T.C. SAKARYA ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

EKSENEL GERİLMEYE MARUZ İÇİ BOŞ SİLİNDİRİK YAPILARDA DÖNMÜŞ DIŞ YÜZEY ÇATLAKLARININ KARIŞIK MOD KIRILMA ANALİZLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mete YILDIRIM

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Makina Tasarım ve İmalat Bilim Dalı

MAYIS 2023

T.C. SAKARYA ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

EKSENEL GERİLMEYE MARUZ İÇİ BOŞ SİLİNDİRİK YAPILARDA DÖNMÜŞ DIŞ YÜZEY ÇATLAKLARININ KARIŞIK MOD KIRILMA ANALİZLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mete YILDIRIM

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Makina Tasarım ve İmalat Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ali Osman AYHAN

MAYIS 2023

Mete YILDIRIM tarafından hazırlanan "Eksenel Gerilmeye Maruz İçi Boş Silindirik Yapılarda Dönmüş Dış Yüzey Çatlaklarının Karışık Mod Kırılma Analizleri" adlı tez çalışması 13.06.2023 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği/oy çokluğu ile Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalı Makina Tasarım ve İmalat Bilim Dalı'nda Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi

Jüri Başkanı :	Prof. Dr. Ali Osman AYHAN (Danışman) Sakarya Üniversitesi	
Jüri Üyesi :	Prof. Dr. Serkan DAĞ Orta Doğu Teknik Üniversitesi	
Jüri Üyesi :	Dr. Sunal Ahmet PARASIZ Sakarya Üniversitesi	

iv

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Üniversitesi Fen Bilimleri Sakarya Enstitüsü Lisansüstü Eğitim-Öğretim Yönetmeliğine ve Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesine uygun olarak hazırlamış olduğum "EKSENEL GERİLMEYE MARUZ İÇİ BOŞ SİLİNDİRİK YAPILARDA DÖNMÜŞ DIŞ YÜZEY ÇATLAKLARININ KARIŞIK MOD KIRILMA ANALİZLERİ " başlıklı tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın tüm aşamalarında yukarıda belirtilen yönetmelik ve yönergeye uygun davrandığımı, tezin içerdiği yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı, tezde kullandığım eserleri usulüne göre kaynak olarak gösterdiğimi, bu tezi başka bir bilim kuruluna akademik amaç ve unvan almak amacıyla vermediğimi ve 20.04.2016 tarihli Resmi Gazete'de yayımlanan Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin 9/2 ve 22/2 maddeleri gereğince Sakarya Üniversitesi'nin abonesi olduğu intihal yazılım programı kullanılarak Enstitü tarafından belirlenmiş ölçütlere uygun rapor alındığını, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun ortaya çıkması halinde doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi beyan ederim.

(...../2023).

Mete YILDIRIM

TEŞEKKÜR

Tezimin tüm aşamalarında değerli bilgi ve tecrübeleriyle beni yönlendiren, teşvik eden, hiçbir yardımı esirgemeyen sayın danışman hocam Prof. Dr. Ali Osman AYHAN'a teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışmalarımın yürütülmesinde fikir desteği ve yardımlarıyla katkılarından dolayı Dr. Mehmet Faruk YAREN, Emre KURT, Çağatay Orhun ORAL ve Muhammet ÇALIK'a teşekkür ederim.

Tez sürecim boyunca bana her türlü sabrı ve anlayışı gösteren Merve AKTAŞ ve kardeşim Merve YILDIRIM'a, hayatımın her döneminde maddi ve manevi desteklerini eksik etmeyen annem Mukaddes YILDIRIM ve babam Ferudun YILDIRIM'a teşekkür ederim.

Mete YILDIRIM

İÇİNDEKİLER

<u>Sayfa</u>

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ	v
TEŞEKKÜR	vii
IÇINDEKILER	ix
KISALTMALAR	xi
SIMGELER	xiii
	XV
ŞEKIL LISTESI	xvii
OZET	xxxiii
SUMMARY	XXXV
	1
I.I. Kırılma Mekaniği ve Tarihsel Gelişimi	1
1.2. Lineer Elastik Kırılma Mekanığı	
1.2.1. Enerji dengesi yaklaşımı	4
1.2.2. Gerilme şiddet faktörü yaklaşımı	5
1.3. Çatlak İçeren Sılındırık Yapılarla ilgili Literatür Çalışmaları	11
2. IÇI BOŞ SILINDIRLERDE YUZEY ÇATLAKLARININ KARIŞIK	
MOD ANALIZLERI	
2.1. Problemin Tanımlanması	13
2.2. ANSYS Mechanical APDL ile Sonlu Elemanlar Modelinin	
Oluşturulması	
2.3. FCPAS ile Kirilma Analizi Prosedůrů	
2.4. Çatlak İçeren Sılındırlerde Gerilme Şiddet Faktörlerinin Literatür ile	
Doğrulanması	
2.5. Sonlu Eleman Ağ Yapısı Yakınsama Analızı	
2.6. Eksenel Gerilmeye Maruz İçi Boş Silindirlerde Dönmüş Yüzey	
Çatlaklarının Kırılma Analızleri	
2.7. Parametrelerin Analizlere Etkileri	183
2.7.1. a/c parametresinin etkisi	183
2.7.2. a/t parametresinin etkisi	183
2.7.3. Ri/Ro parametresinin etkisi	184
3. KARIŞIK MOD GERILME ŞIDDET FAKTORLERI IÇIN EMPIRIK	
DENLEM GELIŞTIRILMESI	189
3.1. Minitab Programiyla Çoklu Regresyon Analizi	189
3.2. Çatlak Ucu Derinlik Noktası ve Serbest Yüzey Noktası Denklemleri	191
3.2.1. Mod-l çatlak ucu derinlik noktası denklemi	192
3.2.2. Mod-II çatlak ucu derinlik noktası denklemi	193
3.2.3. Mod-I serbest yuzey noktasi denklemi	193
3.2.4. Mod-II serbest yuzey noktasi denklemleri	194
3.2.5. Mod-III serbest yuzey noktası denklemleri	195
3.3. Empirik Denklemleri Ara Deger Modelleri ile Doğrulama Çalışması	197

4. SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME	
KAYNAKLAR	
ÖZGEÇMİŞ	

KISALTMALAR

APDL	: Ansys Parametric Design Language (Ansys Parametrik Dizayn Dili)
AKT	: Artıkların Kareleri Toplamı
FCPAS	: Fracture and Crack Propagation Analysis System (Kırılma ve Çatlak İlerleme Analiz Sistemi)
GŞF	: Gerilme Şiddet Faktörü
LEKM	: Lineer Elastik Kırılma Mekaniği
OUKT	: Ortalamaya Uzaklığın Kareler Toplamı

xii

SİMGELER

a	: Çatlak derinliği uzunluğu
α	: Dönmüş çatlağın yatay eksenle yaptığı açı [°]
С	: Çatlak genişliği uzunluğu
D	: İçi dolu silindir çapı
G	: Enerji salınım oranı
Gc	: Kritik enerji salınım oranı
Η	: Silindir uzunluğunun yarısı
K	: Gerilme şiddet faktörü
KI	: Mod-I yüklemesi etkisiyle oluşan gerilme şiddet faktörü
K _{II}	: Mod-II yüklemesi etkisiyle oluşan gerilme şiddet faktörü
K _{III}	: Mod-III yüklemesi etkisiyle oluşan gerilme şiddet faktörü
K_c	: Kırılma tokluğu
Kr	: Normalizasyon için kullanılan referans gerilme şiddet faktörü
к	: Bulk modülü (hacimsel modül, sıkışmazlık)
μ	: Kayma modülü
R_o	: Silindir dış yarıçapı
R_i	: Silindir iç yarıçapı
R ² (adj)	: Düzeltilmiş R ²
Q	: Çatlak şekil oranına bağlı normalizasyon terimi
σ	: Eksenel gerilme
S	: Boyutsuz çatlak ucu konumu
t	: Silindir et kalınlığı
τ	: Kayma gerilmesi
θ	: Çatlak önü konumsal açı
Ue	: Şekil değişimi sonucu oluşturulan elastik enerji
Us	: Dış kuvvetler tarafından sistem üzerinde yapılan iş
U _k	: Sistemin kinetic enerjsi
Ud	: Çatlak ilerlemesi için harcanan enerji

xiv

TABLO LİSTESİ

<u>Sayfa</u>

Tablo 2.1. Analizlerde kullanılan catlak ve silindir boyutları. 15
Tablo 2.2. <i>a/c</i> =0.8; <i>a/t</i> =0.2, 0.5, 0; R/t=1, 10 mod-I icin boyutsuz GSF
karşılaştırması
Tablo 2.3. Çatlak önüne temas eden eleman boyutları için yakınsama çalışması 30
Tablo 2.4. Çatlak önü çizgisi bölüntüleme sayısı için yakınsama çalışması
Tablo 3.1. Çatlak ucu derinlik noktası için mod-I denklemi terim ve katsayıları 193
Tablo 3.2. Çatlak ucu derinlik noktası için mod-II denklemi terim ve katsayıları 193
Tablo 3.3. Serbest yüzey noktası için mod-I denklemi terim ve katsayıları 194
Tablo 3.4. Serbest yüzey noktası için mod-II denklemi terim ve katsayıları
$(0.25 \le \frac{a}{2} \le 1)$
Tablo 3.5. Serbest vüzev noktası icin mod-II denklemi terim ve katsavıları
$(1 < \frac{a}{2} < 2)$
Tablo 3.6. Serbest vüzev noktası için mod-III denklemi terim ve katsavıları
$(0.25 < \frac{a}{2} < 1)$ 196
$T_{c} = \frac{1}{c} = \frac{1}{c}$
Tablo 3.7. Serbest yuzey noktasi için mod-ili denkterini terimi ve katsayıları $(4 - e^{a} - 2)$
$(1 < \frac{1}{c} \le 2).$
Tablo 3.8. Denklem doğrulamaları için ara değer model parametreleri
Tablo 3.9. FCPAS analizi sonucu GŞF değerleri ile empirik denklem
sonuçlarının karşılaştırması

xvi

ŞEKİL LİSTESİ

<u>Sayfa</u>

Sekil 1.1. Mod-I Açılma modu, Mod-II Kayma modu, Mod-III Yırtılma modu	6
Sekil 1.2. Eliptik çatlağa sahip eş eksenli çekme gerilmesine maruz sonsuz	
levha ve düzlemde oluşan gerilmelerin gösterilişi	7
Şekil 1.3. Çatlak ucu konumunun r ve Θ ile ifade edilmesi.	8
Şekil 1.4. Çatlak ucuna yerleştirilmiş gerilme elemanı bileşenlerinin r, θ ve z	
koordinatlarına göre gösterimi.	8
Şekil 2.1. Eksenel üniform gerilmeye maruz ve yüzey çatlağına sahip içi	
boş silindirin üst, ön ve izometrik görünüşleri	14
Şekil 2.2. ANSYS APDL ile modellenmiş içi boş silindir ve dönmüş eliptik	
yüzey çatlağı görünümü.	18
Şekil 2.3. 20 düğüm noktalı ANSYS Solid-95 elemanı ve türevleri.	19
Sekil 2.4. Dönmüş çatlak içeren içi boş silindirin yarım modeli ve sonlu eleman	
ağ yapısı.	19
Şekil 2.5. Sınır şartlarının modele uygulanması.	20
Şekil 2.6. FCPAS v2.2 Ana ekranı.	21
Şekil 2.7. Fracture Analysis Using ANSYS TM FE MODEL Modülü ana ekranı	22
Şekil 2.8. FCPAS Genel Algoritması.	23
Şekil 2.9. 20 düğüm noktalı altı yüzlü quadratik çatlak ucu elemanı	24
Şekil 2.10. Çatlak önü boyunca normal, geçiş ve zenginleştirilmiş elemanlar	25
Şekil 2.11. <i>a/c</i> =1; <i>a/D</i> =0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, mod-I için boyutsuz GŞF	
karşılaştırması.	27
Şekil 2.12. <i>a/c</i> =0.6; <i>a/D</i> =0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, mod-I için boyutsuz GŞF	
karşılaştırması.	27
Şekil 2.13. <i>a/c</i> =1; <i>a/D</i> =0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, mod-I için boyutsuz GŞF	
karşılaştırması.	28
Şekil 2.14. <i>a/c</i> =1; <i>a/D</i> =0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, mod-II için boyutsuz GŞF	
karşılaştırması	28
Şekil 2.15. <i>a/c</i> =1; <i>a/D</i> =0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, mod-III için boyutsuz GŞF	
karşılaştırması	29
Şekil 2.16. Çatlak ucu sonlu eleman kenar büyüklüğü ve çatlak önü çizgisi	30
Şekil 2.17 . <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.05, <i>Ri/Ro</i> =0.1, mod-I için boyutsuz GŞF	
dağılımları	32
Şekil 2.18 . <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.05, <i>Ri/Ro</i> =0.1, mod-II için boyutsuz GŞF	
dağılımları	33
Şekil 2.19. a/c=0.25, a/t=0.05, Ri/Ro=0.1, mod-III için boyutsuz GŞF	
dağılımları	33
Şekil 2.20. <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.05, <i>Ri/Ro</i> =0.3, mod-I için boyutsuz GŞF	
dağılımları	34
Şekil 2.21. a/c=0.25, a/t=0.05, Ri/Ro=0.3, mod-II için boyutsuz GŞF	
dağılımları	34

Şekil	2.22. <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.05, <i>Ri/Ro</i> =0.3, mod-III için boyutsuz GŞF	
	dağılımları	
Şekil	2.23 . <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.05, <i>Ri/Ro</i> =0.6, mod-I için boyutsuz GŞF	
	dağılımları	
Şekil	2.24. <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.05, <i>Ri/Ro</i> =0.6, mod-II için boyutsuz GŞF	
	dağılımları	
Şekil	2.25. <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.05, <i>Ri/Ro</i> =0.6, mod-III için boyutsuz GŞF	
	dağılımları	
Şekil	2.26. <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.05, <i>Ri/Ro</i> =0.9, mod-I için boyutsuz GŞF	
	dağılımları.	
Şekil	2.27. <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.05, <i>Ri/Ro</i> =0.9, mod-II için boyutsuz GŞF	
-	dağılımları.	
Şekil	2.28. <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.05, <i>Ri/Ro</i> =0.9, mod-III için boyutsuz GŞF	
,	dağılımları.	
Sekil	2.29. <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.05, <i>Ri/Ro</i> =0.95, mod-I icin boyutsuz GSF	
,	dağılımları.	
Şekil	2.30. <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.05, <i>Ri/Ro</i> =0.95, mod-II için boyutsuz GSF	
,	dağılımları.	
Sekil	2.31. <i>a/c</i> =0.25. <i>a/t</i> =0.05. <i>Ri/Ro</i> =0.95. mod-III icin bovutsuz GSF	
· , -	dağılımları.	
Sekil	2.32 . $a/c=0.25$. $a/t=0.1$. $Ri/Ro=0.1$. mod-I icin boyutsuz GSF	
· · · · · · · · · · ·	dağılımları.	
Sekil	2.33. $a/c=0.25$ $a/t=0.1$ Ri/Ro=0.1 mod-II icin boyutsuz GSF	
şenn	dağılımları	40
Sekil	2 34 $a/c=0.25$ $a/t=0.1$ Ri/Ro=0.1 mod-III icin boyutsuz GSF	
şem	dağılımları	41
Sekil	2 35 $a/c=0.25$ $a/t=0.1$ Ri/Ro=0.3 mod-Licin boxutsuz GSE	
şem	dağılımları	41
Sekil	2 36 $a/c=0.25$ $a/t=0.1$ Ri/Ro=0.3 mod-II icin boyutsuz GSF	
şemi	dağılımları	42
Sekil	2 37 $a/c=0.25$ $a/t=0.1$ $Ri/Ro=0.3$ mod-III icin boyutsuz GSF	
şekii	dağılımları	42
Sabil	2 38 $a/c=0.25$ $a/t=0.1$ $Bi/R_0=0.6$ mod-Licin bouutsuz GSE	······································
ŞUKII	dağılımları	13
Salvil	2 30 $a/c=0.25$ $a/t=0.1$ $Bi/Ba=0.6$ mod II join boyatsuz GSE	-
ŞCKII	$d_{2.37}$, $u/t = 0.25$, $u/t = 0.1$, $K/KO = 0.0$, mod-m tým boyutsuz (Gym	13
Salvil	2 40 $a/c=0.25$ $a/t=0.1$ B $i/B_0=0.6$ mod III jein boyutsuz CSE	-
ŞCKII	d_{2}	11
Sabil	2 41 a/a = 0.25 a/t = 0.1 Bi/Ba = 0.0 mod Liain houstanz GSE	
ŞEKII	2.41. u/c = 0.25, u/c = 0.1, K/KO = 0.9, IIIOU-1 IÇIII OUYUISUZ UŞI'	11
Caleil	$242 \text{ g/g} = 0.25 \text{ g/f} = 0.1 \text{ B}^2/B_0 = 0.0 \text{ mod } \text{H is in heavy to } \text{CSE}$	
Şekii	2.42. $u/c=0.25$, $u/l=0.1$, $Kl/KO=0.9$, mod-m tçin böyütsüz GŞF	15
C . I .: I	ag_{11} and ag_{12} and ag_{12} and ag_{13} and ag_{14} and	45
Şekil	2.43. <i>a/c</i> =0.23, <i>a/t</i> =0.1, <i>Kl/K0</i> =0.9, mod-111 1ç1n boyutsuz GŞF	4 5
G . I .''	uagilimiari.	45
Şekil	2.44. $a/c=0.25$, $a/t=0.1$, $Ki/Ko=0.95$, mod-1 için boyutsuz GŞF	1 -
		
Şekil	2.45. $a/c=0.25$, $a/t=0.1$, $Kt/Ro=0.95$, mod-II için boyutsuz GŞF	
a • ••		46
Şekil	2.46. $a/c=0.25$, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.95$, mod-III için boyutsuz GŞF	
	dağılımları	47

Şekil 2.47. <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.25, <i>Ri/Ro</i> =0.1, mod-I için boyutsuz GŞF	
dağılımları	
Şekil 2.48 . <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.25, <i>Ri/Ro</i> =0.1, mod-II için boyutsuz GŞF	
dağılımları	
Şekil 2.49. <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.25, <i>Ri/Ro</i> =0.1, mod-III için boyutsuz GŞF	
dağılımları	
Şekil 2.50. <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.25, <i>Ri/Ro</i> =0.3, mod-I için boyutsuz GŞF	
dağılımları.	
Sekil 2.51. a/c=0.25, a/t=0.25, Ri/Ro=0.3, mod-II için boyutsuz GSF	
dağılımları.	
Sekil 2.52. a/c=0.25. a/t=0.25. Ri/Ro=0.3. mod-III icin boyutsuz GSF	
dağılımları.	50
Sekil 2.53. a/c=0.25. a/t=0.25. Ri/Ro=0.6. mod-I icin boyutsuz GSF	
dağılımları	50
Sekil 2.54. $a/c=0.25$ $a/t=0.25$ $Ri/Ro=0.6$ mod-II icin boyutsuz GSF	
dağılımları	51
Sekil 2 55 $a/c=0.25$ $a/t=0.25$ $Ri/Ro=0.6$ mod-III icin boyutsuz GSE	
dağılımları	51
Sekil 2.56 $a/c=0.25$ $a/t=0.25$ $Ri/Ro=0.9$ mod-Licin boyutsuz GSF	
dağılımları	52
Salvil 2 57 $a/c=0.25$ $a/t=0.25$ $Bi/Ba=0.9$ mod-II icin boyatsuz GSE	
dağılımları	52
Solvil 2.58 $a/a=0.25$ $a/t=0.25$ $Bi/Ba=0.0$ mod III join hove tous GSE	
Sekii 2.30. <i>u/c</i> =0.23, <i>u/t</i> =0.23, <i>Ki/K0</i> =0.9, 1110d-111 Içili böyülsüz GŞr	52
$\mathbf{Calil 2.50} = \sqrt{2.0.25} = \sqrt{4.0.25} = \frac{1}{100} + \frac{1}{100} = \frac{1}{100} + \frac{1}{100} = $	
Sekii 2.59. $a/c=0.25$, $a/l=0.25$, $Kl/KO=0.95$, 1100-1 için boyulsuz GŞF	52
Califi 2 (0, z/z, 0.25, z/4, 0.25, D) / D = 0.05, and U is in hermitary CCE	
Şekii 2.00. $a/c=0.25$, $a/t=0.25$, $Ki/Ko=0.95$, mod-11 için boyulsuz GŞF	5 4
$ag_{\text{IIIIIIIIII}} = 0.25 \text{ m/p} = 0.05 \text{ m/p} = 0.05 \text{ m/p}$	
Şekii 2.61. $a/c=0.25$, $a/t=0.25$, $Ki/Ro=0.95$, mod-111 için boyutsuz GŞF	E 4
$ag_{\text{IIIIIIIIII}} = 0.1 1.1 1.1 0$	
Şekil 2.62. $a/c=0.25$, $a/t=0.5$, $Ri/Ro=0.1$, mod-1 için boyutsuz GŞF	
dagilimiari.	
Şekil 2.63. $a/c=0.25$, $a/t=0.5$, $Ri/Ro=0.1$, mod-11 için boyutsuz GŞF	
dağılımları.	
Şekil 2.64. $a/c=0.25$, $a/t=0.5$, $Ri/Ro=0.1$, mod-III için boyutsuz GŞF	
dağılımları.	
Şekil 2.65. $a/c=0.25$, $a/t=0.5$, $Ri/Ro=0.3$, mod-l ıçın boyutsuz GŞF	
dağılımları.	
Şekil 2.66. <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.5, <i>Ri/Ro</i> =0.3, mod-II için boyutsuz GŞF	
dağılımları.	
Şekil 2.67. <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.5, <i>Ri/Ro</i> =0.3, mod-III ıçın boyutsuz GŞF	
dağılımları.	
Şekil 2.68. <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.5, <i>Ri/Ro</i> =0.6, mod-I için boyutsuz GŞF	
dağılımları.	
Şekil 2.69. <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.5, <i>Ri/Ro</i> =0.6, mod-II için boyutsuz GŞF	
dağılımları	
Şekil 2.70. <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.5, <i>Ri/Ro</i> =0.6, mod-III için boyutsuz GŞF	
dağılımları.	59
Şekil 2.71. <i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.5, <i>Ri/Ro</i> =0.9, mod-I için boyutsuz GŞF	
dağılımları	59

Şekil	2.72.	a/c=0.25, a/t=0.5, Ri/Ro=0.9, mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	60
Şekil	2.73.	a/c=0.25, a/t=0.5, Ri/Ro=0.9, mod-III için boyutsuz GŞF	
		dağılımları.	60
Şekil	2.74.	<i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.5, <i>Ri/Ro</i> =0.95, mod-I için boyutsuz GŞF	
		dağılımları.	61
Şekil	2.75.	<i>a/c</i> =0.25, <i>a/t</i> =0.5, <i>Ri/Ro</i> =0.95, mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları.	61
Şekil	2.76.	a/c=0.25, $a/t=0.5$, $Ri/Ro=0.95$, mod-III için boyutsuz GŞF	
~ • • •		dağılımları.	62
Şekil	2.77.	a/c=0.25, $a/t=0.8$, $Ri/Ro=0.1$, mod-1 için boyutsuz GŞF	
~ • • •		dağılımları.	62
Şekil	2.78.	a/c=0.25, $a/t=0.8$, $Ri/Ro=0.1$, mod-II için boyutsuz GŞF	- 0
.			63
Şekil	2.79.	a/c=0.25, $a/t=0.8$, $Ri/Ro=0.1$, mod-III için boyutsuz GŞF	<i>c</i> 2
0.1.1	2 00	dagilimlari. $(0.25 + 0.0 \text{ p})/(0.25 \text{ cm})$	63
Şekil	2.80.	a/c=0.25, $a/t=0.8$, $Ri/Ro=0.3$, mod-1 için boyutsuz GŞF	C 1
G . I31	3 01	dagilimlari. $(0.25 + (0.2 - 0.2)) = 0.2 = 0.2$	64
Şekii	2.81.	a/c=0.25, $a/t=0.8$, $Rt/Ro=0.3$, mod-11 için boyutsuz GŞF	61
Salvil	२ ७२	dagiiimian	04
Şekii	2.02.	d/c=0.25, $d/l=0.6$, $Kl/KO=0.5$, IIIOu-III IÇIII DOYUISUZ OŞF	65
Salvil	2 63	$a_{a} = 0.25$ $a_{t} = 0.8$ $B_{t}/B_{a} = 0.6$ mod Ligin hovutguz GSE	05
ŞEKII	2.03.	d/c = 0.25, d/l = 0.0, Rl/RO = 0.0, IIIOU - I IÇIII OOYUISUZ OŞI'	65
Sabil	2 81	a/a=0.25 $a/t=0.8$ $Bi/Ba=0.6$ mod II icin boyatsuz GSE	05
ŞEKII	2.04.	$d_{\ell} = 0.25, d_{\ell} = 0.0, R_{\ell} R_{\ell} = 0.0, III 00 - II Içili böyütsüz Öşl$	66
Sekil	2 85	a/c=0.25 $a/t=0.8$ $Ri/Ro=0.6$ mod-III icin boyutsuz GSF	00
ŞUKII	2.03.	dağılımları	66
Sekil	2.86	a/c=0.25 $a/t=0.8$ $Ri/Ro=0.9$ mod-Licin boyutsuz GSF	00
şemi	2.000	dağılımları	67
Sekil	2.87.	a/c=0.25, $a/t=0.8$, $Ri/Ro=0.9$, mod-II icin boyutsuz GSF	07
şeiiii		dağılımları.	67
Sekil	2.88.	a/c=0.25, $a/t=0.8$, $Ri/Ro=0.9$, mod-III icin bovutsuz GSF	
· , -		dağılımları.	68
Şekil	2.89.	a/c=0.25, $a/t=0.8$, $Ri/Ro=0.95$, mod-I icin boyutsuz GSF	
,		dağılımları.	68
Şekil	2.90.	a/c=0.25, a/t=0.8, Ri/Ro=0.95, mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları.	69
Şekil	2.91.	a/c=0.25, a/t=0.8, Ri/Ro=0.95, mod-III için boyutsuz GŞF	
		dağılımları.	69
Şekil	2.92.	<i>a/c</i> =0.5, <i>a/t</i> =0.05, <i>Ri/Ro</i> =0.1, mod-I için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	70
Şekil	2.93.	a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.1, mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları.	70
Şekil	2.94.	a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.1, mod-III için boyutsuz GŞF	
~ -		dağılımları.	71
Şekil	2.95.	a/c=0.5, $a/t=0.05$, $Ri/Ro=0.3$, mod-I için boyutsuz GŞF	
a • •-	• • • •	dağılımları.	71
Şekil	2.96.	a/c=0.5, $a/t=0.05$, $Ri/Ro=0.3$, mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	72

