)'dən yyarlanmıştır. 40
Solution California and Sisteria and Sisteria (Kao, 2011) den uyarianmiştir
Şekii 2.11. Sonumsuz D15 ekienmiş ana sistem

Şekil 2.12. DTS eklenmeden ve DTS eklendikten sonra sistemin genliğinin frekans
oranına göre değişimi45
Şekil 2.13. $\omega 1$ ve $\omega 2$ değerlerinin, frekans oranına ve kütle oranına göre değişimi,
(Rao, 2011)'den uyarlanmıştır47
Şekil 2.14. Sönümlü DTS eklenmiş ana sistem
Şekil 2.15. Dinamik büyütmenin frekans oranına göre değişimi
Şekil 2.16. Eğilme durumundaki kiriş elemanı
Şekil 2.17. Uç kütleli konsol kiriş
Şekil 2.18. Uç kütlenin y ekseni doğrultusundaki a) Doğrusal hareketi, b) B noktası
etrafındaki dönme hareketi, Hongjin ve ark, (2014)'ten uyarlanmıştır58
Şekil 2.19. a) Iki katmanlı ve b) Uç katmanlı konsol kiriş
Şekil 3.1. Modal sarsıcı (shaker) kullanılarak oluşturulan deneysel modal analiz
düzeneği
Şekil 3.2. Modal çekiç kullanılarak oluşturulan deneysel modal analiz düzeneği70
Şekil 3.3. Brüel&Kjaer 8206-002 modal çekice ait uçların (a) Kuvvet-zaman, ve (b)
Frekans-genlik grafikleri71
Şekil 3.4. Frekans-genlik grafiği üzerinde tepe tutma (peak-picking) yönteminin
gösterilişi, He ve Fu (2001)'den uyarlanmıştır
Şekil 3.5. Katmanlı kirişlerin oluşturulmasında kullanılan kirişler
Şekil 3.6. DTS'lerin oluşturulmasında kullanılan uç kütleler
Şekil 3.7. (a) İki katmanlı ve (b) Üç katmanlı konsol kiriş yapıları
Şekil 3.8. Deney düzeneğinin şematik gösterimi; 1) uç kütleli katmanlı konsol kiriş,
2) Tek eksenli ivmeölçer, 3) Darbe çekici, 4) Photon+ veri toplama ve sinyal
işleme cihazı 5) Sinyal analiz yazılımına sahip bilgisayar77
Şekil 3.9. Katmanlı konsol kirişlerin titreşimlerinin ölçümüne ait deney düzeneği78
Şekil 3.10. Photon+ veri toplama kartı ve RT Pro Photon+ veri analiz yazılımı79
Şekil 3.11. Deneysel modal analızde kullanılan modal çekiç
Şekil 3.12. Deneysel modal analızde kullanılan ıvmeölçer
Şekil 3.13. Uç kütleli, katmanlı kırışın 3 boyutlu gösterilişi ve uç kütleye ait boyut
parametreleri
Şekil 3.14. Zorlanmış titreşim deney düzeneği
Şekil 3.15. Modal sarsıcı ve modal sarsıcıya ait güç yükselticisi
Şekil 3.16. Sarsıcı, yatay tabla altındaki polyamıd destekler, tabla ile destekler arasına
konulan bilyeler ve yag
Şekil 3.17. Sarsıcı tabla üzerindeki polyamid levha, ana kütle ve yay
Şekil 3.18. Sarsıcı , ana sistem ve DTS eklenmiş durumu
Sekil 3.19. Yay sabitinin tespiti için kullanılan basma test cihazi
Sekil 3.20. Basma testi yapilan ana sistemdeki yay
Sekil 4.1. KI kirişi ve I numaralı uç kutle ile oluşturulan DIS'ye ait, a) Kuvvet-
zaman, b) Frekans-geniik grafigi
Şekli 4.2. Kı kırışı ve 2 numaralı uç kutle ile oluşturulan DTS ye alt frekans-genlik
Solvil 4.3 V1 triving vo 2 numeral: up tritle ile alusturulan DTS ² vo ait fraktore confit
Şekii 4.5. Ki kirişi ve 5 numaran uç kutle ne oluşturulan D15 ye alt nekans-genirk
Solvil 4.4. V1 tringi va 4 numerali va tritta ila alusturulan DTS ² va ait frakang ganlik
grafiči
Solvil 4.5 V 1V 1 kirigi vo 1 numerali vo kütla ila alvaturulan DTS'va ait frakana aralik
grafiči
Sokil 4.6 K1K1 kirisi ya 2 numarali ya kütla ila alusturulan DTS'ya ait frakana aanlik
grafiči
grangi

Şekil 4.7. K1K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekans-genlil
grafiği90
Şekil 4.8. K1K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekans-genli
grafigi
Şekil 4.9. K1K2K1 kırışı ve 1 numaralı uç kütle ile oluşturulan D1S'ye ait frekans
Solvil A 10 K1K2K1 kirisi va 2 numaralı uc kütle ile oluşturulan DTS'va ait frekans
Şekli 4.10. KTKZKT KITŞI ve 2 numaran uç kune ne oluşturulan DTS ye alt nekans
Seli 4 11 K1K2K1 historie 2 manual and 1 the shortened on DTS ² as it further
Şekli 4.11. KTK2KT KITIŞI ve 5 numaralı uç kutle ile oluşturulan DTS ye alt frekans
geniik grangi
Sekil 4.12. KIK2KI kirişi ve 4 numaralı uç kutle ile oluşturulan DIS ye alt frekans
geniik grafigi
Sekil 4.13. KIK3KI kirişi ve I numaralı üç kutle ile oluşturulan DIS ye alt frekans
genlik grafigi
Şekil 4.14. K1K3K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekans
genlik grafiği
Şekil 4.15. KIK3KI kırışı ve 3 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekans
genlik grafiği
Şekil 4.16. K1K3K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekans
genlik grafiği9
Şekil 4.17. K1K4K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekans
genlik grafiği94
Şekil 4.18. K1K4K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekans
genlik grafiği94
Şekil 4.19. K1K4K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekans
genlik grafiği94
Şekil 4.20. K1K4K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekans
genlik grafiği95
Şekil 4.21. Farklı uç kütlelere sahip konsol, katmanlı kirişlerin birinci frekan
değerleri90
Şekil 4.22. K1K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinc
frekanstaki iç sönüm değeri90
Şekil 4.23. K1K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinc
frekanstaki iç sönüm değeri9'
Şekil 4.24. K1K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinc
frekanstaki iç sönüm değeri9'
Şekil 4.25. K1K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinc
frekanstaki iç sönüm değeri9'
Şekil 4.26. Uç kütleli, katmanlı konsol kiriş 100
Şekil 4.27. Boyutsuz frekans parametresinin kütle oranı ile değişimi 102
Şekil 4.28. Boyutsuz frekans parametresinin atalet parametresi ile değişimi 103
Şekil 4.29. Katmanlı konsol kirişin çeşitli λ değerlerine göre birinci ve ikinci mod
şekilleri, a) Birinci mod şekli, b) İkinci mod şekli 104
Şekil 4.30. Katmanlı konsol kirişin çeşitli λ değerlerine göre üçüncü ve dördüncü mo
şekilleri, a) Üçüncü mod şekli, b) Dördüncü mod şekli 104
Şekil 4.31. DTS eklenmemiş sisteme ait frekans-genlik grafiği 108
Şekil 4.32. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, DTS eklenmemiş sistemin genlik
zaman ve frekans-genlik grafiği109
Şekil 4.33. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, DTS eklenmemiş sistemin genlik
zaman ve frekans-genlik grafiği110

Şekil 4.34. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, DTS eklenmemiş sistemin genlik-
zaman ve frekans-genlik grafiği110
Şekil 4.35. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K1 kirişi ve 1 numaralı uç
kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik
grafiği111
Şekil 4.36. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K1 kirişi ve 1 numaralı uç
kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik
grafiği111
Şekil 4.37. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K1 kirişi ve 1 numaralı uç
kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik
grafiği112
Şekil 4.38. 1 numaralı uç kütle ve farklı kiriş konfigürasyonları ile oluşturulmuş DTS
ekli sistemdeki ana kütlenin ve absorber kütlenin genlikleri
Şekil 4.39. 1 numaralı uç kütle ve farklı kiriş konfigürasyonları ile oluşturulmuş DTS
ekli sistemdeki ana kütlenin genlikleri
Sekil 4.40. 2 numaralı uç kütle ve farklı kiriş konfigürasyonları ile oluşturulmuş DTS
ekli sistemdeki ana kütlenin ve absorber kütlenin genlikleri
Sekil 4.41. 2 numaralı uç kütle ve farklı kiriş konfigürasyonları ile oluşturulmuş DTS
ekli sistemdeki ana kütlenin genlikleri
Sekil 4.42. 3 numaralı uç kütle ve farklı kiriş konfigürasyonları ile oluşturulmuş DTS
ekli sistemdeki ana kütlenin ve absorber kütlenin genlikleri
Sekil 4.43. 3 numaralı uç kütle ve farklı kiriş konfigürasyonları ile oluşturulmuş DTS
ekli sistemdeki ana kütlenin genlikleri
Sekil 4.44. 4 numaralı uç kütle ve farklı kiriş konfigürasyonları ile oluşturulmuş DTS
ekli sistemdeki ana kütlenin ve absorber kütlenin genlikleri
Sekil 4.45. 4 numaralı uç kütle ve farklı kiriş konfigürasyonları ile oluşturulmuş DTS
ekli sistemdeki ana kütlenin genlikleri

DİNAMİK TİTREŞİM SÖNÜMLEYİCİLERDEKİ KATMANLI KİRİŞ TİPİ YAPILARIN TİTREŞİM ANALİZİ

ÖZET

Bu tez çalışmasında, katmanlı-kiriş-tipi dinamik titreşim sönümleyicilerin titreşim sönümleme davranışları araştırılmıştır. Katmanlı kiriş yapışının ve uç kütlenin dönme ataletinin, dinamik titresim sönümlevicisi (DTS)'nin verimliliği üzerindeki etkileri analitik ve deneysel olarak incelenmiştir. Katmanlı-kiriş tipi DTS'nin matematiksel modeli oluşturulurken, kiriş boyunun kiriş kalınlığına oranı (L/h)>10 olduğu için Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre kabuller yapılmış ve Hamilton prensibi kullanılarak hareket denklemi elde edilmiştir. Uç kütlenin dönme ataleti, D'alambert Prensibi kullanılarak hareket denklemlerine dahil edilmiştir. Ayrıca, katmanlı kirislerin esdeğer eğilme rijitliği de elde edilerek hareket denklemine dahil edilmistir. Son olarak, elde edilen sınır koşulları hareket denklemine dahil edilerek katmanlı-kiriş tipi DTS'nin frekans denklemi elde edilmiş ve bu frekans denklemi çözülerek DTS'ye ait doğal frekanslar elde edilmiştir. Bu şekilde DTS'lerin sönümleme yaptığı frekans aralığı / frekanslar analitik olarak belirlenmiştir. DTS'lerin doğal frekansları farklı kütle oranları, katman malzemeleri, bağlantı noktası ile uç kütlenin ağırlık merkezi arasındaki mesafeler ve diğer ilgili faktörler dahil olmak üzere fiziksel ve geometrik parametrelerin farklı kombinasyonları için hesaplanmıştır. Ayrıca, uç kütlenin dönme ataletinin, çeşitli kiriş katmanı malzemelerinin, kiriş katmanlarının sayısının ve değişen kütle oranlarının DTS'nin doğal frekansları üzerindeki etkileri de sunulmuştur. Elde edilen bulgular, uç kütlenin dönme ataletindeki artışın DTS'nin düşük frekansları üzerinde daha önemli bir etkisi olduğunu göstermiştir. Ayrıca beklenildiği gibi katman kalınlığının arttırılmasının DTS'nin frekanslarını arttırdığını göstermektedir. Analitik ve deneysel sonuçları elde edilen DTS'lerin, titreşim sönümleme verimliliklerinin araştırılması amacıyla, elde edilen DTS'ler, kütle-yaydan oluşan ana bir sisteme eklenmiştir. Ana sisteme eklenen DTS'ler, modal sarşıcının bağlı olduğu bir tabla üzerine verlestirilerek, sisteme belirli genlik ve frekanslarda zorlayıcı kuvvet uygulanmıştır. Uygulanan kuvvet harmonik sinüs fonksiyonu olarak avarlanmıştır. DTS eklenmemiş ve DTS eklenmiş sistemde meydana gelen genlikler elde edilmiştir. DTS ekli yapıya ait titreşim genlikleri, sarsıcı zeminine, ana kütle üzerine ve DTS uç kütlesine ivmeölçerler bağlanarak elde edilmiştir. Böylelikle uç kütlenin dönme ataletinin, farklı katman malzemelerinin, kiriş katmanlarının sayısının ve değişen kütle oranlarının DTS'nin titreşim sönümleme verimliliği üzerindeki etkileri deneysel olarak elde edilmiştir. Çalışmanın sonuçları, katmanlı kirişli yapıların enerji toplayıcıları, mikromekanik sensörler ve kiriş tipi dinamik titreşim sönümleyiciler dahil olmak üzere birçok mühendislik yapılarının tasarımına katkıda bulunacaktır.

VIBRATION ANALYSIS OF LAYERED BEAM TYPE STRUCTURES IN DYNAMIC VIBRATION ABSORBERS

SUMMARY

Engineering structures are exposed to various dynamic forces, depending on their place of use. Some of these forces may be wind and earthquakes affecting buildings, unbalanced forces that may occur in an internal combustion engine, or centrifugal forces due to the unbalanced mass in a rotating shaft. When structures and machines are exposed to a harmonic type of external force, unwanted vibrations occur in the structural elements. In particular, as a result of the coincidence of the frequency of the force acting on the structure and the natural frequency of the structure, a phenomenon known as resonance occurs, and the vibration amplitudes of the structure increase to maximum levels. As a result, the structure may be damaged in a short time, and undesirable results may occur. In order to avoid these negative consequences, reduce the vibrations of the structure, and ensure that the structures can perform its functions safely, researchers and engineers have been working on vibration analysis and vibration control of structures for years. In order to dampen the vibrations of structures, the idea of adding an additional system tuned to the frequency of the force acting on the structure was put forward, and the concept of a dynamic vibration absorber (DVA) emerged.

A dynamic vibration absorber, also known as a tuned mass damper, is a mechanical device added to the structure to reduce the vibration of the structure. Traditional DVAs consist of a secondary mass-spring and damping element added to the main structure and are frequently used in passive vibration damping applications. A DVA tuned to the resonance frequency of the structure protects the structure against forces that may affect the structure at the resonance frequency. A DVA tuned to the frequency at which the vibration of the structure is desired to be suppressed absorbs the energy coming from the structure and reduces the vibrations of the structure at that frequency.

The vibration-damping performance of a DVA generally depends on three parameters. These are the ratio of the DVA mass to the main system mass, the frequency ratio between the DVA and the main mass, and the DVA damping ratio. For a good DVA design, these three parameters must be chosen well. With the rapid development of science and technology, new structures, materials, and technologies have become popular and applied to DVAs. Various types of DVA have emerged and studies have been conducted on the usability of continuous systems such as DVA.

In this thesis study, the usability of beam-type structures, which are continuous systems, as DVA was investigated. The vibration-damping behavior of multilayer beam-type DVAs was studied. The effects of the layered beam structure and the rotational inertia of the end masses on the efficiency of the DVA were investigated analytically and experimentally. This thesis study consists of 5 chapters.

In the introduction section (Part 1), descriptive information about DVAs is given and the working principle of DVA is tried to be explained. The usage areas of DVAs in engineering structures are explained and their application areas are shown. A comprehensive literature review has been made and the studies on DVAs so far are presented in a systematic order and according to subject areas. At the end of the literature review, studies on the use of beam-type structures as DVA were mentioned. At the end of the introduction section, the purpose and importance of the thesis study are stated and the innovative aspect of the study is emphasized.

In the second part of the thesis, mathematical modeling of the considered system and the DVA added to the system was made. First of all, theoretical information about forced vibrations in undamped and damped systems is given. Then, information about the mathematical modeling of DVAs is given. An explanation was made about the use of beam-type structures as DVA and the equations of motion of the beams were obtained. While creating the mathematical model of the layered beam type DVA, since the ratio of the beam length to the beam thickness (L/h) is >10, assumptions were made according to the Euler-Bernoulli beam theory, and the equation of motion was obtained using the Hamilton principle. In obtaining the equation of motion, the rotational inertia of the end mass was included in the equations of motion using the D'alambert Principle. Additionally, the equivalent bending stiffness of the layered beams was obtained and included in the equation of motion. By including the boundary conditions of the system in the equation of motion, the frequency equation of the multi-layeredbeam type DVA was obtained, and by solving this frequency equation, the natural frequencies of the DVA were obtained. In this way, the frequency range/frequencies that DVAs dampen were determined analytically.

In the third chapter of the thesis, information about experimental studies is given. First of all, the concepts of modal analysis and experimental modal analysis are explained and the basic theoretical concepts in vibration analysis are explained. Information about the equipment required to obtain the modal parameters (natural frequencies, mode shapes, and damping ratios) of a structure is given and the points to be considered in vibration measurement are emphasized. Then, information is given about the beam materials and end masses from which the layered beam DVAs are formed, and the way of creating the layered beam DVAs is explained. Information is given about the experimental setup established to measure the natural frequencies of the obtained multi-layered beam DVAs, and the features of the equipment used during vibration measurement are explained. Then, the forced vibration experimental setup created to measure the vibration-damping performance of DVAs is explained in detail.

DVAs added to the main system were placed on a table to which the modal shaker was connected, and coercive force was applied to the system at certain amplitudes and frequencies. The applied force was set as a harmonic sine function. The amplitudes occurring in the system without DVA and with DVA were obtained. Vibration amplitudes of the DVA-attached structure were obtained by connecting accelerometers to the main mass ground, the main mass, and the DVA end mass. Thus, the effect of the rotational inertia of the tip mass, different layer materials, the number of beam layers, and varying mass ratios on the vibration-damping efficiency of DVA has been experimentally obtained. At the end of the section, information is given about the compression test and the test device used to measure the spring constant in the system.

In the 4th chapter of the thesis, the analytical and experimental findings are given and explained. The natural frequencies of DVAs have been calculated analytically for different combinations of physical and geometric parameters, including different mass ratios, layer materials, distances between the junction and the center of the tip mass,

and other relevant factors. Additionally, the effects of the rotational inertia of the tip mass, various beam layer materials, the number of beam layers, and varying mass ratios on the natural frequencies of the DVA are also presented. The findings showed that the increase in the rotational inertia of the tip mass has a more significant effect on the lower frequencies of the DVA. It also shows that, as expected, increasing the layer thickness increases the frequencies of DVA.

In the 5th chapter of the thesis, the conclusions that can be drawn from the study are included; various suggestions have been made to guide future studies. The results of the study will contribute to the design of many engineering structures, including energy harvesters of layered beam structures, micromechanical sensors, and beam-type DVAs.

xxviii

1. GİRİŞ

Herhangi bir yapıya etkiyen iç ve dış kuvvetlerin, yapıda oluşturduğu hareketi inceleyen bilim dalına *dinamik* denir. Yapıda, bu kuvvetlerden dolayı meydana gelen harekete ise *yapının dinamik davranışı* adı verilmektedir. Sıklıkla karşılaşılan dinamik bir davranış türü ise yapının titreşim hareketidir. Yapı, maruz kaldığı rüzgâr, deprem, elektrik motoru tahriki veya içten yanmalı motor tahriki vb. gibi etmenlere bağlı olarak titreşim hareketi gerçekleştirebilir. Titreşimli taşıyıcı, ultrasonik makine elemanı temizleyici, darbeli kırıcı vb. gibi kısıtlı bazı uygulamalarda, titreşim hareketi istenilen bir durum olsa da genel olarak bakıldığında yapıların çalışma karakteristiklerini olumsuz yönde etkilediği için birçok mühendislik sisteminde titreşim arzu edilmez ve yapıda bulunan titreşimin sönümlenmesi yönünde çalışma yapılır. Birçok mekanik veya yapısal mühendislik sistemi, istenmeyen titreşimlere maruz kalırlar. Bu titreşimler sonucunda yapı, yorulma hasarı gibi hasara uğrayabilir veya yapı, otomobil gibi insan etkileşimli bir sistem ise, otomobildeki sürücü ve yolcuların konforunun azalmasına neden olur.

Araştırmacılar ve mühendisler, hava/kara veya deniz taşıtlarında, savunma sanayiinde, imalat sektöründe ve uzay araçları vb. gibi birçok alanda titreşimlerin olumsuz etkilerini en aza indirgemek amacıyla çalışmalar yapmışlardır. Yapıdaki titreşimlerin azaltılması, yapının dinamik yanıtının iyileşmesi anlamına da gelmektedir (Inman, 1996). Yapıdaki istenmeyen titreşimlerin azaltılması problemi söz konusu olduğunda kullanılabilecek yöntemler aşağıdaki gibi sıralanabilir. Bunlar;

 Yapının maruz kaldığı dış kuvvetin frekansı ile yapının frekansı birbirine yakınsa, yapının kütlesinde ve esnekliğinde değişimler yaparak yapının yeniden tasarımının yapılmasıdır. Bu yöntem geleneksel titreşim azaltma yöntemlerindendir, fakat oldukça zaman alıcı ve ekonomik olmayan yapısal değişiklikleri içerir. Ayrıca birçok yapı elemanının çalışma koşullarından dolayı yapısında değişiklik yapmak neredeyse imkânsızdır. Bu sebeple bu yöntemin günümüzde uygulama alanı oldukça sınırlıdır.

- Diğer bir titreşim azaltılması yöntemi, titreşimin kaynağında sönümlenmesidir.
 Otomobilde, motordan kaynaklı titreşimlerin sürücü ve yolculara en az şekilde etki etmesi için motor bloğu ile araç gövdesi arasına uygun titreşim takozları konulmaktadır. Fabrikalarda, makinaların zemine ileteceği titreşimin azaltılması için makinalar titreşim takozları üzerine monte edilmektedir.
- Başka bir yöntem, sistemdeki titreşim enerjisini sönümlemeye yardımcı olacak sönüm elemanı gibi elemanların yapıya eklenmesidir. Çamaşır makinelerindeki gazlı/yağlı sönümleyiciler, tamburda meydana gelen yüksek genlikteki titreşimleri sönümlemeye yardımcı olur. Otomobillerdeki süspansiyon sistemindeki sönüm elemanı yoldan kaynaklı titreşimlerin otomobil gövdesine iletilmesini kısıtlar ve yol kaynaklı titreşimlerin sönümlenmesinde yardımcı olurlar.
- Günümüzde, yapılardaki istenmeyen titreşimlerin sönümlenmesinde yaygınlıkla kullanılan yöntemlerden bir tanesi de yapıya kütle-yay ve sönüm elemanından oluşan bir dinamik titreşim sönümleyicisi eklemektir. Böylelikle yapının titreşim genliği azaltılarak, yapının dinamik cevabında iyileşme sağlanır (Frahm, 1911).

Dinamik titreşim sönümleyiciler, yapılardaki titreşimi ve gürültüyü azaltmak için sıklıkla kullanılan sistemlerin başında gelmektedir. Bu sistemler havacılık, uzay, imalat sanayii, gemicilik vb. gibi mühendislik alanlarının yanı sıra köprüler, gökdelenler, tren yolları vb. gibi birçok mimari yapıda da aktif olarak kullanılmaktadır. Bu tez çalışmasında da, titreşim sönümlemesindeki önemli rolleri göz önüne alındığında, mühendislik sistemleri için hayati bir öneme sahip olan dinamik titreşim yutucu çeşitlerinden biri olan kiriş-tipi bir dinamik titreşim sönümleyicisinin matematiksel modellemesi yapılmıştır. Diğer kiriş-tipi sönümleyicilerden farklı olarak tasarımda katmanlı-kiriş tipi yapı kullanılmıştır. Ayrıca, yapılan deneysel testlerle de oluşturulan matematiksel model doğrulanmaya çalışılmıştır.

1.1. Dinamik Titreşim Sönümleyicisi (DTS)

Günümüzdeki mühendislik sistemlerinde ve büyük mimarı yapılarda karşılaşılan en önemli problemlerden biri titreşimdir. Yapıda meydana gelen titreşimler nedeniyle, yapı zamanla yorulma hasarına uğramakta ve yapı ile etkileşimde olan sistemler de ciddi ölçüde zarara uğrayabilmektedir. Hatta köprüler, gökdelenler, araçlar gibi insan etkilesiminin olduğu yapılarda meydana gelen titresimlerle yapının hasara uğraması sonucunda can ve mal kaybı da yaşanabilmektedir. Yapıda oluşabilecek istenmeyen titreşimlerden uzak durmak için, yapıya gelebilecek dış yükler tasarım aşamasında analiz edilmeli ve gerekli önlemler alınmalıdır. Böylelikle, yapılarda oluşabilecek titreşimler tasarım aşamasında engellenebilir ya da titreşimin yapıda oluşturacağı hareketin genlikleri ihmal edilebilir seviyelere düşürülebilir. Fakat yapının öngörülemeyen yüklere veya çevresel zorlamalara maruz kalması sonucu ya da yapının tasarımındaki hatalar sonucunda, yapıda istenmeyen titreşimler oluşmaktadır. Yapının çalışma şartlarından kaynaklı oluşan titreşimleri engellemek için yapının kütlesi veya rijitliği üzerinde değişim yapılamaması ya da yapı üzerinde yapılacak olan bu değişimlerin maliyetinin yüksek olması sebebiyle, yapılara sonradan eklenebilen dinamik titreşim sönümleyicisi (DTS) kavramının ortaya çıktığı görülmektedir. Titreşime maruz kalan yapının kütlesi veya rijitliği gibi yapının temel karakteristikleri üzerinde yeniden tasarım yapmak yerine yapıya uygun bir DTS kullanılması, tasarım maliyetlerini önemli ölçüde azaltmakta ve yapının ömrünü artırmaktadır. Literatürde dinamik titreşim sönümleyicisi kavramının birçok şekilde kullanımı mevcuttur. Bunlardan bazıları; ayarlanmış kütle sönümleyicisi (tuned mass damper-TMD), ayarlanmış titreşim yutucusu (tuned vibration absorber-TVA), dinamik titreşim yutucusu (dynamic vibration absorber-DVA) 'dur. Bu tezde dinamik titreşim sönümleyicisi (DTS) kavramı kullanılacaktır.

Bir yapıya uygulanan dış kuvvetin frekansı ile yapının doğal frekansının çakışması sonucu, yapının dinamik davranışı aşırı derecede kararsızlaşır ve yapının titreşim genlikleri sonsuza gitmeye çalışır. Bu olaya *rezonans* denilmektedir. Yapının rezonansa girmesi sonucu, yapı kısa süre içerisinde hasara uğramaktadır ve telafisi mümkün olmayan sonuçlar ortaya çıkabilmektedir. Bu sebeple, herhangi bir mühendislik sistemi tasarımı yapılırken sistemin doğal frekansları tasarım aşamasında tespit edilmeli ve sistemin çalışma şartlarında maruz kalacağı dış yüklerin frekansları ile sistemin frekansları arasında çakışma olup olmadığı analiz edilerek sistemin rezonansa girme tehlikesinin önüne geçilmelidir. Rezonans tehlikesinden kaçınmada en yaygın kullanılan yöntemlerden birisi, sistemin doğal frekansını veya sisteme etkiyen dış yükün frekansını değiştirmektir. Mühendislik yapılarına etkiyen rüzgâr, deprem vb. gibi dış yüklere çoğunlukla müdahale edilemediği için, yapının kütlesi veya rijitliği gibi yapının dinamik karakteristiklerini değiştirme yoluna gidilmektedir. Fakat bazı yapı sistemlerinde yapının kütlesini veya rijitliğini değiştirmek oldukça zor, hatta çoğu durumlarda da imkânsız olabilmektedir. Bu durumda yapıya uygun bir DTS eklenmesi ile yapıdaki istenmeyen titreşimlerin sönümlenmesi gerçekleştirilmektedir. Yapıya DTS eklenmesindeki amaç, yapının doğal frekansı ile yapıya etkiyen dış yükün frekansının birbirlerine eşit veya birbirlerine çok yakın olduğu ve bunlardan herhangi biri üzerinde değişiklik yapılmasının söz konusu olmadığı durumlarda yapıda oluşabilecek rezonans tehlikesini engellemektir (Den Hartog, 2007; Korenev ve Reznikov, 1993).

Dinamik sönümleyiciler, titreşimi sönümlenmek isteyen yapıya eklenen alt sistemler olarak tanımlanabilir. Eklendikleri yapıdaki istenmeyen mekanik titreşimleri azaltmak için kullanılırlar ve gerekli hesaplamaları yapılarak yapıya uygun olarak seçilip eklenen bir DTS, mekanik titreşimin yapıda oluşturabileceği hasarları ve olumsuz etkileri önleyebilir. DTS'lerin başlıca kullanım alanları, yollar, köprüler, gökdelenler, otomobiller ve güç aktarım organlarıdır.

Titreşim azaltma amaçlı yaygın bir kullanım alanına sahip olan DTS'ler, istenmeyen mekanik titreşimleri azaltmak için sıklıkla tercih edilmektedir. DTS'ler, esasında kütle, yay ve gerekli durumlarda da sönüm elemanı olacak şekilde 3 ana bileşenden oluşur. DTS, sönüm elemanının olması durumuna göre sönümlü veya sönümsüz DTS olarak adlandırılır. Şekil 1.1'de bir yapıya ilave edilmiş sönümlü ve sönümsüz DTS görülmektedir.



Şekil 1.1. a) Sönümlü DTS, b) Sönümsüz DTS eklenmiş M kütleli bir sistem.

DTS'lerin temel amacı, dış yüklerin zorlaması altında sistemin oluşturduğu titreşim genliklerini azaltmak ve yapıyı korumaktır. DTS'nin frekansını hedeflenen bir frekansa (bu frekans genellikle de sistemin DTS eklenmeden önceki rezonans frekansı) ayarlayarak, ana sistemin bu frekanstaki dinamik tepkisini azaltmak mümkündür. Özellikle de, eklendiği sistemin titreşim sönümlemesinin düşük olduğu durumlarda büyük bir fayda sağlamaktadır. DTS'nin kütlesi (m_a), rijitliği (k_a) ve sönüm sabitinde (c_a) yapılan hesaplamalarla, DTS frekansı ana sisteme etki eden zorlayıcı kuvvetin frekansına eşitlenmeye çalışılır ve bu problem DTS tasarımındaki temel ilkedir. DTS tasarımındaki asıl problem, ana kütlenin dinamik cevabını en aza indirgeyecek şekilde ve ana yapıya ugun şekilde bu 3 parametreyi en ideal seviyede seçebilmektir.

Zorlayıcı dış kuvvetin frekansına uygun ayarlanan bir DTS, yapıya eklendiğinde, zorlayıcı frekansta, DTS'nin hareketinin genliği ana yapıdan daha fazla olur. Yapı ile DTS'nin bağlantı noktasında, reaksiyon kuvveti DTS tarafından yapıya geri aktarılır ve Şekil 1.2'de görüldüğü gibi DTS bu bağlantı noktasında yapının hareketine karşı direnç gösterir.



Şekil 1.2. DTS'nin ekli olduğu sisteme uyguladığı tepki kuvveti, Nashif et al., (1985)'ten uyarlanmıştır.

DTS'ler, eklendikleri sistemin rezonans frekansındaki titreşimlerinin sönümlenmesi için oldukça faydalı ve pratik elemanlardır. Şekil 1.3'de görüldüğü üzere tek serbestlik dereceli (TSD) bir yapıya, bir DTS ilave edildiğinde sistem iki serbestlik derecesine sahip olur. Titreşimin temelinden bilindiği üzere, serbestlik derecesi kadar sistemin doğal frekans değeri vardır. Yani TSD sistem, DTS eklendikten sonra iki serbestlik dereceli bir sisteme dönüşür. Şekil 1.4'ten görüleceği üzere, DTS ilave edilmiş sistemin, DTS ilave edilmemiş önceki sistemin doğal frekansının altında ve üstünde iki adet doğal frekansı bulunur.



Şekil 1.3. a.) TSD bir sistem, b) DTS eklendikten sonra meydana gelen iki serbestlik dereceli sistem.



Şekil 1.4. DTS olmadan ve DTS ekli iken ana sistemin yer değişiminin frekans oranına göre değişimi.

Bir titreşim sönümleyicide, sönüm elemanının etkisi oldukça önemlidir. DTS'ye sönüm elemanı eklenmesiyle, zorlayıcı kuvvet frekansında ana kütlenin titreşim genliği sıfıra düşürülemez. Bununla birlikte, sistemin zorlayıcı kuvvet frekansındaki değişimlerden etkilenme duyarlılığı azalır. DTS'nin kendi titreşim genliği de eklenen sönümleme elemanı ile önemli ölçüde azalır.

Titreşim sönümleyiciler, belirli bir frekans aralığındaki titreşim genliklerini en aza indirgemek için yaygın olarak kullanılır. Titreşim sönümleyiciler, bir sistemin doğal frekanslarında dış kuvvetlerin etkisi ile oluşan yüksek genlikli titreşimleri ortadan
kaldırmak için oldukça kullanışlıdırlar. Bu nedenle, bir titreşim sönümleyici, istenmeyen genlikleri ortadan kaldırmak için bir karşı etki uygulayarak aynı zamanda bir kontrolör görevi de görür.

Eklenecek sisteme uygun bir DTS tasarımı yapılırken göz önünde bulundurulması gereken bazı parametreler vardır. Bunlar: "kütle oranı" ve "frekans oranı" dır (Tigli, 2012). Frekans oranı DTS'nin frekansının sistemin frekansına oranı ve zorlayıcı kuvvetin frekansının sistemin frekansına oranı olmak üzere 2'ye ayrılır. Ana sistemde ve DTS'de sönüm elemanı bulunması durumunda ise bu parametrelere "sönüm oranı" da eklenir. DTS'nin verimliliği bu parametrelere bağlıdır. Bu parametreler aşağıdaki şekilde ifade edilirler ve boyutsuzdurlar;

$$f = \frac{\omega_{DTS}}{\omega_s} \tag{1.1}$$

$$r = \frac{\omega_{kuvvet}}{\omega_s} \tag{1.2}$$

$$\gamma = \frac{m_{DTS}}{m_s} \tag{1.3}$$

$$\xi = \frac{c_a}{c_s} \tag{1.4}$$

Denklem 1.1'deki f, DTS'nin frekansının sistemin frekansına oranını; Denklem 1.2'deki r, zorlayıcı kuvvetin frekansının sistemin frekansına oranını; Denklem 1.3'deki γ , kütle oranını ve Denklem 1.4'deki ξ ise sönüm oranını göstermektedir. İdeal bir DTS tasarımında f değeri 1 olarak alınır. Bunun sebebi DTS'nin doğal frekansı ile eklenecek sistemin doğal frekansının çakışık olmasının istenmesidir. Yani sistemin hangi doğal frekansındaki (1., 2., vb.) genliklerin sönümlenmesi isteniyorsa DTS'nin frekansı da o frekansa ayarlanır. Bu şekilde sistemin o doğal frekansta yapacağı genlikler en aza indirgenmeye çalışılır ve sistemin o frekanstaki enerjisinin büyük bir kısmı DTS'ye aktarılır. Denklem 1.3 ile belirtilen kütle oranı için literatürde önerilen değer, DTS kütlesinin sistem kütlesinin en fazla %20'si kadar olabileceğidir.

