

T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KAOTİK HABERLEŞME SİSTEMLERİNDE GÖZÜ
KAPALI KANAL DENKLEŞTİRME**

DOKTORA TEZİ

Elektrik-Elektronik Müh. Gökçen ÇETİNEL

Enstitü Anabilim Dalı : ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜH.
Enstitü Bilim Dalı : ELEKTRONİK
Tez Danışmanı : Doç. Dr. Cabir VURAL

Ocak 2010

T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KAOTİK HABERLEŞME SİSTEMLERİNDE GÖZÜ
KAPALI KANAL DENKLEŞTİRME

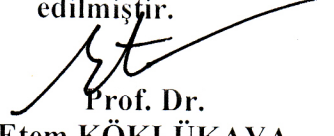
DOKTORA TEZİ

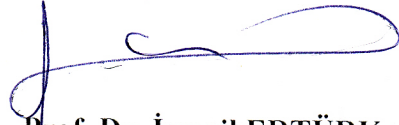
Elektrik-Elektronik Müh. Gökçen ÇETİNEL

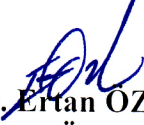
Enstitü Anabilim Dalı : ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜH.

Enstitü Bilim Dalı : ELEKTRONİK

Bu tez 18/01/2010 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Oybirliği ile kabul edilmiştir.


Prof. Dr.
Etem KÖKLÜKAYA
Jüri Başkanı



Prof. Dr. İsmail ERTÜRK
Üye


Doç. Dr. Ertan ÖZTÜRK
Üye

Doç. Dr. Cabir VURAL
Üye



Yrd. Doç. Dr. Ali GÜLBAĞ
Üye



TEŞEKKÜR

Kaotik haberleşme sistemlerinde gÖzÜ kapalı kanal denkleştirme konusunda çalıŐmamı destekleyen ve çalıŐmalarım süresince bilgilerini benimle paylaşan, çalıŐmalarımı yönlendiren çok kıymetli danıŐman hocam Doç. Dr. Cabir VURAL'a teşekkür ederim.

Ayrıca haklarını hiçbir zaman ödeyemeyeceğim anne ve babama, kardeŐime, çalıŐmalarım esnasında gösterdiği sabırdan ve desteğinden dolayı sevgili eŐime, varlığıyla bana her zaman huzur ve mutluluk veren biricik kızıma sonsuz Őükranlarımı sunarım.

Bu tez alıŐması Sakarya Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Komisyon BaŐkanlıėı tarafından 2007 50 02 26 numaralı proje kapsamında desteklenmiŐtir.

Gökçen ÇETİNEL

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR.....	ii
İÇİNDEKİLER.....	iii
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ.....	vi
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	ix
TABLolar LİSTESİ.....	xii
ÖZET.....	xiii
SUMMARY.....	xiv
BÖLÜM 1.	
GİRİŞ.....	1
BÖLÜM 2.	
KAOS TEORİSİ, KAOS TEORİSİNİN HABERLEŞME UYGULAMALARI VE KAOTİK HABERLEŞME SİSTEMLERİNDE GÖZÜ KAPALI KANAL DENKLEŞTİRME.....	6
2.1. Giriş.....	6
2.2. Dinamik Sistemler	7
2.2.1. Temel kavramlar.....	7
2.2.2. Kaotik dinamik sistemler.....	8
2.2.3. Örnek kaotik sistemler.....	9
2.3. Haberleşmede Kaos.....	12
2.3.1. Kaotik sistemlerin özellikleri.....	12
2.3.2. Kaos-tabanlı haberleşme sistemleri.....	13
2.3.2.1. Kaos kaymalı anahtarlama.....	17
2.3.2.2. Farksal kaos kaymalı anahtarlama.....	20
2.3.2.3. Diğer modülasyon yöntemleri.....	22

2.4. Kanal Denkleştirme.....	23
2.4.1. SISO kaotik gözü kapalı kanal denkleştirme.....	25
2.4.2. MIMO kaotik gözü kapalı kanal denkleştirme.....	29
BÖLÜM 3.	
KAOTİK HABERLEŞME SİSTEMLERİNDE SISO FIR KANALLARIN ÖZYİNELEMELİ UYARLAMALI FİLTRE KULLANILARAK KESTİRİMİ VE DENKLEŞTİRMESİ.....	33
3.1. Giriş.....	33
3.2. Önerilen Yöntem.....	34
3.3. Yerel Yakınsaklık Analizi.....	39
3.4. Simülasyon Sonuçları.....	42
3.5. Sonuçlar.....	46
BÖLÜM 4.	
KAOTİK HABERLEŞME SİSTEMLERİ İÇİN SISO FIR KANALLARIN UYARLAMALI FIR FİLTRE KULLANILARAK GÖZÜ KAPALI DENKLEŞTİRMESİ.....	48
4.1. Giriş.....	48
4.2. Optimum Sabit Filtre Tasarımı.....	49
4.3. Önerilen Algoritma.....	54
4.4. Simülasyon Sonuçları.....	57
4.5. Sonuçlar.....	61
BÖLÜM 5.	
KAOTİK HABERLEŞME SİSTEMLERİNDE MIMO FIR KANALLARIN GÖZÜ KAPALI DENKLEŞTİRMESİ.....	65
5.1. Giriş.....	65
5.2. MIMO Sistem Modeli ve Problem Tanımı.....	66
5.3. FIR Geri-Çatım Filtrelerinin Varlık-Teklik Analizi.....	72
5.4. Optimum Sabit Filtre Tasarımı.....	76
5.5. Uyarlamalı Gözü Kapalı MIMO Kanal Denkleştirme Algoritması...	79
5.6. Simülasyon Sonuçları.....	81
5.7. Sonuçlar.....	84

BÖLÜM 6.	
SONUÇLAR.....	87
KAYNAKLAR	91
EKLER	97
EK A. Teorem 3.2'nin İspatı.....	97
EK B. Matrise Göre Türev Alma.....	102
ÖZGEÇMİŞ.....	106

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

AWGN	: Toplanır Beyaz Gauss Gürültüsü
AR	: Özyinelemeli
CMA	: Sabit Genlik Algoritması
CSK	: Kaos Kaymalı Anahtarlama
CDSK	: Korelasyon Gecikmeli Kaymalı Anahtarlama
COOK	: Kaotik Açma-Kapama Anahtarlama
DCSK	: Farksal Kaos Kaymalı Anahtarlama
EKF	: Genişletilmiş Kalman Filtresi
FIR	: Sonlu Dürtü Yanıtlı
FM-DCSK	: Frekans Modülasyonlu Farksal Kaos Kaymalı Anahtarlama
HOS	: Yüksek Dereceli İstatistikler
IFC	: Ters Filtreleme Ölçütü
IIR	: Sonsuz Dürtü Yanıtlı
ISI	: Semboller Arası Girişim
LMS	: En Küçük Karesel Ortalama
LTİ	: Doğrusal Zamanla Değişmeyen
MIMO	: Çok Giriş Çok Çıkış
MNPE	: En Küçük Doğrusal Olmayan Öngörü Hatası
MPSV	: En Küçük Faz Uzayı Hacmi
MSE	: Ortalama Karesel Hata
MUI	: Çok Kullanıcı Girişimi
MUK	: Çok Kullanıcı Savrukluğu
PSV	: Faz Uzayı Hacmi
RBF	: Merkezci Tabanlı Fonksiyon
RLS	: Yinelemeli En Küçük Kareler
SEA	: Süper Üstel Algoritma

SD	: En Dik İniş
SISO	: Tek Giriş Tek Çıkış
SNR	: İşaret Gürültü Oranı
SOS	: İkinci Dereceden İstatistikler
SPR	: Kesin Pozitif Gerçel
QCSK	: Dördül Kaos Kaymalı Anahtarlama
ZF	: Sıfır Zorlamalı
\mathbf{c}	: Kanal Katsayı Vektörü
\mathbf{C}	: Kanal Katsayı Matrisi
$\hat{\mathbf{c}}_j$: Kestirilen Kanal Katsayıları Vektörü
$e[n]$: Anlık Kestirim Hatası
$E [.]$: Beklenen (Ortalama) Değer Operatörü
\mathbf{g}	: Toplam Sistemin Dürtü Yanıtı Katsayı Vektörü
\mathbf{G}_τ	: MIMO Toplam Sistemin Dürtü Yanıtı Katsayı Matrisi
\mathbf{H}	: MIMO Kanal Katsayı Matrisi
$J(.)$: Maliyet Fonksiyonu
L	: Kanal Uzunluğu
K	: Denkleştirici Uzunluğu
α	: Genlik Belirsizliği
τ	: Faz Belirsizliği
μ	: Adım Aralığı
$y[n]$: Alınan İşaret
$c[k]$: Kanal Katsayısı
$w[k]$: Denkleştirici Katsayısı
$\hat{x}[n]$: Denkleştirici Çıkışı
$\Phi_{j,k}[n]$: Düzenleyici Filtre
$v[k]$: Gözlem Gürültüsü
$\mathbf{X}_{1,j}[k]$: Kestirim Hatası Vektörü
$\mathbf{X}_{2,j}$: Katsayı Hataları Vektörü
$x[n]$: Kaotik Giriş İşareti
T	: Deneme Sayısı

W^* : Optimum Denkleştirici

$\| \cdot \|$: Vektörün Boyu

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1.	Başlangıç koşulu $x[0]=0.58$ ve dallanma parametresi $\lambda=4$ seçilerek üretilen lojistik kaotik harita.....	10
Şekil 2.2.	Farklı başlangıç koşulları ile üretilmiş kaotik iki dizi.....	11
Şekil 2.3.	Lorenz çekeri.....	12
Şekil 2.4.	$x[0]=0.1$ başlangıç koşuluyla lojistik harita kullanılarak üretilen kaotik bir işaretin öz ilişki ve $x[0]=0.1$, $y[0]=0.8$ başlangıç koşullarıyla lojistik harita kullanılarak üretilen kaotik iki işaretin çapraz ilişki fonksiyonları.....	14
Şekil 2.5.	$x[0]=0.1$ başlangıç koşuluyla lojistik harita kullanılarak üretilen kaotik bir işaretin güç spektrumu.....	14
Şekil 2.6.	Lorenz sisteminin öz-eşzamanlama özelliği.....	15
Şekil 2.7.	Kaotik maskeleyme sistemi.....	16
Şekil 2.8.	CSK sayısal haberleşme sistemi.....	17
Şekil 2.9.	Eşzamanlama hatasına dayalı taşıyıcı gerektiren demodülasyon...	18
Şekil 2.10.	Korelasyona dayalı taşıyıcı gerektiren demodülasyon.....	19
Şekil 2.11.	Bit-enerji kestirimine dayalı taşıyıcı gerektirmeyen demodülasyon.....	20
Şekil 2.12.	DCSK modülatörü.....	21
Şekil 2.13.	DCSK demodülatörü.....	21
Şekil 2.14.	DCSK sistemi için gözlem değişkeni $y(IT_b)$ 'nin histogramı. a) Yüksek SNR için, b)Düşük SNR için.....	22
Şekil 2.15	CMA algoritmasının kaos durumunda performansı: a. denkleştirici katsayısının iterasyon sayısına göre değişimi, b. iterasyon sayısına göre anlık hata.....	25
Şekil 2.16.	SISO kaotik haberleşme sistemi.....	26
Şekil 2.17.	MIMO kaotik haberleşme sistemi.....	29

Şekil 3.1.	Önerilen AR gözü kapalı kanal denkleştirme yaklaşımı.....	35
Şekil 3.2.	Doğrusal-olmayan zamanla değişen geri beslemeli sistem.....	41
Şekil 3.3.	SPR ve SPR olmayan kanallar için farklı SNR değerlerine ilişkin MSE eğrileri.....	44
Şekil 3.4.	Basitleştirilmiş yinelemeli algoritma ve MNPE için MSE değerleri. a. $c[0]=1$, $c[1]= -0.215$ ve $c[2]=0.565$ katsayılarına sahip 3-uzunluklu SPR bir kanal için b. $c[0]=1$, $c[1]=0.25$ ve $c[2]=0.72$ katsayılarına sahip 3-uzunluklu SPR olmayan bir kanal için elde edilen sonuçlar.....	45
Şekil 3.5.	Şekil 3. 4 (b)'de kullanılan kanalın, yakınsama gerçekleştiğinde uyarlamalı AR filtrenin ve toplam sistemin genlik cevapları.....	45
Şekil 4.1.	Optimum sabit filtre tasarımında kanal gürültüsü varken hata fonksiyonunun tanımlanması.....	50
Şekil 4.2.	$x[n]$ 'i üretmek için kullanılan kaotik haritada $d=1$ varsayılarak, sunulan kaotik gözü kapalı kanal denkleştirme yaklaşımı. j,n,k sırasıyla yineleme değişkenini, kaotik işaret için zaman değişkenini ve uyarlamalı filtrenin k . katsayısını göstermektedir..	55
Şekil 4.3.	Denkleştirici uzunluğunun denkleştirme performansına etkisi.....	58
Şekil 4.4.	a. $c[0]=1$, $c[1]= -0.215$ ve $c[2]=0.565$ katsayılı 3 uzunluklu kanal b. $c[0]=1$, $c[1]=0.5$, $c[2]=0.1$, $c[3]=-0.6$ ve $c[4]=0.2$ katsayılı 5 uzunluklu kanal için sunulan yöntemin, optimum sabit filtrenin ve MNPE algoritmasının denkleştirme performansları.....	59
Şekil 4.5.	a. 7, b. 9 ve c.11 uzunluklu kanallar için sunulan yöntemin, optimum sabit filtrenin ve MNPE algoritmasının denkleştirme performansları.....	60
Şekil 4.6.	a. $c[0]=1$, $c[1]=0.85$ ve $c[2]=-0.25$ katsayılı 3 uzunluklu kanal, b. $c[0]=1$, $c[1]=1$, $c[2]=0.5$, $c[3]=0.1$ ve $c[4]=-0.6$ katsayılı 5 uzunluklu kanal için sunulan yöntem ve Bölüm 3'de verilen basitleştirilmiş yinelemeli algoritma kullanılarak elde edilen ISI değerleri.....	61
Şekil 4.7.	a. 7, b. 9 ve c. 11 uzunluklu SPR olmayan kanallar için sunulan	62

	algoritma ve Bölüm 3’de verilen basitleştirilmiş yinelemeli algoritma kullanılarak elde edilen ISI değerleri.....	
Şekil 4.8.	a. 7, b. 9 ve c. 11 uzunluklu SPR kanallar için sunulan yöntem ve Bölüm 3’de verilen basitleştirilmiş yinelemeli algoritma kullanılarak elde edilen ISI değerleri.....	63
Şekil 5.1.	MIMO kaotik haberleşme sistemi.....	67
Şekil 5.2.	Optimum sabit filtre tasarımında hata fonksiyonu tanımı.....	78
Şekil 5.3.	Denkleştirilmiş sistemin dürtü yanıtları.....	83
Şekil 5.4.	Denkleştirici katsayılarının yineleme sayısına göre değişimi.....	84
Şekil 5.5.	Birinci denkleştirici çıkışı $y_1[n]$ ’de toplam girişimin a. önerilen yöntem, b. optimum filtre için yineleme sayısına göre değişimi...	85
Şekil 5.6.	İkinci denkleştirici çıkışı $y_2[n]$ ’de toplam girişimin a. önerilen yöntem, b. optimum filtre için yineleme sayısına göre değişimi...	85
Şekil A.1.	Doğrusallaştırılmış durum eşitliklerinin blok diyagram gösterilimi.....	100

TABLolar LİSTESİ

Tablo 3.1.	Üç uzunluklu SPR ve SPR olmayan kanallar için kanal kestirim sonuçları.(SPR ve SPR olmayan kanal için gerçek katsayılar sırasıyla $c[0] = 1$, $c[1] = 0.715$, $c[2] = 0.356$ ve $c[0] = 1$, $c[1] = 0.85$, $c[2] = -0.25$ 'dir.).....	43
Tablo 3.2.	Uyarlamalı AR filtrenin derecesinin kanal katsayılarının kestirim doğruluğu üzerindeki etkisi (Kanal katsayılarının gerçek değerleri: $c[0] = 1$, $c[1] = -0.215$, $c[2] = 0.565$).....	46
Tablo 4.1.	Şekil 4.5'deki eğrilerin elde edilmesinde kullanılan kanalların katsayıları.....	58
Tablo 4.2.	Şekil 4.7'deki eğrilerin elde edilmesinde kullanılan SPR kanalların katsayıları	59
Tablo 4.3.	Şekil 4.8'deki eğrilerin elde edilmesinde kullanılan SPR olmayan kanalların katsayıları.....	60

ÖZET

Anahtar kelimeler: kaos teorisi, kaotik haberleşme, gözü kapalı kanal denkleştirme, uyarlamalı filtreler, semboller arası girişim, çok-kullanıcı girişimi.

Bu çalışmada, SISO ve MIMO kaotik haberleşme sistemlerinde gözü kapalı kanal denkleştirme problemi ele alınmıştır. SISO FIR filtreler olarak modellenen kanalların denkleştirilmesi için uyarlamalı özyinelemeli ve yinelemeli olmayan uyarlamalı iki algoritma geliştirilmiştir. SISO algoritmalarının ilkinde denkleştirici IIR ikincisinde ise FIR uyarlamalı bir filtre olarak tasarlanmıştır. Algoritmalar, kaotik işaretlerin kısa süreli öngörülebilirliklerinden yararlanılarak çıkartılmıştır. Algoritmaların performansları detaylı simülasyonlar yapılarak tespit edilmiştir. Geliştirilen algoritmaların literatürde sıklıkla kullanılan MNPE yönteminden daha yüksek performans sağladıkları gösterilmiştir. Uyarlamalı özyinelemeli algoritma en iyi denkleştirme sonuçlarını vermesine rağmen önemli iki sınırlamaya sahiptir. Yinelemeli olmayan uyarlamalı algoritma performansın bir miktar düşmesi karşılığında bu iki sınırlamayı kaldırmaktadır. Ayrıca, yinelemeli olmayan algoritma optimum sabit filtre ile kıyaslanmış ve algoritmanın optimum sabit filtreye oldukça yakın sonuçlar verdiği gösterilmiştir. Daha sonra, MIMO klasik haberleşme sistemleri için geliştirilen kavramlara benzer bir şekilde, SISO kaotik haberleşme durumunda kullanılan maliyet fonksiyonu MIMO durumuna uyarlanarak elde edilen gözü kapalı bir kanal denkleştirme algoritması önerilmiştir. Algoritma geliştirilmeden önce, MIMO bir kanal için mükemmel denkleştirmeyi gerçekleştirebilecek bir denkleştiricinin varlığı ve tekliği için gerek ve yeter koşullar tespit edilmiştir. Kanalin bilindiği varsayılarak optimum sabit filtre tasarlanmıştır. Literatürde MIMO kaotik haberleşme sistemleri için geliştirilen bir algoritma olmadığından algoritmanın performansı optimum sabit filtrenin performansı ile kıyaslanmıştır. Simülasyonlar vasıtasıyla, MIMO uyarlamalı denkleştiricinin giriş işaretlerini doğru bir şekilde kestirdiği ve önerilen algoritmanın optimum sabit filtreye oldukça yakın sonuçlar verdiği gösterilmiştir.

BLIND CHANNEL EQUALIZATION FOR CHAOTIC COMMUNICATION SYSTEMS

ABSTRACT

Keywords: chaos theory, chaotic communications, blind channel equalization, adaptive filters, intersymbol interference, multi-user interference.

In this study, blind channel equalization problem for SISO and MIMO chaotic communication systems is investigated. An adaptive autoregressive filter and a non-recursive adaptive filter are developed for equalizing SISO channels that are modelled as FIR filters. Equalizer is designed as an adaptive IIR filter in the first SISO algorithm while it is modelled as an adaptive FIR filter in the second algorithm. Algorithms are derived by exploiting short time predictability of chaotic signals. Simulation results are provided to demonstrate effectiveness of the proposed adaptive algorithms. Proposed algorithms are shown to give better equalization results compared to the frequently used MNPE method. Even though the adaptive autoregressive algorithm gives the best equalization results, it has two serious limitations. Non-recursive adaptive algorithm avoid these limitations at the cost of slightly decreased performance. In addition, the non-recursive algorithm was compared to the optimum filter and it was shown to exhibit performance similar to that of optimum filter. Finally, similar to blind equalization methods for MIMO classical communication systems, a novel blind channel equalization algorithm is developed for MIMO chaotic communication systems by modifying the cost function used in SISO chaotic equalization algorithms. Existence and uniqueness conditions for the MIMO reconstruction filters are investigated before deriving the adaptive MIMO algorithm. An optimum fixed filter is developed for MIMO chaotic communication systems. Since there do not exist a method for comparison, the proposed algorithm is compared to the optimum fixed filter. That the adaptive MIMO equalizer estimates the input signals correctly and it gives results very close to that of the optimum fixed filter are shown via simulations.

BÖLÜM 1. GİRİŞ

Son yıllarda kaos teorisi matematik, fizik ve mühendislik alanlarında çalışma yapan araştırmacıların dikkatini çekmiştir. Kaotik davranışın, karmaşık olmasına rağmen oldukça basit dinamik bir sistemle bile temsil edilebilmesi kaos teorisinin ortaya çıkmasına neden olmuştur. Özellikle işaret işleme ve haberleşme alanlarında kaos teorisine dayalı doğrusal olmayan haberleşme tekniklerinin gelişimi için kapsamlı araştırmalar yapılmıştır.

Kaotik işaretler düzensiz, periyodik olmayan, geniş bantlı ve uzun zamanlar boyunca öngörülebilmeleri mümkün olmayan işaretlerdir. Bu özellikler, haberleşme sistemlerinde kullanılan işaretlerin sahip olması istenilen özelliklerdir. Kaotik haberleşme alanındaki ilk çalışmalar, bir bilgi işaretinin iletiminde taşıyıcı olarak kaotik bir işaretin kullanılması (modülasyon) ile verici ve alıcı arasındaki eş zamanlama probleminin çözülmesi konularında yapılmıştır [1, 2].

Kaotik işaretler, sürekli-zamanda basit diferansiyel denklemlerle, ayrık-zamanda ise fark denklemleri vasıtasıyla kolayca üretilebilirler. Dürtü-benzeri öz ilişki fonksiyonları ve farklı başlangıç koşulları ile üretilen kaotik iki işaret arasındaki düşük çapraz ilişki fonksiyonları kaotik işaretlerin tipik özelliklerindedir. Kaotik işaretlerin bu özelliklerinden faydalanılan önemli üç uygulama alanı aşağıda verilmiştir [3].

Yayılı-spektrum haberleşmesi: Kaotik işaretler periyodik olmayan işaretler olduğundan sürekli bir spektruma sahiptir. Veri iletiminde geniş-bant taşıyıcı olarak kaotik işaretler kullanıldığında klasik yayılı-spektrum haberleşmesinden daha üstün bir performans sağlanır [4, 5]. Dürtü benzeri öz ilişki ve düşük değerli çapraz ilişki fonksiyonları kaotik işaretlerin yayılı-spektrum haberleşmesinde yoğun ilgi görmelerinin diğer bir sebebidir.

Çok-kullanıcıli haberleşme: Farklı üretelerle veya aynı üreteden farklı başlangıç koşulları ile üretilen kaotik işaretler ilişkisiz (dik) olarak kabul edilebilirler. Diklik özellikleri, kaotik işaretleri çok-kullanıcıli haberleşme uygulamalarında cazip hale getirmiştir. Özellikle, klasik kod bölmeli çoklu erişim (CDMA) sistemleri için kaotik üreteler ile üretilen yayıcı kodlar çok başarılı bir uygulama alanı olmuştur. Bu alanda kaos-tabanlı çözüm klasik yaklaşımlardan daha üstündür [6, 7, 8, 9].

Şifreleme: Kaotik işaretler karmaşık bir yapıya sahiptirler ve oldukça düzensizdirler. Başlangıç koşullarında çok küçük bir değişiklik bile kaotik üretelerin tamamen farklı bir kaotik işaret üretmesine neden olur. Bu nedenle, üretel yapısının tahmin edilmesi ve kaotik işaretin uzun zaman aralıkları boyunca öngörülmesi çok zordur. Karmaşık ve öngörülebilirleri zor işaretler şifreleme uygulamalarında kullanılır [10, 11, 12, 13].

Kaotik haberleşmedeki ilk araştırma, bir bilgi işaretinin iletiminde (modülasyon) ve alıcıda geri elde edilmesinde (demodülasyon) taşıyıcı olarak kaotik bir işaretin kullanılması olmuştur. Kaotik haberleşme, güncel bir araştırma dalıdır. Kaotik haberleşme sistemleri de, klasik haberleşme sistemleri gibi analog ve sayısal olmak üzere iki sınıfa ayrılabilir. Kaos-tabanlı analog haberleşme sistemleri için kaotik maskeleme ve kaotik modülasyon önemli iki uygulamadır. Kaos tabanlı sayısal haberleşme sistemleri genel olarak alıcıda taşıyıcı gerektiren ve gerektirmeyen sistemler olarak sınıflandırılır ve kaotik sistemlerin öz eşzamanlama özellikleri kullanılarak geliştirilmiştir. Kaotik sayısal haberleşme sistemlerine örnek olarak kaos kaymalı anahtarlama (CSK), farksal kaos kaymalı anahtarlama (DCSK) ve kaotik açma-kapama anahtarlama (COOK) verilebilir.

Kaotik bir haberleşme sisteminde iletilecek bilgi kaotik modülasyona tabi tutulduktan sonra haberleşme kanalından iletir. Kaotik modülatör bilgi sembollerini kaotik bir dalga şeklinde kodlar. Diğer bir ifadeyle, kaotik modülatörün girişi bilgi sembolleri çıkışı ise kaotik bir işarettir. Pratik uygulamaların çoğunda olduğu gibi, haberleşme kanalı ideal değilse iletir işaret bozulur. Bu nedenle, alıcıda bit hata oranını en küçük yapmak için kanal denkleştirme yapılmalıdır. Kanal denkleştirmeden sonra kaotik demodülasyon yapılır.

Kanal denkleştirme problemi, kanal parametrelerinin bilinip bilinmemesine göre gözü kapalı olmayan ve gözü kapalı kanal denkleştirme olmak üzere ikiye ayrılabilir. Gözü kapalı olmayan kanal denkleştirmede denkleştiricinin tasarlanması için eğitilmiş bir dizi kullanılır. Eğitilmiş dizinin gönderilmesi süresince kanaldan herhangi bir bilgi işareti iletilmez. Dolayısıyla, bant genişliğinin verimli bir şekilde kullanılması eğitilmiş dizinin gönderilmesi için ayrılan sürenin kısa olmasına bağlıdır. Denkleştirici katsayıları eğitilmiş dizi kullanmadan elde edilebilirse kanalın bilgi taşıma kapasitesi artmış olur. Ayrıca denkleştirici tasarımı için eğitilmiş bir dizi her zaman mevcut olmayabilir. Gözü kapalı kanal denkleştirmede sadece alınan işaret bilgisi kullanılarak denkleştirici tasarlanır. Eğitilmiş bir diziye ihtiyaç yoktur.

Kanal denkleştirme problemi, haberleşme sisteminin giriş ve çıkışındaki işaret sayısına göre ise tek-giriş tek-çıkış (SISO) ve çok-giriş çok-çıkış (MIMO) kanal denkleştirme şeklinde de sınıflandırılabilir. Bundan sonra, bu tezde ele alınan problem ile taşıyıcının kaotik bir işaret olmadığı durumu karıştırmamak için sırasıyla kaotik ve klasik terimleri kullanılacaktır. SISO klasik haberleşme sistemleri için birçok gözü kapalı kanal denkleştirme algoritması geliştirilmiştir. Ters filtreleme ölçütü (IFC) tabanlı algoritma, süper-üstel algoritma (SEA) ve sabit genlik algoritması (CMA) ve trellis tabanlı yöntemler en popüler gözü kapalı kanal denkleştirme algoritmalarıdır [14]. Sonlu dürtü yanıtı (FIR) MIMO kanalların gözü kapalı denkleştirilmesi problemi kablosuz haberleşme ve gezici haberleşmede oldukça sık rastlanan bir problemdir. MIMO durumunda klasik haberleşme sistemleri için gözü kapalı kanal denkleştirme algoritmaları, yüksek dereceli istatistiklere (HOS) ve giriş işaretlerin bazı özelliklerinden yararlanılarak geliştirilen ikinci dereceden istatistiklere (SOS) dayalı algoritmalarıdır [15].

Klasik haberleşme sistemleri için geliştirilen SISO ve MIMO kanal denkleştirme algoritmaları, iletilen stokastik işaretin istatistiksel özellikleri dikkate alınarak geliştirilmiştir. Kaotik işaretler, deterministik işaretler olduğundan istatistik-temelli algoritmalar kaotik haberleşme sistemlerinde iyi performans sağlamazlar. Bu nedenle, kaotik haberleşme sistemleri için kaotik işaretlerin kendilerine has özellikleri kullanılarak farklı kanal denkleştirme algoritmaları geliştirilmelidir.

Klasik haberleşme sistemleri için geliştirilen kanal denkleştirme yöntemleri ve gözü kapalı olmayan kaotik kanal denkleştirme yöntemleri tezin kapsamı dışındadır. Meraklı okuyucu referanslardan daha detaylı bilgi edinebilir.

Bu çalışmada kaotik haberleşme sistemleri için SISO ve MIMO gözü kapalı kanal denkleştirme problemleri ele alınmıştır. FIR bir filtre olarak modellenen bir haberleşme kanalı için en küçük doğrusal olmayan öngörü hatasına (MNPE) dayalı iki SISO ve bir MIMO gözü kapalı kanal denkleştirme algoritması geliştirilmiştir. SISO algoritmalarının ilkinde denkleştirici sonsuz dürtü yanıtı (IIR) bir filtre olarak, ikincisinde ise FIR uyarlamalı bir filtre olarak tasarlanmıştır. Uyarlamalı özyinelemeli algoritma en iyi denkleştirme sonuçlarını vermesine rağmen önemli iki sınırlamaya sahiptir. Yinelemeli olmayan uyarlamalı algoritma performansın bir miktar düşmesi karşılığında bu iki sınırlamayı kaldırmaktadır. Algoritmaların performansları detaylı simülasyonlar yapılarak tespit edilmiştir. Bildiğimiz kadarıyla literatürde MIMO kaotik gözü kapalı kanal denkleştirme durumu için geliştirilen bir yöntem mevcut değildir. Çalışmada MIMO kaotik gözü kapalı kanal denkleştirme problemi için bir algoritma geliştirilmiştir. Algoritma, klasik haberleşme sistemleri için geliştirilen kavramlara benzer bir şekilde, SISO kaotik haberleşme sistemleri için kullanılan maliyet fonksiyonlarının MIMO durumuna uyarlanmasıyla tasarlanmıştır. Algoritma geliştirilmeden önce, MIMO bir kanal için mükemmel denkleştirmeyi gerçekleştirebilecek bir denkleştiricinin varlığı ve tekliği için gerek ve yeter koşullar tespit edilmiştir. Kanalin bilindiği varsayılarak optimum sabit filtre tasarlanmıştır. Literatürde MIMO kaotik haberleşme sistemleri için geliştirilen bir algoritma olmadığından algoritmanın performansı optimum sabit filtrenin performansı ile kıyaslanmıştır. Çalışma özetle aşağıdaki bölümlerden oluşmuştur.

Bölüm 2, literatür taramasına ayrılmıştır. Dinamik sistemlere ait temel kavramlardan bahsedilmiş, dinamik sistemlerin özel bir hali olan kaotik dinamik sistemler için tanımlar yapılmıştır. Ayrıca, kaotik işaretleri haberleşme uygulamalarında cazip hale getiren özellikler ve bu özellikler kullanılarak tasarlanan kaos-tabanlı en yaygın sayısal haberleşme sistemleri açıklanmıştır. Son olarak, haberleşme sistemlerinde önemli bir problem olan kanal denkleştirme problemi SISO ve MIMO durumları için tanıtılmıştır.

Bölüm 3’de kaotik haberleşme sistemlerinde SISO FIR kanalların gözü kapalı kestirimi ve denkleştirilmesi için uyarlamalı özyinelemeli (AR) bir algoritma sunulmuştur. Uyarlamalı AR algoritma, kaotik işaretlerin kısa süreli öngörülebilirliklerinden yararlanılarak hesaplanan MNPE kullanılarak çıkartılmıştır. Algoritma yineleme içinde yineleme gerektirdiğinden hesap yükünü azaltmak için bir basitleştirme yapılmıştır. Ayrıca, bu basitleştirmenin yapılabilmesi için gereken koşullar incelenmiştir. Basitleştirilmiş algoritmanın özel bazı durumlarda mevcut yöntemlerden daha iyi sonuçlar verdiği simülasyonlar aracılığı ile gösterilmiştir. Basitleştirilmiş yinelemeli algoritma mevcut kaotik gözü kapalı kanal denkleştirme algoritmalarına kıyasla daha iyi sonuçlar vermesine rağmen çok önemli bir sınırlamaya sahiptir. Uyarlamalı algoritmanın yakınsaklığı sadece kesin pozitif gerçel (SPR) kanallar için geçerlidir (SPR kanal tanımı Bölüm 3’de yapılmıştır) .

Bölüm 4’de kanalın SPR olup olmamasından bağımsız olarak çalışan ve bir yineleme içinde yineleme gerektirmeyen kaotik gözü kapalı bir kanal denkleştirme algoritması sunulmuştur. Denkleştirici FIR uyarlamalı bir filtre olarak modellenmiştir. Kanalın bilindiği varsayılarak istatistiksel olarak optimum sabit bir filtre tasarlanmıştır. Yöntemin, SPR olmayan kanallar için Bölüm 3’de geliştirilen algoritmadan daha iyi ve istatistiksel optimum filtreye oldukça yakın sonuçlar verdiği simülasyonlar vasıtasıyla gösterilmiştir.

Bölüm 5’de, klasik haberleşme sistemleri için geliştirilen kavramlara benzer bir şekilde, SISO kaotik haberleşme sistemleri durumunda Bölüm 3 ve Bölüm 4’de kullanılan maliyet fonksiyonu MIMO durumuna uyarlanarak elde edilen gözü kapalı bir kanal denkleştirme algoritması sunulmuştur. Literatürde MIMO kaotik gözü kapalı kanal denkleştirme durumu için geliştirilen bir yöntem olmadığından algoritmanın performansı ölçmek amacıyla optimum sabit filtre tasarlanmıştır. Simülasyonlarda, geliştirilen yöntemin optimum çözüme ne kadar yakın sonuçlar verdiği araştırılmıştır.

Bölüm 6’da çalışmadan elde edilen ana gözlemler özetlenmiştir. Ayrıca, tezin kapsamı dışında olması nedeniyle ele alınmamış ve ileriki çalışmalarda üzerinde durulabilecek hususlar incelenmiştir.

BÖLÜM 2. KAOS TEORİSİ, KAOS TEORİSİNİN HABERLEŞME UYGULAMALARI VE KAOTİK HABERLEŞME SİSTEMLERİNDE GÖZÜ KAPALI KANAL DENKLEŞTİRME

2.1. Giriş

Kaos teorisi, matematikten biyolojiye kadar birçok bilim dalını kapsayan geniş bir alanda çeşitli uygulamalara sahiptir. Kaotik davranışın, oldukça karmaşık olmasına rağmen basit dinamik bir sistemle bile temsil edilebilmesi kaos teorisinin ortaya çıkmasına neden olmuştur. Kaotik işaretler geniş bantlı, birbirlerine dik ve başlangıç koşulları bilinmeksizin öngörülebilmeleri mümkün olmayan işaretlerdir. Bu özellikler kaotik işaretleri özellikle yayılı-spektrum haberleşmesi, çok kullanıcı haberleşme ve şifreleme uygulamalarında dikkat çekici hale getirmiştir. Bu bölümde, tezin sonraki bölümlerine bir altyapı oluşturmak amacıyla kaos teorisinden, kaos teorisinin haberleşme uygulamalarından ve kaotik haberleşme sistemlerinde gözü kapalı kanal denkleştirme probleminden bahsedilecektir.

Bölüm aşağıdaki şekilde düzenlenmiştir. Kısım 2.2'de dinamik sistemlere ait temel kavramlar verilmiş ve kaotik dinamik sistemin tanımı yapılmıştır. Kaotik sistemlerin özellikleri ve kaos-tabanlı haberleşme sistemleri Kısım 2.3'de açıklanmıştır. Son olarak Kısım 2.4'de kanal denkleştirme problemi ele alınmış, özellikle tezin asıl konusu olan kaotik haberleşme sistemlerinde gözü kapalı kanal denkleştirme tartışılmıştır.

2.2. Dinamik Sistemler

2.2.1. Temel kavramlar

Dinamik sistemler, fiziksel olayları modelleyebilmek amacıyla kullanılan matematiksel araçlardır. Dinamik bir sistem, zamanla öngörülebilir bir şekilde değişen bir değişkenler kümesi ile tanımlanır. Değişkenlerin sayısına sistemin *derecesi* denir. Değişkenlerin anlık tanımlamaları ise *durum* olarak adlandırılır. Mümkün tüm durumlardan oluşan kümeye sistemin *faz uzayı* denir. Bir sistemin değişimi, bir durum dizisine veya faz uzayında sürekli bir yörüngeye karşılık gelir. Birinci dereceden bir sistem için faz uzayı örnekleri, gerçel sayılar kümesi \mathbb{R} ya da \mathbb{R} 'nin bir alt kümesi, ikinci dereceden bir sistem için ise \mathbb{R}^2 düzlemi ve karmaşık sayılar düzlemi olabilir.