Şekil 2.97. <i>a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.3,</i> mod-III için boyutsuz GŞF	
dağılımları	72
Şekil 2.98. <i>a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.6,</i> mod-I için boyutsuz GŞF	
dağılımları	73
Şekil 2.99. <i>a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.6,</i> mod-II için boyutsuz GŞF	
dağılımları	73
Şekil 2.100. <i>a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.6,</i> mod-III için boyutsuz GŞF	
dağılımları	74
Şekil 2.101. <i>a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.9,</i> mod-I için boyutsuz GŞF	
dağılımları	74
Şekil 2.102. <i>a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.9,</i> mod-II için boyutsuz GŞF	
dağılımları	75
Şekil 2.103. <i>a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.9,</i> mod-III için boyutsuz GŞF	
dağılımları	75
Şekil 2.104. <i>a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.95,</i> mod-I için boyutsuz GŞF	
dağılımları	76
Şekil 2.105. <i>a/c</i> =0.5, <i>a/t</i> =0.05, <i>Ri/Ro</i> =0.95, mod-II için boyutsuz GŞF	
dağılımları.	76
Şekil 2.106. <i>a/c</i> =0.5, <i>a/t</i> =0.05, <i>Ri/Ro</i> =0.95, mod-III için boyutsuz GŞF	
dağılımları.	77
Şekil 2.107. $a/c=0.5$, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.1$, mod-l için boyutsuz GŞF	
dağılımları.	77
Şekil 2.108. $a/c=0.5$, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.1$, mod-II için boyutsuz GŞF	
dağılımları.	78
Şekil 2.109. $a/c=0.5$, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.1$, mod-III için boyutsuz GŞF	
dağılımları.	78
Şekil 2.110. $a/c=0.5$, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.3$, mod-l ıçın boyutsuz GŞF	-
dağılımları.	79
Şekil 2.111. $a/c=0.5$, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.3$, mod-ll için boyutsuz GŞF	-
Şekil 2.112. $a/c=0.5$, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.3$, mod-III için boyutsuz GŞF	0.0
	80
Şekil 2.113. $a/c=0.5$, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.6$, mod-1 için boyutsuz GŞF	0.0
	80
Şekil 2.114. $a/c=0.3$, $a/t=0.1$, $Rt/Ro=0.0$, mod-11 için boyutsuz GŞF	01
Caglilmiari.	81
Sekii 2.115. $a/c=0.3$, $a/t=0.1$, $Rt/Ro=0.0$, mod-111 için boyutsuz GŞF	01
Calcil 2 11(z/z 0.5 z/z 0.1 Bi/Bz 0.0 mod Liein herritage CSE	81
Sekii 2.110. $d/c=0.3$, $d/l=0.1$, $Kl/KO=0.9$, mod-1 için boyulsuz GŞr	01
Solvil 2 117 $a/a=0.5$ $a/t=0.1$ $Bi/Pa=0.0$ mod II join hovertour GSE	
Sekii 2.117. $u/c=0.3$, $u/l=0.1$, $K/KO=0.9$, mod-m için boyulsuz OŞF	งา
Solvil 2 118 $a/a=0.5$ $a/t=0.1$ $Bi/Pa=0.0$ mod III jain bouutauz GSE	
Sekii 2.116. $u/c = 0.3$, $u/t = 0.1$, $K/KO = 0.9$, mod-mi için boyutsuz Oşi doğulumları	82
Solvil 2 110 $a/a=0.5$ $a/t=0.1$ $Bi/Pa=0.05$ mod Ligin boxutsuz CSE	
Sekii 2.117. $u/c = 0.3$, $u/i = 0.1$, $N/NO = 0.93$, 1100-1 içili böyülsüz ÖŞF dağılımları	02
Sekil 2 120 $a/c=0.5$ $a/t=0.1$ $Ri/R_0=0.05$ mod-II join boxateuz CSF	
dağılımları	Q./
Sekil 2 121 $a/c=0.5$ $a/t=0.1$ Ri/Ro=0.05 mod-III icin boyutsuz GSE	
dağılımları	84
au 5111111111111 1	······································

Şekil	2.122.	a/c=0.5, a/t=0.25, Ri/Ro=0.1, mod-I için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	85
Şekil	2.123.	a/c=0.5, a/t=0.25, Ri/Ro=0.1, mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	85
Şekil	2.124.	a/c=0.5, a/t=0.25, Ri/Ro=0.1, mod-III için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	86
Şekil	2.125.	a/c=0.5, a/t=0.25, Ri/Ro=0.3, mod-I için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	86
Şekil	2.126.	a/c=0.5, a/t=0.25, Ri/Ro=0.3, mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	87
Şekil	2.127.	a/c=0.5, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.3$, mod-III için boyutsuz GŞF	
-		dağılımları.	87
Sekil	2.128.	a/c=0.5, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.6$, mod-I icin boyutsuz GSF	
,		dağılımları.	88
Sekil	2.129.	a/c=0.5, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.6$, mod-II icin boyutsuz GSF	
· , -		dağılımları.	88
Sekil	2.130.	a/c=0.5, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.6$, mod-III icin boyutsuz GSF	
· , -		dağılımları.	89
Sekil	2.131.	a/c=0.5, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.9$, mod-I icin boyutsuz GSF	
· · · · · · · · · · ·		dağılımları.	
Sekil	2.132.	a/c=0.5, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.9$, mod-II icin boyutsuz GSF	
y • • • • •		dağılımları	90
Sekil	2.133.	a/c=0.5 $a/t=0.25$ $Ri/Ro=0.9$ mod-III icin boyutsuz GSF	
şemi	2.100.	dağılımları	90
Sekil	2 1 3 4	a/c=0.5 $a/t=0.25$ $Ri/Ro=0.95$ mod-L icin boyutsuz GSF	
şekii	2.104.	dağılımları	91
Sekil	2 1 3 5	a/c=0.5 $a/t=0.25$ $Bi/Bo=0.05$ mod-II icin boyatsuz GSF	
şekii	2.100.	dağılımları	91
Sekil	2 1 3 6	$a/c=0.5$ $a/t=0.25$ $Ri/R_0=0.05$ mod-III icin hovutsuz GSF	
şekii	2.100.	dağılımları	92
Sekil	2 1 3 7	a/c=0.5 $a/t=0.5$ $Bi/Bo=0.1$ mod-Licin boyatsuz GSF	
şekii	2.137.	dağılımları	92
Sekil	2 1 3 8	a/c=0.5 $a/t=0.5$ $Bi/Bo=0.1$ mod-II icin boyutsuz GSE	
şekii	2.100.	dağılımları	93
Sabil	2 1 3 9	$a/c=0.5$ $a/t=0.5$ $Bi/Bo=0.1$ mod_III icin boyutsuz GSE	
ŞUKII	2.137.	$d_{2}c_{-0.5}, u_{1}-0.5, u_{1}v_{0}-0.7, mod-m içm böyülsüz öşr$	03
Sabil	2 1/0	a/c=0.5 $a/t=0.5$ $Bi/Bo=0.3$ mod-Licin boyatsuz GSE	
ŞUKII	2.170.	$d_2 c_{-0.5}, u_1 = 0.5, R_0 R_0 = 0.5, mod-1 için böyülsüz öşi$	Q/
Sabil	2 1/1	a/a = 0.5 $a/t = 0.5$ $Bi/Ba = 0.3$ mod II jein boyutsuz GSE)+
ŞCKII	2.141.	$d_1 c = 0.5, u_1 = 0.5, K_0 K_0 = 0.5, mod-m için böyülsüz üşi$	04
Sabil	2 1 1 2	a/a = 0.5 $a/t = 0.5$ $Bi/Ba = 0.3$ mod III icin bouutsuz GSE	94
ŞEKII	2.142.	$d_1 c = 0.5, u_1 = 0.5, K_1/K_0 = 0.5, III0 u = III Içili böyütsüz Öşi$	05
Saleil	2 1 4 2	a/a=0.5 $a/t=0.5$ $Bi/Ba=0.6$ mod Liein houstour CSE	93
ŞEKII	4.14 J.	a/c = 0.3, a/l = 0.3, K/KO = 0.0, IIIOU-I IÇIII OOYUISUZ OŞF	05
Sel-1	2 1 4 4	uagininian.	93
Şekil	2.144.	u/c=0.3, $u/t=0.3$, $K/Ko=0.0$, mod-11 için boyutsuz GŞF	07
C .1-11	2 1 45	uagnimiari.	96
Şekil	2.145.	a/c=0.5, $a/t=0.5$, $Kt/Ko=0.0$, mod-III için boyutsuz GŞF	04
0 1 1	1 1 4 C		96
Şekil	2.146.	a/c=0.5, $a/t=0.5$, $Kt/Ko=0.9$, mod-1 için boyutsuz GŞF	~-
		dagılımları	97

Şekil 2.147. <i>a/c=0.5, a/t=0.5, Ri/Ro=0.9,</i> mod-II için boyutsuz GŞF	
dağılımları	
Şekil 2.148. $a/c=0.5$, $a/t=0.5$, $Ri/Ro=0.9$, mod-III için boyutsuz GŞF	00
dagilimlari.	
Şekil 2.149. $a/c=0.5$, $a/t=0.5$, $Ri/Ro=0.95$, mod-1 için boyutsuz GŞF	09
$\alpha a g m a n \alpha \alpha \beta n \alpha $	
Sekil 2.150. $a/c=0.5$, $a/t=0.5$, $Ri/Ro=0.95$, mod-11 için boyutsuz GŞF	00
Callil 2 151 (0.05 m/s) 0.05 m and HL is a heartener CSI	
Sekii 2.151. $a/c=0.5$, $a/t=0.5$, $Ri/Ro=0.95$, mod-111 için boyutsuz GŞF	00
Solvil 2 152 $a/a=0.5$ $a/t=0.8$ $Bi/Ba=0.1$ mod Ligin houstang GSE	
Sekii 2.152. $u/c = 0.5$, $u/i = 0.6$, $Ki/KO = 0.1$, inou-1 için boyulsuz GŞF	100
Solvil 2 153 $a/a=0.5$ $a/t=0.8$ $Bi/Ba=0.1$ mod II join houstanz GSE	
Sekii 2.155. $u/c = 0.5$, $u/i = 0.6$, $K/KO = 0.7$, mod-ii için böyütsüz Öşi	100
Solvil 2 154 $a/c=0.5$ $a/t=0.8$ $Bi/Bo=0.1$ mod-III join boyutsuz GSE	
Sekii 2.154. $u/c = 0.5$, $u/i = 0.6$, $K/KO = 0.7$, mod-m için böyütsüz Öşi dağılımları	101
Sekil 2 155 $a/c=0.5$ $a/t=0.8$ $Ri/Ro=0.3$ mod-Licin boyutsuz GSF	
$\frac{1}{4}$	101
Sekil 2 156 $a/c=0.5$ $a/t=0.8$ $Ri/Ro=0.3$ mod-II icin boyutsuz GSF	
dağılımları	102
Sekil 2.157. $a/c=0.5$ $a/t=0.8$ $Ri/Ro=0.3$ mod-III icin boyutsuz GSF	102
dağılımları.	
Sekil 2.158. $a/c=0.5$. $a/t=0.8$. $Ri/Ro=0.6$. mod-I icin boyutsuz GSF	
dağılımları.	
Sekil 2.159. $a/c=0.5$. $a/t=0.8$. $Ri/Ro=0.6$. mod-II icin boyutsuz GSF	
dağılımları.	
Sekil 2.160. <i>a/c=0.5</i> , <i>a/t=0.8</i> , <i>Ri/Ro=0.6</i> , mod-III icin boyutsuz GSF	
dağılımları.	
Şekil 2.161. <i>a/c=0.5, a/t=0.8, Ri/Ro=0.9,</i> mod-I için boyutsuz GŞF	
dağılımları	
Şekil 2.162. <i>a/c=0.5, a/t=0.8, Ri/Ro=0.9,</i> mod-II için boyutsuz GŞF	
dağılımları	
Şekil 2.163. <i>a/c=0.5, a/t=0.8, Ri/Ro=0.9,</i> mod-III için boyutsuz GŞF	
dağılımları	
Şekil 2.164. <i>a/c=0.5, a/t=0.8, Ri/Ro=0.95,</i> mod-I için boyutsuz GŞF	
dağılımları	
Şekil 2.165. <i>a/c</i> =0.5, <i>a/t</i> =0.8, <i>Ri/Ro</i> =0.95, mod-II için boyutsuz GŞF	
dağılımları	
Şekil 2.166. <i>a/c</i> =0.5, <i>a/t</i> =0.8, <i>Ri/Ro</i> =0.95, mod-III için boyutsuz GŞF	
dağılımları	
Şekil 2.167. <i>a/c=1, a/t=0.05, Ri/Ro=0.1,</i> mod-I için boyutsuz GŞF	
dağılımları	
Şekil 2.168. <i>a/c=1, a/t=0.05, Ri/Ro=0.1,</i> mod-II için boyutsuz GŞF	
dağılımları.	
Şekil 2.169. $a/c=1$, $a/t=0.05$, $Ri/Ro=0.1$, mod-III için boyutsuz GŞF	
dağılımları.	
Şekil 2.170. $a/c=1$, $a/t=0.05$, $Ri/Ro=0.3$, mod-l için boyutsuz GŞF	4.0.0
dağılımları.	
Şekil 2.171. $a/c=1$, $a/t=0.05$, $Rt/Ro=0.3$, mod-ll için boyutsuz GŞF	100
dagilimlari	

Şekil	2.172.	a/c=1, a/t=0.05, Ri/Ro=0.3, mod-III için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	110
Şekil	2.173.	a/c=1, a/t=0.05, Ri/Ro=0.6, mod-I için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	110
Şekil	2.174.	a/c=1, $a/t=0.05$, $Ri/Ro=0.6$, mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları.	111
Şekil	2.175.	a/c=1, $a/t=0.05$, $Ri/Ro=0.6$, mod-III için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	111
Şekil	2.176.	a/c=1, $a/t=0.05$, $Ri/Ro=0.9$, mod-I için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	112
Şekil	2.177.	a/c=1, $a/t=0.05$, $Ri/Ro=0.9$, mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları.	112
Şekil	2.178.	a/c=1, $a/t=0.05$, $Ri/Ro=0.9$, mod-III için boyutsuz GŞF	
~ • • •		dağılımları.	113
Şekil	2.179.	a/c=1, $a/t=0.05$, $Ri/Ro=0.95$, mod-I için boyutsuz GŞF	
~ • • •		dağılımları.	113
Şekil	2.180.	a/c=1, $a/t=0.05$, $Ri/Ro=0.95$, mod-II için boyutsuz GŞF	
~ • • •		dağılımları.	114
Şekil	2.181.	a/c=1, $a/t=0.05$, $Ri/Ro=0.95$, mod-III için boyutsuz GŞF	
~ • • •		dağılımları.	114
Şekil	2.182.	a/c=1, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.1$, mod-1 için boyutsuz GŞF	
~ • • •		dağılımları.	115
Şekil	2.183.	a/c=1, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.1$, mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları.	115
Şekil	2.184.	a/c=1, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.1$, mod-III için boyutsuz GŞF	
~ • • •		dağılımları.	116
Şekil	2.185.	a/c=1, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.3$, mod-1 için boyutsuz GŞF	
~ • •		dağılımları.	116
Şekil	2.186.	a/c=1, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.3$, mod-II için boyutsuz GŞF	
a		dağılımları.	117
Şekil	2.187.	a/c=1, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.3$, mod-III ıçın boyutsuz GŞF	
a	• 100	dağılımları.	117
Şekil	2.188.	a/c=1, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.6$, mod-1 için boyutsuz GŞF	110
a		dağılımları.	118
Şekil	2.189.	a/c=1, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.6$, mod-II için boyutsuz GŞF	110
a		dağılımları.	118
Şekil	2.190.	a/c=1, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.6$, mod-III için boyutsuz GŞF	110
	a 101		119
Şekil	2.191.	a/c=1, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.9$, mod-1 için boyutsuz GŞF	110
	2 1 0 2		119
Şekii	2.192.	a/c=1, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.9$, mod-II için boyutsuz GŞF	100
	a 102		120
Şekil	2.193.	a/c=1, $a/t=0.1$, $Kt/Ko=0.9$, mod-III için boyutsuz GŞF	100
a 1 "	3 10 4		120
Şekil	2.194.	a/c=1, $a/t=0.1$, $Kt/Ko=0.95$, mod-1 için boyutsuz GŞF	101
0.1 "	3 105		121
Şekil	2.195.	a/c=1, $a/t=0.1$, $Kt/Ko=0.95$, mod-11 için boyutsuz GŞF	101
0.1 "	3 107		121
Şekil	2.196.	a/c=1, $a/t=0.1$, $Kt/Ko=0.95$, mod-III için boyutsuz GŞF	100
		dagilimiari	122

Şekil	2.197.	a/c=1, a/t=0.25, Ri/Ro=0.1, mod-I için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	. 122
Şekil	2.198.	a/c=1, a/t=0.25, Ri/Ro=0.1, mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	. 123
Şekil	2.199.	a/c=1, a/t=0.25, Ri/Ro=0.1, mod-III için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	. 123
Şekil	2.200.	a/c=1, a/t=0.25, Ri/Ro=0.3, mod-I için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	. 124
Şekil	2.201.	a/c=1, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.3$, mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	. 124
Şekil	2.202.	a/c=1, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.3$, mod-III için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	. 125
Şekil	2.203.	a/c=1, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.6$, mod-I için boyutsuz GŞF	
~ • •		dağılımları.	. 125
Şekil	2.204.	a/c=1, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.6$, mod-II için boyutsuz GŞF	
~ • •		dağılımları.	. 126
Şekil	2.205.	a/c=1, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.6$, mod-III için boyutsuz GŞF	
a		dağılımları.	. 126
Şekil	2.206.	a/c=1, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.9$, mod-I ıçın boyutsuz GŞF	105
0.1.9	2 207	dağılımları.	. 127
Şekil	2.207.	a/c=1, $a/t=0.25$, $Rt/Ro=0.9$, mod-II için boyutsuz GŞF	107
G . I1	2 200	dagilimiari	. 127
Şekii	2.208.	a/c=1, $a/t=0.25$, $Rt/Ro=0.9$, mod-111 için boyutsuz GŞF	100
C al-1	2 200	$ag_{11} = 1 + 4 + 0.25 = 0.05 + 0.05 + 0.05 + 0.05 + 0.05 = 0.0$. 128
Şekii	2.209.	a/c=1, $a/t=0.25$, $Kt/Ko=0.95$, mod-1 için boyulsuz GŞF	100
Salvil	2 210	$a_{\alpha} = 1$ $a_{\alpha} = 0.25$ $Bi/P_{\alpha} = 0.05$ mod II join bountauz CSE	. 120
ŞEKII	2.210.	$d_1 c = 1, d_1 l = 0.23, Rl/R0 = 0.93, mod-m lçm böyülsüz Öşi'$	120
Salzil	2 211	a/c-1 $a/t-0.25$ $Bi/Bo-0.05$ mod III jein hovatsuz GSE	. 129
ŞUKII	2.211.	$d_2 \tilde{c} = 1, u' = 0.23, K' K = 0.93, mod = m lçm böyülsüz öşr$	120
Sekil	2 212	a/c-1 $a/t-0.5$ $Ri/Ro-0.1$ mod-Licin boyutsuz GSF	. 12)
ŞUKII	<i>4•414•</i>	dağılımları	130
Sekil	2 213	$a/c = 1$ $a/t = 0.5$ $Ri/R_0 = 0.1$ mod-II icin boyutsuz GSF	. 150
şenn	2.210.	dağılımları	130
Sekil	2.214	a/c=1 $a/t=0.5$ $Ri/Ro=0.1$ mod-III icin boyutsuz GSF	. 150
şenn	2.211	dağılımları.	. 131
Sekil	2.215.	a/c=1, $a/t=0.5$, $Ri/Ro=0.3$, mod-I icin bovutsuz GSF	
· j -		dağılımları	. 131
Sekil	2.216.	a/c=1, $a/t=0.5$, $Ri/Ro=0.3$, mod-II icin boyutsuz GSF	
· j -		dağılımları	. 132
Şekil	2.217.	a/c=1, $a/t=0.5$, $Ri/Ro=0.3$, mod-III için boyutsuz GŞF	
,		dağılımları.	. 132
Şekil	2.218.	a/c=1, $a/t=0.5$, $Ri/Ro=0.6$, mod-I için boyutsuz GŞF	
,		dağılımları	. 133
Şekil	2.219.	a/c=1, $a/t=0.5$, $Ri/Ro=0.6$, mod-II için boyutsuz GŞF	
-		dağılımları	. 133
Şekil	2.220.	a/c=1, $a/t=0.5$, $Ri/Ro=0.6$, mod-III için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	. 134
Şekil	2.221.	a/c=1, a/t=0.5, Ri/Ro=0.9, mod-I için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	. 134

Şekil 2	2.222.	a/c=1, a/t=0.5,	<i>Ri/Ro=0.9</i> , mod-II için boyutsuz GŞF	5
Sabil 1	1 1 1 2	dagiiiiiiari	$P_i/P_{0} = 0.0 \mod III ioin housing GSE$	3
Şekii 2	2.223.	$d_{\ell}c_{-1}, d_{\ell}l_{-0.3},$	<i>Kl/K0=0.9</i> , III0d-III içili böyütsüz GŞF	5
Sobil 2)))/	a/c=1 $a/t=0.5$	$Ri/R_0 = 0.05$ mod-Licin boyutsuz GSE	5
ŞCKII 2	2.22 4 .	$d_{2} \check{a}_{1} u_{1} = 0.3,$	12	6
Sakil 2) 775	a/c=1 $a/t=0.5$	$Ri/R_0 = 0.05 \mod \text{II}$ icin hovatsuz CSE	0
ŞCKII 2	2.223.	$d_{1} = 1, u/1 = 0.3,$	12	6
Sakil 2)))6	a/c=1 $a/t=0.5$	$Ri/R_0 = 0.05 \mod III icin hover the start of the start$	0
ŞUKII 2	2.220.	dağılımları	13	7
Sobil 2	דרר ו	a/c=1 $a/t=0.8$	Ri/Ro-0.1 mod-Licin hovatsuz GSE	'
ŞUKII 2		dağılımları	13	7
Sobil 2) 778	a/c=1 $a/t=0.8$	$Ri/R_0 = 0.1 \mod U$ icin boyutsuz GSF	'
ŞCKII 2	2.220.	$d_{2} \check{a}_{1} u_{1} = 0.0,$	13	8
Sakil 2	> > 20	a/c=1 $a/t=0.8$	$Ri/R_0 = 0.1 \mod III i cin houuteuz GSE$	0
ŞCKII 2	2.227.	$d_{2}\tilde{\alpha}_{1}$	K/KO=0.1, mod-ini için böyütsüz Öşi [*]	8
Sobil 2	230	a/c=1 $a/t=0.8$	Ri/Ro-0.3 mod-Licin hovatsuz GSE	0
ŞUKII 2	2.230.	dağılımları	13	0
Sobil 2) 231	a/c=1 $a/t=0.8$	$Ri/R_0 = 0.3 \mod U$ icin boyutsuz GSF)
ŞCKII 2	2.231.	$d_{2} \check{a}_{1} u_{1} = 0.0,$	12	0
Sobil 2))]]	a/c=1 $a/t=0.8$	Ri/Ro-0.3 mod-III icin hovutsuz GSE	,
ŞCKII 2	2.232.	$d_{2} \check{a}_{1} u_{1} = 0.0,$	$K/KO=0.3$, mod-ini için böyütsüz GŞi 1	Δ
Sakil 2) 733	a/c=1 $a/t=0.8$	Ri/Ro-0.6 mod Licin hovutsuz CSE	U
ŞEKII 2	2.233.	$d_{0} \tilde{c} = 1, u/t = 0.0,$	$KI/KO = 0.0$, mod-1 için böyütsüz Öşi $^{-1}$	Δ
Salvil 1) 731	a/a=1 $a/t=0.8$	$P_i/P_o = 0.6 \mod U_i i i i n hovestesuz CSE$	U
ŞEKII 2	2.234.	$d_{0} \check{c} = 1, u/i = 0.0,$	Kl/KO=0.0, IIIOU-II IÇIII OOYULSUZ OŞI ^A	1
Salvil 1) 735	a/a=1 $a/t=0.8$	Pi/Po-0.6 mod III join housitauz CSE	1
ŞCKII 2	4.23 3.	$d_{2} \check{a}_{1} u_{1} = 0.0,$	$K/KO=0.0$, mod-ini için böyütsüz GŞi 1	1
Sakil 2) 736	a/c=1 $a/t=0.8$	Ri/Ro-0.0 mod Licin hovatsuz CSE	1
ŞUKII 2	2.230.	dağılımları	11/	\mathbf{r}
Sobil 2) 737	a/c=1 $a/t=0.8$	$Ri/R_0 = 0.0 \mod U$ icin boyutsuz GSF	2
ŞCKII 2	2.237.	$d_{2}\tilde{\alpha}_{1}$	K/KO = 0.9, mod-m için obyulsuz Oşi [*]	\mathbf{r}
Sobil 2) 738	a/c=1 $a/t=0.8$	$Ri/R_0 = 0.0 \mod III icin hovutsuz GSE$	2
ŞUKII 2	200.	dağılımları	K/KO=0.9, mod-ini tçin obyutsuz GŞi	3
Sobil 2) 730	a/c=1 $a/t=0.8$	$Ri/R_0 = 0.05$ mod-Licin boyutsuz GSE	5
ŞUKII 2	2.237.	dağılımları	K/KO=0.95, mod-1 için böyütsüz Gşi $1/$	3
Sekil 2	240	a/c-1 $a/t-0.8$	$Ri/R_0 = 0.05$ mod-II icin hovatsuz GSF	5
ŞUKII 2	2.270.	dağılımları	K/KO = 0.95, mod-m için öbyütsüz öşi	Λ
Sobil 2	0 2/1	a/c-1 $a/t-0.8$	$Ri/R_0 = 0.05$ mod_III icin boyutsuz GSF	-
ŞUKII 2		dağılımları	K/KO=0.95, mod-m için obyutsuz Oşi	Λ
Sekil 2	242	a/c-2 $a/t-0.05$	$\overline{Ri/Ro} = 0.1 \mod I$ icin boyutsuz GSF	+
ŞUKII 2	2.272.	dağılımları	r, R/RO=0.1, mod-1 için böyütsüz Gşi $1/$	5
Sobil 2	2/3	a/c=2 $a/t=0.05$	Ri/Ro = 0.1 mod-II icin hovatsuz GSE	5
ŞUKII 2	4 - 1J.	dağılımları	, 11/10-0.1, 1100-11 Içili ooyutsuz Oşi	5
Sabil 1	211	a/c-2 $a/t-0.05$	$Ri/Ro = 0.1 \mod_{\text{III}} \text{ icin hove the set GSE}$	5
ŞUKII 2		dağılımları	, 11/10-0.1, 11100-111 IÇIII OUYUISUZ ÜŞI 11/	6
Sekil 1	0 245	a/c-2 $a/t-0.05$	$Ri/Ro = 0.3 \mod I$ icin hovutsuz GSF	U
ŞUKII 2	- - T J.	dağılımları	, <i>Keno–o.o</i> , mou-i için ooyulsuz oği 1 <i>1</i>	.6
Sabil 1) 716	a/c-2 $a/t-0.05$	$Ri/Ro = 0.3 \mod_{\text{II}}$ icin hove the set of SF	0
ŞUKII 2		dağılımları	, K/KO-0.5, mou-n için ooyutsuz Oşi [*] 14	7
		uagiiiiiidi I		1

Şekil	2.247.	a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.3, mod-III için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	147
Şekil	2.248.	a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.6, mod-I için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	148
Şekil	2.249.	a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.6, mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	148
Şekil	2.250.	a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.6, mod-III için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	149
Şekil	2.251.	a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.9, mod-I için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	149
Şekil	2.252.	a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.9, mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	150
Şekil	2.253.	a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.9, mod-III için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	150
Şekil	2.254.	<i>a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.95,</i> mod-I için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	151
Şekil	2.255.	a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.95, mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	151
Şekil	2.256.	a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.95, mod-III için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	152
Şekil	2.257.	a/c=2, a/t=0.1, Ri/Ro=0.1, mod-I için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	152
Şekil	2.258.	a/c=2, a/t=0.1, Ri/Ro=0.1, mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	153
Şekil	2.259.	a/c=2, a/t=0.1, Ri/Ro=0.1, mod-III için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	153
Şekil	2.260.	a/c=2, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.3$, mod-I için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	154
Şekil	2.261.	a/c=2, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.3$, mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	154
Şekil	2.262.	a/c=2, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.3$, mod-III için boyutsuz GŞF	
~ • •		dağılımları.	155
Şekil	2.263.	a/c=2, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.6$, mod-1 için boyutsuz GŞF	
~ • •		dağılımları.	155
Şekil	2.264.	a/c=2, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.6$, mod-II için boyutsuz GŞF	
~ • •		dağılımları.	156
Şekil	2.265.	a/c=2, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.6$, mod-III için boyutsuz GŞF	
a 1 1	• • • • •		156
Şekil	2.266.	a/c=2, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.9$, mod-1 ıçın boyutsuz GŞF	
a 1 1		dağılımları.	157
Şekil	2.267.	a/c=2, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.9$, mod-II için boyutsuz GŞF	
~ • •	• • • • •	dağılımları.	157
Şekil	2.268.	a/c=2, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.9$, mod-III için boyutsuz GŞF	
a • •		dağılımları.	158
Şekil	2.269.	a/c=2, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.95$, mod-I ıçın boyutsuz GŞF	
a • •		dağılımları.	158
Şekil	2.270.	a/c=2, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.95$, mod-II ıçın boyutsuz GŞF	
a • •	• • = -	dağılımları.	159
Şekil	2.271.	a/c=2, $a/t=0.1$, $Ri/Ro=0.95$, mod-III için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	159