Şekil 1.4'te gösterildiği gibi, ana sisteme bir DTS eklendiğinde, sistem iki serbestlik dereceli sisteme dönüşür ve DTS eklenmiş sistemin, DTS eklenmemiş yapının doğal frekansının altında ve üstünde olacak şekilde iki yeni rezonans frekansı olur. Yapıya

sönümsüz bir DTS eklenmesi durumunda, yapının bu iki doğal frekanslarında rezonans meydana gelme olasılığı yüksektir. DTS'nin kütlesi arttığında, DTS eklenmiş sistemin iki yeni doğal frekansı arasındaki aralık genişler, bu da genellikle DTS'nin daha geniş bir frekans aralığında etkili olduğu anlamına gelir (Saidi ve ark, 2011).

DTS'nin doğal frekansı, eklendiği sistemin doğal frekansına ayarlandığında, sistemin o frekanstaki titreşim genliği etkili bir şekilde bastırılabilir. Şekil 1.5'de DTS ekli bir sistemin farklı DTS/sistem frekans oranlarına göre genlikleri görülmektedir. Şekil 1.5.a)'da DTS frekansı / sistem frekansı oranı 1'den büyüktür. Şekil 1.5.b)'de DTS frekansı / sistem frekansı oranı 1'e eşittir ve Şekil 1.5.c)'de ise, bu oran 1'den küçüktür.



Şekil 1.5. DTS ekli bir sistemde, DTS/sistem frekans oranına göre sistemin genlikleri, Koo ve ark, (2008)'den uyarlanmıştır.

1.1.1. DTS çeşitleri

DTS fikri, ek bir titreşim sisteminin bir yapıya basit bir şekilde bağlanması olsa da, kullanım alanları ve tasarımlarına göre farklılıklar gösterebilir (Jacquot, 2001; Sun ve ark, 1995; Wright ve Kidner, 2004; Yong ve ark, 2004). DTS'ler uygulandıkları sistemdeki gereksinimlere bağlı olarak pasif, aktif, yarı aktif veya hibrit yapı olarak adlandırılan karma şekillerde tasarlanabilir. Bir pasif sönümleyici, genellikle tek bir titreşim frekansında etkili olurken, yarı aktif ve aktif DTS'ler, belirli bir frekans aralığındaki titreşimlerin sönümlenmesi için kullanılabilir.

Pasif sönümleyiciler, eklendikleri sistemin belirli bir frekansına ayarlanmış, kütle-yay ve ihtiyaç olması halinde de sönüm elemanından oluşan ve ayarlandıkları frekanstaki

titreşimleri herhangi bir dış enerji girişine ihtiyaç duymadan azaltan sistemlerdir (Şekil 1.6). En basit yapıdaki DTS'lerdir. Pasif DTS'ler, üretim veya kurulum esnasında belirli bir frekansa ayarlanırlar ve bu frekansta herhangi bir değişiklik oluşmaz. Bu tür sistemlerin sönümleme yapılacak frekans bant genişliği, yalnızca DTS'nin sönümleme ve kütle oranı tarafından belirlenir. Sisteme uygulanan uyarma kuvvetinin frekansında bir değişiklik olması durumunda, rezonans frekanslarıyla çakışma olasılığı her zaman vardır.



Şekil 1.6. Pasif DTS eklenmiş bir sistem.

Yapı sistemlerinde dinamik yüklerin zamanla değiştiği durumlarda ise, pasif sönümleyicilere alternatif olarak geliştirilen aktif sönümleyiciler, yapıların istenmeyen titreşimlere karşı korunmasında önemli bir başarı sergilemektedirler. Aktif sönümleme mantığında ise, dış yüklerin etkisiyle sistemde meydana gelen yer değişimleri uygun sensörler yardımıyla tespit edilir ve bu veriler bir veri toplama sistemine iletilir. Uygulanan sisteme ve aktif sönümlemeye uygun şekilde oluşturulan bir algoritma ile bu veriler işlenerek sistemdeki yer değiştirmeleri en aza indirgeyecek şekilde kontrol kuvvetleri üretilir ve bir aktüatör vasıtasıyla oluşturulan kontrol kuvvetleri sisteme iletilir. Bir başka deyişle dış kuvvetlere karşı sistem tarafından anti-kuvvetler oluşturulur ve yapı dengelenmeye çalışılır.

Şekil 1.7'den de görüleceği üzere aktif sönümleme sistemlerinin tasarımı, pasif bir DTS ile birlikte de yapılabilir ve pasif DTS'ye yardımcı olmak için inşa edilebilir. Ancak, öncesinde de anlatıldığı gibi bu sistemlerin tasarımlarında herhangi bir kütleyay sistemi içermesine bile gerek yoktur. Temel olarak bu cihazlar; yapıdan verileri toplayan sensörler, yapının ölçümlerine ve modeline göre uygulanacak kuvvetin miktarına karar veren bir kontrol sistemi ve son olarak sisteme gelen dış kuvvete karşı doğrudan sisteme kuvvet uygulayan aktüatörlerden oluşur. Titreşim sönümleme frekans aralığının geniş olmasından dolayı, aktif sönümleyiciler birçok durumda özellikle de değişken dış yüklerin etkisi altındaki sistemlerde oldukça etkilidirler. Ancak aktif sönümlemede kullanılan enerjinin dışarıdan sağlanmasından dolayı deprem, sel vb. gibi durumlarda gereken enerjinin sağlanmasında bazı zorluklar ortaya çıkmaktadır ve aktif sönümleme sisteminin çalışmasında problemler oluşmaktadır. Ayrıca, sürekli enerji tüketimi sebebiyle de efektif olmamaktadır. Bu sebeple, yapılarda aktif ve pasif sönümleme yöntemlerinin bir arada kullanıldığı hibrit sönümleme sistemlerinin kullanılması önerilmektedir.



Şekil 1.7. Aktif DTS eklenmiş bir sistem.

Hibrit titreşim sönümleyiciler, hem pasif hem de aktif titreşim sönümleyicilerin birlikte kullanıldığı sistemlerdir (Şekil 1.8). Genellikle pasif bir DTS ve sistemin parametrelerini ayarlayan aktif bir mekanizmadan oluşurlar. Dolayısıyla, hibrit DTS'ler temel olarak kendi kendini ayarlayan pasif titreşim sönümleyicilerdir. Çalışma sırasında sisteme etkiyen dış kuvvetler sürekli olarak izlenir ve pasif DTS'nin rijitlik ve sönüm gibi parametreleri buna göre ayarlanır (Franchek ve ark., 1996; Kela ve Vähäoja, 2009; Ryan ve ark, 1994; Sun ve ark, 1995). Hibrit sönümleyicilerin enerji ihtiyaçları aktif sönümleyicilere göre daha azdır. Sistem ihtiyaç duyduğu enerjiyi, pasif DTS'nin rijitlik ve sönüm gibi parametrelerini değiştirerek pasif DTS'nin frekansını zorlayıcı kuvvetin frekansına ayarlamak için kullanır. Hibrit sönümleyiciler, pasif sönümleyicilere göre daha iyi performans göstermektedirler. Bununla birlikte, ihtiyaç duydukları enerjinin karşılanması için enerji kaynağına ihtiyaç duymaları, bakım ve onarım masrafları dikkate alındığında, pasif sönümleyiciler diğer sönümleyici türlerine göre en fazla tercih edilen sönümleme sistemlerindendir. Tablo 1.1'de pasif ve aktif titreşim sönümleyici sistemlerinin karşılaştırması verilmiştir.

	Sistemi oluşturan elemanlar	Avantajları	Dezavantajları
Pasif DTS	Kütle, Yay, İhtiyaç durumuna göre sönüm elemanı	Sistemin basitliği, Kolay ve ucuz temin edilebilme, Sık bakım gerektirmeme, Kolaylıkla sisteme uygulanabilirliği	Dar bant frekans aralığında performans göstermesi
Aktif DTS	Sensör, Veri toplama sistemive kontrolör, Aktüatör	Geniş bant frekans aralığında performans göstermesi	Pahalı olması, Yapıya özel konfigürasyonlar gerektirmesi, Kolay temin edilememe

Tablo 1.1. Pasif ve aktif sönümleme sistemlerinin karşılaştırılması.

Tablo 1.1'den görüleceği üzere pasif ve aktif DTS'lerin kendilerine özgü avantajları ve dezavantakları bulunmaktadır. Titreşim sönümlemesi yapılacak yapının çeşidine ve kullanım durumuna göre yapıya uygun DTS seçimi yapılmalıdır.



Şekil 1.8. Hibrit DTS eklenmiş bir sistem.

1.1.2. DTS kullanım alanları

DTS'ler geniş bir uygulama yelpazesine sahiptir. Titreşimi sönümlenmek istenilen yapıya uygun olarak seçilen ve yapıya eklenen bir DTS, yapıyı titreşimin olumsuz etkilerine karşı korumada oldukça verimlidir. DTS'lerin uygulama alanları arasında içten yanmalı motorlar, pistonlu makineler, gökdelenler, köprüler, elektrik iletim hatları, otomobiller, rüzgar türbinleri, hava/deniz/uzay araçları bulunmaktadır (Connor ve Laflamme, 2014).



Şekil 1.9. Taipei Tower binası ve sarkaç biçimindeki DTS, Chen ve ark, (2023)'ten uyarlanmıştır.

Dinamik titreşim sönümleme örneklerinden en etkileyici olanlardan biri, Tayvan'ın başkenti Taipei'de bulunan Taipei Tower'ın tasarımında kullanılan dinamik titreşim sönümleme sistemidir (Şekil 1.9). Taipei Tower gökdeleni oldukça yüksek olduğundan rüzgâr, deprem gibi çevresel etkiler nedeniyle yapıda büyük genlikli titreşimler ortaya çıkar. Bu sorunu çözmek için yapının 92. Katına entegre edilen DTS, büyük bir küre-sarkaç prensibine dayanır. Bu prensip sayesinde yer çekiminin etkisiyle, yapı kütle-yay sistemi gibi davranış gösterir. Sarkaç kürenin ağırlığı 660 tondur. Büyük sarkaç küre, Taipei Tower'da oluşan salınımları absorbe eder. Büyük sarkaç küre salınım yaparken, Taipei Tower gökdeleni neredeyse hareketsiz kalarak dinamik davranışı stabil kalır.

Bu tür büyük kütleli DTS'ler sadece binalarda değil aynı zamanda diğer büyük mimari yapılarda da kullanılır. Bu uygulama örneklerinden biri de köprülerdir. Köprüler, motorlu ve motorsuz taşıtların ve insanların geçişi sırasında yapıya zarar verebilecek yüksek genlikli titreşimlere maruz kalabilirler. Bu olumsuz etkileri gidermek amacıyla, köprülerde de DTS'ler kullanılmaktadır. Şekil 1.10'da, Londra'daki Millennium Köprüsü üzerinde bulunan bir DTS örneği görülebilir.



Şekil 1.10. Millenium Köprüsü ve köprü altında kullanılan DTS'ler, Maraveas ve ark, (2015)'ten uyarlanmıştır.

Yüksek gerilim-iletim hatlarında, gerilim ve rüzgâr kaynaklı titreşimleri azaltmak amacıyla kütle-kiriş sistemine dayalı ve Stockbridge Damperi de denilen DTS'ler kullanılmaktadır. Şekil 1.11'de DTS'lerin elektrik iletim kablolarındaki ve köprü halatlarındaki kullanımına örnekler görülmektedir.



Şekil 1.11. DTS'lerin elektrik iletim kabloları ve köprü halatlarındaki kullanımı, Wikipedia (2023)'ten uyarlanmıştır.

DTS'lerin en çok kullanım alanı yüksek binalar ve yapılar olarak bilinse de, otomobillerden elektrik tellerine, gemilerden beyaz eşyalara kadar birçok farklı alanda yaygın bir şekilde kullanılmaktadırlar. Günümüzde otomobillerde en az bir DTS bulunurken, bazı otomobillerde bu sayı 10'a kadar çıkabilmektedir. Örneğin Citroen firması 1949'dan 1970'lerin ortalarına kadar sürücü ve yolcu konforunu artırmak için araçlarının tekerleklerinde DTS kullanmıştır. Şekil 1.12'de F1 aracının ön kaputunun altında kullanılan bir DTS görülmektedir. Kullanılan DTS, aracın ön kısmında oluşan titreşim genliklerini azaltmakta ve aracın yola daha iyi tutunmasını sağlayarak süspansiyon sistemine destek olmaktadır.



Şekil 1.12. F1 aracında kullanılan bir DTS, Renault (2023)'ten uyarlanmıştır.

NASA, Ares-I isimli mürettebat taşıma aracının roket çıkışındaki fırlatma salınımlarını azaltmak için aktif DTS'lerden faydalanmıştır. Şekil 1.13'te görülen

DTS'ler, Ares I'in katı roket motorunun içinde bulunan kütle ve yaylardan oluşmaktadır. DTS kullanılarak roket motorunda oluşan ivme genlikleri 1g'den 0.25 g'ye kadar düşürülmüştür.



Şekil 1.13. NASA, Ares-I isimli mürettebat taşıma aracının roket çıkışındaki DTS'ler, Nasa (2023)'ten uyarlanmıştır.

DTS'ler birçok mühendislik yapısında titreşimlerin sönümlenmesi için kullanılmaktadır. Şekil 1.14'te Geislinger firmasına ait burulma titreşim sönümleyicisi görülmektedir. Bu titreşim sönümleyicisi, gemi şaftlarında ve kara taşıtlarında güç aktarma organları ile dişli kutusu arasındaki bağlantılarda oluşan burulma titreşimlerinin sönümlenmesi için sıklıkla kullanılmaktadır.



Şekil 1.14. Burulma titreşim sönümleyicisi, Geislinger (2023)'ten uyarlanmıştır.

1.2. Literatür Araştırması

DTS'ler uzun yıllar boyunca titreşimlerin yapılar üzerindeki olumsuz etkilerini azaltmak veya tamamen ortadan kaldırmak amacıyla kullanılmaktadırlar. DTS'ler ile ilgili ilk kavramlar ve teoriler 1800'lü yılların sonunda ortaya çıkmaya başlamıştır. Özellikle de 1900'lü yılların başında DTS ile ilgili teorik çalışmalar giderek artmaya başlamıştır. Araştırmacıların ve mühendislerin, titreşimin yapılar üzerindeki olumsuz etkilerini azaltmaya ve yapının dinamiğini korumaya yönelik çalışmaları sonucunda kütle ve yaydan oluşan basit bir sistemin yapılarda titreşim sönümleme elemanı olarak kullanılmasının fikri ortaya çıkmıştır. Yıllar geçtikçe, titreşimin ve yapı dinamiklerinin anlaşılmasındaki teorik ilerlemeler ve teknolojik gelişmelere bağlı olarak çeşitli mühendislik yapılarında DTS kullanımı yaygınlaşmış ve uygulama alanlarının farklılığına göre değişik tiplerde DTS'ler ortaya konulmuştur. Araştırmacılar, farklı sistemler üzerinde DTS'lerin uygulanabilirliği; gaz, su, manyetik alan vb. gibi farklı tip bileşenlerden oluşan DTS'ler ve DTS'lerin en uygun sönümleme performansını bulmak için uygun parametrelerin seçimi üzerine birçok çalışma yapmışlardır. Yüksek yapılardaki titreşimleri sönümlemek için sıvı kolonlu ve sarkaç tip DTS fikri ortaya atılmıştır ve bu tip DTS'lerin uygulama alanları da yaygınlaşmıştır. Günümüzde, dünya üzerindeki birçok gökdelende sıvı kolonlu veya sarkaç tip DTS kullanılmaktadır. Ayrıca, DTS'lerin sönümleme yaptığı frekans aralığını genişletmek için seri veya paralel bağlı çoklu DTS kullanımı fikri ortaya atılmış ve çoklu DTS'ler

üzerine yapılan çalışmalar da giderek artmıştır. Aşağıda, DTS'ler üzerine günümüze kadar yapılan çalışmalar açıklayıcı bir biçimde sunulmaya çalışılmıştır.

DTS benzeri sistemler ve DTS kavramı ilk kez Watts (1883) tarafından kullanılmıştır. Watts, DTS kullanarak, gemi makinelerinin geminin omurgasında oluşturduğu titreşimleri sönümlemeye çalışmıştır. Daha sonra ise Frahm (1911), bir kütle-yaydan oluşan dinamik titreşim sönümleyicisi tasarlayarak bu sönümleyiciyi ana sisteme eklemiş ve ana sistemin titreşimlerini sönümlemeye çalışmıştır. Ayrıca tasarımını yaptığı bu titreşim sönümleyicisinin patentini de almıştır. Frahm'ın ortaya koyduğu titreşim yutucusu modeli, sönümsüz TSD bir ana sisteme yine sönümsüz bir kütle-yay eklenerek ana sistemin belirli bir rezonans frekansındaki titreşim genliklerinin sönümlenmesi temeline dayanmaktaydı. Frahm'ın tasarladığı titreşim yutucusunda herhangi bir sönüm elemanı bulunmamaktaydı ve ortaya koyduğu model Şekil 1.15'de görülmektedir.



Şekil 1.15. Sönümsüz ana sisteme bağlı, kütle-yaydan oluşan klasik DTS modeli.

Frahm'ın ortaya koyduğu modelin esas fikri; ana sisteme etkiyen zorlayıcı kuvvetin frekansını titreşim yutucusunun doğal frekansına eşitlemekti. Bu şekilde, ana sistemin zorlayıcı kuvvet frekansındaki titreşim genliğini sıfırlamaktı. Ancak bu sistem tek bir frekans için ve zorlayıcı kuvvetin frekansının sabit olduğu durumlar için verimlidir. Değişken frekanslı zorlamaya maruz kalan sistemler için, Frahm'ın öne sürdüğü klasik DTS fikri, sistemin titreşim genliklerinin daha da kötü olmasına neden olabilmektedir.

Ormondroyd ve Den Hartog, Frahm'ın öne sürdüğü titreşim yutucusu modeline sönüm elemanı eklemişler ve titreşim yutucusunun sönümleme kabiliyetini geliştirmişlerdir

(Ormondroyd ve Den Hartog, 1928). Geliştirdikleri model, Frahm'ın sistemine benzer şekilde TSD sönümsüz bir ana sisteme, kütle-yay ve sönüm elemanından oluşan bir titreşim yutucusu ekleme fikrine dayanmaktaydı. Titreşim yutucusuna ilave ettikleri sönüm elamanı, DTS'nin etkin çalıştığı frekans aralığının genişlemesini sağlamıştır. Böylelikle, zorlayıcı kuvvette oluşacak herhangi bir frekans değişmesine veya frekans kaymasına karşı DTS'nin sönümleme performansındaki değişiminin minimum olması amaçlanmıştır. Ormondroyd ve Den Hartog, sundukları modelin teorik çalışmasını da ortaya koyarak sonraki çalışmalara önemli bir zemin oluşturmuşlardır. Ormondroyd ve Den Hartog'un ileri sürdükleri DTS modeli Şekil 1.16'da görülmektedir.



Şekil 1.16. Sönümsüz ana sisteme bağlı, kütle-yay ve sönüm elemanından oluşan DTS modeli.

Ormondroyd ve Den Hartog, ileri sürdükleri DTS modelindeki optimum sönümleme parametrelerini bulmaya yarayan bir algoritma da ortaya koymuşlardır ve bu algoritmaya H∞ optimizasyonu denilmektedir. Bu optimizasyona göre, farklı frekans oranı değerleri ve farklı sönüm değerleri için çizdirilen ana sistemin titreşim genlik grafiğinde tüm eğrilerin iki noktada kesiştiği görülmüştür. Bu iki değişmez noktayı kullanarak DTS'nin optimum sönümleme parametrelerini bulmak için optimizasyon gerçekleştirmişlerdir. Zorlayıcı kuvvetle DTS'nin doğal frekanslarının oranı, değişmez noktaların y eksenindeki tepkisi eşit hale gelinceye kadar değiştirilir (Şekil 1.17). Bu değişmez iki noktadan dolayı bu teoriye sabit noktalar teorisi de (fixed-point theory) denilmektedir.



Şekil 1.17. H∞ optimizasyonundaki değişmez noktalar (A,B) ve sönüm değerleri ile genliğin değişimi, Koo ve ark, (2008)'den uyarlanmıştır.

Den Hartog (1956), DTS'ye ait optimum sönümleme parametrelerini "Mechanical Vibrations" isimli kitabında yayınlamıştır. Daha sonraları ise Den Hartog'un çalışmasına Falcon ve ark. (1967), Warburton ve Ayorinde (1980), Thompson (1981), Randall ve ark. (1981), Soom ve Lee (1983) ve Tsai ve Lin (1993) katkıda bulunmuşlardır. Den Hartog'un 1934 yılındaki çalışmasından sonra, Brock (1946), Den Hartog'un modeline benzer şekilde sönümlü DTS'ler üzerine bir çalışma yayınlamıştır. Den Hartog (1956), sönümsüz TSD bir yapının dinamik titreşim yanıtının sönümü için sönümlü DTS'ye ait ideal bir tasarım teorisi önerdikten sonra çeşitli tiplerdeki uyarma kaynakları tarafından oluşturulan yapısal titreşimleri kontrol etmek amacıyla, DTS'nin optimum parametrelerini bulmak için birçok tasarım yöntemi geliştirilmiştir (Crandall ve Mark, 1964; Fujino ve Abé, 1993; Gattulli, 1999; Hoang ve ark, 2008; Rana ve Soong, 1998; Warburton, 1982; Warburton ve Ayorinde, 1980). Crandall ve Mark (1964), beyaz gürültü (white noise) temel uyarımlarına maruz kalan bir sistemin dinamik tepkisi üzerinde DTS'nin etkisini incelemişler ve DTS'ye ait ideal sönümleme parametrelerini bulmaya çalışmışlardır. İnceledikleri sistem TSD bir sistemdi ve DTS'nin, yapının titreşimlerini etkili bir şekilde azaltabildiğini gösterdiler. Raymond G. Jacquot ve Hoppe (1973), Crandall ve Mark'ın (1964) zemin tahrikli yapısından farklı olarak yapıya direk etkiyen bir kuvveti dikkate alarak DTS problemini ele almışlardır.

Den Hartog (1956) çalışmasında ele aldığı sönümsüz ana yapının aksine gerçek sistemler sönüm içerir ve sönümlü yapıların frekans tepki eğrisinde sabit noktalar bulunmaz. Az sönümlü bir sistem için Ioi ve Ikeda (1978), DTS'nin optimum parametreleri için ampirik formüller elde etti. Randall ve ark. (1981) sönümlü bir sistem için optimum DTS parametrelerini belirleyen hesaplamalı grafikler sundular. Sunulan çözüm, klasik yöntemlerle elde edilenlerden daha doğru sonuçlar vermiştir. Asami ve ark. (2002), sönümlü bir ana yapıya eklenmiş DTS'nin optimum parametrelerini bulmak için H ∞ ve H2 optimizasyonunu kullanmışlar ve analitik çözüm önermişlerdir.

DTS'lerin tasarımında, DTS kütlesi, rijitliği (yay elemanı) ve sönüm elemanı yapıya uygun şekilde seçilmelidir. Standart tasarım prosedüründe, öncelikle yapıya uygun DTS kütlesi seçildikten sonra ayarlanacak frekansa göre DTS rijitliğinin ve sönümlemesinin seçilmesi esastır. Bu problem, Warburton ve Ayorinde (Warburton, 1982; Warburton ve Ayorinde, 1980) tarafından ana yapının sönümlü olduğu durum ele alınarak incelenmiştir. Amaçları, yapının dinamik tepki ortalamasını en aza indirecek şekilde belirli bir kütle oranı için DTS frekans ayarının ve DTS'ye uygulanan sönümlemenin en ideal değerlerini elde etmekti. Ayrıca Warburton (1982), ana yapıya, temelden zorlayıcı kuvvet uygulayarak sönümlü TSD sisteme bağlı bir DTS'nin optimum parametrelerini sunan ilk kişiydi. Optimum frekans ayarının ve uygulanan sönümleme seviyesinin, harmonik yük için belirlenen parametrelerle aynı olmadığı ve rastgele yükleme türüne bağlı olduğu ortaya çıktı. Ayrıca, harmonik kuvvetler, rüzgâr yükleri ve sismik yükler gibi farklı yük türleri altındaki sisteme ekli DTS için en uygun tasarım formüllerini önerdiler. Ren (2001), farklı bir DTS tasarımı yaparak, sönümleme elemanını kontrol edilecek yapıya değil toprağa (temel yapı) bağlamıştır. Önerdiği DTS tasarımının, aynı kütle oranı için sıradan bir DTS'ye göre daha etkili bir kontrol sağladığını göstermiştir.

Temel uyarımlı sistemler özellikle inşaat mühendisliği alanında, deprem etkisindeki yapıların modellenmesi için kullanılmaktadır. Titreşim sönümleme özelliğinden dolayı DTS'lerin en fazla uygulama alanlarından biri de inşaat sektörüdür. Bu sebeple, depreme maruz kalan yapıların güvenliği için DTS'lerin bu yapılarda kullanılması ve DTS'lerin bu yapıların dinamik davranışı üzerindeki etkinliği üzerine birçok çalışma

yapılmıştır. Crandall ve Mark (1964), Warburton (1982), zemin tahrikli sistemler üzerine çalışmalar yapan ilk araştırmacılardandı. Daha sonraki yıllarda ise Tsai ve Lin (1993) ve H. C. Tsai, (1995) yapının zemininden sabit genlikli harmonik bir hareketle tahrik edildiği durumda yapıya eklenen bir DTSnin optimum parametrelerini bulmak için sayısal bir araştırma yaptı. Çalışmalarında kullandıkları optimizasyon tekniğinin amacı, ana yapıdaki en yüksek yer değiştirme değerini en aza indirgemekti. Sadek ve ark. (1997), TSD bir yapının deprem uyarımına maruz kaldığı durumu için DTS'nin optimum parametrelerini tahmin etmeye yarayan farklı bir yöntem araştırmışlardır. Çalışmalarındaki amaç, daha büyük modal sönüm elde edecek parametreleri bulmaktı ve titreşim sönümlemesi için yapının ilk iki titreşim modunu seçmişlerdir. Zemin tahrikli sistemlerde DTS uygulanması üzerine bir çok araştırmacı çalışmalar yapmıştır ve genellikle amaçları, yapının dinamik titresim cevabını en aza indirecek optimum DTS parametrelerini elde etmekti (Bakre ve Jangid, 2004; Hoang ve ark, 2008; Jangid, 1999). Matta ve De Stefano (2009), deprem yüküne maruz kalan bir yapıda sarkaç tipi DTS'lerin performansını araştırmışlardır. X. Chen ve ark. (2020), rüzgar kuvveti etkisindeki bir gökdelenin titreşimlerini azaltmak için sarkaç tip DTS kullanmıştır. Gökdelenlerdeki titreşimlerin DTS kullanılarak azaltılması ile ilgili başka bir çalışma da (Kaveh ve ark. (2020) tarafından yapılmıştır. Ayrıca, hareketli yük etkisindeki köprülerdeki titreşimlerin DTS kullanılarak azaltılması üzerine de birçok araştırmacı çalışmalar yapmıştır (Li ve ark, 2020; Moghaddas ve ark, 2012; Wang ve ark, 2003).

İdeal DTS tasarımı, DTS için optimal değerlerin belirlenmesi ve farklı yükleme koşullarına maruz kalan TSD yapıları için optimal DTS sisteminin parametrelerini elde etmek için 1960'lardan bu yana birçok araştırmacı çalışmalar yapmıştır. Hunt (1979), 1883-1974 yılları arasında DTS'ler üzerine yapılmış çalışmaları derlemiş ve küçük bir kitap olarak yayınlamıştır. Warburton (1982), tekli DTS tasarımına odaklanan çalışmaları inceleyerek derleme bir makale yayınlamıştır. DTS'nin teorisi ve uygulamasına ilişkin kapsamlı bir derleme çalışması, Korenev ve Reznikov (1993) tarafından bir kitap şeklinde sunulmuştur. Warburton'un (1982) çalışmasına benzer şekilde, Sun ve ark. (1995) tarafından o güne kadar DTS'ler üzerine yapılan çalışmaları kapsayan bir derleme makale sunulmuştur. Liu ve Liu (2005), sönüm elemanı içeren DTS'lerin uygulamalarını ve DTS'ler üzerine yeni yapılan çalışmaların sonuçlarını derleyerek makale olarak sunmuştur. DTS'ler, ilgi çekici çalışma alanlarından biri olması dolayısıyla bu alanda yapılan güncel çalışmaları sunan

derleme makaleleri yayınlanmaya devam etmektedir. Yakın zamanda ise, Yang ve ark. (2022) tarafından DTS'ler üzerine bir derleme makale yayınlanmıştır. Bunun temel nedeni, araştırmacıların en iyi titreşim bastırma performansını sağlayacak DTS sistemini tasarlamak için etkili yöntemler oluşturmaya çalışması ve DTS kullanım alanlarının giderek artmasıdır.

DTS sisteminin temel çalışma prensibi iyi bilinmektedir ve 90'lı yıllardan bu yana klasik DTS sistemi ile ilgili çoğu araştırma makalesi DTS'lerde duyarlılık analizi, tepki analizi, farklı tasarım (optimizasyon) yaklaşımı ve farklı yükleme koşullarına göre DTS verimlilikleri üzerine voğunlasmıştır. Örneğin, Rana ve Soong (1998), farklı optimal tasarım yaklaşımlarına dayanarak elde edilen optimal DTS sistemlerinin titreşim baştırma performansını ve optimal parametrelerin duyarlılık analizini karşılaştırmıştır. Bekdaş ve Nigdeli (2013), kütle oranının (DTS kütlesinin ana yapının kütlesine oranı) DTS'nin titreşim sönümlem performansı üzerindeki etkinliğini araştırmışlardır. Das ve Dey (1992), TSD veya çok serbestlik dereceli (ÇSD) yapılar olarak modellenen köprü tipi yapılara bağlanan DTS sisteminin etkinliğini sunmuştur. Krenk (2005), DTS sisteminin verimliliğini araştırmak için DTS sisteminin frekans analizini sunmuştur. Lee ve ark. (2006), bir binanın titreşimlerini bastırmak için çoklu DTS kullanmış ve çoklu DTS'lerin optimum sönümleme katsayılarını bulmuştur. Takip eden yıllarda, birçok araştırmacı DTS'lerin optimum parametrelerini bulmaya yönelik çalışmalar yapmışlar ve optimum parametreleri bulmak için farklı teoriler ortaya koymuşlardır (Anh ve Nguyen, 2016; Cheung ve Wong, 2009, 2011; Liu ve Coppola, 2018; Saidi ve ark, 2007; Yucel ve ark, 2019; Zilletti ve ark, 2012).

Araştırmacılar, plak, kiriş vb. gibi sürekli sistemlerden oluşan yapıların titreşimlerini bastırmak için DTS'leri kullanmışlar ve bu yapıların titreşimlerini sönümlemeye çalışmışlardır. R. G. Jacquot (1978) sinüzoidal uyarıma maruz kalan Euler-Bernoulli kirşi için DTS'nin optimizasyonu üzerinde çalışmıştır. Kiriş ve TSD yapıdaki DTS arasındaki ilişkiyi kurmak için tek mod yaklaşımı yaparak varsayılan mod yöntemini kullanmıştır. Daha önceki çalışmalarda kullanılan teori kullanılarak eşdeğer TSD sistemi için optimum DTS parametreleri belirlenmiştir. Warburton ve Ayorinde (1980) Jacquet'in çalışmasını plaklar ve silindirik kabuklar için genişletmiş ve kirişler için sunulan teorinin doğruluğunu geliştirmiştir. Esmailzadeh ve Jalili (1998), teoriyi Timoshenko kirişleri için genişletmişlerdir. Aida ve ark. (1998), bir kabuk ana yapının titreşimlerini ikincil bir kabuk yapı kullanarak sönümlemeye çalışmışlardır. Ana

yapıya eklenen ikincil kabuk yapı DTS olarak kullanılmıştır. Birincil sistemle aynı sınır koşuluna ve şekle sahip dinamik bir kabuk, titreşimi sönümleyecek şekilde ayarlanmıştır. Kullandıkları DTS, plak tipi dinamik titreşim sönümleyicisidir. Yaylar ve sönüm elemanları, kabuklar arasında dikey yönde eşit olarak dağıtılmıştır. Çalışmalarında, DTS parametrelerini yaklaşık olarak ayarlamaya yarayan bir yöntem de geliştirmişlerdir. Nagaya ve ark. (1999), sönümsüz DTS kullanan bir titreşim kontrolü yöntemini çalışmışlardır. Tek bir sönümsüz DTS'nin, sabit-sabit bir kirişin temel yani birinci modunu sönümleyecek şekilde ayarlanabileceğini göstermişlerdir. Önerdikleri yaklaşımın geçerliliğini göstermek için deneysel testler yapmışlardır.

Gürgöze ve ark. (2001), uç kütle taşıyan ve birbirine yay ve sönüm elemanları ile bağlı iki Euler-Bernoulli kirişinden oluşan bir sistemin doğal titreşimlerini araştırmışlardır. İlk olarak, her bir kiriş için hareket denklemlerini türetmişler, daha sonra ise ilgili sınır ve süreklilik denklemlerinde değişkenlerin ayrılması yöntemini kullanarak, birleşik sistemin frekans denklemini formüle etmişlerdir. Belirli parametrelerin değişiminin doğal frekanslara etkisi, sayısal örneklerle araştırılmıştır. Inceoğlu ve Gürgöze (2001), iki yay ve kütleden oluşan sistemlerin sıralı bir şekilde iki kiriş arasına yayılmış olduğu kirişler için doğal frekansları araştırarak önceki çalışmalarını genişletmişlerdir. Özer ve Royston (2005), klasik Den Hartog yaklaşımınının çok serbestlik dereceli sönümsüz ana sisteme genişletilmesini sunmuştur. Sherman-Morrison metodunu kullanarak, DTS'nin optimal sönümleyici değeri için analitik bir çözüm elde etmişlerdir. Ayrıca çok serbestlik dereceli sistemde, DTS'nin konumunun etkisi ve DTS'nin yakın modlara (ayarlandığı mod harici modlara) etkisi tartışılmıştır. Wu (2005), çok sayıda iki serbestlik dereceli yay-sönümleyici-kütle sistemi taşıyan bir kirişin serbest titreşimlerini araştırmıştır. Çalışması, teorik modeldeki etkilerin eşdeğer bir sönümleyici seti ile değiştirilmesine odaklanmaktadır. Esdeğer sönümleyiciler dikkate alınarak, çalışmasında kullandığı kirişin doğal frekanslarına daha kolay bir şekilde yaklaşılabileceğini göstermiştir. Thompson (2008), Gürgöze'nin çalışmasına benzer şekilde, bir kiriş boyunca, kirişin farklı noktalarından bağlanmış olan sönümlü kütle-yay sistemlerinin, kiriş titreşimleri üzerindeki etkisini analiz etmiştir. Krenk ve Høgsberg (2014), sönümleyici elemana sahip bir DTS'nin kirisin titresimleri üzerindeki etkisini araştırmıştır. DTS'nin kiriş üzerindeki konumunun, kirişin sönümlenmek istediği moda olan etkisini incelemiştir.