Dinamik sistemler, sürekli-zaman ve ayrık-zaman sistemler olmak üzere ikiye ayrılabilir. Sürekli-zaman dinamik sistemler

$$\frac{\partial \mathbf{x}(t)}{\partial t} = f(\mathbf{x}(t)) \quad (2.1)$$

şeklinde basit diferansiyel eşitlikler ile gösterilir. Denklem (2.1)'de $\mathbf{x}(t)$, t anındaki durum vektörüdür ve $f(\cdot)$ fonksiyonu sistem dinamiği olarak adlandırılır. Sistem dinamiği zamandan bağımsız olan sistemlere *otonom* sistem denir. Benzer şekilde, ayrık-zaman dinamik sistemler

$$x[n] = f(x[n-1]) \quad (2.2)$$

şeklinde fark denklemleri ile ifade edilir. $x[0]$ başlangıç koşulu sistemin *yörüngesi* olarak adlandırılır. $f^{(n)}$, f fonksiyonunun ard arda n -kez uygulanmasını göstermek üzere, Eşitlik (2.2)

$$x[n] = f^n(x[0]), n \geq 0 \quad (2.3)$$

şeklinde yeniden düzenlenebilir. Dinamik bir sistemin durum uzayı davranışı, durum uzayında *çeker* olarak adlandırılan bir yapı vasıtasıyla tanımlanır. Çeker, denge durumunda tek bir nokta olabileceği gibi, durumların periyodik olarak tekrarlandığı gösteren kapalı bir yol şeklinde de olabilir (periyodik çeker).

Bu tezde, dinamik sistemin otonom ve deterministik olduğu varsayılmıştır. Aşağıda dinamik sistemlerin özel bir hali olan kaotik sistemler ele alınmıştır.

2.2.2. Kaotik dinamik sistemler

Kaotik davranış gösteren dinamik sistemler için birçok tanımlama yapılmıştır. Burada, bu tanımlamalardan en yaygın olanı kullanılacaktır [16].

Tanım 2.1: $I [0,1]$ birim aralığı olmak üzere, $f : I \rightarrow I$ şeklinde tanımlanan dinamik bir sistem f aşağıdaki koşulları sağlıyorsa kaotiktir denir.

1. f başlangıç koşullarına bağımlıdır.
2. f topolojik olarak geçişlidir
3. f in periyodik noktaları I da yoğundur. ◇

Başlangıç koşullarına bağımlılık, topolojik geçişlilik ve yoğun periyodik noktalar tanımları aşağıda yapılmıştır.

Tanım 2.2: δ keyfi pozitif bir gerçel sayı olmak üzere, herhangi bir $x \in I$ ve x 'in herhangi bir komşuluğu N için $\left| f^{(n)}(x) - f^{(n)}(y) \right| > \delta$ eşitsizliğini sağlayan bir $n \geq 0$ tamsayısı ve $y \in N$ varsa, $f : I \rightarrow I$ fonksiyonu (haritası) başlangıç koşullarına bağımlıdır denir. ◇

Başlangıç koşullarına bağımlılık özelliği nedeniyle, durum uzayında bir haritanın farklı başlangıç koşulları altında çizdiği yörüngeler birbirinden tamamen farklıdır. Diğer bir deyişle başlangıç koşulu çok az bir miktar değiştirilse bile yörünge tamamen değişir. Ortalama değişim hızı Lyapunov üssü vasıtasıyla ifade edilir [17].

Tanım 2.3: I da herhangi iki açık alt küme U ve V için $f^{(n)}(U) \cap V \neq \emptyset$ olacak şekilde pozitif bir n tamsayısı varsa $f : I \rightarrow I$ haritası, $I=f(I)$ değişmez kümesi üzerinde topolojik olarak geçişlidir. \diamond

Topolojik olarak geçişli bir harita, yineleme altında keyfi bir komşuluktan diğerine hareket eden noktalara sahiptir. Yani, çekerin küçük bir bölümü yinelemeyle çekerin tamamını kapsayacak şekilde yayılır. Bu özelliğe *karıştırma* özelliği de denilmektedir.

Tanım 2.4: Herhangi bir $x \in I$ ve x 'in komşuluğu N için $f^{(n)}(y) = y$ olacak şekilde $y \in N$, $n \geq 0$ mevcutsa, $f : I \rightarrow I$ haritasının periyodik noktaları yoğundur. \diamond

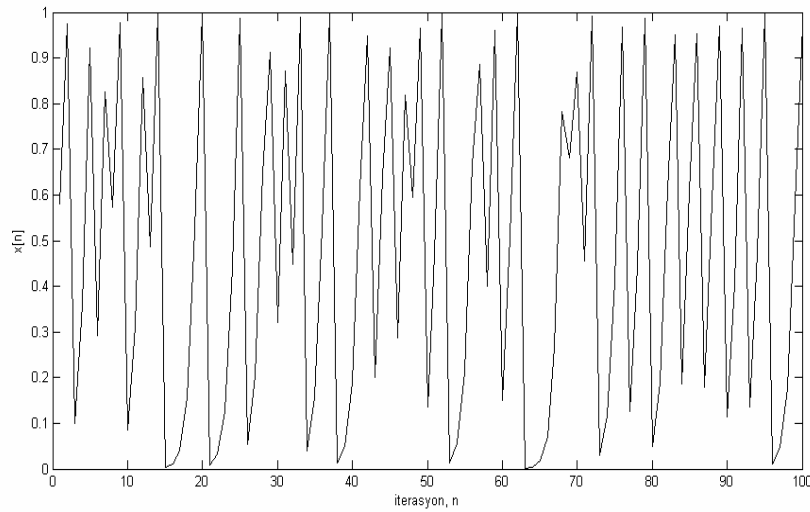
Kısaca, kaos sınırlı kararsızlıktır. Diğer bir ifadeyle, kaos yerel olarak kararsızlık gösterebilirken global olarak sınırlı kalabilmektedir. Bu davranışa iki mekanizma katkı sağlamaktadır: kararsızlık anlamına gelen germe ve sınırlılık sağlayan katlama. Kaotik bir işaretin genliği özel bir yapı ya da periyodiklik göstermez. Kaotik sistemlerin durum uzayında yörüngeleri hiçbir zaman tekrarlanmaz ve durum uzayının “ilginç çekeri” denen bir parçasını kapsar. Kaotik sistemlerin çekerleri öz-benzerlik gösteren fraktal olarak temsil edilir [17].

2.2.3. Örnek kaotik sistemler

Bu kısımda yaygın olarak kullanılan kaotik sistemlerden bazıları tanımlanacaktır. Kaotik davranış gösteren en basit sistem, “testere dişi harita” olarak isimlendirilen ve

$$x[n] = f_s(x[n-1]) = 2x[n-1] \bmod 1 = \begin{cases} 2x[n-1], & x[n-1] < 0.5 \\ 2x[n-1] - 1, & x[n-1] \geq 0.5 \end{cases} \quad (2.4)$$

eşitliğiyle verilen fark denkleminde tanımlanır [2]. Tek-boyutlu diğer bir kaotik sistem



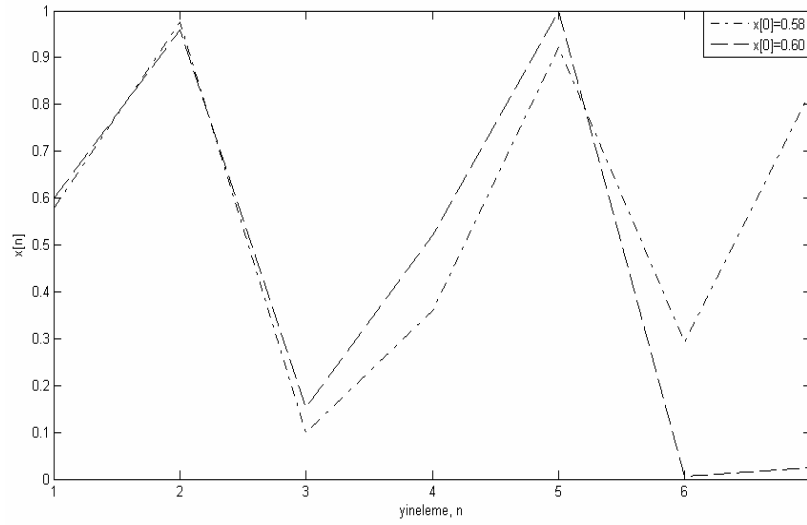
Şekil 2.1. Lojistik kaotik haritalamadan $x[0]=0.58$ ve $\lambda=4$ seçilerek üretilen işaret

$$x[n] = f_t(x[n-1]) = 2x[n-1] \bmod 1 = \begin{cases} 2x[n-1], & x[n-1] < 0.5 \\ 2(1-x[n-1]), & x[n-1] \geq 0.5 \end{cases} \quad (2.5)$$

fark denkleminin verilen ve “çadır harita” olarak bilinen haritalamayla tanımlanır. Kaotik sistem için verilebilecek diğer bir örnek de lojistik haritalamadır. Lojistik haritalama aşağıdaki eşitlikle tanımlanır

$$x[n] = f_l(x[n-1]) = \lambda x[n-1](1-x[n-1]) \quad (2.6)$$

Denklem (2.6)’da λ dallanma parametresidir ve üretilen işaretin kaotik davranış göstermesi için [3, 4] kapalı aralığında olmalıdır. Verilen haritaların tümü $I=[0, 1]$ birim aralık üzerinde tanımlıdır. Tez boyunca denkleştirme algoritmalarının performansının değerlendirmek için yapılan simülasyonlarda farklı parametrelere ve başlangıç koşullarına sahip lojistik haritalar kullanılacaktır. Şekil 2.1’de $x[0]=0.58$ başlangıç koşulu ve $\lambda=4$ kullanılarak üretilen kaotik bir işaret gösterilmiştir. Şekil 2.2’de lojistik haritanın başlangıç koşullarına bağımlılığını göstermek için birbirine oldukça yakın başlangıç koşulları ile üretilen kaotik iki dizi gösterilmiştir. İkinci dereceden dinamik bir sisteme örnek olarak, faz uzayı birim kareye eşit olan ve



Şekil 2. 2. Lojistik haritalamadan farklı başlangıç koşulları ile üretilmiş kaotik iki dizi

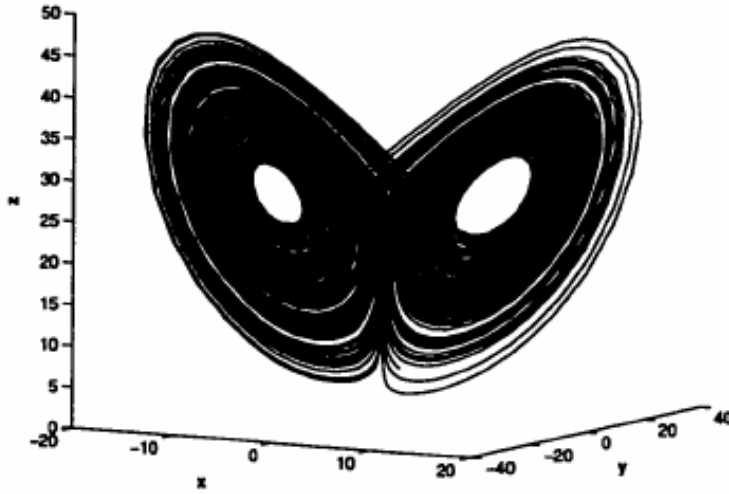
$$x[n] = f_b(x[n-1]) = \begin{bmatrix} f_1(x[n-1]) \\ f_2(x[n-1]) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

ile ifade edilen Baker dönüşümü verilebilir. Denklem (2.7)'de $f_1(x[n-1])$ ve $f_2(x[n-1])$ terimleri aşağıda tanımlanmıştır.

$$f_1(x[n-1]) = \begin{cases} 2x_1[n-1], & x_1[n-1] < 0.5 \\ (2x_1[n-1] - 1), & x_1[n-1] \geq 0.5 \end{cases} \quad (2.8)$$

$$f_2(x[n-1]) = \begin{cases} x_2[n-1]/2, & x_2[n-1] < 0.5 \\ (x_2[n-1] + 1)/2, & x_2[n-1] \geq 0.5 \end{cases} \quad (2.9)$$

Yukarıda verilen haritalamaların hepsi ayrık-zaman sistemler için geçerlidir. Sürekli-zaman kaotik sistemlere güzel bir örnek $\sigma = 10, B = 8/3$ ve $R=28$ olmak üzere



Şekil 2. 3. Lorenz çekeri [Copyright Clearance Center'in izni ile [2]'den uyarlanmıştır]

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial x(t)}{\partial t} &= -\sigma x(t) + \sigma y(t) \\
 \frac{\partial y(t)}{\partial t} &= Rx(t) - y(t) - x(t)z(t) \\
 \frac{\partial z(t)}{\partial t} &= -Bz(t) + x(t)y(t)
 \end{aligned}
 \tag{2.10}$$

diferansiyel denklemiyle tanımlanan Lorenz sistemidir. Örnek olması açısından Lorenz sisteminin çekeri Şekil 2. 3'de gösterilmiştir.

2.3. Haberleşmede Kaos

2.3.1. Kaotik sistemlerin özellikleri

Kaotik işaretlerin bazı özellikleri, haberleşme sistemlerinde bilgi iletmek amacıyla kullanılan bir taşıyıcının sahip olması gereken özelliklere eşittir. Bu özellikler aşağıda kısaca açıklanmıştır.

Devre uygulamaları: Kaotik dalga şekilleri üreten devreler, doğal, doğrusal olmayan konumlarında çalıştırılabilirler ve çoğunlukla mikroelektronik seviyede gerçekleştirilirler. Ayrıca, sistemin mevcut durumunda küçük bir değişiklik yaparak

gelecekteki durumunda önemli değişimler sağlamak için, küçük düzensizlikler kullanarak bilgiyi kaotik bir dalga şeklinde kodlamak mümkündür [18].

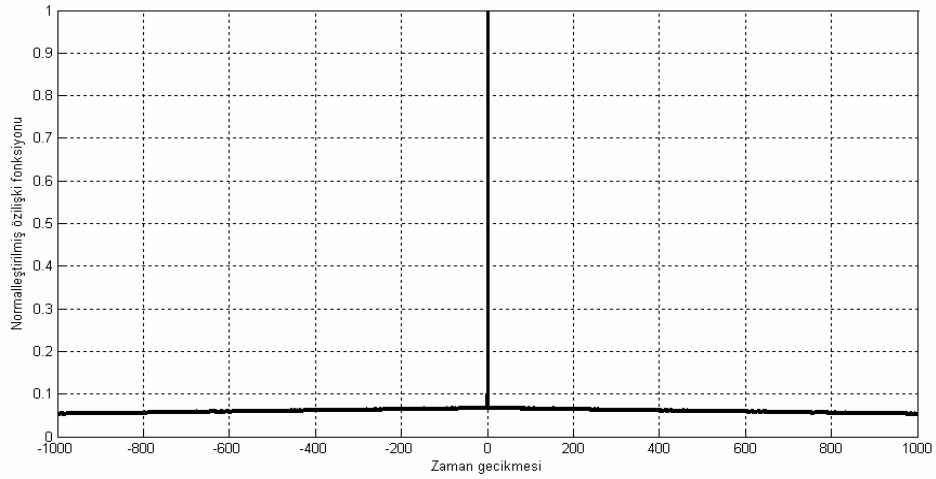
Gürültü-benzeri görünüm: Kaotik bir sistemin çıkışı periyodik olmadığından, kaotik işaretlerin zaman-uzayı gösterimleri belirli bir örüntüye sahip değildir. Kaotik işaretler genellikle gürültü şeklinde tanımlanırlar. Bu özellik kaotik işaretlerin algılanmasını zorlaştırır ve şifreleme uygulamalarında tercih edilmelerini sağlar.

Geniş-bant spektrum: Kaotik bir işaretin öz ilişki fonksiyonu dürtü-benzeri bir yapıya sahiptir. Böyle bir öz ilişki fonksiyonuna ilişkin spektrum geniş bantlıdır. Ayrıca, farklı başlangıç koşulları ile üretilen kaotik işaretlerin çapraz ilişki fonksiyonları başlangıç koşullarına bağımlılık nedeni ile oldukça küçük değerlere sahiptir. Bu özellikler, kaotik dizileri yayılı-spektrum haberleşmesi için cazip hale getirmektedir. $x[0]=0.1$ başlangıç koşuluyla lojistik harita kullanılarak üretilen kaotik bir işaretin öz ilişki ve $x[0]=0.1$, $y[0]=0.8$ başlangıç koşullarıyla lojistik harita kullanılarak üretilen kaotik iki işaretin çapraz ilişki fonksiyonları Şekil 2.4 (a) ve (b)'de, $x[0]=0.1$ başlangıç koşuluyla lojistik harita kullanılarak üretilen kaotik bir işaretin güç spektrumu Şekil 2.5'de gösterilmiştir.

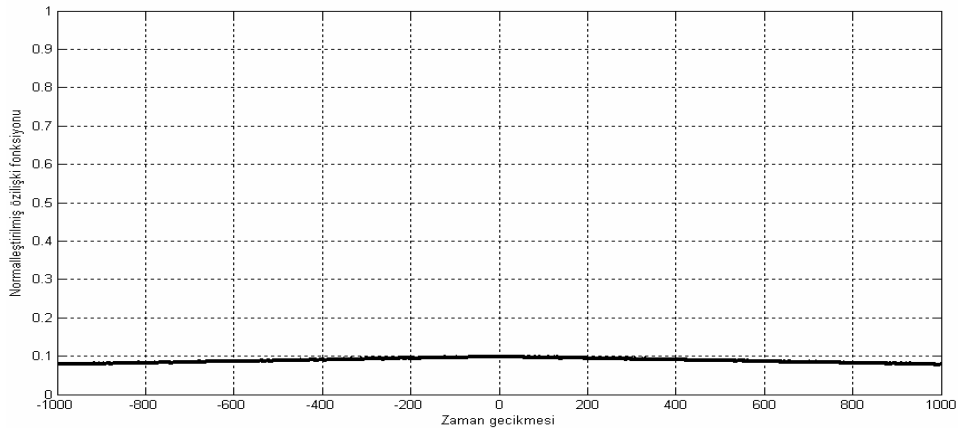
Öz-eşzamanlama: Bazı kaotik sistemlerin öz-eşzamanlama özelliğine sahip oldukları gösterilmiştir. Kaotik sistemlerin öz eşzamanlama özelliğinin bulunmasının ardından kaos-tabanlı birçok haberleşme tekniği geliştirilmiştir. Bu tekniklerden ilki, bir sonraki kısımda açıklanacak kaotik maskeleyedir. Şekil 2.6'da iletilen kaotik bir işaretle alıcı arasındaki eş zamanlama gösterilmiştir [19,20]. Aşağıda kaotik sistemlerin bahsedilen özellikleri kullanılarak tasarlanan bazı haberleşme sistemleri açıklanacaktır.

2.3.2. Kaos-tabanlı haberleşme sistemleri

Son on yılda kaos-tabanlı birçok modülasyon ve demodülasyon yöntemi geliştirilmiştir. Klasik haberleşme sistemleri gibi, kaotik haberleşme sistemleri de analog ve sayısal olmak üzere ikiye ayrılabilir. Kaos- tabanlı analog haberleşme

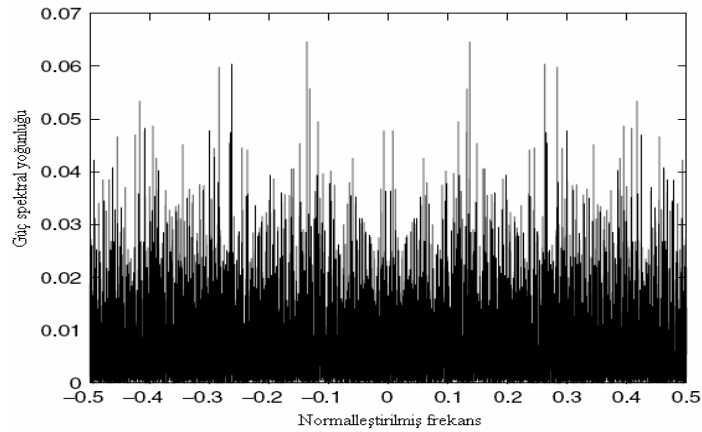


(a)

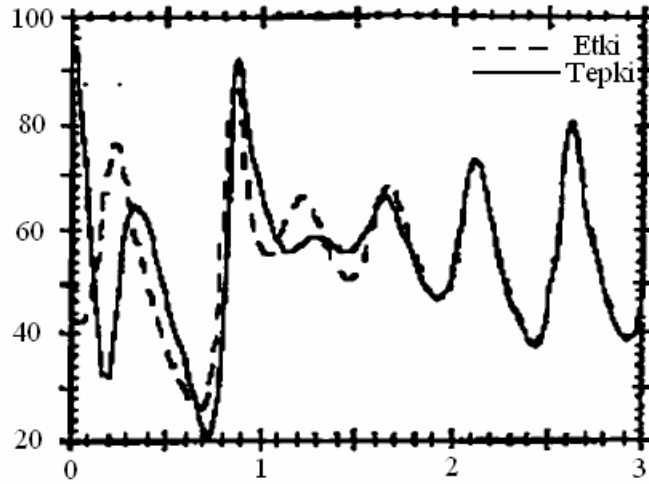


(b)

Şekil 2. 4. (a) $x[0]=0.1$ başlangıç koşuluyla lojistik harita kullanılarak üretilen kaotik bir işaretin öz ilişki fonksiyonu, (b) $x[0]=0.1, y[0]=0.8$ başlangıç koşullarıyla lojistik harita kullanılarak üretilen kaotik iki işaretin çapraz ilişki fonksiyonu



Şekil 2. 5. $x[0]=0.1$ başlangıç koşuluyla lojistik harita kullanılarak üretilen kaotik bir işaretin güç spektrumu

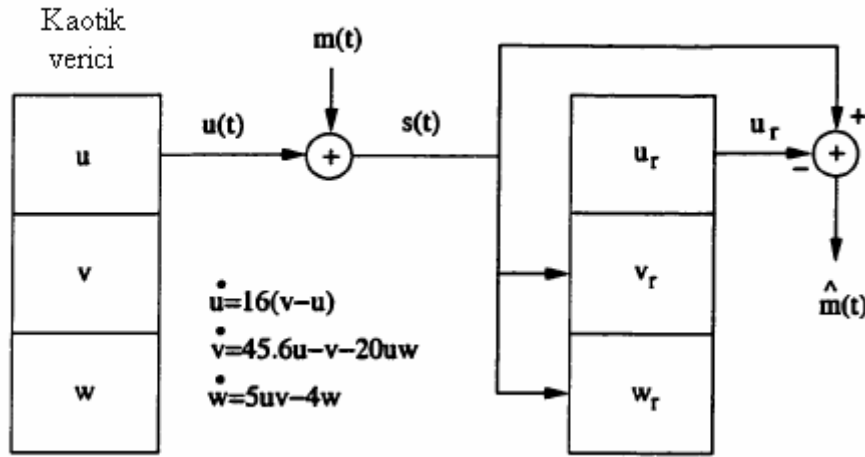


Şekil 2. 6 Lorenz sisteminin öz-eşzamanlama özelliği [Copyright Clearance Center'in izni ile [2]'den uyarlanmıştır]

sistemleri için kaotik maskeleye ve kaotik modülasyon olmak üzere önemli iki teknik sunulmuştur.

Kaotik sistemlerin öz eşzamanlama özelliklerinin bulunmasının ardından geliştirilen ilk kaos-tabanlı haberleşme yöntemi kaotik maskeleyedir. Kaotik maskeleye sisteminin blok diyagramı Şekil 2. 7'de gösterilmiştir. Kaotik maskeleyede iletilecek analog bilgi işareti $m(t)$, gürültü benzeri kaotik $u(t)$ işaretine eklenir. Alıcıda kaotik işaret, kaotik eşzamanlama özelliği kullanılarak tekrar üretilir. Daha sonra, tekrar üretilen kaotik işaret $u(r)$, gelen işaretten çıkartılarak analog bilgi işareti geri elde edilir. İşaretin doğru bir şekilde demodülasyonu dayanıklı eş zamanlama yöntemlerinin varlığına bağlıdır [21].

Kaotik modülasyon, bilgi sembollerini kaotik bir dalga şeklinde kodlama işlemidir. Kaotik modülatörün girişi bilgi sembolleri, çıkışı ise kaotik bir sistem vasıtasıyla üretilen analog bir işarettir. Kaotik modülasyonda, iletilen bilgi kaotik üreticinin seçilen bir parametresini değiştirmek amacıyla kullanılır. Alıcının görevi, gelen işarete göre aynı parametre değerini elde etmektir. Kaotik modülasyon için geliştirilen birçok algoritma vardır [22, 23, 24, 25]. Kaotik işareten bilgi sembollerini elde etme işlemi olarak tanımlanan kaotik demodülasyon, kanal bozunumlarının olmadığı sistemler için basit bir eşik işlemidir. Ancak pratikte kaotik demodülasyonun güvenilir bir şekilde gerçekleştirilmesi için demodülasyondan önce

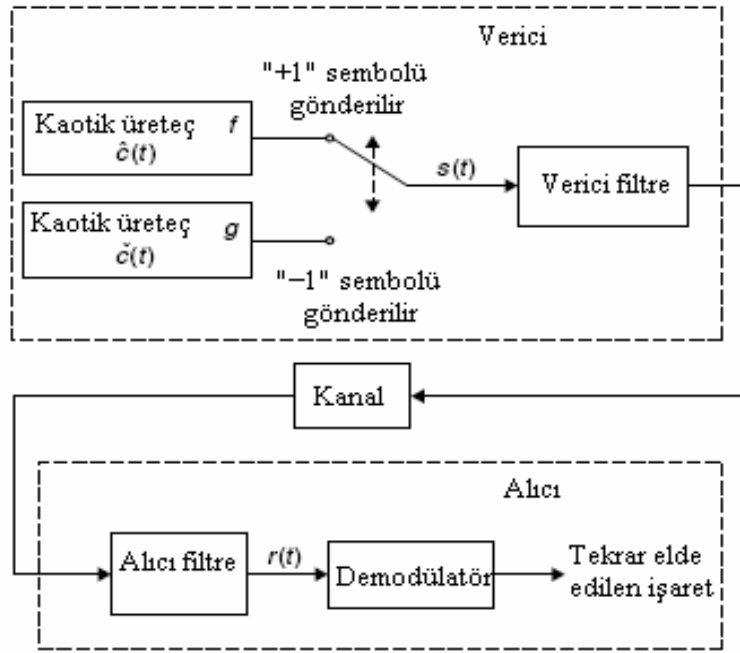


Şekil 2. 7. Kaotik maskeleye sistemi [Copyright Clearance Center'in izni ile [2]'den uyarlanmıştır]

kanal bozunumları düzeltilmelidir. Demodülasyon işleminde eş zamanlamaya gerek duyulmaz. Ters çevirme yaklaşımı [26, 27], uyarlamalı filtrelerin kullanıldığı demodülasyon yaklaşımı [28], ve merkezci tabanlı sinir ağları kullanılarak yapılan doğrusal olmayan demodülasyon yaklaşımı [29] olmak üzere önemli üç demodülasyon tekniği geliştirilmiştir.

Bahsedilen kaos-tabanlı analog haberleşme sistemleri gürültüsüz ortamlarda iyi performans göstermelerine rağmen, pratik uygulamalar için yeterli gürültü bağışıklığına sahip değildirler. Ancak, kaos-tabanlı sayısal haberleşme sistemleri gürültüye karşı oldukça dayanıklıdır.

Klasik sayısal haberleşme sistemlerinde iletilecek her bir sembol band genişliği sınırlı periyodik bir işaret ile gösterilir. Kaos-tabanlı sayısal haberleşme sistemlerinde ise, her bir sembol periyodik olmayan kaotik bir işaretin bir bölümü ile gösterilir. Bu yüzden, bir sembol tekrar tekrar gönderilse bile aynı sembolü gösteren kaotik işaret hiçbir zaman aynı değildir. Genel olarak, kaos-tabanlı sayısal haberleşme sistemleri, demodülasyon işlemi için alıcıda taşıyıcının kestirilmesini gerektiren ve gerektirmeyen sistemler olarak sınıflandırılır. Alıcıda kaotik bir taşıyıcının kestirilmesi amacıyla geliştirilmiş iyi sonuçlar veren yöntemler henüz yoktur. Ancak performans karşılaştırması için taşıyıcının kestirilmesini gerektiren

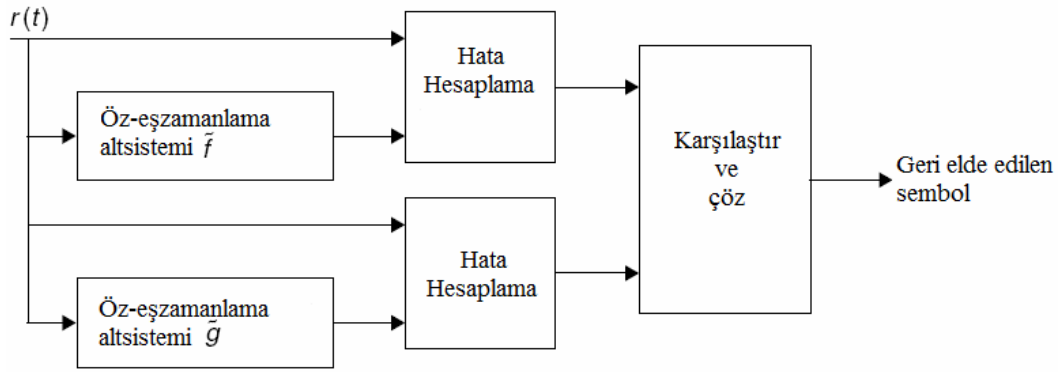


Şekil 2. 8. CSK sayısal haberleşme sistemi [Copyright Clearance Center'in izni ile [2]'den uyarlanmıştır]

sistemleri incelemek oldukça önemlidir. Taşıyıcının kestirilmesini gerektirmeyen sistemler ise daha pratiktir. Aşağıda kaos-tabanlı sayısal haberleşme sistemlerinden bazıları anlatılacaktır.

2.3.2.1. Kaos kaymalı anahtarlama (CSK)

CSK, ilk olarak Parlitz [15] ve Dedieu [16] tarafından sunulmuştur. Şekil 2. 8'de tipik bir CSK sayısal haberleşme sisteminin blok diyagramı gösterilmektedir. Sistemin çalışma prensibi şu şekilde açıklanabilir: T_b bit süresini gösterebilir. Verici sırasıyla $\hat{c}(t)$ ve $\tilde{c}(t)$ işaretleri üreten f ve g şeklinde kaotik iki işaret üretici ve verici filtreden oluşur. l bit süresi boyunca yani $[(l-1)T_b, lT_b]$ aralığında "+1" sembolü gönderilmişse $\hat{c}(t)$, "-1" sembolü gönderilmişse $\tilde{c}(t)$ iletir. CSK sistemi için farklı prensiplere dayalı çeşitli demodülasyon teknikleri sunulmuştur.



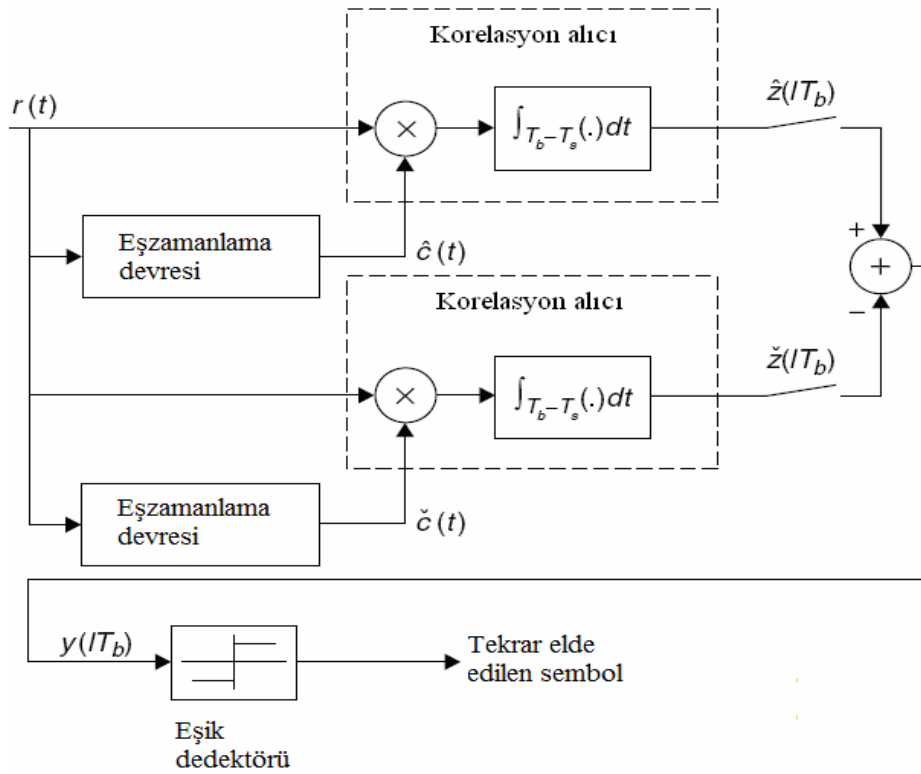
Şekil 2. 9. Eşzamanlama hatasına dayalı taşıyıcı gerektiren demodülasyon [Copyright Clearance Center'in izni ile [2]'den uyarlanmıştır]

Eşzamanlama hatasına dayalı taşıyıcı gerektiren demodülasyon

CSK sistemlerinde alınan işaretin demodülasyonu, kaotik sistemlerin öz-eşzamanlama özelliğine dayalıdır [30, 31]. Bu şekilde tasarlanan bir demodülatör yapısı Şekil 2.9'da gösterilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi alınan işaret, f ve g 'ye uyumlu iki öz-eşzamanlama alt sistemi \tilde{f} ve \tilde{g} 'ya uygulanmıştır. Verici ve alıcı filtrelerin kayıpsız ve kanalın gürültüsüz olduğu varsayılırsa gelen işaret, $\hat{c}(t)$ işareti iletildiğinde \tilde{f} 'ya, $\tilde{c}(t)$ iletildiğinde ise \tilde{g} 'ya eşzamanlanır. O halde, gelen işaretle eş-zamanlama sisteminin çıkışı arasındaki fark (hata) değerlendirilerek iletilen sembol kestirilebilir.

Korelasyona dayalı taşıyıcı gerektiren demodülasyon

Korelasyon iki işaret arasındaki benzerliği ölçmek için kullanılır. CSK sistemi için kaotik taşıyıcılar $\hat{c}(t)$ ve $\tilde{c}(t)$ demodülatörde mükemmel bir şekilde geri elde edilebilirse, iletilen işaret ve tekrar üretilen kaotik taşıyıcılar arasındaki ilişki ölçülüp Şekil 2.10'da gösterildiği gibi karar aygıtından geçirilerek iletilen sembol belirlenebilir. Şekildeki iki eşzamanlama devresi gelen bozulmuş işaret $r(t)$ 'den $\hat{c}(t)$ ve $\tilde{c}(t)$ kaotik işaretlerini geri elde etme işlemini gerçekleştirirler. Eşzamanlama bloklarının gelen işarete kenetlenmesi için gereken sürenin T_s ($T_s < T_b$) olduğu kabul edilir. Bit süresinin kalan kısmında ($T_s - T_b$) tekrar üretilen kaotik işaret ile

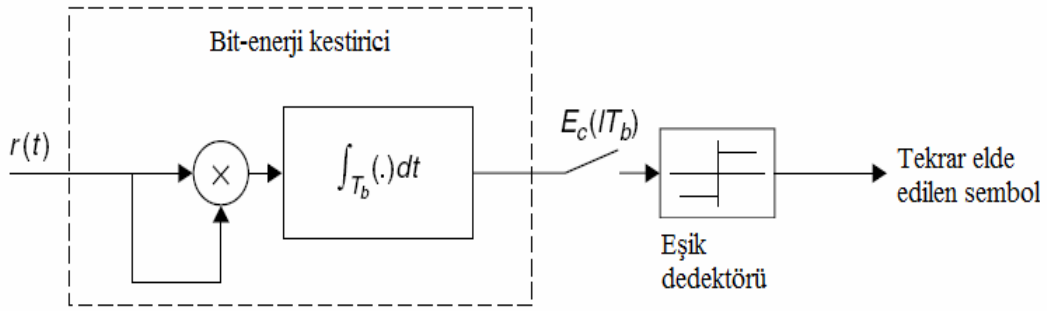


Şekil 2. 10. Korelasyona dayalı taşıyıcı gerektiren demodülasyon [Copyright Clearance Center'in izni ile [2]'den uyarlanmıştır]

alınan işaretin korelasyonu bir çarpıcı ve integral alıcı kullanılarak hesaplanır. Daha sonra korelasyon alıcıların çıkışları örneklenir ve karşılaştırılır. Eşik dedektörünün $y(IT_b)$ ile gösterilen girişi pozitifse iletilen l . sembolün "+1", aksi takdirde "-1" olduğuna karar verilir.