Şekil	2.272.	a/c=2, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.1$, mod-I için boyutsuz GŞF	160
0 1 9	2 272	dagilimiari.	160
Şekii	2.2/3.	a/c=2, $a/t=0.25$, $Rt/Ro=0.1$, mod-11 için boyutsuz GŞF	160
Caleil	2 274	$a_{a} = 2 a_{a} = 0.25 B_{a} = 0.1 mod W ioin houstour CSE$	100
Şekii	2.2/4.	a/c=2, $a/t=0.25$, $Kt/Ko=0.1$, mod-m için boyulsuz GŞF	161
0-1-1	2 275	(agiiimian).	101
Şekii	2.275.	a/c=2, $a/t=0.25$, $Rt/Ro=0.3$, mod-1 için boyutsuz GŞF	1 < 1
0.1.1	2 256	dagilimlari.	161
Şekil	2.276.	a/c=2, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.3$, mod-II için boyutsuz GŞF	1.60
a			162
Şekil	2.277.	a/c=2, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.3$, mod-III için boyutsuz GŞF	1.60
~ • •	• • • •	dağılımları.	162
Şekil	2.278.	a/c=2, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.6$, mod-1 için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	163
Şekil	2.279.	a/c=2, a/t=0.25, Ri/Ro=0.6, mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	163
Şekil	2.280.	a/c=2, a/t=0.25, Ri/Ro=0.6, mod-III için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	164
Şekil	2.281.	a/c=2, a/t=0.25, Ri/Ro=0.9, mod-I için boyutsuz GŞF	
		dağılımları	164
Şekil	2.282.	a/c=2, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.9$, mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları.	165
Şekil	2.283.	a/c=2, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.9$, mod-III için boyutsuz GŞF	
,		dağılımları.	165
Sekil	2.284.	a/c=2, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.95$, mod-I icin boyutsuz GSF	
· , -		dağılımları.	166
Sekil	2.285.	a/c=2, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.95$, mod-II icin boyutsuz GSF	
· , -		dağılımları.	166
Sekil	2.286.	a/c=2, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.95$, mod-III icin boyutsuz GSF	
y • • • • •		dağılımları	167
Sekil	2.287.	a/c=2, $a/t=0.5$, $Ri/Ro=0.1$, mod-Licin boyutsuz GSF	107
şenn		dağılımları	167
Sekil	2.288	a/c=2 $a/t=0.5$ $Ri/Ro=0.1$ mod-II icin boyutsuz GSF	107
şenn	 00.	dağılımları	168
Sekil	2 289	$a/c=2$ $a/t=0.5$ $Ri/R_0=0.1$ mod-III icin boyutsuz GSF	100
şenn	2.207.	dağılımları	168
Sekil	2 290	a/c-2 $a/t-0.5$ $Ri/Ro-0.3$ mod-Licin boyutsuz GSF	100
ŞUKII	2.270.	$d_{2} = 2, w_{1} = 0.5, R_{0} = 0.5, mod Tiçm öbyütsüz öğr$	169
Sabil	2 291	$a/c=2$ $a/t=0.5$ $Bi/Bo=0.3$ mod_II icin boyutsuz GSE	107
ŞUKII	2.271.	dağılımları	160
Sabil	2 292	$a/c=2$ $a/t=0.5$ $Bi/Bo=0.3$ mod_III join boyutsuz GSE	107
ŞUKII	2.292.	$d_1 c = 2, u_1 = 0.5, R_0 R_0 = 0.5, mod-m içm böyütsüz öşi$	170
Sabil	2 203	a/a=2 $a/t=0.5$ $Pi/Pa=0.6$ mod Liain hovertour GSE	170
ŞCKII	2.273.	doğılımları	170
S	2 204	a/a = 2 a/t = 0.5 Bi/B = -0.6 mod II is in hyperbolic CSE	170
Şekil	2.294.	u/c=2, $u/l=0.3$, $Kl/KO=0.0$, III00-II IÇIN DOYUTSUZ GŞF	171
0.1 "	2 205	dagilimiari.	1/1
Şekil	2.295.	a/c=2, $a/t=0.3$, $Kt/Ko=0.0$, mod-III için boyutsuz GŞF	171
. .			1/1
Şekil	2.296.	a/c=2, $a/t=0.5$, $Ri/Ro=0.9$, mod-1 için boyutsuz GŞF	4
		dağılımları	172

Şekil	2.297.	a/c=2, a/t=0.5,	<i>Ri/Ro=0.9</i> , mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları		. 172
Şekil	2.298.	<i>a</i> / <i>c</i> =2, <i>a</i> / <i>t</i> =0.5,	<i>Ri/Ro=0.9</i> , mod-III için boyutsuz GŞF	
		dağılımları		. 173
Şekil	2.299.	<i>a</i> / <i>c</i> =2, <i>a</i> / <i>t</i> =0.5,	<i>Ri/Ro=0.95</i> , mod-I için boyutsuz GŞF	
		dağılımları		. 173
Şekil	2.300.	<i>a</i> / <i>c</i> =2, <i>a</i> / <i>t</i> =0.5,	<i>Ri/Ro=0.95</i> , mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları		. 174
Şekil	2.301.	a/c=2, a/t=0.5,	<i>Ri/Ro=0.95</i> , mod-III için boyutsuz GŞF	
		dağılımları		. 174
Şekil	2.302.	a/c=2, a/t=0.8,	<i>Ri/Ro=0.1</i> , mod-I için boyutsuz GŞF	
-		dağılımları	· · · · ·	. 175
Şekil	2.303.	a/c=2, a/t=0.8,	<i>Ri/Ro=0.1</i> , mod-II için boyutsuz GŞF	
2		dağılımları	· · · ·	. 175
Şekil	2.304.	a/c=2, a/t=0.8,	<i>Ri/Ro=0.1</i> , mod-III için boyutsuz GSF	
,		dağılımları		. 176
Şekil	2.305.	a/c=2, a/t=0.8,	<i>Ri/Ro=0.3</i> , mod-I için boyutsuz GŞF	
,		dağılımları		. 176
Şekil	2.306.	a/c=2, a/t=0.8,	<i>Ri/Ro=0.3</i> , mod-II için boyutsuz GŞF	
,		dağılımları		. 177
Şekil	2.307.	a/c=2, a/t=0.8,	<i>Ri/Ro=0.3</i> , mod-III için boyutsuz GŞF	
2		dağılımları	· · ·	. 177
Şekil	2.308.	a/c=2, a/t=0.8,	<i>Ri/Ro=0.6</i> , mod-I için boyutsuz GŞF	
,		dağılımları		. 178
Şekil	2.309.	a/c=2, a/t=0.8,	<i>Ri/Ro=0.6</i> , mod-II için boyutsuz GŞF	
2		dağılımları	· · · ·	. 178
Şekil	2.310.	a/c=2, a/t=0.8,	<i>Ri/Ro=0.6</i> , mod-III için boyutsuz GŞF	
-		dağılımları		. 179
Şekil	2.311.	a/c=2, a/t=0.8,	<i>Ri/Ro=0.9</i> , mod-I için boyutsuz GŞF	
		dağılımları		. 179
Şekil	2.312.	a/c=2, a/t=0.8,	<i>Ri/Ro=0.9</i> , mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları		. 180
Şekil	2.313.	a/c=2, a/t=0.8,	<i>Ri/Ro=0.9</i> , mod-III için boyutsuz GŞF	
		dağılımları		. 180
Şekil	2.314.	a/c=2, a/t=0.8,	<i>Ri/Ro=0.95</i> , mod-I için boyutsuz GŞF	
		dağılımları		. 181
Şekil	2.315.	<i>a</i> / <i>c</i> =2, <i>a</i> / <i>t</i> =0.8,	<i>Ri/Ro=0.95</i> , mod-II için boyutsuz GŞF	
		dağılımları		. 181
Şekil	2.316.	<i>a</i> / <i>c</i> =2, <i>a</i> / <i>t</i> =0.8,	<i>Ri/Ro=0.95</i> , mod-III için boyutsuz GŞF	
		dağılımları		. 182
Şekil	2.317.	a/c=0.25, 0.5, 1	, 2; <i>a/t</i> =0.5, <i>Ri/Ro</i> =0.6, α=45, mod-I için	
		boyutsuz GŞF	dağılımları	. 184
Şekil	2.318.	a/c=0.25, 0.5, 1	, 2; <i>a/t</i> =0.5, <i>Ri/Ro</i> =0.6, α=45°, mod-II için	
		boyutsuz GŞF	dağılımları.	. 185
Şekil	2.319.	a/c=0.25, 0.5, 1	, 2; <i>a/t</i> =0.5, <i>Ri/Ro</i> =0.6, α=45°, mod-III için	
		boyutsuz GSF	dağılımları	. 185
Şekil	2.320.	<i>a/c</i> =1, <i>a/t</i> =0.05	, 0.1, 0.25 0.5, 0.8; <i>Ri/Ro</i> =0.6, α=45°, mod-I için	
-		boyutsuz GSF	dağılımları.	. 186
Şekil	2.321.	a/c=1, a/t=0.05	, 0.1, 0.25 0.5, 0.8; <i>Ri/Ro</i> =0.6, α=45°, mod-II icin	
,		boyutsuz GSF	dağılımları.	. 186

Şekil 2.322. <i>a/c</i> =1, <i>a/t</i> =0.05, 0.1, 0.25 0.5, 0.8; <i>Ri/Ro</i> =0.6, <i>α</i> =45°, mod-III için	
boyutsuz GŞF dağılımları	187
Şekil 2.323. <i>a/c</i> =1, <i>a/t</i> =0.5, <i>Ri/Ro</i> =0.1, 0.3, 0.6, 0.9, 0.95; <i>α</i> =45°, mod-I için	
boyutsuz GŞF dağılımları	187
Şekil 2.324. <i>a/c</i> =1, <i>a/t</i> =0.5, <i>Ri/Ro</i> =0.1, 0.3, 0.6, 0.9, 0.95; <i>α</i> =45°, mod-II için	
boyutsuz GŞF dağılımları	188
Şekil 2.325. <i>a/c</i> =1, <i>a/t</i> =0.5, <i>Ri/Ro</i> =0.1, 0.3, 0.6, 0.9, 0.95; <i>α</i> =45°, mod-III için	
boyutsuz GŞF dağılımları	188
Şekil 3.1. Veri noktalarının oluşturulan eğriye ve ortalama değere olan	
uzaklıkları	191
Şekil 3.2. Minitab Programı Regresyon analizi adımları	191
Şekil 3.3. Çatlak ucu dip noktası ve Serbest yüzey noktası	192
Şekil 3.4. <i>a/c</i> =0.3, <i>a/t</i> =0.25, <i>Ri/Ro</i> =0.4, <i>α</i> =24° için karışık mod boyutsuz	
GŞF karşılaştırması	198
Şekil 3.5. <i>a/c</i> =0.4, <i>a/t</i> =0.4, <i>Ri/Ro</i> =0.5, <i>α</i> =35° için karışık mod boyutsuz	
GŞF karşılaştırması	198
Şekil 3.6. <i>a/c</i> =0.7, <i>a/t</i> =0.3, <i>Ri/Ro</i> =0.45, <i>α</i> =10° için karışık mod boyutsuz	
GŞF karşılaştırması	199
Şekil 3.7. <i>a/c</i> =1.4, <i>a/t</i> =0.06, <i>Ri/Ro</i> =0.8, <i>α</i> =55° için karışık mod boyutsuz	
GŞF karşılaştırması	199
Şekil 3.8. $a/c=1.1$, $a/t=0.55$, $Ri/Ro=0.7$, $a=16^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	
GŞF karşılaştırması	200
Şekil 3.9. $a/c=1.3$, $a/t=0.6$, $Ri/Ro=0.2$, $a=8^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	
GŞF karşılaştırması	200
Şekil 3.10. $a/c=0.6$, $a/t=0.75$, $Ri/Ro=0.45$, $a=72^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	
GŞF karşılaştırması	201
Şekil 3.11. $a/c=0.8$, $a/t=0.15$, $Ri/Ro=0.85$, $a=59^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	
GŞF karşılaştırması.	201
Şekil 3.12. $a/c=1.6$, $a/t=0.09$, $Ri/Ro=0.15$, $a=21^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	
GŞF karşılaştırması.	202
Şekil 3.13. $a/c=0.52$, $a/t=0.65$, $Ri/Ro=0.18$, $a=33^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	
GŞF karşılaştırması.	202
Şekil 3.14. $a/c=1.25$, $a/t=0.07$, $Ri/Ro=0.85$, $\alpha=49^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	
GŞF karşılaştırması.	203
Şekil 3.15. $a/c=1.9$, $a/t=0.75$, $Ri/Ro=0.25$, $\alpha=29^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	• • •
GŞF karşılaştırması.	203
Şekil 3.16. $a/c=0.35$, $a/t=0.7$, $Ri/Ro=0.92$, $\alpha=65^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	• • •
GŞF karşılaştırması.	204
Şekil 3.17. $a/c=0.75$, $a/t=0.6$, $Ri/Ro=0.7$, $\alpha=35^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	• • •
GŞF karşılaştırması.	204
Şekil 3.18. $a/c=0.3$, $a/t=0.3$, $Ri/Ro=0.5$, $\alpha=17^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	• • •
GŞF karşılaştırması.	205
Şekil 3.19. $a/c=0.8$, $a/t=0.55$, $Ri/Ro=0.45$, $\alpha=10^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	a a -
GŞF karşılaştırması.	205
Şekil 3.20. $a/c=1./5$, $a/t=0.06$, $Ri/Ro=0.85$, $\alpha=59^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	0.0 -
GŞF karşılaştırması.	206
Şekil 3.21. $a/c=1.6$, $a/t=0.7$, $Ri/Ro=0.7$, $\alpha=24^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	00-
GŞF karşılaştırması.	206
Şekil 3.22. $a/c=0.6$, $a/t=0.12$, $Ri/Ro=0.45$, $\alpha=33^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	a c -
GŞF karşılaştırması.	207

Şekil 3.23. $a/c=1.3$, $a/t=0.6$, $Ri/Ro=0.5$, $\alpha=16^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	
GŞF karşılaştırması.	207
Şekil 3.24. $a/c=0.3$, $a/t=0.4$, $Ri/Ro=0.92$, $\alpha=21^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	
GŞF karşılaştırması.	208
Şekil 3.25. $a/c=1.9$, $a/t=0.25$, $Ri/Ro=0.2$, $\alpha=55^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	
GŞF karşılaştırması.	208
Şekil 3.26. $a/c=0.6$, $a/t=0.3$, $Ri/Ro=0.2$, $\alpha=42^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	
GŞF karşılaştırması.	209
Şekil 3.27. $a/c=1.2$, $a/t=0.3$, $Ri/Ro=0.4$, $\alpha=20^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	
GŞF karşılaştırması.	209
Şekil 3.28. <i>a</i> / <i>c</i> =1.8, <i>a</i> / <i>t</i> =0.6, <i>Ri</i> / <i>Ro</i> =0.45, <i>α</i> =25° için karışık mod boyutsuz	
GŞF karşılaştırması.	210
Şekil 3.29. $a/c=0.45$, $a/t=0.08$, $Ri/Ro=0.55$, $a=5^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	
GŞF karşılaştırması.	210
Şekil 3.30. $a/c=0.3$, $a/t=0.2$, $Ri/Ro=0.8$, $\alpha=50^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz	
GŞF karşılaştırması	211
Şekil 3.31. <i>a/c</i> =1.5, <i>a/t</i> =0.3, <i>Ri/Ro</i> =0.7, <i>α</i> =38° için karışık mod boyutsuz	
GŞF karşılaştırması.	211

xxxii

EKSENEL GERİLMEYE MARUZ İÇİ BOŞ SİLİNDİRİK YAPILARDA DÖNMÜŞ DIŞ YÜZEY ÇATLAKLARININ KARIŞIK MOD KIRILMA ANALİZLERİ

ÖZET

Tasarım ve analizlerde geleneksel yaklaşım, malzemelerin mukavemeti konseptini kullanarak hesaplamalar yapmaktır. Bu yaklaşımda uygulanan yüklemeye bağlı olarak parçada oluşan gerilmeler hesaplanır. Malzemede oluşan gerilmenin, hasar kriterine bağlı olarak akma veya çekme dayanımını aşmasıyla hasar meydana gelir. Fakat malzemelerde çatlak gibi kusurların varlığı özellikle çatlak etrafındaki gerilmeleri arttırır ve bu malzemeler geleneksel yöntemler kullanılarak tahmin edilen ömürden daha önce hasara uğramaktadır. Bunun sonucunda ağır can ve mal kaybına sebebiyet verilebilir. Kırılma mekaniği bir çatlak veya kusuru olan bir parçanın mevcut şartlarda hasara uğrayıp uğramayacağını teşhis edip maruz kaldığı yükleme durumuna göre ömrünü tahmin etmektedir. Kırılma mekaniği yaklaşımında parçanın maruz kaldığı gerilmenin, çatlak boyutunun ve parça geometrisinin bir fonksiyonu olarak gerilme şiddet faktörü hesaplanmaktadır. Gerilme şiddet faktörü (GŞF), bir malzeme özelliği olan kırılma tokluğunu (K_c) aştığında ani kırılma meydana gelmektedir. Bu sebeple GŞF'lerinin önceden bilinmesi gerekli bir durumdur.

Bu tez çalışmaşında eksenel çekme gerilmesine maruz içi boş silindirlerde dönmüş catlaklarının; catlak eliptik yüzey derinliği/catlak genisliği (a/c). catlak derinliği/silindir et kalınlığı (a/t), silindir iç yarıçapı/silindir dış yarıçapı (R_i/R_o) , çatlak dönme açısı (α) parametrelerine göre FCPAS programı kullanılarak karışık mod kırılma analizleri gerçekleştirilmiştir. Tez kapsamındaki analizlere başlamadan önce literatürdeki çalışmalarla kıyaslamalar yapılıp paralel sonuçlar elde edilmiştir. Çatlak ucu bölgesinde eleman boyutu ve çatlak önü bölüntüleme sayısı için yakınsama çalışmaları yapılmıştır. Karışık mod kırılma analizleri sonucunda her model için K_I, KII, KIII GŞF'leri dağılımları elde edilmiştir. Çatlak önü boyunca elde edilen GŞF dağılımları normalize edilerek dönme açısının değişimine bağlı olarak her bir senaryo için grafiklerde gösterilmiştir. α dönme açısının artmasıyla K_I değerinin azaldığı, K_{II} ve K_{III} değerlerinin ise arttıkları gözlemlenmiştir. Dönme açısı parametresi dışında a/carrtıkça K_I ve K_{II} 'nin azaldığı, çatlak ucu dip noktasında sıfır değerini alan K_{III} 'ün serbest yüzey noktalarına gidildikçe arttığı gözlemlenmiştir. a/t ve R_i/R_o artışı ise K_i 'i arttırmış, K_{II} ve K_{III}'e neredeyse hiç etki etmemiştir. Paylaşılan grafiklerle GŞF'lerinin ilgili parametrelere göre grafikten kolayca okunması amaçlanmıştır. Ayrıca problem için ele alınan parametre değerleri arasında kalan tüm olası modellerin çatlak ucu dip ve serbest yüzey noktalarında GŞF'lerini hesaplayabilecek empirik denklemler, çoklu regresyon analizi ile geliştirilmiştir. Denklem sağlamaları için ara değer modelleri oluşturulup bu modellerden elde edilen GŞF'leri, empirik denklem sonuçlarıyla karşılaştırılılıp sonuçlar grafiklerde paylaşılmıştır.

xxxiv
MİXED MODE FRACTURE ANALYSES OF DEFLECTED EXTERNAL SURFACE CRACKS İN HOLLOW CYLİNDRİCAL STRUCTURES UNDER TENSİON LOADİNG

SUMMARY

The traditional approach in design and analysis is to make calculations using the concept of strength of materials. In this approach, the stresses generated in the part are calculated depending on the applied loading. Damage occurs when the stress generated in the material exceeds the yield or tensile strength, depending on the damage criterion. However, the presence of defects such as cracks in materials increases stresses, especially around cracks, and these materials are damaged earlier than predicted life using conventional methods. As a result of this, severe loss of life and property may be caused. Fracture mechanics diagnoses whether a part with a crack or defect will be damaged under existing conditions and estimates the service life of the material based on the loading condition to which it is subjected. In the fracture mechanics approach, the stress intensity factor (SIF) is calculated as a function of the stress to which the part is subjected, the crack size and the part geometry. Damage occurs when the stress intensity factor exceeds the fracture toughness (*Kc*), which is a material property. For this reason, it is a requirement to know the SIFs in advance.

Although analytical, experimental and numerical methods are used to calculate SIFs, analytical methods cannot present the exact solution of a three-dimensional structure or a part, which has complicated geometry and subjected to multi loading. Difficulties in the supply of appropriate test equipment, proper environment and specimen in experimental methods, make numerical methods more preferable compared to other methods. Among the numerical methods, using the finite element method, the amount of energy that will cause the formation of cracks in materials, whether the crack will progress in the current situation, if the crack will progress, the growth rate of the crack and the profile it will follow in the next step can be estimated. In addition, calculation of crack propagation lives, which allow determination of how long the cracked part can be left in the structure or machine, can also be done.

In this thesis, firstly the studies carried out about the cylinder containing cracks in the literature and their results have been mentioned. The energy balance approach and stress intensity factor approach used in fracture mechanics problems and fracture modes representing movements of crack surfaces in different directions are explained.

The crack depth/width of the crack (a/c=0.25, 0.5, 1, 2), the depth of the crack/cylinder wall thickness (a/t=0.05, 0.1, 0.25, 0.5, 0.8), cylinder inner radius/cylinder outer radius ($R_i/R_o=0.1, 0.3, 0.6, 0.9, 0.95$) and crack deflection angle ($\alpha=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$) parameters define the problem of deflected elliptical surface cracks in a hollow cylinder under tension loading in the. Using ANSYS APDL, the first model was created according to the geometric parameters and the meshing process was

performed. After that, tensile stress was applied to the model from the lower and upper surfaces of hollow cylinder, restricting the free body movement of the part. The following finite element model data are transferred from ANSYS to FCPAS for mixed mode fracture analyses; the loads and boundary conditions at the node points; the node numbers of the finite elements, the coordinates of the nodal points forming elements, the elements and nodes located along the crack front. Until this stage, the log file containing the steps performed in APDL has been exported and the parameters have been converted into dynamic variables in the log file. Thus, a parametric macro file has been created that will be used to create all other models later automatically.

The capabilities of the FCPAS system, in which mixed mode fracture analyses are performed, have been mentioned and the fracture analysis procedure has been explained. The enriched finite element formulation used by FRAC3D, which is the solver of FCPAS, is shared and the terms in the formulation are explained. Before starting the analyses within the scope of the thesis, comparisons were made with the studies in the literature, which investigated solid and hollow cylinders with surface cracks and under bending and tension loads.

Convergence studies which is necessary for numerical methods to obtain accurate results were carried out for the element size at crack tip and the division number of crack front as well. After determining the crack tip element size to be used in the analyses and the number of divisions of the crack front line, all other models were created with the macro file that was created earlier. Thus, the time to be spent on repetitive operations has been saved.

Mixed mode fracture analyses of the models within the scope of the thesis were carried out, which yielded a total of 600 different models. As a result of the mixed mode fracture analyses, K_I , K_{II} , K_{III} SIF distributions along crack fronts were obtained for each model. The SIF distributions obtained along the crack front are normalized and shown in the graphs for each scenario depending on the change in the deflection angle. According to shared graphs, it was observed that the K_I value decreases with increasing deflection angle α , while the K_{II} and K_{III} values increase.

Apart from the deflection angle parameter, effects of a/c, a/t and R_i/R_o are also examined. Analysis results show that K_I and K_{II} decrease as a/c increases, and K_{III} , which takes the zero value at the crack tip deep point, increases as the free surface point is approached. The increase in a/t and R_i/R_o parameters increased K_I , but has almost no effect on K_I and K_{III} . It is intended that the SIFs can be easily read from the graph according to the related parameters with the shared graphs.

After explaining regression analysis steps in MINITAB and its necessity for developing empirical equations, using normalized SIFs obtained from mixed mode fracture analyses of at the crack tip depth point and free surface point, empirical equations that can calculate the SIFs for these points of all possible intermediate values of the studied parameter have been developed by performing multiple-parameter regression analysis. In order to validate these empirical equations, additional 28 models, with combinations of the problem's parameters having intermediate values, were also created. In these models, mixed mode fracture analyses were performed with the FCPAS program and the results were compared with the values obtained from empirical equations.

Comparison of results and the SIF distributions of the above validation problems were included. Percentage differences between empirical equations and the finite element solutions were also presented as a table for all modes as well.

xxxviii

1. GİRİŞ

1.1. Kırılma Mekaniği ve Tarihsel Gelişimi

Kırılma en genel tanımıyla gerilme altındaki bir malzemenin iki veya daha fazla parçaya ayrılmasıdır. Hemen hemen tüm mühendislik malzemeleri ve yapılarında üretim yöntemlerinin mükemmel olmayışından kaynaklı mikro çatlaklar, taneler arasındaki boşluklar, döküm süreci sırasında oluşan hava kabarcıkları, korozyon, çentik gibi başlangıç kusurları bulunur. Kusurlar zamanla çatlaklar oluşturur ve malzemelerin servis şartlarında ilerleyerek, birbirleri ile birleşir gözle görünür bir hale gelir. Özellikle de tekrarlı yükler altında bu çatlaklar kırılmayla sonuçlanır. Makinelerin beklenenden çok daha erken bozulması, görevini yerine getirememesi, yüksek maaliyetler oluşturması ve en önemlisi de can kayıplarına sebebiyet verilmesi durumları ile karşılaşılabilir.

Kırılma mekaniği boşluk veya çatlak içeren mühendislik yapılarının emniyetli bir şekilde çalışma şartlarını analiz eden, bu koşullar altında meydana gelen hasarları inceleyen, malzemelerde çatlak oluşumuna sebep olacak enerji miktarını hesaplayan, mevcut durumda çatlağın ilerleyip ilerlemeyeceğini, eğer çatlak ilerleyecekse de bir sonraki adımda çatlağın büyüme hızı ve izleyeceği profili tahmin eden, malzemedeki çatlağın hangi yüklemeler altında malzemeye ne kadar ömür sunacağını inceleyen bir bilim dalıdır. Ekonomik kalkınma açısından bakım ve onarım maaliyetlerinin düşürülmesi ve insan sağlığının önemi göze alındığında başta savunma sanayi, enerji ve ulaşım sektörleri olmak üzere önemi gün geçtikçe daha da artmaktadır.

Kırılma mekaniği tarihine bakıldığında aslında ilk adımlar gerilme yığılmalarının incelenmesiyle atılmaya başlanmıştır. 1898 yılında E. G. Kirsch [1], çekme gerilmesine maruz sonsuz levhada (levha genişliğinin, içerdiği delik genişliğine göre oldukça fazla olması) bulunan delik etrafındaki gerilme yığılmalarının çözümünü göstermiştir. Kirsch çalışmasında uygulanan gerilme sabit doğrultuda iken levhanın dönmesi durumunda da oluşacak normal ve kayma gerilmelerini analitik olarak ifade etmiş ve incelediği problemde delik içeren levhalar için delik etrafındaki gerilme

yığılmalarının, dairesel deliğe yaklaşıldıkça uygulanan gerilmenin üç katına kadar yükseldiğini göstermiştir.

C. E. Inglis [2] 1913'te yayınladığı çalışmada içerisinde eliptik formda ve köşeleri yuvarlaştılmış kare gibi formlarda çatlak içeren levhaları analitik olarak incelemiştir. Eliptik çatlak içeren sonsuz levha problemini ele alarak elipsin minör ekseni 2b, majör ekseni 2a, eğrilik yarıçapı (ρ) olacak şekilde $\rho = \frac{b^2}{a}$ ifadesini de kullanarak çatlağın geometrik boyutlarına göre sonsuz genişlikteki levhada çatlak etrafında oluşan gerilme yığılmalarını Denklem 1.1 ile ifade etmiştir.

$$\Sigma_{\max} = \sigma_{\infty} \left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}} \right) \tag{1.1}$$

Inglis'in yaptığı bu çalışmalar iki önemli şeyi göstermiştir. Birincisi problemde malzeme davranışı lineer olarak Hooke kanunundan elde edildiğinden ve elastik çözümde akma ile çekme gerilmeleri sınırlandırılmadığından yapılan kabuller altında çözümler doğru olsa da gerçekte olamayacak teorik olarak sonsuz gerilmeler ortaya çıkmıştır yani direk çatlak ucunda plastisite oluşmaktadır. İkincisi ise, sonsuz keskinlikte bir çatlak ucu düşünüldüğünde yani eğrilik yarıçapı sıfıra gittiğinde çatlak ucunda oluşan sonsuz gerilmelere hiçbir malzemenin dayanamaması, içinde keskin çatlak içeren bir malzemenin çok küçük yüklerde bile gözlemlerimizin aksine hasara uğraması gerektiğidir. Gerçekte ise malzemelerin davranışları böyle olmamaktadır [3]. Bu sebeple klasik mukavemet yaklaşımındaki gerilmenin hasarın bir parametresi olarak kullanımı anlamsız kalmaktadır. Parçalar içerisinde çatlaklar gibi fiziksel hasarlar söz konusu olduğunda farklı bir yaklaşım gerektiği anlaşılmıştır [4].