Ayrıca, araştırmacılar DTS'lerin sönümleme performansını artırmak amacıyla farklı DTS tasarımlarına yönelmişlerdir. DTS'nin sönüm elemanının veya yay elemanının ana yapı yerine direk zemine bağlandığı DTS tiplerine geleneksel olmayan DTS'ler (nontraditional dynamic vibration absorber) denilmektedir. Bu tip DTS'lerin optimum sönümleme parametrelerini bulmak üzere son zamanlarda bazı araştırmacılar çalışmalar yapmışlardır (Anh ve Nguyen, 2014, 2016; Araz ve Kahya, 2021; Barredo ve ark, 2020; Cheung ve Wong, 2009, 2011). Bazı araştırmacılar ise pasif ve aktif DTS'lerin birlikte kullanıldığı hibrit DTS'ler üzerine çalışmalar yaparak yapılar üzerindeki titreşim sönümleme performanslarını araştırmışlardır (Lee ve ark, 2006; Zhang ve ark, 2023). Son yıllarda lineer davranış göstermeyen DTS'ler üzerine de çalışmalar yapılarak bu tip DTS'ler de araştırmacılar tarafından incelenmiştir (Li ve Zhang, 2020; Ruge ve Wagner, 2020; Zhang ve Li, 2021).

Literatürden de görüleceği üzere, DTS'ler ve DTS çeşitlerinin yapılarda kullanımı üzerine birçok çalışma yapılmıştır. DTS fikrinin temeline bakacak olursak, doğal frekansa sahip herhangi bir yapı da DTS olarak kullanılabilir. Bu fikirden yola çıkarak bazı araştırmacılar, kiriş, plak vb. gibi sürekli sistemleri de DTS olarak kullanmışlar ve bu tip sürekli sistemlerin yapıların titreşimlerinin sönümlenmesindeki katkılarını araştırmışlardır. Ayrıca, kiriş gibi sürekli sistemlerin sonsuz sayıda doğal frekansa sahip olmasından dolayı yapıların titreşimlerini daha geniş bir aralıkta sönümleyebileceği fikri ortaya atılarak bunun üzerine çalışmalar yapılmıştır.

Kiriş tipi sönümleyicilere ilişkin ilk çalışmalar arasında Yamaguchi (1985) tarafından yapılan bir çalışma bulunmaktadır. Çalışmasında, yay ve sönüm elemanı ile birbirine bağlı iki konsol kirişten oluşan DTS'nin verimliliğini araştırmıştır. Sönümleyici kiriş, ana kirişin merkezine bağlanmış ve bir ucundan sinüzoidal bir kuvvet uygulanmıştır. Ana kirişin rezonanslarında meydana gelen genliklerin, sönümleyici kirişin kütlesine ve rijitliğine bağlı olduğunu bulmuştur. Titreşim sönümleme oranı, absorber kirişin kütlesinin ve rijitliğinin bir fonksiyonu olarak bulunmuştır. Kiriş tipi sönümleyicilerin ideal parametrelerini bulmak için bir başka teorik çalışma Aida ve ark. (1992) tarafından yapılmıştır. Çalışmalarında, bir yay ve sönüm elemanı ile ana kirişe bağlı olan absorber bir kirişin titreşim sönümleme performansını araştırmışlardır. Ayrıca, ana kirişin titreşimini azaltmak için ideal bir ayar yöntemi de önermişlerdir. Serbest sınır koşullarına sahip kiriş tipi sönümleyiciye ait bir başka çalışma Chen ve Lin (1998) tarafından yapılmıştır. Çalışmalarında, kütle oranının ve kiriş rijirliğinin

titreşim sönümlemesi üzerindeki etkisini incelemişlerdir. Yapılan çalışmaların tek katmanlı kirişle sınırlı olduğu görülmektedir.

Katmanlı yapı elemanları, sağladıkları avantajlar nedeniyle son yıllarda mühendislik yapılarında sıklıkla tercih edilmektedir. Bu yapılar genellikle kompozit yapılar olarak modellenmekte veya orta katmanın viskoelastik bir malzemeye sahip olduğu ve üst katmanlara yapıştığı varsayılmaktadır. Literatürde, uç kütleli katmanlı kirişler üzerine yapılan çalışmaların sınırlı olduğu görülmektedir. Çalışmaların çoğu kompozit yapılarla ilgilidir. Bu çalışmalardan birinde Joubaneh ve ark. (2019) sandviç yapılı ve uç kütleli konsol kirişin titreşimini sayısal ve deneysel olarak incelemişlerdir. Uç kütleli konsol kirişi modellerken yüksek mertebeli sandviç panel teorisini kullanmışlar ve hareket denklemlerinin çözümünde de genelleştirilmiş diferansiyel kuvadratür yöntemini kullanmışlardır.

Yapılmış olan çalışmalardan görüleceği üzere, katmanlı kiriş tipi DTS'ler üzerine yapılan çalışmalar oldukça sınırlıdır. Bu sebeple, bu tez çalışmasında katmanlı-kiriş tipi DTS'ler incelenmiş ve gelecek çalışmalara yol gösterici olması amaçlanmıştır.

1.3. Tezin Amacı ve Önemi

Bu tezin amacı, katmanlı-kiriş tipi yapıların DTS olarak kullanılabilirliğinin analitiksel ve deneysel olarak incelenmesidir. Literatürde birçok farklı DTS tasarımları ve çeşitleri olmasına rağmen, kiriş tipi yapıların DTS olarak kullanıldığı çalışma sayısı oldukça sınırlıdır. Katmanlı-kiriş tipi yapılar ise kirişlerin özel bir alanı olduğu için bu tip katmanlı kirişlerin DTS olarak kullanılması hakkındaki çalışmaların literatürde oldukça sınırlı ve yetersiz olduğu görülmüştür. Bu noktadan hareketle ve Şekil 1.14'teki burulma titreşim sönümleyicisindeki katmanlı kirişli yapıların modellenmesi amacıyla, katmanlı-kiriş tipi DTS'ler üzerine çalışılmıştır. Çalışmanın, katmanlı-kiriş tipi DTS'lerin kullanımının yaygınlaşmasına katkı sağlaması amaçlanmıştır.

DTS frekansının ayarlanmasında, katmanlar arası malzeme ve uç kütle farklılığının etkisi araştırılmıştır. Böylelikle, yapılan tez çalışması, katmanlı-kiriş tipi DTS'lerin ve katmanlı-kirişlerin kullanılacağı birçok mühendislik uygulamasının tasarımına katkılar sunacaktır.

2. TEORİK ALTYAPI VE SİSTEMİN ANALİTİK MODELLEMESİ

Bu bölümde, Şekil 2.1'de görülen, uç kütleli-katmanlı kirişten oluşan DTS'nin ve bağlı olduğu ana sistemin matematiksel modellemesi yapılmış ve sisteme ait hareket denklemleri elde edilmiştir. Matematiksel modelleme yapılırken uç kütlenin dönme ataletinin etkisi hareket denklemlerine dâhil edilmiştir. Sistemin modellemesi yapılırken kullanılan teorik altyapı ve matematiksel modelleme aşamaları adım adım anlatılmıştır.



Şekil 2.1. Uç kütleli-katmanlı kirişten oluşan DTS ve bağlı olduğu ana sistem.

2.1. Zorlanmış Titreşimle İlgili Temel Kavramlar

2.1.1. Harmonik kuvvet etkisindeki sönümsüz bir sistemin titreşimi

Analitik modelleme aşamalarının iyi bir şekilde anlaşılabilmesi ve basitlik olması amacıyla ilk aşamada harmonik kuvvete maruz kalan sönümsüz bir sistemin dinamik cevabı incelenmiştir. Şekil 2.2'deki gibi sönümsüz , M kütleli bir sistem eğer $F(t) = F_0 \sin \omega t$ kuvvetine maruz kalırsa sistemin hareket denklemi Denklem 2.1 ile ifade edilir (Rao, 2011).

$$M\ddot{x} + Kx = F_0 \sin \omega t \tag{2.2}$$



Şekil 2.2. F(t) harmonik kuvvetine maruz M kütleli sönümsüz bir sistem.

2.1 denklemininin homojen çözümü Denklem 2.2'de verildiği şekildedir.

$$x_h(t) = C_1 \cos \omega_s t + C_2 \sin \omega_s t \tag{2.2}$$

Denklem 2.2'deki ω_s sistemin doğal frekansını temsil etmektedir ve $\omega_s = \sqrt{K/M}$ değerine eşittir. Sistemi tahrik eden F(t) kuvveti harmonik bir kuvvet olduğu için sistemin özel çözümü $x_{\ddot{o}}(t)$ de kuvvetle aynı şekilde harmonik ve kuvvetle aynı ω frekansında olacaktır. Bu sebeple sistemin özel çözümü için de Denklem 2.3'deki şekilde bir harmonik çözüm kabulü yapılabilir.

$$x_{\ddot{o}}(t) = X \cos \omega t \tag{2.3}$$

Denklem 2.3'teki *C* değeri, $x_{\ddot{o}}(t)$ çözüm fonksiyonunun genliğini gösteren bir sabittir. Denklem 2.3'ü, Denklem 2.1'de yerine koyarsak *X* değeri aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$X = \frac{F_0}{K - M\omega^2} = \frac{\delta_{statik}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2}$$
(2.4)

Denklem 2.4'teki δ_{statik} değeri, F_0 sabit (statik) kuvvetine maruz kalan bir M kütlesinin çökmesini temsil etmektedir ve F_0 kuvveti statik bir kuvvet olduğu için *statik çökme* olarak da adlandırılır. Denklem 2.1'in toplam çözümü şu şekilde elde edilir:

$$x(t) = C_1 \cos \omega_s t + C_2 \sin \omega_s t + \frac{F_0}{K - M\omega^2} \cos \omega t$$
(2.5)

Denklem 2.5'teki C_1 ve C_2 sabitlerini belirlemek için $x(t = 0) = x_0$ ve $\dot{x}(t = 0) = \dot{x_0}$ başlangıç koşulları kullanılırsa C_1 ve C_2 sabitleri şu şekilde elde edilir (Rao, 2011);

$$C_1 = x_0 - \frac{F_0}{K - M\omega^2}$$
, $C_2 = \frac{\dot{x_0}}{\omega_s}$ (2.6)

 C_1 ve C_2 sabitlerini de yerine koyarsak Denklem 2.1'in genel çözümü;

$$x(t) = \left(x_0 - \frac{F_0}{K - M\omega^2}\right) \cos \omega_s t + \left(\frac{\dot{x_0}}{\omega_s}\right) \sin \omega_s t + \left(\frac{F_0}{K - M\omega^2}\right) \cos \omega t$$
(2.7)

şeklinde elde edilir. Denklem 2.4'teki X değeri ise aşağıdaki şekilde yeniden düzenlenebilir;

$$\frac{X}{\delta_{statik}} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2}$$
(2.8)

Denklem 2.8'deki X/δ_{statik} değeri, bir sistemin dinamik hareket genliğinin statik hareket genliğine oranıdır. Bu ifade *yükseltme faktörü*, *büyültme faktörü* veya *genlik oranı* olarak tanımlanır. X/δ_{statik} oranının frekans oranı ($r = \omega/\omega_s$) ile değişimi Şekil 2.3'te görülmektedir. Bu şekile göre frekans oranının durumuna göre 3 farklı sistem cevabı elde edilir (Rao, 2011).

1. Durum: r değerinin 0 ile 1 arasında olduğu durum (0 < r < 1) için, Denklem 2.8'in paydası pozitif olur ve sistemin cevabı değişiklik göstermeden Denklem 2.3'te olduğu şekilde verilir. Sistemin zorlanmış cevabı, Şekil 2.4'teki gibi zorlama kuvveti ile aynı fazda olur.



Şekil 2.3. Sönümsüz bir sistem için frekans oranının büyütme faktörü ile değişimi.



Şekil 2.4. 0 < r < 1 durumu için zorlayıcı kuvvet ile sistem cevabının faz durumu.

2. Durum: r değerinin 1'den büyük olduğu (r > 1) durumu için Denklem 2.8'in paydası negatif olur ve sistemin zorlanmış durum (sürekli durum) cevabı;

$$x_{\ddot{o}}(t) = -X\cos\omega t \tag{2.9}$$

denklemiyle ifade edilir. Hareketin genliğini gösteren *X*, pozitif bir değer olarak Denklem 2.10'daki gibi ifade edilebir.

$$X = \frac{\delta_{statik}}{\left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2 - 1} \tag{2.10}$$

Zorlama fonksiyonunun (F(t)) ve sistemin kalıcı durum cevabının $(x_{\ddot{o}}(t))$ zamana göre değişimleri Şekil 2.5'te gösterilmektedir. F(t) ve $x_{\ddot{o}}(t)$ birbirlerine göre ters işaretli olduklarından dolayı sistem cevabı ile zorlayıcı kuvvet arasında 180⁰ faz farkı olacaktır. Denklem 2.10'dan görüldüğü üzere $r \to \infty$ değeri için $X \to 0$ olacaktır. Buradan anlaşılacağı üzere, sistemin çok yüksek frekanslardaki zorlayıcı kuvvete cevabı sıfıra yakın olacaktır (Rao, 2011).



Şekil 2.5. r > 1 durumu için zorlayıcı kuvvet ile sistem cevabının faz durumu.

3. Durum: r = 1 olduğu durumda ise, Denklem 2.8 ve 2.10 ile verilen X genliği teorik olarak sonsuz olur ve sistem rezonansa girmiş olur. Daha önceki bölümde de belirtildiği üzere sisteme etkiyen zorlayıcı kuvvetin frekansı (ω) ile sistemin frekansının (ω_s) eşit olduğu durumda rezonans oluşur ve sistemin cevap genliği sonsuza gider. Rezonans durumunda sistemin cevabını bulmak için Denklem 2.7'yi açıp yeniden yazarsak Denklem 2.11 elde edilir.

$$x(t) = x_0 \cos \omega_s t + \frac{\dot{x_0}}{\omega_s} \sin \omega_s t + \delta_{statik} \left[\frac{\cos \omega t - \cos \omega_s t}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2} \right]$$
(2.11)

Denklem 2.11'in son terimi $\omega = \omega_s$ olduğu zaman tanımsız olacağından dolayı denklemin çözümü için L'Hospital kuralı kullanılarak limiti alınırsa Denklem 2.12 elde edilir.

$$\lim_{\omega \to \omega_s} \left[\frac{\cos \omega t - \cos \omega_s t}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2} \right] = \lim_{\omega \to \omega_s} \left[\frac{\frac{d}{d\omega} (\cos \omega t - \cos \omega_s t)}{\frac{d}{d\omega} \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2\right)} \right]$$
$$= \lim_{\omega \to \omega_n} \left[\frac{t \sin \omega t}{2 \frac{\omega}{\omega_n^2}} \right] = \frac{\omega_n t}{2} \sin \omega_n t \qquad (2.12)$$

bu şekilde sistemin rezonans durumundaki sürekli cevabı;

$$x(t) = x_0 \cos \omega_s t + \frac{\dot{x_0}}{\omega_s} \sin \omega_s t + \frac{\delta_{statik} \omega_s t}{2} \sin \omega_s t$$
(2.13)

denklemiyle elde edilir. Denklem 2.12'den görüleceği üzere rezonans durumunda iken sistemin cevabı, zamanla sürekli olarak artmaktadır. Denklem 2.13'ün son terim ifadesinin grafiği Şekil 2.6'da gösterilmektedir ve şekilden de anlaşılacağı üzere sistemin genliği zamanla sürekli olarak artmaktadır (Rao, 2011).

Sistemin Toplam Cevabı

Sistemin toplam cevabı, r değerinin 1 den büyük veya küçük olduğu duruma göre Denklem 2.5 veya Denklem 2.7 kullanılarak Denklem 2.14 veya Denklem 2.15 'deki gibi elde edilir.

$$r < 1$$
 için; $x(t) = A \cos(\omega_n t - \phi) + \frac{\delta_{statik}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2} \cos \omega t$ (2.14)

$$r > 1$$
 için; $x(t) = A \cos(\omega_n t - \phi) - \frac{\delta_{statik}}{-1 + \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \cos \omega t$ (2.15)

Denklem 2.14 ve Denklem 2.15'deki *A* ve ϕ başlangıç konumu (x_0) ve başlangıç hızı ($\dot{x_0}$) kullanılarak Denklem 2.16 ve Denklem 2.17'deki gibi bulunabilir.

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\dot{x_0}}{\omega_s}\right)^2} \tag{2.16}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{x_0}}{x_0 \omega_s} \right) \tag{2.17}$$

Denklem 2.14 ve Denklem 2.15'den görüleceği üzere sistemin toplam cevabı, frekansları farklı olan iki kosinüs eğrisinin toplamı olarak ifade edilir.



Şekil 2.6. r = 1 durumu için sistemin cevabı.

2.1.2. Harmonik kuvvet etkisindeki sönümlü bir sistemin titreşimi

Sisteme etki eden zorlama kuvveti $F(t) = F_0 cos \omega t$ olan bir sistemin (Şekil 2.7) hareket denklemi;

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F_0 \cos \omega t \tag{2.18}$$

şeklinde olacaktır. Denklem 2.18'in sürekli durum cevabını verecek olan özel çözümünün de zorlama fonksiyonuyla Denklem 2.19'daki gibi aynı formda olması beklenir.

$$x_{\ddot{o}}(t) = X\cos(\omega t - \phi)$$
(2.19)



Şekil 2.7. F(t) harmonik kuvvetine maruz M kütleli sönümlü bir sistem.

Denklem 2.19'daki X ve ϕ daha öncesinde de bahsedildiği gibi, sistem cevabının genliğini ve faz açısını belirtmektedir. Bu sabitlerin belirlenebilmesi için, Denklem 2.19'u Denklem 2.18'de yazarsak Denklem 2.20'yi elde ederiz (Rao, 2011).

$$X[(K - M\omega^2)\cos(\omega t - \phi) - C\omega\sin(\omega t - \phi)] = F_0\cos\omega t$$
(2.20)

Denklem 2.20'yi açmak için, Denklem 2.21 ve Denklem 2.22'deki trigonometrik açı toplam ve fark ifadelerini kullanabiliriz;

$$\cos(\omega t - \phi) = \cos \omega t \cos \phi + \sin \omega t \sin \phi \qquad (2.21)$$

$$\sin(\omega t - \phi) = \sin \omega t \cos \phi - \cos \omega t \sin \phi \qquad (2.22)$$

elde edilen denklemin her iki tarafında bulunan sin ωt ve cos ωt terimlerini birbirine eşitlersek Denklem 2.23 ve Denklem 2.24 elde edilir.

$$X[(K - M\omega^2)\cos\phi + C\omega\sin\phi] = F_0$$
(2.23)

$$X[(k - m\omega^2)\sin\phi - c\omega\cos\phi] = 0$$
(2.24)

Denklem 2.23 ve Denklem 2.24'ün çözümüyle Denklem 2.25 ve Denklem 2.26 elde edilir.

$$X = \frac{F_0}{\sqrt{(K - M\omega^2)^2 + C^2 \omega^2}}$$
(2.25)

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{C\omega}{K - M\omega^2} \right) \tag{2.26}$$

Denklem 2.25 ve Denklem 2.26 ile elde edilen X ve ϕ terimlerini Denklem 2.19'da yerine yazarsak Denklem 2.18'in özel çözümü elde edilmiş olur. Denklem 2.25'in pay ve paydası K'ya bölünürse ve Denklem 2.27-2.30'da tanımlanan parametreler Denklem 2.25'te yerine yazılırsa Denklem 2.31 ve 2.32 elde edilir (Rao, 2011).

$$\omega_s = \sqrt{\frac{K}{M}} \tag{2.27}$$

$$\xi = \frac{C}{C_{kritik}} = \frac{C}{2M\omega_s} = \frac{C}{2\sqrt{MK}} \qquad \frac{C}{M} = 2\xi\omega_s$$
(2.28)

$$\delta_{statik} = \frac{F_0}{K} \tag{2.29}$$

$$r = \frac{\omega}{\omega_s} \tag{2.30}$$

$$\frac{X}{\delta_{statik}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2}}$$
(2.31)

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_s}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{2\xi r}{1 - r^2} \right)$$
(2.32)

Denklem 2.27-2.30'daki ω_s , sönümsüz sistemin doğal frekansını; ξ , sistem sönümünün kritik sönüme oranını; δ_{statik} , F_0 statik kuvveti altında sistemin çökmesini ve *r* değeri de frekans oranını belirtmektedir.

 X/δ_{statik} değerine daha önceki bölümde genlik oranı denildiğini belirtmiştik. Genlik oranının ve faz açısının (ϕ), frekans oranı (r) ile değişimi Şekil 2.8'de gösterilmektedir.



Şekil 2.8. Genlik oranının ve faz açısının (ϕ), frekans oranına (r) ve farklı sönüm değerlerine göre değişimi, Rao (2011)'den uyarlanmıştır.

Şekil 2.8.a'dan ve Denklem 2.31'den genlik oranı için şunlar söylenebilir:

- Sistemde sönümün olmadığı durumda ($\xi = 0$), Denklem 2.31, Denklem 2.8 ile aynı olur ve *r* değeri 1'e, yani sistem rezonans durumuna yaklaştıkça genlik oranı da sonsuza doğru gider.
- Genlik oranı, sistemde herhangi bir sönümün olması durumunda ($\xi > 0$), zorlama frekansının her değeri için düşecektir.
- Sistemdeki sönüm miktarının artmasıyla, belirtilen herhangi bir frekans oranı değeri için genlik oranı düşüktür.
- Sabit kuvvet olması durumunda, yani zorlayıcı kuvvetin frekansı 0 (sıfır) olursa genlik oranı 1'e eşit olur.
- Sistemde sönümün olması durumunda, genlik oranındaki düşüşün en belirgin olduğu yerler, rezonans değeri veya rezonansa çok yakın değerlerdir.
- Zorlama frekansının değeri arttıkça (r → ∞), genlik oranının değeri sıfıra (X/δ_{statik} → 0) yaklaşır.
- $0 < \xi < 0.707$ değer aralığı için genlik oranının en büyük değerinin oluştuğu frekans oranı Denklem 2.33 ile belirlenebilir.

$$r = \sqrt{1 - 2\xi^2} \tag{2.33}$$

Denklem 2.33'de *r* yerine ω/ω_s yazılırsa;

$$\omega = \omega_s \sqrt{1 - 2\xi^2} \tag{2.34}$$

elde edilir. Dikkat edilirse, ω değerinin sistemin sönümsüz doğal frekansı (ω_s) ve sönümlü doğal frekansı ($\omega_d = \omega_s \sqrt{1 - \xi^2}$) değerlerinden küçük olduğu görülür.

• Genlik oranının en büyük değeri ($r = \sqrt{1 - 2\xi^2}$ durumunda) Denklem 2.35 ile verilir:

$$\left(\frac{X}{\delta_{statik}}\right)_{\text{maks}} = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$
(2.35)

 $\omega = \omega_s$ eşit olması durumunda genlik oranının değeri Denklem 2.36 ile verilir.

$$\left(\frac{X}{\delta_{statik}}\right)_{\omega=\omega_s} = \frac{1}{2\xi} \tag{2.36}$$

Denklem 2.35 kullanılarak, sistemde bulunan sönüm deneysel olarak belirlenebilir. Bir sistemin titreşim cevabındaki en büyük genlik değeri $((X)_{maks})$ ölçülebiliyorsa, sistemin sönüm oranı Denklem 2.35 kullanılarak elde edilebilir. Tam tersi durum için ise sistemdeki sönüm miktarının bilinmesi durumunda titreşim cevabındaki en büyük genlik değeri yaklaşık bulunabilir.

- $\xi = 0.707$ olduğu ve r = 0 olduğu zaman, genlik oranının r'ye göre türevi sıfır olur $\left(d\left(\frac{X}{\delta_{statik}}\right)/dr = 0\right)$.
- ξ > 0.707 olduğu durumlar için ise frekans oranı arttıkça genlik oranı azalır (Rao, 2011).

Şekil 2.8.b'den ve Denklem 2.32'den faz açısı için ise şunlar söylenebilir:

- Sistemde sönüm olmadığı durumda ($\xi = 0$), genlik oranının 0 ile 1 arasındaki değerleri için (0 < r < 1) Denklem 2.32'de faz açısı değeri 0 olur. r > 1olduğu durumda ise faz açısının değeri 180⁰ olur. Bu durum, sistemde sönüm olmadığında zorlayıcı kuvvet ile sistem cevabının 0 < r < 1 koşulu için aynı fazda, r > 1 için ters fazda olduğunu göstermektedir.
- $\xi > 0$ ve 0 < r < 1 durumu için $0 < \phi < 90^{\circ}$ olur. Bu da sistem cevabının zorlayıcı kuvvete göre gecikmeli olduğunu gösterir.

- $\xi > 0$ ve r > 1 durumu için $90^{0} < \phi < 180^{0}$ derece olur. Bu durum sistem cevabının zorlayıcı kuvvete göre ileride olduğunu gösterir.
- $\xi > 0$ ve r = 1 durumu için $\phi = 90^{\circ}$ olur. Bu durum sistem cevabı ile zorlayıcı kuvvet arasında 90° faz farkı olduğunu gösterir.
- $\xi > 0$ ve *r*'nin 1'den büyük değerlerinde faz açısı 180⁰'ye yaklaşır. Bu durum sistem cevabı ile zorlayıcı kuvvetin ters fazda olduğunu gösterir (Rao, 2011).

Sistemin Toplam Cevabı

Denklem 2.18'in tam çözümü, homojen çözüm ve özel çözümün toplamı olur. Sistemin toplam cevabı, Denklem 2.37 ile şu şekilde ifade edilebilir:

$$x(t) = X_0 e^{-\xi \omega_s t} \cos(\omega_d t - \phi_0) + X \cos(\omega t - \phi)$$
(2.37)

$$\omega_d = \sqrt{1 - \xi^2} \omega_s \tag{2.38}$$

X ve ϕ , Denklem 2.31 ve Denklem 2.32 ile verilen değerlerdir. X_0 ve ϕ_0 değerleri ise sistemin başlangıç koşullarından belirlenebilir. Eğer başlangıç koşulları olarak $x(0) = x_0$ ve $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$ olarak verilirse, Denklem 2.37'den;

$$x_0 = X_0 \cos \phi_0 + X \cos \phi \tag{2.39}$$

$$\dot{x_0} = -\xi \omega_s X_0 \cos \phi_0 + \omega_d X_0 \sin \phi_0 + \omega X \sin \phi$$
(2.40)

denklemleri elde edilir. Denklem 2.39 ve Denklem 2.40'ın çözümünden ise Denklem 2.41 ve Denklem 2.42'deki X_0 ve ϕ_0 değerleri elde edilir (Rao, 2011).

$$X_0 = \sqrt{(x_0 - X\cos\phi)^2 + \frac{1}{\omega_d^2}(\xi\omega_s x_0 + \dot{x_0} - \xi\omega_s X\cos\phi - \omega X\sin\phi)^2}$$
(2.41)

$$\tan\phi_0 = \frac{\xi\omega_s x_0 + \dot{x_0} - \xi\omega_s X\cos\phi - \omega X\sin\phi}{\omega_d (x_0 - X\cos\phi)}$$
(2.42)

2.1.3. Harmonik zemin hareketi etkisindeki sönümlü bir sistemin titreşimi

Zemine ya da bir yere bağlı olan makineler gibi bazı mühendislik sistemleri, zeminden gelen zorlayıcı kuvvetlerin etkisiyle titreşim hareketi yaparlar. Ayrıca inşaat mühendisliği gibi alanlarda da, depremin binalardaki etkisinin modellenmesinde de zeminden tahrik edilen sistemler kullanılmaktadır. Şekil 2.9'da gösterildiği gibi kütle,

yay ve sönümleyici bir elemandan oluşan sistem, zeminden gelen zorlayıcı kuvvetin etkisi altındadır ve bu zorlayıcı kuvvetin etkisiyle sistem titreşim hareketi yapar. Kütlenin zamanla yer değiştirmesini x(t), zeminin zamana bağlı yer değiştirmesini de y(t) ile gösterirsek, yaydaki uzama miktarı sistemin yer değiştirmesi ile zeminin yer değiştirmesinin farkı (x-y) olacaktır. Sönüm elemanının sönümleme hızı ise, hızları farkı ($\dot{x} - \dot{y}$) kadar olacaktır. Serbest cisim diyagramından Şekil 2.9'daki sistemin hareket denklemi Denklem 2.43 ile verildiği şekilde olacaktır.

$$M\ddot{x} + C(\dot{x} - \dot{y}) + K(x - y) = 0$$
(2.43)

Eğer zeminin yaptığı hareketi harmonik formda $y(t) = Y \sin \omega t$ şeklinde varsayacak olursak ve Denklem 2.43'de yerine koyarsak Denklem 2.44 ve 2.45'i elde ederiz.

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = Ky + C\dot{y} = KY\sin\omega t + C\omega Y\cos\omega t$$
(2.44)

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = A\sin(\omega t - \alpha) \tag{2.45}$$



Şekil 2.9. Zemin tahriki etkisindeki sönümlü bir sistem.

Denklem 2.45'teki $A = Y\sqrt{K + (C\omega)^2}$ ve $\alpha = \tan^{-1}(-C\omega/k)$ değerlerine eşit olur. Denklem 2.45'teki A'nın anlamı, zeminden kütleye verilen uyarımın aslında kütleye uygulanan A genliğindeki bir harmonik kuvvetle aynı olacağını gösterir. Denklem 2.19'daki $x_{\ddot{o}}$ 'nün çözüm varsayımının sinüslü halini alırsak Şekil 2.9'daki sistemin sürekli durum cevabını, Denklem 2.46 ile elde ederiz.

$$x_{\ddot{o}}(t) = \frac{Y\sqrt{K^2 + (C\omega)^2}}{\sqrt{(K - M\omega^2)^2 + (C\omega)^2}} \sin(\omega t - \phi_1 - \alpha)$$
(2.46)

Denklem 2.46'teki ϕ_1 terimi ise Denklem 2.47'de verildiği şekildedir.

$$\phi_1 = \tan^{-1} \left(\frac{C\omega}{K - M\omega^2} \right) \tag{2.47}$$

Denklem 2.46'yı trigonometrik eşitlikleri kullanarak düzenlersek, Denklem 2.48 aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$x_{\ddot{o}}(t) = X\sin(\omega t - \phi) \tag{2.48}$$

Denklem 2.48' deki X ve ϕ terimleri de Denklem 2.49 ve 2.50' daki şekliyle elde edilir.

$$\frac{X}{Y} = \sqrt{\frac{K^2 + (C\omega)^2}{(K - M\omega^2)^2 + (C\omega)^2}} = \sqrt{\frac{1 + (2\xi r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2}}$$
(2.49)

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{MC\omega^3}{K(K - M\omega^2) + (C\omega)^2} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{2\xi r^3}{1 + (4\xi^2 - 1)r^2} \right)$$
(2.50)

Denklem 2.49'daki sistemin cevap genliğinin zeminin genliğine oranı olan X/Y terimi yer değiştirme iletkenliği veya hareket geçirgenliği olarak adlandırılır. Denklem 2.49'da ve 2.50'de verilen yer değiştirme iletkenliği (X/Y) ve faz açısının (ϕ), frekans oranı ve sönüme bağlı olarak değişimleri Şekil 2.10'da gösterilmiştir.



Şekil 2.10. Yer değiştirme iletkenliği (X/Y) ve faz açısının (ϕ) , frekans oranı ve sönüme bağlı olarak değişimleri, (Rao, 2011)'den uyarlanmıştır.

Şekil 2.10'dan yer değiştirme iletkenliği (YDİ) ile ilgili olarak aşağıdaki durumlar söylenebilir (Rao, 2011):

- YDİ değeri, frekans oranı değeri 0 olduğunda 1'e eşit olur ve küçük frekans oranı değerleri için (0 < r < 0.3) 1'e yakın olur.
- Sistemde sönümün olmadığı durumda (ξ = 0) ve rezonans durumunda YDİ değeri sonsuza gider.
- Frekans oranının $\sqrt{2}$ 'den büyük olduğu değerleri için ve sönüm oranının tüm değerleri için ($r > \sqrt{2}$), YDİ değeri 1'den küçük olur.
- Frekans oranı değeri √2'ye eşit olduğunda (r=√2) tüm sönüm değerleri için YDİ değeri 1' eşit olur.
- Frekans oranı değerinin √2'den küçük olduğu durum için küçük sönüm değerleri, büyük YDİ değerlerine neden olur. Frekans oranı değerinin √2'den büyük olduğu durum için ise küçük sönüm değerleri, küçük YDİ değerlerine neden olur.
- Sönüm değerinin 0 ile 1 aralığında olduğu ve frekans oranının da 1'den küçük olduğu değerlerde YDİ'nin en büyük değerine ulaştığı frekans oranı değeri (*r_g*);

$$r_g = \frac{1}{2\xi} \sqrt{\sqrt{1 + 8\xi^2} - 1} \tag{2.51}$$

2.1.3.1. Kütle ile zemin arasındaki bağıl hareket

Kütle ile zemin arasındaki bağıl hareket x - y olacaktır. Bağıl hareket değerine *z* gibi bir değişken tanımlarsak, Denklem 2.43'ü Denklem 2.52'teki gibi yeniden düzenleyebiliriz.

$$M\ddot{z} + C\dot{z} + Kz = -M\ddot{y} = M\omega^2 Y \sin \omega t$$
(2.52)

Denklem 2.52'nin sürekli durum cevabı, Denklem 2.53'teki gibi elde edilir.

$$z(t) = \frac{M\omega^2 Y \sin(\omega t - \phi_1)}{\sqrt{(K - M\omega^2)^2 + (C\omega)^2}} = Z \sin(\omega t - \phi_1)$$
(2.53)

Denklem 2.53'teki Z terimi, bağıl hareketin (z(t)) genliğidir ve Denklem 2.54'deki şekilde verilir.

$$Z = \frac{M\omega^2 Y}{\sqrt{(K - M\omega^2)^2 + (C\omega)^2}} = \frac{Yr^2}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2}}$$
(2.54)

 ϕ_1 terimi ise Denklem 2.55'de verildiği şekilde elde edilir.

$$\phi_1 = \tan^{-1}\left(\frac{C\omega}{K - M\omega^2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2\xi r}{1 - r^2}\right)$$
 (2.55)

Z değerinin X değerine oranının, frekans oranı ile değişimi ve ϕ_1 değerinin de frekans oranına göre değişimi Şekil 2.8'e benzerdir.