Bit-enerji kestirimine dayalı taşıyıcı gerektirmeyen demodülasyon

Taşıyıcı gerektirmeyen CSK demodülasyonunda, kaotik taşıyıcılar alıcıda kestirilmez. Hangi sembolün iletiildiği, iletilen işaretlerin ayırt edilebilir bazı özelliklerine göre yapılır. Bu özelliklerden biri her bir sembolün farklı bit enerjisine sahip olmasıdır. Farklı bit enerjisi özelliği kullanılarak $[(l-1)T_b, lT_b]$ aralığı süresince "+1" sembolü gönderilmişse \hat{E}_c ortalama bit enerjisine sahip kaotik $\hat{c}(t)$ işareti, "-1" sembolü gönderilmişse \check{E}_c ortalama bit enerjisine sahip kaotik $\check{c}(t)$ işareti iletilir. Ortalama bit enerjisi farklı kaotik işaretler üretmek için ayrı iki kaotik üreteç kullanılabilir ya da bir üreteç çıkışına farklı kazançlı iki kuvvetlendirici



Şekil 2. 11. Bit-enerji kestirimine dayalı taşıyıcı gerektirmeyen demodülasyon [Copyright Clearance Center'in izni ile [2]'den uyarlanmıştır]

bağlanabilir. Alıcıda, Şekil 2.11'de gösterildiği gibi kare ve integral alma işlemleri vasıtasıyla bit enerjisi kestirilebilir.

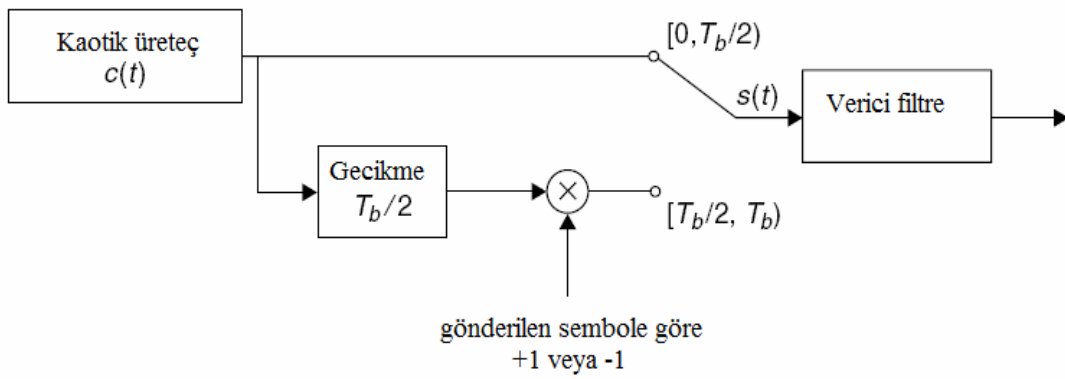
2.3.2.2. Farksal kaos kaymalı anahtarlama (DCSK)

Taşıyıcı gerektirmeyen algılama için ilk tasarlanan modülasyon DCSK'dır. Demodülatör için eşik değeri sıfırdır. Şekil 2. 12'de bir DCSK modülatör bloğu gösterilmiştir. Bu modülasyon yönteminde iletilen her sembol arda arda gelen kaotik iki işaret parçası ile gösterilir. İlk parça, referans işaret olarak verilirken ikinci parça bilgi-taşıyan işarettir. "+1" sembolü iletilmişse bilgiyi taşıyan işaret referans işarete eşittir. "-1" iletilmişse referans işaretin negatifi bilgi taşıyan işaret olarak kullanılır. Genellikle, sembol periyodunun ilk yarısında referans işaret, ikinci yarısında bilgi taşıyan işaret iletilir. O halde, her bir sembol periyodu için, "+1" iletilirse verici filtre girişindeki işaret

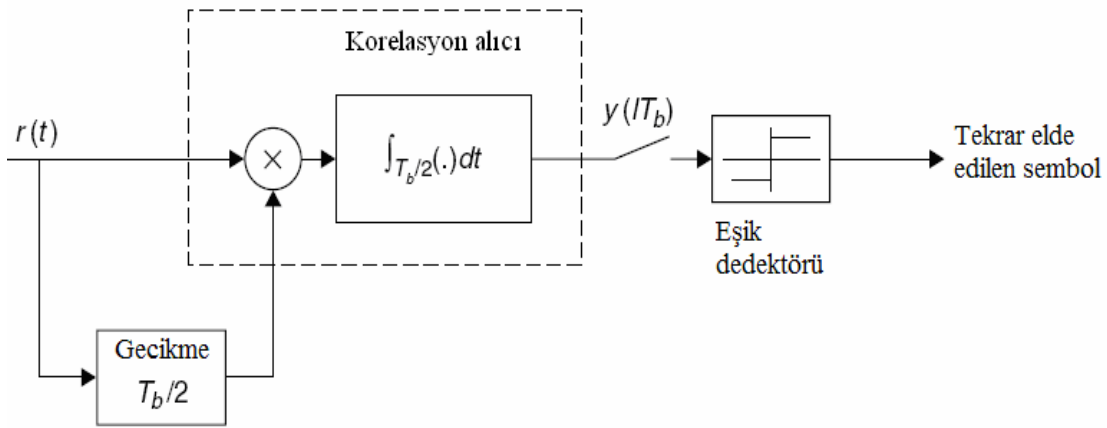
$$s(t) = \begin{cases} c(t) & , 0 \leq t \leq T_b / 2 \\ c(t - T_b / 2), & T_b / 2 \leq t \leq T_b \end{cases} \quad (2.11)$$

"-1" iletilirse

$$s(t) = \begin{cases} c(t) & , 0 \leq t \leq T_b / 2 \\ -c(t - T_b / 2), & T_b / 2 \leq t \leq T_b \end{cases} \quad (2.12)$$



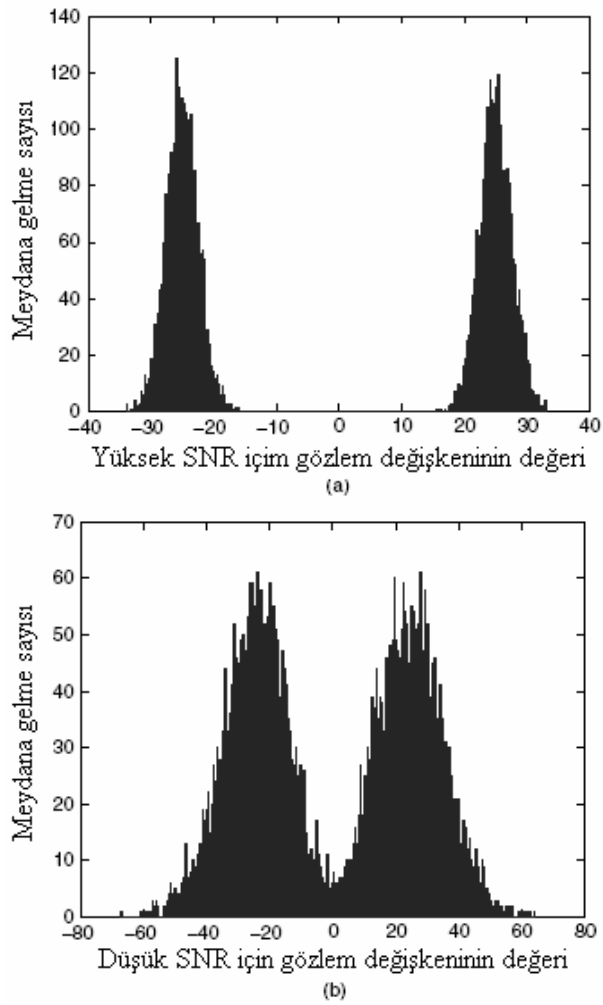
Şekil 2.12. DCSK modülatörü [Copyright Clearance Center'in izni ile [2]'den uyarlanmıştır]



Şekil 2.13. DCSK demodülatörü [Copyright Clearance Center'in izni ile [2]'den uyarlanmıştır]

olur. Alıcıda, referans işaret ile bilgi taşıyan işaretin ilişkisi değerlendirilebilir. Bunun yerine Şekil 2.13'de gösterildiği gibi gelen işaretle yarım periyot geciktirilmişinin ilişkisi de kullanılabilir. Şekil 2.14.(a)'da yüksek SNR'a sahip bir ortamda korelasyon alıcı çıkışının istatistiksel dağılımı gösterilmektedir. İki sembole karşılık gelen iki kümenin merkezinin sıfırdan eşit uzaklıkta konumlandığı görülmektedir. O halde, eşik seviyesinin sıfır seçerek iki sembolü ayırtmak mümkündür. Eğer kanal gürültülü ise Şekil 2.14.(b)'deki histogramın şeklini gürültü belirler. Şekilden de görüldüğü gibi gürültü varken kümeler yayılır ve birbiriyle örtüşür. Böyle bir durumda hata kaçınılmazdır ancak optimum eşik hala sıfırdır.

DCSK'nın en büyük eksikliği, sembol süresinin yarısı bilgi taşımayan referans işareti iletmek için harcadığından veri hızının (kapasitesinin) düşük olmasıdır. Veri hızını artırmanın bir yolu, iki seviyeli yerine çok seviyeli modülasyon ve demodülasyon



Şekil 2.14. DCSK sistemi için gözlem değişkeni $y(IT_b)$ 'nin a) Yüksek SNR , b)Düşük SNR durumunda histogramı [Copyright Clearance Center'in izni ile [2]'den uyarlanmıştır]

yöntemleri kullanmaktır [32]. Ancak bu durumda sistem daha karmaşıklaşır ve bit hata performansı düşer.

2.3.2.3. Diğer modülasyon yöntemleri

Önceki kısımda en yaygın kaos-tabanlı sayısal modülasyon yöntemleri olan CSK ve DCSK açıklanmıştı. CSK'nın arkasındaki fikir, sayısal sembolleri analog dalga şekline dönüştürürken farklı semboller için farklı kaotik işaretler kullanmaktır. Demodülasyon taşıyıcı kestirilerek veya kestirilmeden yapılabilir. DCSK'da taşıyıcı gerektirmeyen demodülasyon için referans kaotik işaret ile bilgi taşıyan işaretin ilişkisinden faydalanılır. CSK ve DCSK yöntemlerinin geliştirilmesinden sonra, bu

yöntemlerin COOK, frekans modülasyonlu DCSK (FM-DCSK), korelasyon gecikmeli kaymalı anahtarlama (CDSK), dördül CSK (QCSK) gibi bazı çeşitleri geliştirilmiştir.

COOK, bit-enerji kestirimine dayalı taşıyıcı gerektirmeyen CSK'nın özel bir halidir. Bu yöntemde, sadece bir kaotik işarete gerek duyulur. "+1" sembolü bu işaretin iletilmesi ile "-1" sembolü sıfır iletim ile gösterilir. Modülasyon işlemi kaotik üreticinin açılıp kapanması şeklinde düşünülebilir. Demodülasyon, basit bir bit-enerji kestirici kullanılarak taşıyıcı gerektirmeyen yapıdaki gibi gerçekleştirilebilir.

Kaotik işaretlerin özelliklerinden dolayı, sembollerin analog dalga şekline dönüştürülmesinde kullanılan kaotik işaretlerin enerjileri zamanla değişir. Bu nedenle, demodülatördeki korelasyon alıcının çıkışı gürültüsüz ortamlarda bile değişkendir. Sabit güce sahip geniş bantlı kaotik işaretler üretmek için FM-DCSK yöntemi geliştirilmiştir. Bu yöntemde kaotik bir FM işaret üretici kullanılır. Bunun dışında yöntem temel olarak DCSK yöntemine benzerdir. Demodülatör yapısı ise DCSK demodülatörü ile aynıdır.

CDSK, DCSK'nın bir türevi olarak kabul edilebilir. Bu yöntemde iletilen işaret, kaotik üreticiden üretilen kaotik işaretin geciktirilmişinin bilgi işareti ile çarpımı ve kaotik işaretin toplamına eşittir. CDSK yöntemi DCSK'dan farklı olarak, referans işaretle bilgi-taşıyan işaret arasında anahtarlama işlemi gerektirmediğinden vericinin sürekli çalışır durumda olmasını sağlar. Ayrıca, gecikme miktarının sembol periyodunun yarısı kadar olmasına gerek yoktur. CDSK demodülatör yapısı DCSK demodülatör yapısı ile benzerdir. QCSK yönteminde iletilen her bir sembol iki bitlik bilgi içerir. Bu yöntem dört-seviyeli DCSK olarak düşünülebilir ve DCSK yöntemine kıyasla iki kat spektral verimlilik sağlar [33]. Ancak sistem daha karmaşıktır.

2. 4. Kanal Denkleştirme

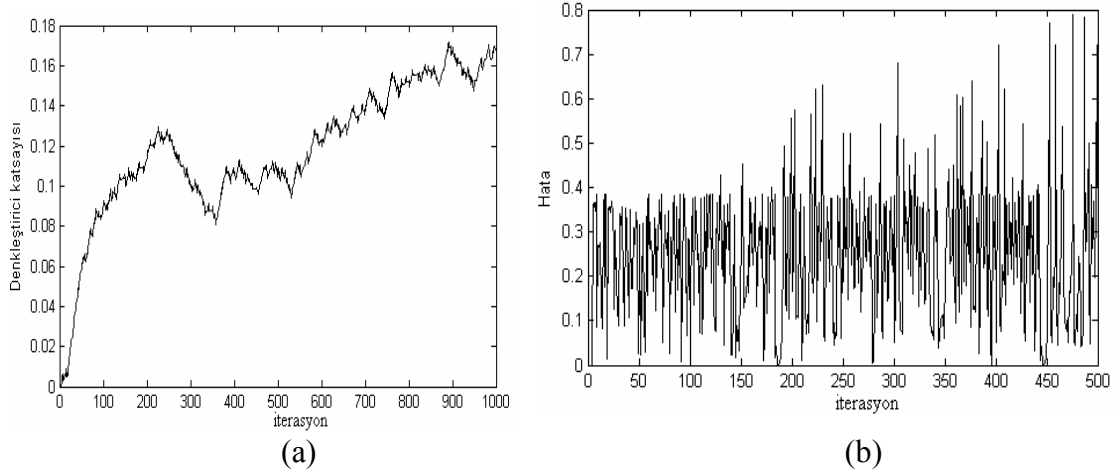
Genel olarak bir haberleşme sisteminde vericiden gönderilen işaret, analog bir haberleşme kanalından iletilir. Kanalın genlik cevabı sabit, faz cevabı frekansın doğrusal bir fonksiyonu ise kanal idealdir. Eğer kanalın genlik cevabı sabit değilse

kanal iletilen işaretin genliğini bozar, kanalın faz cevabı frekansın doğrusal olmayan bir fonksiyonu ise kanal iletilen sembolleri zaman ekseninde yayar. Bu durumda ard arda gelen semboller örtüşür ve alıcıda alınan işaretten gönderilen işareti elde etmek oldukça zorlaşır. Kanalın neden olduğu bu bozunum semboller arası girişim (ISI) olarak adlandırılır [34, 35].

Alınan işaret, semboller arası girişim ve kanal gürültüsünün yanı sıra diğer kullanıcıların neden olduğu girişimler gibi bazı toplanır girişimler tarafından da bozulabilir. Bu gürültü bileşenlerinin genellikle giriş işareti ile ilişkisiz olduğu varsayılır ve giriş işaretinin bant sınırlı spektrumuna göre dar bantlı ya da geniş bantlı, bant-ıçısı ya da bant-dışı olabilir. O halde, iletilen sembollerin alınan bozulmuş işaretten doğru bir şekilde tekrar elde edilebilmesi için kanal denkleştirme yapılmalıdır.

Kanal denkleştirme problemi, kanal parametrelerinin bilinip bilinmemesine göre gözü kapalı olmayan ve gözü kapalı kanal denkleştirme olmak üzere ikiye ayrılabilir. Gözü kapalı olmayan kanal denkleştirmede denkleştiricinin tasarlanması için eğitimli bir dizi kullanılır. Eğitimli dizinin gönderilmesi süresince kanaldan herhangi bir bilgi işareti iletilmez. Dolayısıyla, bant genişliğinin verimli bir şekilde kullanılması eğitimli dizinin gönderilmesi için ayrılan sürenin kısa olmasına bağlıdır. Denkleştirici katsayıları eğitimli dizi kullanmadan elde edilebilirse kanalın bilgi taşıma kapasitesi artmış olur. Ayrıca denkleştirici tasarımı için eğitimli bir dizi her zaman mevcut olmayabilir. Gözü kapalı kanal denkleştirmede sadece alınan işaret bilgisi kullanılarak denkleştirici tasarlanır.

Kanal denkleştirme problemi, haberleşme sisteminin giriş ve çıkışındaki işaret sayısına göre ise SISO ve MIMO kanal denkleştirme şeklinde sınıflandırılabilir. MIMO haberleşme sistemlerinde, ISI'nın yanı sıra çok-kullanıcı girişimi (MUI) de alıcının performansını düşüren bir etkidir. O halde MIMO kanal denkleştirmenin amacı alıcının performansını artırmak, güvenilir ve hızlı bir haberleşme sağlayabilmek için hem ISI hem de MUI'yı yok etmek olmalıdır.



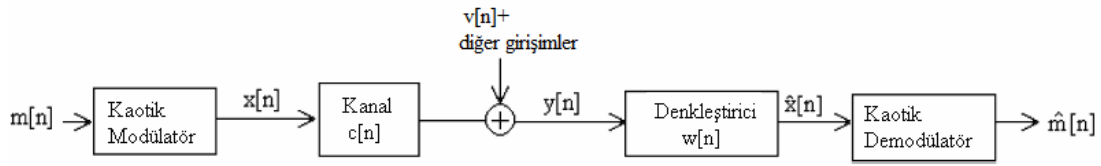
Şekil 2.15. CMA algoritmasının kaos durumunda performansı: a. denkleştirici katsayısının iterasyon sayısına göre değişimi, b. iterasyon sayısına göre anlık hata

Kanal denkleştirme problemi klasik haberleşme sistemlerinde olduğu gibi, kaotik haberleşme sistemlerinde de önemli bir problemdir. Kaotik bir işaret deterministik bir dizi olduğundan klasik haberleşme sistemleri için geliştirilen algoritmalar kaotik haberleşme sistemlerinde iyi performans sağlamayabilirler. Şekil 2.15’de klasik SISO bir haberleşme sisteminde gözü kapalı kanal denkleştirme için geliştirilen en yaygın algoritmalarından biri olan CMA’nın kaos durumundaki performansını göstermek için 10000 iterasyon sonunda denkleştirici katsayısı ve iterasyon sayısına göre giriş işareti ve kestirilen işaret arasındaki fark (anlık hata) değerleri verilmektedir. Şekilden görüldüğü gibi denkleştirici katsayıları yakınsamamakta ve iterasyon sayısı arttıkça hata değeri azalması gerekirken artmaktadır.

Bu tezde, kaotik haberleşme sistemlerinde SISO ve MIMO gözü kapalı kanal denkleştirme problemini çözmek amacıyla özgün yöntemler geliştirilmiştir.

2.4.1. SISO kaotik gözü kapalı kanal denkleştirme

Şekil 2.16’da, SISO kaotik bir sayısal haberleşme sistemi gösterilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi, $m[n]$ bilgi işareti kaotik bir modülasyona tabi tutulduktan sonra $c[n]$ dürtü yanıtı FIR bir kanaldan iletilmektedir. İşaret alıcıya ulaşmadan önce toplanır gürültü ve diğer girişimlere maruz kalmaktadır. Kanal denkleştirici tasarlamada amaç kanalın neden olduğu ISI’yı yok etmek, toplanır gürültü ve diğer girişimleri



Şekil 2.16. SISO kaotik haberleşme sistemi

bastırarak iletilen kaotik işaret $x[n]$ 'i doğru bir şekilde geri elde etmektir. Bir haberleşme kanalının doğrusal, zamanla değişmeyen (LTI) FIR bir filtre olarak modellenebileceği gösterilmiştir [36]. Alınan işaretin semboller arası girişim ve toplanır beyaz gürültüye maruz kaldığı varsayılırsa, alınan işaret $y[n]$ aşağıdaki şekilde yazılabilir

$$y[n] = x[n] * c[n] + v[n] = \sum_{k=0}^{L-1} c[k]x[n-k] + v[n] \quad (2.13)$$

Denklem (2.13)'de $*$ doğrusal konvolüsyon işlemini göstermektedir, $c[k]$ kanal katsayılarını, $v[n]$ sıfır ortalamalı σ_v^2 varyanslı toplanır beyaz Gauss gürültüsünü (AWGN) ve L ise kanalın uzunluğunu belirtmektedir. Denklem (2.13)

$$y[n] = c[0]x[n] + \sum_{k=1}^{L-1} c[k]x[n-k] + v[n] \quad (2.14)$$

şeklinde yeniden düzenlenebilir. Alınan işaret gönderilen işarete eşit ise, gürültü ihmal edildiğinde n anında eşitliğin sol tarafı $x[n]$ 'ye eşit olmalıdır. Bu ancak $c[0]=1$, $c[k]=0$, $k=1, \dots, L-1$ ise mümkündür. Kanal katsayıları sıfır değilse (pratikte karşılaşılan durum budur) n anında alınan işaret $y[n]$, $x[n]$ 'ye eşit olmayacaktır.

Denklem (2.14)'deki $c[0]$ katsayısı keyfi değer alabilen bir ölçekleme faktörü olarak kabul edilir ve değeri genellikle birdir. O halde, Denklem (2.14)

$$y[n] = x[n] + \sum_{k=1}^{L-1} c[k]x[n-k] + v[n] \quad (2.15)$$

şeklinde yeniden düzenlenebilir. Denklem (2.14)'de, $x[n]$, n anında istenilen kaotik giriş işaretidir.

$$\sum_{k=1}^{L-1} c[k]x[n-k]$$

terimi ise semboller arası girişimi temsil etmektedir. Görüldüğü gibi, bir haberleşme sisteminde kanaldan herhangi bir işaret iletildiğinde işaret ISI'ya maruz kalmaktadır. IFC-temelli gözü kapalı kanal denkleştirmenin amacı Şekil 2.16'da gösterildiği gibi alınan işaret $y[n]$ 'yi, $w[n]$ dürtü yanıtı doğrusal bir denkleştiriciden geçirerek iletilen işaret $x[n]$ 'in bir kestirimini elde etmektir.

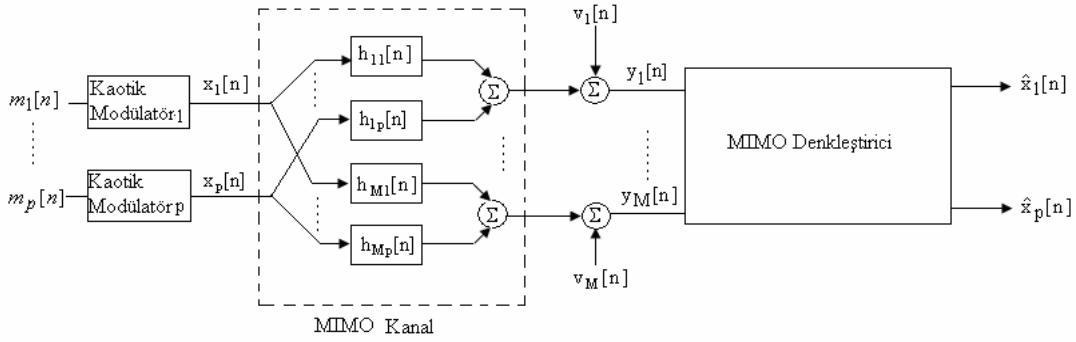
α genlik belirsizliği olarak adlandırılan gerçel bir sabit ve τ gecikme belirsizliği olarak adlandırılan bir tamsayı olmak üzere, mükemmel denkleştirmenin gerçekleşmesi için $\hat{x}[n] = \alpha x[n - \tau]$ olmalıdır. Diğer bir ifadeyle, gözlem gürültüsü yokken $g[n] = c[n] * w[n]$ şeklinde ifade edilen sistemin tamamının dürtü yanıtı katsayı vektörü sıfırdan farklı sadece bir terim içermelidir. Bu koşulu sağlayacak denkleştiricinin katsayılarını bulmak bir optimizasyon problemi olarak düşünülebilir ve çeşitli teknikler kullanılarak çözülebilir [35].

Literatürde, SISO klasik haberleşme sistemleri için geliştirilen birçok gözü kapalı kanal denkleştirme algoritması mevcuttur. IFC tabanlı algoritma, SEA, CMA ve trellis tabanlı yöntemler en popüler gözü kapalı kanal denkleştirme algoritmalarıdır [37- 47].

Klasik haberleşme sistemleri için geliştirilen algoritmaların tamamında iletilen işaretin istatistiksel özelliklerinden yararlanılmıştır. Kaotik haberleşme sistemlerinde iletilen işaret deterministik bir işaretir. Bu nedenle klasik haberleşme sistemleri için geliştirilen yöntemler kaotik haberleşme sistemlerinde kullanılamaz.

Son yıllarda, iletilen kaotik işaretin farklı özelliklerine dayalı çeşitli gözü kapalı kanal denkleştirme teknikleri geliştirilmiştir. [48]'de kaotik bir işaretin sonlu boyutlu olma özelliğini kullanarak geliştirilen ve faz uzayı hacmi (PSV) olarak adlandırılan

bir karmaşıklık ölçütü tanımlanmıştır. Çalışmada, kanal parametrelerinin PSV en küçük yapılarak elde edilebileceği gösterilmiştir. En küçük faz uzayı hacmi (MPSV) tekniği yüksek kestirim doğruluğu sağlamaktadır ancak PSV'nin hesaplanması için harcanan süre oldukça yüksektir. Daha sonra, kaotik bir işaretin kısa süreli öngörülebilirliği kullanılarak MNPE olarak adlandırılan bir yöntem sunulmuştur [49]. MNPE yöntemi AR filtreler olarak modellenebilen kanallar için iyi sonuçlar vermektedir. Ancak kestirim doğruluğu, FIR bir kanalın yaklaşık olarak sonlu dereceli AR bir kanal olarak kabul edilmesinden dolayı, FIR filtreler olarak modellenen kanallar için azalmaktadır. Ayrıca, MNPE yöntemi ölçüm gürültüsüne karşı oldukça hassastır. Bu nedenle düşük işaret-gürültü oranlarında (SNR) kestirim hatası yükselmektedir. [36]'da MPSV ve MNPE yöntemlerine kıyasla hesap yükü düşük fakat kestirim doğruluğu iyi olmayan genişletilmiş Kalman filtresine (EKF) dayalı uyarlamalı bir denkleştirme algoritması önerilmiştir. Algoritma geliştirilirken kanalı AR olduğu varsayılmıştır ve gözü kapalı kanal denkleştirme, doğrusal olmayan parametre kestirimi ve durum kestirimi problemlerinin birleşiminden oluşan bir problem olarak modellenmiştir. [50]'de merkezci taban fonksiyonlu (RBF) yapay sinir ağlarına dayalı bir gözü kapalı kanal denkleştirme algoritması geliştirilmiştir. Çalışmada, sistem çıkışının kısa süreli öngörülebilirliğinden yararlanılarak, ters filtre çıkışını kestirmek için RBF sinir ağı kullanılmıştır. Yöntem, düşük SNR değerlerinde de iyi sonuçlar vermektedir ve gerçek-zaman sistemlere rahatlıkla uygulanabilmektedir. Ancak diğer yöntemlere kıyasla hesapsal karmaşıklığı yüksektir. Optimum doğrusal olmayan filtreleme eşitliklerinden çıkartılan ve hesap yükünü arttırmaksızın EKF'yi iyileştiren, Gauss filtresine dayalı bir yöntem [51]'de sunulmuştur. Parçacık filtrelemeye dayalı bir gözü kapalı kanal denkleştirme algoritması [52]'de geliştirilmiştir. Sunulan parçacık filtreleme, özellikle düşük SNR'da EKF'ye kıyasla denkleştirme performansını arttırmıştır. Gözü kapalı olmayan kaotik kanal denkleştirme konusunda da çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışmalarda kaotik giriş işaretinin ve kanal parametrelerinin bilindiği varsayılmıştır [53–55].



Şekil 2. 17. MIMO kaotik haberleşme sistemi

2.4.2. MIMO kaotik gözü kapalı kanal denkleştirme

Şekil 2.17’de MIMO kaotik bir haberleşme sistemini gösterilmektedir. $i=1,2,\dots,M$ ve $j=1,2,\dots,p$ olmak üzere, p adet kaotik giriş dizisi $x_1[n],\dots,x_p[n]$, her biri L uzunluklu $h_{ij}[n]$ dürtü yanıtı FIR kanallar üzerinden iletilmekte ve alıcıya ulaşmadan önce Toplanır Beyaz Gauss Gürültüsü (AWGN) tarafından bozulmaktadır.

SISO durumunda olduğu gibi, alınan işareti kanal katsayıları ve giriş işareti cinsinden ifade edebilmek için n anında j . giriş işareti vektörü $\mathbf{x}_j[n]$, kanal dürtü yanıtı katsayı vektörü \mathbf{h}_{ij} aşağıdaki şekilde tanımlansın.

$$\mathbf{x}_j[n] := [x_j[0] \ x_j[1] \ \dots \ x_j[n-L+1]]^T, \quad j=1,2,\dots,p. \quad (2.16)$$

$$\mathbf{h}_{ij} := [h_{ij}[0] \ h_{ij}[1] \ \dots \ h_{ij}[L-1]]^T, \quad i=1,2,\dots,M. \quad (2.17)$$

$w_i[n]$ n anında i . AWGN bileşeni olmak üzere alınan işaret

$$y_i[n] = \sum_{j=1}^p \mathbf{h}_{ij}^T \mathbf{x}_j[n] + w_i[n], \quad i=1,2,\dots,M \quad (2.18)$$

denklemlerle ifade edilebilir. MIMO durumunda ISI’ya ek olarak gelen MUI’yi kavramak amacıyla Denklem (2.18)’de $p=2$ ve $i=1$ varsayalım. Gürültü ihmal edildiğinde, Denklem (2.18)

$$y_1[n] = \sum_{j=1}^2 \mathbf{h}_{1j}^T \mathbf{x}_j[n] = \mathbf{h}_{11}^T \mathbf{x}_1[n] + \mathbf{h}_{12}^T \mathbf{x}_2[n] \quad (2.19)$$

şeklinde yazılabilir. Eşitlikler (2.16) ve (2.17) kullanılarak, Denklem (2.19)

$$y_1[n] = \sum_{k=0}^{L-1} h_{11}[k]x_1[n-k] + \sum_{k=0}^{L-1} h_{12}[k]x_2[n-k] \quad (2.20)$$

olarak ifade edilebilir. SISO durumunda yapıldığı gibi, $h_{11}[0] = 1$ kabul edilerek, Denklem (2.20)

$$y_1[n] = x_1[n] + \sum_{k=1}^{L-1} h_{11}[k]x_1[n-k] + \sum_{k=0}^{L-1} h_{12}[k]x_2[n-k] \quad (2.21)$$

şeklinde yeniden düzenlenebilir. Alınan işaret gönderilen işarete eşit ise, n anında eşitliğin sağ tarafı $x_1[n]$ 'ye eşit olmalıdır. Ancak denklemden de görüldüğü gibi eşit değildir. Denklem (2.21)'deki birinci terim $x_1[n]$, istenilen giriş işaretidir.

$$\sum_{k=1}^{L-1} h_{11}[k]x_1[n-k] \quad (2.22)$$

terimi, önceki kısımda açıklandığı gibi, kanal katsayılarının sıfır olmamasından kaynaklanan ISI terimidir.

$$\sum_{k=0}^{L-1} h_{12}[k]x_2[n-k] \quad (2.23)$$

terimi ise, diğer giriş işaretinden kaynaklanan çok-kullanıcı girişimi (MUI) olarak adlandırmaktadır. Daha genel bir ifadeyle, MIMO durumunda n anında i . alınan işaret, p adet giriş işaretinin doğrusal bir birleşiminden oluşmaktadır. i . giriş işareti dışındaki giriş işaretlerinden gelen bu ilave terim MUI terimidir. O halde, MIMO

gözü kapalı kanal denkleştirme durumunda amaç ISI ve MUI'yı yok edip toplam gürültüyü bastırarak istenilen herhangi bir giriş işaretini tekrar geri elde edebilmektir.

FIR MIMO kanalların gözü kapalı denkleştirilmesi problemi kablosuz ve mobil haberleşmede oldukça sık rastlanan bir problemdir. MIMO durumu için, HOS'ye ve giriş işaretlerin bazı özelliklerinden yararlanılarak geliştirilen SOS'ye dayalı birçok gözü kapalı kanal denkleştirme algoritması mevcuttur. HOS-tabanlı algoritmaların MIMO gözü kapalı kanal denkleştirme tekniklerinde başarı bir şekilde uygulanmasının yanı sıra, giriş işareti için yapılan bazı kabuller altında SOS-tabanlı algoritmaların da iyi sonuçlar verdiği bilinmektedir. [56]'da MIMO sayısal haberleşme sistemlerinin denkleştirilmesi ve matris dürtü yanıtı fonksiyonlarının kestirimi problemi ele alınmıştır. MIMO dürtü yanıtı kestirimi ve uzamsal-zamansal denkleştirme, Godard maliyet fonksiyonuna dayalı bir yöntem geliştirilerek gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, maliyet fonksiyonunun durağan nokta analizi yapılmış ve hangi koşullar altında istenilen minimuma yakınsadığı tespit edilmiştir. [57]'de MIMO sistemlerde kullanılan CMA algoritmasının (MIMO-CMA) yakınsaklık analizi yapılmış ve MIMO sistemler için yeni bir denkleştirme algoritması geliştirilmiştir. Sunulan algoritmanın, başlangıç koşullarından bağımsız olarak giriş işaretlerinin tamamını doğru bir şekilde kestirdiği gösterilmiştir. [58]'de sıfır zorlamalı (ZF) gözü kapalı kanal denkleştirici tasarlanmıştır. Amaç, kanalın derecesinden ve kestirim hatalarından bağımsız olarak çalışan bir algoritma geliştirmektir. Çalışmada, SOS-tabanlı yöntemlerin ZF ölçütüne dayalı olarak ara bir adım gerektirmeksizin SIMO ve MIMO kanalları kestirmek amacıyla kullanılabilceği gösterilmiştir. Son olarak [59]'da MIMO hafızasız kanallarda bağımsız ve eşit dağılımlı kaynakların eğitilmiş bir dizi kullanılmaksızın geri elde edilmesi için gerek ve yeter koşullar elde edilmiştir. Bu amaçla, çok-kullanıcı savrulmuşluk (MUK) algoritması olarak adlandırılan bir yöntem geliştirilmiştir. Yöntemin yerel minimumlara yakınsamadığı ve her sayıda giriş işareti için çalıştığı ispatlanmıştır.

Bildiğimiz kadarıyla, kaotik haberleşme sistemleri için MIMO kanal denkleştirme durumunda kanal parametrelerinin bilindiği varsayılarak geliştirilen sınırlı sayıda algoritma vardır [60, 61]. Kanal parametrelerinin bilinmemesi durumunda MIMO bir

kanalın denkleştirilmesi için geliştirilen bir gözü kapalı kanal denkleştirme algoritması mevcut değildir.

Klasik haberleşme sistemleri için geliştirilen kanal denkleştirme yöntemleri ve gözü kapalı olmayan kaotik kanal denkleştirme yöntemleri tezin kapsamı dışındadır. Meraklı okuyucu referanslardan daha detaylı bilgi edinebilir.

Tezin sonraki bölümlerinde kaotik haberleşme sistemleri için SISO ve MIMO gözü kapalı kanal denkleştirme problemleri detaylı bir şekilde açıklanacak ve çözümleri için yeni yöntemler geliştirilecektir.