Alon Arnold Griffith [5]'in 1920'de yayınlamış olduğu çatlakların enerjiye dayalı analizi kırılma mekaniğinin başlangıcı olarak kabul edilir. Griffith camlardaki gevrek çatlakların ilerleyişini gözlemlemiş ve sistemin toplam enerjisindeki azalmayla daha önceden var olan bir çatlağın ilerlemeye başlayacağını formülize etmiştir. Griffith yaklaşımı 1944'de Zener ve Hollomon [6] tarafından metalik malzemelerin gevrek kırılmasına da uygulanmıştır. Bundan hemen sonra Irwin, Griffith tipi enerji dengesinin; yüzey enerjisi ile plastik deformasyon sırasında yapılan işin toplamının depo edilen şekil değiştirme enerjisine eşit olması gerektiğini irdelemiştir. Irwin aynı zamanda sünek malzemelerde yeni çatlak yüzeylerinin oluşması için gerekli enerjinin, plastik deformasyon sırasında yapılan iş yanında genellikle önemsiz derecede olduğunu savunmuş ve bunun sonucunda bir malzeme özelliği olan G (enerji yayınım hızı) yani birim kalınlık başına çatlak uzunluğundaki birim artış için absorbe edilen toplam enerjiyi tanımlamıştır [3].

1950'lerin ortalarında Irwin [7], "Enerji yaklaşımı, gerilme şiddet faktörü yaklaşımıyla eşdeğerdir" diyerek kırılma mekaniğinde yeni bir çığır açmıştır. Bu ifadeye göre çatlak ucunda kiritik bir gerilme dağılımına erişildiğinde kırılma gerçekleşmektedir. Bunun sonucunda K_c (kritik gerilme şiddet faktörü, kırılma tokluğu) ve G_c (kritik enerji salınım oranı) şeklinde iki önemli malzeme özelliği ortaya koyulmuştur. K (gerilme şiddet faktörü) ve G'nin (enerji salınım oranı) birbiri ile ilişkili biçimde bağıntısal ifade edilebilmesiyle, lineer elastik kırılma mekaniğinin gelişimi için temel oluşturulmuştur. Bir çatlak ucu çevresi ve yakınındaki gerilme şiddet faktörleri; parçanın geometrik oranları, çatlak şekil oranı ve aynı yükleme şartları altında tüm malzemeler için aynıdır yani malzemeye özgü değildir. Dolayısıyla belirli standart numunelerle yapılan deneylerde elde edilen kırılma yükleri kullanılarak malzemeye özgü olan K_c hesaplanır. Böylece bu kritik malzeme değeri ile de gerçek yapılarda, belirli şartlar altında hangi yük seviyelerine ve çatlak uzunluklarına izin verilip verilemeyeceği saptanabilir [3].

1.2. Lineer Elastik Kırılma Mekaniği

Lineer elastik kırılma mekaniği (LEKM), kırılma mekaniğinin incelenmesinde kullanılan ve malzemedeki tüm davranışların elastik sınırlar içinde kalması prensibinden hareketle geliştirilen analitik ifadelerin bir bütünüdür. Lineer elastik kırılma mekaniğinin temel prensibi çatlak ucunda oluşan plastik deformasyon içeren bölge boyutunun, çatlak uzunluğu ve problemi tanımlayan diğer geometrik boyutlardan oldukça küçük olması gereğidir. LEKM'de çatlak ilerlemesi, enerji dengesi yaklaşımı ve gerilme şiddeti faktörü yaklaşımı olarak iki farklı metot ile hesaplanmaktadır [4].

Lineer elastisite bilim dalı, problemleri incelerken; cisim içerisinde sonsuz küçük diferansiyel bir elemanda her bir doğrultuda gerilmeler dengesini, Newtonun ikinci kanununa göre ifade ederek gerilmeler için denge denklemlerini, yer değiştirme vektörleri ve bunların türevleri arasındaki ilişkiyi ifade eden gerinim-uzama denklemlerini (Uygunluk denklemleri), cisimin şekil değiştirmesinin cismin boyuna göre çok küçük olduğu kabulüyle yani gerilme ve gerinim arasında lineer ilişki bulunan (Hooke kanunu, $\sigma = E\epsilon$) gerilme-gerinim denklemlerini(Genelleştirilmiş Hooke kanunları) kullanır. Çoğu elastisite probleminde cismin tam elastik, homojen ve izotropik olduğu kabulleri yapılır.

Günümüzde çeşitli sayıda mühendislik problemleri; lineer elastisiteden elde edilen denklem takımlarının, elle çözümü çok fazla zaman alan veya analitik çözümü bulunmayan geometrisi ve yüklemesi komplike problemler için çeşitli sayısal yöntemlerle birleştirilmesiyle çözülmektedir. Ayrıca lineer elasitisede verilen bağıntılar lineer olmayan, plastisite problemleri için de temel oluşturmaktadır [8].

1.2.1. Enerji dengesi yaklaşımı

İçerisinde çatlak bulunduran bir sisteme bir F kuvvetinin uygulanması sonucu sistemin enerji dengesi; şekil değişimi sonucu oluşturulan elastik enerji (U_s), dış kuvvetlerin sistem üzerine yaptığı iş (U_e), çatlak ilerlemesi sonucu çatlak için harcanan enerji (U_d) ve kinetik enerji (U_k) nin bir dengesi olacak şekilde denklem 1.2 ifade edilmektedir.

$$U_e = U_s + U_k + U_d \tag{1.2}$$

Statik veya yarı-statik (quasi static) durumlarında $U_k=0$ alıabileceğinden, birim genişlikte bir levhada bulunan birim çatlak ilerlemesi için denklem 1.3 elde edilir.

$$G = \frac{\partial (U_e - U_s)}{\partial a} = \frac{du_d}{da} = R$$
(1.3)

denklem 1.3'deki G enerji salınım oranı (energy release rate) veya çatlak ilerleme enerjisi, $\frac{Du_d}{da} = R$ ifadesi de çatlak ilerleme direnci olarak bilinir.

Griffith gerilme analizlerinden yararlanarak birim kalınlıktaki bir levhada elastik sınırlar içerisinde a uzunluğu kadar bir çatlak oluşması durumunda sistemde meydana gelen enerjiyi, düzlem gerilme ve düzlem gerinim için sırasıyla denklem 1.4-1.5 ile ifade etmiştir.

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}_{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}\mathbf{a}} = \mathbf{G} = \frac{\pi \mathbf{a}\sigma^2}{\mathbf{E}} \tag{1.4}$$

$$\frac{du_d}{da} = G = \frac{(1-v^2)(\pi a \sigma^2)}{E}$$
 (1.5)

Böylece levhaya etki eden σ gerilmesine dik durumdaki 2a uzunluğunda bir çatlak için elastik enerjide azalma miktarı denklem 1.6 şeklindedir.

$$U_{\rm d} = \frac{\pi a^2 \sigma^2}{E} \tag{1.6}$$

2a uzunluğunda çatlak oluşumunda iki ayrı yüzey meydana geleceğinden γ_s , yüzey oluşum enerjisi olmak üzere gerekli yüzey enerjisi denklem 1.7'de gösterildiği şekilde olacaktır.

$$U_{s} = 2(2a)\gamma_{s} = 4a\gamma_{s} \tag{1.7}$$

Çatlağın ilerlemesi için var olan enerjinin yeni yüzeyleri oluşturmak için harcanacak enerjiden daha fazla olması durumunda çatlağın büyüyeceğini denklem 1.8 ifade etmektedir. U_d ve U_s nin çatlak derinliği boyunca türevleri alınarak denklem 1.9 elde edilmektedir.

$$\frac{\partial U_{d}}{\partial a} \ge \frac{\partial U_{s}}{\partial a} \tag{1.8}$$

$$\frac{2\pi a \sigma^2}{E} \ge 4\gamma_{\rm s} \tag{1.9}$$

Bu eşitlikler bize denklem 1.10'da çatlak derinliğinin hangi kritik bir a_c (kritik çatlak boyutu) değerini aştığında kırılma gerçekleşeceğini, denklem 1.11'de ise çatlak ilerleme anındaki kritik gerilmeyi hesaplamamıza olanak sağlamaktadır [4].

$$a_{c} \ge \frac{2\gamma_{s}E}{\pi\sigma^{2}} \tag{1.10}$$

$$\sigma_{\rm c} \ge \sqrt{\frac{2 {\rm E} \gamma_{\rm s}}{\pi {\rm a}}} \tag{1.11}$$

1.2.2. Gerilme şiddet faktörü yaklaşımı

Gerilme şiddet faktörü yaklaşımına göre kırılma problemlerinde 3 türlü zorlama şekli vardır. Çatlaklar, yükleme durumuna göre üç farklı şekilde ilerleyebilmektedir. Şekil 1.1'de kırılma modları gösterilmektedir. Bunlardan mod-I açılma modunu ifade etmekte olup mod-I durumunda oluşan gerilme şiddet faktörü K_I'dir. Benzer şekilde mod-II kayma modu olup bu modda oluşan gerilme şiddet faktörü K_{II}, mod-III yırtılma modu olup gerilme şiddet faktörü de K_{III}'tür.



Şekil 1.1. Mod-I Açılma modu, Mod-II Kayma modu, Mod-III Yırtılma modu.

Kırılma problemleri yükleme durumlarına göre bu modlardan bir tanesi ile ortaya çıkabileceği gibi bu modların birleşimi yani karışık mod olarak da karşımıza çıkabilmektedir. Kırılma modları arasında mod-I, teknik olarak en önemlisi olmanın yanında en sık karşılaşılan ve en çok hasara neden olanıdır [4].

Kırılma mekaniği için çok önemli olan gerilme şiddet faktörlerinin ortaya çıkışına bakıldığında; Westergaard [9], 1939 yılında bir çatlağı çevreleyen eş eksenli stres alanı içerisindeki sonsuz levha (Şekil 1.2) için analitik kesin bir çözüm bulduğu görülür. Bu çözümün İnglis'in [2] yaptığı çalışmaya göre iki avantajı vardı. Birincisi Westergaard'ın çözümü, sadece limite gidildiğinde çatlağa yaklaşan elipse değil, direkt olarak mevcut çatlak şekline uygulabiliyordu. İkinci avantajı ise çözümün eliptik koordinatlar yerine kartezyen koordinatlarda olmasıydı. Westergaaard, incelediği bu sonsuz levhada boyu 2a olan bir çatlak ucu konumuna göre gerilmelerin denklem 1.12 ile hesaplanabileceğini göstermiştir [10].



Şekil 1.2. Eliptik çatlağa sahip eş eksenli çekme gerilmesine maruz sonsuz levha ve düzlemde oluşan gerilmelerin gösterilişi [11].

$$\sigma_{\rm xx} = \sigma_{\rm yy} = \frac{\sigma_{\infty}}{\sqrt{1 - \left(\frac{a}{\rm x}\right)^2}} \tag{1.12}$$

denklem 1.12'de a çatlağın x ekseni boyunca uzunluğunu, x ise çatlak ucundan x ekseni yönünde konumunu ifade etmektedir.

Bu çalışmadan yaklaşık 20 yıl sonra Irwin, Westergaard kesin çözümünde $x = a + re^{i\theta}$ değişimini kullanarak çatlak ucu yakınında gerilme dağılımları ve yer değiştirmelerini, Şekil 1.3'te gösterilen r ve Θ 'nın bir fonksiyonu olarak ifade edip Westergaard'ın kesin çözümünü oldukça sadeleştirmiştir. Irwin'in gerilme alanları için türettiği tüm denklemler, Θ 'ya bağlı değişen trigonometrik fonksiyonların ortak bir terim ile denklem 1.13'teki gibi çarpımı şeklindedir.



Şekil 1.3. Çatlak ucu konumunun r ve Θ ile ifade edilmesi [11].



Şekil 1.4. Çatlak ucuna yerleştirilmiş gerilme elemanı bileşenlerinin r, θ ve z koordinatlarına göre gösterimi [12].

$$\Sigma = \frac{\sigma_{\infty}\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} f(\theta)$$
(1.13)

Irwin bu bağıntılardaki uygulanan gerilme ve çatlak derinliği ile ilişkili ve incelenen mevcut model için sabit olan $\sigma_{\infty}\sqrt{\pi a}$ ifadesini *K* ile sembolize etmiş ve böylece gerilme şiddet faktörü kavramını bulmuştur. Burada dikkat edilmelidir ki *K* (gerilme şiddet faktörü), çatlak etrafındaki gerilme yığılmalarını değil, çatlak ucuna yaklaşıldıkça etkili olan gerilme tekilliğinin oluştuğu bölgenin baskınlığını ifade eder. Bir başka deyişle *K* ne kadar büyükse çatlak ucu etrafındaki tekillik oluşmasına etki eden bölge daha geniştir. *K* görece büyük olduğunda, çatlak ucuna yaklaşıldıkça gerilmeler daha çabuk tekillik oluşturma, bir başka deyişle matematiksel olarak daha hızlı şekilde sonsuz değere yaklaşma eğilimindedir.

İçerisinde 2*a* genişliğinde çatlak bulunan lineer elastik, izotropik sonsuz bir levhadaki düzlem gerilme durumunda mod-I, mod-II ve mod-III için gerilme ve yer değiştirme bileşenlerinin bağıntıları denklem 1.14-1.26 ile verilmiştir. Şekil 1.4'de verilen çatlak önüne temas eden bir elemanın gerilme ve yerdeğiştirmesi, düzlem şekil değişimi (Plane Strain) için denklem 1.14-1.26 kullanılarak mod-I, mod-II, mod-III durumlarının süperposizyonu şeklinde 3 boyutda analitik olarak hesaplanabilmektedir [11].

Gerilme bileşenlerinin denklemleri,

Mod-I:

$$\sigma_{\chi\chi} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right]$$
(1.14)

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right]$$
(1.15)

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)$$
(1.16)

Mod-II:

$$\sigma_{xx} = -\frac{\kappa_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right]$$
(1.17)

$$\sigma_{yy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)$$
(1.18)

$$\tau_{xy} = \frac{\kappa_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right]$$
(1.19)

Mod-III:

$$\tau_{\chi z} = -\frac{\kappa_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \tag{1.20}$$

$$\tau_{yz} = \frac{\kappa_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \tag{1.21}$$

Yer değiştirme bileşenlerinin denklemleri,

Mod-I:

$$u_{\chi} = \frac{\kappa_{I}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa - 1 + 2\sin^{2}\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]$$
(1.22)

$$u_{y} = \frac{\kappa_{I}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa + 1 - 2\cos^{2}\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]$$
(1.23)

Mod-II:

$$u_{\chi} = \frac{\kappa_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa + 1 + 2\cos^{2}\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]$$
(1.24)

$$u_{y} = -\frac{\kappa_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa - 1 - 2\sin^{2}\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]$$
(1.25)

Mod-III:

$$u_{z} = \frac{2K_{III}}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \tag{1.26}$$

Verilen denklemlerde μ kayma modülünü, r çatlak ucuna olan radyal uzaklığı, Θ konum vektörünün yatay eksenle yaptığı açıyı, κ hacimsel modülü (bulk modülü) ifade etmektedir.

Bu bölümde verilen enerji dengesi yaklaşımı ve gerilme şiddeti faktörü yaklaşımında sunulan analitik ve nümerik denklemlerin elde edilişi ve detaylı bilgi için [11], [13]– [15] kaynaklarına bakılabilir.

Gerilme şiddeti faktörlerinin hesaplanmasında kullanılan yöntemleri,

- 1. Analitik yöntemler (Westergaard semi-inverse metodu ve kompleks potansiyeller metodu)
- Nümerik yöntemler (Green fonksiyonu, ağırlık fonksyinoları, sınır düzenlemesi, alternatif yöntem, integral transformları, devamlı dislokasyonlar ve sonlu eleman metodları)
- Deneysel yöntemler (Fotoelastisite, moire, holograf, kostik yöntem ve bunların kombinasyonu)

başlıkları altında üç kategoriye ayırmak mümkündür:

Bahsedilen yöntemlerden teorik metodlar genel olarak basit çatlak geometrileri ve sınır şartlarına sahip sonsuz levhalarla sınırlı olduğundan daha komplike durumlar için nümerik ve deneysel metodlara yönlenilmelidir [14].

Bu çalışmada levhaya kıyasla daha komplike geometriye sahip içi boş silindirler incelendiğinden nümerik yöntemlerden olan sonlu elemanlar metodu ile gerilme şiddet faktörleri hesaplanmıştır.

1.3. Çatlak İçeren Silindirik Yapılarla ilgili Literatür Çalışmaları

I. S. Raju ve J. C. Newman [16] 1986'da yayınladıkları çalışmalarında çekme ve eğilme yüklemesi altında mod-I yüzey çatlağına sahip boru ve silindirik çubukların GŞF 'lerini incelemişlerdir. Borular için farklı a/c oranlarında çatlaklar kullanıp çeşitli a/t ve R/t (Silindir iç yarıçapı) parametreleri ile analizler gerçekleştirmişlerdir.

Elde ettikleri GŞF'lerini denklem1.27-1.28'de verilen *a/c*'ye (çatlak derinliği/çatlak genişliği) bağlı bir Q sayısı ile normalize etmişlerdir.

Q = 1 + 1.464
$$\left(\frac{a}{c}\right)^{1.65}$$
 $\frac{a}{c} \le 1$ (1.27)

$$Q = 1 + 1.464 \left(\frac{c}{a}\right)^{1.65} \qquad \frac{a}{c} \ge 1$$
(1.28)

1992'de A.Carpinteri [17], 2004'te C.S. Shin ve C.Q. Cai [18] eliptik yüzey çatlağı barındıran çekme ver eğilme gerilmesine maruz dairesel şaftta a/c ve a/D (çatlak derinliği/silindir çapı) değişkenlerine bağlı deneysel ve sonlu elemanlar analizi gerçekleştirmişlerdir. Çatlak ucu ve silindir serbest yüzeylerinde GŞF dağılımlarını, denklem 1.29'de gösterildiği gibi uygulanan gerilmenin π ve çatlak derinliğinin (a) karekökü ile çarpımı ile bölüp normalize etmişlerdir.

$$K_I^* = \sigma \sqrt{\pi a} \tag{1.29}$$

N. Couroneau ve J. Royer [19] mod-I etkisi altında dairesel kesitli çubuklarda yüzey çatlağının yorulma ile ilerlemesini a/c ve a/R (çatlak derinliği/silindir yarıçapı) parametrelerine bağlı nümerik olarak incelemişlerdir. Elde ettikleri analiz sonuçlarında eğilme veya çekme gerilmesinin yatay çatlakta mod-I etkisi oluşturmasından dolayı çatlak ucu noktası için K_I GŞF dağılımlarını denklem 1.29 ile normalize ederek değişkenlerin etkilerini göstermişlerdir. Ayrıca çatlak ilerleme tahminleri yaparak yorulma ömürlerini analitik olarak hesaplamışlardır.

A. Ayhan [20] çekme gerilmesine maruz daire şeklinde (penny-shaped) gömülü eğik çatlak barındıran silindirde çatlak bölgesinde tetrahedron (4 yüzlü) elemanlar kullanarak sonuçları problemin analitik çözümleri ile kıyaslamıştır. Ayrıca bu çalışmada sabit ısı akısı altında kenar çatlağı bulunduran, lens şeklinde gömülü çatlak bulunduran hidrostatik basınca maruz geometrileri incelemiş gerilme şiddet faktörleri dağılımlarını denklem 1.30 ile normalize ederek göstermiştir.

$$K_{1_R} = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} \tag{1.30}$$

G. Fu, W. Yang ve C. Q. Li çekme ve eğilme gerilmesine maruz borularda eğik çatlakları çeşitli a/c, a/t ve t/R (silindir et kalınlığı/silindir dış yarıçapı) parametreleri göz önüne alarak J integral metodu ve sonlu elemanlar analizi ile incelemişlerdir [21].

S. Teh, ve ark. [22] çekme gerilmesine maruz eğik yüzey çatlağı bulunduran silindirleri sonlu elemanlar metodu ve çift sınır eleman metodu (DBEM, Dual Boundary Element Method) şeklinde farklı yöntemlerle inceleyip a/c=1, 1.5, 2; a/D= 0.025, 0.05, 0.1 parametreleri için sonuçları kıyaslamışlardır. GŞF dağılımlarını denklem 1.31 ile normalize etmişlerdir.

$$K_r = \sigma \sqrt{\pi} \tag{1.31}$$

M. K. Ramezani ve ark. [23] burulma yüklemesi altında eğik yüzey çatlağı bulunduran silindirleri DBEM methodu kullanarak empirik olarak incelemişler ve GŞF dağılımlarını denklem 1.29 ile normalize ederek sonuçları a/D=0.025, 0.05, 0.075, 0.1 parametrelerine göre sunmuşlardır.

J. Toribio ve ark. [24] yarı eliptik yüzey çatlaklı silindirlerin tekrarlı eğilme ve çekme gerilmesi altında başlangıç çatlaklarının ilerleme profilini Paris-Erdoğan kanunu temel olarak hesaplayan a/c, a/D, x/c (çatlak önü anlık konumu/çatlak genişliği) parametrelerine bağlı yazılım geliştirmişlerdir.

Literatürde çatlak içeren silindirik yapılarla ilgili kırılma çalışmalarına bakıldığında çoğunlukla, çekme ve eğilme gerilmesine maruz içi dolu silindirik yapıların ve bunların içerdiği yatay çatlakların incelendiği görülmektedir. İçi boş silindirlerle ilgili çalışmalarda ise sadece eğik çatlaklar incelenmiştir. Dolayısıyla dönmüş yüzey çatlakları içeren ve çekme gerilmesine maruz içi boş silindirik yapıların karışık mod kırılma analizleri bu tez kapsamında gerçekleştirilmiş olup bunun sonucunda oldukça geniş bir gerilme şiddet faktörü kütüphanesi oluşturulması amaçlanmıştır.

2. İÇİ BOŞ SİLİNDİRLERDE YÜZEY ÇATLAKLARININ KARIŞIK MOD ANALİZLERİ

2.1. Problemin Tanımlanması

Çatlak içeren sonsuz levhalarda ve silindirlerde literatürde çok sayıda araştırma yapılmış olmasına rağmen yüzey çatlağı bulunan içi boş silindirlerin karışık mod analizleri son yıllarda üzerine gidilen bir çalışma konusudur.

Gerilme şiddet faktörü, malzemeye bağlı bir özellik olmayıp parçanın boyutlarına, içerdiği çatlağın geometrisine ve yükleme durumuna bağlıdır. Bu yüzden farklı dönme açılarında çeşitli genişlik ve derinliğe sahip çatlakların; çatlağı ihtiva eden parça boyutlarına, maruz kaldığı yükleme tipine göre önceden bilinmesi ve hesaplanması istenir. Böylece çatlak oluşabilecek malzemelerin tasarım aşamasında emniyetli bir şekilde boyutlandırılması, malzemenin bulundurduğu hangi geometrilerdeki çatlakların parçanın servis şartlarını etkileyip etkilemeyececeği, hangi yüklemelerin tehlike oluşturup oluşturmayacağı gibi kararlar kolayca alınabilir.

Şekil 2.1'de dönmüş eliptik yüzey çatlağı içeren ve üniform çekme gerilmesine maruz içi boş bir silindir gösterilmektedir. x-y eksenine paralel olan yatay çatlaklara sahip içi boş silindirlerde çekme gerilmesi sonucu sadece mod-I oluşmakta, çatlak sadece açılmaya zorlanmaktadır. Çatlak x-y ekseni ile açı yaptıkça, yani dönmüş bir çatlak söz konusu olduğunda, sadece mod-I değil aynı zamanda mod-II kayma ve mod-III yırtılma etkileri de oluşmakta ve karışık mod kırılma analizlerinin gerçekleştirilmesi gerekmektedir.

Sonlu elemanlar metodu ile karışık mod kırılma analizi yapılacak modelde içi boş silindir ve çatlağı oluşturan parametreler; *a* (çatlak derinliği), *2c* (çatlak yüzey

uzunluğu), R_i (silindir iç yarıçapı), R_o (silindir dış yarıçapı), t (silindir et kalınlığı), α (çatlağın x ekseni etrafında yatay düzlem ile yaptığı dönme açısı), 2H (silindir tam boyu) Şekil 2.1'de gösterilmiştir. Bu tez kapsamında, karışık mod kırılma analizleri sonucu gerilme şiddet faktörlerinin a/c, a/t, Ri/Ro, α değişkenlerine bağlı olarak dağılımları kapsamlı şekilde incelenmiştir.

Tüm modellerde silindir yüksekliği (2*H*), silindir dış yarıçapının altı katı (6* R_o), çatlak derinliği a=1, uygulanan çekme gerilmesi $\sigma=1$ alınmış olup analizi gerçekleştirilen modellere ait içi boş silindir ve çatlak boyutları Tablo 2.1'de verilmiştir.



Şekil 2.1. Eksenel üniform gerilmeye maruz ve yüzey çatlağına sahip içi boş silindirin üst, ön ve izometrik görünüşleri.

22 2.222 71 8.571 00 30.000 00 180.000 00 220.000
22 2.222 71 8.571 00 30.000 00 180.000 00 220.000
71 8.571 00 30.000 00 180.000 00 200.000
00 30.000
00 180.000
00 380.000
11 1.111
86 4.286
00 15.000
00 90.000
00 190.000
4 0.444
4 1.714
00 6.000
00 36.000
00 76.000
2 0.222
0.857
0 3.000
00 18.000
00 38 000
9 0139
6 0.536
5 1.875
00 11 250
00 22 750
.011200.04710000235000038781250

Tablo 2.1. Analizlerde kullanılan çatlak ve silindir boyutları.

Model	a/c	a/t	R _i / R _o	с	t	R _o	R_i	Model	a/c	a/t	<i>R i</i> / <i>R o</i>	с	t	R _o	R_i
51	1.00	0.05	0.10	1.00	20.00	22.222	2.222	76	2.00	0.05	0.10	0.50	20.00	22.222	2.222
52	1.00	0.05	0.30	1.00	20.00	28.571	8.571	77	2.00	0.05	0.30	0.50	20.00	28.571	8.571
53	1.00	0.05	0.60	1.00	20.00	50.000	30.000	78	2.00	0.05	0.60	0.50	20.00	50.000	30.000
54	1.00	0.05	0.90	1.00	20.00	200.000	180.000	79	2.00	0.05	0.90	0.50	20.00	200.000	180.000
55	1.00	0.05	0.95	1.00	20.00	400.000	380.000	80	2.00	0.05	0.95	0.50	20.00	400.000	380.000
56	1.00	0.10	0.10	1.00	10.00	11.111	1.111	81	2.00	0.10	0.10	0.50	10.00	11.111	1.111
57	1.00	0.10	0.30	1.00	10.00	14.286	4.286	82	2.00	0.10	0.30	0.50	10.00	14.286	4.286
58	1.00	0.10	0.60	1.00	10.00	25.000	15.000	83	2.00	0.10	0.60	0.50	10.00	25.000	15.000
59	1.00	0.10	0.90	1.00	10.00	100.000	90.000	84	2.00	0.10	0.90	0.50	10.00	100.000	90.000
60	1.00	0.10	0.95	1.00	10.00	200.000	190.000	85	2.00	0.10	0.95	0.50	10.00	200.000	190.000
61	1.00	0.25	0.10	1.00	4.00	4.444	0.444	86	2.00	0.25	0.10	0.50	4.00	4.444	0.444
62	1.00	0.25	0.30	1.00	4.00	5.714	1.714	87	2.00	0.25	0.30	0.50	4.00	5.714	1.714
63	1.00	0.25	0.60	1.00	4.00	10.000	6.000	88	2.00	0.25	0.60	0.50	4.00	10.000	6.000
64	1.00	0.25	0.90	1.00	4.00	40.000	36.000	89	2.00	0.25	0.90	0.50	4.00	40.000	36.000
65	1.00	0.25	0.95	1.00	4.00	80.000	76.000	90	2.00	0.25	0.95	0.50	4.00	80.000	76.000
66	1.00	0.50	0.10	1.00	2.00	2.222	0.222	91	2.00	0.50	0.10	0.50	2.00	2.222	0.222
67	1.00	0.50	0.30	1.00	2.00	2.857	0.857	92	2.00	0.50	0.30	0.50	2.00	2.857	0.857
68	1.00	0.50	0.60	1.00	2.00	5.000	3.000	93	2.00	0.50	0.60	0.50	2.00	5.000	3.000
69	1.00	0.50	0.90	1.00	2.00	20.000	18.000	94	2.00	0.50	0.90	0.50	2.00	20.000	18.000
70	1.00	0.50	0.95	1.00	2.00	40.000	38.000	95	2.00	0.50	0.95	0.50	2.00	40.000	38.000
71	1.00	0.80	0.10	1.00	1.25	1.389	0.139	96	2.00	0.80	0.10	0.50	1.25	1.389	0.139
72	1.00	0.80	0.30	1.00	1.25	1.786	0.536	97	2.00	0.80	0.30	0.50	1.25	1.786	0.536
73	1.00	0.80	0.60	1.00	1.25	3.125	1.875	98	2.00	0.80	0.60	0.50	1.25	3.125	1.875
74	1.00	0.80	0.90	1.00	1.25	12.500	11.250	99	2.00	0.80	0.90	0.50	1.25	12.500	11.250
75	1.00	0.80	0.95	1.00	1.25	25.000	23.750	100	2.00	0.80	0.95	0.50	1.25	25.000	23.750

Tablo 2.1. (Devamı) Analizlerde kullanılan çatlak ve silindir boyutları.