2.2. Dinamik Titreşim Sönümleyicisi (DTS)

DTS, en temel anlamıyla titreşimi sönümlenmek istenen yapıya bağlanmış bir kütle ve rijitlik elemanından oluşur. Sönümlenmek istenen frekans aralığının artırılması veya DTS'nin sönümleme kabiliyetinin iyileştirilmesi amacıyla, DTS'ye sönüm elemanı da eklenebilir. Bu bölümde DTS'lerin teorisinden bahsedilerek, Frahm'ın modelindeki gibi sönüm elemanı içermeyen DTS'lerin ve Den Hartog'un modelindeki sönüm elemanı içeren DTS'lerin analitik modellemesi anlatılmıştır. DTS modellemesi yapılırken sistem TSD bir yapı olarak modellenmiştir.

2.2.1. Sönümsüz DTS

Şekil 2.11'de görüldüğü gibi M kütleli, K yay katsayısına sabit ve F kuvveti etkisindeki bir sisteme M_a kütlesine ve K_a yay katsayısına sahip ikincil bir kütle yay sistemi eklendiğinde yapı iki serbestlik derecesine sahip olur. Yapıya ikincil olarak eklenen kütle-yay sistemi, dinamik titreşim sönümleyici veya absorber olarak adlandırılır.


Şekil 2.11. Sönümsüz DTS eklenmiş ana sistem.

Şekil 2.11'deki sistemin hareket denklemlerini serbest cisim diyagramlarından elde edecek olursak;

$$M\ddot{x} + Kx + K_a(x - x_a) = F_0 \sin \omega t \qquad (2.56)$$

$$M_a \dot{x_a} + K_a (x_a - x) = 0 \tag{2.57}$$

Denklem 2.56 ve 2.57'deki x, ana kütlenin hareketini; x_a ise absorber kütlenin hareketini temsil etmektedir. \ddot{x} ve \ddot{x}_a terimleri ise ana kütlenin ve absorber kütlesinin ivmesini göstermektedir. F_0 , zorlama kuvvetinin şiddetini, ω ise zorlayıcı kuvvetin frekansını göstermektedir. Denklem 2.56 ve 2.57'nin çözüm kabulleri için Denklem 2.58 ve 2.59'daki gibi harmonik bir fonksiyon tanımlanabilir.

$$x(t) = X\sin\omega t \tag{2.58}$$

$$x_a(t) = X_a \sin \omega t \tag{2.59}$$

Denklem 2.58 ve 2.59, Denklem 2.56 ve 2.657'de yerlerine yazılırsa ve elde edilen denklemleri matris formunda yazacak olursak, Denklem 2.60 elde edilir.

$$\begin{bmatrix} K + K_a - M\omega^2 & -K_a \\ -K_a & K_a - M_a\omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X_a \end{bmatrix} \sin \omega t = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} \sin \omega t$$
(2.60)

Denklem 2.60'ın çözümünü elde etmek için her iki taraf da yer değiştirme terimlerinin önündeki matrise bölünür ve Denklem 2.61 ile 2.62 elde edilir.

$$\begin{cases} X\\ X_a \end{cases} = \begin{bmatrix} K + K_a - M\omega^2 & -K_a\\ -K_a & K_a - M_a\omega^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{cases} F_0\\ 0 \end{cases}$$
(2.61)

$$\begin{cases} X\\ X_a \end{cases} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} K_a - M_a \omega^2 & K_a \\ K_a & K + K_a - M \omega^2 \end{bmatrix} \begin{cases} F_0 \\ 0 \end{cases}$$
$$= \frac{1}{\Delta} \begin{cases} (K_a - M_a \omega^2) F_0 \\ K_a F_0 \end{cases}$$
(2.62)

Denklem 2.61 ve 2.62'teki ∆ terimi Denklem 2.63'de verildiği şekildedir.

$$\Delta = (K + K_a - M\omega^2)(K_a - M_a\omega^2) - K_a^2$$
(2.63)

Verilen denklemler kullanılarak M ve M_a kütlelerinin yer değiştirmelerini temsil eden X ve X_a terimleri Denklem 2.64 ve Denklem 2.65'deki gibi bulunacaktır.

$$X = \frac{(K_a - M_a \omega^2) F_0}{\Delta} = \frac{(K_a - M_a \omega^2) F_0}{(K + K_a - M \omega^2) (K_a - M_a \omega^2) - K_a^2}$$
(2.64)

$$X_{a} = \frac{K_{a}F_{0}}{\Delta} = \frac{K_{a}F_{0}}{(K + K_{a} - M\omega^{2})(K_{a} - M_{a}\omega^{2}) - K_{a}^{2}}$$
(2.65)

Yapıya DTS eklenmeden önceki frekansına ω_s , absorber frekansına ise ω_a dersek ω_s ve ω_a Denklem 2.66'daki gibi olacaktır.

$$\omega_s^2 = \frac{K}{M}, \qquad \qquad \omega_a^2 = \frac{K_a}{M_a} \tag{2.66}$$

Yapıya DTS eklenmesinin amacı yapının titreşim genliğini azaltmak veya sıfırlamak olduğu için Denklem 2.64'ün payının sıfıra eşit olması gerekir. Pay sıfıra eşitlenirse;

$$\omega^2 = \frac{K_a}{M_a} \tag{2.67}$$

denklemi elde edilir. Eğer yapıya etki eden zorlayıcı kuvvetin frekansı yapının frekansına yakın bir değerde ise yani $\omega^2 \cong \omega_s^2 = K/M$ olacaktır. Bu sebepten dolayı yutucu;

$$\omega^2 = \frac{K_a}{M_a} = \frac{K}{M} \tag{2.68}$$

Denklem 2.68'deki koşulu sağlayacak şekilde tasarlanırsa sistem rezonans frekansında tahrik edilse bile genliği sıfır olur. Denklem 2.66'yı kullanarak ve $\delta_{statik} = F_0/K$ tanımlamasını yaparak, Denklem 2.64 ve 2.65'i yeniden düzenlersek;

$$\frac{X}{\delta_{statik}} = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2}{\left[1 + \frac{K_a}{K} - \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2\right] - \frac{K_a}{K}}$$
(2.69)

$$\frac{X_a}{\delta_{statik}} = \frac{1}{\left[1 + \frac{K_a}{K} - \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2\right] - \frac{K_a}{K}}$$
(2.70)

Denklem 2.69'dan görüleceği üzere $\omega = \omega_a$ olması durumunda, ana yapının titreşim genliği sıfır olacaktır. Şekil 2.12'de, sistemin genliğinin frekans oranına göre değişimi görülmektedir.





Absorber frekansının sistemin frekansına eşit olması durumunda ($\omega = \omega_a$), Denklem 2.70'ten;

$$X_a = -\frac{K}{K_a} \delta_{statik} = -\frac{F_0}{K_a}$$
(2.71)

denklemi elde edilir. Denklem 2.71'ten görüldüğü üzere, absorber tarafından oluşturulan yay kuvveti ($K_a X_a$) sisteme etki eden zorlayıcı kuvvetin negatif işaretlisidir yani zorlayıcı kuvvete zıt yöndedir ve zorlayıcı kuvvete eşittir. Böylece

yapı üzerine gelen kuvvetin etkisini düşürerek yapının genliğini sıfıra düşürdüğü söylenebilir. Dinamik titreşim yutucunun kütlesi, Denklem 2.71 ve Denklem 2.68 kullanılarak şu şekilde elde edilebilir:

$$K_a X_a = M_a \omega^2 X_a = -F_0 \tag{2.72}$$

Denklem 2.72'ten görüleceği üzere, K_a ve M_a değerleri absorberin yer değiştirme değerine bağlıdır. Absorberin yapabileceği maksimum yer değiştirme değerine göre absorber kütlesi ve yay sabiti ayarlanabilir.

Şekil 2.12'den görüleceği üzere DTS eklenen sistem iki adet doğal frekansa sahip bir ÇSD halini alır. DTS ilavesi ile ana sistemin rezonans frekansındaki genliği sönümlenirken, ana sistemin rezonans frekansının altında ve üstünde iki yeni frekansa (ω_1, ω_2) sahip olduğu görülür. Bu sebepten dolayı, makinenin çalışma frekansı (ω) , bu frekans değerlerinden uzak tutulmalıdır. Aksi takdirde, ana sistem yeniden rezonans tehlikesine girecektir. Bu iki yeni frekans değerini bulmak için Denklem 2.64'nin payını sıfıra eşitleriz.

$$\frac{K_a}{K} = \frac{K_a}{M_a} \frac{M_a}{M} \frac{M}{K} = \frac{M_a}{M} \left(\frac{\omega_a}{\omega_s}\right)^2$$
(2.73)

Denklem 2.73'teki gibi terimleri genişletirsek ve Denklem 2.69'un payını da sıfıra eşitlersek Denklem 2.74'ü elde ederiz.

$$\left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^4 \left(\frac{\omega_a}{\omega_s}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2 \left[1 + \left(1 + \frac{M_a}{M}\right) \left(\frac{\omega_a}{\omega_s}\right)^2\right] + 1 = 0$$
(2.74)

Denklem 2.74'ün çözümü ikinci dereceden bilinmeyenli denklemlerin köklerinin çözümünden Denklem 2.75'deki şekilde bulunabilir.

$$\frac{\left(\frac{\omega_{1}}{\omega_{a}}\right)^{2}}{\left(\frac{\omega_{2}}{\omega_{a}}\right)^{2}}\right\} = \frac{\left\{\left[1 + \left(1 + \frac{M_{a}}{M}\right)\left(\frac{\omega_{a}}{\omega_{s}}\right)^{2}\right] \pm \sqrt{\left[1 + \left(1 + \frac{M_{a}}{M}\right)\left(\frac{\omega_{a}}{\omega_{s}}\right)^{2}\right]^{2} - 4\left(\frac{\omega_{a}}{\omega_{s}}\right)}\right\}}{2\left(\frac{\omega_{a}}{\omega_{s}}\right)^{2}}$$
(2.75)

Denklem 2.74 ve 2.75'te görüldüğü üzere, ω_1 ve ω_2 değerleri kütle oranına ve frekans oranına bağlıdır. ω_a/ω_s frekans oranının 0.5, 1 ve 2 değerleri için ω_1/ω_a ve ω_2/ω_a 'nın kütle oranına göre değişimleri Şekil 2.13'te gösterilmiştir. ω_1 ve ω_2 arasındaki farkın kütle oranı arttıkça arttığı rahatlıkla görülebilir.



Şekil 2.13. ω_1 ve ω_2 değerlerinin, frekans oranına ve kütle oranına göre değişimi, (Rao, 2011)'den uyarlanmıştır.

2.2.2. Sönümlü DTS

Sönümsüz DTS'nin dezavantajı olan sistemdeki iki yeni rezonans durumu ve bu noktalardaki sistemin genliğinin teorik olarak sonsuza gitmesi durumunu ortadan kaldırmak amacıyla, Den Hartog tarafından 1928 yılında sönümlü DTS fikri öne sürülmüştür. DTS'ye sönüm elemanı ekleyerek, Frahm'ın 1911 yılında ortaya koymuş olduğu sönümsüz DTS'deki rezonans tepelerinin azalmasını sağlamıştır. Den Hartog'un önerdiği DTS modeli Şekil 2.14'te görülmektedir.



Şekil 2.14. Sönümlü DTS eklenmiş ana sistem.

Şekil 2.14'teki sistemin hareket denklemlerini elde edecek olursak;

$$M\ddot{x} + Kx + K_a(x - x_a) + \dot{C}_a(\dot{x} - \dot{x_a}) = F_0 \sin \omega t$$
(2.76)

$$M_a \dot{x_a} + K_a (x_a - x) + \dot{C_a} (\dot{x_a} - \dot{x}) = 0$$
(2.77)

Denklem 2.76 ve 2.77'nin çözüm kabulleri için Denklem 2.78 ve 2.79'daki gibi harmonik bir fonksiyon tanımlanabilir.

$$x(t) = X\sin\omega t \tag{2.78}$$

$$x_a(t) = X_a \sin \omega t \tag{2.79}$$

Denklem 2.78 ve 2.79, Denklem 2.76 ve 2.77'de yerlerine yazılırsa ve elde edilen denklemleri matris formunda yazacak olursak, Denklem 2.80 elde edilir.

$$\begin{bmatrix} K + K_a - M\omega^2 + j\omega C & -K_a + j\omega C \\ -K_a + j\omega C & K_a - M_a\omega^2 + j\omega C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X_a \end{bmatrix} \sin \omega t = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} \sin \omega t$$
(2.80)

Denklem 2.80'nin çözümüyle;

$$X = \frac{F_0(K_a - M_a\omega^2 + iC_a\omega)}{[(K - M\omega^2)(K_a - M_a\omega^2) - M_aK_a\omega^2] + i\omega C_a(K - M\omega^2 - M_a\omega^2)}$$
(2.81)

$$X_a = \frac{X(K_a + i\omega C_a)}{(K_a - M_a \omega^2 + i\omega C_a)}$$
(2.82)

Denklem 2.83'da belirtilen tanımlamaları yaparsak;

$$\gamma = \frac{M_a}{M}, \qquad \omega_a = \sqrt{\frac{K_a}{M_a}}, \qquad \omega_s = \sqrt{\frac{K}{M}}, \qquad f = \frac{\omega_a}{\omega_s}$$
$$r = \frac{\omega}{\omega_s}, \qquad c_{kr} = 2M_a \omega_s, \qquad \xi = \frac{C_a}{c_{kr}} \qquad (2.83)$$

Denklem 2.83'da verilen ifadeler; γ , absorber kütlesinin sistemin kütlesine oranını; ω_a , absorber frekansını; ω_s , sistemin frekansını; f, absorber frekansının sistemin frekansına oranını; r, zorlayıcı kuvvetin frekansı ile sistemin frekansının oranını; c_{kr} , kritik sönüm sabitini ve ξ ise absorber sönüm katsayısı ile kritik sönüm sabitinin oranını temsil etmektedir. Denklem 2.83'deki ifadeler kullanılarak Denklem 2.81 ve 2.82, Denklem 2.84 ve 2.85'deki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$\frac{X}{\delta_{statik}} = \sqrt{\frac{(2\xi r)^2 + (r^2 - f^2)^2}{(2\xi r)^2 (r^2 - 1 + \gamma r^2)^2 + [\gamma f^2 r^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2)]^2}}$$
(2.84)

$$\frac{X_a}{\delta_{statik}} = \sqrt{\frac{(2\xi r)^2 + f^4}{(2\xi r)^2 (r^2 - 1 + \gamma r^2)^2 + [\gamma f^2 r^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2)]^2}}$$
(2.85)

Denklem 2.84'den görüleceği üzere, ana sistemin titreşim genliği γ , *r*, *f* ve ξ değerlerine bağlıdır.

$$\left|\frac{X}{\delta_{statik}}\right| \tag{2.86}$$

Denklem 2.86 değerinin frekans oranına (r) göre değişimi Şekil 2.15'te gösterilmektedir. Şekil üzerinde f değeri 1, γ değeri 1/20 alınmıştır ve ξ 'nin farklı değerleri için çizdirilmiştir.



Şekil 2.15. Dinamik büyütmenin frekans oranına göre değişimi.

Şekil 2.15'ten görüldüğü üzere, DTS'nin sönüm elemanı iptal edilirse ($C_a = \xi = 0$), Şekil 2.12'deki gibi sistemin iki tane sönümsüz rezonans frekansı olur. Sönüm değeri ($\xi = \infty$) olursa sistem kütlesi ve absorber kütlesinin kenetlenerek sanki tek bir kütleli yapı gibi davrandığı durum ortaya çıkar. Bu şekildeki sistemin kütlesi, kendi kütlesi ve absorber kütlesinin toplamı kadar olur. Yapının rijitliği ise, esas kütlenin rijitliği (*K*) kadardır. Bu durumda, sistemdeki frekans oranı;

$$r = \frac{\omega}{\omega_s} = \frac{1}{\sqrt{1+\gamma}} = 0.9759 \tag{2.87}$$

değerini aldığında sistemin genliği sonsuza gider. Dikkat edilmelidir ki, sistemin genliği sönümün sıfır ve sonsuz olduğu durumda sonsuza gitmektedir. Sönüm değerininin bu sınırları arasındaki bir sönüm değeri için sistemin genliği minimum seviyede olacaktır. Bu sönüm değerini bulma problemi optimizasyon problemidir ve Den Hartog tarafından DTS'ye ait parametrelerin bulunması için 1956 yılında önerilmiştir.

2.3. Sürekli Sistemlerin DTS'lerde Kullanımı

DTS'nin temel mantığına göre doğal frekansa sahip herhamgi bir yapı bir başka sisteme eklenrek sönümleyici olarak kullanılabilmektedir. Bu noktadan hareketle bazı araştırmacılar, sonsuz sayıda doğal frekansa sahip sürekli sistemlerin de DTS olarak kullanılabileceği fikrini öne sürmüş ve bu konuda çalışmalar yapmışlardır. Kiriş, plak, kabuk vb gibi yapılar, titreşimi sönümlenmek istenen yapıya eklenerek DTS olarak kullanılmışlardır. Bu çalışmanın da temelini oluşturması açısından sürekli sistem olarak kiriş yapılar üzerinde durulacaktır. Kiriş yapıların ve katmanlı kirişlerin modellemesi yapılarak katmanlı kirişli sistemlerin DTS olarak modellenebilmesi açıklanmıştır.

2.3.1. Kiriş tipi yapıların absorber olarak kullanımı

Kütle-yay sisteminden oluşan bir DTS'yi yüksek frekanslara ayarlamak istediğimizde en basit titreşim teorisi olan $\omega = \sqrt{K/M}$ denklemine göre ya absorberin yay rijitliği artırılmalı ya da absorber kütlesi azaltılmalıdır. Ancak, ayrık TSD bir sistemde, yüksek yay rijitliği elde etmek zordur ve DTS kütlesinin azaltılması ise DTS'nin verimliliğinin azalmasına neden olabilir. Bu sebeple TSD bir DTS'nin yüksek frekanslara ayarlanması zor olabilmektedir. Bu zorluklardan kaçınmak için, yüksek frekansta çalışan sistemler için sonsuz sayıda doğal frekanslara sahip olan kiriş sistemlerini kullanmak uygun bir seçenek olacaktır. Ayrıca, sahip oldukları sonsuz sayıda doğal frekanstan dolayı, düşük frekanslardaki yapılar için de kirişlerin DTS olarak kullanılabilmesi mümkündür.

2.3.1.1. Kiriş tipi yapının hareket denkleminin elde edilmesi

Şekil 2.16'da gösterildiği gibi eğilme durumundaki ince bir kirişi ve kiriş elemanını ele alalım. Kirişin hareket denklemini Hamilton Prensibini kullanarak elde edebiliriz. Eğer w, kirişin uzunluğu boyunca herhangi bir x noktasındaki kirişin yer değiştirmesini belirtirse, kirişin yer değiştirmiş merkez çizgisinin eğimi $\partial w/\partial x$ şeklinde verilir. Kirişin düzlem kesiti, basit (ince) kiriş teorisine göre deformasyondan sonra da düzlem olarak kaldığından, nötr eksenden z mesafesinde bulunan bir fiberin kirişin enine yer değiştirmesinden (w) dolayı oluşan eksenel yer değiştirmesi (u) (A noktasının A' noktasına hareketi) Denklem 2.88 ile verilir (Rao, 2007).

$$u = -z\frac{\partial w}{\partial x} \tag{2.88}$$

Denklem 2.88 kullanılarak kirişin eksenel şekil değişimi;

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \tag{2.89}$$

denklemi ile verilir. Kiriş elemanında oluşan eksenel gerilme ise Denklem 2.90 ile verilir.



Şekil 2.16. Eğilme durumundaki kiriş elemanı.

$$\sigma_x = E\varepsilon_x = -Ez\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \tag{2.90}$$

Kiriş elemanında oluşan şekil değişimi enerjisi yani potansiyel enerji ise (V_e) ;

$$V_e = \frac{1}{2}\sigma_x \varepsilon_x = \frac{1}{2}Ez^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2$$
(2.91)

Denklem 2.91'i kirişin boyunca hesaplayacak olursak, yani kirişte meydana gelen toplam potansiyel enerjiyi (V) hesaplayacak olursak Denklem 2.92 elde edilir.

$$V = \iiint_{V} V_{e} dV = \int_{0}^{L} \frac{1}{2} E \iint_{A} \left[dA(x) z^{2} \right] \left(\frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} \right)^{2} dx$$
$$= \frac{1}{2} \int_{0}^{L} EI(x) \left(\frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} \right)^{2} dx$$
(2.92)

Denklem 2.92'de I(x), x doğrultusunda kiriş kesitinin alan eylemsizlik momentini göstermektedir ve Denklem 2.93'de verilmektedir (Rao, 2007).

$$I(x) = \iint\limits_{A} dA(x)z^2 \tag{2.93}$$

Kirişin kinetik enerji denklemini yazacak olursak;

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L m(x) \left[\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \right]^2 dx$$
(2.94)

Denklem 2.94'te, $m(x) = \rho A(x)$ kirişin birim uzunluğunun kütlesini ve ρ ise kirişin yoğunluğunu göstermektedir. Kirişe uygulanan yayılı yük f(x,t) 'nin yaptığı virtüel iş ise Denklem 2.95 ile verilmektedir (Rao, 2007).

$$\delta P(t) = \int_0^L f(x,t) \,\delta w(x,t) \,dx \tag{2.95}$$

x ve *t* ye göre integrasyon yapılırken bunlara karşılık gelen δ ve d/dx in veya δ ve d/dt operatörlerinin değiştirilebilir olması göz önünde bulundurularak her bir terim için varyasyonlar şu şekilde hesaplanabilir;

$$\delta V = \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \frac{1}{2} EI\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 dx \, dt = \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) dx \, dt$$
$$= \int_{t_1}^{t_2} \left[\left| EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta \frac{\partial w}{\partial x} \right|_0^L - \int_0^L \frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \delta\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right) \right]$$
(2.96)

Denklem 2.96'nın sağ tarafındaki terim açılırsa;

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) dx dt$$
$$= \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \delta w \Big|_0^L$$
$$- \int_0^L \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \delta w dx \right] dt$$
(2.97)

Denklem 2.97'deki terimlerin açılması sonucunda Denklem 2.98 elde edilir.

$$\delta V = \int_{t_1}^{t_2} \left[EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \Big|_0^L - \frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \delta w \Big|_0^L + \int_0^L \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \delta w dx \right] dt$$
(2.98)

Kinetik enerji teriminin varyasyonu alınacak olursa;

$$\delta T = \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \frac{1}{2} m(x) \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 dx dt$$

$$= \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L m(x) \frac{\partial w}{\partial t} \delta \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right) dx dt$$

$$= \int_0^L \left[\left(m \frac{\partial w}{\partial t}\right) \delta w \right]_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial}{\partial t} \left(m \frac{\partial w}{\partial t}\right) \delta w dt dt$$

$$= -\int_0^L \left[\int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial}{\partial t} \left(m \frac{\partial w}{\partial t}\right) \delta w dt dt dt dt dt$$

(2.99)

Denklem 2.98 ve 2.99'daki $\delta v(x, t_2) = \delta v(x, t_1) = 0$ olduğu dikkate alınırsa, Hamilton prensibi şu şekilde ifade edilebilir (Rao, 2007);

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - V + P) dt = 0 \tag{2.100}$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[-\int_0^L m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta w dx - EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \right]_0^L + \frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \delta w \Big|_0^L - \int_0^L \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \delta w dx + \int_0^L f \, \delta w \, dx \Big] dt = 0$$
(2.101)

Denklem 2.101 düzenlenirse;

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^l \left[-m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + f \right] \delta w dx dt + \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \delta w \Big|_0^L - EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \Big|_0^L \right\} dt = 0$$
(2.102)

Denklem 2.102'den aşağıdaki eşitlikler çıkarılabilir;

$$m\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - f = 0 \qquad 0 < x < L \qquad (2.103)$$

$$EI\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\Big|_0^L = 0$$
(2.104)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \delta w \Big|_0^L = 0$$
(2.105)

Denklem 2.103, kirişin eğilme titreşimlerinin hareketini tanımlayan diferansiyel denklemdir. Denklem 2.104 ve 2.105 ise sınır koşullarını tanımlamaktadır. Denklem 2.104'den;

$$EI\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$
 veya $\delta\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right) = 0$ $x = 0, \quad x = L$ (2.106)

elde edilir. Denklem 2.105'ten ise;

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(EI \ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) = 0$$
 veya $\delta w = 0$ $x = 0$, $x = L$ (2.107)

Denklem 2.106 ve 2.107, kiriş için serbest sınır koşullarını göstermektedir. Denklem 2.103'ü sabit ve düz kesitli bir kiriş için yeniden düzenleyecek olursak;

$$EI\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = f \qquad 0 < x < L \qquad (2.108)$$

denklemi elde edilir. Kirişin serbest titreşimi için f = 0 olması gerekir ve Denklem 2.108, Denklem 2.109'a indirgenir.

$$EI\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \qquad 0 < x < L \qquad (2.109)$$

Denklem 2.109'da, *EI* kirişin eğilme rijitliğini temsil eder ve ρA ise kirişin birim uzunluğu başına kütlesini gösterir. Denklem 2.109'daki *A* ve *I* sırasıyla, kirişin kesit alanını ve alan eylemsizlik momentini simgelemektedir.

Denklem 2.109, değişkenlerin ayrıştırılması yöntemi kullanılarak zaman ve konum değişkenlerine ayrıştırılabilir.

$$w(x,t) = W(x) \cdot T(t) \tag{2.110}$$

Denklem 2.110'u, 2.109'da yerine yazarsak;

$$EI\frac{d^4W(x)}{dx^4}T(t) + \rho A W(x)\frac{d^2T(t)}{dt^2} = 0$$
(2.111)

Denklem 2.111'i ω^2 gibi sabit bir sayıya eşitlersek ve $a^2 = EI/\rho A$ dersek;

$$\frac{a^2}{W(x)}\frac{d^4W(x)}{dx^4} = -\frac{1}{T(t)} \cdot \frac{d^2T(t)}{dt^2} = \omega^2$$
(2.112)

Denklem 2.112'den zaman ve konum değişkenlerine ayrıştırılmış iki adet denklem elde edilir.

$$\frac{d^4W(x)}{dx^4} - \frac{\omega^2}{\frac{a^2}{\beta^4}}W(x) = 0 \qquad \longrightarrow \qquad \beta^4 = \frac{\omega^2}{a^2} = \frac{\rho A \omega^2}{EI}$$
(2.113)

$$-\frac{1}{T(t)}\frac{d^2T(t)}{dt^2} = \omega^2 \qquad \longrightarrow \qquad \frac{d^2T(t)}{dt^2} + \omega^2T(t) = 0 \qquad (2.114)$$

Denklem 2.114'ün çözümü için homojen, adi diferansiyel denklem çözümünden faydalanılabilir.

$$s^2 + \omega^2 = 0 \quad - \rightarrow \quad s_1 = i\omega \quad \text{ve} \quad s_2 = -i\omega$$
 (2.115)

$$T(t) = A\cos\omega t + B\sin\omega t \qquad (2.116)$$

Denklem 2.116, zamana bağlı bir fonksiyon olduğundan dolayı A ve B katsayıları sistemin başlangıç koşullarından bulunabilir.

Denklem 2.113'ün çözümü için $W(x) = Ce^{sx}$ varsayımında bulunursak, Denklem 2.117'yi elde ederiz.

$$s^4 - \beta^4 = 0 \tag{2.117}$$

Denklem 2.117'nin köklerinin bulunup çözüm denkleminde yerine konulmasıyla konum fonksiyonunun çözümü, Denklem 2.118'deki gibi elde edilmiş olur.

$$W(x) = C_1 \cos\beta x + C_2 \sin\beta x + C_3 \cosh\beta x + C_4 \sinh\beta x \qquad (2.118)$$

Denklem 2.118'deki C_1 , C_2 , C_3 ve C_4 sabitleri kirişin sınır koşullarına bağlıdır ve kirişin sınır koşulu değiştiğinde değişir.

2.3.1.2. Bir ucu kütleli ankastre kiriş

Bir ucunda noktasal olmayan kütle taşıyan yani eylemsizlik kuvvetine ve dönme ataletine sahip kütle taşıyan bir kirişin hareket denklemlerini elde etmek için kütlenin eylemsizliği ve dönme ataleti Denklem 2.118'deki çözüme dahil edilmelidir (Şekil 2.17).



Şekil 2.17. Uç kütleli konsol kiriş.

Öncelikle, uç kütle ile kiriş bağlantı noktasındaki sınır koşulları elde edilmelidir. Uç kütlenin eylemsizlik kuvvetini ve dönme ataletini elde etmek için D'Alambert Prensibi'nden faydalanabiliriz. Şekil 2.18'de gösterildiği gibi uç kütlenin eylemsizliğini ve dönme ataletini kiriş ucuna etki eden bir kuvvet ve moment gibi düşünebiliriz. Bu noktadan hareketle uç kütlenin tüm noktalarının eylemsizliği ve dönme ataleti kiriş ucuna taşınabilir.



Şekil 2.18. Uç kütlenin y ekseni doğrultusundaki a) Doğrusal hareketi, b) B noktası etrafındaki dönme hareketi, Hongjin ve ark, (2014)'ten uyarlanmıştır.

Öncelikle, uç kütlenin eylemsizlik kuvveti yani ötelemeye karşı koyduğu kuvvet göz önüne alındığında tüm kuvvetler ve moment çiftleri, kirişle bağlantı noktası olan B'ye taşınabilir. Dinamikten ve noktasal kütlenin hareketi kavramlarından, uç kütlenin tüm noktalarının aynı ivmeyle hareket ettiği söylenebilir (Şekil 2.18.a). Uç kütle içindeki tüm noktaların hareketini B'ye taşırsak B noktasında bir eylemsizlik kuvveti ve atalet momenti oluşacaktır. Oluşan bu kuvvet ve moment, Denklem 2.119 ve 2.120 ile ifade edilebilir.

$$F_B^{\ 1} = \sum F_{Bi}^{\ 1} = -\sum m_i a_i = -\sum m_i a_G = -Ma_G$$
(2.119)

$$M_B^{\ 1} = \sum r_i \, x \, F_{Bi}^{\ 1} = -\sum r_i m_i \, x \, a_G = -Md \, x \, a_G \tag{2.120}$$

Denklem 2.119 ve 2.120'de a_G , uç kütlenin ağırlık merkezinin ivmesini gösterir. *M* değeri ise uç kütlenin ağırlık değeridir ve d ise uç kütle ağırlık merkezi ile kiriş bağlantı noktası arasındaki mesafeyi göstermektedir.

Daha sonrasında ise, uç kütlenin dönme hareketini modellemek için B noktasından geçen ve düzleme dik olan (z ekseni) bir eksen etrafında uç kütlenin döndüğünü varsayalım. Yine noktasal kütlenin hareketi kavramından uç kütlenin tüm noktalarının da aynı açısal ivmeyle döndüğü söylenebilir (Şekil 2.18.b.). Tüm noktaların dönme ataletini B noktasına indirgersek;

$$F_B^{2} = \sum F_{Bi}^{2} = -\sum m_i a_i^{T} = -\sum m_i (\alpha \ x \ r_i) = -M\alpha \ x \ d \qquad (2.121)$$

$$M_B{}^2 = \sum r_i x F_i{}^2 = -\sum m_i (r_i x \alpha x r_i) = -\alpha \sum m_i r_i{}^2$$

= -\alpha(J + Md²) (2.122)

Denklem 2.121 ve 2.122'deki α , açısal ivmelenmeyi, *J* ise uç kütlenin dönme ataletini göstermektedir. Denklem 2.119-2.122'deki denklemler kullanılarak uç kütlenin B noktasındaki toplam atalet kuvveti ve dönme ataleti bulunabilir.

$$F_B = M \frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial t^2} + M d \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial w(L,t)}{\partial x} \right)$$
(2.123)

$$M_B = Md \frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial t^2} + (J + Md^2) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial w(L,t)}{\partial x}\right)$$
(2.124)

Denklem 2.123 ve 2.124'deki w(L, t), konsol kirişle uç kütle bağlantı noktasındaki kirişin kesitine dik (y yönündeki) yer değiştirmeyi göstermektedir.

Uç kütleye ait sınır koşullarının elde edilmesinden sonra, uç kütleli kirişin hareket denkleminin çözümüne ve frekans denkleminin elde edilmesine geçilebilir. Denklem 2.109'daki kirişin hareket denklemine, ankastre uca ve uç kütleli uca ait aşağıdaki sınır koşulları uygulanabilir.