BÖLÜM 3. KAOTİK HABERLEŞME SİSTEMLERİNDE SISO FIR KANALLARIN ÖZYİNELEMELİ UYARLAMALI FİLTRE KULLANILARAK KESTİRİMİ VE DENKLEŞTİRİLMESİ

3.1. Giriş

Bu bölümde kaotik haberleşme sistemlerinde SISO FIR kanalların gözü kapalı kestirim ve denkleştirilmesi için uyarlamalı bir algoritma sunulmuştur. Yöntem, ters filtreleme ölçütüne dayalıdır. FIR bir kanal, ters filtre olarak FIR ya da AR bir filtre kullanarak denkleştirilebilir. Denkleştirici olarak AR bir filtre kullanıldığında, optimum filtre uzunluğu kanalın uzunluğuna eşit olduğundan, optimum denkleştirici uzunluğunun kestirilmesine gerek yoktur. Ayrıca, denkleştirici olarak AR bir filtre kullanılırsa, FIR filtrenin sonlu uzunluklu olmasından kaynaklanan bir bozunum oluşmaz. Sonuç olarak, MNPE yönteminde karşılaşılan, FIR bir kanalın yaklaşık olarak sonlu uzunluklu AR bir filtre olarak modellenmesinden kaynaklanan kesme hatasının neden olduğu kestirim doğruluğu problemi ortadan kalkar. Bu nedenlerle, bu bölümde denkleştiricinin uyarlamalı AR bir filtre olmasına karar verilmiştir. AR yöntemi, PSV'ye kıyasla doğrusal olmayan kestirim hatasını hesaplamak daha kolay olduğundan, [36]'da sunulan doğrusal olmayan kestirim hatası fonksiyonu en küçük yapılarak elde edilmiştir. Algoritma, hesap yükünü oldukça arttıran yineleme içinde yineleme gerektirir. Johnson ve diğerlerinin [62, 63]'de açıklanan yöntemlerine benzer şekilde içteki yinelemeyi kaldıracak bir basitleştirme önerilmiştir. Yakınsama gerçekleştiğinde, AR filtre katsayıları FIR kanal katsayılarına yakın değerler verir ve AR filtre çıkışı iletilen kaotik işaretin bir kestirimidir. Simülasyon sonuçları yöntemin mevcut yöntemlere kıyasla daha iyi sonuçlar verdiğini göstermiştir.

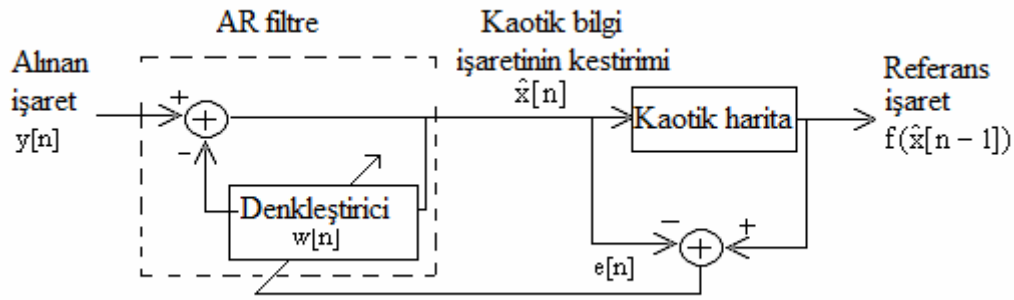
Bölüm aşağıdaki şekilde düzenlenmiştir. Geliştirilen uyarlamalı algoritma Kısım 3.2’de çıkartılmıştır. Yinelemeli algoritmanın basitleştirilebilmesi için yeter bir koşul Kısım 3.3’de tartışılmıştır. Kısım 3.4’de sunulan algoritmanın performansını değerlendirmek ve mevcut yöntemlerle kıyaslamak için yapılan simülasyonların sonuçları gösterilmiştir. Kısım 3.5’de çalışmanın en önemli gözlemleri özetlenmiş ve olası araştırma konuları listelenmiştir.

3.2. Önerilen yöntem

Klasik gözü kapalı kanal denkleştirme algoritmalarının çoğunda, iletilen stokastik işaretin istatistiksel özellikleri hakkındaki önsel bir bilgiden yararlanılır. Kaotik haberleşme durumunda, iletilen işaret kaotik bir dizi olup deterministik bir işaret olduğundan denkleştirme stratejisi istatistiksel özellikler yerine kaotik işaretlerin bilinen özelliklerinden faydalanılarak geliştirilmelidir.

Kısım 2.2’de kaotik bir bilgi işareti üretmek amacıyla kullanılacak çeşitli kaotik haritalar gösterilmişti. En yaygın kaotik haritalar, Eşitlikler (2.4)-(2.6) ile verilen testere dişi, çadır ve lojistik haritalardır. Harita denklemleri verilirken kaotik işaretin n anındaki değerinin, $n-1$ anındaki değerinden belirlendiği varsayılmıştır. Aslında kaotik işaretin herhangi bir andaki değeri, d “yerleştirme boyutu” olmak üzere, geçmişteki d adet değerine bağlıdır. Diğer bir deyişle haritalama fonksiyonu $x[n] = f(x[n-1], x[n-2], \dots, x[n-d])$ biçimindedir. Bu bölümde simülasyonlarda kullanılan kaotik işaretlerin $d=1$ yerleştirme boyutlu lojistik harita ile üretildiği varsayılmıştır.

Gözü kapalı kanal denkleştirme durumunda kanalın bilinmediği varsayıldığından, sabit doğrusal bir denkleştirici tasarlamak mümkün değildir. Bu nedenle, giriş işaretini doğru bir şekilde geri elde edebilmek amacıyla, uygun bir maliyet fonksiyonu kullanılarak uyarlamalı bir denkleştirici tasarlanmalıdır. Şekil 3.1’de, alınan işaretin iletilen kaotik işareti kestirmek amacıyla uyarlamalı AR bir filtreye uygulandığı yinelemeli bir gözü kapalı kanal denkleştirme yöntemi gösterilmiştir. Uyarlamalı algoritmaların tümünde filtre katsayılarını güncellemede kullanılan bir



Şekil 3.1. Önerilen AR gözü kapalı kanal denkleştirme yaklaşımı

hata işareti oluşturulur. Hata işareti, filtre çıkışı ile bir referans ya da istenilen işaret arasındaki farka eşittir. Referans işaretini elde etme yollarından biri eğitilmiş bir dizi kullanmaktır. Bant genişliği verimliliğini düşürdüğünden bu yol pratikte tercih edilmemelidir. Diğer bir yol ise referans işaretini uyarlamalı filtre çıkışından yapay olarak elde etmektir. Bu çalışmada ikinci yol tercih edilmiştir. Uyarlamalı denkleştirici çıkışı $\hat{x}[n]$, iletilen kaotik işaretin güvenilir bir kestirimi ise kaotik harita eşitliğini sağlamalıdır. Bu nedenle $f(\hat{x}[n-1])$ referans işaret olarak kullanılabilir. Sonuç olarak, $e[n] = \hat{x}[n] - f(\hat{x}[n-1])$ ile verilen hata işareti filtre katsayılarının güncellenmesinde kullanılacaktır.

Maliyet fonksiyonu oluşturulurken belirli bir zaman aralığındaki hataların karelerinin toplamı veya anlık hatanın karesi kullanılabilir. Birinci yaklaşım, yinelemeli en küçük kareler (RLS) algoritmasını verirken ikinci yaklaşım en küçük karesel ortalama (LMS) yöntemiyle sonuçlanır [64]. Hataların karelerinin toplamının maliyet fonksiyonu olarak kullanılması gerçekleştirme karmaşıklığını arttırdığından, anlık hatanın karesi tercih edilmiştir. O halde, n anında j . yinelemede maliyet fonksiyonu $J_j[n]$, uyarlamalı filtre çıkışı ile filtre çıkışının kaotik haritadan elde edilen kestirimi arasındaki farkın karesidir ve

$$J_j[n] = \frac{1}{2} (\hat{x}_j[n] - f(\hat{x}_j[n-1]))^2 \quad (3.1)$$

denklemleriyle verilir. Denklem (3.1)'de $f(\cdot)$ iletilen kaotik işareti üretmede kullanılan harita fonksiyonunu göstermektedir.

Filtre katsayılarını güncellemek için en dik (SD) iniş algoritması kullanılmıştır [64]. μ algoritmanın kararlılığını sağlayan küçük bir sabit olmak üzere, Denklem (3.1)'de verilen maliyet fonksiyonunu en küçük yapmak için kullanılan SD algoritmasının genel biçimi Denklem (3.2)'de verilmiştir:

$$w_{j+1}[k] = w_j[k] - \mu \frac{dJ_j[n]}{dw_j[k]} \quad (3.2)$$

O halde, Denklem (3.2)'den gerçekleştirilebilir bir algoritmanın çıkartılması için maliyet fonksiyonu $J_j[n]$ 'in uyarlamalı filtre katsayılarına göre türevi hesaplanmalıdır.

Türevin zincir kuralı kullanılarak Denklem (3.2)

$$w_{j+1}[k] = w_j[k] - \mu \frac{dJ_j[n]}{d\hat{x}_j[n]} \frac{d\hat{x}_j[n]}{dw_j[k]}, k=1,2,\dots,N. \quad (3.3)$$

şeklinde yeniden düzenlenebilir. Eşitlik (3.3)'deki ilk türevin hesaplanması oldukça kolaydır ve Denklem (3.4)'de verilmiştir.

$$\frac{dJ_j[n]}{d\hat{x}_j[n]} = (\hat{x}_j[n] - f(\hat{x}_j[n-1])). \quad (3.4)$$

Denklem (3.3)'deki ikinci türev için kapalı-biçimde bir ifade yazmak mümkün değildir. Ancak düzeltici filtreleme kullanılarak yinelemeli bir şekilde hesaplanabilir. Bu terimi elde etmek için, $y[n]$, $\hat{x}_j[n]$ ve $w_j[i]$ sırasıyla n anında alınan işaret, j . yinelemede AR filtre çıkışı ve i . uyarlamalı filtre katsayısı olmak üzere, $\hat{x}_j[n]$ 'nin

$$\hat{x}_j[n] = y[n] - \sum_{i=1}^{K-1} w_j[i] \hat{x}_j[n-i] \quad (3.5)$$

şeklinde yazılabileceğine dikkat ediniz. Denklem (3.5)'in sağ tarafındaki toplama işleminde $i=k$ 'ya karşılık gelen terim toplamının dışına alınırsa, Denklem (3.5)

$$\hat{x}_j[n] = y[n] - w_j[k]\hat{x}_j[n-k] - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{K-1} w_j[i]\hat{x}_j[n-i] \quad (3.6)$$

şeklinde yeniden düzenlenebilir. Eşitlik (3.6)'nın her iki tarafının $w_j[k]$ 'ya göre türevi alınır

$$\frac{d\hat{x}_j[n]}{dw_j[k]} = -\hat{x}_j[n-k] - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{K-1} w_j[i] \frac{d\hat{x}_j[n-i]}{dw_j[k]} \quad (3.7)$$

elde edilir. Denklem (3.7)'nin sol tarafındaki türevi hesaplayabilmek için bir düzenleyici filtre $\Phi_{j,k}[n]$ Denklem (3.8)'deki gibi tanımlansın

$$\Phi_{j,k}[n] := -\frac{d\hat{x}_j[n]}{dw_j[k]} \quad (3.8)$$

$\Phi_{j,k}[n]$ tanımı kullanılarak Denklem (3.7) şu şekilde yazılabilir:

$$\Phi_{j,k}[n] = \hat{x}_j[n-k] - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{N-1} w_j[i]\Phi_{j,k}[n-i]. \quad (3.9)$$

Eşitlikler (3.8) ve (3.4), Denklem (3.3)'de yerine yazılırsa k . filtre katsayısı $w[k]$ 'nin güncelleme denklemi

$$w_{j+1}[k] = w_j[k] + \mu(\hat{x}_j[n] - f(\hat{x}_j[n-1]))\Phi_{j,k}[n] \quad (3.10)$$

olarak elde edilir. Denklem (3.10) uyarlamalı filtre katsayılarından sadece biri için güncelleme eşitliğini vermektedir. n anında j . yinelemede uyarlamalı filtre katsayı vektörü w_j ve düzeltici filtre vektörü $\Phi_j[n]$ aşağıdaki şekilde tanımlansın.

$$w_j := [w_j[1], w_j[2], \dots, w_j[K-1]]^T \quad (3.11)$$

$$\Phi_j[n] := [\Phi_{j,1}[n], \Phi_{j,2}[n], \dots, \Phi_{j,K-1}[n]]^T \quad (3.12)$$

Bu tanımlar yapıldıktan sonra, sadece bir filtre katsayısı için verilen güncelleme denklemi filtre katsayılarının tamamı için

$$w_{j+1} = w_j + \mu(\hat{x}_j[n] - f(\hat{x}_j[n-1])) \Phi_j[n] \quad (3.13)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (3.13)'de, düzeltici filtrenin varlığı yinelemeli algoritmanın gerçekleştirilmesini zorlaştırmaktadır. Bu nedenle, düzenleyici filtrelemeyi kaldıran, basitleştirilmiş bir algoritma tercih edilir. Tanımı Denklem (3.9)'da verilen düzeltici filtreyi yaklaşık olarak hesaplamak için toplama terimi ihmal edilirse, düzeltici filtre

$$\Phi_j[n] \approx [\hat{x}_j[n-1], \hat{x}_j[n-2], \dots, \hat{x}_j[n-K+1]]^T \quad (3.14)$$

şeklinde hesaplanabilir. Eşitlikler (3.11), (3.13) ve (3.14) sunulan yöntemi oluşturur. Uyarlamalı AR filtrenin çıkışı iletilen kaotik işaret $x[n]$ 'nin, $w_j[n]$ katsayıları yakınsama gerçekleştiğinde $c[n]$ kanal katsayılarının bir kestirimidir.

Eşitlik (3.14)'deki yaklaşıklığın hangi koşullar altında yapılabileceği belirlenmelidir. Klasik haberleşme sistemlerinde, bu yaklaşıklığın yapılabilmesi için kanalın SPR olması şeklinde yeter bir koşul elde edilmiştir [62, 63]. Ayrık zamanlı bir kanalın dürtü yanıtı $c[n]$ 'nin ayrık-zaman Fourier dönüşümü $C(e^{j\omega})$ 'nin gerçel kısmı $\text{Re}[C(e^{j\omega})]$ pozitifse kanala kesin pozitif gerçel denir. Aşağıdaki kısımda yinelemeli algoritmanın basitleştirilmesi için yeter bir koşul elde edilecektir.

3.3. Yerel Yakınsaklık Analizi

Bu kısımda, kaotik giriş işaretleri durumunda basitleştirilmiş algoritmanın yakınsaması için kanalın sağlaması gereken koşullar elde edilmiştir. Burada kullanılan yaklaşım temel olarak [65]'de yapılan çalışmaya benzerdir. Analiz, algoritma için durum-değişkeni eşitlikleri belirleme, istenilen çözüm etrafında durum-değişkeni eşitliklerini doğrusallaştırma ve doğrusallaştırılmış sistemin orijine üstel olarak yakınsaması için kanalın sağlaması gereken şartları bulma adımlarından oluşur.

$W(z)$ ve $C(z)$, $w[k]$ ve $c[k]$ 'nin z -dönüşümleri olmak üzere, gözlem gürültüsü $v[k]$ yokken $W(z)=C(z)-1$ yapılarak kaotik giriş işareti $x[k]$ mükemmel bir şekilde geri elde edilebilir. O halde, $C(z)-1$ J 'nin global minimumunu sağlar ve istenilen çözüm olarak kullanılır. $\mathbf{X}_{1,j}[k]$

$$\mathbf{X}_{1,j}[k] := [x[k-1] - \hat{x}_j[k-1], \dots, x[k-N] - \hat{x}_j[k-K]]^T \quad (3.15)$$

şeklinde tanımlanan j . yinelemede kestirim hatası vektörü ve $\mathbf{X}_{2,j}$

$$\mathbf{X}_{2,j} := [c[1] - w_j[1], \dots, c[N-1] - w_j[K-1]]^T \quad (3.16)$$

ile verilen j . yinelemede katsayı hataları vektörü durum-değişkenleri olarak kullanılacaktır. $\mathbf{X}_{1,j}[k]$ ve $\mathbf{X}_{2,j}$ 'nin durum-değişkenleri olarak seçilmelerinin nedeni çok açıktır. Uyarlamalı filtre $W(z)=C(z)-1$ şartını sağladığında durum vektörlerinin ikisi de sıfır olur ve mükemmel denkleştirme gerçekleşir. Kaotik bir giriş işareti için, (3.11), (3.13) ve (3.14) eşitliklerinin oluşturduğu algoritmanın $W(z)=C(z)-1$ 'e yerel olarak yakınsaması için, kanalın sağlaması gereken yeter bir koşul vardır. Bu sonuç Teorem 3.2'de verilecektir. Teorem 3.2'nin anlaşılması için önce bir boyutlu yinelemeli uyarlamalı filtre teorisindeki bazı tanımlar ve sonuçlar verilecektir. Meraklı okuyucu detaylı bilgiyi [66]'da bulabilir.

Tanım 3.1 (sürekli uyarma)

$\mathbf{R} > 0$ ($\mathbf{R} \geq 0$) notasyonu simetrik \mathbf{R} matrisinin kesin pozitif (yarı-kesin pozitif) olduğu anlamına gelsin. Benzer şekilde, $\mathbf{R}_1 > \mathbf{R}_2$ ($\mathbf{R}_1 \geq \mathbf{R}_2$) notasyonu \mathbf{R}_1 , \mathbf{R}_2 simetrik matrisleri için $\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2$ 'nin kesin pozitif (yarı-kesin pozitif) olduğunu gösterebilirsin. Şimdi gerçel sayılardan oluşan bir dizi $\{u(\cdot)\}$ ele alalım ve

$$\mathbf{u}(k) := [u(k), u(k-1), \dots, u(k-K+1)]^T \quad (3.17)$$

şeklinde K -elemanlı bir vektör oluşturalım.

$$0 < aI \leq \sum_{i=k}^{k+L} \mathbf{u}(i) \mathbf{u}^T(i) \leq bI < \infty \quad (3.18)$$

olacak şekilde tüm k değerleri için bir L tamsayısı ve pozitif a, b sabitleri mevcutsa $\{u(\cdot)\}$ dizisine “sürekli uyarıcı” (PE) denir. Denklem (3.19)'da I , $K \times K$ boyutlarında birim matristir. \diamond

Tanım 3.2 (üstel yakınsaklık)

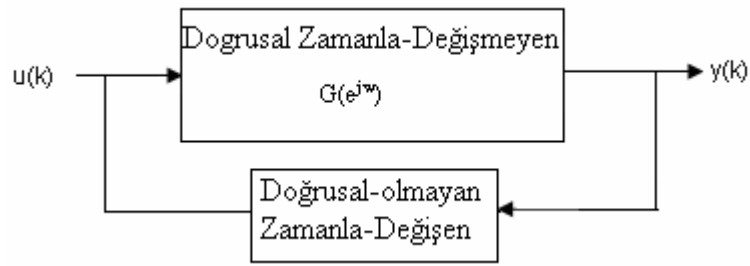
β bir sabit, $0 \leq \alpha \leq 1$ ve $\|\cdot\|$ vektör boyu ve n_0 keyfi bir tamsayı olmak üzere sınırlı herhangi bir başlangıç koşulu $\|x(n_0)\| < \infty$ için $\{x(\cdot)\}$ durum vektörü dizisi

$$\|x(n)\| \leq \beta \alpha^{n-n_0} \|x(n_0)\| \quad \forall n \geq n_0 \quad (3.19)$$

eşitsizliğini sağlıyorsa

$$x(n+1) = A(n)x(n) \quad (3.20)$$

durum değişkeni eşitlikleri “orijine üstel olarak yakınsar”. \diamond



Şekil 3. 2. Doğrusal-olmayan zamanla değişen geri beslemeli sistem

Kaotik bir giriş işareti için sunulan basitleştirilmiş yinelemeli algoritmanın yerel yakınsaklığı, doğrusal-olmayan yinelemeli sistemlerin özel bir türünü bütünüyle kapsayan, uyarlamalı IIR filtrelemede ortaya çıkan durumu içeren Üst kararlılık teoremine dayalıdır [67]. Üst kararlılık teoremi ilk olarak Landau [68] tarafından geliştirilmiştir ve uyarlamalı IIR filtrelerin analizi için önemli bir araç olmuştur [62, 63]. Üst kararlılık teoremi, Teorem 3.1’de verilmiştir.

Teorem 3.1 (Üst kararlılık teoremi)

K , N ’den bağımsız bir sabit olmak üzere, Şekil 3.2’de gösterilen $u(k)$ girişli $y(k)$ çıkışlı kapalı-çevrim sisteminin

$$\sum_{i=0}^N u(i)y(i) \leq K^2 \quad (3.21)$$

eşitsizliğini sağladığını varsayalım. $G(e^{j\omega})$ SPR ise, tüm başlangıç koşulları için hem giriş hem çıkış orijine üstel olarak yakınsar. \diamond

Şimdi, Ek A’da ispatı yapılan temel sonuç verilebilir.

Teorem 3.2

Kaotik bir giriş işareti için gözlem gürültüsü $v[k]$ yokken Eşitlikler (3.11), (3.13) ve (3.14) ile verilen basitleştirilmiş yinelemeli algoritmanın $W(z)=C(z)-1$ ’e yerel yakınsaklığı için yeter bir koşul kanalın SPR olması, yani

$$\operatorname{Re}[C(e^{j\omega})] > 0, \forall \omega \in (-\pi, \pi] \quad (3.22)$$

eşitsizliğinin sağlanmasıdır. \diamond

Eşitlik (3.22)'nin yeter bir koşul olduğuna dikkat edilmelidir. O halde, bu koşul sağlanmazsa basitleştirilmiş yinelemeli algoritma yerel olarak yakınsamayabilir. Kanal SPR koşulunu sağlamazsa, yakınsaklığı garanti etmek için yinelemeli algoritmanın düzeltici filtre ihmal edilmeden gerçekleştirilmesi gereklidir.

3.4. Simülasyon Sonuçları

Bu kısımda, geliştirilen algoritmanın performansını değerlendirmek amacıyla farklı üç simülasyon yapılmıştır. Simülasyonların tamamında iletilen kaotik işaret Denklem (2.6) ile verilen lojistik haritalama kullanılarak üretilmiş, dallanma parametresi $\lambda=4$ ve $x[n]$ 'in başlangıç değeri $x[0]=0.78$ seçilmiştir.

İlk deneyde, SPR ve SPR olmayan kanallar için basitleştirilmiş algoritmanın etkinliği tartışılmıştır. Geliştirilen uyarlamalı algoritmanın ve Leung ve Zhu tarafından bulunan MNPE yönteminin performansları ikinci deneyde karşılaştırılmıştır. Son olarak, üçüncü deneyde uyarlamalı AR fitrenin derecesinin kanal katsayılarının kestirimine etkisi araştırılmıştır.

Deneysel sonuçlar verilmeden önce, kanal denkleştirme algoritmalarının karşılaştırılması için kullanılan performans ölçütlerinden bahsedilmesi önemlidir. Kanal parametreleri bilindiğinde en sık kullanılan, ortalama karesel hata (MSE) ölçütüdür. T deneme sayısı, \hat{c}_j j . denemede kestirilen kanal katsayıları ve c kanal katsayılarının gerçek değerlerinden oluşan bir vektör olmak üzere MSE,

$$\text{MSE} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \|\hat{c}_j - c\|^2 \quad (3.23)$$

Tablo 3. 1. Üç uzunluklu SPR ve SPR olmayan kanallar için kanal kestirim sonuçları (SPR ve SPR olmayan kanal için gerçek katsayılar sırasıyla $c[0]=1$, $c[1]=0.715$, $c[2]=0.356$ ve $c[0]=1$, $c[1]=0.85$, $c[2]=-0.25$ 'dir.)

SNR(dB)	SPR kanal		SPR olmayan kanal	
	$\hat{c}[1]$	$\hat{c}[2]$	$\hat{c}[1]$	$\hat{c}[2]$
20	0.7123	0.4148	0.7021	0.0880
25	0.7150	0.3860	0.7664	0.0030
30	0.6979	0.3590	0.7693	-0.0246
35	0.7110	0.3580	0.7784	-0.0296
40	0.7151	0.3532	0.7863	-0.0856
45	0.7155	0.3546	0.7966	-0.0940
50	0.7154	0.3565	0.8155	-0.1056
55	0.7152	0.3563	0.8206	-0.1080
60	0.7149	0.3558	0.8224	-0.1069

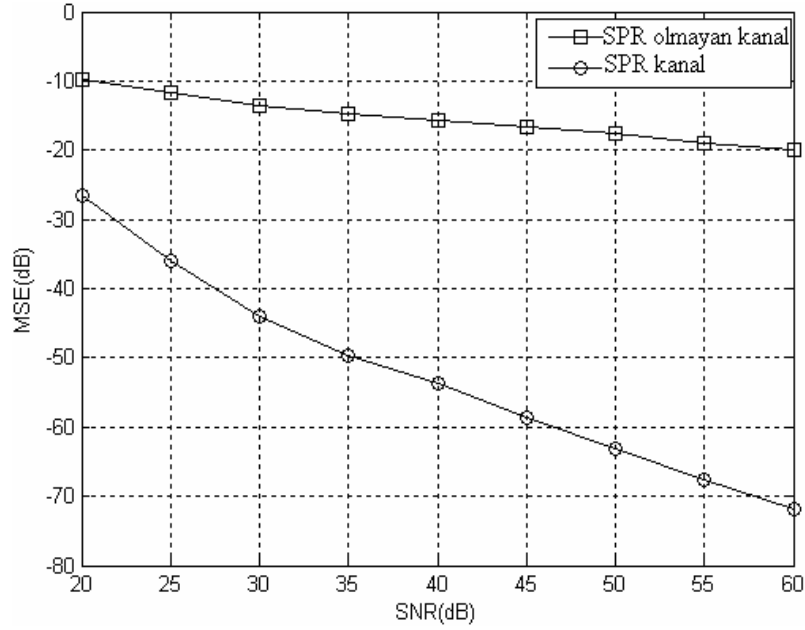
denklemleri ile tanımlanır. Görüldüğü gibi, kanal parametreleri bilinmiyorsa MSE ölçütü kullanılamaz. Bu durumda diğer performans ölçütleri incelenmelidir. Deneylerde kullanılan tekrar sayısı $T=50$ 'dir.

Yaygın olarak kullanılan diğer bir ölçüt ISI'dır. \mathbf{g} kanal ve denkleştiriciden oluşan toplam sistemin dürtü yanıtı katsayı vektörünü gösterebilir. g_i , \mathbf{g} 'nin i . elemanı olmak üzere ISI aşağıdaki denklemlerle verilir:

$$ISI = \frac{\|\mathbf{g}\|^2 - \max_i \{|g_i|^2\}}{\max_i \{|g_i|^2\}} \quad (3.24)$$

ISI değeri ne kadar yüksek olursa sistemin tamamının dürtü yanıtı delta fonksiyonundan o kadar uzaklaşır [44]. MSE durumunda olduğu gibi, ISI da kanal biliniyorsa hesaplanabilir. Bu çalışmada, ISI ile benzer sonuçlar elde edilmesine rağmen MSE ölçütü kullanılmıştır.

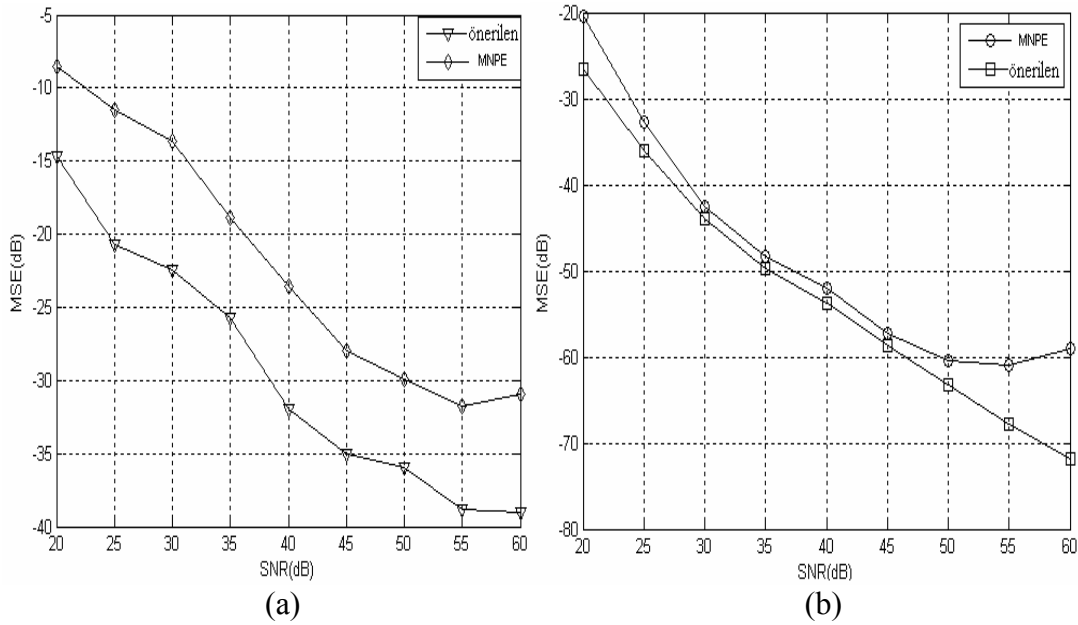
Deney 1: Bu deneyde, SPR ve SPR olmayan üçüncü dereceden kanallar için geliştirilen basitleştirilmiş algoritma kullanılarak kanal katsayıları kestirilmiştir. Simülasyon sonuçları, Tablo 3.1 ve Şekil 3.3'de gösterilmiştir. Tablo 3.1'de



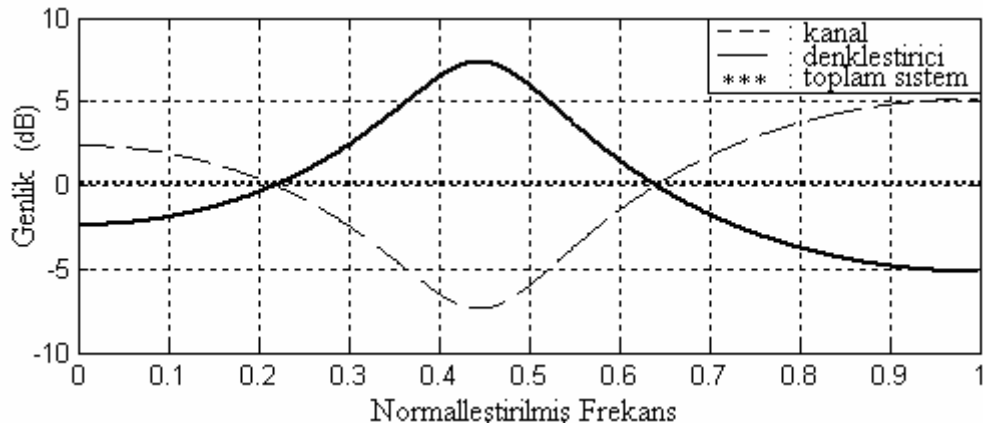
Şekil 3.3. Katsayıları Tablo 3.1'de verilen SPR ve SPR olmayan kanallar için farklı SNR değerlerine ilişkin MSE eğrileri

gösterildiği gibi, SPR kanallar için kestirilen kanal katsayıları gerçek katsayılara oldukça yakındır. Ancak, SPR olmayan kanallar için kestirim sonuçları gerçek katsayılardan farklıdır. Bu iki kanal için kanal katsayılarının gerçek değerleri ve kestirilen kanal katsayıları arasındaki MSE, SNR'ın bir fonksiyonu olarak Şekil 3.3'de görülmektedir. SPR kanal için, SNR arttıkça MSE azalırken SPR olmayan kanal için MSE grafiği SNR değişiminden fazla etkilenmemektedir. Ayrıca, SPR durumundaki MSE değerleri SPR olmayan durumdakinden daha düşüktür. Algoritmada düzeltici filtrelemeyi kaldıran basitleştirme yapılmazsa daha iyi sonuçlar elde edilebilir.

Deney 2: Bu deneyde, bilinen en iyi denkleştirme sonuçları veren MNPE yöntemi ile Kısım 3.2'de çıkartılan basitleştirilmiş yinelemeli algoritmanın performansı kıyaslanmıştır. Şekil 3.4'de her iki yöntem için farklı kanallar durumunda MSE grafikleri verilmiştir. Şekil 3.4 (a)'da görüldüğü gibi, sunulan algoritma SPR kanallar için MSE'de ortalama 10dB iyileşme sağlamıştır. Şekil 3.4 (b)'de, SPR olmayan kanallar için SNR 45dB'nin altında iken iki yöntemin benzer davranış sergilediği görülmektedir. Ancak, SNR 45dB sınır değerinden fazla olduğunda sunulan



Şekil 3. 4. Basitleştirilmiş yinelemeli algoritma ve MNPE için MSE değerleri. (a) $c[0]=1$, $c[1]=-0.215$ ve $c[2]=0.565$ katsayılarına sahip 3-uzunluklu SPR bir kanal için (b) $c[0]=1$, $c[1]=0.25$ ve $c[2]=0.72$ katsayılarına sahip 3-uzunluklu SPR olmayan bir kanal için elde edilen sonuçlar



Şekil 3. 5. Şekil 3. 4 (b)'de kullanılan kanalın, yakınsama gerçekleştiğinde uyarlamalı AR filtrenin ve toplam sistemin genlik cevapları

algoritma daha iyi sonuçlar vermektedir. Basitleştirilmemiş algoritma kullanıldığında performansın daha da iyi olacağı unutulmamalıdır.

Kısım 2. 4'de açıklandığı gibi, toplam sistemin dürtü yanıtı mümkün olduğu kadar birim dürtüye yakın ya da eşdeğer olarak toplam sistemin genlik yanıtı düz olmalıdır. Şekil 3.4 (a)'da kullanılan kanalın, yakınsama gerçekleştiğinde uyarlamalı AR denkleştiricinin ve toplam sistemin genlik yanıtları Şekil 3. 5'da verilmiştir. Açıkça görüldüğü gibi, uyarlamalı filtre gerçekten kanalın tersidir ve kanal ve

Tablo 3.2. Uyarlamalı AR filtrenin derecesinin kanal katsayılarının kestirim doğruluğu üzerindeki etkisi (Kanal katsayılarının gerçek değerleri: $c[0]=1$, $c[1]=-0.215$, $c[2]=0.565$)

AR filtrenin derecesi	$\hat{c}[1]$	$\hat{c}[2]$	$\hat{c}[3]$	$\hat{c}[4]$	$\hat{c}[5]$	MSE
2	-0.2150	0.565				-92.68
3	-0.2150	0.565	0.000002076			-81.56
4	-0.2148	0.557	0.000002430	-0.00003459		-70.48
5	-0.2152	0.540	0.001232000	-0.00040150	0.001435	-49.90

denkleştiricinin birleşiminden oluşan toplam sistem düzgün bir genlik yanıtına sahiptir.

Deney 3: Uyarlamalı AR filtrenin derecesinin kanal katsayılarının kestirim doğruluğu üzerindeki etkisi bu deneyde incelenmiştir. Bu amaçla üç uzunluklu bir kanal kullanılmıştır. Başlangıçta kanalın derecesinin veya eşdeğer olarak uzunluğunun bilinmediği varsayılarak, kestirim doğruluğu üzerindeki etkisinin görülebilmesi için uyarlamalı filtrenin derecesi değiştirilmiştir. Tablo 3.2’de AR filtrenin farklı dereceleri için kestirilen kanal katsayıları gösterilmiştir. Tablodan, AR filtre katsayılarından ilk ikisinin gerçek kanal katsayılarına yakın olduğu, diğer tüm katsayıların ihmal edilebilecek kadar küçük değerler aldığı görülmektedir. Diğer bir deyişle, sunulan yöntem kanalın derecesi kestirmek için de kullanılabilir.

3.5. Sonuçlar

Bu çalışmada, kaotik haberleşme sistemlerinde SISO FIR kanalların gözü kapalı kestirim ve denkleştirmesi için uyarlamalı bir AR algoritma geliştirilmiştir. Yöntem, kaotik işaretlerin doğrusal olmayan dinamiğine ilişkin önsel bilgiden yararlanmaktadır. Uyarlamalı AR filtrenin sınırlamalarından biri, gerçekleştirilmesini zorlaştıran yineleme içerisinde yineleme gerektirmesidir. İçteki yinelemeyi kaldırmak için basitleştirilmiş bir algoritma önerilmiştir. Bu basitleştirmenin yapılabilmesi için kanalın sağlaması gereken yeter bir koşulu veren bir teorem elde edilmiş ve teoremin ispatı yapılmıştır. Basitleştirilmiş algoritma SPR kanallar için SPR olmayan kanallardan daha iyi sonuçlar vermiştir. Basitleştirilmiş yöntem SPR

olmayan kanallarda çalışmayabilir. Ancak, gerçekleştirilmesi kolaydır ve özellikle SPR kanallar için mevcut yöntemlere kıyasla kayda değer bir iyileşme sağlamaktadır.

Bu çalışma çeşitli yönlerden genişletilebilir. İlk olarak, maliyet fonksiyonu oluşturulurken anlık hatanın karesi (LMS algoritması) yerine belirli bir zaman aralığındaki hataların kareleri toplamı (RLS algoritması) kullanılabilir. Böylece, LMS algoritması için yapılan analizler RLS algoritması kullanılması durumu için tekrarlanabilir. Geliştirilen AR algoritmanın eksikliklerinden biri hesap yükünü arttıran yineleme içinde yineleme gerektirmesidir. İçteki yinelemeyi kaldıran bir basitleştirme yapıldığında, basitleştirilmiş algoritmanın yakınsaklığı sadece SPR kanallar için garanti edilebilmektedir. O halde, ikinci olarak, basitleştirilmemiş AR algoritma için yakınsaklık analizi yapılabilir. Basitleştirilmiş AR algoritma SISO kanallar için geliştirilmiştir. Son olarak, geliştirilen algoritma MIMO durumuna uyarlanabilir.