2.2. ANSYS Mechanical APDL ile Sonlu Elemanlar Modelinin Oluşturulması

ANSYS, mühendislik çalışmalarında analiz ve simülasyonların gerçekleştirilebildiği bilgisayar destekli modelleme ve analiz programıdır. ANSYS, mekanik, yapısal analiz, hesaplamalı akışkanlar dinamiği ve ısı transferi gibi farklı disiplinlerdeki çalışmalara olanak sağlamaktadır. Programda sonlu elemanlar yöntemi ile tek parça halinde analizi çok zor olan karmaşık geometrideki cisimler, küçük ve çok sayıda parçalara bölünmektedir. Bu sonlu sayıdaki elemanların birbirleri ile olan etkileşimlerinin de dahil edildiği bütünleşik analiz ile elde edilen sonuçlar, probleme etki eden ana ve türetilmiş değişkenlerin dağılımını göstermektedir. Örneğin, yapısal analizlerde ana değişkenler düğüm noktalarındaki yer değiştirmeler, türetilmiş değişkenler ise düğüm noktalarındaki yer değiştirmeler.

ANSYS Parametrik Tasarım Dili (APDL), ANSYS sonlu elemanlar mekanik çözücüsü ile etkileşim kurmak için kullanılan güçlü bir yapılandırılmış dildir. Analizler için geometri oluşturmaktan son derece karmaşık analizlerde detaylı çözücü ayarları yapmaya kadar birçok görev için kullanılabilmektedir [25].

APDL yazılımıyla ilk olarak, çekme gerilmesine maruz içi boş ve eliptik yüzey çatlaklı birinci silindir modeli oluşturulmuştur. Sonlu eleman ağ yapısı oluşturulduktan sonra yükleme ve sınır şartları düğüm noktalarına aktarılmıştır. Modelleme aşamasında sırasıyla kullanılan komutları içeren log file dosyası makro olarak dışarı aktarılmıştır. Makro üzerinde modeli oluşturan parametreler dinamik değişkenler haline getirilmiştir. Her bir modeli oluşturan parametreler o model için makronun değişkenler kısmına girilerek tekrarlı modelleme zamanlarından tasarruf edilmiştir.

Şekil 2.2'de 45 derece dönmüş çatlak bulunduran bir silindirin ANSYS modeli ve yüzey çatlağı gösterilmektedir. Çatlağın yer alacağı silindir ortasında daha yoğun eleman kullanmak için silindir üç eşit hacme ayrılmış ve çatlak ortada kalan hacim içerisine yerleştirilmiştir.



Şekil 2.2. ANSYS APDL ile modellenmiş içi boş silindir ve dönmüş eliptik yüzey çatlağı görünümü.

Model y-z düzlemine göre simetrik olduğundan hem boyutları küçük sonlu eleman modeli kullanabilmek hem de çözücü süresini azaltmak amacıyla silindir y-z düzlemine göre kesilip toplam hacmin yarısı atılmış sağ tarafta kalan yarım silindir model ile mesh aşamasına geçilmiştir. FCPAS ile yapılacak analize uygunluk için çatlak tünelinde Şekil 2.3'de gösterilen 20 düğüm noktalı quadratic (2. dereceden) hexahedron (altı yüzlü) Solid-95 elemanlar, geri kalan hacimlerde ise bu altı yüzlü elemanların düğüm noktalarının indirgenmesi ile oluşan tetrahedron (dört yüzlü) elemanlar kullanılmıştır. Ayrıca bu altı ve dört yüzlü elemanlar arası geçiş bölgelerinde piramit elemanların kullanılması istenmemiş olup dört yüzlü tetrahedron elemanlara izin verilmiştir.

Tüm modelin sonlu eleman ağ yapısı Şekil 2.4' de gösterilmektedir.



Şekil 2.3. 20 düğüm noktalı ANSYS Solid-95 elemanı ve türevleri [25].



Şekil 2.4. Dönmüş çatlak içeren içi boş silindirin yarım modeli ve sonlu eleman ağ yapısı.

Sınır koşulları uygulanırken silindirin maruz kaldığı çekme gerilmesini ifade etmek için silindir alt ve üst yüzeylerinden -1 birim basınç (1 birim yüzey normali doğrultusunda çekme gerilmesi) uygulanmıştır. Model, rijit cisim hareketini önlemek için biri z ve y ekseninde diğeri sadece z ekseninde olacak şekilde alt tabanındaki iki farklı noktadan sabitlenmiştir. Ayrıca yarım modelin tam silindir şartlarına haiz olması için de silindirin y-z düzlemine temas eden kesilmiş yüzeylerine x ekseninde hareket kısıtı (simetrik yer değiştirme sınır şartı) verilmiştir. Böylece cismin uzaydaki rijit gövde hareketi engellenmiştir. (Şekil 2.5)



Şekil 2.5. Sınır şartlarının modele uygulanması.

2.3. FCPAS ile Kırılma Analizi Prosedürü

FCPAS (Fracture and Crack Propagation Analysis System- Kırılma ve Çatlak İlerleme Analiz Sistemi) kırılma ve çatlak ilerleme analizleri gerçekleştirmek için yazılmış bir sonlu elemanlar programıdır.

Sistem:

- 1. Çatlak olmayan bir sonlu eleman modelini giriş verisi olarak kabul etme
- 2. İstenilen özelliklerdeki çatlağı modele yerleştirme
- 3. Modelin yeniden sonlu eleman ağ yapısını oluşturma
- 4. Sınır şartlarının yeni modele uygulanması/taşınması
- 5. Kırılma mekaniği probleminin çözümü
- 6. Yeni çatlak profilinin tahmin edilmesi

- 7. Yeni çatlağın modele yerleştirilmesi
- 8. Kırılma anına kadar analizin tekrarlanması
- 9. Simülasyonun sonunda çatlak ilerleme ömrünün hesap edilmesi

işlevlerini gerçekleştirebilmektedir. Program açılış ekranı ve karışık mod kırılma analizlerinin yapılacağı modül ekranı Şekil 2.6 ve Şekil 2.7'de gösterilmiştir.

FCP	_ ×
FCPAS Frac Prop All Rights Reserve	v2.2 ture and Crack agation Analysis System ed, FCPAS, 2015
Fracture Analysis Using ANSYS [™] FE Model	Crack Propagation Using ANSYS [™] FE Model
About	License

Şekil 2.6. FCPAS v2.2 Ana ekranı [26].

🐺 FCPAS - F	Fracture A	halysis Using ANSYS(TM) FE Model		- 🗆 X
File Help ANSYS (TM)	GEO File	RUN File Fracture Analysis Post Processing		Control Panel
8	3rowse 3rowse	C-Vhogram Files VANSYS Inclv120 anaysi binivitel Vauncher120 exe	Run ANSYS	Change Working Directory
			Run Product Launcher	ANSYS(TM) Geo File
		Working Directory FCPAS Software Path		RUN File Fracture Analysis Post Processing
		C.\ Current Path C.\Documents and Settings Vdmin		$\leftarrow \rightarrow$

Şekil 2.7. Fracture Analysis Using ANSYSTM FE MODEL Modülü ana ekranı [26].

ANSYS Mechanical APDL ile sonlu elemanlar modeli oluşturulduktan sonra analiz öncesi hazırlık aşamasına geçilmektedir. Bu aşamada FCPAS programına girdi olacak dosyaların uzantıları ve içerdiği veriler aşağıda verilmektedir.

- 1. *.crelems: Çatlak önü elemanlarının hangi düğüm noktalarından oluştuğu
- 2. *.crnodes: Çatlak önü düğüm noktalarının x, y, z koordinatları
- 3. *.dlis: Düğüm noktalarının sınır şartları
- 4. *.sflis: Uygulanan yüklemelere göre elemanların yüzey düğüm noktalarında gerilme dağılımları
- 5. *.elis: Modelin içerisindeki tüm elemanlar ve bunları oluşturan düğüm noktaları
- 6. *.nodes: Modeldeki tüm düğüm noktalarının x, y, z koordinatları

FCPAS ana ekranında Fracture Analysis Using ANSYSTMFE MODEL modülüne girş yapıldıktan sonra hazırlık aşamasında kaydedilen 6 adet dosya modülün geo sekmesinde ilgili yerlere girilip tüm verilerin birleştirildiği *.geo uzantılı dosya elde edilmektedir. Run sekmesinde malzeme özellikleri ve analiz parametreleri girilerek bu verileri içeren bir *.run dosyası oluşturulmaktadır. Fracture Analysis sekmesinde oluşturmuş *.geo ve *.run dosyaları programa tanıtılıp çözüm aşamasında kullanılacak işlemci sayısı belirlenip analiz çözdürülmektedir. Çözüm sonrası Post Processing modülüne geçiş yapılıp GŞF dağılımları grafik edilmektedir. Şekil 2.8'de FCPAS genel algoritması gösterilmektedir.



Şekil 2.8. FCPAS Genel Algoritması [26].

FCPAS programı gerilme şiddet faktörlerinini hesaplarken eleman düğüm noktaları deplasman formüllerine zenginleştirilmiş eleman formülasyonunu dahil etmektedir. FRAC3D çözücüsünü kullanarak bilinmeyen gerilme şiddet faktörlerini eleman deplasmanları ile birlikte direkt olarak post processe ihtiyaç olmadan hesaplamaktadır.



Şekil 2.9. 20 düğüm noktalı altı yüzlü quadratik çatlak ucu elemanı [27]. Şekil 2.9'da global koordinat sistemi'ne (X Y Z) göre zenginleştirilmiş eleman deplasmanları u,v,w genel formu denklem 2.1-2.3'de verilmektedir.

 $u(\xi,\eta,\rho)$

$$= \sum_{j=1}^{m} N_{j}(\xi,\eta,\rho)u_{j} + Z_{0}(\xi,\eta,\rho) \left\{ f_{1}(\xi,\eta,\rho) - \sum_{j=1}^{m} N_{j}(\xi,\eta,\rho)f_{1j} \right\} \left(\sum_{i=1}^{ntip} N_{i}(\Gamma)K_{I}^{i} \right) \\ + Z_{0} \left\{ (\xi,\eta,\rho) \left(g_{1}(\xi,\eta,\rho) - \sum_{j=1}^{m} N_{j}(\xi,\eta,\rho)g_{1j} \right) \right\} \left(\sum_{i=1}^{ntip} N_{i}(\Gamma)K_{II}^{i} \right)$$
(2.1)

$$\begin{aligned} v(\xi,\eta,\rho) \\ &= \sum_{j=1}^{m} N_{j}(\xi,\eta,\rho) v_{j} + Z_{0}(\xi,\eta,\rho) \left\{ f_{2}(\xi,\eta,\rho) - \sum_{j=1}^{m} N_{j}(\xi,\eta,\rho) f_{2j} \right\} \left(\sum_{i=1}^{ntip} N_{i}(\Gamma) K_{I}^{i} \right) \\ &+ Z_{0}(\xi,\eta,\rho) \left\{ g_{2}(\xi,\eta,\rho) - \sum_{j=1}^{m} N_{j}(\xi,\eta,\rho) g_{2j} \right\} \left(\sum_{i=1}^{ntip} N_{i}(\Gamma) K_{II}^{i} \right) \end{aligned}$$

$$(2.2)$$

$$w(\xi,\eta,\rho) = \sum_{j=1}^{m} N_j(\xi,\eta,\rho) w_j + Z_0(\xi,\eta,\rho) \left\{ h_1(\xi,\eta,\rho) - \sum_{j=1}^{m} N_j(\xi,\eta,\rho) h_{1j} \right\} \left(\sum_{i=1}^{ntip} N_i(\Gamma) K_{III}^i \right)$$

$$(2.3)$$

Denklemlerdeki m, elemanın toplam düğüm noktası sayısını; ξ , η , ρ her kenarında 3 adet düğüm noktası içeren ikinci dereceden (quadratic) bir sonlu eleman için elemanın lokal koordinat sistemine göre köşe noktalarında -1 ile 1, kenarının orta düğüm

noktalarında da 0 değerlerini alan isoparametrik koordinatları; u,v,w eleman içerisindeki herhangi bir noktanın ξ , η , ρ isoparametrik koordinatları girildiğinde global koordinat sistemindeki deplasmanlarını veren ifadelerdir. N_j eleman şekil fonksiyonunu; u_j, v_j, w_j ise sonlu elemanın her bir düğüm noktası için bilinmeyen deplasman komponentlerini göstermektedir. Denklemlerin buraya kadar olan kısmı normal sonlu eleman isoparametrik interpolasyon formülasyonunu oluşturmaktadır. Buna ek olarak formülasyona elemanın çatlak ucuna temas eden düğüm noktalarındaki bilinmeyen K_I, K_{II}, K_{III} gerilme şiddet faktörleri ilave edilmektedir.

Normal elemanlar, zenginleştirilmiş elemanların içerdiği asimptotik ifadeleri içermediğinden, zenginleştirilmiş elemanların normal elemanlarla paylaştığı yüzey, kenar veya noktalarda uyumluluk denklemleri doğrudan sağlanamaz. Bu yüzden normal ve zenginleştirilmiş elemanlar arasında geçiş elemanları kullanılması gerekir. Z₀, formülasyonda zenginleştirilmiş sonlu elemanlarda ve geçiş elemanlarının zenginleştirilmiş elemanlara temas eden düğüm noktalarında 1, geçiş elemanlarının normal sonlu elemanlara temas eden düğüm noktalarında ise 0 değerini alan bir sıfırlama fonksiyonudur. (Şekil 2.10)



Şekil 2.10. Çatlak önü boyunca normal, geçiş ve zenginleştirilmiş elemanlar.

f₁, g₁, f₂, g₂, h₁ terimleri Westergaard çözümünden bulunan, lokal koordinat sisteminden global koordinat sistemine transform edilen mod-I, mod-II ve mod-III'ün katsayıları olan asimptotik deplasman fonksiyonlarıdır. Bu fonksiyonların değişkenleri olan ξ , η , ρ koordinatları çözüm aşamasında Şekil 2.9'daki eleman içerisinde örnek olarak gösterilen bir A noktası için *r* ve Θ parametrelerine çevrilecektir. f_{1j}, g_{1j}, f_{2j}, g_{2j}, h_{1j} terimleri çatlak ucundaki ilgili düğüm noktasında f₁, g₁, f₂, g₂, h₁'den hesaplanan sabitlerdir.

 Γ , -1 ile 1 arasında değişen izoparametrik koordinat olup N_i(Γ)Kⁱ, bilinmeyen gerilme şiddet faktörlerinin, çatlak önüne temas eden düğüm noktaları boyunca bir boyutlu interpolasyonunu; ntip ise çatlak ucuna temas eden düğüm noktaları sayısını ifade etmektedir. Bir kenarı çatlak ucuna temas eden zenginleştirilmiş elemanda temas eden kenar hangi izoparametrik koordinat doğrultusunda ise o koordinat Γ 'ya eşit olur. Şekil 2.9'da gösterilen eleman için çatlak ucuna temas eden eleman kenarı x'doğrultusunda olduğundan $\xi = \Gamma$ ve $-1 \le \xi \le 1$ aralığındadır. Ayrıca çatlak, zenginleştirilmiş elemanın alt yüzeyi ile temas ettiğinden $\eta = -1$, eleman çatlak önünde bulunduğundan $\rho = -1$ değerini almaktadır. Zenginleştirilmiş sonlu eleman yaklaşımındaki denklemlerde bulunan ifadelerin açınım halleri ve detaylı açıklamaları için [27]–[32] kaynaklarına bakınız.

2.4. Çatlak İçeren Silindirlerde Gerilme Şiddet Faktörlerinin Literatür ile Doğrulanması

Bu kısımda tez kapsamındaki analizlere geçmeden önce literatürde silindirler üzerinde karışık mod kırılma analizleri yapılan çalışmalardan çeşitli modeller seçilmiş, bunların FCPAS ile analizi gerçekleştirilmiş ve sonuçlar kıyaslanmıştır.

I. S. Raju ve J. C. Newman [16] çalışmasından çekme gerilmesine maruz a/c=0.8; a/t=0.2, 0.5, 0; R/t=1, 10 modelleri seçilip çatlak ucu ve yüzey noktası için FCPAS ile karşılaştırmaları Tablo 2.2'de verilmiştir.

a/t	₽/t	Çatla	k ucu		Yüzey r	noktası	
a/t	Νt	Newman ve Raju	FCPAS	% fark	Newman ve Raju	FCPAS	% fark
0.2	1	1.061	1.044	-1.6	1.06	1.072	1.1
0.2	10	1.057	1.002	-5.2	1.051	1.017	-3.3
0.5	1	1.114	1.176	5.6	1.161	1.21	4.2
0.5	10	1.101	1.135	3.1	1.156	1.18	2.1
0.0	1	1.202	1.157	-3.7	1.354	1.319	-2.6
0.8	10	1.144	1.142	-0.2	1.335	1.402	5

Tablo 2.2. *a/c*=0.8; *a/t*=0.2, 0.5, 0; R/t=1, 10 mod-I için boyutsuz GŞF karşılaştırması.

N. Couroneau ve J. Royer [19] çalışmasından çekme gerilmesine maruz a/c=1; a/D=0.1, 0.2, 0.3, 0.4 ve 0.5 modelleri seçilip GŞF dağılımlarının FCPAS ile karşılaştırması Şekil 2.11'da gösterilmektedir.



Şekil 2.11. *a*/*c*=1; *a*/D=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, mod-I için boyutsuz GŞF karşılaştırması.

I. S. Raju ve J. C. Newman [16], C.S. Shin ve C.Q. Cai [18], A.Carpinteri [17] çalışmalarından çekme gerilmesine maruz a/c=0.6; a/D=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5 modelleri seçilip GŞF dağılımlarının FCPAS ile karşılaştırması Şekil 2.12'de gösterilmektedir.



Şekil 2.12. *a/c*=0.6; *a/D*=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, mod-I için boyutsuz GŞF karşılaştırması.

S. Teh, ve ark. [22] çalışmasından çekme gerilmesine maruz a/c=1; a/D=0.025, 0.05, 0.1 modelleri seçilip GŞF dağılımlarının FCPAS ile karşılaştırmaları K_I, K_{II}, K_{III} için sırasıyla Şekil 2.13-2.15'de gösterilmektedir.



Şekil 2.13. *a*/*c*=1; *a*/*D*=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, mod-I için boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 2.14. *a/c*=1; *a/D*=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, mod-II için boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 2.15. *a/c*=1; *a/D*=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, mod-III için boyutsuz GŞF karşılaştırması.

2.5. Sonlu Eleman Ağ Yapısı Yakınsama Analizi

Sonlu eleman analizlerinde kullanılan elemanların düğüm noktalarındaki gerilmeler hesaplanır ve elemanın bir kenarı boyunca düğüm noktaları arasında kalan değerler elemanların şekil fonksiyonları ile belirlenir. Karışık mod kırılma analizleri için özellikle çatlak tünelinde görece kaba eleman boyutu kullanıldığında sonuçlar istenilene yakınsayamaz. Problemin yakınsamış yani hata payı az olan kabul edilebilir sonucu ile kaba eleman kullanılmış analiz sonucu arasında hata farkı yüksektir sonuçlar doğru değildir. Fakat çok küçük elemanlar kullanıldığında da binlerce hatta milyonlarca elemanlı matrislerin çözümü gerekir. Bu da bilgisayar özelliklerine bağlı olarak çözüm süresini arttırır. Bu yüzden eleman boyutunun belirlenmesi bir optimizasyon gerektirir.

Şekil 2.16'de çatlak ucu eleman boyutu ve çatlak önü çizgisi gösterilmektedir. Analizlerde mesh yoğunluğunu etkileyen bu parametreler ile çekme gerilmesine maruz a/c=0.2; a/D (çatlak derinliği/silindir çapı)=0.2, silindir modeli üzerinde yakınsama çalışması gerçekleştirilmiştir.

Çatlak tüneli içerisindeki eleman boyutu: a(çatlak derinliği)/50, *a*/100, *a*/200, *a*/400, *a*/500, *a*/600; çatlak önü çizgisinin bölüntü sayıları 10, 20, 45, 60, 90 olacak şekilde seçilerek analizler gerçekleştirilmiştir.



Şekil 2.16. Çatlak ucu sonlu eleman kenar büyüklüğü ve çatlak önü çizgisi.

Eleman boyutunun ve çatlak önü çizgisi bölüntü sayısının GŞF'ne etkisi Tablo 2.3-2.4'te gösterilmektedir.

Bunlara ek olarak silindir uzunluğu'nun (2*H*) GŞF'ne etkisi de incelenmiş olup yüksekliğin artırılmasının gerilme şiddet faktörünü neredeyse hiç değiştirmediği gözlenmiştir.

Çatlak Ucu Eleman Boyutu	Çatlak Ucu Derinlik Noktası K _I GŞF	Yüzde Fark
a/50	1.14744	-
a/100	1.14577	-0.145541379
a/300	1.14593	0.013964408
a/400	1.14682	0.077666175
a/500	1.14969	0.250257233
a/600	1.15272	0.263549305

Tablo 2.3. Çatlak önüne temas eden eleman boyutları için yakınsama çalışması.

Tablo 2.4. Çatlak önü çizgisi bölüntüleme sayısı için yakınsama çalışması.

Çatlak Önü Çizgisi Bölüntüleme Sayısı	Çatlak Ucu Derinlik Noktası K _I GŞF	Yüzde Fark
10	1.14123	-
20	1.13807	-0.276894228
45	1.14239	0.379590008
60	1.14601	0.316879525
90	1.14516	-0.074170382

Çatlak ucu eleman boyutu için analizlerde a/100 kullanıldıktan sonra sırasıyla *a*/200 ve *a*/400 kullanıldığında GŞF yaklaşık % 0.145, % 0.014 ve % 0.08 değişme gösterdiğinden analizlerde çatlak ucu için a/100 eleman boyutu seçilmiştir.

Çatlak önü çizgisi bölüntülemesi için 60 bölüntülemeden sonra 90 bölüntülemede yaklaşık % 0.075 değişim gerçekleştiğinden 60 bölüntüleme değerinin kullanılmasına karar verilmiştir.

2.6. Eksenel Gerilmeye Maruz İçi Boş Silindirlerde Dönmüş Yüzey Çatlaklarının Kırılma Analizleri

Bu bölümde, eliptik yüzey çatlağı bulunduran, eksenel çekme gerilmesine maruz içi boş silindirlerin karışık mod GŞF'leri verilmiştir. Silindir ve çatlağın geometrilerini tanımlayan model parametreleri sırasıyla a/c (çatlak derinliği/çatlak genişliği) 0.25, 0.5, 1, 2; a/t (çatlak derinliği/silindir et kalınlığı) 0.05, 0.1, 0.25, 0.5, 0.8; *Ri/Ro* (silindir iç yarıçapı/silindir dış yarıçapı) 0.1, 0.3, 0.6, 0.9, 0.95; α (çatlak dönme açısı) 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75° olacak şekilde ele alınmıştır.

Grafiklerin x ekseninde boyutsuz çatlak ucu konumu (s) kullanılmıştır. Sonlu eleman modeli oluşturma kısmında anlatıldığı gibi karışık mod kırılma analizleri yarım silindir için yapılmış olup yarı eliptik çatlak çizgisi üzerinde sıralanan düğüm noktaları tam bir silindir için bir serbest yüzeyden (s=0) diğer serbest yüzeye (s=1) şeklinde boyutsuz çatlak ucu konumuna göre sıralanmıştır. Böylece çatlak önü çizgisi boyunca, tam ortada kalan çatlak ucu derinlik noktası s=0.5 değerini almaktadır.

Analizlerde Bölüm 2.5'te belirtilen çatlak önü eğrisi 60 eş parçaya bölünmüştür (121 düğüm noktası). Çatlak ucu eleman boyutu olarak *a*/100 değeri kullanılmıştır. *a/c*=2 modellerinin neredeyse hepsinde GŞF dağılımları *a*/100 kullanıldığında çatlak ucu dip noktasında ani düşüşler ve yükselişler gösterdiğinden bu modellerde çatlak ucu dip noktası eleman boyutu *a*/1000 alınarak analizler tekrar gerçekleştirilmiştir. Bunun sonucunda GŞF dağılımlarının yumuşak geçiş gösterip düzeldiği gözlenmiştir. Ayrıca FCPAS çözüm öncesi aşamasında analizler için Gauss integrasyon sayısı 24 olarak seçilmiştir [27].

Eliptik çatlak ucu boyunca GŞF değerleri incelendiğinde, uygulanan gerilme büyüklüğü ve çatlak derinliği ile ilgili a/c, a/t, R_i/R_o gibi oransal parametrelerden örnek olarak; a ve t 2 kat büyük kullanıldığında oran sabit kalsa da GŞF formülüne göre K daha yüksek hesaplanacaktır. Hesaplanan gerilme şiddet faktörlerinin uygulanan gerilme ve çatlak derinliği gibi büyüklüklerin şiddetinden bağımsız hale getirilmesi gerekmektedir. Bu nedenle analizlerden hesaplanan GŞF'leri denklem 1.29 ile normalize edilmiştir. Böylece analizi yapılan modellerden birisi, mevcut elimizde bulunan numune ile aynı geometrik oranlara sahip olduğunda, ilgili modelin normalize edilmiş GŞF'ü numuneye uygulanan gerilme ve malzemenin bulundurduğu çatlak derinliğinin karekökü ile çarpılarak gerçek numune için gerilme şiddet faktörü elde edilecektir.

Boyutsuz çatlak ucu konumuna göre K_I, K_{II} ve K_{III} GŞF dağılımları, 100 silindir modeli için toplam 300 adet grafik ile bu bölümün devamında paylaşılmıştır. (Şekil 2.17-2.316) Her bir grafik ilgili modelde çatlağın dönme açıları 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°'ye göre GŞF eğrilerini içermektedir. Grafiklerin daha iyi okunması açısından K_{II} ve K_{III} grafiklerinde 60° ve 75° GŞF dağılımlarında kesikli çizgi kullanılmıştır.



Şekil 2.17. a/c=0.25, a/t=0.05, Ri/Ro=0.1, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.