Kirişin x = 0 ucunda;

$$w(0,t) = 0, \quad w'(0,t) = 0$$
 (2.125)

Kirişin x= L ucunda;

$$EI\frac{\partial^3 w(L,t)}{\partial x^3} = M\frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial t^2} + Md\frac{\partial^3 w(L,t)}{\partial x \partial t^2}$$
(2.126)

$$EI\frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial x^2} = -(J + Md^2)\frac{\partial^3 w(L,t)}{\partial x \partial t^2} - Md\frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial t^2}$$
(2.127)

Denklem 2.109'un çözümü için $w = \breve{w}(x)co s(\omega t)$ biçiminde bir harmonik fonksiyon düşünürsek, Denklem 2.109, Denklem 2.128 haline gelir.

$$EI\breve{w}^{IV} - \rho A \omega^2 \breve{w} = 0, \qquad 0 < x < L \qquad (2.128)$$

Hesaplamaları basitleştirmek amacıyla aşağıdaki boyutsuz değişkenler tanımlanabilir;

$$\widetilde{w}(x) = W(\zeta), \qquad \beta^4 = L^4 \omega^2 \frac{\rho A}{EI}, \qquad \zeta = \frac{x}{L}$$
$$\mu = \frac{M}{\rho AL}, \qquad \lambda = \frac{(J + Md^2)}{\rho AL^3}, \qquad \eta = \frac{d}{L} \qquad (2.129)$$

Denklem 2.129 ile verilen boyutsuz büyüklükler dikkate alınarak Denklem 2.128 yeniden yazılabilir.

$$W^{IV} - \beta^4 W = 0, \qquad 0 < \zeta < 1 \tag{2.130}$$

Aynı şekilde boyutsuzlaştırılmış sınır koşulları ise;

 $\zeta = 0$ için;

$$W(0) = 0, \qquad W'(0) = 0$$
 (2.131)

 $\zeta = 1$ için;

$$W''(1) = \lambda \beta^4 W'(1) + \mu \eta \beta^4 W(1)$$
(2.132)

$$W'''(1) = -\mu\beta^4 W(1) - \mu\eta\beta^4 W'(1)$$
(2.133)

Denklem 2.131-133'deki denklemlerdeki tırnak işareti ('), ζ değişkenine göre türevi ifade etmektedir. Denklem 2.130'daki adi diferansiyel denklemin çözümü, Denklem 2.134'deki gibi elde edilir.

$$W = D_1 \cos \beta \zeta + D_2 \sin \beta \zeta + D_3 \cosh \beta \zeta + D_4 \sinh \beta \zeta$$
(2.134)

Denklem 2.134'deki β , boyutsuz frekans parametresini göstermektedir. β parametresi ve D_i sabitleri, Denklem 2.131-2.133'deki sınır koşullarının Denklem 2.134'e uygulanmasıyla elde edilir (To, 1982). Sınır koşullarının Denklem 2.134'e uygulanmasıyla 4 adet cebirsel denklem elde edilir. Bu denklemler matris formatında;

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{bmatrix} = 0$$
(2.135)

şeklinde verilir. Denklem 2.135'deki terimler ise Denklem 2.136 ile verildiği şekildedir.

$$b_{11} = 1, \qquad b_{12} = 0, \qquad b_{13} = 1, \qquad b_{14} = 0$$

$$b_{21} = 0, \qquad b_{22} = \beta, \qquad b_{23} = 0, \qquad b_{24} = \beta$$

$$b_{31} = (c - \lambda\beta^{3}s + \mu\eta\beta^{2}c), \qquad b_{32} = (s + \lambda\beta^{3}c + \mu\eta\beta^{2}s)$$

$$b_{33} = (-ch + \lambda\beta^{3}sh + \mu\eta\beta^{2}ch), \qquad b_{34} = (-sh + \lambda\beta^{3}ch + \mu\eta\beta^{2}sh)$$

$$b_{41} = (-s - \mu\beta c + \mu\eta\beta^{2}s), \qquad b_{42} = (c - \mu\beta s - \mu\eta\beta^{2}c)$$

$$b_{43} = (-sh - \mu\beta ch - \mu\eta\beta^{2}sh), \qquad b_{44} = (-ch - \mu\beta sh - \mu\eta\beta^{2}ch) \qquad (2.136)$$

Denklem 2.136'daki $c = cos\beta$, $ch = cosh\beta$, $s = sin\beta$, $sh = sinh\beta$ parametrelerini göstermektedir. Denklem 2.135'de verilen denklem basit olmayan bir çözüme sahiptir ve D_i değerleri genellikle sıfırdan farklı olduğundan, katsayı matrisinin determinantı sıfıra eşitlenerek çözüm bulunabilir.

$$\det[b_{ij}] = 0 \tag{2.137}$$

MATLAB gibi sembolik hesaplamalar yapabilen bir bilgisayar programı kullanılarak, uç kütlelerin eylemsizliğinin ve dönme ataletinin dahil edildiği kiriş için frekans denklemini Denklem 2.138'deki gibi bulabiliriz.

$$(\lambda \mu - \mu^2 \eta^2 + \mu^2 \eta^2 \cos(\beta) \cosh(\beta) - \lambda \mu \cos(\beta) \cosh(\beta)) \beta^4 + (-\lambda \cos(\beta) \sinh(\beta) - \lambda \cosh(\beta) \sin(\beta)) \beta^3 + (-2 \mu \eta \sin(\beta) \sinh(\beta)) \beta^2 + (\mu \cos(\beta) \sinh(\beta) - \mu \cosh(\beta) \sin(\beta)) \beta + \cos(\beta) \cosh(\beta) + 1 = 0$$
(2.138)

Bu noktadan sonra, elde edilen frekans denklemini doğrulamak için birkaç durumu dikkate alabiliriz:

<u>1. Durum:</u> Uç kütlenin eylemsizliğinin ve dönme ataletinin, kirişin frekans denklemine dahil edildiği durumu dikkate alalım. Fakat, uç kütlenin ağırlık merkezi ile kirişin bağlanma noktasının çakışık olduğunu varsayarsak d = 0, $\lambda \neq \eta \neq \mu \neq 0$ olur. Denklem 2.138'de elde ettiğimiz frekans denklemine bu durumları dahil edersek Denklem 2.139'u elde ederiz.

$$(1 - \cos(\beta)\cosh(\beta))\lambda \mu \beta^{4} + (-\cos(\beta)\sinh(\beta) - \cosh(\beta)\sin(\beta)) + (\cos(\beta)\sinh(\beta) - \cosh(\beta)\sin(\beta))\mu\beta + \cos(\beta)\cosh(\beta) + 1 = 0$$
(2.139)

Denklem 2.139, Erturk ve Inman'ın (2011) bulduğu denklemle aynıdır.

<u>2. Durum:</u> Noktasal uç kütleli konsol kiriş durumunu dikkate alacak olursak $\lambda = \eta = 0, \mu \neq 0$ olur. Bu durumda, elde edilen frekans denklemi;

$$1 + \frac{1}{\cos\beta\cosh\beta} + \mu\beta(\tanh\beta - \tan\beta) = 0$$
(2.140)

olur. Bu frekans denklemi de Rao'nun (2007) denklemiyle aynı olur.

<u>3. Durum:</u> Uç kütlesiz konsol kiriş durumunu ele alacak olursak bu durumda da $\lambda = \eta = \mu = 0$ olacaktır. Bu değerler frekans denkleminde yerine konulduğunda elde edilen denklem;

$$1 - \cos\beta \cosh\beta = 0 \tag{2.141}$$

olur. Bu denklem literatürde konsol kiriş frekans denklemi olarak bilinen genel bir denklemdir (Rao, 2011).

Denklem 2.138 çözüldüğünde boyutsuz frekans parametreleri kolaylıkla elde edilebilir. Daha sonra elde edilen boyutsuz frekans parametreleri kullanılarak kirişin mod şekilleri elde edilebilir. Denklem 2.134'deki D_1 değeri 1 alınarak ve geri kalan katsayılar da D_1 'e bağlı olarak elde edilerek kirişin mod şekil fonksiyonu Denklem 2.142'deki gibi elde edilir.

$$W_i = \cos(\beta\zeta) - \cosh(\beta\zeta) - \frac{\sin(\beta\zeta)\sigma_2}{\sigma_1} + \frac{\sinh(\beta\zeta)\sigma_2}{\sigma_1}$$
(2.142)

Denklem 2.142'deki σ_1 ve σ_2 değerleri aşağıdaki gibidir.

$$\sigma_{1} = \sin(\beta) + \sinh(\beta) + \beta^{3} \lambda \cos(\beta) - \beta^{3} \lambda \cosh(\beta) + \beta^{2} \eta \mu \sin(\beta) - \beta^{2} \eta \mu \sinh(\beta)$$
(2.143)

$$\sigma_{2} = \cos(\beta) + \cosh(\beta) - \beta^{3} \lambda \sin(\beta) - \beta^{3} \lambda \sinh(\beta) + \beta^{2} \eta \mu \cos(\beta) - \beta^{2} \eta \mu \cosh(\beta)$$
(2.144)

2.3.1.3. Katmanlı kirişin modellenmesi

E(x)I(x) olarak gösterilen eşdeğer eğilme rijitliği ifadesi, n katmanlı bir yapı için, bu katmanların özellikleri dikkate alınarak şu şekilde formüle edilebilir (Hüseyinoğlu ve ark, 2019):

$$E(x)I(x)_{eş} = E_1(x)I_1(x) + E_2(x)I_2(x) + \dots + E_n(x)I_n(x)$$
(2.145)

Şekil 2.19.a'da görülen, üst ve alt katmandan oluşan simetrik iki katmanlı kiriş durumunda Denklem 2.145'i şu şekilde yeniden ifade edebiliriz:

$$E(x)I(x)_{es} = E_{\ddot{u}}(x)I_{\ddot{u}}(x) + E_a(x)I_a(x)$$
(2.146)

Denklem 2.146'da $E_{\ddot{u}}(x)I_{\ddot{u}}(x)$ ve $E_a(x)I_a(x)$ sırasıyla üst ve alt yüzeyin eğilme rijitliğini temsil etmektedir. Şekil 2.19.b'de görülen iki yüzey tabakası ve bir orta tabaka içeren simetrik üç katmanlı bir kiriş durumunda, Denklem 2.145 şu şekilde ifade edilebilir:

$$E(x)I(x)_{es} = 2E_y(x)I_y(x) + E_o(x)I_o(x)$$
(2.147)

Denklem 2.147'deki $E_y(x)I_y(x)$ ve $E_o(x)I_o(x)$ sırasıyla yüzey tabakalarının ve orta tabakanın eğilme rijitliğini temsil eder.



Şekil 2.19. a) İki katmanlı ve b) Üç katmanlı konsol kiriş.

Düzgün kesitli, izotropik malzemeli, simetrik $(E_{\ddot{u}}(x)I_{\ddot{u}}(x) = E_a(x)I_a(x))$, iki katmanlı bir kiriş için Denklem 2.146'yı şu şekilde yeniden yazabiliriz:

$$EI_{es} = 2E_{\ddot{u}}I_{\ddot{u}} \tag{2.148}$$

Burada önemli olan $I_{\ddot{u}}$ 'nün katmanlı kirişin nötr eksenine göre hesaplanmasıdır. Bunu dikkate alarak, Denklem 2.148'i açarsak iki katmanlı simetrik kiriş için eşdeğer eğilme rijitliği;

$$EI_{eş} = 2E_{\ddot{u}} \left[w_{\ddot{u}} \frac{h_{\ddot{u}}^{3}}{12} + w_{\ddot{u}} h_{\ddot{u}} \left(\frac{h_{\ddot{u}}}{2}\right)^{2} \right]$$
(2.149)

Denklem 2.149'daki $w_{\ddot{u}}$ kirişin genişliğini, $h_{\ddot{u}}$ ise yüksekliğini temsil etmektedir. Aynı şekilde düzgün kesitli ve izotropik malzemeye sahip simetrik üç katmanlı bir kiriş için Denklem 2.147 şu şekilde yeniden ifade edilebilir:

$$EI_{eş} = 2E_y \left[w_y \frac{h_y^3}{12} + w_y h_y \left(\frac{h_y + h_o}{2}\right)^2 \right] + E_o w_o \frac{h_o^3}{12}$$
(2.150)

Denklem 2.150'deki w_y yüzeydeki kirişin genişliğini, h_y ise yüzeydeki kirişin yüksekliğini temsil etmektedir. w_o orta katmandaki kirişin genişliğini, h_o ise orta katmandaki kirişin yüksekliğini göstermektedir.

3. DENEYSEL ÇALIŞMALAR

Bir sistem, dışarıdan etki eden dinamik bir uyarıya maruz kalıyorsa, bu sisteme dinamik sistem denilir ve günlük hayatta karşılaştığımız birçok sistem dinamik yüklere maruz kalırlar. Dinamik bir etkiye maruz kalan sistem, kütlesi, ivmesi ve etkiyen kuvvetin niceliğine göre hareket yapar. Eğer sistem, denge konumu civarında salınım hareketi yaparsa, yapının bu hareketine titreşim denilir ve titreşimin yapılar üzerinde birçok olumsuz etkisi bulunmaktadır. Bunların en başında da gürültü, yapının yorulması ve aşınması gelmektedir. Önlem alınmadığı taktirde, yapıdaki titreşimler, yapının hasara uğramasına, hatta yapının işlevini kaybetmesine neden olabilmektedir. Bu sebeple mühendislik yapılarının titreşim analizlerinin yapılması oldukça önem taşımaktadır.

Bir yapının titreşim analizinin yapılması, yapıya ait titreşim karakteristiklerinin belirlenmesini yani yapının doğal frekanslarının, mod şekillerinin ve sönüm oranlarının elde edilmesini kapsamaktadır. Özellikle de yapının doğal frekanslarının belirlenmesi, yapıyı rezonans tehlikesinden korumak için çok önemlidir. Yapıya etki eden uyarının frekansı, eğer yapının doğal frekansı ile çakışırsa yapıda rezonans denilen olay gerçekleşecek ve yapının titreşim genlikleri çok büyük olacaktır. Bunun sonucunda da yapı beklenilenden kısa sürede hasara uğrayacaktır. Bu sebeple, yapının tasarım aşamasında, yapının işletim şartları da dikkate alınarak titreşim analizinin yapılması büyük önem taşımaktadır. Yapının titreşim karakteristiklerinin elde edilmesi için yapılan analize modal analiz denilmektedir. Modal analiz, yapının analitik modelinin oluşturularak sayısal olarak yapılabileceği gibi yapı üzerinde deneysel olarak da gerçekleştirilebilir.

Bu bölümde, öncelikle deneysel modal analiz hakkında bilgi verilecek, daha sonra ise farklı kiriş kombinasyonları ve farklı uç kütleler ile yapılan DTS'lerin yapısal özellikleri açıklanarak oluşturulan DTS'lerin doğal frekanslarının ve sönüm oranlarının elde edilmesi için kurulan deneysel düzenekten bahsedilecektir. Son olarak ise, ana yapıya eklenen DTS'lerin zorlanmış titreşimi için kurulan deney düzeneği hakkında bilgi verilecektir.

3.1. Deneysel Modal Analiz

Modal analiz, bir sistemin veya yapının dinamik davranışını incelemek için kullanılan bir mühendislik yöntemidir. Modal analizin temel amacı, bir sistemin serbest titreşim modlarını ve bu modlara ait frekansları tanımlamak ve sistemin dinamik tepkisini daha iyi anlamaktır. Modal analizle elde edilen yapıya ait titreşim verileri, mühendislerin yapıların titreşim özelliklerini değerlendirmelerine, tasarımlarını optimize etmelerine ve yapısal problemleri çözmelerine yardımcı olmaktadır.

Modal analiz yöntemi, genellikle bir yapı üzerindeki dış kuvvetlerin etkisi altında sistemin nasıl tepki verdiğini incelemek, tasarım hatalarını tespit etmek veya bir yapının titreşim yükleri gibi dış etkenlere karşı mukavemetini değerlendirmek amacıyla kullanılır. Çok serbestlik dereceli bir sistemin serbest veya zorlanmış titreşim cevabını belirlemek için bir sistemin dinamik katılık matrisinin tersinin her ω frekans noktası için hesaplanması oldukça zaman alıcı ve zahmetli bir işlemdir. Ancak, modal analiz yöntemiyle, yapının dinamik analizindeki bu olumsuzluklar önemli ölçüde azaltılmaktadır. Modal analiz, çok serbestlik dereceli bir sistemin dinamik davranışını gösteren modal parametrelerin belirlenmesi sürecidir. Bu modal parametreler ise, sistemin öz değerleri (doğal frekansların kareleri) ve öz vektörleri (sistemin mod şekilleri) 'dir. Sisteme etki eden herhangi bir uyarının olmadığı durumlarda ise sistem serbest titreşim hareketi yapar ve serbest titreşim hareketinin modal analizi sonucunda ise sisteme ait doğal frekanslar ve mod şekilleri elde edilmektedir.

Sönümlü bir sistemin zorlanmış titreşimine ait hareket denklemi;

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = F(t)$$
(3.3)

Denklem 3.1'de $F(t) = \delta(t - t_0)$ birim impuls fonksiyonu kabulü yapılıp çözümü için Laplace dönüşümü yapılırsa sistemin çıkış verisiyle sisteme uygulanan uyarı arasındaki etkileşimi ifade eden transfer fonksiyonu (TF);

$$TF = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{(Ms^2 + Cs + K)}$$
(3.2)

denklemiyle elde edilir.

1900'lü yılların başında demiryolu raylarındaki hasarların tespiti için çekiç darbeleriyle oluşturulan titreşimlerin dinlenerek belirlenmesine dayanan deneysel modal analiz yöntemi, günümüzde yapıların dinamik özelliklerini belirleme sürecinde yaygın olarak kullanılan bir yöntem haline gelmiştir. Özellikle de günümüzde bilgisayar teknolojisinin ilerlemesi ve bilgisayar destekli ölçüm cihazlarının kullanımının artmasıyla, deneysel modal analiz yöntemi sanayi alanında yaygın kullanılan bir test biçimi haline gelmiştir. Bu yöntem sayesinde, yapıların dinamik özellikleri olarak adlandırılan doğal frekanslar, mod şekilleri ve sönüm oranları deneysel olarak elde edilebilmektedir. Teorik analiz sırasında yapılan varsayımların gerçek çalışma şartlarında sağlanıp sağlanmadığının belirlenmesinde ve teorik analizi zor olan sistemlerin dinamik özelliklerinin deneysel olarak belirlenmesinde kullanılması gibi nedenlerle bu yönteme olan talep giderek artmıştır.

Deneysel modal analiz yöntemiyle, yapının titreşim karakteristikleri olan doğal frekansları, mod şekilleri ve frekanslara ait sönüm oranları elde edilebilir. Böylelikle, matematiksel olarak modellenen ve analitik olarak titreşim karakteristikleri elde edilen bir sistem için, deneysel modal analizle analitik modelin gerçek çalışma şartlarını temsil etme oranı da belirlenmiş olur. Analitik ve deneysel olarak elde edilen veriler arasındaki fark ne kadar küçük olursa analitik modelin gerçek sistemi temsil etme kabiliyeti de o derecede yüksek olur. Ayrıca deneysel modal analiz, analitik olarak belirlenemeyen veya analitik denklemlere dahil edilmesi zor olan dinamik karakteristiklerin de belirlenemesinde önemli rol oynar (Doğanay Katı, 2018).

Bir yapının doğal frekansları ve mod şekilleri, yapının kütlesi, ataleti ve rijitliği gibi yapının fiziksel özelliklerine bağlıdır. Ayrıca, bir yapının doğal frekansları ve mod şekillerinin belirlenmesi, yapının zorlayıcı kuvvetler altındaki tepkisinin belirlenmesinde de önemli rol oynar. Çünkü yapıya etkiyen kuvvetin frekansı ile yapının frekansının çakışması durumunda yapı rezonansa girecek ve bunun sonucunda ise yapı hasara uğrayacaktır. Bu sebeple yapıya etkiyen kuvvetlerin olumsuz etkilerini en aza indirgemek için, yapının tasarım aşamasında teorik modal analizinin veya çalışma şartlarında deneysel modal analizinin yapılması önemli mühendislik gereksinimlerindendir.

Deneysel modal analiz yönteminde, yapıya önce uygun sınır şartları uygulanır. Bu sınır şartları, serbest-serbest sınır şartlarını sağlayacak şekilde elastik iplerle yapıyı asmak olabileceği gibi konsol şartlarına uygun olarak yapıyı bir ucundan sabitlemek de olabilir. Yapıya kuvvet uygulanacak noktalar ve yapının tepkisinin ölçüleceği noktalar, yapının geometrisine ve sınır şartlarına göre belirlenir. Bu noktaların belirlenmesi işlemine, ölçüm için ağ yapısı oluşturma da denilmektedir. Daha sonra ise başlık kısmına kuvvet ölçer yerleştirilmiş bir darbe çekiciyle veya uyguladığı kuvvet belirli olan bir modal sarsıcı ile yapıya belirlenen noktalardan tahrik kuvveti uygulanır. Uygulanan bu kuvvet, kuvvetölçer ile zaman düzleminde ölçülür. Kuvvet uygulanan yapı, geometrisine, sınır koşullarına ve malzeme yapısına bağlı olarak titreşim yapar. Yapının uygulanan etkiye göstermiş olduğu tepkisi ise önceden belirlenen ölçüm noktalarına bağlanan ivmeölçerler vasıtasıyla eşzamanlı olarak elde edilir (Ewins, 2001). Elde edilen tepki ve etki fonksiyonlarının Fourier dönüşümlerinin bir sinyal analizörü ile yapılması ve birbirine oranlanmasıyla yapıya ait frekans cevap eğrileri deneysel olarak elde edilmiş olur.

3.1.1. Deneysel modal analizde kullanılan ölçüm elemanları

Deneysel modal analiz yöntemi, bir yapının titreşim karakteristiklerinin belirlenmesi, makine elemanlarının titreşim analizi, taşıtların titreşim problemleri gibi birçok mühendislik alanında sıklıkla kullanılan bir yöntemdir (Maia ve Montalvão e Silva, 1997). Bir yapının frekans ölçümü yapılırken frekans cevabı verisinin doğru bir şekilde elde edilebilmesi için dikkat edilmesi gereken bazı durumlar vardır (McConnell, 1995). Öncelikli olarak dikkat edilmesi gereken en önemli etkenlerin başında frekansı ölçülecek sisteme, kuvvetin uygulanma biçimidir. Kuvvetin uygulama şekli ve yapı üzerinde kuvvet uygulanacak noktaların doğru seçilmesi frekans cevabı verilerinin güvenilirliğini doğrudan etkilemektedir.

Deneysel modal analiz yönteminde sisteme kuvvet uygulamak için modal çekiç veya modal sarsıcı kullanılmaktadır. Modal çekiç veya modal sarsıcı kullanmanın kendilerine göre olumlu ve olumsuz yönleri bulunmaktadır. Modal analiz sonuçlarının düzgün ve güvenilir bir şekilde elde edilebilmesi için yapıya kuvvet uygulama biçiminin de uygun seçilmesi gerekmektedir. Yapıyı tahrik etmek için modal sarsıcı kullanılması durumunda modal sarsıcı, yapıya kuvvet uygulanacak noktaya bağlanır. Modal sarsıcı; mıktanıs, mıknatıs içinde verilen akıma göre hareket eden bir mekanik blok ve blok içindeki çekirdekten oluşan bir sistemdir. Yapıyı tahrik etmek için gerekli olan kuvvet ve kuvvetin frekansı (rastgele, sinüs, beyaz gürültü veya periyodik vb.) sinyal üreticinde üretilerek sinyal yükselticisine (amplifier) gönderilir. Sinyal yükselticisi, gelen sinyali modal sarsıcı için gerekli olan sinyal aralığına yükselterek modal sarsıcıya gönderir. Gelen sinyalin büyüklüğüne ve frekansına göre sarsıcı, bağlanmış olduğu sistemi tahrik eder. Sarsıcı ile yapı arasına takılan bir kuvvetölçerle yapıya etki eden kuvvetin büyüklüğü ve yapıya bağlanan ivmeölçerlerle de yapının dinamik cevabı eşzamanlı olarak ölçülür. Elde edilen sinyaller, bir sinyal şartlandırıcısından geçirilerek filtreleme ve sinyal yükseltme yapılır. Daha sonra uygun yazılım programları veya algoritmalar kullanılarak yapının frekans cevabı verisi elde edilir. Modal sarsıcı kullanılması durumundaki deneysel modal analiz düzeneği şematik olarak Şekil 3.1'de gösterilmiştir. Modal sarsıcı kullanımı, kuvvet uygularken insan faktörünü devre dışı bıraktığından dolayı ölçüm süresini önemli ölçüde azaltır. Fakat yapıyla temas halinde olmasından dolayı yapıya uygulanan sınır koşullarını değiştirebileceği de unutulmamalıdır. Bu sebeple, özellikle de küçük ve hafif yapıların uyarılmasında modal sarsıcı kullanılması önerilen bir yöntem değildir.



Şekil 3.1. Modal sarsıcı (shaker) kullanılarak oluşturulan deneysel modal analiz düzeneği.

Yapıyı uyarmada kullanılan bir diğer yöntem ise yapıya modal çekiçle kuvvet uygulamaktır. Her bir ölçüm için yapıya belirli bir noktadan bir defa darbe uygulanır ve ölçüm süresi boyunca yapının darbeye verdiği tepki ölçülür. Yapıya etkiyen darbe kuvveti neticesinde yapı geniş bir frekans aralığında uyarılır ve bu frekans aralığında yapı titreşim hareketi yapar. Yapının dinamik tepkisinin ve yapıya etki eden kuvvetin ölçülerek birbirine oranlanmasıyla yapıya ait frekans verisi elde edilir. Yapıya uygulanan kuvvetin ölçülmesi modal çekiç ucundaki piezoelektrik sensör aracılığıyla yapılır. Modal çekiç ile yapılan testlerd, e modal çekicin yapıya bağlanması gibi bir durum olmadığından dolayı yapının dinamik özelliklerini değiştirmesi veya sınır koşullarını etkilemesi gibi bir durum söz konusu olmaz. Bu testin dezanvantajları ise yapıya etkiyecek kuvvetin büyüklüğü ve frekansı, modal sarsıcıdaki gibi ayarlanıp kontrol edilemez. Bu durum frekans cevabı sinyalinin kalitesini ve sinyal içindeki gürültüyü artırarak sinyal kalitesini etkiler. Diğer bir durum ise, ölçümü yapılacak yapının büyük olması ve üzerinden ölçüm yapılacak nokta sayısının fazla olması durumunda her bir ölçümün alınabilmesi için yapıya darbe uygulama gerekliliğidir ki bu durum da zaman kaybına neden olur. Bu sebeple ölçüm noktası sayısının fazla olduğu yapılarda modal çekiç yerine sarsıcı kullanımı tercih edilmelidir. Ayrıca, yapıyı uyarılacak noktalara tam olarak vuramama, yapının rijitliğinden dolayı darbeye tepki neticesinde yapının geri sekmesi ve çift darbe uygulanması da başka dezavantajları arasındadır. Her ne kadar basit görünse de, modal çekiçle darbe uygulamanın belirli bir beceri ve tecrübe gerektirmesi de unutulmamalıdır. Son olarak da yapıya etkiyecek kuvvet ayarlanamadığı için, yapının dinamik tepkisinde doğrusal olmayan (nonlineer) etkilere yol açacak şekilde yapıya kuvvet uygulanma ihtimalinin oluşmasıdır (He ve Fu, 2001). Modal çekiç kullanılması durumunda gerekli olan ölçüm elemanları Şekil 3.2'de gösterilmiştir.





Ayrıca, deneysel modal analizde çekiç kullanılması durumunda ölçülecek sistemin frekans aralığına göre çekiç ucu seçilmelidir. Eğer ölçümü yapılacak yapı metal gibi rijit bir yapı ise ve ölçüm yapılmak istenen frekans aralığı da yüksekse çekiç ucu için metal uç seçilmelidir. Yapı rijit fakat ölçümü yapılmak istenen frekans aralığı düşük ise yumuşak uç seçimi yapılmalıdır. Brüel & Kjaer firmasına ait 8206-002 model numaralı çekicin 3 adet ucuna (alüminyum, plastik ve kauçuk uç) ait özellikler Şekil 3.3'te verilmiştir (Brüel & Kjaer, 2023).



Şekil 3.3. Brüel&Kjaer 8206-002 modal çekice ait uçların (a) Kuvvet-zaman, ve (b) Frekans-genlik grafikleri.

Yapının titreşim cevabını elde etmek için kullanılan en yaygın deneysel elemanlardan biri de ivmeölçerlerdir. Titreşim ölçümlerinde genellikle ivmeölçer kullanılmasının yanısıra, elde edilmek istenen dinamik cevabın çeşidine göre hız veya deplasman ölçerleri de kullanılabilmektedir. İvmeölçerler, içerilerinde bulunan piezoelektrik eleman sayesinde üzerlerine gelen etkiyle elektriksel sinyal üretirler. Ürettikleri elektriksel sinyalin büyüklüğne göre yapıya etki eden zorlayıcı kuvvetin büyüklüğü de tespit edilebilmektedir. Yapının dinamik cevabının kalitesi, yapı ile ivmeölcer arasındaki temasa da bağlıdır. Yapı ile ivmeölçer arasındaki bağlantının rijit olması ölçüm kalitesini olumlu yönde etkilemektedir. İvmeölçerler, yapıya balmumu, mıknatıs veya mekanik vida ile monte edilebilmektedirler. Ayrıca, ölçümü yapılacak yapının ve ortamın sıcaklığı da ivmeölçerin ölçüm kalitesini etkileyen bir diğer faktördür. İvmeölçer, yüksek ısılara maruz kalacak bir ortamda çalışacaksa, sıcak ortamlarda çalışmaya uygun ivmeölçerler tercih edilmelidir. Ölçüm yapılacak frekans aralığı da ivmeölçer seçimi için bir diğer etkendir. Ölçüm yapılacak freans aralığının ivmeölçerin çalışma frekans aralığında olması gerekmektedir. Aksi takdirde, ölçüm yapılmak istenen frekans aralığı ile ivmeölçerin rezonans frekans aralığının çakışması durumunda, ivmeölçerden alınan veriler güvenilir olmayacaktır. İvmeölçer seçiminde son önemli etken ise, ivmeölçer kütlesinin, yapının kütlesine çok etki etmeyecek şekilde küçük olması gerekliliğidir. İvmeölçer kütlesinin yapının kütlesine oranı ihmal edilemeyecek seviyede ise, ivmeölçer yapının dinamik davranışını etkileyecektir ve elde edilen veriler yapının dinamik cevabını tam anlamıyla yansıtmayacaktır.

Frekans cevabının hassas bir şekilde elde edilebilmesi için, yapıya uygun sınır koşullarının belirlenmesi ve yapının uygun noktalardan tahrik edilmesi gereklidir.

Deneysel çalışmalarda ve frekans ölçümlerinde sıklıkla tercih edilen sınır koşullarından biri serbest sınır koşuludur. Serbest sınır koşulunda, yapı üzerinde herhangi bir sınır koşulu uygulanmaz; aksine, yapı mümkün olduğunca serbest bırakılmaya çalışılır. Bu amaçla, yapı genellikle çok esnek yaylarla veya uzamayan iplerle bir yere asılır veya bağlanır. Bu şekilde, yapı için serbest sınır koşulu oluşturulmaya çalışılır.

Deneysel modal analizde sıklıkla kullanılan bir diğer sınır koşulu ise ankastre sınır koşuludur. Ankastre sınır şartı koşulunda, yapı belirli kısımlarından bir yere sabitlenir. Ankastre sınır koşulunu uygulamak, yapının rijit ve esnek olmayan bağlantılar kullanılarak bağlanmasını gerektirdiğinden serbest sınır koşuluna göre uygulanması daha zordur. Bu sebeple, bu sınır koşulu kullanılarak yapılan analitik ve deneysel çalışmalar arasındaki hata farkı serbest sınır koşuluna göre daha yüksek çıkabilmektedir. Bu sebeple, bir yapının frekans ölçümlerinin yapılacağı sınır koşulları, yapıya uygun olacak şekilde önceden dikkatlice planlanmalı ve ölçümler bu sınır koşullarında gerçekleştirilmelidir (Ewins, 2001).

Frekans verisinden yapının sönüm oranlarının, mod şekillerinin ve doğal frekanslarının belirlenmesi için değişik yöntemler bulunmaktadır. Bunlardan bazıları; en küçük kareler metodu (least squares method), ters FFT (inverse FFT), Dobson Yöntemi, çember uydurma (circle fit) ve tepe tutma (peak-picking) yöntemidir. Bu tez çalışmasında kullanılan sinyal analiz programı, sönüm oranını belirlemek için tepe tutma metodunu kullandığı için tepe tutma metodunun teorisinden kısaca bahsedilecektir.

3.1.2. Tepe tutma metodu

Tepe tutma metodunda, (peak picking) yapının frekans sinyalinden yapıya ait modal sabitler ve sönüm oranları elde edilebilmektedir. Bu yöntemin bir diğer adı da yarıgüç bant genişliği (half-power bandwith) metodudur. Bu yöntemde, öncelikle yapının hangi doğal frekansındaki sönümü elde edilmek isteniyorsa frekans cevabı sinyalindeki pike karşılık gelen frekans belirlenir. Mesela frekans cevabı sinyalinde k. pik noktasına karşılık gelen frekans değeri ω_k olsun. Bu değer aynı zamanda yapının rezonans frekansı olduğu için bu frekansa karşılık gelen genlik değerine yapının Q*faktörü* veya *kalite faktörü* değeri de denilmektedir. Bu genlik noktasındaki sinyalin noktalar frekans sinyali üzerinde belirlenir (Şekil 3.4). Frekans sinyali üzerindeki bu noktalara yarım güç noktaları da denilmektedir. Bu noktalara karşılık gelen doğal frekans değerlerine de ω_{k1} ve ω_{k2} frekansları diyelim. ω_{k1} ve ω_{k2} frekansları arasındaki fark aynı zamanda sistemin *bant genişliği*dir. Bu noktalar kullanılarak yapının kalite faktörü (Q_k), sönüm kayıp faktörü (η_k) ve sönüm oranı (ξ_k) aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$\eta_k = \frac{\omega_{k2}^2 - \omega_{k1}^2}{2\omega_k^2} \approx \frac{\omega_{k2} - \omega_{k1}}{\omega_k}$$
(3.3)

$$\xi_k = \frac{\omega_{k2}^2 - \omega_{k1}^2}{4\omega_k^2} \approx \frac{\omega_{k2} - \omega_{k1}}{2\omega_k}$$
(3.4)

$$Q_k \cong \frac{1}{2\xi_k} \cong \frac{\omega_k}{\omega_{k2} - \omega_{k1}}$$
(3.5)

Denklem 3.3 kullanılarak modal sabitin (C_k) yaklaşık değeri, ω_k değerine karşılık gelen pik noktasındaki frekans genliği kullanılarak;

$$C_k = \alpha_{max} \eta_k {\omega_k}^2 \tag{3.6}$$

denklemiyle hesaplanır. Viskoz sönüm durumunda ise;

$$C_k = 2\alpha_{max}\xi_k \omega_k^2 \tag{3.7}$$

denklemi kullanılarak modal sabit yaklaşık olarak tahmin edilebilir. Tepe tutma metodunun basitliğinden dolayı, frekans verisinin analiz sonuçları çok hızlı bir şekilde elde edilebilmektedir.



Şekil 3.4. Frekans-genlik grafiği üzerinde tepe tutma (peak-picking) yönteminin gösterilişi, He ve Fu (2001)'den uyarlanmıştır.

3.2. Katmanlı Kirişli DTS'lerin Oluşturulması

Analitik olarak frekans denklemi elde edilen katmanlı-kirişli DTS'lerin frekans denklemini doğrulamak amacıyla, tabakaları farklı kiriş malzemelerinden oluşan DTS'ler oluşturulmuştur. Oluşturulan katmanlı kirişlere farklı uç kütleler eklenerek DTS ağırlığı ve frekansı değiştirilmiştir. Böylelikle, analitik modellemede denklemlere dahil edilen uç kütlenin dönme ataletinin etkisinin deneysel olarak incelenmesi amaçlanmıştır. Katmanlı kirişli DTS'lerin oluşturulmasında kullanılan kirişler Şekil 3.5'te gösterilmektedir. Kirişler 150 mm uzunluğunda ve 20 mm genişliğinde kesilmiştir. Kiriş-1'in malzemesi galvaniz kaplı sac, Kiriş-2'nin malzemesi 1050H alüminyum, Kiriş-3'ün malzemesi CW024A bakır ve Kiriş-4'ün malzemesi ise CuSn6 bronzdur. DTS'yi oluşturmada kullanılan uç kütleler ise farklı uzunluk ve yüksekliklerde St37 yapı çeliğinden kesilerek elde edilmiştir (Şekil 3.6). Kirişlerle uç kütlelerin sağlam bir şekilde bağlantısının yapılabilmesi için uç kütlelere 3 mm genişliğinde ve 5 mm derinliğinde freze tezgahında yuva açılmıştır. Katmanlı kirişler ve uç kütleler birbirlerine sağlam bir şekilde yapıştırılarak uç kütleli ve tabakalı kiriş konfigürasyonları elde edilmiştir.