BÖLÜM 4. KAOTİK HABERLEŞME SİSTEMLERİ İÇİN SISO FIR KANALLARIN UYARLAMALI FIR FİLTRE KULLANILARAK GÖZÜ KAPALI DENKLEŞTİRMESİ

4.1. Giriş

Bu bölümde kaotik haberleşme sistemlerinde SISO FIR kanalların denkleştirilmesi için IFC-tabanlı yinelemeli olmayan uyarlamalı bir algoritma sunulmuştur. FIR bir kanalın denkleştirilmesi, ters filtre olarak FIR veya AR bir filtre kullanılarak gerçekleştirilebilir. Önceki bölümde AR durumu detaylı bir şekilde incelenmişti. Uyarlamalı AR filtre, en iyi denkleştirme sonuçlarını vermesine rağmen önemli iki sınırlamaya sahiptir. İlk sınırlama, gerçekleştirilmesinin hesap yükünü arttıran yineleme içinde yineleme gerektirmesidir. İkincisi ise, içteki yinelemenin, basitleştirilmiş uyarlamalı algoritmanın yakınsaklığını garanti etmek için, kanalın sadece SPR olması durumunda kaldırılabilmesidir [62]. Bu bölümde, FIR kanalların denkleştirilmesi için uyarlamalı FIR bir filtre kullanılmıştır. FIR bir filtre kullanmak, performansı belirli bir ölçüde düşürmekle birlikte AR durumunda karşılaşılan iki problemi ortadan kaldırmaktadır. Bu durumda, uyarlamalı algoritma yinelemeli olmayan yapısı sayesinde daha kolay gerçekleştirilir ve kanalın SPR olup olmamasından bağımsız olarak çalışır.

Bölüm şu şekilde düzenlenmiştir. Kanalın bilindiği varsayılarak Kısım 4.2'de istatistiksel olarak optimum sabit bir filtre tasarlanmıştır. Sunulan uyarlamalı algoritma Kısım 4.3'de çıkartılmıştır. Kısım 4.4'de, sunulan algoritmanın performansını değerlendirmek, MNPE yöntemi ve istatistiksel olarak optimum sabit filtrenin performansıyla kıyaslamak için yapılan simülasyonların sonuçları

gösterilmiştir. Son olarak, Kısım 4.6'da çalışmanın en önemli gözlemleri özetlenmiş ve olası araştırma konuları listelenmiştir.

4.2. Optimum Sabit Filtre Tasarımı

Şekil 4.1'de gösterildiği gibi, amacın iletilen kaotik işaret $x[n]$ ile kestirilen kaotik işaret $\hat{x}[n]$ arasındaki MSE'yi en küçük yapan optimum sabit filtre $w[n]$ 'i tasarlama problemini ele alalım. Klasik haberleşme sistemlerinde bu problemin çözümü Wiener-Hopf denklemiyle verilir ve $w[n]$ 'in tasarlanması için denkleştirici girişi $y[n]$ 'in öz ilişki fonksiyonunun ve $y[n]$ ile istenilen işaret $x[n - \tau]$ arasındaki çapraz ilişki fonksiyonunun bilinmesini gerektirir [64]. $x[n]$ deterministik bir işaret olduğundan kaotik haberleşme sistemleri için $w[n]$ 'in tasarımı farklıdır. Mükemmel denkleştirme gerçekleştiğinde

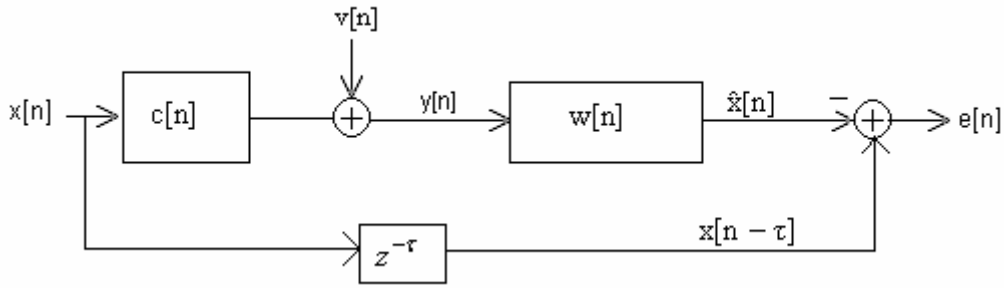
$$\hat{x}[n] = \alpha x[n - \tau] \quad (4.1)$$

olmalıdır. O halde $e[n]$,

$$e[n] = x[n - \tau] - \hat{x}[n] \quad (4.2)$$

şeklinde tanımlanan kestirim hatası ve $E [.]$ beklenen değer operatörü olmak üzere amacımız, $MSE = E[e^2[n]]$ ile verilen ortalama karesel hatayı en küçük yapan $w[n]$ dürtü yanıtı doğrusal bir denkleştirici tasarlamaktır. Optimum sabit filtre tasarlanırken standart yaklaşım kullanılacaktır. Yani, MSE sabit filtre cinsinden yazılacaktır. Daha sonra, MSE eşitliğinin durağan noktaları (MSE eşitliğinin $w[n]$ 'e göre türevini sıfır yapan çözümler) mümkün çözümler olacaktır. Görüleceği gibi, MSE $w[n]$ 'nin içbükey bir fonksiyonu olduğundan bir durağan noktaya sahiptir.

Kanal ve denkleştirici sırasıyla L ve K uzunluklu FIR filtreler olarak varsayıldığından, denkleştirici çıkışı $\hat{x}[n]$ ve alınan işaret $y[n]$ aşağıdaki şekilde yazılabilir:



Şekil 4.1. Optimum sabit filtre tasarımında kanal gürültüsü varken hata fonksiyonunun tanımlanması

$$\hat{x}[n] = \sum_{j=0}^{K-1} w[j]y[n-j] \quad (4.3)$$

$$y[n] = \sum_{i=0}^{L-1} c[i]x[n-i] + v[n] \quad (4.4)$$

Denklem (4.3)'de $w[j]$, $j=1,2,\dots,K-1$ denkleştirici katsayılarını göstermektedir. Denklem (4.4), (4.3)'de yerine yazılırsa denkleştirici çıkışı

$$\hat{x}[n] = \sum_{j=0}^{K-1} w[j] \sum_{i=0}^{L-1} c[i]x[n-i-j] + v[n-j] \quad (4.5)$$

şeklinde yeniden yazılabilir. Denklem (4.5)'de $K=3$, $L=2$ olsun. Bu durumda Denklem (4.5)

$$\begin{aligned} \hat{x}[n] &= \sum_{j=0}^2 w[j] \sum_{i=0}^1 c[i]x[n-i-j] + v[n-j] \\ &= w[0]\{c[0]x[n] + c[1]x[n-1] + v[n]\} + w[1]\{c[0]x[n-1] + c[1]x[n-2] + v[n-1]\} \\ &\quad + w[2]\{c[0]x[n-2] + c[1]x[n-3] + v[n-2]\} \end{aligned} \quad (4.6)$$

olur. Aşağıdaki eşitlik ile verilen bir $g[n]$ vektörü tanımlansın

$$\begin{bmatrix} g[0] \\ g[1] \\ g[2] \\ g[3] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c[0] & 0 & 0 \\ c[1] & c[0] & 0 \\ 0 & c[1] & c[0] \\ 0 & 0 & c[1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w[0] \\ w[1] \\ w[2] \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Eşitlik (4.7) kullanılarak, Eşitlik (4.6)

$$\hat{x}[n] = \sum_{l=0}^{K+L-2} g[l]x[n-l] \quad (4.8)$$

şeklinde ifade edilebilir. $K=3$, $L=2$ durumu için verilen örnek, tüm K ve L değerleri için genelleştirilebilir. $g[n]$, $c[n]$ ile $w[n]$ 'in konvolüsyonunu (yani $g[n] = c[n] * w[n]$ şeklinde tanımlanan toplam sistemin dürtü yanıtını) gösterebilir. $g[n]$ 'nin, $K+L-1$ uzunluklu bir FIR filtre olduğuna dikkat ediniz. Toplam sistemin dürtü yanıtı katsayıları $g[n]$, $n=0, 1, \dots, K+L-2$ Denklem (4.9) kullanılarak $c[n]$ ve $w[n]$ cinsinden yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} g[0] \\ g[1] \\ \vdots \\ \vdots \\ g[K+L-2] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c[0] & 0 & \dots & 0 \\ c[1] & c[0] & & \vdots \\ \vdots & c[1] & \ddots & \\ c[L-2] & \vdots & & 0 \\ c[L-1] & c[L-2] & \ddots & c[0] \\ \vdots & c[L-1] & & c[1] \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & c[L-2] \\ 0 & 0 & \dots & c[L-1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w[0] \\ w[1] \\ \vdots \\ \vdots \\ w[K-1] \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$g[n]$, $w[n]$ ve \mathbf{C} ,

$$\mathbf{g}[n] := [g[0] \ g[1] \ \dots \ g[K+L-2]]^T \quad (4.10)$$

$$\mathbf{w}[n] := [w[0] \ w[1] \ \dots \ w[K-1]]^T \quad (4.11)$$

$$\mathbf{C} := \begin{bmatrix} c[0] & 0 & \dots & 0 \\ c[1] & c[0] & & \vdots \\ \vdots & c[1] & \ddots & \\ c[L-2] & \vdots & & 0 \\ c[L-1] & c[L-2] & \ddots & c[0] \\ \vdots & c[L-1] & & c[1] \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & c[L-2] \\ 0 & 0 & \dots & c[L-1] \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

denklemleriyle tanımlansın. Bu durumda Denklem (4.9)

$$\mathbf{g} = \mathbf{C}\mathbf{w} \quad (4.13)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (4.5) $g[n]$ cinsinden aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir:

$$\hat{x}[n] = \sum_{l=0}^{K+L-2} g[l]x[n-l] + \sum_{j=0}^{K-1} w[j]v[n-j] \quad (4.14)$$

O halde, mükemmel denkleştirme için gözlem gürültüsü yokken toplam dürtü yanıtı katsayı vektörü \mathbf{g} sıfırdan farklı sadece bir terim içermelidir. Diğer bir ifadeyle $\mathbf{g}_\tau := [0 \dots 0 1 0 \dots 0]^T$ sadece $(\tau+1)$. elemanı sıfırdan farklı bir vektörü belirtsin. Eğer $\mathbf{g} = \mathbf{g}_\tau$ ise, mükemmel denkleştirme gerçekleşir. Kanal katsayıları, sabit filtre katsayıları ve toplam sistemin dürtü yanıtı katsayıları arasında bir bağlantı kurulursa, kestirim hatası doğrusal denkleştirici cinsinden ifade edilebilir. Denklem (4.13) ve (4.14) kullanılarak, kestirim hatası

$$e[k] = x[k - \tau] - \hat{x}[k] = \mathbf{x}^T[k](\mathbf{g}_\tau - \mathbf{C}\mathbf{w}) - \mathbf{v}^T[k]\mathbf{w} \quad (4.15)$$

olur. Denklem (4.15)'de kaotik giriş işareti vektörü $\mathbf{x}[k]$ ve gürültü vektörü $\mathbf{v}[k]$

$$\mathbf{x}[k] := [x[k], x[k-1], \dots, x[k-L-K+2]]^T \quad (4.16)$$

$$\mathbf{v}[k] := [v[k], v[k-1], \dots, v[k-K+1]]^T \quad (4.17)$$

denklemleriyle verilir. MSE'yi hesaplamak için $E[e^2[k]]$ belirlenmelidir. $e[k]$ gerçel bir sabit olduğundan $e^2[k]$, $e^2[k] = e^T[k]e[k]$ şeklinde yazılabilir. Denklem (4.15) kullanılarak,

$$\begin{aligned} e^2[k] &= (\mathbf{g}_\tau - \mathbf{C}\mathbf{w})^T \mathbf{x}[k] \mathbf{x}^T[k] (\mathbf{g}_\tau - \mathbf{C}\mathbf{w}) + \mathbf{w}^T \mathbf{v}[k] \mathbf{v}^T[k] \mathbf{w} \\ &\quad - 2(\mathbf{g}_\tau - \mathbf{C}\mathbf{w})^T \mathbf{x}[k] \mathbf{v}^T[k] \mathbf{w} \end{aligned} \quad (4.18)$$

elde edilir. MSE, Denklem (4.18)'ün her iki tarafının beklenen değeri alınarak hesaplanır ve aşağıdaki denklemle verilir:

$$E[e^2[k]] = (\mathbf{g}_\tau - \mathbf{C}\mathbf{w})^T \mathbf{X}[k] \mathbf{X}^T[k] (\mathbf{g}_\tau - \mathbf{C}\mathbf{w}) + \mathbf{w}^T (\sigma_v^2 \mathbf{I}) \mathbf{w} \quad (4.19)$$

Denklem (4.16) elde edilirken şu özellikler kullanılmıştır.

- i) $v[n]$ sıfır ortalamalı beyaz Gauss gürültüsü (AWGN) olduğundan, σ_v^2 AWGN'nin varyansı olmak üzere, $E[\mathbf{v}[k] \mathbf{v}^T[k]] = \sigma_v^2 \mathbf{I}$,
- ii) $\mathbf{x}[k]$ deterministik bir işarettir. Bu nedenle, $E[\mathbf{x}[k] \mathbf{x}^T[k]] = \mathbf{x}[k] \mathbf{x}^T[k]$,
- iii) $\mathbf{x}[k]$ ve $\mathbf{v}[k]$ ilişkisiz kabul edildiğinden $E[\mathbf{x}[k] \mathbf{v}^T[k]] = \mathbf{x}[k] E[\mathbf{v}^T[k]] = 0$.

Optimum sabit filtre \mathbf{w} , Denklem (4.19)'de verilen MSE'nin \mathbf{w} 'ya göre türevinin sıfıra eşitlenmesiyle oluşturulan denklemin \mathbf{w} 'ya göre çözülmesiyle belirlenir.

$\mathbf{X}[k] = \mathbf{x}[k] \mathbf{x}^T[k]$ olarak tanımlanırsa, MSE'nin \mathbf{w} 'ya göre türevinin

$$\frac{\partial E[e^2[k]]}{\partial \mathbf{w}} = -2\mathbf{g}_\tau \mathbf{X}[k] \mathbf{C} + 2\mathbf{w}^T (\mathbf{C}^T \mathbf{X}[k] \mathbf{C}) + 2\mathbf{w}^T \sigma_v^2 \mathbf{I} \quad (4.20)$$

ile verildiği gösterilebilir. O halde, optimum denkleştirici \mathbf{w}^* ,

$$-2\mathbf{g}_\tau^T \mathbf{X}[k] \mathbf{C} + 2\mathbf{w}^T (\mathbf{C}^T \mathbf{X}[k] \mathbf{C}) + 2\mathbf{w}^T \sigma_v^2 \mathbf{I} = 0 \quad (4.21)$$

eşitliğinin çözümüdür ve

$$\mathbf{w}^* = [(\mathbf{g}_\tau^T \mathbf{X}[k] \mathbf{C})(\mathbf{C}^T \mathbf{X}[k] \mathbf{C} + \sigma_v^2 \mathbf{I})^{-1}]^T \quad (4.22)$$

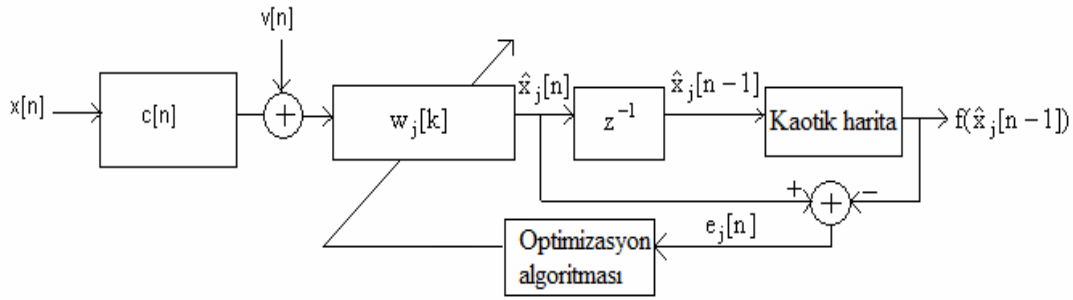
şeklinde elde edilir. Bu durumda tasarlanan optimum filtre, Wiener filtresinin tersine, sabit değildir ve her bir zaman anında hesaplanmalıdır.

4.3.Önerilen Algoritma

Denklem (4.22)'den açıkça görüldüğü gibi, optimum denkleştiricinin tasarlanabilmesi için kanalın, iletilen kaotik işaretin ve gürültü varyansının bilinmesi gerekir. Gözü kapalı kanal denkleştirme durumunda bu bilgiler mevcut değildir. Bu nedenle, kanalın bozucu etkilerini ortadan kaldırmak için optimum sabit filtre yerine uyarlamalı bir algoritma geliştirilmelidir.

Sunulan uyarlamalı algoritma Şekil 4.3'de gösterilmiştir. Doğrusal olmayan kaotik bir harita $f(x[n-1], x[n-2], \dots, x[n-d])$ kullanılarak üretilen kaotik giriş işareti $x[n]$, FIR kanal üzerinden iletilir. İletilen işaret ayrıca, sıfır ortalamalı AWGN $v[n]$ tarafından bozular. Alınan işaret amacı iletilen işareti kestirmek olan uyarlamalı FIR bir filtreye uygulanır. Filtre katsayılarını güncellemek için bir hata işareti belirlenmelidir. Uyarlamalı filtre çıkışı $\hat{x}[n]$, iletilen kaotik işaretin güvenilir bir kestirimi ise kaotik harita eşitliğini sağlamalıdır. Diğer bir ifadeyle $\hat{x}[n]$, $f(\hat{x}[n-1], \hat{x}[n-2], \dots, \hat{x}[n-d])$ 'den kestirilebilmelidir.

Sonuç olarak, $e[n] = \hat{x}[n] - f(\hat{x}[n-1], \hat{x}[n-2], \dots, \hat{x}[n-d])$ farkı uyarlamalı algoritma için mantıklı bir hata işaretidir. n anında j .yinelemedeki maliyet fonksiyonu $J_j[n]$, uyarlamalı filtre çıkışı ile kaotik haritadan elde edilen öngörüsü arasındaki farkın karesi olarak seçilir ve



Şekil 4.2. $x[n]$ 'yi üretmek için kullanılan kaotik haritada $d=1$ varsayılarak, sunulan kaotik gözü kapalı kanal denkleştirme yaklaşımı. j, n, k sırasıyla yineleme değişkenini, kaotik işaret için zaman değişkenini ve uyarlamalı filtrenin k . katsayısını göstermektedir.

$$J_j[n] = \frac{1}{2} (\hat{x}_j[n] - f(\hat{x}_j[n-1], \hat{x}_j[n-2], \dots, \hat{x}_j[n-d]))^2 \quad (4.23)$$

denklemlerle verilir. Filtre katsayılarını güncellemek için SD algoritması kullanılır [64]. j, n, k indisleri sırasıyla yineleme değişkenini, kaotik işaret için zaman değişkenini ve uyarlamalı filtrenin k . katsayısını gösterir. Bu durumda, sunulan maliyet fonksiyonunu en küçük yapmak için kullanılan SD algoritmasının genel biçimi aşağıdaki denklemlerle ifade edilir

$$w_{j+1}[k] = w_j[k] - \mu \frac{dJ_j[n]}{dw_j[k]}, \quad k = 1, 2, \dots, K-1. \quad (4.24)$$

Denklem (4.24)'de μ algoritmanın yakınsaklığını sağlayan küçük bir sabittir. Türevin zincir kuralı kullanılarak Denklem (4.24)

$$w_{j+1}[k] = w_j[k] - \mu \frac{dJ_j[n]}{d\hat{x}_j[n]} \frac{d\hat{x}_j[n]}{dw_j[k]}, \quad k = 1, 2, \dots, K-1 \quad (4.25)$$

şeklinde yeniden yazılabilir. Denklem (4.25)'teki birinci türevin hesaplanması kolaydır ve aşağıda verilmiştir:

$$\frac{dJ_j[n]}{d\hat{x}_j[n]} = (\hat{x}_j[n] - f(\hat{x}_j[n-1], \hat{x}_j[n-2], \dots, \hat{x}_j[n-d])) \quad (4.26)$$

Denklem (4.25)'deki ikinci türevi hesaplanırken, $y[n], \hat{x}_j[n], w_j[i]$ sırasıyla n anında alınan işaret, j . yinelemede uyarlamalı filtre çıkışı ve i . uyarlamalı filtre katsayısı olmak üzere, $\hat{x}_j[n]$ 'nin

$$\hat{x}_j[n] = \sum_{i=0}^{K-1} w[i]y[n-i] \quad (4.27)$$

şeklinde yazılabileceği dikkate alınmalıdır. Denklem (4.27)'den, Denklem (4.25)'deki ikinci türev

$$\frac{d\hat{x}_j[n]}{dw_j[k]} = y[n-i] \quad (4.28)$$

olarak elde edilir. Denklem (4.26) ve (4.28), Denklem (4.25)'de yerine konulursa uyarlamalı algoritma aşağıdaki şekilde elde edilir

$$w_{j+1}[k] = w_j[k] + \mu(\hat{x}_j[n] - f(\hat{x}_j[n-1], \hat{x}_j[n-2], \dots, \hat{x}_j[n-d]))y[n-i]. \quad (4.29)$$

Denklem (4.29) uyarlamalı filtre katsayılarından sadece biri için güncelleme eşitliğini vermektedir. Güncelleme eşitliğini filtre katsayılarının tamamı için

$$\mathbf{w}_{j+1} = \mathbf{w}_j + \mu(\hat{x}_j[n] - f(\hat{x}_j[n-1], \hat{x}_j[n-2], \dots, \hat{x}_j[n-d]))\mathbf{y}[n] \quad (4.30)$$

şeklinde yazmak mümkündür. Denklem (4.30)'da \mathbf{w}_j , j . yinelemede uyarlamalı filtre katsayı vektörü ve $\mathbf{y}[n]$, n anında alınan işaret vektörüdür ve

$$\mathbf{w}_j := [w_j[0], w_j[1], \dots, w_j[K-1]]^T \quad (4.31)$$

$$\mathbf{y}[n] := [y[n], y[n-1], \dots, y[n-K+1]]^T \quad (4.32)$$

eşitlikleriyle tanımlanırlar. Kısım 4.4’de sunulan uyarlamalı algoritmanın etkinliğini göstermek için simülasyon sonuçları verilecektir. Sunulan algoritma özellikle optimum sabit filtre ve en iyi sonuçları verdiği bilinen MNPE yöntemi ile kıyaslanacaktır.

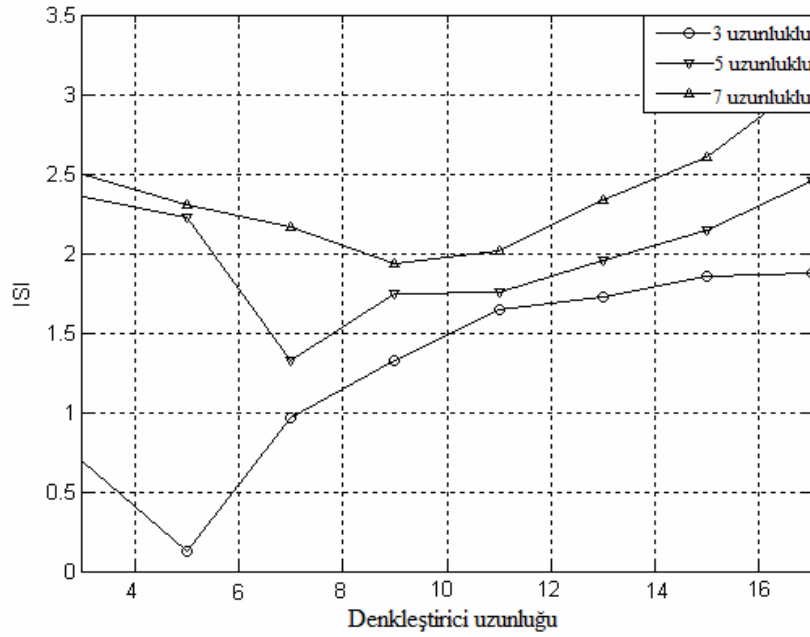
4.5. Simülasyon Sonuçları

Sonraki tartışmalarda, genelliği bozmaması açısından, iletilen kaotik işaretin $d=1$ yerleştirme boyutlu lojistik harita kullanılarak üretildiği varsayılmıştır. Lojistik harita

$$x[n] = f_l(x[n-1]) = 4x[n-1](1-x[n-1]) \quad (4.33)$$

denklemleriyle verilir. Ayrıca, kaotik işareti üretmek için kullanılan başlangıç koşulu $x[0]=0.78$ olarak seçilmiştir.

İlk olarak, verilen bir kanal için uyarlamalı filtre uzunluğunun denkleştirme performansına etkisi incelenmiştir. Bu problem klasik haberleşme sistemleri için Li ve Liu tarafından çözülmüştür [69]. Bu çalışmaya göre, uyarlamalı FIR bir filtre kullanmak iki tür bozunuma neden olur. İlk bozunum, uyarlamalı filtrenin sonlu uzunluklu olmasından kaynaklanır ve uyarlamalı filtrenin uzunluğuyla ters orantılıdır. İkinci bozunum ise, yakınsama gerçekleştiğinde uyarlamalı filtre katsayılarının global minimum etrafında rasgele bir hareket sergilemesi sonucu ortaya çıkar ve uyarlamalı filtrenin uzunluğu ile doğru orantılıdır. O halde, toplam bozunumu en küçük yapan optimum bir filtre uzunluğu olmalıdır. Şekil 4.3 bu gözlemin kaotik haberleşme sistemleri için de geçerli olduğunu göstermektedir. Şekil 4.3 elde edilirken yapılan simülasyonlarda 3 uzunluklu kanalın katsayıları: $c[0]=0.5$, $c[1]=1$, $c[2]=-0.6$, 5 uzunluklu kanalın katsayıları: $c[0]=1$, $c[1]=0.5$, $c[2]=0.1$, $c[3]=-0.6$, $c[4]=0.2$ ve 7 uzunluklu kanalın katsayıları: $c[0]=1$, $c[1]=1$, $c[2]=1$, $c[3]=0.2$, $c[4]=-0.4$, $c[5]=2$, $c[6]=-1$ olarak alınmıştır. Örneğin, üç uzunluklu bir kanal için en küçük ISI değeri denkleştirici 5 uzunluklu iken elde edilir. Benzer şekilde, 5 ve 7 uzunluklu kanallar için optimum denkleştirici uzunlukları sırasıyla 7 ve 9’dur. Bu gözlem için bir ispat verilebilir. Ancak, [69]’de yapılan analize çok benzer olduğundan bu ispat verilmemiştir.

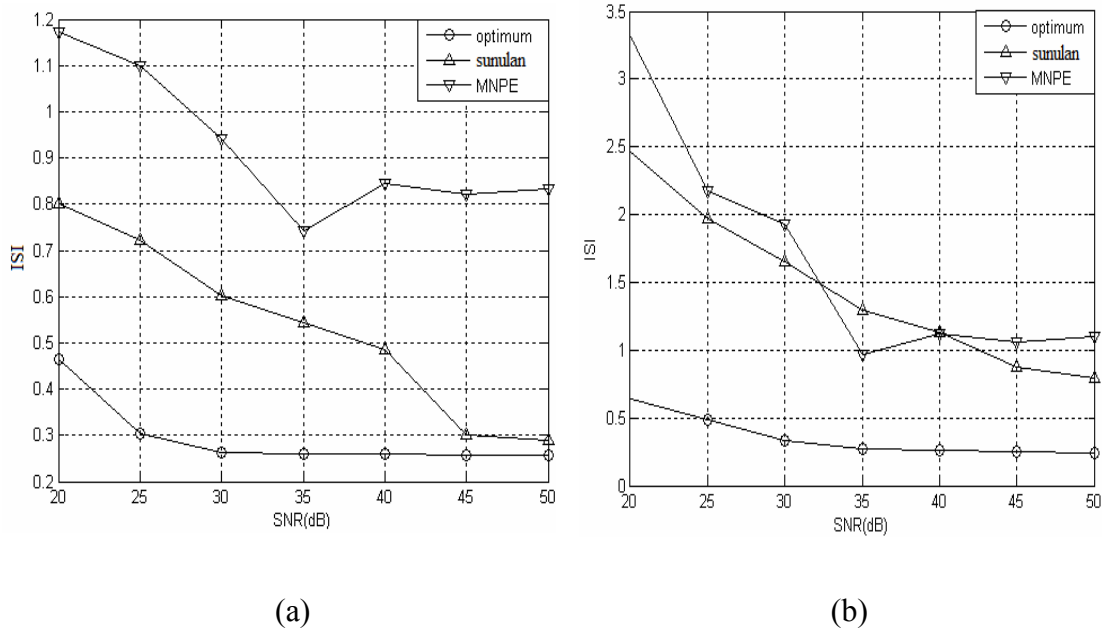


Şekil 4.3. Denkleştirici uzunluğunun denkleştirme performansına etkisi

Tablo 4.1. Şekil 4.5'deki eğrilerin elde edilmesinde kullanılan kanalların katsayıları

Kanal uzunluğu	c[0]	c[1]	c[2]	c[3]	c[4]	c[5]	c[6]	c[7]	c[8]	c[9]	c[10]
7	1	-0.2	0.4	0.3	-0.2	0.3	0.1				
9	1	0.2	0.1	0.3	1	1.2	0.4	0.3	0.2		
11	1	1	0.8	0.8	0.7	0.65	0.55	0.48	0.48	0.34	0.2

Daha sonra, sunulan yöntem istatistiksel olarak optimum sabit filtre ve MNPE algoritması ile kıyaslanmıştır. Şekil 4.4 (a)'da, üç uzunluklu kanal için farklı işaret-gürültü oranlarında (SNR) bu üç algoritma kullanılarak elde edilen ISI değerleri gösterilmektedir. Şekilden de görüldüğü gibi, sunulan yöntem MNPE yönteminden daha üstündür ve optimum sabit filtreden çok az bir miktar daha kötü performans sağlamaktadır. Benzer sonuçlar 5 uzunluklu bir kanal kullanıldığında da elde edilmiştir. Bu durum için elde edilen sonuçlar Şekil 4.4 (b)'de verilmiştir. Düşük ve yüksek SNR değerleri için sunulan yöntem MNPE algoritmasına kıyasla daha iyi performans göstermektedir. SNR'nın orta değerleri için ise, iki algoritma benzer bir davranışa sahiptir. Deney, 7, 9 ve 11 uzunluklu kanallar için tekrarlanmış ve sonuçlar Şekil 4.5'de verilmiştir. Kanalların katsayıları Tablo 4.1'de verilmiştir.

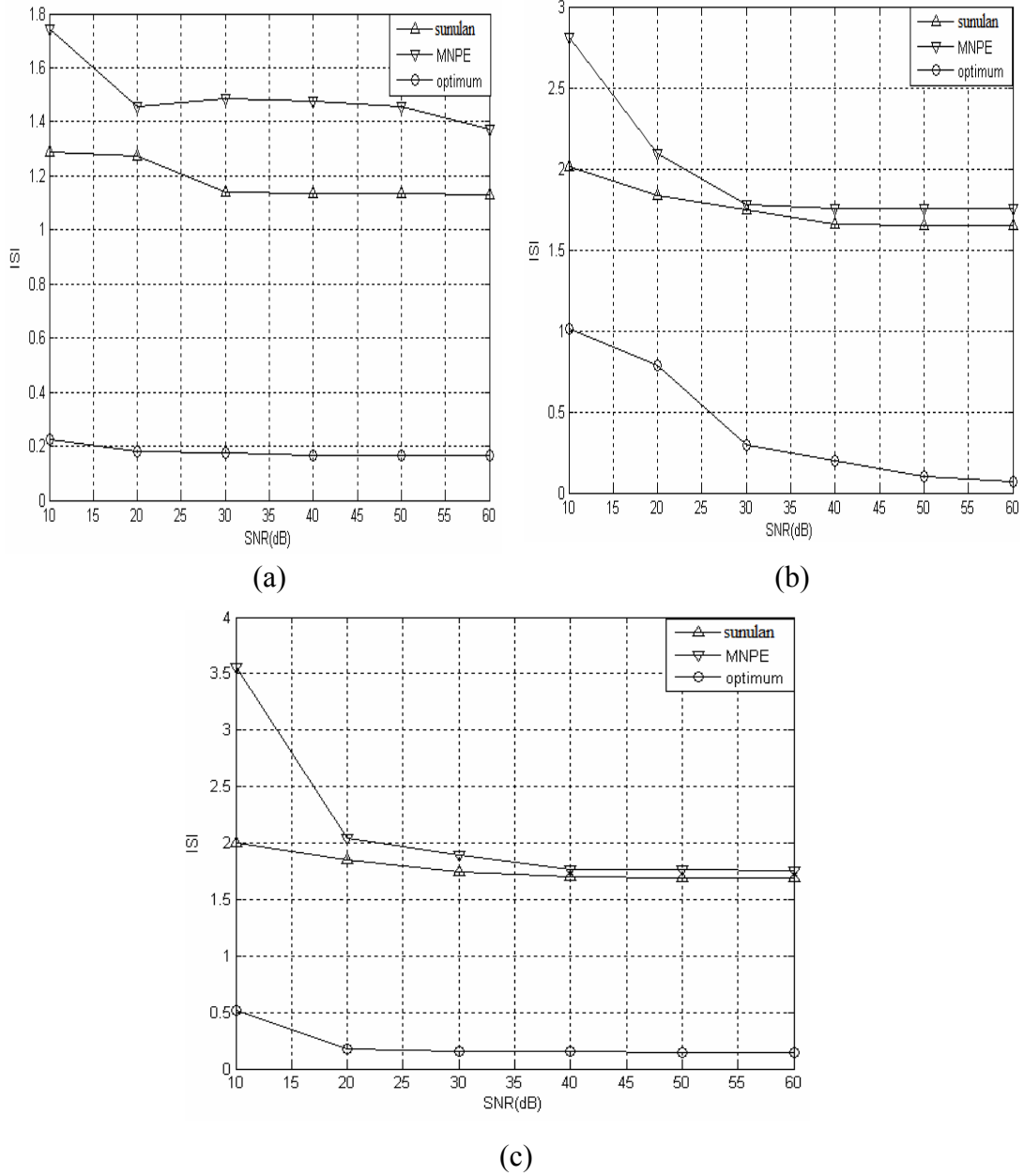


Şekil 4.4. (a) $c[0]=1$, $c[1]=-0.215$ ve $c[2]=0.565$ katsayılı 3 uzunluklu kanal (b) $c[0]=1$, $c[1]=0.5$, $c[2]=0.1$, $c[3]=-0.6$ ve $c[4]=0.2$ katsayılı 5 uzunluklu kanal için sunulan yöntemin, optimum sabit filtrelerin ve MNPE algoritmasının denkleştirme performansları

Tablo 4.2. Şekil 4.7'deki eğrilerin elde edilmesinde kullanılan SPR kanalların katsayıları

Kanal uzunluğu	$c[0]$	$c[1]$	$c[2]$	$c[3]$	$c[4]$	$c[5]$	$c[6]$	$c[7]$	$c[8]$	$c[9]$	$c[10]$
7	1	-0.2	0.4	0.3	-0.2	0.3	0.1				
9	1	0.9	0.81	0.73	0.64	0.55	0.46	0.37	0.28		
11	1	1	0.8	0.8	0.7	0.65	0.55	0.48	0.48	0.34	0.2