Şekil 2.18. a/c=0.25, a/t=0.05, Ri/Ro=0.1, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.19. a/c=0.25, a/t=0.05, Ri/Ro=0.1, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.20. *a/c*=0.25, *a/t*=0.05, *Ri/Ro*=0.3, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.21. a/c=0.25, a/t=0.05, Ri/Ro=0.3, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.22. a/c=0.25, a/t=0.05, Ri/Ro=0.3, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.23. *a/c*=0.25, *a/t*=0.05, *Ri/Ro*=0.6, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.24. a/c=0.25, a/t=0.05, Ri/Ro=0.6, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.25. a/c=0.25, a/t=0.05, Ri/Ro=0.6, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.26. *a/c*=0.25, *a/t*=0.05, *Ri/Ro*=0.9, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.27. a/c=0.25, a/t=0.05, Ri/Ro=0.9, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.28. a/c=0.25, a/t=0.05, Ri/Ro=0.9, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.29. *a/c*=0.25, *a/t*=0.05, *Ri/Ro*=0.95, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.30. *a/c*=0.25, *a/t*=0.05, *Ri/Ro*=0.95, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.31. *a/c*=0.25, *a/t*=0.05, *Ri/Ro*=0.95, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.32. a/c=0.25, a/t=0.1, Ri/Ro=0.1, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.33. a/c=0.25, a/t=0.1, Ri/Ro=0.1, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.34. a/c=0.25, a/t=0.1, Ri/Ro=0.1, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.35. a/c=0.25, a/t=0.1, Ri/Ro=0.3, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.36. a/c=0.25, a/t=0.1, Ri/Ro=0.3, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.37. a/c=0.25, a/t=0.1, Ri/Ro=0.3, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.38. a/c=0.25, a/t=0.1, Ri/Ro=0.6, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.39. a/c=0.25, a/t=0.1, Ri/Ro=0.6, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.40. a/c=0.25, a/t=0.1, Ri/Ro=0.6, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.41. a/c=0.25, a/t=0.1, Ri/Ro=0.9, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.42. a/c=0.25, a/t=0.1, Ri/Ro=0.9, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.43. a/c=0.25, a/t=0.1, Ri/Ro=0.9, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.44. a/c=0.25, a/t=0.1, Ri/Ro=0.95, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.45. a/c=0.25, a/t=0.1, Ri/Ro=0.95, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.46. a/c=0.25, a/t=0.1, Ri/Ro=0.95, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.47. a/c=0.25, a/t=0.25, Ri/Ro=0.1, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.48. a/c=0.25, a/t=0.25, Ri/Ro=0.1, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.49. a/c=0.25, a/t=0.25, Ri/Ro=0.1, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.50. *a/c*=0.25, *a/t*=0.25, *Ri/Ro*=0.3, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.51. a/c=0.25, a/t=0.25, Ri/Ro=0.3, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.52. a/c=0.25, a/t=0.25, Ri/Ro=0.3, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları..



Şekil 2.53. a/c=0.25, a/t=0.25, Ri/Ro=0.6, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.54. a/c=0.25, a/t=0.25, Ri/Ro=0.6, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.55. a/c=0.25, a/t=0.25, Ri/Ro=0.6, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.56. *a/c*=0.25, *a/t*=0.25, *Ri/Ro*=0.9, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.57. a/c=0.25, a/t=0.25, Ri/Ro=0.9, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.58. a/c=0.25, a/t=0.25, Ri/Ro=0.9, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.59. *a/c*=0.25, *a/t*=0.25, *Ri/Ro*=0.95, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.60. a/c=0.25, a/t=0.25, Ri/Ro=0.95, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.61. a/c=0.25, a/t=0.25, Ri/Ro=0.95, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.62. *a/c*=0.25, *a/t*=0.5, *Ri/Ro*=0.1, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.63. a/c=0.25, a/t=0.5, Ri/Ro=0.1, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.64. a/c=0.25, a/t=0.5, Ri/Ro=0.1, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.65. *a/c*=0.25, *a/t*=0.5, *Ri/Ro*=0.3, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.66. a/c=0.25, a/t=0.5, Ri/Ro=0.3, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.67. a/c=0.25, a/t=0.5, Ri/Ro=0.3, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.68. *a/c*=0.25, *a/t*=0.5, *Ri/Ro*=0.6, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.69. a/c=0.25, a/t=0.5, Ri/Ro=0.6, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.70. a/c=0.25, a/t=0.5, Ri/Ro=0.6, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.71. a/c=0.25, a/t=0.5, Ri/Ro=0.9, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.72. a/c=0.25, a/t=0.5, Ri/Ro=0.9, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.73. a/c=0.25, a/t=0.5, Ri/Ro=0.9, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.74. *a/c*=0.25, *a/t*=0.5, *Ri/Ro*=0.95, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.75. a/c=0.25, a/t=0.5, Ri/Ro=0.95, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.76. a/c=0.25, a/t=0.5, Ri/Ro=0.95, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.77. a/c=0.25, a/t=0.8, Ri/Ro=0.1, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.78. a/c=0.25, a/t=0.8, Ri/Ro=0.1, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.79. a/c=0.25, a/t=0.8, Ri/Ro=0.1, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.80. *a/c*=0.25, *a/t*=0.8, *Ri/Ro*=0.3, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.81. a/c=0.25, a/t=0.8, Ri/Ro=0.3, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.82. a/c=0.25, a/t=0.8, Ri/Ro=0.3, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.83. a/c=0.25, a/t=0.8, Ri/Ro=0.6, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.84. a/c=0.25, a/t=0.8, Ri/Ro=0.6, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.85. a/c=0.25, a/t=0.8, Ri/Ro=0.6, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.86. *a/c*=0.25, *a/t*=0.8, *Ri/Ro*=0.9, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.87. a/c=0.25, a/t=0.8, Ri/Ro=0.9, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.88. a/c=0.25, a/t=0.8, Ri/Ro=0.9, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.89. a/c=0.25, a/t=0.8, Ri/Ro=0.95, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.


Şekil 2.90. a/c=0.25, a/t=0.8, Ri/Ro=0.95, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.91. a/c=0.25, a/t=0.8, Ri/Ro=0.95, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.92. *a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.1,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.93. a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.1, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.94. a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.1, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.95. *a/c*=0.5, *a/t*=0.05, *Ri/Ro*=0.3, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.96. a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.3, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.97. a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.3, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.98. *a/c*=0.5, *a/t*=0.05, *Ri/Ro*=0.6, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.99. *a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.6,* mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.100. a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.6, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.101. *a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.9,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.102. *a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.9,* mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.103. a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.9, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.104. *a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.95,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.105. *a/c=0.5, a/t=0.05, Ri/Ro=0.95,* mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.106. *a/c*=0.5, *a/t*=0.05, *Ri/Ro*=0.95, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.107. a/c=0.5, a/t=0.1, Ri/Ro=0.1, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.108. a/c=0.5, a/t=0.1, Ri/Ro=0.1, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.109. a/c=0.5, a/t=0.1, Ri/Ro=0.1, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.110. a/c=0.5, a/t=0.1, Ri/Ro=0.3, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.111. *a/c=0.5*, *a/t=0.1*, *Ri/Ro=0.3*, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.112. a/c=0.5, a/t=0.1, Ri/Ro=0.3, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.113. a/c=0.5, a/t=0.1, Ri/Ro=0.6, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.114. a/c=0.5, a/t=0.1, Ri/Ro=0.6, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.115. a/c=0.5, a/t=0.1, Ri/Ro=0.6, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.116. a/c=0.5, a/t=0.1, Ri/Ro=0.9, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.117. *a/c=0.5*, *a/t=0.1*, *Ri/Ro=0.9*, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.118. a/c=0.5, a/t=0.1, Ri/Ro=0.9, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.119. *a/c=0.5, a/t=0.1, Ri/Ro=0.95,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.120. *a/c=0.5, a/t=0.1, Ri/Ro=0.95,* mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.121. a/c=0.5, a/t=0.1, Ri/Ro=0.95, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.122. *a/c=0.5, a/t=0.25, Ri/Ro=0.1,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.123. *a/c=0.5, a/t=0.25, Ri/Ro=0.1*, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.124. a/c=0.5, a/t=0.25, Ri/Ro=0.1, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.125. *a/c=0.5, a/t=0.25, Ri/Ro=0.3,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.126. *a/c=0.5, a/t=0.25, Ri/Ro=0.3,* mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.127. *a/c=0.5*, *a/t=0.25*, *Ri/Ro=0.3*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.128. *a/c=0.5, a/t=0.25, Ri/Ro=0.6,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.129. *a/c=0.5*, *a/t=0.25*, *Ri/Ro=0.6*, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.130. a/c=0.5, a/t=0.25, Ri/Ro=0.6, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.131. *a/c=0.5, a/t=0.25, Ri/Ro=0.9,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.132. *a/c=0.5, a/t=0.25, Ri/Ro=0.9,* mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.133. a/c=0.5, a/t=0.25, Ri/Ro=0.9, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.134. *a/c=0.5, a/t=0.25, Ri/Ro=0.95,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.135. *a/c=0.5, a/t=0.25, Ri/Ro=0.95,* mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.136. *a/c*=0.5, *a/t*=0.25, *Ri/Ro*=0.95, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.137. a/c=0.5, a/t=0.5, Ri/Ro=0.1, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.138. a/c=0.5, a/t=0.5, Ri/Ro=0.1, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.139. a/c=0.5, a/t=0.5, Ri/Ro=0.1, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.140. *a/c=0.5, a/t=0.5, Ri/Ro=0.3,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.141. a/c=0.5, a/t=0.5, Ri/Ro=0.3, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.142. a/c=0.5, a/t=0.5, Ri/Ro=0.3, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.143. a/c=0.5, a/t=0.5, Ri/Ro=0.6, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.144. a/c=0.5, a/t=0.5, Ri/Ro=0.6, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.145. a/c=0.5, a/t=0.5, Ri/Ro=0.6, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.146. *a/c=0.5, a/t=0.5, Ri/Ro=0.9,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.147. *a/c=0.5*, *a/t=0.5*, *Ri/Ro=0.9*, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.148. a/c=0.5, a/t=0.5, Ri/Ro=0.9, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.149. *a/c=0.5, a/t=0.5, Ri/Ro=0.95,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.150. *a/c=0.5, a/t=0.5, Ri/Ro=0.95,* mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.151. a/c=0.5, a/t=0.5, Ri/Ro=0.95, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.152. a/c=0.5, a/t=0.8, Ri/Ro=0.1, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.153. *a/c=0.5*, *a/t=0.8*, *Ri/Ro=0.1*, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.154. a/c=0.5, a/t=0.8, Ri/Ro=0.1, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.155. a/c=0.5, a/t=0.8, Ri/Ro=0.3, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.156. a/c=0.5, a/t=0.8, Ri/Ro=0.3, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.157. a/c=0.5, a/t=0.8, Ri/Ro=0.3, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.158. a/c=0.5, a/t=0.8, Ri/Ro=0.6, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.159. a/c=0.5, a/t=0.8, Ri/Ro=0.6, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.160. *a/c=0.5, a/t=0.8, Ri/Ro=0.6,* mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.161. a/c=0.5, a/t=0.8, Ri/Ro=0.9, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.


Şekil 2.162. a/c=0.5, a/t=0.8, Ri/Ro=0.9, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.163. a/c=0.5, a/t=0.8, Ri/Ro=0.9, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.164. *a/c=0.5, a/t=0.8, Ri/Ro=0.95,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.165. *a/c=0.5, a/t=0.8, Ri/Ro=0.95,* mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.166. a/c=0.5, a/t=0.8, Ri/Ro=0.95, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.167. a/c=1, a/t=0.05, Ri/Ro=0.1, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.168. a/c=1, a/t=0.05, Ri/Ro=0.1, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.169. *a/c=1*, *a/t=0.05*, *Ri/Ro=0.1*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.170. *a/c=1*, *a/t=0.05*, *Ri/Ro=0.3*, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.171. a/c=1, a/t=0.05, Ri/Ro=0.3, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.172. *a/c=1*, *a/t=0.05*, *Ri/Ro=0.3*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.173. *a/c=1, a/t=0.05, Ri/Ro=0.6,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.174. a/c=1, a/t=0.05, Ri/Ro=0.6, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.175. *a/c=1*, *a/t=0.05*, *Ri/Ro=0.6*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.176. a/c=1, a/t=0.05, Ri/Ro=0.9, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.177. a/c=1, a/t=0.05, Ri/Ro=0.9, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.178. a/c=1, a/t=0.05, Ri/Ro=0.9, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.179. *a/c=1, a/t=0.05, Ri/Ro=0.95,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.180. a/c=1, a/t=0.05, Ri/Ro=0.95, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.181. a/c=1, a/t=0.05, Ri/Ro=0.95, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.182. *a/c=1*, *a/t=0.1*, *Ri/Ro=0.1*, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.183. a/c=1, a/t=0.1, Ri/Ro=0.1, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.184. a/c=1, a/t=0.1, Ri/Ro=0.1, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.185. *a/c=1*, *a/t=0.1*, *Ri/Ro=0.3*, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.186. *a/c=1*, *a/t=0.1*, *Ri/Ro=0.3*, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.187. *a/c=1*, *a/t=0.1*, *Ri/Ro=0.3*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.188. *a/c=1*, *a/t=0.1*, *Ri/Ro=0.6*, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.189. *a/c=1*, *a/t=0.1*, *Ri/Ro=0.6*, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.190. *a/c=1*, *a/t=0.1*, *Ri/Ro=0.6*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.191. a/c=1, a/t=0.1, Ri/Ro=0.9, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.192. *a/c=1*, *a/t=0.1*, *Ri/Ro=0.9*, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.193. *a/c=1*, *a/t=0.1*, *Ri/Ro=0.9*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.194. a/c=1, a/t=0.1, Ri/Ro=0.95, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.195. a/c=1, a/t=0.1, Ri/Ro=0.95, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.196. *a/c=1*, *a/t=0.1*, *Ri/Ro=0.95*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.197. *a/c=1*, *a/t=0.25*, *Ri/Ro=0.1*, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.198. a/c=1, a/t=0.25, Ri/Ro=0.1, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.199. *a/c=1*, *a/t=0.25*, *Ri/Ro=0.1*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.200. *a/c=1*, *a/t=0.25*, *Ri/Ro=0.3*, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.201. a/c=1, a/t=0.25, Ri/Ro=0.3, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.202. a/c=1, a/t=0.25, Ri/Ro=0.3, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.203. *a/c=1, a/t=0.25, Ri/Ro=0.6,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.204. a/c=1, a/t=0.25, Ri/Ro=0.6, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.205. a/c=1, a/t=0.25, Ri/Ro=0.6, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.206. *a/c=1*, *a/t=0.25*, *Ri/Ro=0.9*, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.207. a/c=1, a/t=0.25, Ri/Ro=0.9, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.208. *a/c=1*, *a/t=0.25*, *Ri/Ro=0.9*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.209. *a/c=1, a/t=0.25, Ri/Ro=0.95,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.210. a/c=1, a/t=0.25, Ri/Ro=0.95, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.211. a/c=1, a/t=0.25, Ri/Ro=0.95, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.212. *a/c=1*, *a/t=0.5*, *Ri/Ro=0.1*, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.213. a/c=1, a/t=0.5, Ri/Ro=0.1, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.214. a/c=1, a/t=0.5, Ri/Ro=0.1, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.215. *a/c=1*, *a/t=0.5*, *Ri/Ro=0.3*, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.216. *a/c=1*, *a/t=0.5*, *Ri/Ro=0.3*, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.217. *a/c=1*, *a/t=0.5*, *Ri/Ro=0.3*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.218. *a/c=1*, *a/t=0.5*, *Ri/Ro=0.6*, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.219. a/c=1, a/t=0.5, Ri/Ro=0.6, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.220. *a/c=1*, *a/t=0.5*, *Ri/Ro=0.6*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.221. *a/c=1*, *a/t=0.5*, *Ri/Ro=0.9*, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.222. a/c=1, a/t=0.5, Ri/Ro=0.9, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.223. *a/c=1*, *a/t=0.5*, *Ri/Ro=0.9*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.224. a/c=1, a/t=0.5, Ri/Ro=0.95, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.225. a/c=1, a/t=0.5, Ri/Ro=0.95, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.226. a/c=1, a/t=0.5, Ri/Ro=0.95, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.227. a/c=1, a/t=0.8, Ri/Ro=0.1, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.228. *a/c=1*, *a/t=0.8*, *Ri/Ro=0.1*, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.229. *a/c=1*, *a/t=0.8*, *Ri/Ro=0.1*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.230. *a/c=1*, *a/t=0.8*, *Ri/Ro=0.3*, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.231. a/c=1, a/t=0.8, Ri/Ro=0.3, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.232. *a/c=1*, *a/t=0.8*, *Ri/Ro=0.3*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.233. *a/c=1*, *a/t=0.8*, *Ri/Ro=0.6*, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.


Şekil 2.234. a/c=1, a/t=0.8, Ri/Ro=0.6, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.235. *a/c=1*, *a/t=0.8*, *Ri/Ro=0.6*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.236. a/c=1, a/t=0.8, Ri/Ro=0.9, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.237. *a/c=1*, *a/t=0.8*, *Ri/Ro=0.9*, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.238. a/c=1, a/t=0.8, Ri/Ro=0.9, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.239. a/c=1, a/t=0.8, Ri/Ro=0.95, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.240. a/c=1, a/t=0.8, Ri/Ro=0.95, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.241. a/c=1, a/t=0.8, Ri/Ro=0.95, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.242. a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.1, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.243. a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.1, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.244. a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.1, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.245. *a/c=2*, *a/t=0.05*, *Ri/Ro=0.3*, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.246. a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.3, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.247. a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.3, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.248. *a/c=2*, *a/t=0.05*, *Ri/Ro=0.6*, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.249. a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.6, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.250. a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.6, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.251. a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.9, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.252. a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.9, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.253. a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.9, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.254. *a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.95,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.255. *a/c=2*, *a/t=0.05*, *Ri/Ro=0.95*, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.256. a/c=2, a/t=0.05, Ri/Ro=0.95, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.257. a/c=2, a/t=0.1, Ri/Ro=0.1, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.258. a/c=2, a/t=0.1, Ri/Ro=0.1, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.259. *a/c=2*, *a/t=0.1*, *Ri/Ro=0.1*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.260. a/c=2, a/t=0.1, Ri/Ro=0.3, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.261. *a/c=2*, *a/t=0.1*, *Ri/Ro=0.3*, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.262. *a/c=2*, *a/t=0.1*, *Ri/Ro=0.3*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.263. a/c=2, a/t=0.1, Ri/Ro=0.6, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.264. *a/c=2*, *a/t=0.1*, *Ri/Ro=0.6*, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.265. *a/c=2*, *a/t=0.1*, *Ri/Ro=0.6*, *mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları*.



Şekil 2.266. a/c=2, a/t=0.1, Ri/Ro=0.9, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.267. a/c=2, a/t=0.1, Ri/Ro=0.9, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.268. a/c=2, a/t=0.1, Ri/Ro=0.9, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.269. *a/c=2*, *a/t=0.1*, *Ri/Ro=0.95*, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.270. a/c=2, a/t=0.1, Ri/Ro=0.95, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.271. *a/c=2*, *a/t=0.1*, *Ri/Ro=0.95*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.272. *a/c=2*, *a/t=0.25*, *Ri/Ro=0.1*, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.273. a/c=2, a/t=0.25, Ri/Ro=0.1, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.274. a/c=2, a/t=0.25, Ri/Ro=0.1, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.275. a/c=2, a/t=0.25, Ri/Ro=0.3, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.276. *a/c=2*, *a/t=0.25*, *Ri/Ro=0.3*, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.277. *a/c=2*, *a/t=0.25*, *Ri/Ro=0.3*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.278. a/c=2, a/t=0.25, Ri/Ro=0.6, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.279. a/c=2, a/t=0.25, Ri/Ro=0.6, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.280. a/c=2, a/t=0.25, Ri/Ro=0.6, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.281. *a/c=2, a/t=0.25, Ri/Ro=0.9,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.282. a/c=2, a/t=0.25, Ri/Ro=0.9, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.283. *a/c=2*, *a/t=0.25*, *Ri/Ro=0.9*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.284. *a/c=2, a/t=0.25, Ri/Ro=0.95,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.285. *a/c=2, a/t=0.25, Ri/Ro=0.95,* mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.286. a/c=2, a/t=0.25, Ri/Ro=0.95, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.287. a/c=2, a/t=0.5, Ri/Ro=0.1, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.288. a/c=2, a/t=0.5, Ri/Ro=0.1, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.289. *a/c=2*, *a/t=0.5*, *Ri/Ro=0.1*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.290. *a/c=2, a/t=0.5, Ri/Ro=0.3,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.291. a/c=2, a/t=0.5, Ri/Ro=0.3, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.292. *a/c=2*, *a/t=0.5*, *Ri/Ro=0.3*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.293. a/c=2, a/t=0.5, Ri/Ro=0.6, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.294. a/c=2, a/t=0.5, Ri/Ro=0.6, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.295. *a/c=2*, *a/t=0.5*, *Ri/Ro=0.6*, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.296. a/c=2, a/t=0.5, Ri/Ro=0.9, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.297. a/c=2, a/t=0.5, Ri/Ro=0.9, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.298. a/c=2, a/t=0.5, Ri/Ro=0.9, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.299. a/c=2, a/t=0.5, Ri/Ro=0.95, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.300. a/c=2, a/t=0.5, Ri/Ro=0.95, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.301. a/c=2, a/t=0.5, Ri/Ro=0.95, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.302. a/c=2, a/t=0.8, Ri/Ro=0.1, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.303. a/c=2, a/t=0.8, Ri/Ro=0.1, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.304. a/c=2, a/t=0.8, Ri/Ro=0.1, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.305. *a/c=2, a/t=0.8, Ri/Ro=0.3,* mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.


Şekil 2.306. *a/c=2*, *a/t=0.8*, *Ri/Ro=0.3*, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.307. a/c=2, a/t=0.8, Ri/Ro=0.3, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.308. a/c=2, a/t=0.8, Ri/Ro=0.6, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.309. *a/c=2*, *a/t=0.8*, *Ri/Ro=0.6*, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.310. a/c=2, a/t=0.8, Ri/Ro=0.6, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.311. a/c=2, a/t=0.8, Ri/Ro=0.9, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.312. *a/c=2*, *a/t=0.8*, *Ri/Ro=0.9*, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.313. a/c=2, a/t=0.8, Ri/Ro=0.9, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.314. a/c=2, a/t=0.8, Ri/Ro=0.95, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.315. a/c=2, a/t=0.8, Ri/Ro=0.95, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.316. a/c=2, a/t=0.8, Ri/Ro=0.95, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.

Grafikler incelendiğinde 0° dönme açısı, yani yatay çatlak olması durumunda, sadece mod-I etkisi görülmekte olup mod-II ve mod-III oluşmamaktadır. Çatlak dönme açısı arttıkça mod-I, etkisinin bir kısmını mod-II ve mod-III'e bırakmaktadır. Dolayısıyla çatlak dönme açısı 75°'ye doğru arttıkça 0°'de maksimum olan K_I gerilme şiddet faktörü gittikçe azalmaktadır.

 K_{II} ve K_{III} GŞF'leri dönme açısına göre incelendiğinde kayma gerilmelerinin maksimum olduğu, çatlağın xy yatay düzlemi ile 45° açı yaptığı durumda beklenildiği gibi en yüksek değerlerini almaktadırlar. 45°'den sonra düşmeye başlayan K_{II} , K_{III} gerilme şiddet faktörü dağılımları birbirini 90°'ye tamamlayan dönme açılarında çatlak ucuna (*s*=0.5) yakın düğüm noktalarında birbirine çok yakındır. Fakat çatlak ucundan serbest yüzeylere doğru gidildikçe bahsedilen eğriler birbirinden ayrılmakta olup 75°'de, 15°'den; 60°'de de 30°'deki değerlerinden büyüktür.

Serbest yüzey noktalarındaki GŞF dağılımı incelendiğinde yarı eliptik çatlak geometrisine göre serbest yüzeylere doğru gidildikçe tam yüzey noktasında (*s*=0), çatlak önü eğrisi ve serbest yüzey ile 90° kesişmektedir. Bu durumda asimpototik K denklemlerdeki ifadelere göre $\frac{1}{\sqrt{r}}$ tekilliği; K_I'de, K_{II} ve K_{III}'e göre daha zayıf kalmaktadır. Bu yüzden serbest yüzeylere yaklaşıldıkça mod-I dağılımları 0'a, mod-II

ve mod-III dağılımları $+\infty$ ve $-\infty$ 'a gitme eğilimindedir [27]. Bu bölgelerde geometriye göre değişmekle beraber son 5 dereceden itibaren özellikle 1 dereceden sonraki düğüm noktalarında serbest yüzey etkisinden dolayı gerilme şiddet faktörlerinde ani değişimler olduğu görülmektedir.

2.7. Parametrelerin Analizlere Etkileri

Bölüm 2.6'da a/c, a/t, Ri/Ro'ya bağlı 100 farklı model, çatlak dönme açısı (α) 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°'ye göre kıyaslanabilecek şekilde grafiklerde verilmiştir. Bu kısımda dönme açısı dışında a/c, a/t, Ri/Ro parametrelerinin gerilme şiddet faktörlerini nasıl etkilediğinin gösterilmesi için her bir parametrenin orta değeri olan a/c=1, a/t=0.5, Ri/Ro=0.6, $\alpha=45^{\circ}$ modeli seçilmiştir. Her bir değişkenin etkisi için incelenen parametre dışındakiler sabit kalacak şekilde, sadece incelenecek parametrenin değeri değiştirilerek K_I, K_{II}, K_{II}, GŞF dağılımları grafiklerde gösterilmiştir.

2.7.1. a/c parametresinin etkisi

Çatlak şekil oranı olan a/c (Çatlak derinliği/çatlak genişliği) arttıkça yani sabit a=1için c (çatlak genişliği) azaldıkça K_I ve K_{II} şiddeti azalmaktadır. Şekil 2.317-2.318 incelediğinde en yüksek K_I ve K_{II} değerleri, sabit çatlak derinliği için en küçük çatlak genişliğinde (a/c=0.25) gözlemlenmektedir.

 K_{III} modu için çatlak dibi noktasında tüm modeller sıfır değerini almakta olup serbest yüzey noktasında en yüksek GŞF değeri a/c=1 oranında oluşmaktadır. Sonrasında sırasıyla a/c=2, 0.5 ve 0.25 olarak azalmaktadır. (Şekil 2.319)

2.7.2. a/t parametresinin etkisi

K_I ve K_{II} için çatlak derinlik oranı olan a/t (çatlak derinliği/silindir et kalınlığı) etkisi Şekil 2.320-2.32'de gösterilmiştir. Mod-I ve mod-II GŞF'nün en yüksek değerleri a/t=0.8 durumunda oluşmaktadır. Sabit çatlak derinliği (a=1) için silindir et kalınlığı azaldıkça bir başka deyişle sabit silindir et kalınlığına göre çatlak ne kadar derin ise GŞF'ün değerinin arttığı görülmektedir. En düşük boyutsuz GŞF a/t=0.05değerindedir.

Şekil 2.322'ye bakıldığında ise a/t parametresinin K_{III}'ü çok fazla değiştirmediği görülmektedir.

2.7.3. Ri/Ro parametresinin etkisi

Şekil 2.323-2.325'te verilen grafikler incelendiğinde R_i/R_o (Silindir iç yarıçapı/ silindir dış yarıçapı) parametresi 0.1 olan modelde K_I değeri en yüksektir ve 0.3, 0.6, 0.9, 0.95 değerlerinde giderek azalmaktadır. Çatlak şekil oranı (a/c) ve silindir et kalınlığı parametreleri sabit iken (a/c=sabit ve $R_i-R_o=t$ =sabit), silindir yarıçapları küçüldükçe yani R_i/R_o oranı azaldıkça, K_I gerilme şiddet faktörü değeri artmaktadır. K_{II} ve K_{III} için ise R_i/R_o parametresinin çok etkisinin olmadığı gözlemlenmektedir.



Şekil 2.317. *a/c*=0.25, 0.5, 1, 2; *a/t*=0.5, *Ri/Ro*=0.6, α=45, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.318. *a/c*=0.25, 0.5, 1, 2; *a/t*=0.5, *Ri/Ro*=0.6, *α*=45°, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.319. *a*/*c*=0.25, 0.5, 1, 2; *a*/*t*=0.5, *Ri*/*Ro*=0.6, *α*=45°, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.320. *a/c*=1, *a/t*=0.05, 0.1, 0.25 0.5, 0.8; *Ri/Ro*=0.6, *α*=45°, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.321. *a/c*=1, *a/t*=0.05, 0.1, 0.25 0.5, 0.8; *Ri/Ro*=0.6, *α*=45°, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.322. *a/c*=1, *a/t*=0.05, 0.1, 0.25 0.5, 0.8; *Ri/Ro*=0.6, *α*=45°, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.323. *a/c*=1, *a/t*=0.5, *Ri/Ro*=0.1, 0.3, 0.6, 0.9, 0.95; *α*=45°, mod-I için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.324. *a/c*=1, *a/t*=0.5, *Ri/Ro*=0.1, 0.3, 0.6, 0.9, 0.95; *α*=45°, mod-II için boyutsuz GŞF dağılımları.



Şekil 2.325. *a/c*=1, *a/t*=0.5, *Ri/Ro*=0.1, 0.3, 0.6, 0.9, 0.95; *α*=45°, mod-III için boyutsuz GŞF dağılımları.

3. KARIŞIK MOD GERİLME ŞİDDET FAKTÖRLERİ İÇİN EMPİRİK DENLEM GELİŞTİRİLMESİ

3.1. Minitab Programıyla Çoklu Regresyon Analizi

Minitab, basit istatistik, regresyon, çok değişkenlilik, varyans analizi, güvenirlik, örneklem büyüklüğü ve gücü, tahmine dayalı analitik, zaman serileri ve tahmin, denklik testleri, simülasyon ve dağılımları, makrolar gibi unsurları içerisinde barındıran kalite, mühendislik, AR-GE, iş analizleri, proses validasyonu gibi geniş alanlarda kullanılan istatiksel bir analiz yazılımıdır [33].