Şekil 3.5. Katmanlı kirişlerin oluşturulmasında kullanılan kirişler.



Şekil 3.6. DTS'lerin oluşturulmasında kullanılan uç kütleler.

Deneysel araştırmada kullanılan kiriş ve uç kütlelere ait mekanik ve fiziksel özellikler Tablo 3.1 ve 3.2'de ayrıntılı olarak verilmektedir. İki katmandan oluşan kiriş yapısında, üst ve alt yüzeylerde Kiriş-1 kullanılmıştır (Şekil 3.7.a). Üç katmanlı kiriş yapısında ise yüzeylerde Kiriş-1, orta katmanda ise Kiriş-2, Kiriş-3 ve Kiriş-4'ten oluşan farklı kiriş konfigürasyonları kullanılmıştır (Şekil 3.7.b). Bu sayede, 4 farklı kiriş konfigürasyonu elde edilmiştir. K1K1, iki katmanlı bir kirişi temsil ederken, K1K2K1, K1K3K1 ve K1K4K1 üç katmanlı kiriş konfigürasyonlarını temsil etmektedir. Ek olarak, Tablo 3.2'de özellikleri verilen her bir uç kütle, kiriş konfigürasyonlarına eklenerek toplam 16 farklı DTS elde edilmiştir. Daha sonra ise, elde edilen DTS'ler, doğal frekansları tespit edilmek üzere deneysel modal analiz testine tabi tutulmuşlardır. Tablo 3.3'te ise, oluşturulan katmanlı kirişlerin eşdeğer eğilme rijitlikleri (EI_{eş}) verilmiştir. Katmanlı kirişlerin eşdeğer eğilme rijitlikleri, Bölüm 2.3.1.3'te verilen denklemlere göre hesaplanmıştır.



Şekil 3.7. (a) İki katmanlı ve (b) Üç katmanlı konsol kiriş yapıları.

Mekanik ve fiziksel özellikler	Kiriş-1	Kiriş-2	Kiriş-3	Kiriş-4
Elastisite modülü, E (GPa)	207	70	115	100
Yoğunluk, (kg/m ³)	7900	2750	8900	8895
Uzunluk, L (mm)	150	150	150	150
Genişlik, w (mm)	20	20	20	20
Kalınlık, t (mm)	0.7	0.8	0.3	0.8
Ağırlık (gr)	16.66	6.8413	7.8143	21.349

Tablo 3.1. DTS'de kullanılan kirişler ve özellikleri.

Tablo 3.2. DTS'de kullanılan uç kütleler ve mekanik özellikleri.

Mekanik ve fiziksel özellikler	Uç kütle-1	Uç kütle-2	Uç kütle-3	Uç kütle-4
Elastisite modülü, E (GPa)	210	210	210	210
Yoğunluk, (kg/m ³)	7800	7800	7800	7800
Uzunluk, L (mm)	10.92	15.50	10.40	15.10
Genişlik, w (mm)	19.83	19.81	29.84	29.84
Kalınlık, t (mm)	30.09	29.75	29.86	29.85
Mass, (gr)	45.92	65.41	68.10	100.95
Uzaklık (kiriş uç noktası ile uç kütle ağırlık merkezi arası), e, (mm)	0.46	2.75	0.2	2.55
Dönme ataleti, <i>J</i> , (kg.m ²) (uç kütle bağlantı noktasına göre, K)	5.290x10 ⁻⁶	10.062x10 ⁻⁶	7.515 x10 ⁻⁶	15.168 x10 ⁻⁶

Tablo 3.3. Katmanlı kirişler için hesaplanan eşdeğer eğilme rijitlikleri.

Kiriş konfigürasyonu	EI _{eş} (GPa.m ⁴)
K1K1	0.946
K1K2K1	3.556
K1K3K1	1.69
K1K4K1	3.496

3.3. Katmanlı Kirişli DTS'lerin Frekanslarının Ölçülmesi

Oluşturulan katmanlı kirişli DTS'lerin deneysel modal analiz ölçümlerini yapmak amacıyla Şekil 3.8'de şematik olarak gösterilen deney düzeneği oluşturulmuştur. Katmanlı kiriş oluşturmak için kirişler birbirlerine sıkı bir şekilde yapıştırılmış ve oluşturulan katmanlı kirişlerin ucuna da uç kütle yapıştırılarak DTS oluşturulmuştur. DTS'lerin deneysel modal analiz ölçümü konsol kiriş şartlarına göre yapılmıştır (Şekil 3.9).



Şekil 3.8. Deney düzeneğinin şematik gösterimi; 1) uç kütleli katmanlı konsol kiriş,
2) Tek eksenli ivmeölçer, 3) Darbe çekici, 4) Photon+ veri toplama ve sinyal işleme cihazı 5) Sinyal analiz yazılımına sahip bilgisayar.

Geleneksel modal analiz yöntemini kullanılarak (Ewins, 2001), çeşitli uç kütlelere sahip katmanlı konsol kirişlerin ilk üç doğal frekansı belirlenmiştir. Bu yöntem, yapıya kuvvet genliği bilinen bir sarsıcı veya çekiç ile kuvvet verilmesini ve yapının tepkisinin bir ivmeölçer aracılığıyla elde edilmesini içerir. Yapıya uygulanan kuvvetin ve yapıdan elde edilen titreşim genliklerinin Fourier dönüşümü yapılıp birbirine oranlanmasıyla yapıya ait frekans cevap eğrisi elde edilir. Frekans cevabı verileri kullanılarak yapıya ait doğal frekanslar, mod şekilleri ve sönüm oranları elde edilmiş olur.



Şekil 3.9. Katmanlı konsol kirişlerin frekanslarının ölçümüne ait deney düzeneği.

Deneysel modal analizde, Brüel&Kjaer firmasına ait Photon+ veri toplama sistemi ve RT Pro Photon+ veri analiz yazılımı kullanılmıştır (Şekil 3.10). Veri toplama kartının 1 numaralı ucuna modal çekiçten gelen sinyal, 2 numaralı ucuna ise ivmeölçerden gelen sinval takılmıştır. Yazılım içerisinde, sensörlere ait hassasiyet değerleri ve sensör tipleri sensörlerin bağlı olduğu kanallara girilerek kanallar tanıtılmıştır. Ayrıca, frekans aralığı, örnekleme frekansı, frekans çözünürlüğü, ölçüm süresi vb. gibi özellikler de belirtilmiştir. Frekans aralığı yapının istenilen frekanslarını görecek şekilde girilmelidir. İki katmanlı kirişler için 0-800 Hz frekans aralığı belirlenirken, üç katmanlı kirişler için ise 0-1200 Hz frekans aralığı belirlenmiştir. Frekans çözünürlüğü değeri ise frekansların belirgin bir şekilde elde edilmesini sağlayacak şekilde olmalıdır. Bu sebeple iki frekans aralığı 4 eşit parçaya bölünecek şekilde 0.25 Hz frekans cözünürlüğü seçilmiştir. Yani 0-800 Hz frekans aralığı 3200 eşit parçaya bölünmüştür. Ölçüm süresi ise yapıdan yeterince veri almaya yetecek şekilde olmalı ve sinyal analiz donanımının kapasitesini zorlamamalıdır. Yüksek ölçüm süreleri ve yüksek çöznürlükler (0.1 Hz vb.) sinyal analizörünün verileri işleme süresini geciktireceğinden dolayı ölçüm süresini artıracaktır. Diğer bir ölçüm ayarı ise elde edilen frekanslardaki gürültüyü azaltmak için belirli sayıdaki ölçümün ortalamasının alınmasıdır. Bu şekilde, ölçülen frekans netliği artacak ve rezonans frekans değerleri daha belirgin olacaktır. Bu sebeple, yapılan 5 ölçümün ortalaması alınacak şekilde ayarlama yapılmıştır. Ayrıca, yapıya uygulanan kuvvet de sinyal verisinin kalitesini etkilemektedir. Yanlış bir şekilde yapılan çift darbelerin veya yetersiz darbe
uygulamaları sonucu elde edilen sinyallerin kalitesi düşük olacaktır. Bu tip sinyallerin ortalamaya dahil edilmemesi için yapılan ölçümlerin ortalamaya dahil edilip edilmemesi gerektiği manuel olarak ayarlanmıştır. Ölçüm kalitesi iyi olan sinyaller ortalamaya dahil edilerek, elde edilen sinyalin kalitesi iyileştirilmiştir. Ayrıca elde edilen yapı cevabının belirli standartlarla uyumlu olmasını sağlamak için, yapı farklı noktalara bölünmüş ve belirlenen bu noktalara çekicle darbe uygulanmıştır. Bu nedenle çalışmamızda kiriş, kiriş boyunca belirlenemiş 5 nokta ile işaretlenmiştir.



Şekil 3.10. Photon+ veri toplama kartı ve RT Pro Photon+ veri analiz yazılımı.

Konsol sınır şartı uygulanan katmanlı kirişli DTS'lere darbe uygulamak amacıyla Brüel & Kjaer firmasına ait 8206-002 model numaralı modal çekici kullanılmıştır. Modal çekicin ucunda bulunan kuvvet ölçer sayesinde, yapıya uygulanan kuvvet ölçülerek veri toplama kartına iletilmiştir. Deneylerde, yapıya kuvvet uygulamak için modal çekicin ucuna sert uç takılmıştır. Modal çekiç 2.24 mV/N hassasiyete sahiptir ve Şekil 3.11'de gösterilmektedir.



Şekil 3.11. Deneysel modal analizde kullanılan modal çekiç.

Modal çekiçle darbe uygulanan DTS'lerin cevap verilerini hassas bir şekilde elde etmek amacıyla Brüel & Kjaer firmasına ait 4517-002 model numaralı, tek eksenli, minyatür bir ivmeölçer kullanılmıştır (Şekil 3.12). Bir piezoelektrik ivmeölçer; piezoelektrik eleman, titresimle hareket eden kütleler ve entegre devre halindeki sinyal yülselticisinden oluşur. Piezoelektrik malzeme, üzerine gelen kuvvetle orantılı bir şekilde elektriksel yük üreten malzemedir. İvmeölçer içerisindeki piezoelektrik elemanın bir yüzü, ivmeölçerin rijit tabanına, diğer yüzü ise hareket eden sismik kütleye bağlıdır. İvmeölçer, titreşen bir yapıya bağlı olduğunda ivmeölçer içerisindeki sismik kütle hareket eder ve bu hareket sonucu bağlı olduğu piezoelektrik malzemeye hareketin genliği ile orantılı olacak şekilde bir kuvvet uygular. Bu kuvvet, Newton yasasına göre hareket eden kütlenin atalet kuvvetidir ($F = m\ddot{x}$). Piezoeletrik malzeme üzerine gelen bu kuvvet neticesinde, piezoelektrik malzeme tarafından elektriksel sinyaller üretilir ve bu sinyaller ivmeölçer içerisindeki bir sinyal yükselticisinden geçerek mV seviyesinde elektriksel sinyallerine dönüştürülür. Bu sinyaller de, sinyal toplama ekipmanları tarafından güçlendirilerek yapının titreşim verisi elde edilir. Yüksek hassasiyetli piezoelektrik ivmeölcerler, genis frekans aralığındaki titreşim hareketlerini ölçmek için kullanılmaktadır.



Şekil 3.12. Deneysel modal analizde kullanılan ivmeölçer.

Şekil 3.12'deki ivmeölçerin hassasiyeti 10.25 mV/g değerindedir. İvme ölçerin ağırlığının yapının ağırlığına etkisinin minimum seviyede olması ve titreşim verilerini etkilememesi için çok küçük (0.7 g) bir ağırlığa sahip ivmeölçer seçilmiştir.Hem ivmeölçer hem de darbe çekici, Brüel & Kjaer Photon+ modeli sinyal toplama kartına bağlanmıştır. Şekil 3.13, deneylerde kullanılan uç kütleli katmanlı konsol kirişin 3 boyutlu görünümünü ve Tablo 3.2'de verilen uç kütlelerin boyutlarını göstermektedir.



Şekil 3.13. Uç kütleli, katmanlı kirişin 3 boyutlu gösterilişi ve uç kütleye ait boyut parametreleri.

RT Pro Photon veri analizi yazılımı kullanılarak, toplanan titreşim verileri üzerinde Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT) analizi gerçekleştirilmiştir. Deneyin geçerliliğini kanıtlamak için, deneyler benzer koşullar altında 3 kez tekrarlanmış ve uç kütleli katmanlı kirişlerin frekans cevapları elde edilmiştir.

3.4. DTS'li Yapının Zorlanmış Titreşim Deney Düzeneği

Oluşturulan DTS'lerin titreşim sönümleme performanslarının incelenmesi için, Şekil 3.14'te gösterilen zorlanmış titreşim deney düzeneği oluşturulmuştur. Zorlanmış titreşim deney düzeneğinde kullanılan sarsıcının markası LDS ve modeli ise V450'dir (Şekil 3.15). Sarsıcıya verilecek titreşim sinyalleri, bilgisayar ortamında yazılım içinden ayarlanmış ve Photon+ veri toplama kartının analog çıkışı kullanılarak bu sinyaller sarsıcının güç yükselticisine gönderilmiştir. Sarsıcıya iletilmiş ve istenilen genlik ve frekanslarda zorlayıcı kuvvetler oluşturulmuştur. Sarsıcıya gönderilen zorlayıcı kuvvet, sinüs eğrisi, rastgele sayılardan oluşan beyaz gürültü (white noise) şeklindeki sinyal, belirli sinüs sinyallerinin toplamı şeklindeki sinyal (swept sine) gibi formlardan oluşabilmektedir.



Şekil 3.14. Zorlanmış titreşim deney düzeneği.



Şekil 3.15. Modal sarsıcı ve modal sarsıcıya ait güç yükselticisi.

Sarsıcı için özel olarak tasarlanmış yatay tabla kullanılarak sarsıcı yatay pozisyonda çalıştırılmıştır. Yatay tablanın sehim yapmasını engellemek ve sarsıcı ucuna yük bindirmemek için yatay tabla altına destekleyici olması amacıyla 4 adet kestamid malzemeden ayak konulmuştur ve ayakların üst kısmı, tabla ile ayak aralarına bilye yerleştirmek amacıyla bir miktar oyulmuştur. Sarsıcı tabla ile ayaklar arasındaki sürtünmeyi minimum düzeye indirgemek ve titreşim deneylerinin güvenilir bir şekilde yapılmasını sağlayabilmek amacıyla, ayaklar üzerindeki boşluklara bilyeler yerleştirilmiş ve yatay tabla bilyeler üzerine oturtulmuştur. Ayrıca, tabla ile ayaklar

arasına sürtünme direnci az olan yağ sürülerek tablanın sürtünme direnci en aza indirilmeye çalışılmıştır (Şekil 3.16).



Şekil 3.16. Sarsıcı, yatay tabla altındaki polyamid destekler, tabla ile destekler arasına konulan bilyeler ve yağ.

Yatay tabla üzerine, polyamid malzemeden levha kesilerek bu levha ile yatay tabla birbirine vidalarla sabitlenmiştir. Polyamid levhanın ölçüleri, üzerine ana kütle ve DTS gelecek şekilde ayarlanmıştır. Polyamid levha ile ana kütlenin ve DTS kütlesinin arasına sürtünme direnci az olan yağ sürülerek kütlelerin yatay düzlemde sürtünmesi en aza indirilmeye çalışılmıştır. Yatay tabla üzerine L şeklinde bir destek sabitlenerek ana sistemdeki yay bu desteğe bağlanmıştır (Şekil 3.17). Buradaki amaç, sarsıcıdan gelen tahriğin direkt olarak yaya iletilmesidir. Sarsıcıdan gelen kuvvetin yaya direkt iletilip iletilmediğini test etmek amacıyla da hem sarsıcı kafasına hem de yayın bağlı olduğu L desteğe ivmeölçerler bağlanmış ve verilen tahrik sonucunda elde edilen ivme verilerinin eşit olduğu görülmüştür.



Şekil 3.17. Sarsıcı tabla üzerindeki polyamid levha, ana kütle ve yay.

Daha sonra ise, oluşturulan DTS'ler ana kütleye bağlanarak, ana kütle titreşimlerinin sönümlenmesi üzerindeki DTS'lerin etkileri deneysel olarak elde edilmeye çalışılmıştır. Bu sebeple zeminden gelen, ana kütle üzerindeki ve DTS üzerindeki ivme verilerini elde etmek amacıyla 3 adet ivmeölçer kullanılmıştır (Şekil 3.18).



Şekil 3.18. Sarsıcı, ana sistem ve DTS eklenmiş durumu.

Yapının ivme verilerini elde etmek amacıyla kulanılan ivmeölçerlerden zemine bağlanan ivmeölçerin markası ve modeli DYTRAN 9043 olup ivmeölçerin hassasiyeti 97.86 mV/g değerindedir. Ana kütleye bağlanan ivmeölçerin markası ve modeli DYTRAN 9044 olup ivmeölçerin hassasiyet değeri 103.45 mV/g değerindedir. DTS ucuna bağlanan ivmeölçer ise daha öncesinde DTS frekanslarının ölçümünde kullanılan ivmeölçerdir ve 10.25 mV/g hassasiyet değerine sahiptir. İvmeölçerler, Photon+ veri toplama kartının 1, 2, ve 3 numaralı girişlerine bağlanarak sarsıcı ile belirli genlik ve frekansta kuvvet uygulanan yapının zorlanmış titreşim verileri elde edilmiştir.

3.4.1. Ana sistemdeki yay sabitinin belirlenmesi

Ana sistemdeki yay sabitinin belirlenmesi için Sakarya Üniversitesi Mekanik Test Laboratuvarı'nda bulunan MTS-809 marka test cihazı kullanılarak yaya belirli bir hızda kuvvet uygulanmış ve yayın kısalma miktarı ölçülmüştür (Şekil 3.19-3.20).

Basma deneyi sonucunda elde edilen yay sabiti değeri 5060 N/m'dir. Deneysel olarak elde edilen bu değer, analitik hesaplamalara ana sistemin yay sabiti olarak dahil edilmiştir.



Şekil 3.19. Yay sabitinin tespiti için kullanılan basma test cihazı.



Şekil 3.20. Basma testi yapılan ana sistemdeki yay.

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde, deneysel ve analitik çalışmalardan elde edilen sonuçlar verilmektedir. Öncelikle, katmanlı-kiriş-tipi DTS'lerin deneysel olarak elde edilmiş doğal frekans değerleri verilmiştir. Daha sonra ise, deneylerdeki kiriş ve uç kütle özelliklerinin frekans denkleminde (Denklem 2.138) yerine konulmasıyla elde edilen, analitik doğal frekans değerleri verilmiş ve deneysel olarak elde edilen frekans değerleri ile analitik olarak elde edilen frekans değerlerinin karşılaştırılması yapılmıştır. Analitik olarak elde edilen frekans denkleminde, uç kütlenin dönme ataletinin boyutsuz frekans parametrelerine ve kirişin mod şekillerine etkisi tartışılmıştır. Ayrıca, katmanlı-kiriş tipi DTS'lere ait deneysel modal analizle elde edilen iç sönüm değerleri de tablolar halinde verilmiştir. Son olarak ise, zorlanmış titreşimden elde edilen, ana kütleye ve DTS kütlesine ait genlik değerleri verilerek titreşim sönümlemesi açısından katmanlı kirişler karşılaştırılmıştır.

4.1. Deneysel Olarak Elde Edilen Sonuçlar

Bu kısımda, katmanlı kirişli DTS'lerin deneysel modal analiz sonucu elde edilen doğal frekansları ve iç sönüm değerleri verilmiştir.

4.1.1. Katmanlı kirişli DTS'lere ait doğal frekanslar

Bölüm 3.1'de açıklanan deneysel modal analiz sonucunda elde edilen, katmanlı kirişli DTS'lere ait doğal frekans değerleri verilmiştir. K1 kirişinden ve 4 farklı uç kütleden oluşan katmansız (tek katmanlı) kirişli DTS'lere ait frekanslar da ölçülerek analitik olarak elde edilen frekans denkleminin, düz kesitli, tek katmanlı bir kiriş için geçerliliği test edilmiştir. Elde edilen analitik ve deneysel sonuçlar iyi bir uyum göstermiştir. Analitik sonuçlar, Bölüm 4.2'de verilmiştir. Şekil 4.1-4.4 arasında tek katmanlı kirişten ve 4 farklı uç kütleden oluşan DTS'lerin deneysel olarak elde edilen frekans değerleri verilmiştir. Frekans değerleri ölçülürken, darbe çekici yapıya tekrarsız yük uygulanacak şekilde etki ettirilmiştir. Yapıya uygulanan tepki kuvvetinin kuvvet-zaman grafiği, sadece Şekil 4.1.a'da örnek olması açısından verilmiştir. Şekil

karmaşıklığına neden olmamak amacıyla, sonraki şekillerde sadece frekans-genlik grafikleri verilmiştir.

Frekans genlik grafiklerindeki frekans değerleri tespit edilirken, analiz programındaki frekans-faz açısı grafiği dikkate alınmıştır. Faz açılarının 90⁰'de kesiştiği değerler, doğal frekans değerleri olarak alınmıştır. Bu şekilde elde edilen frekans değerlerine göre Şekil 4.1.b'de 1., 2. ve 3. frekans değerleri sırasıyla 7.25 Hz, 105.5 Hz ve 286.8 Hz'dir. Şekil 4.2'de elde edilen frekans değerleri ise sırasıyla 6 Hz, 95 Hz ve 256 Hz'dir.



Şekil 4.1. K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait, a) Kuvvetzaman, b) Frekans-genlik grafiği.



Şekil 4.2. K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekans-genlik grafiği.



Şekil 4.3. K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekans-genlik grafiği.



Şekil 4.4. K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekans-genlik grafiği.

Şekil 4.3'de elde edilen 1., 2. ve 3. frekans değerleri sırasıyla 6 Hz, 87.75 Hz ve 226.5 Hz'dir. Şekil 4.4'de elde edilen frekans değerleri ise sırasıyla 5 Hz, 77.75 Hz ve 202 Hz'dir. Şekil 4.5-4.8 arasında iki katmanlı kirişten (K1K1) ve 4 farklı uç kütleden oluşan DTS'lerin deneysel olarak elde edilen frekans değerleri verilmiştir.



Şekil 4.5. K1K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekans-genlik grafiği.



Şekil 4.6. K1K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekans-genlik grafiği.



Şekil 4.7. K1K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekans-genlik grafiği.



Şekil 4.8. K1K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekans-genlik grafiği.

Şekil 4.5'de elde edilen 1., 2. ve 3. frekans değerleri sırasıyla 19.04 Hz, 213.27 Hz ve 455.9 Hz'dir. Şekil 4.6'da elde edilen frekans değerleri sırasıyla 14.28 Hz, 179.4 Hz ve 432.1 Hz'dir. Şekil 4.7'de elde edilen frekans değerleri sırasıyla 14.28 Hz, 184.2 Hz ve 434.7 Hz'dir. Şekil 4.8'de elde edilen frekans değerleri sırasıyla 12.08 Hz, 170.7 Hz ve 463.17 Hz'dir. Şekil 4.9-4.12 arasında üç katmanlı kirişten (K1K2K1) ve 4

farklı uç kütleden oluşan DTS'lerin deneysel olarak elde edilen frekans değerleri verilmiştir.



Şekil 4.9. K1K2K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekansgenlik grafiği.



Şekil 4.10. K1K2K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekansgenlik grafiği.



Şekil 4.11. K1K2K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekansgenlik grafiği.



Şekil 4.12. K1K2K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekansgenlik grafiği.

Şekil 4.9'de elde edilen 1., 2. ve 3. frekans değerleri sırasıyla 30 Hz, 351.35 Hz ve 891 Hz'dir. Şekil 4.10'da elde edilen frekans değerleri sırasıyla 29.69 Hz, 344.6 Hz ve 893.8 Hz'dir. Şekil 4.11'de elde edilen frekans değerleri sırasıyla 28.75 Hz, 355.60 Hz ve 950 Hz'dir. Şekil 4.12'de elde edilen frekans değerleri sırasıyla 23.06 Hz, 268.57 Hz ve 943 Hz'dir. Şekil 4.13-4.16 arasında üç katmanlı kirişten (K1K3K1) ve 4 farklı uç kütleden oluşan DTS'lerin deneysel olarak elde edilen frekans değerleri verilmiştir.



Şekil 4.13. K1K3K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekansgenlik grafiği.



Şekil 4.14. K1K3K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekansgenlik grafiği.



Şekil 4.15. K1K3K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekansgenlik grafiği.



Şekil 4.16. K1K3K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekansgenlik grafiği.

Şekil 4.13'te elde edilen 1., 2. ve 3. frekans değerleri sırasıyla 26 Hz, 274.5 Hz ve 766.5 Hz'dir. Şekil 4.14'te elde edilen frekans değerleri sırasıyla 23 Hz, 260 Hz ve 718.5 Hz'dir. Şekil 4.15'te elde edilen frekans değerleri sırasıyla 23.5 Hz, 261.5 Hz

ve 725 Hz'dir. Şekil 4.16'da elde edilen frekans değerleri sırasıyla 18 Hz, 240 Hz ve 691 Hz'dir. Şekil 4.17-4.20 arasında üç katmanlı kirişten (K1K4K1) ve 4 farklı uç kütleden oluşan DTS'lerin deneysel olarak elde edilen frekans değerleri verilmiştir.



Şekil 4.17. K1K4K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekansgenlik grafiği.



Şekil 4.18. K1K4K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekansgenlik grafiği.



Şekil 4.19. K1K4K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekansgenlik grafiği.



Şekil 4.20. K1K4K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait frekansgenlik grafiği.

Şekil 4.17'de elde edilen 1., 2. ve 3. frekans değerleri sırasıyla 34.38 Hz, 398.9 Hz ve 1066 Hz'dir. Şekil 4.18'de elde edilen frekans değerleri sırasıyla 32.5 Hz, 351.26 Hz ve 985 Hz'dir. Şekil 4.19'da elde edilen frekans değerleri sırasıyla 33.13 Hz, 355.6 Hz ve 996 Hz'dir. Şekil 4.20'de elde edilen frekans değerleri sırasıyla 26.25 Hz, 292.5 Hz ve 891.3 Hz'dir.

Şekil 4.21'de farklı uç kütlelerden oluşan konsol, katmanlı kirişlerin deneysel olarak elde edilen birinci frekans değerleri gösterilmektedir. İki katmanlı kirişlerin doğal frekans değerlerinin üç katmanlı kirişlere göre daha düşük olduğu görülmektedir. Kirişteki tabaka kalınlığı arttıkça kirişin eğilme rijitliği de artmaktadır ve yapı daha rijit hale gelmektedir. Bu nedenle doğal frekans değerleri, katman kalınlığıyla orantılı olarak artmaktadır.

Diğer taraftan, uç kütlenin ağırlığı arttıkça kirişlerin frekans değerleri azalmaktadır. Şekil 4.21'de görüldüğü gibi uç kütle numarası 1 olan kirişlerin frekans değerleri diğer uç kütleli kirişlere göre daha yüksektir. Uç kütleli katmanlı kirişlerin 2. ve 3. frekans değerleri de Şekil 4.21'e benzer şekilde davranış sergilemektedir. 2. ve 3. frekans değerleri Şekil 4.1-4.20 arasında görülmektedir. Ayrıca tablolar halinde Bölüm 4.3'te de verilmektedir.



Şekil 4.21. Farklı uç kütlelere sahip konsol, katmanlı kirişlerin birinci frekans değerleri.

4.1.2. Katmanlı kirişli DTS'lere ait iç sönüm değerleri

Deneysel modal analiz testi sonucunda elde edilen frekans-genlik grafiklerinden iç sönüm değerleri, sinyal analiz programı kullanılarak elde edilmiştir. Zorlanmış titreşim deneyleri, yapının temel frekansı olan 1. doğal frekansına yakın yapıldığı için DTS'lerin 1. frekanslarına ait iç sönüm değerleri dikkate alınmıştır. Sinyal analiz programı, DTS'lere ait iç sönüm değerlerini elde ederken Bölüm 3.1.2'de anlatılan tepe tutma metodunu kullanmaktadır. İki katmanlı (K1K1) kirişli DTS'ye ait elde edilen iç sönüm değerleri Şekil 4.22-4.25 arasında verilmiştir. Şekil karmaşıklığına neden olmamak amacıyla diğer DTS'lere ait iç sönüm grafikleri Ek-A bölümünde verilmiştir.



Şekil 4.22. K1K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinci frekanstaki iç sönüm değeri.



Şekil 4.23. K1K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinci frekanstaki iç sönüm değeri.



Şekil 4.24. K1K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinci frekanstaki iç sönüm değeri.



Şekil 4.25. K1K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinci frekanstaki iç sönüm değeri.

Deneysel modal analizden elde edilen Q değerleri ve iç sönüm katsayıları Tablo 4.1-4.5 arasında verilmiştir.

Kiriş konfigürasyonu	Uç kütle	Alt frekans	1. doğal frekans	Üst frekans	Q değeri	Sönüm katsayısı
	1	6.88	7.25	7.79	7.92	0.063
IZ 1	2	5.87	6	6.13	22.94	0.021
KI	3	5.86	6	6.17	19.70	0.025
	4	4.86	5	5.12	19.13	0.026

Tablo 4.1. Katmansız (K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS'lerin birinci doğal frekansına ait iç sönüm değerleri.

Tablo 4.2. İki katmanlı (K1K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS'lerin birinci doğal frekansına ait iç sönüm değerleri.

Kiriş konfigürasyonu	Uç kütle	Alt frekans	1. doğal frekans	Üst frekans	Q değeri	Sönüm katsayısı
	1	17.86	19.04	20.299	7.82	0.063
17 1 17 1	2	11.21	14.28	15.064	3.71	0.134
KIKI	3	13.21	14.28	14.95	8.22	0.061
	4	9.81	12.08	13.28	3.48	0.143

Tablo 4.3. Üç katmanlı (K1K2K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS'lerin birinci doğal frekansına ait iç sönüm değerleri.

Kiriş konfigürasyonu	Uç kütle	Alt frekans	1. doğal frekans	Üst frekans	Q değeri	Sönüm katsayısı
	1	23.6	30	33.39	3.06	0.016
V1V0V1	2	20.77	29.69	35.85	1.97	0.025
KIK2KI	3	24.6	28.75	31.44	4.2	0.011
	4	16.91	23.75	26.80	2.4	0.021

Kiriş konfigürasyonu	Uç kütle	Alt frekans	1. doğal frekans	Üst frekans	Q değeri	Sönüm katsayısı
	1	24.44	26	26.46	12.86	0.038
V1V2V1	2	20.39	23	23.90	6.54	0.076
KIK3KI	3	22.44	23.5	23.9	16.13	0.031
	4	15.85	18	19.34	5.15	0.097

Tablo 4.4. Üç katmanlı (K1K3K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS'lerin birinci doğal frekansına ait iç sönüm değerleri.

Tablo 4.1-4.5 arası elde edilen iç sönüm katsayısı değerlerinden görüleceği üzere, uç kütlenin boyutunun artması, iç sönüm katsayısının da artmasına neden olmaktadır. Özellikle de, aynı kesitli (uç kütle-1 ve uç kütle-2 çifti, uç kütle-3 ve uç kütle-4 çifti) uç kütleler için, uç kütlenin ağırlık merkezi ile kiriş bağlantı noktası arasındaki mesafenin artmasının da DTS'lerin iç sönüm değerlerinde artışa neden olduğu tespit edilmiştir. Bu noktadan hareketle uç kütlenin dönme ataletinin artmasının iç sönüm değerlerini artırdığı söylenebilir.

Kiriş Üst Uç Alt 1. doğal Sönüm Q değeri konfigürasyonu katsayısı kütle frekans frekans frekans 1 0.025 32.98 34.37 34.73 19.7 2 31.43 32.5 33.41 16.35 0.030 K1K4K1 3 31.92 33.12 33.49 21.17 0.023 4 23.11 26.25 28.81 4.6 0.11

Tablo 4.5. Üç katmanlı (K1K4K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS'nin birinci doğal frekansına ait iç sönüm değerleri.

4.2. Analitik Olarak Elde Edilen Sonuçlar

Bu bölümde, Denklem 2.138'deki frekans denklemi kullanılarak elde edilen analitik sonuçlar verilmiştir. Uç kütlenin, katman sayısının ve uç kütlenin dönme ataletinin DTS'nin doğal frekansları ve mod şekilleri üzerindeki etkileri gösterilmiştir.

4.2.1. Kütle oranının ve uç kütle ataletinin DTS'nin frekansları üzerindeki etkisi Şekil 4.26'da gösterilen uç kütleli katmanlı konsol kirişin farklı *M*, *J* ve *d* değerleri için sonsuz sayıda doğal frekans değeri elde edilebilir. Kütle oranının ve uç kütle dönme ataletinin, kirişin frekansları üzerindeki etkisini göstermek amacıyla belirli kütle oranı ve boyutsuz atalet değeri için, kirişin boyutsuz frekans parametresi (β), kirişin ilk beş doğal frekansı için hesaplanmıştır. Elde edilen analitik sonuçlar Tablo 4.6 ve Tablo 4.7'de ayrınıtılı olarak verilmiştir.



Şekil 4.26. Uç kütleli, katmanlı konsol kiriş.

Mevcut literatürdeki bazı durumlar için, frekans denkleminden elde edilen boyutsuz frekans parametresi değerleri Tablo 4.6'da gösterilmektedir. Bu değerlerin, sabitserbest kiriş (konsol şartı), sabit-sabit kiriş ve sabit-pimli kiriş de dahil olmak üzere çeşitli sınır koşullarının uygulanarak elde edildiği kiriş frekans denklemleriyle uyumlu olduğu görülmüştür (Rao, 2007). Bu da, elde edilen frekans denkleminin önceki çalışmalarla elde edilen denklemlerle uyumluluğunu ve doğruluğunu göstermektedir.

Kütle	Boyutsuz	Boyutsuz frekans parametresi						
oranı (μ) değeri (λ)			eta_1	β_2	β_3	eta_4	β_5	
0	0	Bu çalışma	1.875	4.694	7.854	10.995	14.137	
0	0 0	Rao (2007)	1.875	4.694	7.854	10.995		
		Bu çalışma	4.730	7.853	10.995	14.137	17.278	
00	00	Rao (2007)	4.730	7.853	10.995	14.137		
	0	Bu çalışma	3.926	7.068	10.210	13.351	16.493	
00	0	Rao (2007)	3.926	7.068	10.210	13.351		

Tablo 4.6. Literatürde bulunan bazı durumlar için elde edilen ilk beş boyutsuz frekans parametresi.