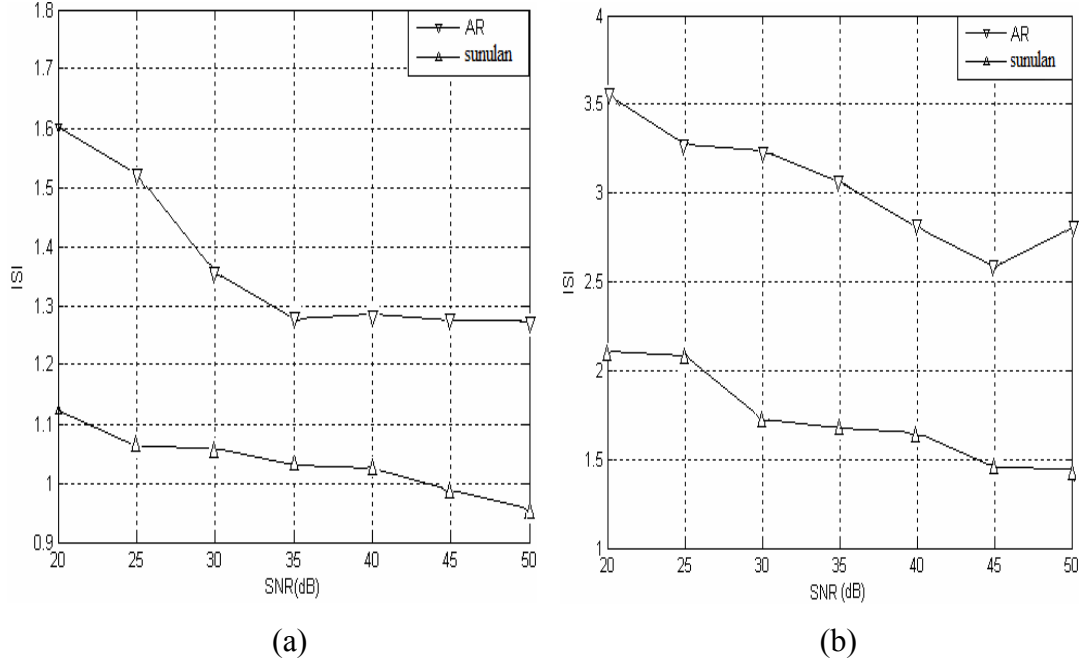
Son olarak, Bölüm 3'de verilen basitleştirilmiş yinelemeli AR algoritma ile bu bölümde geliştirilen yinelemeli olmayan yöntem farklı uzunluklu SPR ve SPR olmayan kanallar için karşılaştırılmıştır. 3 ve 5 uzunluklu SPR olmayan kanallar için elde edilen sonuçlar Şekil 4.6 (a) ve (b)'de verilmiştir. Önceki kısımda gösterildiği gibi, basitleştirilmiş AR algoritma SPR kanallar için en iyi sonuçları vermesine rağmen, Şekil 4.6, performansının SPR olmayan kanallar için oldukça kötüleştiğini göstermektedir. Şekil 4.7'de gösterildiği gibi, 7, 9 ve 11 uzunluklu SPR olmayan kanallar için de benzer sonuçlar elde edilmiştir. 7, 9 ve 11 uzunluklu SPR kanallar için elde edilen sonuçlar ise Şekil 4.8'da verilmiştir. Şekil 4.7 ve 4.8'deki eğrilerin elde edilmesinde kullanılan SPR ve SPR olmayan kanalların katsayıları sırasıyla Tablo 4.2 ve 4.3'de verilmiştir. Özetle, kanalın SPR olmadığı önceden biliniyorsa hesapsal olarak gerçekleştirilmesi oldukça zor olan uyarlamalı AR denkleştirici yerine, uyarlamalı FIR denkleştirici tercih edilmelidir. Ayrıca, kanalın SPR olması



Şekil 4.5. (a) 7, (b) 9 ve (c) 11 uzunluklu kanallar için sunulan yöntemin, optimum sabit filtrenin ve MNPE algoritmasının denkleştirme performansları

Tablo 4.3. Şekil 4.8'deki eğrilerin elde edilmesinde kullanılan SPR olmayan kanalların katsayıları

Kanal uzunluğu	c[0]	c[1]	c[2]	c[3]	c[4]	c[5]	c[6]	c[7]	c[8]	c[9]	c[10]
7	1	1	1	0.2	-0.4	2	-1				
9	1	0.2	0.1	0.3	1	1.2	0.4	0.3	0.2		
11	1	-0.2	0.1	0.3	1	1.2	0.4	-0.3	-0.2	0.3	0.1



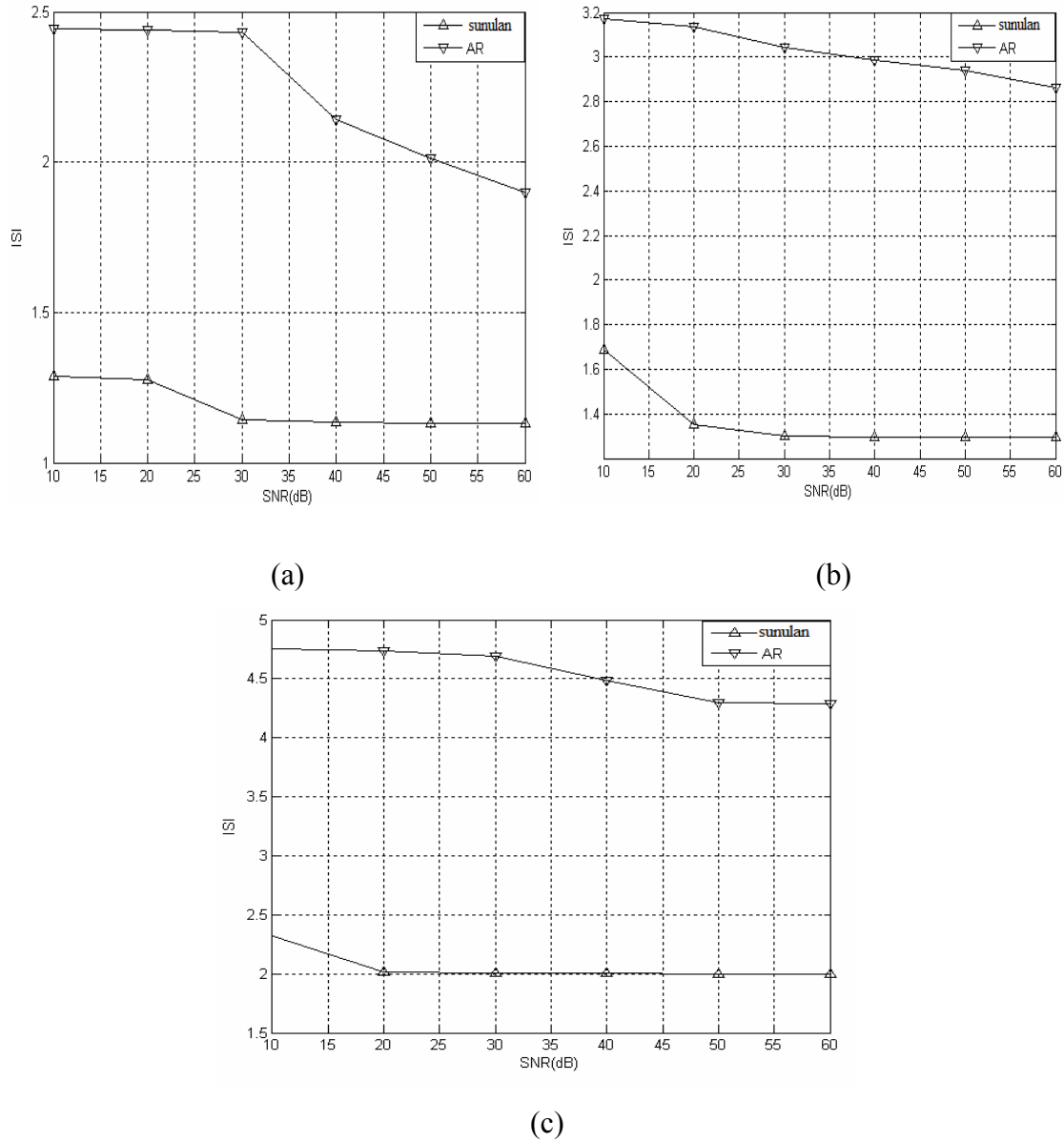
Şekil 4.6. (a) $c[0]=1$, $c[1]=0.85$ ve $c[2]=-0.25$ katsayılı 3 uzunluklu kanal, (b) $c[0]=1$, $c[1]=1$, $c[2]=0.5$, $c[3]=0.1$ ve $c[4]=-0.6$ katsayılı 5 uzunluklu kanal için sunulan yöntem ve Bölüm 3’de verilen basitleştirilmiş yinelemeli algoritma kullanılarak elde edilen ISI değerleri.

basitleştirilmiş AR algoritmanın yakınsamasını garanti etmek için sadece yeter bir koşuldur. Bu nedenle, basitleştirilmiş AR algoritma kanalın SPR olmaması durumunda bile çalışabilir. Ancak, bunun için ödenen bedel performansın bir miktar düşmesidir. Kanal SPR ise, basitleştirilmiş AR algoritma kullanılmalıdır!

4.5. Sonuçlar

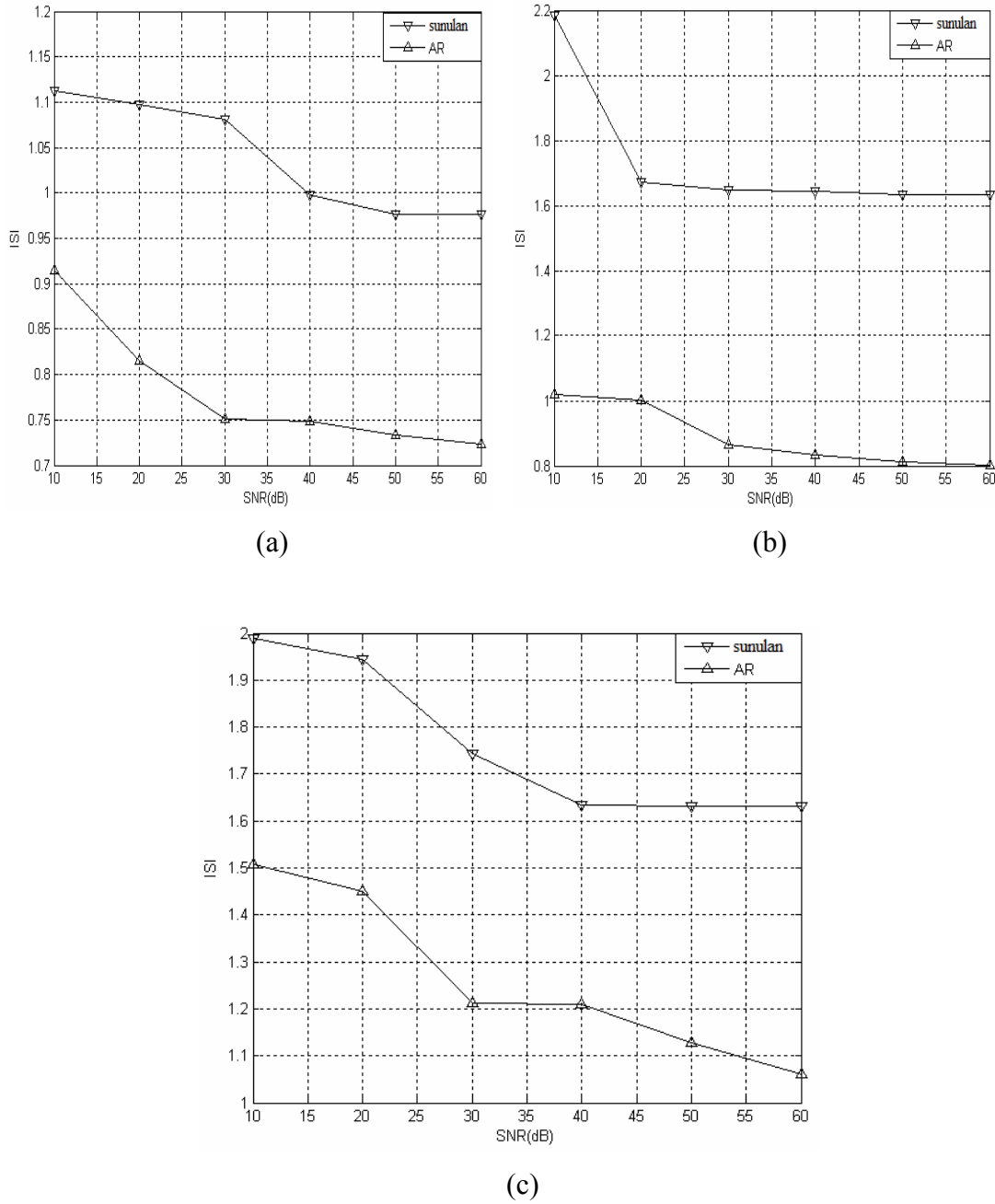
Bölüm 3’de SISO kaotik haberleşme sistemleri için basitleştirilmiş yinelemeli gözü kapalı kanal denkleştirme algoritması geliştirilmiş ve mevcut kaotik gözü kapalı denkleştirme algoritmalarından daha iyi sonuçlar vermesine rağmen önemli bir sınırlamaya sahip olduğu belirtilmişti. Yöntem, sadece SPR kanallar için geçerli bir çözüme yakınsamaktadır. Bu bölümde, kanalın SPR olup olmamasından bağımsız olarak çalışan yinelemeli olmayan bir kaotik gözü kapalı bir kanal denkleştirme tekniği sunulmuştur.

Kanal hakkında mevcut bilgiden yararlanılabildiğinden, en iyi denkleştirme sonuçları kanal bilindiğinde elde edilmektedir. İlk önce, kanal karakteristiklerinin bilinmesi durumu için istatistiksel olarak optimum sabit bir filtre tasarlanmıştır. Daha sonra,



Şekil 4.7. (a) 7, (b) 9 ve (c) 11 uzunluklu SPR olmayan kanal için sunulan algoritma ve Bölüm 3’de verilen basitleştirilmiş yinelemeli algoritma kullanılarak elde edilen ISI değerleri.

kanalın bilinmediği varsayılarak yinelemeli olmayan uyarlamalı bir filtre çıkartılmıştır. Simülasyon sonuçları sunulan yöntemin, MNPE algoritmasından daha iyi sonuçlar verdiğini ve bu sonuçların optimum filtre ile elde edilen sonuçlara oldukça yakın olduğunu göstermiştir. En iyi denkleştirme sonuçlarını veren yöntem olarak bilindiğinden, karşılaştırma yapmak için MNPE yöntemi seçilmiştir. Sunulan yöntemin gerçekleştirilmesi oldukça kolaydır. Bu yöntemin önemli bir özelliği, kanalın fazı ile ilgili bir sınırlama getirmediğinden, minimum fazlı olmayan kanallar tarafından bozulan kaotik işaretlerin geri elde edebilmesidir. Uyarlamalı filtre katsayılarını güncellemek için maliyet fonksiyonunun anlık türevi kullanıldığından,



Şekil 4.8. (a) 7 uzunluklu SPR kanal (b) 9 uzunluklu SPR kanal ve (c) 11 uzunluklu SPR kanal için sunulan yöntem ve Bölüm 3’de verilen basitleştirilmiş yinelemeli algoritma kullanılarak elde edilen ISI değerleri

sunulan yöntem yavaş ve yumuşak değişen doğrusal olmayan kanallar için de çalışır. Bu nedenle sunulan yöntem, sönümlemenin temel sorun olduğu kablosuz haberleşme uygulamalarında kullanılabilir.

Bu ve önceki bölümde yapılan çalışmalar şöyle özetlenebilir. Kanal SPR ise, basitleştirilmiş yinelemeli algoritma kaotik gözü kapalı kanal denkleştirme için en iyi

seçenektir. Tersine, kanal SPR olmadığında basitleştirilmemiş tekrarlamalı algoritma en iyi sonuçları vermesine rağmen hesap yükü oldukça düşük yinelemeli olmayan algoritma tercih edilmelidir.

Bu bölümde yapılan çalışma çeşitli yönlerden genişletilebilir. İlk olarak, performans artışının mümkün olup olmadığını görmek için uyarlamalı algoritma elde edilirken Denklem (4.23) ile verilen maliyet fonksiyonu yerine [48]'de verilen MPSV maliyet fonksiyonu olarak kullanılabilir. İkinci olarak, optimum sabit filtrenin tasarımı ve yinelemeli olmayan uyarlamalı algoritmanın çıkartılması MIMO kaotik haberleşme sistemleri için tekrarlanabilir. Kaotik haberleşme sistemleri için MIMO gözü kapalı olmayan denkleştirme problemini inceleyen sadece birkaç çalışma olduğundan, ikinci araştırma konusu daha önemlidir [60, 61]. MIMO kaotik haberleşme sistemleri için gözü kapalı kanal denkleştirme problemi Bölüm 5'de tartışılmıştır. SISO durumunda FIR filtreler kullanılarak iletilen kaotik işaretin doğru bir şekilde tekrar üretilebilmesi için gerek ve yeter koşullar elde etmek mümkün değildir. Ancak MIMO durumu için mükemmel denkleştirmeyi sağlayan geri-çatım filtrelerinin varlık ve teklik analizini yapmak mümkündür. Bölüm 5'de MIMO kaotik haberleşme sistemlerinin gözü kapalı denkleştirilmesi durumunda kaotik giriş işaretlerinin güvenilir bir şekilde tekrar üretilmesini sağlayan MIMO FIR denkleştiricinin varlığı ve tekliği için gereken koşullar belirlenmiştir. Son olarak, maliyet fonksiyonu olarak anlık hata yerine belirli bir zaman aralığındaki hataların karelerinin toplamı seçilebilir. Bu durumda algoritma karmaşıklaşacaktır. Artan karmaşıklığın ne kadar bir iyileşme sağlayacağı (özellikle yakınsama hızı bakımından) araştırılabilir.

BÖLÜM 5. KAOTİK HABERLEŞME SİSTEMLERİNDE MIMO FIR KANALLARIN GÖZÜ KAPALI DENKLEŞTİRMESİ

5.1.Giriş

Kaotik işaretlerin kendilerine has özellikleri kullanılarak geliştirilen birçok gözü kapalı kanal denkleştirme algoritması mevcuttur. Bu algoritmaların hemen hemen tamamında haberleşme sisteminin SISO olduğu varsayılmıştır [36, 48, 49, 50, 51, 52]. Haberleşme kanalının MIMO bir sistem olması durumunda kanal parametrelerinin bilindiği varsayılarak geliştirilen sınırlı sayıda algoritma vardır [60, 61]. Kaotik haberleşme sistemleri için, kanal parametrelerinin bilinmemesi durumunda MIMO bir kanalın denkleştirilmesi için geliştirilen gözü kapalı bir kanal denkleştirme algoritması bildiğimiz kadarıyla mevcut değildir.

Bu bölümde, kaotik haberleşme sistemlerinde MIMO gözü kapalı kanal denkleştirme problemi için bir yöntem geliştirilmiştir. MIMO haberleşme sistemlerinde, ISI'nın yanı sıra MUI da alıcının performansını düşüren bir etkidir. O halde, MIMO kanal denkleştirme durumunda alıcının performansını artırmak, güvenilir ve hızlı bir haberleşme sağlayabilmek için hem ISI hem de MUI yok edilmelidir. Kısım 5.5'de klasik haberleşme sistemlerinde yapıldığı gibi, SISO kaotik haberleşme sistemleri için kullanılan maliyet fonksiyonları MIMO durumuna uyarlanarak elde edilen yeni bir kaotik gözü kapalı kanal denkleştirme algoritması açıklanmıştır. Maliyet fonksiyonunun birinci terimi ISI'yı ikinci terimi ise MUI'yı bastırarak şekilde seçilmiştir. Birinci terim elde edilirken kaotik işaretlerin doğrusal olmayan öngörülebilirliklerinden yararlanılmıştır. İkinci terim için ise, farklı haritalamalarla üretilen veya aynı haritalamadan farklı başlangıç koşulları ile üretilen kaotik işaretlerin dik olması özelliği kullanılmıştır.

Bölüm aşağıdaki şekilde düzenlenmiştir. Kısım 5.2’de MIMO kaotik bir haberleşme modeli açıklanmış ve çözülecek problem tanımlanmıştır. Kısım 5.3’de mükemmel dekletirmeyi sağlayan MIMO FIR denkleştiricinin varlığı ve tekliği için gereken koşullar çıkartılmıştır. Kanal parametrelerinin bilinmesi durumunda kaotik giriş işaretleri ile denkleştirici çıkışında kestirilen kaotik işaretler arasındaki MSE’yi en küçük yapan optimum sabit filtre Kısım 5.4’de tasarlanmıştır. Kısım 5.5’de MIMO kaotik sistemler için sunulan uyarlamalı gözü kapalı kanal denkleştirme algoritması geliştirilmiştir. Sunulan yöntemin etkinliğini değerlendirmek için simülasyon sonuçları Kısım 5.6’de gösterilmiş, algoritmanın performansı başka bir yöntem mevcut olmadığından optimum sabit filtrenin performansı ile karşılaştırılmıştır. Son olarak Kısım 5.7’de bölümün özeti yapılmıştır.

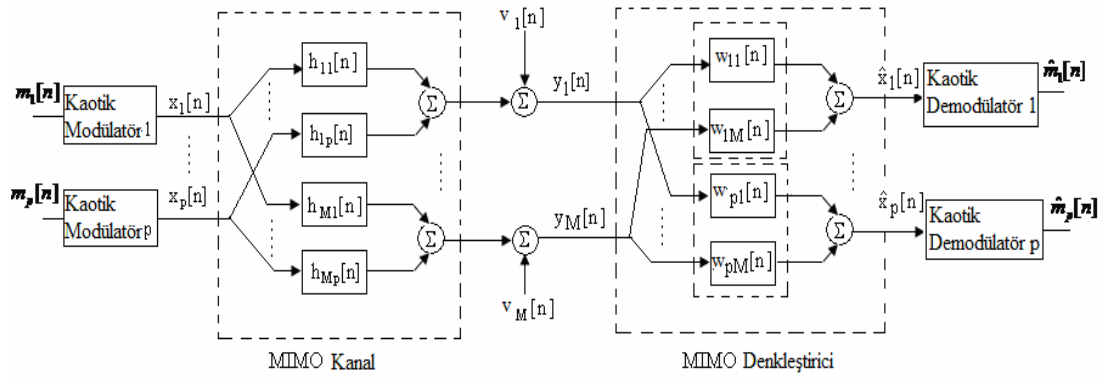
5.2. MIMO Sistem Modeli ve Problem Tanımı

Şekil 5.1’de gösterilen MIMO kaotik bir haberleşme sistemini ele alalım. $i=1,2,\dots,M$ ve $j=1,2,\dots,p$ olmak üzere, iletilecek bilgi işaretleri $m_j[n]$, kaotik modülasyon işleminden sonra $x_j[n]$ ile gösterilen kaotik işaretlere dönüştürülmektedir. Kaotik işaretler her biri L uzunluklu $h_{ij}[n]$ dürtü yanıtı FIR kanallar üzerinden iletilmekte ve alıcıya ulaşmadan önce Toplanır Beyaz Gauss Gürültüsü (AWGN) $v_i[n]$ tarafından bozulmaktadır. Önceki bölümlerde tartışılan herhangi bir kaotik haritalama ve kaotik modülasyon yöntemi kullanılarak kaotik modülatörler gerçekleştirilebilir.

n anında j . giriş işareti vektörü $\mathbf{x}_j[n]$ ve kanal dürtü yanıtı katsayı vektörü \mathbf{h}_{ij} aşağıdaki şekilde tanımlansın.

$$\mathbf{x}_j[n] := [x_j[n] \ x_j[n-1] \ \dots \ x_j[n-L+1]]^T, \quad j=1,2,\dots,p. \quad (5.1)$$

$$\mathbf{h}_{ij} := [h_{ij}[0] \ h_{ij}[1] \ \dots \ h_{ij}[L-1]]^T, \quad i=1,2,\dots,M. \quad (5.2)$$



Şekil 5.1.MIMO kaotik haberleşme sistemi

$\mathbf{x}_j[n]$ ve \mathbf{h}_{ij} vektörleri aracılığıyla, n anında alınan i . işaret $y_i[n]$, $w_i[n]$ n anında i . AWGN bileşeni olmak üzere

$$y_i[n] = \sum_{j=1}^p \mathbf{h}_{ij}^T \mathbf{x}_j[n] + w_i[n], \quad i=1,2,\dots,M \quad (5.3)$$

denklemlerle ifade edilebilir. MIMO durumunda ISI ve MUI bileşenlerini anlamak amacıyla Denklem (5.3)'de $M=2$, $p=2$ ve $L=2$ olduğunu varsayalım. O halde, Denklem (5.3)'den

$$y_1[n] = \sum_{j=1}^2 \mathbf{h}_{1j}^T \mathbf{x}_j[n] + w_1[n] = \mathbf{h}_{11}^T x_1[n] + \mathbf{h}_{12}^T x_2[n] + v_1[n] \quad (5.4)$$

$$y_2[n] = \sum_{j=1}^2 \mathbf{h}_{2j}^T \mathbf{x}_j[n] + w_2[n] = \mathbf{h}_{21}^T x_1[n] + \mathbf{h}_{22}^T x_2[n] + v_2[n] \quad (5.5)$$

yazılabilir. 2-uzunluklu olduğu varsayılan \mathbf{h}_{ij} için $[\mathbf{h}_{ij}[0] \mathbf{h}_{ij}[1]]^T$ yazılırsa, Denklemler (5.4) ve (5.5) sırasıyla,

$$y_1[n] = (\mathbf{h}_{11}[0]x_1[n] + \mathbf{h}_{11}[1]x_1[n-1]) + (\mathbf{h}_{12}[0]x_2[n] + \mathbf{h}_{12}[1]x_2[n-1]) + v_1[n] \quad (5.6)$$

$$y_2[n] = (\mathbf{h}_{21}[0]x_1[n] + \mathbf{h}_{21}[1]x_1[n-1]) + (\mathbf{h}_{22}[0]x_2[n] + \mathbf{h}_{22}[1]x_2[n-1]) + v_2[n] \quad (5.7)$$

şeklinde yeniden düzenlenebilir. Denklem (5.6) ve (5.7)'den görüldüğü gibi, n anında istenilen işaretin yanında istenilmeyen işaretlerde mevcuttur. Örneğin, Denklem (5.6)'da $h_{11}[0]x_1[n]$ istenilen terim olup diğerleri iletim kanalının mükemmel olmamasından ve diğer kullanıcılardan kaynaklanan istenilmeyen terimlerdir. $h_{11}[1]x_1[n-1]$ terimi ISI, $h_{12}[0]x_2[n]+h_{12}[1]x_2[n-1]$ terimi de MUI bileşenidir. Benzer bir durum, Denklem (5.7)'de de görülmektedir. Özetle, alıcı alınan işaretlerden hangi sembolün iletiildiğine karar verirse hata yapacaktır. Karar verme işleminden önce ISI ve MUI bileşenleri yok edilmelidir. Bu işlem “kanal denkleştirme” olarak bilinir.

Şekil 5.1'den de görüldüğü gibi, istenilen herhangi bir giriş işaretini tekrar geri elde edebilmek için demodülasyon işleminden önce MIMO bir denkleştirici (veya geriçatım filtreleri) kullanılmıştır. Şimdi, denkleştirici bloğundaki her bir filtrenin $K=2$ uzunluklu FIR bir filtre olduğunu varsayalım. Denkleştirici çıkışındaki işaretleri, alınan işaret ve denkleştirici katsayıları cinsinden ifade edebilmek için kanal çıkışındaki alınan işaret vektörü

$$\mathbf{y}[n] = [y_1[n] y_2[n] y_1[n-1] y_2[n-1]] \quad (5.8)$$

şeklinde bir satır vektörü olarak ifade edilebilir. Denklem (5.8)'de

$$y_i[n-1] = \sum_{j=1}^2 \mathbf{h}_{ij}^T \mathbf{x}_j[n-1] + w_i[n-1] \quad (5.9)$$

olduğuna dikkat ediniz. Denklemler (5.6), (5.7) ve (5.9), Denklem (5.8)'da yerine konulursa n anında alınan işaret vektörü

$$\begin{aligned} \mathbf{y}[n] = & [(h_{11}[0]x_1[n] + h_{11}[1]x_1[n-1]) + (h_{12}[0]x_2[n] + h_{12}[1]x_2[n-1]) + w_1[n], \\ & (h_{21}[0]x_1[n] + h_{21}[1]x_1[n-1]) + (h_{22}[0]x_2[n] + h_{22}[1]x_2[n-1]) + w_2[n], \\ & (h_{11}[0]x_1[n-1] + h_{11}[1]x_1[n-2]) + (h_{12}[0]x_2[n-1] + h_{12}[1]x_2[n-2]) + w_1[n-1], \\ & (h_{21}[0]x_1[n-1] + h_{21}[1]x_1[n-2]) + (h_{22}[0]x_2[n-1] + h_{22}[1]x_2[n-2]) + w_2[n-1]]^T \end{aligned} \quad (5.10)$$

şeklinde 1×4 boyutlu bir satır vektörü olacaktır. Denklem (5.10)'u daha basit bir şekilde ifade edebilmek için \mathbf{H} MIMO kanal katsayı matrisi, $\mathbf{x}[n]$ kaotik giriş işaretleri vektörü ve $\mathbf{w}[n]$ gürültü vektörü tanımları aşağıdaki şekilde yapılsın:

$$\mathbf{H} := \begin{bmatrix} \mathbf{H}[0] & \mathbf{H}[1] & 0 \\ 0 & \mathbf{H}[0] & \mathbf{H}[1] \end{bmatrix}^T, \mathbf{H}[n] := \begin{bmatrix} h_{11}[n] & h_{12}[n] \\ h_{21}[n] & h_{22}[n] \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

$$\mathbf{x}[n] := [x_1[n] \ x_2[n], \dots, x_1[n-2] \ x_2[n-2]] \quad (5.12)$$

$$\mathbf{v}[n] := [v_1[n] \ v_2[n] \ v_1[n-1] \ v_2[n-1]] \quad (5.13)$$

Bu tanımlamalar kullanılarak Denklem (5.10)

$$\mathbf{y}[n] = \mathbf{x}[n]\mathbf{H} + \mathbf{v}[n] \quad (5.14)$$

olarak ifade edilebilir. Verilen örnek p , M , K ve L 'nin keyfi değerlerine genişletilebilir. O halde, n anında alınan işaret vektörü

$$\mathbf{y}[n] = [y_1[n] \dots y_M[n] \dots y_1[n-K+1] \dots y_M[n-K+1]] \quad (5.15)$$

şeklinde MK elemana sahip bir satır vektörü olarak ifade edilir, \mathbf{H} MIMO kanal katsayı matrisi, n anında $\mathbf{x}[n]$ kaotik giriş işaretleri vektörü ve $\mathbf{v}[n]$ gürültü vektörü tanımları

$$\mathbf{H} := \begin{bmatrix} \mathbf{H}[0] & \mathbf{H}[L-1] & \dots & 0 \\ \vdots & \mathbf{H}[0] & \mathbf{H}[L-1] & 0 \\ 0 & \dots & \mathbf{H}[0] & \mathbf{H}[L-1] \end{bmatrix}^T, \mathbf{H}[n] := \begin{bmatrix} h_{11}[n] & \dots & h_{1p}[n] \\ \vdots & & \vdots \\ h_{M1}[n] & \dots & h_{Mp}[n] \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

$$\mathbf{x}[n] := [x_1[n] \dots x_p[n], \dots, x_1[n-K-L+2] \dots x_p[n-K-L+2]] \quad (5.17)$$

$$\mathbf{v}[n] := [v_1[n] \dots v_M[n] \dots v_1[n-K+1] \dots v_M[n-K+1]] \quad (5.18)$$

olarak yeniden düzenlenirse n anında alınan işaret vektörü $\mathbf{y}[n]$ Denklem (5.14)'de olduğu gibi

$$\mathbf{y}[n] = \mathbf{x}[n]\mathbf{H} + \mathbf{v}[n] \quad (5.19)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Çözülecek problem Şekil 5.1'de gösterildiği gibi alınan işaret vektöründen en az hatayla vericideki modülatörlerin çıkışlarını kestirmeye imkan veren geri çatım filtrelerinin tasarlamaktır. Alınan işaret vektörü $\mathbf{y}[n]$ ile gönderilen işaret vektörü $\mathbf{x}[n]$ arasındaki ilişkiyi vektör-matris formunda yazmamıza imkan veren işlemlerin benzerlerini yaparak, kestirilen işaretler ile alınan işaretler arasındaki ilişkileri de vektör matris notasyonunda yazmak mümkündür. Şekil 5.1'de gösterildiği gibi kaotik giriş işaretlerini tekrar geri elde edebilmek için alınan M adet bozulmuş işaret, K uzunluklu FIR filtrelerden oluşmuş MIMO denkleştirici filtre bloğuna uygulanmaktadır. Denkleştirici katsayı vektörü \mathbf{w}_{ji} 'yi ve i . alınan işaret vektörü $\mathbf{y}_i[n]$ 'i aşağıdaki şekilde tanımlayalım:

$$\mathbf{w}_{ji} := [w_{ji}[0] \ w_{ji}[1] \ \dots \ w_{ji}[K-1]]^T \quad (5.20)$$

$$\mathbf{y}_i[n] = [y_i[n] \ \dots \ y_i[n-K+1]]^T \quad (5.21)$$

O halde, n anında j . denkleştirici çıkışı

$$\hat{\mathbf{x}}_j[n] = \sum_{i=1}^M \mathbf{w}_{ji}^T \mathbf{y}_i[n], \quad j=1, 2, \dots, p. \quad (5.22)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (5.22)'de $M=2$, $K=2$ ve $p=2$ olsun. O halde, Denklem (5.22)'den

$$\hat{\mathbf{x}}_1[n] = \sum_{i=1}^2 \mathbf{w}_{1i}^T \mathbf{y}_i[n] = \mathbf{w}_{11}^T \mathbf{y}_1[n] + \mathbf{w}_{12}^T \mathbf{y}_2[n] \quad (5.23)$$

$$\hat{x}_2[n] = \sum_{i=1}^2 \mathbf{w}_{2i}^T \mathbf{y}_i[n] = \mathbf{w}_{21}^T \mathbf{y}_1[n] + \mathbf{w}_{22}^T \mathbf{y}_2[n] \quad (5.24)$$

olur. 2-uzunluklu olduğu varsayılan \mathbf{w}_{ji} , ($i,j=1,2$) vektörleri için $[\mathbf{w}_{ji}[0] \mathbf{w}_{ji}[1]]^T$ ve $\mathbf{y}_i[n] = [y_i[n] y_i[n-1]]^T$ yazılırsa Denklem (5.24) ve (5.25) sırasıyla,

$$\hat{x}_1[n] = (w_{11}[0]y_1[n] + w_{11}[1]y_1[n-1]) + (w_{12}[0]y_2[n] + w_{12}[1]y_2[n-1]) \quad (5.25)$$

$$\hat{x}_2[n] = (w_{21}[0]y_1[n] + w_{21}[1]y_1[n-1]) + (w_{22}[0]y_2[n] + w_{22}[1]y_2[n-1]) \quad (5.26)$$

şeklinde yeniden düzenlenebilir. $p=2$ durumu için denkleştirici çıkış vektörü

$$\hat{\mathbf{x}}[n] := [\hat{x}_1[n] \hat{x}_2[n]] \quad (5.27)$$

olarak tanımlansın. O halde, Denklem (5.25) ve Denklem (5.26) kullanılarak Denklem (5.27)

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}[n] = & [(w_{11}[0]y_1[n] + w_{11}[1]y_1[n-1]) + (w_{12}[0]y_2[n] + w_{12}[1]y_2[n-1]) \\ & (w_{21}[0]y_1[n] + w_{21}[1]y_1[n-1]) + (w_{22}[0]y_2[n] + w_{22}[1]y_2[n-1])] \end{aligned} \quad (5.28)$$

şeklinde gösterilebilir. Denklem (5.28)'i daha basit bir şekilde ifade edebilmek için \mathbf{W} denkleştirici katsayı matrisi aşağıdaki şekilde tanımlansın

$$\mathbf{W} := [\mathbf{W}[0] \mathbf{W}[1]]^T, \mathbf{W}[n] := \begin{bmatrix} w_{11}[n] & w_{12}[n] \\ w_{21}[n] & w_{22}[n] \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

Bu tanım kullanılarak Denklem (5.28)

$$\hat{\mathbf{x}}[n] = \mathbf{y}[n] \mathbf{W} \quad (5.30)$$

şeklinde ifade edilebilir. Verilen örnek p , M , K ve L 'nin keyfi değerlerine genelleştirilebilir. O halde, denkleştirici çıkışı vektörü $\hat{\mathbf{x}}_j[n]$ ve denkleştirici katsayı matrisi \mathbf{W}

$$\hat{\mathbf{x}}[n] := [\hat{x}_1[n] \dots \hat{x}_p[n]] \quad (5.31)$$

$$\mathbf{W} := [\mathbf{W}[0] \mathbf{W}[1] \dots \mathbf{W}[K-1]]^T, \mathbf{W}[n] := \begin{bmatrix} w_{11}[n] \cdots w_{1M}[n] \\ \vdots \\ w_{p1}[n] \cdots w_{pM}[n] \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

olarak yeniden tanımlanırsa, Denklem (5.30)'daki gibi n anındaki denkleştirici çıkışı,

$$\hat{\mathbf{x}}[n] = \mathbf{y}[n] \mathbf{W} \quad (5.33)$$

denklemiyle ifade edilebilir. Denklem (5.33)'de $\mathbf{y}[n] = \mathbf{x}[n] \mathbf{H} + \mathbf{v}[n]$ yazılırsa, gönderilen işaret vektörü ile alınan işaret vektörü arasındaki ilişki

$$\hat{\mathbf{x}}[n] = \mathbf{x}[n] \mathbf{H} \mathbf{W} + \mathbf{v}[n] \mathbf{W} \quad (5.34)$$

olarak bulunur. Sonraki kısımda, alınan işaret vektörü bilgisi kullanılarak mükemmel denkleştirmeyi sağlayan MIMO sonlu dürtü yanıtı (FIR) denkleştiricinin varlığı ve tekliği için gereken koşullar belirlenecektir. Bu analiz yapılırken gözlem gürültüsünün olmadığı varsayılacaktır.