Hayatın hemen hemen tamamında herhangi bağımlı bir değişkeni tek bir bağımsız değişken ile açıklamak mümkün değildir. Sonuçlar, genellikle birden fazla sebebin bir araya gelmesiyle oluşur. Yani iki veya daha fazla sayıda değişken bir araya gelerek bir diğer değişkeni etkilemektedir. Aynı zamanda bu değişkenler birbirlerini de etkileyebilmektedir. Birden fazla bağımsız değişkene bağlı bir sistemde, değişkenlerin birbirleri ile korelasyonlarına bakılması, bağımsız değişkenler ile bağımlı değişkenin en doğru şekilde tahmin edilebilmesi için çoklu regresyon analizi gerçekleştirilmelidir.

Bu bölümde 600 adet modelden elde edilen çatlak serbest yüzey ve derinlik noktasındaki karışık mod GŞF değerleri ve bunları etkileyen model parametreleri kullanılarak Minitab programıyla çoklu regresyon analizi yapılmıştır. Regresyon analizi için Şekil 3.1'de gösterildiği gibi program üzerinden regression/regression/fit regression model kısımlarına girdikten sonra responses kısmı için GŞF, değişkenler için a/c, a/t, Ri/Ro, α sütunları seçilmiştir. Regression: model kısmında bağımsız değişkenlerin birbirleri ile çapraz çarpımları modele eklenip regresyon analizleri gerçekleştirilmiştir. Analizler sonucunda oluşturulan denklemlerin mevcut katsayılarından eksiltme ya da arttırma yapılıp yapılmayacağına katsayıların P değeri ve denklemin R² (adj) değerlerine bakılarak karar verilmiştir.

 R^2 değeri tanımına bakıldığında, her bir veri noktasının oluşturulan eğriye olan uzaklıklarının karelerini toplamının (karesi alınmasının sebebi fark değerinin negatif de olabilmesidir.) her bir noktanın ortalamaya olan uzaklıklarının karesinin toplamına oranının 1 den farkıdır. (Şekil 3.1)

Denklem 3.1-3.3'de bahsedilen ifadelerin hesaplanışları gösterilmektedir.



Şekil 3.1. Veri noktalarının oluşturulan eğriye ve ortalama değere olan uzaklıkları [33].

$$AKT = \sum_{i=1}^{n} (y_i - y)^2 \tag{3.1}$$

$$OUKT = \sum_{1}^{n} (y_i - \bar{y}_{ort})^2$$
(3.2)

$$R^2 = 1 - \left(\frac{AKT}{OUKT}\right)^2 \tag{3.3}$$

Teorik olarak R²=1 ise tüm veri noktaların eğri üstünde olduğu göstermektedir. R² değeri 1 değerine ne kadar yakınsa veri noktalarının regresyon ile oluşturulan eğriye o kadar yakın olduğu anlaşılmaktadır. Fakat eğri denklemine yeni katsayılar ekledikçe denklem 3.3 'de belirtilen OUKT terimi daha fazla artacağından 1 değerine daha da yakınlaşılacaktır. Bu ise eğri denklemine yeni eklenen bir katsayının eğri sonucuna etkisi fazla olmamasına rağmen \mathbb{R}^2 değerini arttıracaktır.Ayrıca denklem katsayılarının eğriye uyumluluklarını gösteren P değerinin 0.05'den küçük olması da oldukça önem arzetmektedir. Bu sebeple analizler sonucunda denklem katsayılarından, son eklenen en fazla elemanlı katsayıdan başlayarak p değeri 0.05'ten yüksek olanlar elenmiştir. Denklemlerin R²(adj) değerlerinin yüksek kalmasına dikkat edilerek her katsayı elemesi sonrası regresyon tekrar yaptırılmıştır. Çünkü R²(adj) değişkenlerin eklenmesini telafi etmekte ve yalnızca yeni terim, modeli geliştirirse artmaktadır ve eklenen bir katsayı, modeli tahmin edilenden daha az geliştirdiğinde ise $R^2(adj)$ değeri azalmaktadır. Sonuç olarak R^2 değerinin yanında $R^2(adj)$ değerlerinin de yüksek ve birbirine yakın olmasına tutarlılık açısından dikkat edilmiştir.

📶 Minitab - Untitled	(1)					
<u>Eile E</u> dit D <u>a</u> ta <u>C</u> alc	<u>Stat</u> <u>Graph</u> Editor Tools	ls <u>W</u> indow <u>H</u> elp Assista <u>n</u> t		Regression: Model			×
Image: Second second	Basic Statistics Regression ANOVA DOE Control Charts Quality Tools Reliability/Survival Multivariate		Image: Subsets Image	Predicto <u>r</u> s: 'a/r' 'R/Ro' alfa	Add terms using selected predictor Interactions through order: 2 Terms through order: 2 Cross predictors and terms in the r	s and model terms:	Add Add Add
Welcome to Minitab,	Time <u>S</u> eries Jables <u>N</u> onparametrics <u>E</u> quivalence Tests <u>P</u> ower and Sample Size	Binary Fitted Line Polonts Binary Fitted Line Polont Binary Logistic Regression , Age of the polont	Surface Plot Ogerlaid Contour Plot Response Optimizer	<u>Terms in the model:</u> 'a/c' 'a/t' 'K/Ro' alfa 'a/c'**a/c' 'a/t**a/t' 'a/t**a/t'		<u>D</u> efault X	+ +
C1 a/c C2 a/t C4 a/ta C4 a/ta C5 SF1 C6 SF2 C8 C9 C10 at C12 aff C13 PFITS	Responses: SIF2 Continuous predictors: "a/c" "a/t" "B//Ro' alfa			RU/RO = KU/RO alfa ⁺ alfa ⁺ ia/c ⁺ sub ia/	erm in the model	Ōĸ	Cancel

Şekil 3.2. Minitab Programı Regresyon analizi adımları [34].

3.2. Çatlak Ucu Derinlik Noktası ve Serbest Yüzey Noktası Denklemleri

hÇalışmanın kapsadığı tüm modellere ait gerilme şiddet faktörleri dağılımları ile yapılan çoklu regresyon analizleri sonucunda çatlak ucu derinlik noktası değerleri en dip noktadan (s=0.5) alınarak K_I ve K_{II}, silindir serbest yüzey noktalarında K_I, K_{II} ve K_{III} GŞF'leri için yüzey noktası değerleri Bölüm 2.6'nın sonunda bahsedilen serbest yüzey noktalarındaki ani değişimlerden dolayı s=0.05 (yüzeyden %5 içeriden) alınarak emprik denklemler geliştirilmiştir. Mod-II ve Mod-III serbest yüzey noktası gerilme şiddet faktörleri regresyon sonucu tek bir denklemle ifade edilemediğinden a/c oranları 0.25'ten 1'e kadar ve 1'den 2'ye kadar aralıkları kapsayacak şekilde ikiye bölünerek ikişer denklemle hesaplanmıştır.

Çatlak ucu dip noktasındaki gerilme şiddet faktörleri için;

Mod-I çatlak ucu dip noktası için 1 adet	$0.25 \le \frac{a}{c} \le 2$
Mod-II çatlak ucu dip noktası için 1 adet	$0.25 \le \frac{a}{c} \le 2$
Serbest yüzey noktaları gerilme şiddet faktörleri için;	
Mod-I serbest yüzey noktası için 1 adet	$0.25 \le \frac{a}{c} \le 2$
Mod-II serbest yüzey noktası için 2 adet	$0.25 \le \frac{a}{c} \le 1$
	$1 < \frac{a}{c} \le 2$

Mod-III serbest yüzey noktası için 2 adet

$$0.25 \le \frac{a}{c} \le 1$$
$$1 < \frac{a}{c} \le 2$$

olmak üzere toplamda 7 adet empirik denklem geliştirilmiştir.

Mod-III için çatlak ucu derinlik noktası değerleri 0 olduğundan herhangi bir denkleme gerek duyulmamaktadır. Sonlu eleman ağ yapısındaki çatlak ucu derinlik noktası ve silindir serbest yüzey noktalarının konumu, çatlak tünelini oluşturan alt kısımdaki hacimler üzerinde Şekil 3.2'de gösterimektedir.



Şekil 3.3. Çatlak ucu dip noktası ve Serbest yüzey noktası.

Çatlak dip noktası ve serbest yüzey noktası için geliştirilen denklemler,

$$K = C_0 + C_1(\alpha) + C_2\left(\frac{a}{c}\right) + C_3\left(\frac{a}{t}\right) + C_4\left(\frac{R_i}{R_o}\right) + \dots + C_n\left(\frac{a}{c}\right)^b \left(\frac{a}{t}\right)^d \left(\frac{R_i}{R_o}\right)^e (\alpha)^f$$

formatında polinom olarak ifade edilmektedir. Denklemlerin Katsayı ve terimleri Bölüm 3.2.1.-3.2.5.'te tablolar şeklinde paylaşılmaktadır.

3.2.1. Mod-I çatlak ucu derinlik noktası denklemi

Mod-I için çatlak ucu derinlik noktası denklemi Tablo 3.1'de verilmektedir. Denklem sabit terim ile birlikte 17 adet katsayıdan oluşmaktadır.

Regresyon analizi sonucunda denklemin düzeltilmiş R² değeri % 99'dur.

Cn	Katsayı Değeri	Terim	C _n	Katsayı Değeri	Terim
C_0	1.16E+00	1	<i>C</i> ₉	-1.86E-03	$(a/c)^2.(\alpha)$
C_{I}	-5.20E-01	(<i>a</i> / <i>c</i>)	C_{10}	-3.00E-01	$(a/c).(a/t)^2$
C_2	6.43E-01	$(a/t)^2$	C_{11}	-5.72E-02	(a/c).(a/t).(Ri/Ro)
C_{3}	-2.98E-04	(α^2)	C 12	2.88E-03	$(a/c).(a/t).(\alpha)$
C_4	-1.95E-01	(a/c).(a/t)	C 13	4.00E-05	$(a/c).(\alpha)^2$
C_5	4.13E-03	$(a/c).(\alpha)$	C_{14}	-3.83E-03	$(a/t)^2.(\alpha)$
C_{6}	4.03E-02	$(a/c)^{3}$	C 15	-3.10E-05	$(a/t).(\alpha)^2$
C_7	2.00E-06	$(\alpha)^{3}$	C 16	5.39E-04	$(Ri/Ro)^2.(\alpha)$
C_8	1.02E-01	$(a/c)^2.(a/t)$			

Tablo 3.1. Çatlak ucu derinlik noktası için mod-I denklemi terim ve katsayıları.

3.2.2. Mod-II çatlak ucu derinlik noktası denklemi

Mod-II için çatlak ucu derinlik noktası denklemi Tablo 3.2'de verilmektedir. Denklem 27 adet katsayıdan oluşmaktadır.

Regresyon analizi sonucunda denklemin düzeltilmiş R² değeri % 99.59'dur.

Tablo 3.2. Çatlak ucu derinlik noktası için mod-II denklemi terim ve katsayıları.

~			~		
C _n	Katsayı Değeri	Terim	C _n	Katsayı Değeri	Terim
C_0	0	1	C 14	7.70E-02	(a/c).(a/t).(a/t)
C_1	-5.72E-02	(a/c)	C 15	8.22E-02	(a/c).(a/t).(Ri/Ro)
C_2	9.87E-02	(a/t)	C 16	2.05E-03	$(a/c).(a/t).(\alpha)$
C_{3}	9.68E-03	(Ri/Ro)	C 17	-1.80E-05	$(a/c).(\alpha)^2$
C_4	-1.37E-02	(a)	C 18	-4.61E-02	$(a/t).(Ri/Ro)^2$
C_5	1.04E-01	a/c).(a/c	C 19	-3.20E-03	(a/t).(Ri/Ro).(a)
C_{6}	-1.41E-01	$(a/t)^2$	C_{20}	7.60E-05	$(a/t).(\alpha)^2$
C_7	1.36E-04	$(\alpha)^2$	C 21	-6.10E-02	$(a/c)^{2}.(a/t).(Ri/Ro)$
C_8	-5.37E-02	(a/c).(a/t)	C 22	6.03E-02	$(a/c).(a/t).(Ri/Ro)^2$
C_9	-9.13E-03	(a/c).(Ri/Ro)	C 23	2.59E-03	$(a/c).(a/t).(Ri/Ro).(\alpha)$
C_{10}	2.87E-03	$(a/c).(\alpha)$	C_{24}	-3.40E-05	$(a/c).(a/t).(\alpha)^{2}$
C_{11}	-4.81E-03	$(a/t).(\alpha)$	C 25	-1.10E-03	$(a/t).(Ri/Ro)^2.(\alpha)$
C_{12}	-3.65E-02	$(a/c)^3$	C_{26}	4.10E-05	$(a/t).(Ri/Ro).(\alpha)^2$
C 13	-3.43E-04	$(a/c)^2.(\alpha)$	C 27	-2.60E-05	$(a/c).(a/t).(Ri/Ro).(\alpha)^{2}$

3.2.3. Mod-I serbest yüzey noktası denklemi

Mod-I için serbest yüzey noktası denklemi Tablo 3.3'de verilmektedir. Denklem sabit terim ile birlikte 22 adet katsayıdan oluşmaktadır.

Regresyon analizi sonucunda denklemin düzeltilmiş R² değeri % 99.24'dur.

Cn	Katsayı Değeri	Terim	No	Katsayı Değeri	Terim
C_0	5.77E-01	1	C 11	-2.25E-04	$(a/t).(\alpha)^2$
C_{1}	4.00E-01	a/c	C 12	6.49E-04	$(Ri/Ro)^2.(\alpha)$
C_2	-1.69E-01	$(a/c)^2$	C 13	-2.92E-02	$(a/c)^{3}.(a/t)$
C_{3}	7.52E-01	$(a/t)^2$	C_{14}	1.26E-01	$(a/c)^{3}.(Ri/Ro)$
C_4	-1.32E-04	$(\alpha)^2$	C 15	4.17E-04	$(a/c)^3.(\alpha)$
C_5	1.73E-01	(a/c).(Ri/Ro)	C 16	2.22E-01	$(a/c)^{2}.(a/t).(Ri/Ro)$
C_{6}	-2.61E-03	$(a/c).(\alpha)$	C 17	-1.47E-03	$(a/c)^{2}.(a/t).(\alpha)$
<i>C</i> ₇	1.00E-06	$(\alpha)^{3}$	C 18	-1.56E-01	$(a/c).(a/t)^{3}$
C_8	-3.61E-01	$(a/c)^2$.(Ri/Ro)	C 19	-1.76E-01	$(a/c).(a/t)^2.(Ri/Ro)$
C_9	-3.34E-01	(a/c).(a/t).(Ri/Ro)	C_{20}	-1.05E-04	$(a/t)^{2}.(\alpha)^{2}$
C 10	6.74E-03	$(a/c).(a/t).(\alpha)$	C 21	3.00E-06	$(a/t).(\alpha)^{3}$

Tablo 3.3. Serbest yüzey noktası için mod-I denklemi terim ve katsayıları.

3.2.4. Mod-II serbest yüzey noktası denklemleri

Mod-II için serbest yüzey noktası denklemi $0.25 \le \frac{a}{c} \le 1$ aralığı için Tablo 3.4'te $1 < \frac{a}{c} \le 2$ aralığı için Tablo 3.5'te verilmektedir. Regresyon analizi sonucunda denklemlerin düzeltilmiş R² değeri sırasıyla % 99.22 ve %96.52'dir.

C _n	Katsayı Değeri	Terim	C _n	Katsayı Değeri	Terim
<i>C</i> ₀	0	1	C 22	-2.00E-04	$(a/c)^2$. (Ri/Ro). $(\alpha)^2$
C_{I}	-1.21E-02	<i>(a)</i>	C 23	6.00E-06	$(a/c)^{2}.(\alpha)^{3}$
C_2	2.91E-02	$(a/c).(\alpha)$	C 24	-4.93E-03	$(a/c).(a/t)^{3}.(\alpha)$
С3	2.10E-02	$(a/t).(\alpha)$	C 25	-4.75E-02	$(a/c).(a/t)^{2}.(Ri/Ro).(\alpha)$
C_4	4.00E-06	$(\alpha)^{3}$	C 26	-5.57E-04	$(a/c).(a/t)^{2}.(\alpha)2$
C_{5}	-1.56E-02	$(a/c)^2.(\alpha)$	C 27	6.47E-02	$(a/c).(a/t).(Ri/Ro)^{2}.(\alpha)$
C_{6}	-1.17E-01	$(a/c).(a/t).(\alpha)$	C 28	-1.03E-03	$(a/c).(a/t).(Ri/Ro).(\alpha)^{2}$
C_7	-2.66E-02	$(a/t)^2.(\alpha)$	C 29	-2.68E-04	$(a/c).(Ri/Ro)^2.(\alpha)^2$
C_8	-1.07E-02	(a/t).(Ri/Ro).(α)	C 30	-2.42E-04	$(a/t)^{2}.(Ri/Ro).(\alpha)^{2}$
C_{9}	-2.40E-04	$(a/t).(\alpha)^2$	C 31	-1.00E-06	$(a/t)^{2}.(\alpha)^{3}$
C 10	9.55E-02	$(a/c)^{2}.(a/t).(\alpha)$	C 32	-3.16E-02	$(a/t).(Ri/Ro)^{3}.(\alpha)$
C 11	7.98E-02	$(a/c).(a/t)^{2}.(\alpha)$	C 33	5.00E-06	$(a/t).(Ri/Ro).(\alpha)^{3}$
C 12	5.13E-02	(a/c).(a/t).(Ri/Ro).(α)	C 34	1.35E-04	$(Ri/Ro)^3.(\alpha)^2$
C 13	1.22E-03	$(a/c).(a/t).(\alpha)^{2}$	C 35	3.63E-02	$(a/c)^{2}.(a/t)^{2}.(Ri/Ro).(\alpha)$
C_{14}	2.50E-04	$(a/c).(Ri/Ro).(\alpha)^{2}$	C 36	4.16E-04	$(a/c)^{2}.(a/t)^{2}.(\alpha)^{2}$
C 15	-1.10E-05	$(a/c).(\alpha)^{3}$	C 37	-5.03E-02	$(a/c)^{2}.(a/t).(Ri/Ro)^{2}.(\alpha)$
C 16	2.70E-02	$(a/t)^2$.(Ri/Ro).(α)	C 38	8.39E-04	$(a/c)^{2}.(a/t).(Ri/Ro).(\alpha)^{2}$
C 17	3.41E-04	$(a/t)^{2}.(\alpha)^{2}$	C 39	2.21E-04	$(a/c)^{2}.(Ri/Ro)^{2}.(\alpha)^{2}$
C 18	-5.60E-02	$(a/c)^{2}.(a/t)^{2}.(\alpha)$	C_{40}	-1.16E-02	$(a/t)^2 . (Ri/Ro)^3 . (\alpha)$
C 19	-4.05E-02	$(a/c)2.(a/t).(Ri/Ro).(\alpha)$	C_{41}	1.49E-04	$(a/t)^2 . (Ri/Ro)^2 . (a)^2$
C_{20}	-1.08E-03	$(a/c)^{2}.(a/t).(\alpha)^{2}$	C_{42}	2.29E-02	$(a/t).(Ri/Ro)^4.(\alpha)$
C_{21}	-8.32E-04	$(a/c)^2 . (Ri/Ro)^2 . (\alpha)$	C 43	-8.60E-05	$(Ri/Ro)^4.(\alpha)^2$

Tablo 3.4. Serbest yüzey noktası için mod-II denklemi terim ve katsayıları $(0.25 \le \frac{a}{c} \le 1).$

C _n	Katsayı Değeri	Terim	Cn	Katsayı Değeri	Terim
C_0	0	1	C 25	8.42E-04	$(a/c).(Ri/Ro)^{2}.(\alpha)^{2}$
C_{1}	5.00E-05	(a/c)	C_{26}	1.99E-02	$(a/t)^4.(\alpha)$
C_2	-1.50E-03	(a/t)	C 27	-6.49E-04	$(a/t)^{3}.(\alpha)^{2}$
C_3	7.30E-04	(Ri/Ro)	C_{28}	-2.60E-02	$(a/t)^2 . (Ri/Ro)^2 . (\alpha)$
C_4	1.09E-03	(α)	C 29	-9.00E-06	$(a/t)^2.(\alpha)^3$
C_5	-1.00E-06	$(\alpha)^{3}$	C 30	-2.22E-01	$(a/t).(Ri/Ro)^3.(\alpha)$
C_{6}	1.09E-02	(a/c).(Ri/Ro).(α)	C 31	4.44E-04	$(Ri/Ro)^3.(\alpha)^2$
<i>C</i> ₇	-1.88E-02	(a/t).(Ri/Ro).(a)	C 32	9.00E-06	$(Ri/Ro)^2.(\alpha)^3$
C_8	-4.06E-04	$(a/t).(\alpha)^2$	C 33	-5.86E-03	$(a/c).(a/t)^{3}.(Ri/Ro).(\alpha)$
C_9	2.10E-04	$(Ri/Ro).(\alpha)^2$	C 34	7.35E-03	$(a/c).(a/t)^{2}.(Ri/Ro)^{2}.(\alpha)$
C_{10}	2.14E-04	$(a/c).(a/t).(a)^{2}$	C 35	1.00E-05	$(a/c).(a/t).(Ri/Ro).(\alpha)^{3}$
C_{11}	-5.34E-02	$(a/c).(Ri/Ro)^2.(\alpha)$	C 36	-4.95E-02	$(a/c).(Ri/Ro)^4.(\alpha)$
C_{12}	-1.35E-04	$(a/c).(Ri/Ro).(\alpha)^2$	C 37	-1.20E-03	$(a/c).(Ri/Ro)^{3}.(a)^{2}$
C 13	-2.61E-02	$(a/t)^3.(\alpha)$	C 38	-4.00E-06	$(a/c).(Ri/Ro)^{2}.(a)^{3}$
C_{14}	1.32E-02	$(a/t)^2.(Ri/Ro).(\alpha)$	C 39	9.76E-03	$(a/t)^3.(Ri/Ro)^2.(\alpha)$
C_{15}	9.43E-04	$(a/t)^{2}.(a)^{2}$	C_{40}	7.00E-06	$(a/t)^{3}.(\alpha)^{3}$
C_{16}	1.22E-01	$(a/t).(Ri/Ro)^2.(\alpha)$	C_{41}	1.31E-01	$(a/t).(Ri/Ro)^4.(\alpha)$
C_{17}	4.00E-06	$(a/t).(\alpha)^{3}$	C_{42}	1.96E-03	$(a/t).(Ri/Ro)^{3}.(\alpha)^{2}$
C_{18}	-6.32E-04	$(Ri/Ro)^2.(\alpha)^2$	C 43	-2.10E-05	$(a/t).(Ri/Ro)^{2}.(\alpha)^{3}$
C_{19}	-3.00E-06	$(Ri/Ro).(\alpha)^3$	C 44	-6.00E-06	$(Ri/Ro)^3.(\alpha)^3$
C_{20}	3.64E-03	$(a/c).(a/t)^{3}.(\alpha)$	C 45	-5.50E-05	$(a/c).(a/t).(Ri/Ro)^{3}.(\alpha)^{2}$
C_{21}	-5.90E-05	$(a/c).(a/t)^{2}.(\alpha)^{2}$	C_{46}	6.87E-04	$(a/c).(Ri/Ro)^4.\alpha)^2$
C 22	-4.09E-04	$(a/c).(a/t).(Ri/Ro).(\alpha)^{2}$	C 47	-1.84E-03	$(a/t).(Ri/Ro)^4.(\alpha)^2$
C_{23}	-4.00E-06	$(a/c).(a/t).(\alpha)^{3}$	C_{48}	1.60E-05	$(a/t).(Ri/Ro)^{3}.(\alpha)^{3}$
C 24	8.86E-02	$(a/c).(Ri/Ro)^3.(\alpha)$			

Tablo 3.5. Serbest yüzey noktası için mod-II denklemi terim ve katsayıları $(1 < \frac{a}{c} \le 2).$

3.2.5. Mod-III serbest yüzey noktası denklemleri

Mod-III için serbest yüzey noktası denklemi $0.25 \le \frac{a}{c} \le 1$ aralığı için Tablo 3.6'da $1 < \frac{a}{c} \le 2$ aralığı için Tablo 3.7'de verilmektedir. Regresyon analizi sonucunda denklemlerin düzeltilmiş R² değeri sırasıyla % 99.79 ve %99.91'dir.