Tablo 4.6'daki $\mu = \lambda = 0$ durumu, uç kütlesi olmayan konsol kiriş durumuna karşılık gelmektedir. Benzer şekilde $\mu = \lambda \rightarrow \infty$ durumu ise sabit-sabit kiriş durumunu

göstermektedir. Öte yandan, $\mu \rightarrow \infty$ durumu ise, uç kütlesi olmayan sabit-pimli bir kirişi temsil etmektedir. MATLAB'da frekans denklemi çözdürülüp boyutsuz frekans parametreleri elde edilirken sonsuzluğu temsil etmesi açısından yeterli büyüklükte bir sayı (10⁹) kullanılmıştır.

Kütle	Boyutsuz	Boyutsuz frekans parametresi				
(μ)	değeri (λ)	eta_1	β_2	eta_3	eta_4	eta_5
	0.01	1.7619	3.7504	5.7890	8.5799	11.6070
0.05	0.1	1.5407	2.6249	5.4209	8.4772	11.5650
	1	0.9845	2.3296	5.3852	8.4674	11.5609
	0.01	1.6980	3.7285	5.7632	8.4885	11.4876
0.1	0.1	1.5078	2.6064	5.3411	8.3657	11.4376
	1	0.9815	2.2746	5.2990	8.3540	11.4327
	0.01	1.4098	3.6611	5.6873	8.2446	11.2193
0.5	0.1	1.3255	2.5350	5.0725	8.0682	11.1536
	1	0.9582	2.0038	5.0071	8.0517	11.1473
	0.01	1.2424	3.6386	5.6630	8.1749	11.1542
1	0.1	1.1957	2.5051	4.9751	7.9840	11.0855
	1	0.9316	1.8414	4.9009	7.9664	11.0789

Tablo 4.7. Farklı μ ve λ değerleri için ilk beş boyutsuz frekans parametresi.

Tablo 4.6'dan görüleceği üzere bu çalışmadan elde edilen frekans denklemine literatürde bulunan bazı sınır değerler uygulandığında hesaplanan boyutsuz frekans parametreleri literatür ile birebir uyum içindedir. Böylelikle uç kütlenin dönme ataleti, kütleler oranı ve uç kütle ağırlık merkezi ile kiriş bağlantı noktası arasındaki mesafenin dahil edilerek türetilen frekans denkleminin, bu tip uç kütleli yapıların frekanslarının elde edilmesinde rahatlıkla kullanılabileceği görülmektedir.

Tablo 4.7'de görüleceği üzere μ değerlerindeki artış, frekans değerlerinde azalmaya neden olmaktadır. Ayrıca μ değeri sabit kalırken, uç kütlenin dönme ataletindeki artışın doğal frekans değerlerinde düşüşe yol açtığı görülmektedir. Uç kütlenin kütlesinin sabit kaldığı durumu varsayarsak, dönme ataletindeki bir artışın uç kütlenin ağırlık merkezi ile kirişin bağlantı noktası arasındaki uzaklıkta bir artışa neden olacağı görülmektedir. Kütlenin sabit kalması koşuluyla, dönme ataletindeki artış, uç kütlenin y eksenindeki kalınlığında bir azalmayı gerektirir. Dönme ataleti, doğrudan d değeriyle ilişkili olduğundan, bu noktadan hareketle d değerindeki bir artışın kirişin doğal frekanslarında azalmaya neden olduğu görülebilir.

Şekil 4.27'de ilk beş boyutsuz frekans parametresinin kütle oranı ile değişimi görülmektedir. μ değerinin artmasıyla, beklenildiği gibi tüm boyutsuz frekans parametrelerinde azalma olmaktadır. Titreşimin temel teorisinden bilindiği üzere bir yapının kütlesindeki artış, yapının frekansında azalmaya neden olur.



Şekil 4.27. Boyutsuz frekans parametresinin kütle oranı ile değişimi.

Şekil 4.28'de görüldüğü üzere, boyutsuz atalet değerinde meydana gelen değişim, 1. ve 2. boyutsuz frekans parametrelerini daha fazla etkilemektedir. Fakat yüksek frekanslardaki değişimin çok az olduğu görülmektedir. λ değeri 1'e yaklaştıkça 4. ve 5. frekans parametreleri neredeyse değişmeden kalmaktadır. Sonuç olarak, uç kütlenin dönme ataletinin arttırılmasının, yapının özellikle de daha düşük frekanslarında önemli bir etki oluşturacağı sonucuna varılmaktadır.



Şekil 4.28. Boyutsuz frekans parametresinin atalet parametresi ile değişimi.

4.2.2. Uç kütle ataletinin DTS'nin mod şekilleri üzerindeki etkisi

Denklem 2.138'de verilen frekans denklemi çözüldüğünde, boyutsuz frekans parametreleri elde edilmektedir. Daha sonra ise, elde edilen boyutsuz frekans parametreleri Denklem 2.142 ile verilen mod şekli denkleminde yerine konulmasıyla ilgili frekansa ait mod şekli kolaylıkla elde edilebilir. Şekil 4.28'den görüleceği gibi, uç kütlenin dönme ataletindeki artışın ilk iki boyutsuz frekans parametresi üzerindeki etkisi daha fazladır. λ değerindeki artış, 3., 4. ve 5. boyutsuz frekans parametrelerinde önemli bir değişikliğe neden olmamaktadır. Bu sebeple, λ 'daki değişimlere bağlı olarak uç kütleli kirişin birinci ve ikinci mod şekillerindeki değişimler Şekil 4.29'da gösterilmiştir. λ değerindeki artışın, yüksek frekans değerleri üzerindeki etkisinin düşük olduğunu göstermek amacıyla, λ değerindeki değişimlere bağlı olarak kirişin 3. ve 4. mod şekilleri de Şekil 4.30'da gösterilmiştir. Şekil 4.30'da görüldüğü gibi, uç kütlenin dönme ataletinin etkisi yüksek frekans değerlerinde azalmaktadır.

Şekil 4.29, farklı λ değerlerine göre uç kütleli, katmanlı, konsol bir kirişin birinci ve ikinci mod şekillerini göstermektedir. λ değeri değiştikçe, ikinci mod şekillerinde gözle görülür bir değişiklik gözlemlenirken, birinci mod şeklinde ise λ değerinin azalmasıyla mod şekillerinin birbirine yaklaşım eğiliminde olduğu fark edilmektedir.



Şekil 4.29. Katmanlı konsol kirişin çeşitli λ değerlerine göre birinci ve ikinci mod şekilleri, a) Birinci mod şekli, b) İkinci mod şekli.



Şekil 4.30. Katmanlı konsol kirişin çeşitli λ değerlerine göre üçüncü ve dördüncü mod şekilleri, a) Üçüncü mod şekli, b) Dördüncü mod şekli.

4.3. Deneysel ve Analitiksel Olarak Elde Edilen Frekansların Karşılaştırılması

Deneyde kullanılan kirişlere ve uç kütlelere ait parametrelerin, elde edilen frekans denkleminde yerine konulmasıyla, deneysel olarak elde edilen DTS'lerin frekansları, analitiksel olarak da hesaplanmıştır. Böylelikle, geçerliliği daha önceki bölümde anlatılan frekans denkleminden elde edilen analitiksel verilerle deneysel veriler karşılaştırılmış ve deneylerin doğruluk oranı saptanmaya çalışılmıştır.

Tablo 4.8-4.12 arasında, DTS'lerin hem deneysel modal analizle hem de analitik yöntemle elde edilen ilk üç doğal frekansları karşılaştırılmalı olarak verilmiş ve aralarındaki hata yüzdesi gösterilmiştir. Analitik ve deneysel doğal frekanslar arasındaki en önemli farklılık, K1 kiriş konfigürasyonunda %12.74, K1K1 kiriş konfigürasyonunda %6.98, K1K2K1 kiriş konfigürasyonunda %10.53, K1K3K1 kiriş konfigürasyonunda %13.33 ve K1K4K1 kiriş konfigürasyonunda %14.76 olarak görülmektedir. Deneysel ve analitik bulgular arasındaki farklılık, deneysel araştırma sırasında mevcut olan hava sürtünmesi, çevresel gürültü ve benzeri faktörler gibi olumsuz etkilere bağlanmaktadır. Ayrıca konsol kiriş şartından dolayı da hata oranı artabilmektedir. Sonuç olarak, bilimsel araştırmalarda, deney düzeneğinin doğasında bulunan karmaşıklıklara bağlı olarak bu farklılık için %15'e kadar bir tolerans kabul edilebilmektedir.

Kiriş	Uç		Mutlak		
konfigürasyonu	kütle	Frekans	Analitik (Hz)	Deneysel (Hz)	Hata (%)
		1	7.34	7.25	1.16
	1	2	99.19	105.50	6.36
		3	254.38	286.80	12.74
		1	6.33	6	5.14
	2	2	84.90	95	11.90
V 1		3	228.08	256	12.24
K1		1	6.37	6	5.82
	3	2	91.71	87.75	4.32
		3	233.03	226.50	2.80
		1	5.15	5.00	2.89
	4	2	70.26	77.75	10.65
		3	197.06	202	2.51

Tablo 4.8. Katmansız (K1) kiriş tipi DTS'nin analitik ve deneysel olarak elde edilen ilk üç doğal frekansı.

Kiriş	Uç		Doğal frekar	ıslar	Mutlak
konfigürasyonu	kütle	Frekans	Analitik (Hz)	Deneysel (Hz)	Hata (%)
		1	19.45	19.04	2.12
	1	2	210.40	213.27	1.36
		3	475.51	455.9	4.12
		1	15.30	14.28	6.72
	2	2	172.87	179.4	3.78
		3	441.68	432.1	2.17
K1K1		1	15.35	14.28	6.98
	3	2	175.98	184.2	4.67
		3	456.68	434.7	4.81
		1	12.86	12.08	6.11
	4	2	162.92	170.7	4.77
		3	438.06	463.17	5.73

Tablo 4.9. İki katmanlı (K1K1) kiriş tipi DTS'nin analitik ve deneysel olarak elde edilen ilk üç doğal frekansı.

Tablo 4.10. Üç katmanlı (K1K2K1) kiriş tipi DTS'nin analitik ve deneysel olarak elde edilen ilk üç doğal frekansı.

Kiriş	Uç		Doğal frekar	ıslar	Mutlak
konfigürasyonu	kütle	Frekans	Analitik (Hz)	Deneysel (Hz)	Hata (%)
		1	33.39	30	10.17
	1	2	377.99	351.35	7.05
		3	960.75	891	7.26
		1	31.64	29.69	6.18
	2	2	345.27	344.6	0.20
		3	866.29	893.8	3.17
K1K2K1		1	32.13	28.75	10.53
	3	2	365.91	355.6	2.82
		3	905.34	950	4.93
		1	24.31	23.06	5.15
	4	2	284.97	268.57	5.76
		3	884.73	943	6.59

Kiriş	Uç		Doğal frekar	nslar	Mutlak
konfigürasyonu	kütle	Frekans	Analitik (Hz)	Deneysel (Hz)	Hata (%)
		1	27.13	26	4.17
	1	2	265.76	274.5	3.29
		3	697.33	766.5	9.92
		1	23.01	23	0.04
	2	2	243.07	260	6.96
171170171		3	653.91	718.5	9.88
KIK3KI		1	23.16	23.5	1.47
	3	2	251.48	261.5	3.98
		3	674.08	725	7.55
		1	18.84	18	4.47
	4	2	222.55	240	7.84
		3	609.71	691	13.33

Tablo 4.11. Üç katmanlı (K1K3K1) kiriş tipi DTS'nin analitik ve deneysel olarak elde edilen ilk üç doğal frekansı.

Tablo 4.12. Üç katmanlı (K1K4K1) kiriş tipi DTS'nin analitik ve deneysel olarak elde edilen ilk üç doğal frekansı.

Kiriş	Uç		Doğal frekar	ıslar	Mutlak
konfigürasyonu	kütle	Frekans	Analitik (Hz)	Deneysel (Hz)	Hata (%)
		1	34.78	34.38	1.17
	1	2	364.96	398.9	9.30
		3	930.59	1066	14.55
		1	32.46	32.5	0.10
	2	2	320.86	351.26	9.47
		3	849.62	975	14.76
K1K4K1		1	33.05	33.13	0.23
	3	2	329.58	355.6	7.89
		3	904.48	996	10.12
		1	26.85	26.25	2.24
	4	2	287.33	292.5	1.80
		3	803.68	891.3	10.90

Tablo 4.8-4.12'de verilen deneysel ve analitik frekanslar arasındaki hatanın ortalaması %5,95'tir. Hata değeri genellikle yüksek frekanslarda artmaktadır. Bunun nedeni ise, yüksek frekans değerlerinin tespit edilmesinin zorluğudur. Bu araştırmada gözlemlenen en büyük farklılık %14,76 olmuştur. Bu noktadan hareketle, hem deneysel çalışmanın güvenilir hata aralığında yapıldığı, hem de analitik olarak türetilen frekans denkleminin uç kütleli katmanlı konsol kirişin gerçek çalışma koşullarını etkili bir şekilde temsil ettiği söylenebilir.

4.4. Zorlanmış Titreşim Deneyinden Elde Edilen Sonuçlar

Farklı uç kütleler ve farklı kirişler kullanılarak oluşturulan katmanlı kiriş tipi DTS'lerin titreşim sönümleme performanslarını değerlendirmek için oluşturulan her bir DTS, ana sisteme eklenerek zorlanmış titreşim testine tabi tutulmuştur. Ana sistemin birinci veya temel frekansı analitik olarak;

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} = \sqrt{\frac{5060}{0.35}} = 120,237 \text{ rad/sn}$$
(4.1)

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{120,237}{2\pi} = 19,136 \text{ Hz}$$
 (4.2)

elde edilmiştir. Ana sistemin deneysel olarak elde edilen temel doğal frekans değeri ise 19.5 Hz olarak ölçülmüştür (Şekil 4.31).



Şekil 4.31. DTS eklenmemiş sisteme ait frekans-genlik grafiği.

Ana sistemin temel frekansına yakın olması sebebiyle zorlayıcı kuvvet frekansı olarak 20 Hz, 22.5 Hz ve 25 Hz seçilmiştir. Zorlayıcı kuvvet frekansı, sisteme sinüs fonksiyonu olarak etki ettirilmiştir. İlk olarak DTS eklenmemiş sistem, zorlanmış titreşim testine tabi tutulmuş ve absorber eklenmemiş sistemin titreşim genlikleri elde edilmiştir. Absorbersiz sistemin zorlama titreşimi sonucu elde edilen genlik grafikleri Şekil 4.32-4.34 arasında verilmiştir. Bu grafiklerden de görüleceği üzere, sistemin genlik değerleri, sistemin rezonans frekansına yakın olan 20 Hz'de maksimum değerine ulaşmaktadır. 22.5 Hz ve 25 Hz'de ise, sistemin genlik değerleri azalmaktadır.



Şekil 4.32. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, DTS eklenmemiş sistemin genlikzaman ve frekans-genlik grafiği.

Sonraki adımda ise, oluşturulan katmanlı kiriş tipi yapıdaki DTS'ler, ana sisteme eklenerek zorlanmış titreşim testleri gerçekleştirilmiştir. Yapılan testlerin fazlalığından dolayı ve şekil karmaşıklığına neden olmamak için zorlanmış titreşim testlerinden elde edilen tüm grafiksel sonuçlar Ek-B bölümünde verilmiştir. Bu bölümde sadece, iki katmanlı kiriş ve 1 numaralı uç kütleden oluşan DTS ekli sistemin zorlanmış titreşim grafikleri verilmiştir. Ayrıca, zorlanmış titreşim deneylerinden elde edilen absorbersiz ve absorber eklenmiş sistemin genlik değerleri Tablo 4.13-4.18 arasında sunulmuştur.



Şekil 4.33. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, DTS eklenmemiş sistemin genlikzaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil 4.34. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, DTS eklenmemiş sistemin genlikzaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil 4.35. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil 4.36. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil 4.37. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.

Tablo 4.13. DTS eklenmemiş sisteme ait ivme genlik değerleri.

Kuvvet frekansı (Hz)	Zemin genliği (m/s ²) rms	Ana kütle genliği (m/s ²) rms
20	6.039	57.74
22.5	10.86	27.92
25	11.97	17.10

Tablo 4.14. Katmansız (K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS eklenmiş sisteme ait ivme genlik değerleri.

Uç	Kuvvet	Zemin genliği	Ana kütle genliği	DTS kütle genliği
kütle	frekansı (Hz)	(m/s ²) rms	(m/s^2) rms	(m/s^2) rms
1	20	5.379	2.714	57.523
	22.5	10.146	0.996	27.731
	25	11.394	0.994	17.259
2	20	5.047	2.119	49.534
	22.5	9.654	1.005	25.495
	25	10.856	1.123	15.580
3	20	5.557	2.255	59.613
	22.5	10.805	1.763	29.009
	25	12.028	1.313	17.968
4	20	5.010	1.386	52.1955
	22.5	9.006	1.516	27.077
	25	11.006	1.257	17.341

Uç kütle	Kuvvet frekansı (Hz)	Zemin genliği (m/s ²) rms	Ana kütle genliği (m/s ²) rms	DTS kütle genliği (m/s ²) rms
1	20	6.177	6.209	59.966
	22.5	10.980	3.379	29.356
	25	12.043	3.979	17.974
	20	5.893	3.241	50.520
2	22.5	10.348	1.873	25.925
	25	11.711	1.230	16.693
3	20	5.639	3.406	51.188
	22.5	10.291	1.769	26.095
	25	11.527	1.723	16.361
4	20	6.039	3.127	57.749
	22.5	10.864	1.276	27.922
	25	11.971	0.869	17.104

Tablo 4.15. İki katmanlı (K1K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS eklenmiş sisteme ait ivme genlik değerleri.

Tablo 4.16. Üç katmanlı (K1K2K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS eklenmiş sisteme ait ivme genlik değerleri.

Uç kütle	Kuvvet frekansı (Hz)	Zemin genliği (m/s ²) rms	Ana kütle genliği (m/s ²) rms	DTS kütle genliği (m/s ²) rms
1	20	5.801	8.367	57.083
	22.5	10.554	2.731	27.128
	25	11.469	1.169	16.444
	20	3.103	5.602	55.995
2	22.5	3.564	2.478	27.408
	25	4.744	1.431	16.859
	20	6.017	7.276	51.194
3	22.5	10.910	4.851	26.639
	25	12.010	4.035	16.695
4	20	6.646	3.479	53.902
	22.5	11.034	2.059	27.292
	25	12.185	1.132	17.109

Uç kütle	Kuvvet frekansı (Hz)	Zemin genliği (m/s ²) rms	Ana kütle genliği (m/s ²) rms	DTS kütle genliği (m/s ²) rms
1	20	6.501	4.676	52.885
	22.5	11.060	2.580	27.256
	25	12.152	1.124	17.029
2	20	6.530	6.057	58.764
	22.5	11.148	2.772	28.023
	25	12.083	1.693	17.194
3	20	6.288	4.470	53.479
	22.5	10.458	2.087	26.120
	25	11.632	1.490	16.297
4	20	5.781	2.448	49.399
	22.5	10.256	1.711	25.989
	25	11.593	1.492	16.474

Tablo 4.17. Üç katmanlı (K1K3K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS eklenmiş sisteme ait ivme genlik değerleri.

Tablo 4.18. Üç katmanlı (K1K4K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS eklenmiş sisteme ait ivme genlik değerleri.

Uç kütle	Kuvvet frekansı (Hz)	Zemin genliği (m/s ²) rms	Ana kütle genliği (m/s ²) rms	DTS kütle genliği (m/s ²) rms
1	20	6.326	6.657	51.003
	22.5	10.779	3.127	26.541
	25	11.782	1.363	16.546
2	20	6.529	7.618	53.062
	22.5	10.935	3.128	26.576
	25	12.123	1.497	16.682
3	20	6.432	8.033	57.708
	22.5	11.017	2.715	27.111
	25	12.103	1.373	16.778
4	20	6.550	4.976	58.153
	22.5	11.030	1.888	27.381
	25	12.160	1.149	16.919

Tablo 4.14-4.18'de görüleceği üzere sistemin rezonans frekansına yakın olan 20 Hz frekansında DTS'nin yaptığı genlik yüksek değerlere çıkmaktadır. Ana kütlenin genlik değerinde ise ciddi bir azalma olduğu görülmektedir. Tablo 4.13-4.18 arasındaki
veriler ivmeölçer ile alındığından birimi ivme rms'dir. Zorlama fonksiyonu olarak $x_p = X \sin \omega t$ gibi bir fonksiyon düşünürsek, ivmeden konum verisine geçiş yapmak için zorlama fonksiyonunun zamana göre iki kez türevini alıp ivme fonksiyonunu elde ederiz.

$$\frac{\ddot{x_p}}{-\omega^2} = X\sin\omega t = x_p \tag{4.3}$$

 $\omega = 2\pi f$ denklemi kullanılarak Denklem 4.3'ü yeniden düzenlersek ivmeden konuma geçiş için Denklem 4.4'ü elde ederiz.

$$x_p = \left| \frac{\dot{x_p}}{-4\pi^2 f^2} \right| \tag{4.4}$$

Denklem 4.4 kullanılarak, Tablo 4.13-4.18'deki veriler konum verilerine çevrilmiştir ve konum cinsinden veriler Tablo 4.19-4.24 arasında verilmektedir.

Kuvvet frekansı (Hz)	Zemin genliği (mm) rms	Ana kütle genliği (mm) rms
20	0.382	3.657
22.5	0.543	1.397
25	0.485	0.693

Tablo 4.19. DTS eklenmemiş sisteme ait konum genlik değerleri.

Tablo 4.20. Katmansız (K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS eklenmiş sisteme ait konum genlik değerleri.

Uç kütle	Kuvvet frekansı (Hz)	Zemin genliği (mm) rms	Ana kütle genliği (mm) rms	DTS kütle genliği (mm) rms
	20	0.3408	0.1719	3.6441
1	22.5	0.5078	0.0499	1.3880
	25	0.4620	0.0403	0.6997
	20	0.3197	0.1342	3.1380
2	22.5	0.4832	0.0503	1.2761
	25	0.4401	0.0455	0.6317
	20	0.3520	0.1429	3.7765
3	22.5	0.5408	0.0882	1.4520
	25	0.4877	0.0532	0.7285
	20	0.3174	0.0878	3.3066
4	22.5	0.4508	0.0759	1.3553
	25	0.4462	0.0510	0.7031

Uç kütle	Kuvvet frekansı (Hz)	Zemin genliği (mm) rms	Ana kütle genliği (mm) rms	DTS kütle genliği (mm) rms
	20	0.3913	0.3933	3.7988
1	22.5	0.5496	0.1691	1.4694
	25	0.4883	0.1613	0.7287
	20	0.3733	0.2053	3.2004
2	22.5	0.5180	0.0938	1.2977
	25	0.4748	0.0499	0.6768
	20	0.3572	0.2158	3.2427
3	22.5	0.5151	0.0885	1.3062
	25	0.4673	0.0699	0.6633
	20	0.3826	0.1981	3.6584
4	22.5	0.5438	0.0639	1.3976
	25	0.4853	0.0352	0.6935

Tablo 4.21. İki katmanlı (K1K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS eklenmiş sisteme ait konum genlik değerleri.

Tablo 4.22. Üç katmanlı (K1K2K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan I	DTS eklenmiş
sisteme ait konum genlik değerleri.	

Uç kütle	Kuvvet frekansı (Hz)	Zemin genliği (mm) rms	Ana kütle genliği (mm) rms	DTS kütle genliği (mm) rms
	20	0.3675	0.5300	3.6162
1	22.5	0.5283	0.1367	1.3579
	25	0.4650	0.0474	0.6667
	20	0.1966	0.3549	3.5473
2	22.5	0.1784	0.1240	1.3719
	25	0.1923	0.0580	0.6835
	20	0.3812	0.4609	3.2431
3	22.5	0.5461	0.2428	1.3334
	25	0.4869	0.1636	0.6769
4	20	0.4210	0.2204	3.4147
	22.5	0.5523	0.1031	1.3661
	25	0.4940	0.0459	0.6937

Uç kütle	Kuvvet frekansı (Hz)	Zemin genliği (mm) rms	Ana kütle genliği (mm) rms	DTS kütle genliği (mm) rms
	20	0.4118	0.2962	3.3502
1	22.5	0.5536	0.1291	1.3643
	25	0.4927	0.0456	0.6904
	20	0.4137	0.3837	3.7227
2	22.5	0.5580	0.1387	1.4027
	25	0.4899	0.0686	0.6971
	20	0.3983	0.2832	3.3879
3	22.5	0.5235	0.1045	1.3074
	25	0.4716	0.0604	0.6607
4	20	0.3662	0.1551	3.1294
	22.5	0.5134	0.0856	1.3009
	25	0.4700	0.0605	0.6679

Tablo 4.23. Üç katmanlı (K1K3K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS eklenmiş sisteme ait konum genlik değerleri.

Tablo 4.24. Üç katmanlı (K1K4K1) kiriş ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS eklenmiş sisteme ait konum genlik değerleri.

Uç kütle	Kuvvet frekansı (Hz)	Zemin genliği (mm) rms	Ana kütle genliği (mm) rms	DTS kütle genliği (mm) rms
	20	0.4007	0.4217	3.2310
1	22.5	0.5395	0.1565	1.3285
	25	0.4777	0.0553	0.6708
	20	0.4136	0.4826	3.3615
2	22.5	0.5473	0.1566	1.3302
	25	0.4915	0.0607	0.6764
	20	0.4075	0.5089	3.6558
3	22.5	0.5514	0.1359	1.3570
	25	0.4907	0.0557	0.6802
	20	0.4149	0.3152	3.6840
4	22.5	0.5521	0.0945	1.3705
	25	0.4930	0.0466	0.6860

Katmanlı kiriş tipi DTS'lerin titreşim sönümleme performanlarını kıyaslamak için Tablo 4.19-4.24'deki veriler kullanılarak Şekil 4.38-4.45 oluşturulmuştur. Şekil 4.38, absorbersiz sistemin ve 1 numaralı uç kütle kullanılarak oluşturulan DTS'lerin ana sisteme eklendikten sonra, ana kütleden ve absorber kütleden elde edilen genlik

değerlerini göstermektedir. Ana kütlenin genlik değerlerinin daha net bir şekilde anlaşılabilmesi amacıyla Şekil 4.39 oluşturulmuştur.



Şekil 4.38. 1 numaralı uç kütle ve farklı kiriş konfigürasyonları ile oluşturulmuş DTS ekli sistemdeki ana kütlenin ve absorber kütlenin genlikleri.



Şekil 4.39. 1 numaralı uç kütle ve farklı kiriş konfigürasyonları ile oluşturulmuş DTS ekli sistemdeki ana kütlenin genlikleri.

Şekil 4.38'den görüleceği üzere, absorbersiz sistemin 20 Hz'deki genliğinin rms değeri 3.657 mm iken, sisteme absorber eklendikten sonra sistemin genliklerinin rms değeri 0.1-0.6 mm aralığına kadar düşmüştür. Şekil 4.38 ve 4.39'da görüldüğü gibi, ana kütlenin ve absorber kütlenin genlik değerleri, sistemin rezonans frekansına yakın olan 20 Hz'de en yüksek değerlere çıkmaktadır. 22.5 ve 25 Hz frekanslarında ise absorber kütlenin ve uç kütlenin genlik davranışı benzerlik göstermekte ve ana sistemin rezonans frekansından uzaklaştıkça hem ana kütlenin hem de absorber kütlenin genlik değerleri azalmaktadır. 25 Hz frekansında ise, hem ana kütlenin genlik değerleri hem de farklı kiriş kombinasyonları ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS'lerin genlik değerleri birbirine çok yakın olmaktadır. Titreşim genliklerinin en yüksek değerlerinin yapının rezonans frekansına yakın olan 20 Hz'de olmasından dolayı, bu frekanstaki sönümleme performanslarının değerlendirilmesi daha fazla önem arz etmektedir.

20 Hz'de ana kütlenin en az genlik değeri, tek katmanlı kirişle oluşturulan DTS ekli sistemde görülmektedir. Çok katmanlı kirişle oluşturulan DTS ekli sistemin genlik değerlerinin ise kirişlerin eşdeğer eğilme rijitlikleri ile orantılı şekilde arttığı görülmektedir. Kiriş rijitliğinin artması ile DTS'lerin frekansı da artmakta ve sistemin rezonans frekansı ile DTS'nin etkili olduğu sönümleme frekansı arasındaki fark artmaktadır. Bu da DTS'lerin titreşim sönümleme performansını azaltmaktadır. En yüksek eşdeğer eğilme rijitliği K1K2K1 kirişine ait olduğu ve bu DTS'nin birinci frekans değeri 33.39 Hz olduğu için bu DTS'nin titreşim sönümleme performansı diğerlerine göre düşük çıkmıştır. Bu sebeple, ana kütlenin titreşim genliği yeterince söümlenemediğinden dolayı ana kütlenin genlik değeri yüksek çıkmaktadır.

Şekil 4.40 ve 4.41, 2 numaralı uç kütle kullanılarak oluşturulan DTS'lerin ana sisteme eklendikten sonra, ana kütleden ve absorber kütleden elde edilen genlik değerlerini göstermektedir.



Şekil 4.40. 2 numaralı uç kütle ve farklı kiriş konfigürasyonları ile oluşturulmuş DTS ekli sistemdeki ana kütlenin ve absorber kütlenin genlikleri.



Şekil 4.41. 2 numaralı uç kütle ve farklı kiriş konfigürasyonları ile oluşturulmuş DTS ekli sistemdeki ana kütlenin genlikleri.

Şekil 4.39 ve 4.41 kıyaslandığında , ana kütlenin 20 Hz'de yapmış olduğu genliğin rms değerinin uç kütle ağırlığı arttıkça azaldığı görülmektedir. Bu noktadan hareketle, katmanlı kiriş tipi DTS'lerde, katmanlı kirişin eşdeğer eğilme rijitliği arttıkça, kiriş daha rijit hale gelmektedir ve frekans değerleri yükselmektedir. Yapının rezonans frekansı ile DTS'nin frekansı arasındaki fark arttıkça DTS'nin sönümleme kabiliyeti azalmaktadır ve yapının titreşim genlikleri yeterince sönümlenememektedir. Uç kütlenin ağırlığının artması ise, DTS'nin frekansını azalttığından dolayı, uç kütlenin artması ile DTS'nin frekansı yapının rezonans frekansına yaklaşmaktadır ve bu sebeple de DTS'nin sönümleme performansı iyileşmektedir.

Şekil 4.42 ve 4.43, 3 numaralı uç kütle; Şekil 4.44 ve 4.45 ise 4 numaralı uç kütle kullanılarak oluşturulan DTS'lerin ana sisteme eklendikten sonra, ana kütleden ve absorber kütleden elde edilen genlik değerlerini göstermektedir.



Şekil 4.42. 3 numaralı uç kütle ve farklı kiriş konfigürasyonları ile oluşturulmuş DTS ekli sistemdeki ana kütlenin ve absorber kütlenin genlikleri.



Şekil 4.43. 3 numaralı uç kütle ve farklı kiriş konfigürasyonları ile oluşturulmuş DTS ekli sistemdeki ana kütlenin genlikleri.



Şekil 4.44. 4 numaralı uç kütle ve farklı kiriş konfigürasyonları ile oluşturulmuş DTS ekli sistemdeki ana kütlenin ve absorber kütlenin genlikleri.



Şekil 4.45. 4 numaralı uç kütle ve farklı kiriş konfigürasyonları ile oluşturulmuş DTS ekli sistemdeki ana kütlenin genlikleri.

Şekil 4.43 ve Şekil 4.45 kıyaslanırsa, uç kütle miktarı arttıkça ana kütlenin 20 Hz frekansındaki deplasman genlikleri azalmaktadır. Uç kütle miktarındaki artışın DTS'nin titreşim sönümleme performansı üzerindeki etkisi, ayrıntılı bir şekilde Tablo 4.25'te verilmiştir.

Tablo 4.25'te verilen DTS modelleri incelendiğinde, 1 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'lerden K1 kirişinde titreşim genliği %95.3, K1K1 kirişinde %89.2, K1K2K1 kirişinde %85.5, K1K3K1 kirişinde %91.9 ve K1K4K1 kirişinde %88.5 azalmıştır. Buna göre en iyi titreşim sönümleme performansı gösteren modelin katmansız kiriş modeli olduğu görülmektedir. Bunun sebebi, kiriş kalınlığı ile orantılı şekilde kiriş rijitliğinin artması ve buna bağlı olarak DTS frekanslarının da artarak sistemin rezonans frekansından uzaklaşmasıdır. DTS'nin etkili olduğu sönümleme frekansı ile yapının rezonans frekansı arasındaki farkın artması DTS'lerin titreşim sönümleme performansını azaltmaktadır. Çünkü absorber sisteminin en verimli olduğu bölge, absorber frekansı ile ana yapının rezonans frekansının eşit olduğu aralıktır. 2, 3, ve 4 numaralı uç kütleler ile oluşturulan katmanlı kirişlerin titreşim sönümleme davranışları da eşdeğer eğilme rijitliği yönünden kıyaslandığında benzer davranış göstermektedir.

Kiriş konfigürasyonu	Uç kütle	Ana kütle genliği (mm) rms	Titreşim sönümleme (- %)
Absorbersiz sistem		3.657	0.0
	1	0.1719	-95.3
Katmansız kiriş	2	0.1342	-96.3
(K1)	3	0.1429	-96.1
	4	0.0878	-97.6
	1	0.3933	-89.2
İki katmanlı	2	0.2053	-94.4
(K1K1)	3	0.2158	-94.1
	4	0.1981	-94.6
	1	0.53	-85.5
Üç katmanlı	2	0.3549	-90.3
(K1K2K1)	3	0.4609	-87.4
	4	0.2204	-94.0
	1	0.2962	-91.9
Üç katmanlı	2	0.3837	-89.5
(K1K3K1)	3	0.2832	-92.3
	4	0.1551	-95.8
	1	0.4217	-88.5
Üç katmanlı	2	0.4826	-86.8
(K1K4K1)	3	0.5089	-86.1
	4	0.3152	-91.4

Tablo 4.25. Katmanlı kirişli ve farklı uç kütlelerden oluşan DTS'lerin 20 Hz frekansındaki titreşim sönümleme verimlilikleri.

Ayrıca, K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS modeli, titreşim genliğini %95.3 oranında sönümlerken 2 numaralı uç kütle ile oluşturulan model %96.3, 3 numaralı uç kütle ile oluşturulan model %96.1 ve 4 numaralı uç kütle ile oluşturulan model ise %97.6 oranında sönümleme gerçekleştirmiştir. Diğer katmanlı kirişli DTS'ler incelendiğinde de benzer şekilde uç kütle miktarı arttıkça titreşim sönümleme yüzdesinin arttığı görülmektedir. Titreşim sönümleme performansları yönünden en etkili DTS'lerin, 4 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ler olduğu görülmektedir. Uç kütle miktarındaki artışla DTS'nin etkili olduğu sönümleme frekansı ile yapının

rezonans frekansı arasındaki fark azalmakta ve DTS'nin titreşim sönümleme verimliliği artmaktadır.