5.3. FIR Geri-Çatım Filtrelerinin Varlık-Teklik Analizi

Kestirilen işaretler alınan işaret, MIMO kanal katsayıları ve kaotik giriş işaretleri cinsinden vektör matris notasyonunda ifade edildikten sonra geri-çatım filtrelerinin varlık ve teklik koşulları çıkartılabilir. Mükemmel denkleştirme için, kestirilen bir kaotik işaret kendisine karşılık gelen orijinal kaotik giriş işaretinin bir tamsayı kadar gecikmiş hali olmalıdır. Diğer bir ifadeyle, gözlem gürültüsü yokken toplam sistemin dürtü yanıtı \mathbf{G}_τ

$$\mathbf{G}_\tau = \mathbf{H} \mathbf{W} = [\mathbf{0} \dots \mathbf{0} \mathbf{I} \mathbf{0} \dots \mathbf{0}]^T \quad (5.35)$$

şeklinde, sadece bir blok satırı birim matris diğer blok satırları sıfır matrisi olan $p(K + L - 1) \times p$ boyutlu bir matris olmalıdır. Birim matrisin konumu orijinal ile kestirilen işaretler arasındaki gecikmeyle belirlenir. Denkleştirici çıkış vektörü, toplam sistemin dürtü yanıtı cinsinden

$$\hat{\mathbf{x}}[n] = \mathbf{x}[n] \mathbf{G}_\tau \quad (5.36)$$

şeklinde yazılabilir. Gözlem gürültüsü ihmal edilerek Denklem (5.19) , Denklem (5.33)'de yerine konulursa

$$\hat{\mathbf{x}}[n] = \mathbf{x}[n] \mathbf{H} \mathbf{W} \quad (5.37)$$

elde edilir. Denklem (5.36) ve Denklem (5.37)'den

$$\mathbf{H} \mathbf{W} = \mathbf{G}_\tau \quad (5.38)$$

yazılabilir. Denklem (5.38) matris denklemdir. Mükemmel denkleştirmeyi sağlayan denkleştirici setinin varlığını ve tekliğini inceleyebilmek için bu denklem, \mathbf{A} bir matris \mathbf{x} ve \mathbf{b} vektörler olmak üzere, $\mathbf{A}\mathbf{x}=\mathbf{b}$ şeklinde, vektör-matris eşitliğine dönüştürülmelidir. Bu amaçla, kaotik giriş işaretleri vektörü $\mathbf{x}[n]$, kanal katsayı matrisi \mathbf{H} , denkleştirici katsayı matrisi \mathbf{W} ve toplam sistemin dürtü yanıtı matrisi \mathbf{G}_τ yeniden tanımlanmalıdır. İlk olarak denkleştirici katsayı matrisini

$$\mathbf{w} := [w_{11}[0] \dots w_{1M}[0], \dots, w_{11}[K-1] \dots w_{1M}[K-1], \dots, w_{p1}[0] \dots w_{pM}[0], \dots, w_{p1}[K-1] \dots w_{pM}[K-1]]^T \quad (5.39)$$

şeklinde $pKM \times 1$ boyutlu denkleştirici katsayı vektörüne dönüştürelim. Daha sonra \mathbf{w} vektörüne uygun, $p^2(K + L - 1) \times pKM$ boyutlu yeni bir kanal katsayı matrisi tanımlayalım.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^0 \\ \dots \\ \mathbf{C}^1 \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ \mathbf{C}^{p-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}^0 = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^T[0] & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \overbrace{\mathbf{0} \dots \mathbf{0}}^{p-1 \text{ adet}} \\ \mathbf{H}^T[1] & \mathbf{H}^T[0] & \mathbf{0} & \mathbf{0} \dots \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}^T[1] & \mathbf{H}^T[0] & \mathbf{0} \dots \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}^T[1] & \mathbf{0} \dots \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

Burada \mathbf{C}^1 , \mathbf{C}^0 matrisinin bir blok sütun \mathbf{C}^{p-1} ise $p-1$ blok sütun sağa ötelenmesiyle oluşturulan $p(K+L-1) \times pKM$ boyutlu matrislerdir. $\mathbf{0}$ matrisleri ise $p(K+L-1) \times KM$ boyutlu tüm elemanları sıfır olan matrislerdir. \mathbf{C} matrisi ve \mathbf{w} vektörü tanımlandıktan sonra denkleştirici çıkışındaki kaotik işaretleri Denklem (5.28)'deki gibi ifade edebilmek için kaotik giriş işaretlerinden oluşan $p \times p^2(K+L-1)$ boyutlu bir \mathbf{S} matrisi tanımlanmalıdır. O halde,

$$\mathbf{S}[n] = \begin{bmatrix} \mathbf{S}^0 \\ \dots \\ \mathbf{S}^1 \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ \mathbf{S}^{p-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S}^0 = \begin{bmatrix} \mathbf{x}[n] & \overbrace{\mathbf{0} \dots \mathbf{0}}^{p-1 \text{ adet}} \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

Burada $\mathbf{0}$ vektörleri $1 \times p(K+L-1)$ boyutlu sıfır vektörleridir. Bu tanımlamalar yapıldıktan sonra denkleştirici çıkış işaretleri vektörü,

$$\hat{\mathbf{x}}[n] = \begin{bmatrix} \hat{x}_1[n] \\ \vdots \\ \hat{x}_p[n] \end{bmatrix} = \mathbf{S}[n] \mathbf{C} \mathbf{w} \quad (5.42)$$

şeklinde yeniden ifade edilebilir. Son olarak, daha öncede açıklandığı gibi mükemmel denkleştirme için $\mathbf{g}_\tau = \mathbf{C} \mathbf{w}$ eşitliği ile ifade edilen $p^2(K+L-1) \times 1$

boyutlu bir \mathbf{g}_τ vektörü tanımlanmalıdır. τ gecikme miktarını belirlemek üzere \mathbf{g}_τ vektörü

$$\mathbf{g}_\tau = [\mathbf{0} \dots \mathbf{1} \mathbf{0} \dots \mathbf{0}]^T \quad (5.43)$$

şeklinde gösterilen sadece $(\tau + 1)$ konumunda elemanları bire eşit $p \times 1$ boyutlu bir vektöründen diğer konumlarında $p \times 1$ boyutlu sıfır vektörlerinden oluşan bir vektör olsun. Tüm bu tanımlamalardan sonra denkleştirici çıkış vektörü $\hat{\mathbf{x}}[n]$ aşağıdaki şekilde yazılabilir

$$\hat{\mathbf{x}}[n] = \mathbf{S}[n] \mathbf{g}_\tau \quad (5.44)$$

Denklem (5.44), Denklem (5.42)'de yerine yazılırsa

$$\mathbf{C} \mathbf{w} = \mathbf{g}_\tau \quad (5.45)$$

elde edilir.

Teorem 5.1.

\mathbf{C} tam satır dereceli bir matris, $M > p$ ve $L > 1$ olsun. p kanal girişi sayısı, M kanal çıkışı sayısı, K denkleştirici bloğunu ve L MIMO kanalı oluşturan her bir filtrenin uzunlukları olmak üzere, mükemmel denkleştirmeyi sağlayan FIR geri-çatım filtrelerinin var olabilmesi için $K > \frac{p(L-1)}{M-p}$ olmalıdır. $K = \frac{p(L-1)}{M-p}$ koşulu sağlandığında veya Denklem (5.45)'deki minimum boy çözümü elde edildiğinde çözüm tek olur. \diamond

İspat:

Denklem (5.45)'i sağlayan filtre setinin var olabilmesi için \mathbf{C} matrisi tam-satır dereceli olmalıdır. $\text{rank}(\mathbf{C}) = \min\{p^2(K + L - 1), pKM\}$ olduğundan \mathbf{C} matrisinin

tam-satır dereceli olması için $p^2(K + L - 1) \leq pKM$ olmalıdır. Diğer parametrelerin bilindiği varsayılırsa mükemmel denkleştiricinin var olabilmesi için denkleştirici uzunluğu

$$K > \frac{p(L-1)}{M-p} \quad (5.46)$$

şartını sağlamalıdır.

Çözümün tekliği ise, Denklem (5.45)'deki **C** matrisi, tersi alınabilir (tekil olmayan) kare matris veya Denklem (5.45)'in minimum boy çözümü alındığında garanti edilebilir. $K=p(L-1)/M-p$ durumunda **C** matrisi tersi alınabilir kare matris olur ve çözüm tektir. $K>p(L-1)/M-p$ durumunda Denklem (5.38)'in tek olduğu bilinen minimum boy çözümü alınır.

C matrisinin tam satır dereceli olması için gereken koşullar [70]'de yapıldığı gibi çıkartılmalıdır.

SISO durumunda FIR bir kanalın FIR bir denkleştirici ile mükemmel denkleştirilemeyeceği bilinmektedir. MIMO durumunda mükemmel denkleştirmeyi sağlayan FIR geri-çatım filtrelerinin var ve tek olabileceği Teorem 5.1 iel gösterilmiştir. Bu çok önemli bir gözlemdir. MIMO durumu için varlık ve teklik analizi yapıldıktan sonra, sonraki kısımda kanal parametrelerinin bilinmesi durumunda kaotik giriş işaretleri ile denkleştirici çıkışında kestirilen kaotik işaretler arasındaki MSE'yi minimum yapan optimum sabit filtre tasarlanacaktır.

5.4.Optimum Sabit Filtre Tasarımı

Şekil 5.2'de gösterilen MIMO kanal denkleştirme problemini ele alalım. Burada amaç, kaotik giriş işaretleri vektörü $\mathbf{x}[n]$ ile denkleştirici çıkış vektörü $\hat{\mathbf{x}}[n]$ arasındaki MSE'yi en küçük yapan optimum sabit filtre **W**'yi tasarlayarak kaotik giriş işaretlerini tekrar elde etmektir. Kısım 5.3'de bahsedildiği gibi, $\mathbf{x}[n] := [x_1[n], \dots, x_p[n]]$ ve $\hat{\mathbf{x}}[n] := [\hat{x}_1[n], \dots, \hat{x}_p[n]]$ olmak üzere, mükemmel

denkleştirme $\hat{x}[n] = \alpha x[n - \tau]$ olduğunda gerçekleşir. O halde amacımız, $e[n] = x[n - \tau] - \hat{x}[n]$ şeklinde tanımlanan kestirim hatası vektörü ve $E[\cdot]$ beklenen değer operatörü olmak üzere $MSE = E[\|e[n]\|^2]$ ile verilen ortalama karesel hatayı en küçük yapan \mathbf{W} 'yi bulmaktır. Bunun için önce MSE eşitliği \mathbf{W} cinsinden yazılacak, daha sonra eşitliğin \mathbf{W} 'ye göre türevi alınıp sifıra eşitlenerek durağan noktalar bulunacaktır [34].

Gözlem gürültüsü yokken toplam sistemin dürtü yanıtı \mathbf{G}_τ ile kanal katsayı matrisi \mathbf{H} ve denkleştirici katsayı matrisi \mathbf{W} arasındaki ilişki Denklem (5.38)'de gösterilmişti. Bu eşitlikten faydalanarak

$$x[n - \tau] = x[n] \mathbf{G}_\tau \quad (5.48)$$

yazılabilir. Denklem (5.19) ve Denklem (5.33) kullanılarak

$$\hat{x}[n] = x[n] \mathbf{H} \mathbf{W} + v[n] \mathbf{W} \quad (5.49)$$

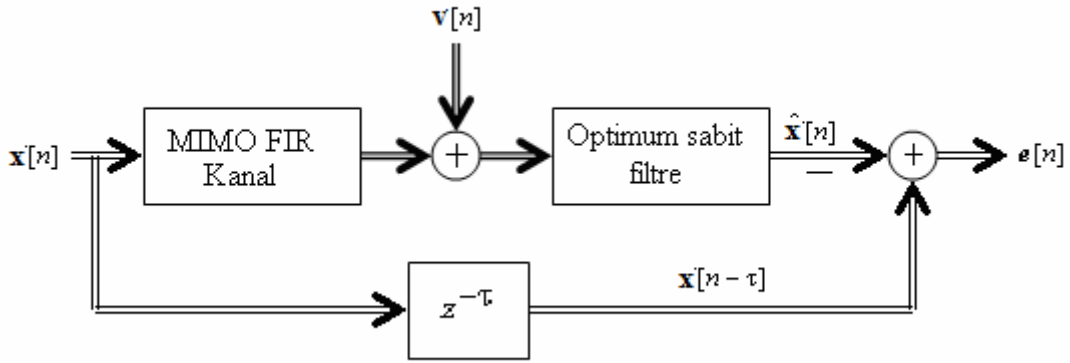
elde edilir. O halde kestirim hatası vektörü $e[n]$,

$$e[n] = x[n - \tau] - \hat{x}[n] = x[n] (\mathbf{G}_\tau - \mathbf{H} \mathbf{W}) - v[n] \mathbf{W} \quad (5.50)$$

şeklinde ifade edilebilir. MSE'yi hesaplayabilmek için ilk olarak $\|e[n]\|^2$ belirlenmelidir. $e[n]$ vektörünün boyu $\|e[n]\|$, vektörün elemanlarının kareleri toplamının kareköküne eşit olduğundan $\|e[n]\|^2 = e[n] e^T[n]$ yazılabilir. Denklem (5.41) kullanılarak $\|e[n]\|^2$ şu şekilde hesaplanır

$$\|e[n]\|^2 = (x[n] \mathbf{G}_\tau - x[n] \mathbf{H} \mathbf{W} - v[n] \mathbf{G})(\mathbf{G}_\tau^T x^T[n] - \mathbf{W}^T \mathbf{H}^T x^T[n] - \mathbf{W}^T v^T[n]) \quad (5.51)$$

MSE'yi hesaplamak için Denklem (5.51)'e beklenen değer operatörü uygulanmalı daha sonra durağan noktaları bulmak için MSE'nin \mathbf{W} 'ye göre türevi alınmalıdır.



Şekil 5.2. Optimum sabit filtre tasarımında hata fonksiyonu tanımı

Beklenen değer operatörü ile türev operatörü yer değiştirebildiğinden $\|e[n]\|^2$ 'in önce \mathbf{W} 'ye göre türevi alınıp sonra beklenen değeri hesaplanabilir [9]. O halde, Denklem (5.51) düzenlenip Ek B'de açıklandığı gibi \mathbf{G} 'ye göre türevi alınır

$$\begin{aligned} \frac{\partial \|e[n]\|^2}{\partial \mathbf{W}} = & -2\mathbf{H}^T \mathbf{x}^T[n] \mathbf{x}[n] \mathbf{G}_\tau - 2\mathbf{v}^T[n] \mathbf{x}[n] \mathbf{G}_\tau + 2\mathbf{H}^T \mathbf{x}^T[n] \mathbf{x}[n] \mathbf{H} \mathbf{W} \\ & + 2\mathbf{H}^T \mathbf{x}^T[n] \mathbf{v}[n] + 2\mathbf{v}^T[n] \mathbf{x}[n] \mathbf{H} \mathbf{W} + 2\mathbf{v}^T[n] \mathbf{v}[n] \mathbf{W} \end{aligned} \quad (5.52)$$

elde edilir. Türev eşitliğinin her iki tarafına beklenen değer operatörü uygulanırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$E \left[\frac{\partial \|e[n]\|^2}{\partial \mathbf{W}} \right] = -2\mathbf{H}^T \mathbf{X}[n] \mathbf{G}_\tau + 2\mathbf{H}^T \mathbf{X}[n] \mathbf{H} \mathbf{W} + 2\sigma_v^2 \mathbf{I} \quad (5.53)$$

Denklem (5.53) elde edilirken aşağıdaki özellikler kullanılmıştır.

i) $\mathbf{v}[n]$ 'in sıfır ortalamalı σ_v^2 varyanslı beyaz Gauss gürültüsü bileşenlerinden oluştuğu varsayıldığından $E[\mathbf{v}^T[n] \mathbf{v}[n]] = \sigma_v^2 \mathbf{I}$ alınabilir.

ii) $\mathbf{x}[n]$ deterministik olduğundan $E[\mathbf{x}^T[n] \mathbf{x}[n]] = \mathbf{x}^T[n] \mathbf{x}[n] = \mathbf{X}[n]$ 'dir.

iii) $\mathbf{x}[n]$ ve $\mathbf{v}[n]$ 'in ilişkisiz olduğu varsayılmıştır. Bu nedenle, $h(\mathbf{x}[n]) \mathbf{x}[n]$ 'in herhangi bir fonksiyonu olmak üzere, $E[h(\mathbf{x}[n]) \mathbf{v}[n]] = h(\mathbf{x}[n]) E[\mathbf{v}[n]] = 0$ 'dır.

O halde, mükemmel denkleştirmeyi sağlayan optimum sabit filtre \mathbf{W}^*

$$-2\mathbf{H}^T \mathbf{X}[n] \mathbf{G}_r + 2\mathbf{H}^T \mathbf{X}[n] \mathbf{H} \mathbf{W} + 2\sigma_v^2 \mathbf{I} = 0 \quad (5.54)$$

eşitliğinin çözümüdür ve

$$\mathbf{W}^* = (\mathbf{H}^T \mathbf{X}[n] \mathbf{H} + \sigma_v^2 \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{H}^T \mathbf{X}[n] \mathbf{G}_r) \quad (5.55)$$

ile verilir. Bu durumda tasarlanan optimum filtre, Wiener filtresinin tersine, sabit değildir ve her bir zaman anında hesaplanmalıdır.

5.5. Uyarlamalı Gözü Kapalı MIMO Kanal Denkleştirme Algoritması

Denklem (5.55)'den görüldüğü gibi, optimum denkleştiricinin tasarımı kanalın, kaotik giriş işaretlerinin ve gürültü varyansının bilinmesini gerektirir. Gözü kapalı kanal denkleştirme yöntemlerinde bu bilgi mevcut değildir. Bu yüzden optimum filtre yerine uyarlamalı bir denkleştirici tasarlanmalıdır.

Denklem (5.17)'den görülebileceği gibi kaotik giriş işaretleri vektörü $\mathbf{x}[n]$, p adet giriş işaretinin birleşiminden oluşan bir vektördür. Denklem (5.49) ile verilen giriş işaretleri ile denkleştirici çıkışı arasındaki ilişkiden, denkleştirici çıkış işaretlerinin de giriş işaretlerinin bir karışımından oluştuğu açık olarak görülebilir. Bu nedenle MIMO sistemler, ISI'ya ek olarak MUI içerir. O halde, uyarlamalı kanal denkleştirme algoritması hem ISI'yı hem de MUI'yı ortadan kaldırmalı, sadece alınan işaret bilgisini kullanarak iletilen kaotik giriş işaretlerini geri elde etmelidir.

Bu amaçla klasik MIMO haberleşme sistemlerinde uygulanan yöntemlere benzer bir şekilde, SISO kaotik haberleşme sistemleri için kullanılan maliyet fonksiyonuna ilave bir terim eklenerek yeni bir MIMO kaotik kanal denkleştirme algoritması geliştirilecektir. Hem ISI'yı hem de MUI'yı yok edebilecek mantıklı bir maliyet fonksiyonu

$$J(\mathbf{W}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p (\hat{x}_i[n] - f(\hat{x}_i[n-1]))^2 + 2 \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^p \sum_{\delta_1}^{\delta_2} (\hat{x}_i[n] \hat{x}_j[n-\delta])^2 \quad (5.56)$$

denklemleriyle ifade edilebilir. Denklem (5.56)'daki ilk terim denkleştirici çıkışıdaki her bir kaotik işaret için doğrusal olmayan öngörü hatası olarak tanımlanır. Bölüm 2'de tek giriş için bu terimin ISI'yı nasıl yok ettiği ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. İkinci terim denkleştirici çıkışıdaki kaotik işaretlerin birbiriyle çapraz ilişkilerini ifade eder. Bu terimin en küçük yapılması i . denkleştirici çıkışında i . kaotik giriş işareti dışındaki işaretlerin katkısının en küçük yapılması demektir.

Maliyet fonksiyonu Denklem (5.56)'daki gibi seçildikten sonra denkleştirici katsayılarını güncellemek için SD iniş algoritması kullanılacaktır [64]. Sunulan maliyet fonksiyonunu en küçük yapmak için SD algoritması

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k - \mu[\Lambda_{1,k}(n) \dots \Lambda_{p,k}(n)] \quad (5.57)$$

biçiminde gösterilebilir. Burada $\Lambda_{i,k}(n)$, maliyet fonksiyonunun denkleştirici katsayı matrisine göre türevidir ve türevin zincir kuralı kullanılarak şu şekilde hesaplanır

$$\Lambda_{i,k}[n] = \frac{\partial J(\mathbf{W}_k)}{\partial \mathbf{W}_k} = \frac{\partial J(\mathbf{W}_k)}{\partial \hat{x}_{i,k}[n]} \frac{\partial \hat{x}_{i,k}[n]}{\partial \mathbf{W}_k}, \quad i=1,2,\dots,p. \quad (5.58)$$

Denklem (5.58)'daki ilk türev

$$\frac{\partial J(\mathbf{W}_k)}{\partial \hat{x}_{i,k}[n]} = (\hat{x}_{i,k}[n] - f(\hat{x}_{i,k}[n-1])) + 4 \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^p \sum_{\delta_1}^{\delta_2} (\hat{x}_{i,k}[n] \hat{x}_{j,k}[n-\delta]) \hat{x}_{j,k}[n-\delta] \quad (5.59)$$

şeklinde kolayca hesaplanabilir. Denklem (5.58)'deki ikinci türev denkleştirici çıkışı ile denkleştirici katsayı matrisi arasındaki bağıntı kullanılarak

$$\frac{\partial \hat{x}_{i,k}[n]}{\partial \mathbf{W}_k} = \mathbf{y}[n] \quad (5.60)$$

şeklinde hesaplanır. Denklem (5.59) ve (5.60), Denklem (5.58)'de yerine yazılıra

$$\Lambda_{i,k}(n) = (\hat{x}_{i,k}[n] - f(\hat{x}_{i,k}[n-1]))y[n] + 4 \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^p \sum_{\delta_1}^{\delta_2} (\hat{x}_{i,k}[n] \hat{x}_{j,k}[n-\delta]) \hat{x}_{j,k}[n-\delta] y[n] \quad (5.61)$$

elde edilir ve böylece Denklem (5.57) ile ifade edilen uyarlamalı algoritma çıkartılmış olur. Uyarlamalı algoritma çıkartılırken yapılan işlemler Ek B'de verilmiştir. $\Lambda_{i,k}(n)$ ifadesindeki çapraz ilişki terimi $\hat{x}_i[n] \hat{x}_j[n-\delta]$ hesaplanırken dikdörtgen pencere kullanılmıştır. Diğer bir ifadeyle, çapraz ilişki fonksiyonunun değeri, pencere fonksiyonunun uzunluğuna bağlı olarak, kestirilen işaretlerin önceki değerlerinden hesaplanır. Çapraz ilişki fonksiyonunun katsayısı farklı değerler alabilir. δ_1 ve δ_2 tamsayıları p adet giriş işareti arasındaki mümkün tüm gecikmeleri hesaba katmak için kanal gecikmesiyle uyumlu olacak şekilde (örneğin sıfır gecikmeli kanal için $\delta_1 = \delta_2 = 0$) seçilmelidir. Ayrıca, adım aralığı μ algoritmanın yakınsaklığını garanti edecek kadar küçük olmalıdır.

Sonraki kısımda geliştirilen algoritma kullanılarak elde edilen simülasyon sonuçları optimum filtre kullanılarak elde edilen sonuçlarla karşılaştırılacak ve algoritmanın optimum filtreye yakın bir performans sergilediği gösterilecektir.

5.6. Simülasyon Sonuçları

Bu kısımda sunulan algoritmanın performansını değerlendirmek amacıyla iki simülasyon yapılacaktır. Simülasyonlarda Şekil 5.1'de gösterilen modülatör ve demodülatör blokları ihmal edilmiştir. Kaotik giriş işaretinin farklı başlangıç koşullarına sahip lojistik haritalama kullanılarak üretildiği varsayılmıştır. Yerleştirme boyutu $d=1$ için lojistik haritalama,

$$x[n] = f_l[n-1] = 4x[n-1](1-x[n-1]) \quad (5.62)$$

denklemleriyle verilir. İlk simülasyon örneğinde sunulan kaotik MIMO gözü kapalı kanal denkleştirme algoritmasının yakınsaklığı incelenecektir. İkinci simülasyonda, girişim ölçütü olarak adlandırılan bir ölçüt kullanılarak algoritmanın performansı

optimum filtrenin performansı ile kıyaslanacaktır. Simülasyonlarda kullanılan kaotik giriş işaretleri $x_1[0] = 0.58$ ve $x_2[0] = 0.88$ başlangıç koşulları ile üretilmiştir.

A. Kaotik MIMO gözü kapalı denkleştiricinin yakınsaklığı

i . kaotik giriş işareti ve j . denkleştirici çıkışına karşılık gelen denkleştirilmiş sistemin dürtü yanıtı,

$$s_{ij}[n] := \sum_{m=1}^M w_{jm}[n] * h_{mi}[n] \quad i, j=1, \dots, p. \quad (5.63)$$

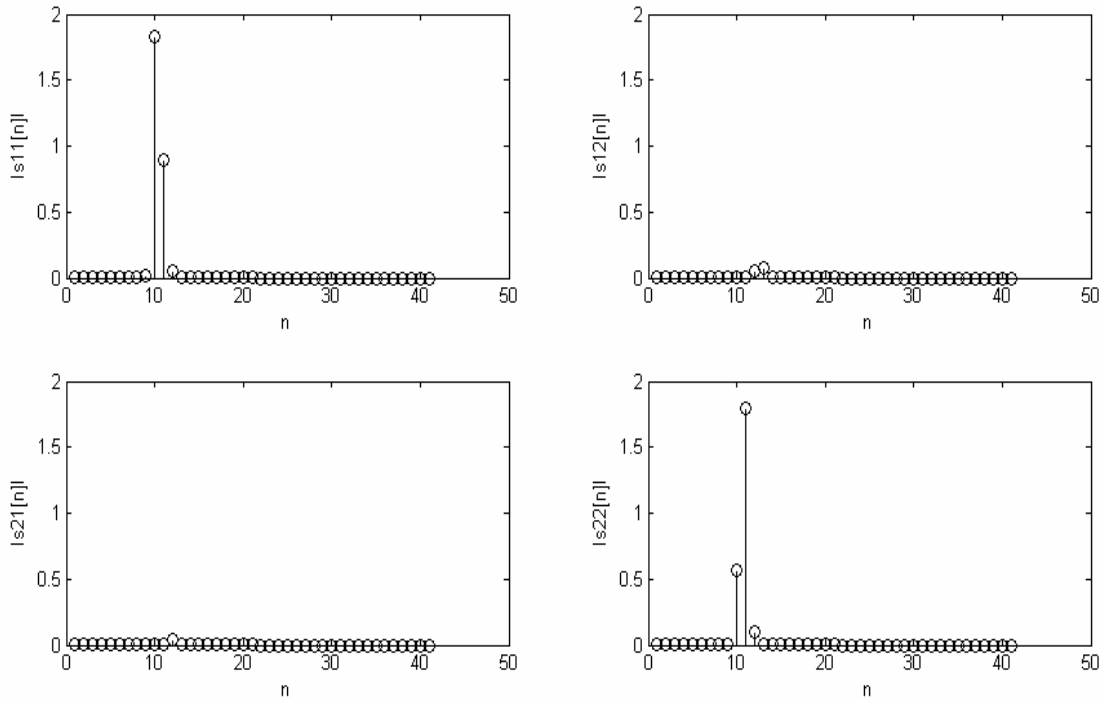
ile gösterilsin. Denkleştirici çıkışları, denkleştirilmiş sistemin dürtü yanıtı ve giriş işaretleri cinsinden yazılırsa

$$\hat{x}_j[n] = \sum_{i=1}^p \sum_{l=0}^{K+L-1} x_i[l] s_{ij}[n-l] \quad (5.64)$$

elde edilir. Denklemden de görüldüğü gibi, j . denkleştirici çıkışının sadece j . kaotik giriş işaretine bağlı olması diğer bir ifadeyle, geliştirilen algoritmada denkleştirici çıkışları arasındaki çapraz ilişkiyi belirten ikinci terimin yok olması için $s_{12}[n] = s_{21}[n] = 0$ olmalıdır [11]. Bu şart sağlandığında sunulan kaotik MIMO gözü kapalı kanal denkleştirme algoritması giriş işaretlerini doğru bir şekilde kestirebilecektir. Simülasyonlarda 2 giriş/3 çıkış FIR kanalın dürtü yanıtı,

$$H[0] = \begin{pmatrix} -1.9522 & -0.5706 \\ -0.5666 & 0.4246 \\ -1.1293 & 0.7666 \end{pmatrix}, \quad H[1] = \begin{pmatrix} 1.0691 & -1.8841 \\ -0.7926 & 0.0598 \\ 0.3569 & -0.2744 \end{pmatrix}$$

şeklinde verilmiştir. Adım aralığı $\mu = 0.00001$, denkleştirici bloğunu oluşturan her bir FIR filtrenin uzunluğu $K=20$ ve başlangıç koşulları $w_{11}[n] = w_{22}[n] = \delta[n-10]$ alınmıştır. Çapraz ilişki terimini hesaplarken kullanılan dikdörtgen pencerenin

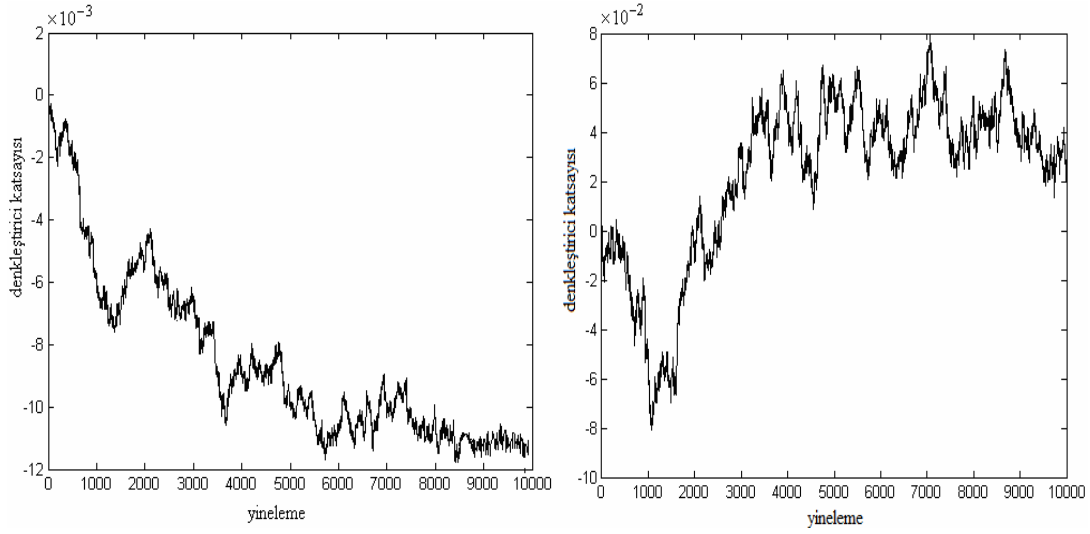


Şekil 5.3. Denkleştirilmiş sistemin dürtü yanıtları

uzunluğu 50 ve $\delta_1 = -\delta_2 = -22$ olmak üzere 10.000 iterasyon sonunda denkleştirilmiş sistemin dürtü yanıtı $s_{ij}[n]$, $i,j=1, 2$, Şekil 5.3'de gösterilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi, $s_{12}[n] = s_{21}[n] = 0$ şartı hemen hemen sağlanmıştır. Bu birinci denkleştiricinin birinci giriş işaretini, ikinci denkleştirici bloğunun ise ikinci giriş işaretini kestireceği anlamına gelmektedir. Ayrıca, yakınsama durumunda uyarlamalı denkleştirici katsayılarından ikisi ($w_{11}[5]$ ve $w_{22}[12]$) Şekil 5.4'te gösterilmektedir. Şekilden de görüldüğü gibi, yaklaşık olarak 5000 iterasyondan sonra uyarlamalı filtre katsayıları yakınsamaktadır.

B. Kaotik MIMO gözü kapalı denkleştirici performansının optimum filtre ile kıyaslanması

Sunulan algoritmanın performansının optimum filtrenin performansı ile kıyaslanması için semboller arası girişim ve diğer kaynaklardan gelen girişimlerin toplamını belirten ve aşağıdaki denklem ile verilen girişim (IT) ölçütü kullanılacaktır.



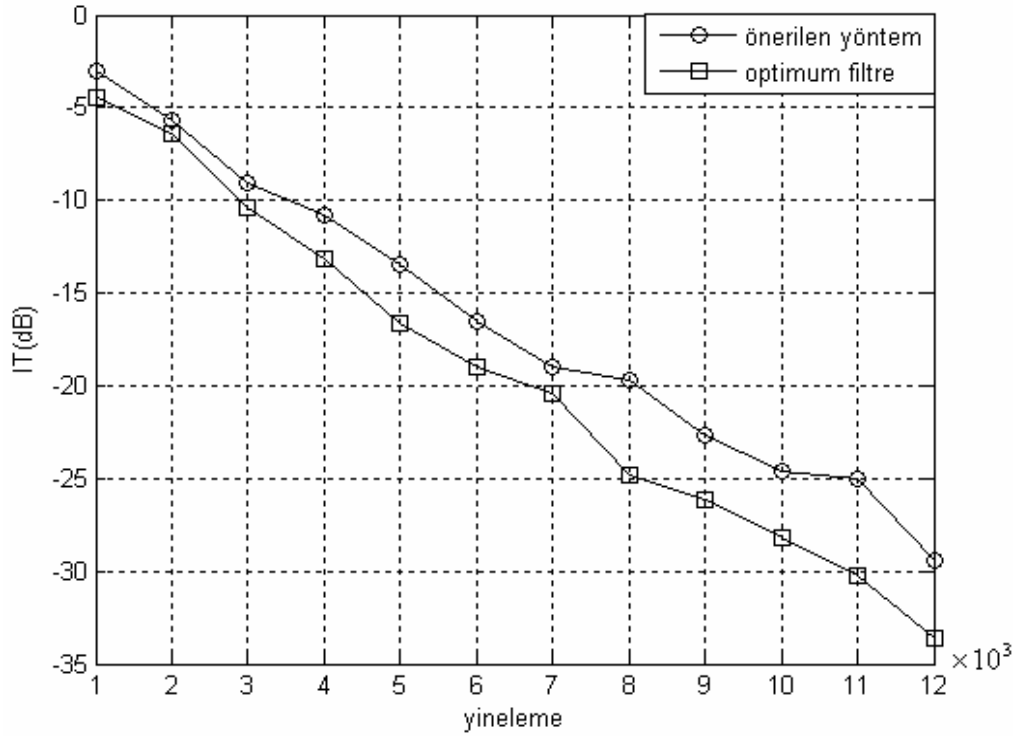
Şekil 5.4. Denkleştirici katsayılarının yineleme sayısına göre değişimi

$$IT_j = \frac{\sum_{i,n} |s_{ij}[n]|^2 - \max_{i,n} |s_{ij}[n]|^2}{\max_{i,n} |s_{ij}[n]|^2} \quad (5.65)$$

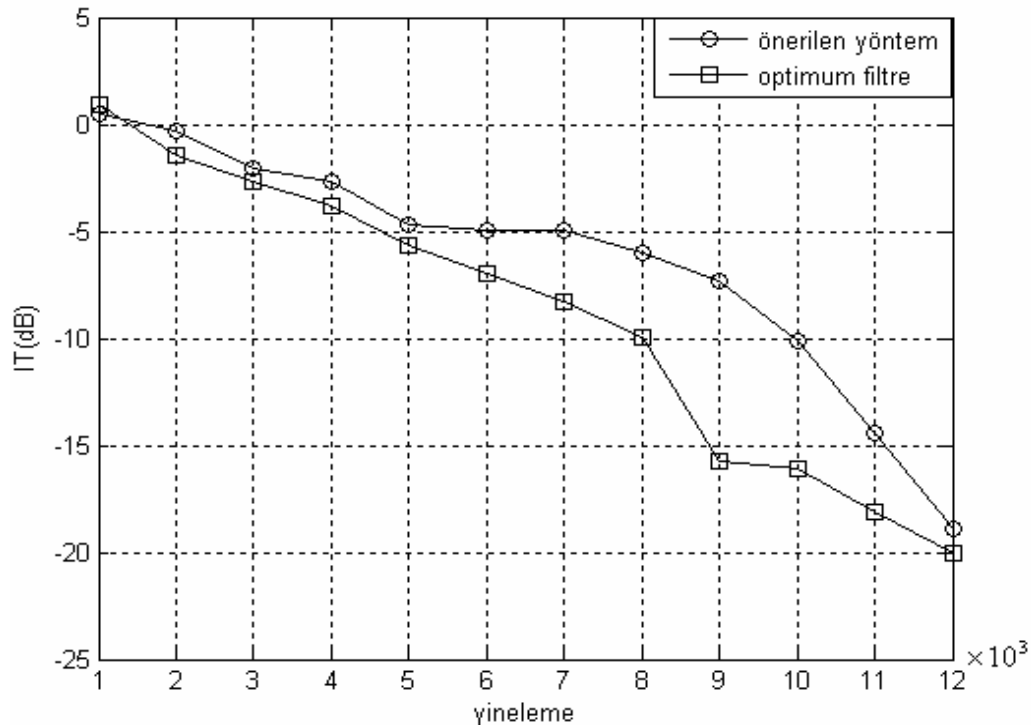
Denklem (5.56)'da $s_{ij}[n]$, Denklem(5.54)'de ifade edilen i . kaotik giriş işareti ve j . denkleştirici çıkışına karşılık gelen denkleştirilmiş sistemin dürtü yanıtı katsayılarıdır. ISI ve MUI arttıkça IT büyür. Bu durumda $s_{ij} = 0, i \neq j$ şartından uzaklaşmış olur. Şekil 5.5'de denkleştirici çıkışı $y_1[n]$ için önerilen yöntem ve optimum filtre kullanılarak hesaplanan toplam girişimin yineleme sayısına göre değişimi gösterilmiştir. Şekil 5.6'da $y_2[n]$ için hesaplanan IT değerleri verilmiştir. Şekillerden de görüldüğü gibi, önerilen algoritma her iki çıkış için de optimum filtreye oldukça yakın sonuçlar vermektedir.