Cn	Katsayı Değeri	Terim	Cn	Katsayı Değeri	Terim
С 0	0	1	C 32	-2.38E-02	$(a/t)^2.(Ri/Ro)^2.(\alpha)$
C_{I}	6.48E-03	<i>(a)</i>	C 33	6.00E-06	$(a/t)^{2}.(\alpha)^{3}$
C_2	-5.11E-02	$(a/c).(\alpha)$	C 34	-2.37E+00	$(a/t).(Ri/Ro)^4$
С3	3.28E-01	(a/t).(Ri/Ro)	C 35	6.39E-03	$(a/t).(Ri/Ro)^{3.}(a)$
C_4	3.33E-02	$(a/c).(a/c).(\alpha)$	C 36	-8.00E-06	$(a/t).(Ri/Ro).(\alpha)^3$
C_5	-4.79E-01	(a/c).(a/t).(Ri/Ro)	C 37	-5.07E-02	$(Ri/Ro)^4.(\alpha)$
C_{6}	1.06E-01	$(a/c).(a/t).(\alpha)$	C 38	-1.18E-03	$(Ri/Ro)^3.(\alpha)^2$
C_7	1.02E-02	(a/c).(Ri/Ro).(α)	C 39	1.10E-05	$(Ri/Ro)^2 . (\alpha)^3$
C_8	-2.28E+00	$(a/t).(Ri/Ro)^2$	C_{40}	-1.01E-01	$(a/c)^{2}.(a/t)^{3}.(\alpha)$
C_9	-2.88E-04	$(a/t).(\alpha)^2$	C_{41}	-4.74E-02	$(a/c)^{2}.(a/t)^{2}.(Ri/Ro).(\alpha)$
C 10	-4.57E-02	$(Ri/Ro)^2.(\alpha)$	C_{42}	2.02E-03	$(a/c)^{2}.(a/t).(Ri/Ro).(\alpha)^{2}$
C_{11}	4.96E-04	$(Ri/Ro).(\alpha)^2$	C_{43}	1.60E-05	$(a/c)^2.(a/t).(\alpha)$
<i>C</i> ₁₂	-1.02E-01	$(a/c)^{2}.(a/t).(\alpha)$	C 44	-1.30E-05	$(a/c)^2$.(Ri/Ro).(α)
<i>C</i> ₁₃	-1.87E-01	$(a/c).(a/t)^{2}.(\alpha)$	C_{45}	1.15E-01	$(a/c).(a/t)^{3}.(Ri/Ro).(\alpha)$
C_{14}	3.28E+00	$(a/c).(a/t).(Ri/Ro)^2$	C_{46}	3.35E+00	$(a/c).(a/t).(Ri/Ro)^4$
C 15	1.47E-03	$(a/c).(a/t).(\alpha)^{2}$	C_{47}	-7.18E-02	$(a/c).(a/t).(Ri/Ro)^{3}.(\alpha)$
C_{16}	-8.53E-04	$(a/c).(Ri/Ro).(\alpha)^2$	C_{48}	1.12E-03	$(a/c).(a/t).(Ri/Ro)^{2}.(\alpha)^{2}$
C 17	4.27E+00	$(a/t).(Ri/Ro)^3$	C_{49}	2.80E-05	$(a/c).(a/t).(Ri/Ro).(\alpha)^{3}$
C_{18}	6.27E-04	$(a/t).(Ri/Ro).(\alpha)^2$	C_{50}	-3.00E-06	$(a/c).(Ri/Ro)^{2}.(\alpha)^{3}$
C 19	9.17E-02	$(Ri/Ro)^3.(\alpha)$	C 51	-1.56E-04	$(a/t)^4.(a)^2$
C_{20}	-1.10E-05	$(Ri/Ro).(\alpha)^3$	C 52	1.69E-02	$(a/t)^2.(Ri/Ro)^3.(\alpha)$
C_{21}	1.66E-01	$(a/c)^{2}.(a/t)^{2}.(\alpha)$	C 53	6.66E-04	$(Ri/Ro)^4.(\alpha)^2$
C_{22}	-9.52E-04	$(a/c)^{2}.(a/t).(\alpha)^{2}$	C 54	4.85E-02	$(a/c)^{2}.(a/t)^{3}.(Ri/Ro).(\alpha)$
C 23	-6.46E-03	$(a/c)^{2}.(Ri/Ro)^{2}.(\alpha)$	C 55	-2.77E-02	$(a/c)^{2}.(a/t)^{2}.(Ri/Ro)^{2}.(\alpha)$
C_{24}	4.89E-04	$(a/c)^{2}.(Ri/Ro).(\alpha)^{2}$	C 56	-3.40E-04	$(a/c)^{2}.(a/t)^{2}.(Ri/Ro).(\alpha)^{2}$
C_{25}	1.11E-01	$(a/c).(a/t)^{3}.(\alpha)$	C 57	8.32E-02	$(a/c)^{2}.(a/t).(Ri/Ro)^{3}.(\alpha$
C_{26}	-6.10E+00	$(a/c).(a/t).(Ri/Ro)^{3}$	C_{58}	-7.94E-04	$(a/c)^{2}.(a/t).(Ri/Ro)^{2}.(\alpha)^{2}$
C_{27}	-2.64E-03	$(a/c).(a/t).(Ri/Ro).(a)^{2}$	C 59	-2.00E-05	$(a/c)^{2}.(a/t).(Ri/Ro).(\alpha)^{3}$
C_{28}	-2.10E-05	$(a/c).(a/t).(\alpha)^{3}$	C 60	-1.03E-01	$(a/c).(a/t)^4.(Ri/Ro).(\alpha)$
C_{29}	3.50E-04	$(a/c).(Ri/Ro).(Ri/Ro).(\alpha)^2$	C_{6l}	3.68E-04	$(a/c).(a/t)^{2}.(Ri/Ro)^{2}.(\alpha)^{2}$
C 30	1.70E-05	$(a/c).(Ri/Ro).(\alpha)^{3}$	C 62	-4.68E-04	$(a/c).(a/t).(Ri/Ro)^{3}.(\alpha)^{2}$
C 31	3.09E-03	$(a/t)^4.(\alpha)$			

Tablo 3.6. Serbest yüzey noktası için mod-III denklemi terim ve katsayıları $(0.25 \le \frac{a}{c} \le 1).$

Tablo 3.7. Serbest yüzey noktası için mod-III denklemi terim ve katsayıları $(1 < \frac{a}{c} \le 2).$

C _n	Katsayı Değeri	Terim	C _n	Katsayı Değeri	Terim
C_0	0	1	С 6	3.37E-03	$(Ri/Ro)^2.(\alpha)$
C_{I}	-1.26E-02	<i>(a)</i>	<i>C</i> ₇	5.74E-03	$(a/c).(a/t)^{2}.(a)$
C_2	2.28E-03	$(a/c).(\alpha)$	C_8	-2.54E-03	$(a/c).(Ri/Ro)^2.(\alpha)$
C_{3}	4.10E-03	$(a/t).(\alpha)$	С 9	2.81E-04	$(a/t)^2.(\alpha)^2$
C_4	-2.35E-03	$(a/c).(a/t).(\alpha)$	C_{10}	6.50E-03	$(a/t).(Ri/Ro)^2.(\alpha)$
C_5	-1.18E-02	$(a/t).(a/t).(\alpha)$	C 11	-2.25E-04	$(a/t).(Ri/Ro).(\alpha)^2$

Cn	Katsayı Değeri	Terim	Cn	Katsayı Değeri	Terim
<i>C</i> ₁₂	-7.37E-03	$(Ri/Ro)^3.(\alpha)$	C 20	1.23E-04	$(Ri/Ro)^3.(\alpha)^2$
<i>C</i> ₁₃	-1.50E-04	$(a/c).(a/t)^{2}.(\alpha)^{2}$	C 21	-1.00E-06	$(Ri/Ro)^2.(\alpha)^3$
C_{14}	-4.24E-03	$(a/c).(a/t).(Ri/Ro)^{2}.(\alpha)$	<i>C</i> ₂₂	1.00E-06	$(a/c).(a/t)^{2}.(\alpha)^{3}$
C 15	1.46E-04	$(a/c).(a/t).(Ri/Ro).(\alpha)^{2}$	C 23	7.10E-05	$(a/c).(a/t).(Ri/Ro)^{2}.(\alpha)^{2}$
C_{16}	5.40E-03	$(a/c).(Ri/Ro)^3.(\alpha)$	C_{24}	-2.00E-06	$(a/c).(a/t).(Ri/Ro).(\alpha)^{3}$
C_{17}	-2.00E-06	$(a/t)^{2}.(\alpha)^{3}$	C_{25}	-8.70E-05	$(a/c).(Ri/Ro)^{3}.(\alpha)^{2}$
C_{18}	-1.18E-04	$(a/t).(Ri/Ro)^2.(\alpha)^2$	C_{26}	1.00E-06	$(a/c).(Ri/Ro)^{2}.(\alpha)^{3}$
C 19	2.00E-06	$(a/t).(Ri/Ro).(\alpha)^{3}$			

Tablo 3.7. (Devamı). Serbest yüzey noktası için mod-III denklemi terim ve katsayıları $(1 < \frac{a}{c} \le 2)$.

3.3. Empirik Denklemleri Ara Değer Modelleri ile Doğrulama Çalışması

Mod-I, mod-II ve mod-III için elde edilen empirik denklemlerin, tez kapsamında a/c, a/t, Ri/Ro, α parametreleri sınır değerleri aralığında kalan herhangi ara değerleri de sağladığını doğrulamak için Tablo 3.8'de verilen 28 adet model belirlenmiştir. Bu modellerin FCPAS ile karışık mod kırılma analizleri de gerçekleştirilmiştir. FCPAS karşık mod kırılma analizleri sonucunda elde edilen gerilme şiddet faktörü dağılımları ile çatlak ucu derinlik noktası ve serbest yüzey noktalarında empirik denklemlerin verdiği değerlerin karşılaştırmaları Şekil 3.3-3.30'da sunulan grafiklerde her bir model için ayrı ayrı gösterilmiştir. Ayrıca Tablo 3.9'da empirik denklemlerin ürettiği değerler ile FCPAS analizlerinden elde edilen değerler verilip yüzde farkları gösterilmektedir.

Model	a/c	a/t	Ri/Ro	alfa	Model	a/c	a/t	Ri/Ro	alfa
1	0.3	0.25	0.4	24	15	0.3	0.3	0.5	17
2	0.4	0.4	0.5	35	16	0.8	0.55	0.45	10
3	0.7	0.3	0.45	10	17	1.75	0.06	0.85	59
4	1.4	0.06	0.8	55	18	1.6	0.7	0.7	24
5	1.1	0.55	0.7	16	19	0.6	0.12	0.45	33
6	1.3	0.6	0.2	8	20	1.3	0.6	0.5	16
7	0.6	0.75	0.45	72	21	0.3	0.4	0.92	21
8	0.8	0.15	0.85	59	22	1.9	0.25	0.2	55
9	1.6	0.09	0.15	21	23	0.6	0.3	0.2	42
10	0.52	0.65	0.18	33	24	1.2	0.3	0.4	20
11	1.25	0.07	0.85	49	25	1.8	0.6	0.45	25
12	1.9	0.75	0.25	29	26	0.45	0.08	0.55	5
13	0.35	0.7	0.92	65	27	0.3	0.2	0.8	50
14	0.75	0.6	0.7	35	28	1.5	0.3	0.7	38

Tablo 3.8. Denklem doğrulamaları için ara değer model parametreleri.



Şekil 3.4. a/c=0.3, a/t=0.25, Ri/Ro=0.4, $\alpha=24^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.5. a/c=0.4, a/t=0.4, Ri/Ro=0.5, $\alpha=35^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.6. a/c=0.7, a/t=0.3, Ri/Ro=0.45, $\alpha=10^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.7. a/c=1.4, a/t=0.06, Ri/Ro=0.8, $\alpha=55^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.8. a/c=1.1, a/t=0.55, Ri/Ro=0.7, $\alpha=16^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.9. a/c=1.3, a/t=0.6, Ri/Ro=0.2, $\alpha=8^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.10. a/c=0.6, a/t=0.75, Ri/Ro=0.45, $\alpha=72^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.11. a/c=0.8, a/t=0.15, Ri/Ro=0.85, $\alpha=59^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.12. a/c=1.6, a/t=0.09, Ri/Ro=0.15, $\alpha=21^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.13. *a/c*=0.52, *a/t*=0.65, *Ri/Ro*=0.18, *α*=33° için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.14. *a/c*=1.25, *a/t*=0.07, *Ri/Ro*=0.85, *α*=49° için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.15. a/c=1.9, a/t=0.75, Ri/Ro=0.25, $\alpha=29^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.16. a/c=0.35, a/t=0.7, Ri/Ro=0.92, $\alpha=65^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.17. a/c=0.75, a/t=0.6, Ri/Ro=0.7, $\alpha=35^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.18. a/c=0.3, a/t=0.3, Ri/Ro=0.5, $\alpha=17^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.19. a/c=0.8, a/t=0.55, Ri/Ro=0.45, $\alpha=10^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.







Şekil 3.21. a/c=1.6, a/t=0.7, Ri/Ro=0.7, $\alpha=24^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.22. a/c=0.6, a/t=0.12, Ri/Ro=0.45, $\alpha=33^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.23. a/c=1.3, a/t=0.6, Ri/Ro=0.5, $\alpha=16^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.24. *a/c*=0.3, *a/t*=0.4, *Ri/Ro*=0.92, *α*=21° için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.25. a/c=1.9, a/t=0.25, Ri/Ro=0.2, $\alpha=55^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.26. *a/c*=0.6, *a/t*=0.3, *Ri/Ro*=0.2, *α*=42° için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.27. a/c=1.2, a/t=0.3, Ri/Ro=0.4, $\alpha=20^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.28. a/c=1.8, a/t=0.6, Ri/Ro=0.45, $\alpha=25^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.29. a/c=0.45, a/t=0.08, Ri/Ro=0.55, $\alpha=5^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.30. a/c=0.3, a/t=0.2, Ri/Ro=0.8, $\alpha=50^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.



Şekil 3.31. a/c=1.5, a/t=0.3, Ri/Ro=0.7, $\alpha=38^{\circ}$ için karışık mod boyutsuz GŞF karşılaştırması.

Şekil 3.3-3.30'daki grafikler incelendiğinde, beklenildiği gibi empirik denklem GŞF değerlerinin, analiz GŞF eğrilerinin üzerinde olduğu ve ara değer sonuçları için denklemlerin oldukça yakın sonuçlar verdiği gözlemlenmektedir.

Tablo 3.9 incelendiğinde; çatlak dip noktalarında, maksimum yüzde farkların K_I için % 7.8, K_{II} için % 9.8 olduğu görülmektedir. Çatlak dip noktası K_I ve K_{II} değerleri farkı %10'un altında kalmaktadır.

Serbest yüzey noktalarında ; model 1 için K_{III} serbest yüzey noktası değeri farkı %19.3, model 5'te K_{II} için %76, model 6'da K_{II} için %269.5, K_{III} için %118.3 görülmektedir. Bu modellerdeki denklem ve analiz verilerine bakıldığında değerlerin 0.001, 0.003 gibi sıfıra çok yakın değerler olması yüzdelik farkın çok yüksek çıkmasında ana etkendir.

Bahsedilen yüzde farkları yüksek olan modeller dışındaki serbest yüzey noktalarında maksimum yüzde farkın K_I için % 10.83, K_{II} için % 14.18, K_{III} için %14.95 olduğu görülmektedir.

Tez kapsamında incelenen ilgili model ile pratikte karşılaşıldığında, gerçek parça üzerinde çatlak önü gerilme şiddet faktörlerinin hesaplanması ve bunun parça malzemesinin kırılma tokluğu ile mukayese edilmesi gerekmektedir. GŞF'lerinin hesaplamasında kullanılan analitik çözümlerin sınırlı sayıda probleme uygulanabilmesi; deneysel metotlar için uygun laboratuvar ortamı ve çeşitli ölçüm cihazlarının sağlanması; nümerik yöntemler için hesaplamada kullanılacak yazılıma sahip olunması, yazılımın verimli kullanılabilmesinde gerekli teorik altyapının edinilmesi, ilgili modelin sonlu elemanlar yapısının oluşturulması, analiz sonuçlarının yakınsaması için ekstra analizlerin gerçekleştirilmesi oldukça zaman almakta ve maddi açıdan yük oluşturmaktadır. Bu sebeple gerçek parçada problemi tanımlayan parametrelerin ilgili empirik denklemlerde yerine yazılarak kabul edilebilir hata oranlarında eşdeğer GŞF'lerinin hesaplanması oldukça kullanışlı olmaktadır.
ÇATLAK UCU DİP NOKTASI KARŞILAŞTIRMA									SERBEST YÜZEY NOKTASI KARŞILAŞTIRMA						
MODEL	K1	K1	%K1	K2	K2	%K2	K1	K1	%K1	K2	K2	%K2	K3	К3	%K3
NO	ANALİZ	DENKLEM	FARK	ANALİZ	DENKLEM	FARK	ANALİZ	DENKLEM	FARK	ANALİZ	DENKLEM	FARK	ANALİZ	DENKLEM	FARK
1	0.896	0.911	-1.739	-0.237	-0.247	-4.269	0.611	0.627	-2.576	-0.130	-0.125	3.438	-0.052	-0.062	-19.336
2	0.779	0.775	0.515	-0.305	-0.311	-2.156	0.585	0.589	-0.787	-0.156	-0.146	6.412	-0.110	-0.118	-8.042
3	0.785	0.818	-4.197	-0.097	-0.105	-7.851	0.787	0.786	0.150	-0.018	-0.016	7.812	-0.100	-0.096	3.739
4	0.248	0.249	-0.506	-0.221	-0.213	3.398	0.291	0.282	3.089	0.053	0.053	-1.382	-0.296	-0.309	-4.476
5	0.616	0.653	-6.076	-0.133	-0.138	-3.556	0.796	0.808	-1.503	0.009	0.016	-76.507	-0.142	-0.164	-14.926
6	0.605	0.618	-2.201	-0.062	-0.061	1.296	0.882	0.948	-7.506	0.001	0.003	-269.575	-0.038	-0.082	-118.283
7	0.251	0.253	-0.725	-0.222	-0.204	8.080	0.197	0.218	-10.832	-0.149	-0.137	8.008	-0.054	-0.049	8.688
8	0.344	0.347	-1.000	-0.263	-0.259	1.573	0.293	0.318	-8.658	0.016	0.016	-2.513	-0.334	-0.355	-6.489
9	0.474	0.451	4.840	-0.135	-0.139	-2.671	0.632	0.662	-4.794	0.039	0.037	6.854	-0.181	-0.178	1.735
10	0.867	0.827	4.674	-0.312	-0.312	-0.021	0.794	0.767	3.420	-0.192	-0.200	-3.907	-0.104	-0.102	1.914
11	0.337	0.335	0.532	-0.211	-0.232	-9.671	0.372	0.371	0.425	0.056	0.052	7.317	-0.336	-0.327	2.585
12	0.384	0.400	-3.917	-0.200	-0.191	4.862	0.640	0.693	-8.273	0.044	0.040	9.650	-0.229	-0.232	-1.002
13	0.409	0.428	-4.600	-0.326	-0.329	-1.018	0.241	0.259	-7.300	-0.138	-0.124	9.813	-0.114	-0.126	-11.025
14	0.713	0.673	5.553	-0.313	-0.293	6.239	0.753	0.673	10.511	-0.046	-0.047	-3.087	-0.295	-0.291	1.465
15	0.969	0.983	-1.464	-0.181	-0.194	-7.157	0.665	0.691	-3.895	-0.098	-0.096	2.494	-0.041	-0.047	-14.951
16	0.828	0.825	0.411	-0.098	-0.107	-9.667	0.875	0.905	-3.437	-0.017	-0.018	-5.919	-0.104	-0.105	-1.285
17	0.177	0.163	7.798	-0.181	-0.194	-7.460	0.203	0.193	5.236	0.056	0.060	-6.924	-0.255	-0.269	-5.313
18	0.466	0.457	2.091	-0.158	-0.165	-4.357	0.670	0.714	- 6.461	0.036	0.031	14.184	-0.210	-0.215	-2.621
19	0.692	0.685	1.033	-0.269	-0.270	-0.158	0.593	0.584	1.480	-0.039	-0.037	4.986	-0.274	-0.281	-2.484
20	0.591	0.587	0.728	-0.136	-0.128	5.965	0.777	0.841	-8.221	0.017	0.016	5.087	-0.149	-0.159	-6.242
21	1.035	0.982	5.147	-0.237	-0.247	-4.490	0.723	0.703	2.702	-0.102	-0.103	-0.870	-0.124	-0.115	7.365
22	0.186	0.181	3.059	-0.223	-0.204	8.282	0.269	0.296	-10.015	0.056	0.053	5.356	-0.270	-0.272	-0.875
23	0.608	0.593	2.491	-0.312	-0.297	4.585	0.519	0.522	-0.467	-0.117	-0.114	2.783	-0.185	-0.204	-10.201
24	0.585	0.572	2.284	-0.156	-0.154	1.372	0.697	0.723	-3.714	0.022	0.024	-8.943	-0.181	-0.188	-4.155
25	0.413	0.416	-0.791	-0.180	-0.170	5.981	0.631	0.682	-8.051	0.038	0.037	3.404	-0.199	-0.207	-4.238
26	0.921	0.931	-1.096	-0.055	-0.061	-9.821	0.718	0.724	-0.846	-0.016	-0.014	8.430	-0.046	-0.046	0.790
27	0.585	0.583	0.344	-0.343	-0.331	3.515	0.373	0.393	-5.355	-0.153	-0.142	6.865	-0.135	-0.144	-6.619
28	0.380	0.364	4.154	-0.207	-0.209	-0.954	0.495	0.486	1.837	0.054	0.048	12.444	-0.280	-0.287	-2.391

Tablo 3.9. FCPAS analizi sonucu GŞF değerleri ile empirik denklem sonuçlarının karşılaştırması.

4. SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME

Bu çalışma kapsamında eliptik yüzey çatlağına sahip içi boş silindirlerin çekme gerilmesi altında karışık mod kırılma analizleri FCPAS ile gerçekleştirilmiştir. 100 farklı şekil ve çatlak oranına sahip modelde altı farklı dönme açısında dönmüş yüzey çatlağı içeren sonlu eleman modelleri oluşturulup, toplam 100x6=600 farklı senaryo için K_I, K_{II} ve K_{III} modlarında 600x3=1800 adet gerilme şiddet faktörü dağılımı elde edilmiştir. Her bir grafikte altı dönme açısı gösterilerek toplamda 1800/6=300 adet grafik paylaşılmıştır. Elde edilen GŞF çözümleri kullanılarak dönme açısı dışında içi boş silindir ve çatlak geometrisini tanımlayan parametrelerin (*a/c, a/t, Ri/Ro*) gerilme şiddet faktörlerine etkileri de ayrı ayrı incelenmiştir.

Oluşturulan gerilme şiddet faktörü kütüphanesiyle çoklu regresyon analizi yapılarak çatlak ucu derinlik noktası ve silindir serbest yüzey noktalarında boyutsuz GŞF'lerinin hesaplanmasına imkan veren, her mod için ayrı empirik denklemler geliştirilmiştir. Böylece gerilme şiddet faktörleri, uygulamada incelenecek numune veya parçanın şekil oranına göre ilgili grafikten okunarak veya sunulan deklemlerde şekil oranı değişkenleri yerlerine yazılarak kolayca elde edilebilecek, eşdeğer GŞF değerleri hesaplanabilecek ve sonrasında malzemenin kırılma tokluğuyla mukayese edilebilecektir.

Çalışma sonunda elde edilen bulgular aşağıda belirtilmiştir:

- K_I gerilme şiddet faktörü, dönme açısına göre maksimum değer 0°'de oluşmaktadır. Dönme açısı büyüdükçe gerilme yönüne bağlı olarak etkisi azalmaktadır. *a/c* oranı arttıkça yani derinliğine göre genişliği daha fazla olan çatlaklarda K₁ daha yüksektir.; *a/t* arttıkça yani silindir et kalınlığı inceldikçe ise değeri yükselmektedir. Diğer parametreler sabit iken Ri/Ro oranı büyüdükçe (iç ve dış yarıçaplar arttıkça) boyutsuz GŞF değeri düşmektedir.
- Çatlak yatay iken (α=0°), boyutsuz KII ve KIII gerilme şiddet faktörleri sıfırdır. Maksimum değerleri 45°'de görülmekte olup sonrasında 60°, 30°, 75°, 15° şeklinde giderek azalmaktadır. a/c oranının azalmasıyla KII artmakta, KIII ise azalmaktadır. a/t ile Ri/Ro değişiminden çok etkilenmemektedirler.

3. Empirik denklemlerin ara değer modelleri ile doğrulama çalışmasına göre, çatlak ucu dip noktasında denklem sonuçları ile analiz sonuçları arasındaki fark %10, serbest yüzey noktalarında ise %15'in altında kalmaktadır.

KAYNAKLAR

- [1] Kirsch, C. (1898). "Die theorie der elastizitat und die bedurfnisse der festigkeitslehre," Z. Vereines Dtsch. Ingenieure, vol. 42, pp. 797–807.
- [2] Inglis, C. E. (1913), "Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners," *Trans Inst Nav. Arch.*, vol. 55, pp. 219–241.
- [3] Uğuz, A. Kırılma mekaniğine giriş. Uludağ Üniversitesi, 1996.
- [4] Yayla, P. (2019). KIRILMA MEKANIGI (2), Birsen Yayınevi.
- [5] Griffith, A. A. (1921). "VI. The phenomena of rupture and flow in solids," *Philos. Trans. R. Soc. Lond. Ser. Contain. Pap. Math. Phys. Character*, vol. 221, no. 582–593, pp. 163–198.
- [6] Zener, C. ve Hollomon, J. H. (1944). "Effect of strain rate upon plastic flow of steel," *J. Appl. Phys.*, vol. 15, no. 1, pp. 22–32.
- [7] Irwin, G. R. (1956). "Onset of fast crack propagation in high strength steel and aluminum alloys," Naval Research Lab Washington DC.
- [8] Yayla, P. (2014). Uygulamalı Elastisite Teorisi (Applied Theory of Elasticity).
- [9] Westergaard, H. M. (1939). "Bearing pressures and cracks: Bearing pressures through a slightly waved surface or through a nearly flat part of a cylinder, and related problems of cracks".
- [10] McGinty, B. "Westergaard's Solution for Cracks". https://www.fracturemechanics.org/westergaard.html#refs adresinden 21 Kasım 2022 tarihinde alınmıştır.
- [11] Anderson, T. L. (2017). Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications, Fourth Edition, vol. 76.
- [12] Coêlho, G. C., Silva, A. A., Santos, M. A., Lima, A. G. B. ve Santos, N. C. "Stress Intensity Factor of Semielliptical Surface Crack in Internally Pressurized Hollow Cylinder—A Comparison between BS 7910 and API 579/ASME FFS-1 Solutions," *Materials*, vol. 12, no. 7, Art. no. 7, Jan. 2019, doi: 10.3390/ma12071042.
- [13] Vardar, Ö. (1988). Fracture mechanics. Boğaziçi Üniversitesi.
- [14] E. E. Gdoutos (2020). Fracture Mechanics: An Introduction, Third Edition, vol. 263.
- [15] McGinty, B. "Griffith's Energy Release Rate" .https://www.fracturemechanics.org/griffith.html adresinden 21 Kasım 2022 tarihinde alınmıştır.
- [16] Raju, I. S. and Newman, J. C. (1986). "STRESS-INTENSITY FACTORS FOR CIRCUMFERENTIAL SURFACE CRACKS IN PIPES AND RODS UNDER TENSION AND BENDING LOADS.," in ASTM Special Technical Publication.

- [17] Carpinteri, A. (1992). "ELLIPTICAL-ARC SURFACE CRACKS IN ROUND BARS," *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, vol. 15.
- [18] Shin, C. S. ve Cai, C. Q. (2004). "Experimental and finite element analyses on stress intensity factors of an elliptical surface crack in a circular shaft under tension and bending," *Int. J. Fract.*, vol. 129, no. 3.
- [19] Couroneau, N. ve Royer, J. (1998). "Simplified model for the fatigue growth analysis of surface cracks in round bars under mode I," *Int. J. Fatigue*, vol. 20, no. 10.
- [20] Ayhan, A. O. (2011), "Three-dimensional fracture analysis using tetrahedral enriched elements and fully unstructured mesh," *Int. J. Solids Struct.*, vol. 48, no. 3–4.
- [21] Fu, G., Yang, W. ve Li, C. Q. (2017). "Stress intensity factors for mixed mode fracture induced by inclined cracks in pipes under axial tension and bending," *Theor. Appl. Fract. Mech.*, vol. 89.
- [22] The, S., Andriyana, A., Ramesh, S., Putra, I. S., Kadarno, P. ve Purbolaksono, J. (2021). "Tetrahedral meshing for a slanted semi-elliptical surface crack at a solid cylinder," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 241.
- [23] Ramezani, M. K., Purbolaksono, J., Andriyana, A., Ramesh, S., ve Putra, I. S. (2018). "Empirical solutions for stress intensity factors of a surface crack in a solid cylinder under pure torsion," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 193.
- [24] Toribio, J., Matos, J. C., González, B., ve Escuadra, J. (2014). "Evolution of crack paths and compliance in round bars under cyclic tension and bending," *Frat. Ed Integrita Strutt.*, vol. 30.
- [25] Ansys, "ANSYS Version 12.0," Ansys Inc Canonsburg PA USA, 2009.
- [26] "CEFM Lab Web Page." CEFM Group Computational Capabilities FCPAS (Fracture and Crack Propagation Analysis System). http://www.cefmlab.sakarya.edu.tr/computational_capabilities.htm adresinden 19 Kasım 2022 tarihinde alınmıştır.
- [27] Ayhan, A. ve Nied, H. (2002). "Stress intensity factors for three-dimensional surface cracks using enriched finite elements," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 54, pp. 899–921.
- [28] Barsoum R. S. (1976). "On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 10, no. 1, pp. 25–37.
- [29] Kaya, A. C. ve Nied, H. F. (1993). "Interface fracture analysis of bonded ceramic layers using enriched finite elements," *Ceram. Coat.*, vol. 44, no. H00853, pp. 47–71.
- [30] Benzley, S. E. (1974). "Representation of singularities with isoparametric finite elements," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 8, no. 3, pp. 537–545.
- [31] Ayhan, A. O., Kaya, A. C. ve Nied, H. F. (2006). "Analysis of three-dimensional interface cracks using enriched finite elements," *Int. J. Fract.*, vol. 142, no. 3, pp. 255–276.

- [32] Ayhan, A. O., KIRILMA MEKANİĞİ: 10.2 SAYISAL MODELLEME: ZENGİNLEŞTİRİLMİŞ ÇATLAK UCU ELAMANLARI VE FRAC3D, (2022, 27 Nisan). https://www.youtube.com/watch?v=yTSabB52paY adresinden 11 Aralık 2022 tarihinde alınmıştır.
- [33] Şirin, E. "R Kare ve Düzeltilmiş R Kare Veri Bilimi Okulu Veri Bilimi Okulu," https://www.veribilimiokulu.com/r-kare-ve-duzeltilmis-r-kare/ adresinden 24 Mayıs 2023 tarihinde alınmıştır.
- [34] I. Minitab, "MINITAB release 17: statistical software for windows," *Minitab Inc* USA, vol. 371, 2014.

ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : Mete YILDIRIM

ÖĞRENİM DURUMU:

•	Lisans	: 2015, Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği
•	Yükseklisans	: 2023, Sakarya Üniversitesi, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Makine Tasarım ve İmalat Bilim Dalı

MESLEKİ DENEYİM:

• 2018'den günümüze kadar TÜRASAŞ (Türkiye Raylı Sistem Araçları Sanayii A.Ş.)'da çelik ve alüminyum demiryolu araçları gövde üretiminde sahada makine mühenidsliği yapmaktadır.

TEZDEN TÜRETİLEN ESERLER:

 Yıldırım, M. ve Ayhan, A. O. (2023, 11-12, Mart). Çatlak şekil oranı (a/c) ve yarıçaplar oranının (R_i/R_o) çekme gerilmesine maruz içi boş silindirlerde bulunan dönmüş yüzey çatlağı kırılma parametrelerine etkileri. B.Bayram (Ed.), 16th International Scientific Research Congress, (130-140 sayfa aralığı içinde). Ankara, Türkiye