Bu çalışmada, ana sistemin temel frekansı 19.5 Hz, tasarlanan üç katlı kiriş modellerinin temel frekansları ise 30 Hz civarında olduğu, deneysel ve analitik olarak belirlenmiştir. Bu sebeple, iki katmanlı kirişten oluşan DTS'lerin 20 Hz rezonans frekansındaki sönümleme performanslarının, üç katmanlı kirişten oluşan DTS'lere göre daha iyi olduğu gözlenmiştir. Bunun temel sebebi, katman kalınlığının artmasıyla DTS frekansının artması ve DTS frekansının sistemin rezonans frekansından uzaklaşmasıdır.

Ayrıca kirişlerin L/h oranının azalması yani kalın kiriş teorisine yaklaşılması, kiriş rijitliğini arttırdığından DTS frekansı sistemin rezonans frekansından uzaklaşmakta, dolayısıyla da DTS'lerin titreşim sönümleme performansı azalmaktadır.

Sistemin rezonans frekansı bölgesinde en iyi titreşim sönümleme performansı sağlayan DTS elde edebilmek için, katmanlı kirişli DTS'lerin eşdeğer eğilme rijitliği ve uç kütle miktarı yapı rezonans frekansına uygun şekilde seçilmelidir. Bu çalışmada ele alınan kiriş tipi yapıdaki DTS'lerin genel olarak ağır tonajlı tank, kamyon, gemi gibi içten yanmalı motorlu araçlarda, motor şaftındaki burulma titreşimlerini azaltmak amacıyla kullanımı tercih edilmektedir. Bu tip araç motorlarının devir sayıları ise yaklaşık 3000 devir (50 Hz) olduğu bilinmektedir. Dolayısıyla da en iyi titreşim sönümleme performansı için, DTS'lerin eşdeğer eğilme rijitliği ve uç kütle miktarı 1-50 Hz çalışma bölgesindeki kritik frekanslara uygun şekilde ayarlanmalıdır. Çalışmadan elde edilen sonuçlar, katmanlı kiriş tipi DTS'lerin tasarımında yol gösterici olacaktır.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında, katmanlı kirişlerden ve farklı uç kütlelerden oluşan kiriş tipi DTS'lerin titreşim sönümleme davranışları araştırılmıştır. Analitik modelleme aşamasında, uç kütlenin dönme ataleti dikkate alınarak, kirişlerin frekans denklemleri elde edilmiştir. DTS'lerin ilk üç doğal frekansı analitik olarak hesaplanmış ve deneysel olarak da elde edilmiştir. Analitik ve deneysel sonuçların birbiri ile uyumlu olduğu görülmüştür. Katman özelliklerinin, uç kütle miktarının ve uç kütlenin dönme ataletinin doğal frekanslar ve mod şekilleri üzerindeki etkileri, frekans denkleminden elde edilen analitik sonuçlarla ve deneysel çalışmalarla ortaya konulmuştur. Bu çalışmanın sonuçları, başlıca yenilikleri ve katkıları kısaca şu şekilde özetlenebilir:

- Uç kütlenin dönme ataletini hesaba katarak, uç kütleli katmanlı konsol kirişin doğal frekansları ve mod şekilleri elde edilmiştir.
- Kiriş frekanslarına ait ilk beş boyutsuz frekans parametresi elde edilmiş ve çeşitli λ (boyutsuz atalet parametresi) ve μ (boyutsuz kütle oranı) boyutsuz değerlerine göre değişimi şekillerle ve tablolarla gösterilmiştir.
- Değişen λ değerleri için, uç kütleli katmanlı konsol kirişin ilk beş mod şekli belirlenmiştir. Uç kütlenin dönme ataletinden kirişin ilk 3 mod şeklinin daha fazla etkilendiği gösterilmiştir.
- Uç kütlenin dönme ataletindeki bir artışın, yapının düşük frekansları ve mod şekilleri üzerinde daha büyük bir etki oluşturduğu tespit edilmiştir.
- Uç kütlenin ağırlık merkezi ile kirişin bağlantı noktası arasındaki mesafenin arttırılmasının, kirişin doğal frekanslarında düşüşe yol açtığı, fakat iç sönüm değerlerinde ise artışa neden olduğu deneysel olarak tespit edilmiştir.
- Katmanlı kirişli ve farklı uç kütlelerden oluşturulan kiriş tipi DTS'lerin yapının titreşimlerini yaklaşık %90 oranında sönümlediği belirlenmiştir.
- Katmanlı kiriş tipi DTS'lerde, kiriş katmanlarının sayısı arttıkça kiriş yapısının eşdeğer eğilme rijitliği de artmakta ve kiriş daha rijit hale gelmektedir. Bunun sonucunda ise, DTS'nin frekans değerleri yükselmektedir. Bu çalışmadaki üç katlı kirişlerin temel frekans değeri 30 Hz civarında olmasından ve yapının rezonans frekansı 19.5 Hz olmasından dolayı katman sayısının artması, DTS frekansı ile

yapının rezonans frekansı arasındaki farkın artmasına yol açmış ve bu da DTS'nin sönümleme verimliliğini azaltmıştır.

- DTS uç kütle miktarının artması ise, DTS'nin frekansını düşürdüğünden dolayı, uç kütle miktarının artması ile katmanlı kirişli DTS'nin frekansı, çalışmadaki yapının rezonans frekansına yaklaşmaktadır. Bunun sonucu olarak DTS'nin sönümleme performansı iyileşmektedir.
- Titreşim sönümleme verimliliği en yüksek katmanlı kirişli DTS tasarımı elde etmek için, katmanlı kirişli DTS'lerin eşdeğer eğilme rijitliği ve uç kütle miktarı, yapı rezonans frekansına uygun şekilde seçilmelidir. Bu çalışmada incelenen kiriş tipi yapıdaki DTS'ler, genel olarak yüksek tork üreten içten yanmalı motorların şaftlarında oluşan burulma titreşimlerini sönümlemek amacıyla kullanılmaktadır. Bu tarz motorların devir sayılarının ise yaklaşık 3000 devir (50 Hz) olduğu bilinmektedir. Dolayısıyla da, bu tip motorlarda en iyi titreşim sönümleme performansı gösteren DTS tasarımı için, DTS'nin eşdeğer eğilme rijitliği ve uç kütle miktarı 1-50 Hz çalışma bölgesindeki yapının kritik frekanslarına uygun şekilde ayarlanmalıdır.

Bu çalışmanın sonuçları, enerji toplayıcıları ve Stockbridge tipi dinamik titreşim sönümleyicileri gibi mühendislik yapılarının tasarımı için değerli bilgiler sunmaktadır. Ayrıca elde edilen bulgular, Stockbridge sönümleyicileri veya dinamik titreşim sönümleyicilerinin tasarım sürecinde de faydalı olup, kirişin katman özellikleri, uç kütlenin ağırlık merkezi ile kiriş bağlantı noktası arasındaki mesafe, uç kütle/kiriş kütle oranları gibi parametrelerin belirlenmesine yardımcı olacaktır. Ayrıca, katmanlı kirişli DTS'lerin tasarımına da büyük katkılar sağlayacaktır.

KAYNAKLAR

- Aida, T., Aso, T., Nakamoto, K., & Kawazoe, K. (1998). Vibration control of shallow shell structures using a shell-type dynamic vibration absorber. *Journal of Sound* and Vibration, 218(2), 245–267. https://doi.org/10.1006/JSVI.1998.1829
- Aida, Tadayoshi, Toda, S., Ogawa, N., & Imada, Y. (1992). Vibration Control of Beams by BeamType Dynamic Vibration Absorbers. *Journal of Engineering Mechanics*, 118(2), 248–258. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1992)118:2(248)
- Anh, N. D., & Nguyen, N. X. (2014). Design of non-traditional dynamic vibration absorber for damped linear structures. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 228(1), 45–55. https://doi.org/10.1177/0954406213481422
- Anh, N. D., & Nguyen, N. X. (2016). Research on the design of non-traditional dynamic vibration absorber for damped structures under ground motion. *Journal* of Mechanical Science and Technology, 30(2), 593–602. https://doi.org/10.1007/S12206-016-0113-X/METRICS
- ARAZ, O., & KAHYA, V. (2021). Optimization of non-traditional tuned mass damper for damped structures under harmonic excitation. Uludağ University Journal of The Faculty of Engineering, 26(3), 1021–1034. https://doi.org/10.17482/UUMFD.878114
- Asami, T., Nishihara, O., & Baz, A. M. (2002). Analytical Solutions to H∞ and H2 Optimization of Dynamic Vibration Absorbers Attached to Damped Linear Systems. *Journal of Vibration and Acoustics*, 124(2), 284–295. https://doi.org/10.1115/1.1456458
- Bakre, S. V., & Jangid, R. S. (2004). Optimum multiple tuned mass dampers for baseexcited damped main system. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 4(4), 527–542. https://doi.org/10.1142/S0219455404001367
- Barredo, E., Mendoza Larios, J. G., Colín, J., Mayén, J., Flores-Hernández, A. A., & Arias-Montiel, M. (2020). A novel high-performance passive non-traditional inerter-based dynamic vibration absorber. *Journal of Sound and Vibration*, 485, 115583. https://doi.org/10.1016/J.JSV.2020.115583
- Bekdaş, G., & Nigdeli, S. M. (2013). Mass ratio factor for optimum tuned mass damper strategies. *International Journal of Mechanical Sciences*, 71, 68–84. https://doi.org/10.1016/J.IJMECSCI.2013.03.014
- Brock, J. E. (1946). A Note on the Damped Vibration Absorber. *Journal of Applied Mechanics*, *13*(4), A284–A284. https://doi.org/10.1115/1.4009588
- Chen, J., Zhao, Z., & Zhou, X. (2023). A novel enriched degree of freedom method for absorbing boundary conditions in the time-domain finite element method. *Engineering with Computers*, *39*(5), 3401–3419. https://doi.org/10.1007/S00366-022-01757-9

- Chen, X., Li, A., Zhang, Z., Hu, L., Sun, P., Fan, Z., & Liu, X. (2020). Improving the wind-induced human comfort of the Beijing Olympic Tower by a double-stage pendulum tuned mass damper. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 29(4), e1704. https://doi.org/10.1002/TAL.1704
- Chen, Y. H., & Lin, C. Y. (1998). Structural analysis and optimal design of a dynamic absorbing beam. *Journal of Sound and Vibration*, 212(5), 759–769. https://doi.org/10.1006/JSVI.1997.1412
- Cheung, Y. L., & Wong, W. O. (2009). Design of a non-traditional dynamic vibration absorber. *The Journal of the Acoustical Society of America*, *126*(2), 564–567. https://doi.org/10.1121/1.3158917
- Cheung, Y. L., & Wong, W. O. (2011). H2 optimization of a non-traditional dynamic vibration absorber for vibration control of structures under random force excitation. *Journal of Sound and Vibration*, 330(6), 1039–1044. https://doi.org/10.1016/J.JSV.2010.10.031
- Connor, J., & Laflamme, S. (2014). Structural motion engineering. *Structural Motion Engineering*, 9783319062815, 1–619. https://doi.org/10.1007/978-3-319-06281-5/COVER
- Crandall, S. H., & Mark, W. D. (1964). *Random vibration in mechanical systems*. Academic Press.
- Das, A. K., & Dey, S. S. (1992). Effects of tuned mass dampers on random response of bridges. *Computers & Structures*, 43(4), 745–750. https://doi.org/10.1016/0045-7949(92)90518-5
- Den Hartog, J. P. (1956). Mechanical Vibrations. In The Aeronautical Journal: Vol.FourthEdition(Issue554).https://doi.org/10.1017/S0368393100131049
- Den Hartog, J. P. (2007). Mechanical Vibrations. Crastre Press.
- Doğanay Katı, H. (2018). No Title. Bursa Teknik Ünivesitesi.
- Erturk, A., & Inman, D. J. (2011). Piezoelectric energy harvesting. Wiley.
- Esmailzadeh, E., & Jalili, N. (1998). Optimum Design of Vibration Absorbers for Structurally Damped Timoshenko Beams. *Journal of Vibration and Acoustics*, *120*(4), 833–841. https://doi.org/10.1115/1.2893908
- Ewins, D. J. (2001). *Modal Testing: Theory, Practice and Application* (2nd Edition). Research Studies Press LTD. http://www.amazon.com/Modal-Testing-Application-Mechanical-Engineering/dp/0863802184
- Falcon, K. C., Stone, B. J., Simcock, W. D., & Andrew, C. (1967). Optimization of Vibration Absorbers: A Graphical Method for use on Idealized Systems with Restricted Damping. *Http://Dx.Doi.Org/10.1243/JMES_JOUR_1967_009_058_02*, 9(5), 374–381. https://doi.org/10.1243/JMES_JOUR_1967_009_058_02
- Frahm, H. (1911). *Device for damping vibrations of bodies*. (Patent No. 989958). US Patent.

- Franchek, M. A., Ryan, M. W., & Bernhard, R. J. (1996). Adaptive passive vibration control. *Journal of Sound and Vibration*, 189(5), 565–585. https://doi.org/10.1006/JSVI.1996.0037
- Fujino, Y., & Abé, M. (1993). Design formulas for tuned mass dampers based on A perturbation technique. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 22(10), 833–854. https://doi.org/10.1002/EQE.4290221002
- Gattulli, V. (1999). Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering T.T. Soong and G.F. Dargush John Wiley & amp; Sons, Chichester. *Meccanica*. https://www.academia.edu/5317506/Passive_Energy_Dissipation_Systems_in_Structural_Engineering_T_T_Soong_and_G_F_Dargush_John_Wiley_and_Son s_Chichester
- Geislinger (2023, 2 Ekim). https://www.geislinger.com/en/products/product/damper/ adresinden 2 Ekim 2023 tarihinde alınmıştır.
- Gürgöze, M., Erdoğan, G., & Inceoğlu, S. (2001). Bending vibrations of beams coupled by a double spring-mass system. *Journal of Sound and Vibration*, 243(2), 361–369. https://doi.org/10.1006/JSVI.2000.3442
- He, J., & Fu, Z. (2001). Modal Analysis. Butterworth-Heinemann.
- Hoang, N., Fujino, Y., & Warnitchai, P. (2008). Optimal tuned mass damper for seismic applications and practical design formulas. *Engineering Structures*, 30(3), 707–715. https://doi.org/10.1016/J.ENGSTRUCT.2007.05.007
- Hongjin, W., Qingfeng, M., & Wuwei, F. (2014). Discussion of the improved methods for analyzing a cantilever beam carrying a tip-mass under base excitation. *Shock* and Vibration, 2014. https://doi.org/10.1155/2014/981053
- Hunt, J. B. (1979). *Dynamic vibration absorbers*. Mechanical Engineering Publications London.
- Hüseyinoğlu, M., Şen, M., Yiğid, O., & Çakar, O. (2019). Dynamic analysis of uniform and non-uniform cross-section cantilever sandwich beams. *European Journal of Technic*, 9(2), 286–297. https://doi.org/10.36222/ejt.632784
- Inceo G, S., & Gürgöze, M. (2001). Bending vibrations of beams coupled by several double spring-mass systems. *Journal of Sound and Vibration*, 243(2), 370–379. https://doi.org/10.1006/JSVI.2000.3443
- Inman, D. J. (1996). *Engineering vibration*. Prentice Hall. https://books.google.com/books/about/Engineering_Vibration.html?hl=tr&id=D 3vTygAACAAJ
- Ioi, T., & Ikeda, K. (1978). On the Dynamic Vibration Damped Absorber of the Vibration System. Bulletin of JSME, 21(151), 64–71. https://doi.org/10.1299/JSME1958.21.64
- Jacquot, R. G. (1978). Optimal dynamic vibration absorbers for general beam systems. *Journal of Sound and Vibration*, 60(4), 535–542. https://doi.org/10.1016/S0022-460X(78)80090-X
- Jacquot, R. G. (2001). Suppression of random vibration in plates using vibration absorbers. *Journal of Sound and Vibration*, 248(4), 585–596. https://doi.org/10.1006/JSVI.2001.3558

- Jacquot, Raymond G., & Hoppe, D. L. (1973). Optimal Random Vibration Absorbers. Journal of the Engineering Mechanics Division, 99(3), 612–616. https://doi.org/10.1061/JMCEA3.0001771
- Jangid, R. S. (1999). Optimum multiple tuned mass dampers for base-excited undamped system. *Earthquake Engineering And Structural Dynamics Earthquake Engng. Struct. Dyn, 28, 1041–1049.* https://doi.org/10.1002/(SICI)1096-9845(199909)28:9
- Joubaneh, E. F., Barry, O. R., & Oguamanam, D. C. D. (2019). Vibrations of sandwich beams with tip mass: Numerical and experimental investigations. *Composite Structures*, *210*, 628–640. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.11.079
- Kaveh, A., Javadi, S. M., & Mahdipour Moghanni, R. (2020). Optimal structural control of tall buildings using tuned mass dampers via chaotic optimization algorithm. *Structures*, 28, 2704–2713. https://doi.org/10.1016/J.ISTRUC.2020.11.002
- Kela, L., & Vähäoja, P. (2009). Recent studies of adaptive tuned vibration absorbers/neutralizers. *Applied Mechanics Reviews*, 62(6), 1–9. https://doi.org/10.1115/1.3183639/446403
- Koo, J. H., Shukla, A., & Ahmadian, M. (2008). Dynamic performance analysis of non-linear tuned vibration absorbers. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 13(9), 1929–1937. https://doi.org/10.1016/J.CNSNS.2007.03.020
- Korenev, B. G., & Reznikov, L. M. (1993). *Dynamic Vibration Absorbers : Theory and Technical Applications*. Wiley and Sons. https://archive.org/details/dynamicvibration0000kore
- Krenk, S. (2005). Frequency analysis of the tuned mass damper. *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME, 72*(6), 936–942. https://doi.org/10.1115/1.2062867
- Krenk, S., & Høgsberg, J. (2014). Tuned mass absorber on a flexible structure. *Journal* of Sound and Vibration, 333(6), 1577–1595. https://doi.org/10.1016/J.JSV.2013.11.029
- Lee, C. L., Chen, Y. T., Chung, L. L., & Wang, Y. P. (2006). Optimal design theories and applications of tuned mass dampers. *Engineering Structures*, 28(1), 43–53. https://doi.org/10.1016/J.ENGSTRUCT.2005.06.023
- Li, J., Zhang, H., Chen, S., & Zhu, D. (2020). Optimization and sensitivity of TMD parameters for mitigating bridge maximum vibration response under moving forces. *Structures*, 28, 512–520. https://doi.org/10.1016/J.ISTRUC.2020.08.065
- Li, L. Y., & Zhang, T. (2020). Analytical analysis for the design of nonlinear tuned mass damper. JVC/Journal of Vibration and Control, 26(9–10), 646–658. https://doi.org/10.1177/1077546319889840/ASSET/IMAGES/LARGE/10.1177 _1077546319889840-FIG11.JPEG
- Liu, K., & Coppola, G. (2018). Optimal design of damped dynamic vibration absorber for damped primary systems. *Https://Doi.Org/10.1139/Tcsme-2010-0008*, *34*(1), 119–135. https://doi.org/10.1139/TCSME-2010-0008

- Liu, K., & Liu, J. (2005). The damped dynamic vibration absorbers: Revisited and new result. *Journal of Sound and Vibration*, 284(3–5), 1181–1189. https://doi.org/10.1016/J.JSV.2004.08.002
- Maia, N. M. M., & Montalvão e Silva, J. M. (1997). *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. John Wiley and Sons, Inc. https://scirp.org/reference/referencespapers?referenceid=1974855
- Maraveas, C., Fasoulakis, Z. C., & Tsavdaridis, K. D. (2015). A review of human induced vibrations on footbridges. *American Journal of Engineering and Applied Sciences*, 8(4), 422–433. https://doi.org/10.3844/AJEASSP.2015.422.433
- Matta, E., & De Stefano, A. (2009). Seismic performance of pendulum and translational roof-garden TMDs. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 23(3), 908–921. https://doi.org/10.1016/J.YMSSP.2008.07.007
- McConnell, K. G. (1995). *Vibration testing, theory and practice*. John Wiley and Sons, Inc.
- Moghaddas, M., Esmailzadeh, E., Sedaghati, R., & Khosravi, P. (2012). Vibration control of Timoshenko beam traversed by moving vehicle using optimized tuned mass damper. JVC/Journal of Vibration and Control, 18(6), 757–773. https://doi.org/10.1177/1077546311404267/ASSET/IMAGES/LARGE/10.1177 _1077546311404267-EQ17.JPEG
- Nagaya, K., Kurusu, A., Ikai, S., & Shitani, Y. (1999). Vibration control of a structure by using a tunable absorber and an optimal vibration absorber under auto-tuning control. *Journal of Sound and Vibration*, 228(4), 773–792. https://doi.org/10.1006/JSVI.1999.2443
- Nasa (2023, 15 Ekim). https://blogs.nasa.gov/Constellation/2009/04/17/post_1239311627391// adresinden 15 Ekim 2023 tarihinde alınmıştır.
- Nashif, A. D., Jones, D. I. G., & Henderson John P. (1985). Vibration damping. New York : Wiley. https://books.google.com/books/about/Vibration_Damping.html?hl=tr&id=oEI1 HAxHg4AC
- Ormondroyd, J., & Den Hartog, J. P. (1928). Theory of the Dynamic Vibration Absorber. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 50, A9–A22.
- Ozer, M. B., & Royston, T. J. (2005). Extending Den Hartog's Vibration Absorber Technique to Multi-Degree-of-Freedom Systems. *Journal of Vibration and Acoustics*, 127(4), 341–350. https://doi.org/10.1115/1.1924642
- Rana, R., & Soong, T. T. (1998). Parametric study and simplified design of tuned mass dampers. *Engineering Structures*, 20(3), 193–204. https://doi.org/10.1016/S0141-0296(97)00078-3
- Randall, S. E., Halsted, D. M., & Taylor, D. L. (1981). Optimum Vibration Absorbers for Linear Damped Systems. *Journal of Mechanical Design*, 103(4), 908–913. https://doi.org/10.1115/1.3255005
- Rao, S. S. (2007). Vibration of Continuous Systems. In Vibration of Continuous Systems. John Wiley and Sons. https://doi.org/10.1002/9780470117866
- Rao, S. S. (2011). Mechanical Vibrations (5th Editio). Prentice Hall.

- Ren, M. Z. (2001). A variant design of the dynamic vibration absorber [3]. *Journal of Sound and Vibration*, 245(4), 762–770. https://doi.org/10.1006/JSVI.2001.3564
- Renault (2023, 9 Ekim). https://www.fuoritraiettoria.com/4-ruote/su-pista/formula-1/il-mass-damper-renault-2005/ adresinden 9 Ekim 2023 tarihinde alınmıştır.
- Ruge, P., & Wagner, N. (2020). Tilgerentwurf für Strukturen mit Eigendämpfung bei unscharfer Erregung. *Bautechnik*, 97(10), 737–743. https://doi.org/10.1002/BATE.202000024
- Ryan, M. W., Franchek, M., & Bernhad, R. (1994). Adaptive-passive vibration control of single frequency excitations applied to noise control. *Noise Control 1994: Proceedings of the 1994 National Conference on Noise Control Engineering*, 461–466. https://scholars.houstonmethodist.org/en/publications/adaptive-passive-vibration-control-of-single-frequency-excitation
- Sadek, F., Mohraz, B., Taylor, A. W., & Chung, R. M. (1997). A method of estimating the parameters of tuned mass dampers for seismic applications. *Earthquake engineering* and *structural* dynamics, 26, 617–635. https://doi.org/10.1002/(SICI)1096-9845(199706)26:6
- Saidi, I., Gad, E. F., Wilson, J. L., & Haritos, N. (2011). Development of passive viscoelastic damper to attenuate excessive floor vibrations. *Engineering Structures*, 33(12), 3317–3328. https://doi.org/10.1016/J.ENGSTRUCT.2011.05.017
- Saidi, I., Mohammed, A., Gad, E., Wilson, J. L., & Haritos, N. (2007). *Optimum design* for passive tuned mass dampers using viscoelastic materials.
- Soom, A., & Lee, M. S. (1983). Optimal Design of Linear and Nonlinear Vibration Absorbers for Damped Systems. *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, 105*(1), 112–119. https://doi.org/10.1115/1.3269054
- Sun, J. Q., Jolly, M. R., & Norris, M. A. (1995). Passive, adaptive and active tuned vibration absorbers-a survey. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 117(B), 234–242. https://doi.org/10.1115/1.2836462
- Thompson, A. G. (1981). Optimum tuning and damping of a dynamic vibration absorber applied to a force excited and damped primary system. *Journal of Sound and Vibration*, 77(3), 403–415. https://doi.org/10.1016/S0022-460X(81)80176-9
- Thompson, D. J. (2008). A continuous damped vibration absorber to reduce broadband wave propagation in beams. *Journal of Sound and Vibration*, *311*(3–5), 824–842. https://doi.org/10.1016/J.JSV.2007.09.038
- Tigli, O. F. (2012). Optimum vibration absorber (tuned mass damper) design for linear damped systems subjected to random loads. *Journal of Sound and Vibration*, *331*(13), 3035–3049. https://doi.org/10.1016/J.JSV.2012.02.017
- To, C. W. S. (1982). Vibration of a cantilever beam with a base excitation and tip mass. *Journal of Sound and Vibration*, 83(4), 445–460. https://doi.org/10.1016/S0022-460X(82)80100-4
- Tsai, H. -C, & Lin, G. -C. (1993). Optimum tuned-mass dampers for minimizing steady-state response of support-excited and damped systems. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 22(11), 957–973. https://doi.org/10.1002/EQE.4290221104

- Tsai, H. C. (1995). The effect of tuned-mass dampers on the seismic response of baseisolated structures. *International Journal of Solids and Structures*, *32*(8–9), 1195–1210. https://doi.org/10.1016/0020-7683(94)00150-U
- Wang, J. F., Lin, C. C., & Chen, B. L. (2003). Vibration suppression for high-speed railway bridges using tuned mass dampers. *International Journal of Solids and Structures*, 40(2), 465–491. https://doi.org/10.1016/S0020-7683(02)00589-9
- Warburton, G. B. (1982). Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 10(3), 381–401. https://doi.org/10.1002/EQE.4290100304
- Warburton, G. B., & Ayorinde, E. O. (1980). Optimum absorber parameters for simple systems. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 8(3), 197–217. https://doi.org/10.1002/EQE.4290080302
- Watts, P. (1883). On a method of reducing the rolling of ships at sea. *Transaction of the Institutions of Naval Architects*, 165–190.
- Wikipedia (2023, 5 Ekim). https://en.wikipedia.org/wiki/File:Stockbridge_ Damper.jpg adresinden 5 Ekim 2023 tarihinde alınmıştır.
- Wright, R. I., & Kidner, M. R. F. (2004). Vibration absorbers: A review of applications in interior noise control of propeller aircraft. JVC/Journal of Vibration and Control, 10(8), 1221–1237. https://doi.org/10.1177/1077546304041368
- Wu, J. J. (2005). Use of equivalent-damper method for free vibration analysis of a beam carrying multiple two degree-of-freedom spring-damper-mass systems. *Journal of Sound and Vibration*, 281(1-2), 275-293. https://doi.org/10.1016/J.JSV.2004.01.013
- Yamaguchi, H. (1985). Vibrations of a beam with an absorber consisting of a viscoelastic beam and a spring-viscous damper. *Journal of Sound and Vibration*, *103*(3), 417–425.
- Yang, F., Sedaghati, R., & Esmailzadeh, E. (2022). Vibration suppression of structures using tuned mass damper technology: A state-of-the-art review. *JVC/Journal of Vibration and Control*, 28(7–8), 812–836. https://doi.org/10.1177/1077546320984305/ASSET/IMAGES/LARGE/10.1177 _1077546320984305-FIG15.JPEG
- Yong, C., Zimcik, D. G., Wickramasinghe, V. K., & Nitzsche, F. (2004). Development of the Smart Spring for Active Vibration Control of Helicopter Blades. *Journal* of Intelligent Material Systems and Structures, 15(1), 37–47. https://doi.org/10.1177/1045389X04039655
- Yucel, M., Bekdaş, G., Nigdeli, S. M., & Sevgen, S. (2019). Estimation of optimum tuned mass damper parameters via machine learning. *Journal of Building Engineering*, 26, 100847. https://doi.org/10.1016/J.JOBE.2019.100847
- Zhang, C., Xu, J., Fang, S., Qiao, Z., Yurchenko, D., & Lai, Z. (2023). A pendulumbased absorber-harvester with an embedded hybrid vibro-impact electromagnetic-dielectric generator. *Nano Energy*, 107, 108126. https://doi.org/10.1016/J.NANOEN.2022.108126

- Zhang, T. jiao, & Li, L. yu. (2021). Analytical analysis for optimizing mass ratio of nonlinear tuned mass dampers. *Nonlinear Dynamics*, *106*(3), 1955–1974. https://doi.org/10.1007/S11071-021-06845-X/FIGURES/23
- Zilletti, M., Elliott, S. J., & Rustighi, E. (2012). Optimisation of dynamic vibration absorbers to minimise kinetic energy and maximise internal power dissipation. *Journal of Sound and Vibration*, 331(18), 4093–4100. https://doi.org/10.1016/J.JSV.2012.04.023

EKLER

EK A. DTS'lerin birinci frekanslarına ait sönüm değerleri.

EK B. Zorlanmış titreşim testlerinden elde edilen genlik-zaman ve frekans-genlik grafikleri.





Şekil A.1. K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinci frekanstaki iç sönüm değeri.



Şekil A.2. K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinci frekanstaki iç sönüm değeri.



Şekil A.3. K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinci frekanstaki iç sönüm değeri.



Şekil A.4. K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinci frekanstaki iç sönüm değeri.



Şekil A.5. K1K2K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinci frekanstaki iç sönüm değeri.



Şekil A.6. K1K2K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinci frekanstaki iç sönüm değeri.



Şekil A.7. K1K2K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinci frekanstaki iç sönüm değeri.



Şekil A.8. K1K2K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinci frekanstaki iç sönüm değeri.



Şekil A.9. K1K3K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinci frekanstaki iç sönüm değeri.



Şekil A.10. K1K3K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinci frekanstaki iç sönüm değeri.



Şekil A.11. K1K3K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinci frekanstaki iç sönüm değeri.



Şekil A.12. K1K3K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinci frekanstaki iç sönüm değeri.



Şekil A.13. K1K4K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinci frekanstaki iç sönüm değeri.



Şekil A.14. K1K4K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinci frekanstaki iç sönüm değeri.



Şekil A.15. K1K4K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinci frekanstaki iç sönüm değeri.



Şekil A.16. K1K4K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütle ile oluşturulan DTS'ye ait birinci frekanstaki iç sönüm değeri.

EK B



Şekil B.1. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.2. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.3. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.4. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.5. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.6. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.7. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.8. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.9. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.10. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.11. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.12. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.13. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.14. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.


Şekil B.15. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.16. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.17. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.18. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.19. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.20. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.21. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.22. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K2K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.23. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K2K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.24. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K2K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.25. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K2K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.26. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K2K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.27. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K2K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.28. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K2K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.29. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K2K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.30. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K2K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.31. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K2K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.32. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K2K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.33. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K2K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.34. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K3K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.35. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K3K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.36. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K3K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.37. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K3K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.38. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K3K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.39. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K3K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.40. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K3K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.41. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K3K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.42. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K3K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.43. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K3K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.44. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K3K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.45. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K3K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.46. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K4K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.47. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K4K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.48. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K4K1 kirişi ve 1 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.49. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K4K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.50. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K4K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.51. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K4K1 kirişi ve 2 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.52. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K4K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.53. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K4K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.54. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K4K1 kirişi ve 3 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.55. 20 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K4K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.56. 22.5 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K4K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.



Şekil B.57. 25 Hz frekansında kuvvet uygulanan, K1K4K1 kirişi ve 4 numaralı uç kütleden oluşan DTS eklenmiş sistemin genlik-zaman ve frekans-genlik grafiği.

ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : Habibullah Bilge

ÖĞRENİM DURUMU:

- Lisans : 2010, Selçuk Üniversitesi. Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü
- Yükseklisans : 2015, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

MESLEKİ DENEYİM:

- 2011-2013 yılları arasında Fırat Üniversitesi. Mühendislik Fakültesi. Makine Mühendisliği Bölümü'nde Araştırma Görevlisi olarak çalıştı.
- 2013-... yılından itibaren Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi. Mühendislik Fakültesi. Makine Mühendisliği Bölümü'nde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaya devam etmektedir.

TEZDEN TÜRETİLEN ESERLER:

• Bilge, H. ve Morgül, Ö.K. 2023. Analytical and Experimental Investigation of the Rotary Inertia Effects of Unequal End Masses on Transverse Vibration of Beams, *Applied Sciences*, 13, 2518.

DİĞER ESERLER:

- Dal, H., Emiroğlu, A.O., Bilge, H. ve Şen, M. 2019. Experimental investigation of the effects of chicken and turkey biodiesel blends on diesel engine noise emissions, *International Journal of Environmental Science and Technology*. 16, 5147–5154.
- Kahraman, M., Bilge, H. ve Öztürk, S. 2019. Uncertainty analysis of milling parameters using Monte Carlo simulation, the Taguchi optimization method and data-driven modeling, *Materials Testing*, 61(5), 477-483.

- Bilge, H., Doruk, E., Fındık, F. ve Pakdil, M. 2019. Effect of fatigue crack propagation on natural frequencies of system in AISI 4140 Steel, *Steel and Composite Structures, An International Journal*, *32* (3), 305-312.
- Kahraman, M., Bilge, H., Karaağaç, M. ve Öztürk, S. 2017. Performance of the Copper Based Grinding Wheels, *Bilge International Journal of Science and Technology Research*, 1(1), 26-31.
- Sarıtekin, N. K., Bilge, H., Kahraman, M.F., Zalaoğlu, Y., Pakdil, M., Doğruer, M., Yıldırım, G. ve Oz M. 2016. Improvement of mechanical characteristics and performances with Ni diffusion mechanism throughout Bi-2223 superconducting matrix, *AIP Conf. Proc.* 25 March 2016; 1722 (1): 140002.
- Sarıtekin, N. K., Kahraman, M. F., Bilge, H., Zalaoğlu, Y., Pakdil, M., Doğruer, M., Yıldırım, G. ve Oz, M. 2016. Effect of Ni diffusion annealing temperature on crucial characterization of Bi-2223 superconducting system, *AIP Conf. Proc.* 25 March 2016; 1722 (1): 140007.
- Akdemir, E., Pakdil, M., Bilge, H., Kahraman, M.F., Bekiroğlu, E., Yildirim, G., Zalaoğlu, Y., Doruk, E. ve Oz, M. 2016. Degeneration of mechanical characteristics and performances with Zr nanoparticles inserted in Bi-2223 superconducting matrix and increment in dislocation movement and cracks propagation, *Journal of Materials Science: Materials in Electronics*, 27, 2276–2287.