5.7. Sonuçlar

Kaotik haberleşmede gözü kapalı kanal denkleştirme konusunda şimdiye kadar yapılan çalışmaların tamamında kanalın SISO olduğu varsayılmıştır. Bu bölümde, klasik haberleşme sistemleri için geliştirilen kavramlara benzer bir şekilde, SISO



Şekil 5.5. Birinci denkleştirici çıkışı $y_1[n]$ 'de toplam girişimin (a) önerilen yöntem, (b) optimum filtre için yineleme sayısına göre değişimi



Şekil 5.6. İkinci denkleştirici çıkışı $y_2[n]$ 'de toplam girişimin (a) önerilen yöntem, (b) optimum filtre için yineleme sayısına göre değişimi

kaotik haberleşme sistemleri için kullanılan maliyet fonksiyonları MIMO durumuna uyarlanarak elde edilen gözü kapalı bir kanal denkleştirme algoritması sunulmuştur. Algoritma geliştirilmeden önce MIMO bir kanal için mükemmel denkleştirmeyi gerçekleştirebilecek bir denkleştiricinin varlığı ve tekliği tartışılmıştır. Varlık ve teklik analizi yapıldıktan sonra kaotik giriş işaretleri ile denkleştirici çıkışları arasındaki MSE'yi en küçük yapan optimum sabit filtre tasarlanmıştır. Simülasyon sonuçları vasıtasıyla, geliştirilen uyarlamalı algoritma kullanılarak kaotik giriş işaretlerinin aynı anda kestirilebildiği gösterilmiştir. Ayrıca, uyarlamalı algoritmanın performansı başka bir çalışma olmadığından optimum filtrenin performansı ile kıyaslanmıştır. Önerilen algoritmayla optimum filtreyi kıyaslayabilmek amacıyla MIMO sistemlerdeki toplam girişimi ifade eden bir ölçüt tanımlanmıştır. Bu ölçüt vasıtasıyla uyarlamalı algoritmanın optimum filtreye oldukça yakın sonuçlar verdiği gösterilmiştir.

BÖLÜM 6. SONUÇLAR VE YAPILABİLECEK ÇALIŞMALAR

Bu tezde, kaotik haberleşme sistemleri için SISO ve MIMO gözü kapalı kanal denkleştirme problemi ele alınmıştır. FIR bir filtre olarak modellenen bir haberleşme kanalı için MNPE tabanlı iki SISO ve bir MIMO gözü kapalı kanal denkleştirme algoritması geliştirilmiştir. Algoritmaların denkleştirme performansları farklı deneyler yapılarak araştırılmıştır. Tezin bilime yaptığı katkı üç ana başlık altında toplanabilir: (i) FIR bir kanal, en iyi denkleştirme sonuçlarını veren uyarlamalı AR bir filtre kullanılarak denkleştirilmiştir, (ii) uyarlamalı AR denkleştirici önemli iki sınırlamaya sahip olduğundan, bu sınırlamaları ortadan kaldırmak için FIR bir kanal uyarlamalı FIR bir filtre kullanılarak denkleştirilmiştir, (iii) literatürde bildiğimiz kadarıyla mevcut olmayan, MIMO kaotik gözü kapalı bir kanal denkleştirme algoritması geliştirilmiş ve başka bir yöntem olmadığından algoritmanın performansını ölçmek amacıyla optimum sabit bir filtre tasarlanmıştır.

Bölüm 3’de kaotik haberleşme sistemlerinde SISO FIR kanalların uyarlamalı AR bir filtre kullanılarak gözü kapalı kestirimi ve denkleştirmesi için MNPE tabanlı bir algoritma geliştirilmiştir. Uyarlamalı AR algoritma yineleme içinde yineleme gerektirdiğinden hesap yükünü azaltmak için bir basitleştirme yapılmıştır. Ayrıca, bu basitleştirmenin yapılabilmesi için kanalın sağlaması gereken yeter bir koşul elde edilmiş ve teoremin ispatı Ek A’da yapılmıştır. Algoritmanın performansını değerlendirmek için üç deney yapılmıştır. Bu deneylerde sırasıyla, SPR ve SPR olmayan kanallar için sunulan basitleştirilmiş algoritmanın etkinliği tartışılmış, geliştirilen uyarlamalı algoritmanın ve Leung ve Zhu tarafından geliştirilen MNPE yönteminin performansları karşılaştırılmış ve uyarlamalı AR fitrenin derecesinin kanal katsayılarının kestirimine etkisi araştırılmıştır. Deneylerin sonuçlarına göre, basitleştirilmiş algoritma kullanılarak kestirilen SPR kanalların katsayıları gerçek katsayılara oldukça yakinken SPR olmayan kanalların katsayıları gerçek değerlerden farklıdır. Ayrıca, SPR kanallar için SNR arttıkça MSE azalırken SPR olmayan

kanallar için SNR değişse bile MSE çok az değişmektedir. Geliştirilen algoritma, özellikle yüksek SNR değerleri için, MNPE yönteminden daha iyi sonuçlar vermiştir. Son olarak, geliştirilen yöntemin kanalın derecesini kestirmek için de kullanılabileceği gösterilmiştir.

Bölüm 3’de geliştirilen uyarlamalı AR algoritmanın, hesapsal karmaşıklığı artıran yineleme içinde yineleme gerektirmesi ve içindeki yinelemeyi kaldıran bir basitleştirmenin sadece SPR kanallar için yapılabilmesi önemli iki sınırlamadır. Bu problemleri ortadan kaldıran uyarlamalı bir FIR filtre Bölüm 4’de tasarlanmıştır. Uyarlamalı algoritma yinelemeli olmayan yapısı sayesinde daha kolay gerçekleştirilir ve kanalın SPR olup olmamasından bağımsız olarak çalışır. Klasik kanal denkleştirme problemlerinde uyarlamalı FIR bir filtre kullanmak iki tür bozunuma neden olmaktadır. Bu bozunumlardan biri uyarlamalı filtrenin uzunluğu ile ters orantılı diğeri ise doğru orantılıdır. O halde, toplam bozunumu en küçük yapan bir optimum filtre uzunluğu olmalıdır. Kaotik haberleşme sistemleri için de, toplam bozunumu en küçük yapan bir optimum filtre uzunluğu olduğu farklı uzunluklu kanallar kullanılarak yapılan simülasyonlar aracılığı ile gösterilmiştir. Geliştirilen yöntem istatistiksel olarak optimum sabit filtre ve Leung ve Zhu tarafından geliştirilen algoritma ile kıyaslanmıştır. Bu yöntemden daha üstün olduğu ve optimum sabit filtreden çok az bir miktar daha kötü performans sağladığı gözlemlenmiştir. Son olarak, Bölüm 3’de geliştirilen basitleştirilmiş AR algoritma ile uyarlamalı FIR algoritma farklı uzunluklu SPR ve SPR olmayan kanallar için karşılaştırılmış ve kanalın SPR olmadığı önceden biliniyorsa hesapsal olarak gerçekleştirilmesi oldukça zor olan uyarlamalı AR denkleştirici yerine, uyarlamalı FIR denkleştirici tercih edilmesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Kaotik haberleşmede gözü kapalı kanal denkleştirme konusunda şimdiye kadar yapılan çalışmaların tamamında kanalın SISO olduğu varsayılmıştır. Bölüm 5’de klasik haberleşme sistemleri için geliştirilen kavramlara benzer bir şekilde, SISO kaotik haberleşme sistemleri için kullanılan maliyet fonksiyonları MIMO durumuna uyarlanarak elde edilen gözü kapalı bir kanal denkleştirme algoritması sunulmuştur. Algoritma geliştirilmeden önce MIMO bir kanal için mükemmel denkleştirmeyi gerçekleştirebilecek bir denkleştiricinin varlığı ve tekliği tartışılmıştır. Varlık ve

teklilik analizi yapıldıktan sonra kaotik giriş işaretleri ile denkleştirici çıkışları arasındaki MSE'yi en küçük yapan optimum sabit filtre tasarlanmıştır. Literatürde MIMO kaotik gözü kapalı kanal denkleştirme için geliştirilen bir yöntem olmadığından algoritmanın performansı optimum sabit filtrenin performansını ile kıyaslanmıştır. Karşılaştırma yapabilmek amacıyla MIMO durumunda kullanılacak bir ölçüt tanımlanmıştır. Simülasyonlarda, MIMO uyarlamalı denkleştiricinin giriş işaretlerinin her birini doğru bir şekilde kestirdiği ve geliştirilen algoritmanın optimum filtreye oldukça yakın sonuçlar verdiği tespit edilmiştir.

Bu tezde yapılan çalışmalar göz önünde bulundurularak ileriki çalışmalarda aşağıdaki araştırmalar yapılabilir:

i. Basitleştirilmemiş uyarlamalı AR algoritma kullanmak. Basitleştirilmiş uyarlamalı algoritmanın yakınsaklığı sadece SPR kanallar için garanti edilebilir. Uyarlamalı algortmada basitleştirme yapılmazsa SPR olmayan kanallar için de iyi denkleştirme sonuçları elde edilebilir. Bunu göstermek için basitleştirilmemiş uyarlamalı algoritmanın yakınsaklık analizi yapılabilir.

ii. Uyarlamalı AR algoritmayı MIMO durumuna uyarlamak. Uyarlamalı AR algoritma SISO kanallar için geliştirilmiştir. Klasik haberleşme sistemlerindeki yöntemlere benzer şekilde maliyet fonksiyonunda değişiklikler yapılarak uyarlamalı AR algoritma MIMO durumuna uyarlanabilir. Daha sonra, MIMO uyarlamalı AR algoritma için yakınsaklık analizi yapılabilir. Geliştirilen algoritmanın performansı Bölüm 5'de sunulan yöntem ile kıyaslanarak bazı sonuçlar çıkartılabilir.

iii. RLS algoritması kullanmak. Basitleştirilmiş uyarlamalı AR ve yinelemeli olmayan algoritmanın çıkartılmasında maliyet fonksiyonu oluşturulurken anlık hatanın karesi (LMS algoritması) yerine belirli bir zaman aralığındaki hataların kareleri toplamı (RLS algoritması) kullanılabilir. Böylece, LMS algoritması için yapılan analizler RLS algoritması kullanılması durumu için de tekrarlanabilir.

iv. Farklı bir maliyet fonksiyonu kullanmak. Performans artışının mümkün olup olmadığını görmek amacıyla uyarlamalı algoritmalar çıkartılırken Denklem (4.23) ile

verilen maliyet fonksiyonu yerine [5]'de verilen MPSV maliyet fonksiyonu kullanılabilir. MNPE tabanlı uyarlamalı algoritmalar için yapılan analizler MPSV kullanılarak elde edilen algoritma için tekrarlanabilir.

KAYNAKLAR

- [1] CIFTCI, M., Doktora Tezi, Channel Equalization for Chaotic Communication Systems, Georgia Institute of Technology, 2002.
- [2] STAVROULAKIS, P., Chaos Applications in Telecommunications, Taylor & Francis Group, 2006.
- [3] ABEL, A., SCHWARZ, W., Chaos communications- principles, schemes and systems analysis, Proceedings of the IEEE, Vol. 90, No.5, 2002.
- [4] BARANOVSKI, A. L., SCHWARZ, W., MOGEL, A., “Statistical analysis and design of chaotic switched dynamical systems,” in Proc. Int. Symp. Circuits and Systems, vol. V, Orlando, FL, pp.467–470, 1999.
- [5] KENNEDY, M. P., KOLUMBAN, G., JAKO, Z., “Chaotic modulation schemes,” in Applications of Chaotic Electronics to Telecommunications, M. P. Kennedy, R. Rovatti, and G. Setti, Eds. Boca Raton, FL: CRC Press, ch. 6, pp. 151–183, 2000.
- [6] MAZZINI, G., ROVATTI, R., SETTI, G., “Interference minimization by auto-correlation shaping in asynchronous DS-CDMA systems: Chaos-based spreading is nearly optimal,” Electron. Lett., vol. 35, no. 13, pp. 1054–1055, June 1999.
- [7] CONG L., SHAOQIAN L., “Chaotic spreading sequences with multiple access performance better than random sequences,” IEEE Trans. Circuits Syst. I, vol. 47, pp. 394–397, Mar. 2000.
- [8] MAZZINI, G., ROVATTI, R., SETTI, G., “Chaos-based asynchronous DS-CDMA systems,” in Applications of Chaotic Electronics to Telecommunications, M. P. Kennedy, R. Rovatti, G. Setti, Eds. Boca Raton, FL: CRC Press, ch. 4, pp. 33–79, 2000.
- [9] CHEN, C. C., YAO, K., “Design of spread spectrum sequences using chaotic dynamical systems and ergodic theory,” IEEE Trans. Circuits Syst. I, vol. 48, pp. 1110–1114, Sept. 2001.
- [10] SCHWARZ, W., GOTZ, M., KELBER, K., ABEL, A., FALK, T., DACHSELT, F., “Statistical analysis and design of chaotic systems,” in Applications of Chaotic Electronics to Telecommunications, M. P. Kennedy, R. Rovatti, and G. Setti, Eds. Boca Raton, FL: CRC Press, ch. 9, pp. 253–305, 2000.

- [11] GOTZ, M., KELBER, K., SCHWARZ, W., “Discrete-time chaotic encryption systems. Part I: Statistical design approach,” *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 44, pp. 963–970, Oct. 1997.
- [12] KELBER, K., FALK, T., GOTZ, M., SCHWARZ, W., KILLIAS, T., “Discrete-time chaotic encryption systems. Part II: Continuous- and discrete-value realization,” in *Proc. Int. Workshop Nonlinear Dynamics in Electronic Systems*, Seville, Spain, pp.27–32, June 1996.
- [13] DACHSELT, F., KELBER, K., SCHWARZ, W., “Discrete-time chaotic encryption systems. Part III: Cryptographical analysis,” *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 45, pp. 883–888, Sept. 1998.
- [14] CHI, C.-Y., CHEN, C.-Y., CHEN, C.-H., FENG, C.-C., Batch processing algorithms for blind equalization using higher-order statistics, *IEEE Signal Processing Magazine*, Vol.3, pp.25–49,2003.
- [15] VIA, J., SANTAMARIA, I., PEREZ, J., Deterministic CCA-based algorithms for blind equalization of FIR-MIMO channels, *IEEE Trans. on Signal Proc.*, Vol. 55, pp. 3867–3878, 2007.
- [16] DEVANEY, R. L., *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*, Addison Wesley Publishing Company, 2.ed., 1989.
- [17] PEITGEN, H., JURGENS, H., SAUPE, D., *Chaos and Fractals New Frontiers of Science*, Springer-Verlag, New York, 1992.
- [18] HAYES, S., Communicating with chaos, *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 70(20), pp. 3031–3034, 1993.
- [19] HEIDARI-BATENI, G. and McGILLEM, C. D., Chaotic sequences for spread spectrum: an alternative to PN-sequences, *Proc. IEEE Int. Conf. Sel. Top. Wireless Commun.*, pp.437-440, 1992.
- [20] PECORA, L. M., CARROLL, T. L., Synchronization in chaotic systems, *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 64(8), pp. 821–824, 1990.
- [21] CARROLL, T. L., PECORA L. M., Synchronizing chaotic circuits, in *Proc. Am. Inst. Phys. Conf.*, pp. 127–136, 1994.
- [22] COUMO, K. M., OPPENHEIM A. V., Synchronization of Lorenz based circuits with application to communications, *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, Vol. 40, pp. 626–633, 1993.
- [23] COUMO, K. M., OPPENHEIM A. V., Circuits implementation of synchronized chaos with applications to communications, *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 71, pp. 65–68, 1993.
- [24] ITOH, M., MURAKAMI, H., New communication systems via chaotic

- synchronizations and modulation, *IEICE Trans. Fund. Elect. Commun. Comp. Sci.*, Vol. E78-A(3), pp. 285–299, 1995. on vol. 3, pp. 1188–1191, December 2003.
- [25] ITOH, M., MURAKAMI, H., CHUA, L. O., Communication systems via chaotic modulations, *IEICE Trans. Fund.*, Vol. E77-A(3), pp. 1000–1006, 1994.
- [26] ELMIRGHANI, J. M.H. and CRYAN, R. A., New chaotic based communication technique with multiuser provision, *Elect. Lett.*, Vol.30, pp. 1206–1207, 1994.
- [27] MILLER, S. H., ELMIRGHANI, J. M. H. and CRYAN, R. A., Efficient chaotic-driven echo path modelling, *Elect. Lett.*, Vol. 31, pp. 429–430, 1995.
- [28] LEUNG, H., and LAM, J., Design of demodulator for the chaotic modulation and communication systems, *IEEE Trans. Circuits and Systems Part I*, Vol. 33, pp. 262–267, 1997.
- [29] FENG, J., and TSE, C. K., An on-line adaptive chaotic demodulator based on radial-basis-function neural Networks, *Phys. Rev.*, Vol. 63(2), pp. 026202–1–10, 2001.
- [30] DEDIEU, H., KENNEDY, M.P., and HASLER, M., Chaos shift keying: modulation and demodulation of a chaotic carrier using self-synchronizing Chua's circuit, *IEEE Trans. on Circuits and Systems Part II*, Vol. 40(10), pp. 634–642, 1993.
- [31] PARLITZ, U., KOCAREV, L., HALLE, K. S., and SHANG, A., Transmissions of digital signals by chaotic synchronization, *Int. J. Bifurcation Chaos*, Vol. 2, pp. 973–977, 1992.
- [32] KOLUMBAN, G., KENNEDY, M.P., and KIS, G., Multilevel differential chaos shift keying, *Proc. Int. Workshop on Nonlinear Dynamics of Electronic Systems*, Moscow, Russia, 1997.
- [33] GALIAS, Z., and MAGGIO, G. M., Quadrature chaos shift keying, *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits Syst.*, Sydney, Australia, pp. 313–316, 2001.
- [34] PROAKIS, J. G., SALEHI, M., *Digital Communications*, McGraw-Hill, 5th ed., 2008.
- [35] JOHNSON, Jr. C.R., SETHARES, W.A., *Telecommunication Breakdown*, Prentice Hall 1st ed., 2003.
- [36] ZHU, Z., LEUNG, H., Adaptive blind equalization for chaotic communications systems using extended Kalman filter, *IEEE Trans. Circuits Syst. I Regular Papers*, Vol.48, pp. 979–989, 2001.

- [37] CADZOV, J.A., Blind deconvolution via cumulant extrema, *IEEE Signal Processing Mag.*, vol. 13, pp. 24–42, May 1996.
- [38] CHI, C.-Y., WU M.-C., A unified class of inverse filter criteria using two cumulants for blind deconvolution and equalization, *Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, Signal Processing*, Detroit, MI, , pp.1960–1963, 9–12 May 1995.
- [39] CHI, C.-Y., WU, M.-C., Inverse filter criteria for blind deconvolution and equalization using two cumulants, *Signal Process.*, vol. 43, pp.55–63, Apr. 1995.
- [40] DONOHO, D.L., On minimum entropy deconvolution, *Applied Time Series Analysis II*, D.F. Findly, Ed. New York: Academic, 1981.
- [41] SHALVI, O. , WEINSTEIN, E., New criteria for blind deconvolution of nonminimum phase systems (channels), *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.36, pp. 312–321, Mar. 1990.
- [42] FENG, C.-C., CHI, C.-Y., A two-step lattice super-exponential algorithm for blind equalization, *Proc. 4th Computer Communications Symp.*, Taoyuan, Taiwan, , pp. 329–335, 7–8 Oct. 1998.
- [43] SHALVI, O., WEINSTEIN, E., Super-exponential methods for blind deconvolution, *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 39, pp. 504–519, Mar. 1993.
- [44] SHALVI, O., WEINSTEIN, E., Universal methods for blind deconvolution, *Blind Deconvolution*, S. Haykin, Ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1994.
- [45] GODARD, D., Self recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems, *IEEE Trans. Commun.*, vol. 28, pp. 1867–1875, Nov. 1980.
- [46] TREICHLER, J.R., AGEE, B.G., A new approach to multipath correction of constant modulus signals, *IEEE Trans. Acoustics, Speech, Signal Processing*, vol. 31, pp. 349–472, Apr. 1983.
- [47] HAYKIN, S., *Blind Deconvolution*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1994.
- [48] LEUNG, H., System identification using chaos with application to equalization of a chaotic modulation system, *IEEE Trans. Circuits Syst. I Regul. Pap.*, Vol. 45, pp. 314–320, 1998.
- [49] ZHU, Z., LEUNG, H., Identification of linear systems driven by chaotic signals using nonlinear prediction, *IEEE Trans. Circuits Syst. I Regul. Pap.*, Vol.49, pp. 170–180, 2002.

- [50] XIE, N., LEUNG, H., Blind equalization using a predictive radial basis function neural network, *IEEE Trans. Neural Networks*, Vol. 6, pp. 709–720, 2005.
- [51] BOBROVSKY, A.A.B.Z., Adaptive blind equalization of FIR channels for chaotic communication systems using Gaussian filter, *Electrical and Electronics Engineers in Israel*, pp. 222–224, 2002.
- [52] MAOGE, X., YAOLIANG, S., LIWEI L., Adaptive blind equalization for chaotic communication systems using particle filtering, *8th International Conference on Signal Processing*, Vol. 3, pp. 16–20, 2006.
- [53] CIFTCI, M., WILLIAMS, D.B., Iterative equalization for chaotic communication systems, *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, (ICASSP '05)*, Vol. 4, pp. 18–23, 2005.
- [54] COUMO, K. M., OPPENHEIM A. V., BARON R. J., *International Conference on Conference Proceedings.*, 1996 *IEEE* Vol. 3, pp.1605–1608, May 1996.
- [55] FEN, J., XIE, S., Equalization performance of chaos-based communication systems, *IEEE 6.th CAS Symp. On Emerging Technologies: Frontiers of Mobile and Wireless Communication*, Vol. 1, pp. 173–176, 2004.
- [56] TUGNAIT, J. K., Blind spatio-temporal equalization and impulse response estimation for MIMO channels using a Godard cost function, *IEEE Trans. Signal Process.*, Vol. 45, no. 1, pp. 268–271, Jan. 1997.
- [57] LI, Y., LIU, K. J. R., Adaptive source separation and equalization for multiple-input/multiple-output systems, *IEEE Trans. Inf. Theory*, Vol. 44, no. 11, pp. 2864–2876, Nov. 1998.
- [58] SHEN, J., DING, Z., Zero-forcing blind equalization based on subspace estimation for multiuser systems, *IEEE Trans. on Communications*, Vol. 49, pp. 262–271, 2001.
- [59] PAPADIAS, C. B., Globally convergent blind source separation based on a multiuser kurtosis maximization criterion, *IEEE Trans. on Signal Proc.*, Vol. 48, pp.3508–3519, 2000.
- [60] CIFTCI, M., WILLIAMS, D.B., Channel equalization for multiuser chaotic communications systems, *IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, pp. 1113–1116, 2002.
- [61] CIFTCI, M., WILLIAMS, D.B., An optimal estimation algorithm for multiuser chaotic communications systems, *IEEE Int. Symp. on Circuits and Systems*, Vol.1, pp.397–400, 2002.
- [62] JOHNSON, Jr. C.R., A convergence proof for a hyper stable adaptive

- recursive filter, IEEE Trans. on Information Theory, IT-256, pp.745–749,1979.
- [63] TREICHLER, J.R., JOHNSON, Jr. C.R., LAIMORE, M.G., ANDERSON, BDO., SHARF convergence properties, IEEE Trans. on Circuits and System, Vol. 28, pp. 499–510, 1981.
- [64] HAYKIN, S., Adaptive filter theory, 4th ed., Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Inc., 2001.
- [65] HUA, Y. and GIANNAKIS, G., Signal processing advances in wireless communications 1st ed., Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Inc., 2000.
- [66] REGALIA, P.A., Adaptive IIR filtering in signal processing and control, Marcel Dekker, New York, 1995.
- [67] POPOV, V.M., Hyperstability of control systems, Springer, Berlin Germany, 1993.
- [68] LANDAU, I.D., Unbiased recursiveidentification using model reference adaptive techniques, IEEE Trans. On Automatic Control, Vol. 21, pp.194–202, 1976.
- [69] LI, Y. and LIU, KRJ., Static and dynamic convergence behavior of adaptive blind equalizers, IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 44, No.11, pp.2736–2745, 1996.
- [70] GIANNAKIS, G., Blind identification of multichannel fir blurs and perfect image restoration, IEEE Trans. on Image Processing, Vol. 9, No. 11, 2000.

EKLER

EK A. Teorem 3.2'nin İspatı

İspat üç adımdan oluşmaktadır: (i) hata sistemini tanımlayan $[X_{1,j}[k], X_{2,j}]^T$ durum eşitliklerinin belirlenmesi, (ii) $W(z)=C(z)-1$ çözümü etrafında durum eşitliklerinin doğrusallaştırılması ($X_{1,j}[k]=X_{2,j}=\mathbf{0}$ yapılması), (iii) “Üst kararlılık” teoremi uygulanarak, kanal SPR ise doğrusallaştırılmış hata sisteminin orijine üstel olarak yakınsadığının gösterilmesi. Bu koşul altında, basitleştirilmiş yinelemeli algoritma $W(z)=C(z)-1$ 'e yakınsar.

Adım 1: Kaotik bir giriş işareti durumunda AR filtre katsayılarından biri için basitleştirilmiş güncelleştirmeler kullanan yinelemeli algoritma

$$w_{j+1}[l] = w_j[l] + \mu(\hat{x}_j[k-l])(\hat{x}_j[k] - f(\hat{x}_j[n-1])) \quad (\text{A1})$$

denklemlerle verilmişti. $e_{1j}[k]$ ve $e_{2j}[k]$ sırasıyla j . yineleme için k anında kaotik giriş işaretinin kestirim hata dizisi ve doğrusal olmayan öngörü hata dizisi olsun ve şöyle tanımlansın

$$e_{1j}[k] := x[k] - \hat{x}_j[k] \quad (\text{A2})$$

$$e_{2j}[k] := f(\hat{x}_j[k]) - x[k]. \quad (\text{A3})$$

Denklem (A1)'in sağ tarafındaki paranteze $x[k]$ ekleyip çıkarmak ifadeyi değiştirmeyeceğinden, Denklem (A1), Denklem (A4)'deki gibi yeniden düzenlenebilir:

$$w_{j+1}[l] = w_j[l] + \mu \hat{x}_j[k-l](\hat{x}_j[k] - f(\hat{x}_j[k-1] + x[k] - x[k])). \quad (\text{A4})$$

(A2) ve (A3) Denklemleri, Denklem (A4)'de yerine yazılırsa

$$w_{j+1}[l] = w_j[l] - \mu \hat{x}_j[k-l](e_{1j}[k] + e_{2j}[k]) \quad (\text{A5})$$

elde edilir. İlk önce, $\mathbf{X}_{1,j}[k]$ için kestirim hatalarının dinamiğini tanımlayan durum eşitliklerini elde edelim. Gözlem gürültüsü yokken alınan işaret $y[k]$

$$y[k] = \sum_{i=0}^{N-1} c[i]x[k-i], \quad c[0] = 1 \quad (\text{A6})$$

denklemleriyle verilmiştir. Bu denklemden yararlanarak, kaotik giriş işareti $x[k]$, alınan işaret $y[k]$ cinsinden şu şekilde ifade edilebilir

$$x[k] = y[k] - \sum_{i=1}^{N-1} c[i]x[k-i] \quad (\text{A7})$$

(A7) ve (3.6) eşitliklerinden, kestirim hatası $x[k] - \hat{x}_j[k]$

$$x[k] - \hat{x}_j[k] = - \sum_{i=1}^{N-1} c[i]x[k-i] + \sum_{i=1}^{N-1} w_j[i]\hat{x}_j[k-i] \quad (\text{A8})$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (A8)'in sağ tarafına $\sum_{i=1}^{N-1} c[i]\hat{x}_j[k-i]$ terimini ekleyip çıkarmak sonucu değiştirmeyeceğinden, Denklem (A8)

$$x[k] - \hat{x}_j[k] = - \sum_{i=1}^{N-1} c[i](x[k-i] - \hat{x}_j[k-i]) - \sum_{i=1}^{N-1} [c[i] - w_j[i]]\hat{x}_j[k-i] \quad (\text{A9})$$

olarak ifade edilebilir. Denklem (3.16)'dan, $\mathbf{X}_{1,j}[k+1]$

$$\mathbf{X}_{1,j}[k+1] = [x[k] - \hat{x}_j[k], \dots, x[k - N + 1] - \hat{x}_j[k - N + 1]]^T \quad (\text{A10})$$

denklemlerle verilir. Aşağıdaki matris ve vektör tanımlarını yapalım

$$\mathbf{C} := \begin{bmatrix} -c[1] & -c[2] & \dots & -c[N-1] \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A11})$$

$$\hat{\mathbf{x}}_j[k] := [\hat{x}_j[k-1], \hat{x}_j[k-2], \dots, \hat{x}_j[k-N+1]]^T \quad (\text{A12})$$

$$\mathbf{c} := [-c(1), -c(2), \dots, -c(N-1)]^T \quad (\text{A13})$$

$$\mathbf{b} := [1, 0, \dots, 0]^T. \quad (\text{A14})$$

Bu tanımlar kullanılarak

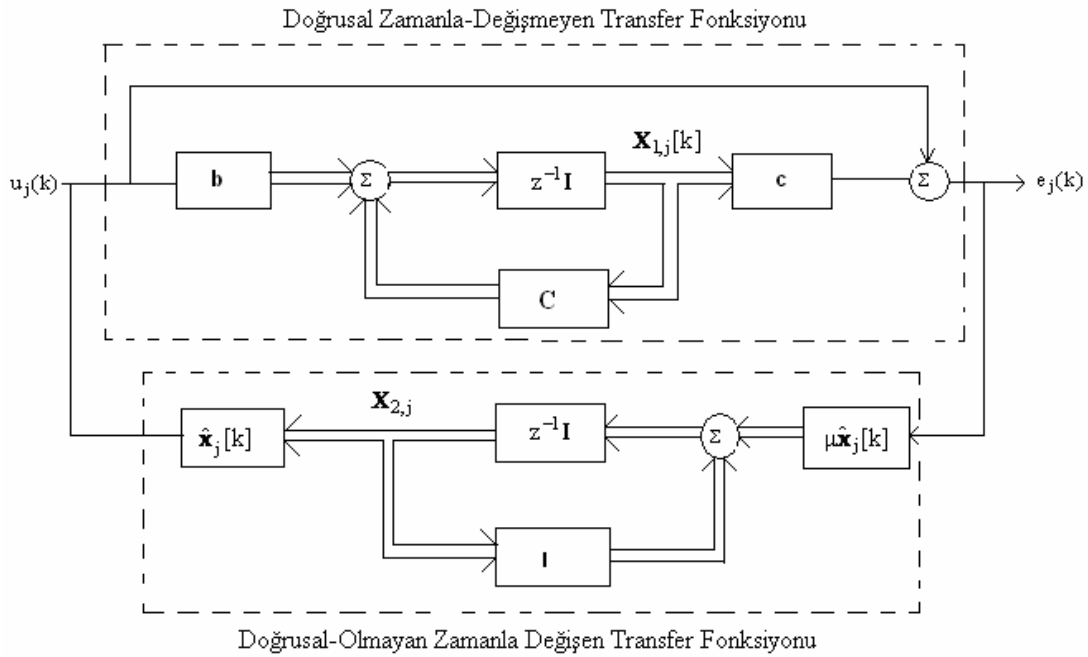
$$\mathbf{X}_{1,j+1}[k+1] = \mathbf{C}\mathbf{X}_{1,j}[k] + \mathbf{b}\mathbf{x}_j^T[k]\mathbf{X}_{2,j} \quad (\text{A15})$$

olur. Denklem (A15), $\mathbf{X}_{1,j}[k]$ için durum eşitliğidir. Şimdi de $\mathbf{X}_{2,j}$ için katsayı hataları dinamiğini tanımlayan durum eşitliğini elde edelim. Denklem (A8)'den $e_{1,j}[k]$ 'nin

$$e_{1,j}[k] = \mathbf{c}^T \mathbf{X}_{1,j}[k] - \hat{x}_j[k] \mathbf{X}_{2,j} \quad (\text{A16})$$

olduğu görülür. O halde, Denklem (A5) şu şekilde yazılabilir:

$$w_{j+1}[l] = w_j[l] - \mu \hat{x}_j[k-l] ((\mathbf{c}^T \mathbf{X}_{1,j}[k] - \hat{x}_j[k] \mathbf{X}_{2,j}) + e_{2,j}[k]). \quad (\text{A17})$$



Şekil A.1. Doğrusallaştırılmış durum eşitliklerinin blok diyagram gösterilimi

Denklem (A17)'nin her iki tarafı $c[l]$ 'den çıkarılıp elde edilen ifade $l=1, 2, \dots, N$ için yazılır ve $X_{2,j}$ tanımı kullanılırsa

$$X_{2,j+1} = (I + \mu \hat{x}_j[k] \hat{x}_j^T[k]) X_{2,j} - \mu(\hat{x}_j[k] c^T X_{1,j}[k] + \hat{x}_j[k] e_{2,j}[k]) \quad (A18)$$

elde edilir. O halde, basitleştirilmiş tekrarlamalı algoritmanın dinamiğini tanımlayan durum eşitlikleri Denklem (A.15) ve Denklem (A.18) ile verilen şu eşitliklerdir:

$$X_{1,j+1}[k+1] = CX_{1,j}[k] + bx_j^T[k] X_{2,j} \quad (A19)$$

$$X_{2,j+1} = (I + \mu \hat{x}_j[k] \hat{x}_j^T[k]) X_{2,j} - \mu(\hat{x}_j[k] c^T X_{1,j}[k] + \hat{x}_j[k] e_{2,j}[k]). \quad (A20)$$

Adım 2: (A.19) ve (A.20) eşitliklerindeki fonksiyonların $X_{1,j} = X_{2,j} = \mathbf{0}$ çözümü etrafında yerel kararlılıkları, eşitlikler bu çözüm etrafında doğrusallaştırılarak belirlenir. Doğrusallaştırılmış eşitlikler

$$X_{1,j+1}[k+1] = CX_{1,j}[k] + bx^T[k] X_{2,j} \quad (A21)$$

$$X_{2,j+1} = (I + \mu x[k] x^T[k]) X_{2,j} - \mu(x[k] c^T X_{1,j}(k) + x[k]) \quad (A22)$$

denklemleri ile verilir. Bu denklemler vektör-matris notasyonunda

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_{1,j+1}[k+1] \\ \mathbf{X}_{2,j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{b}\mathbf{x}^T[k] \\ -\mu\mathbf{x}[k]\mathbf{c}^T & (\mathbf{I} + \mu\mathbf{x}[k]\mathbf{x}^T[k]) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{1,j}(k) \\ \mathbf{X}_{2,j} \end{bmatrix} \quad (\text{A23})$$

şeklinde yazılabilir.

Adım 3: Aşağıdaki denklem ile verilen bir $u_j(k)$ işareti tanımlayalım:

$$u_j(k) = \sum_{i=1}^{N-1} [c(i) - w_j(i)] \hat{x}_j[k-i]. \quad (\text{A24})$$

Denklem (3.17) ve (A12) kullanılarak

$$u_j(k) = \mathbf{X}_{2,j}^T \hat{\mathbf{x}}_j[k] \quad (\text{A25})$$

olur. Şekil A.1'deki, $u_j(k)$ girişli $e_j(k) = e_{1j}(k)$ çıkışlı, Denklem (A23) ile verilen doğrusallaştırılmış durum eşitliklerini blok diyagram olarak gösteren kapalı-çevrim sistemi ele alalım. $u_j(k)$ ve $e_j(k)$ 'nin orijine üstel olarak yakınsaması ($u_j(k) = e_j(k) = 0$) istenilen çözüm $\hat{x}_j[k] = x[k]$, $w_j(k) = c(k)$ 'yi verdiği için, Denklem (A23)'ün sıfıra yakınsamasına eşittir. "Üst kararlılık" teoreminden, $u_j(k)$ 'dan $e_j(k)$ 'ya transfer fonksiyonu SPR ise $e_j(k)$ ve $u_j(k)$ orijine üstel olarak yakınsar. (A15) ve (A24) denklemlerinden $e_j(k)$ şu şekilde ifade edilebilir:

$$e_j(k) = \mathbf{c}^T \mathbf{X}_{1,j}(k) + u_j(k) \quad (\text{A26})$$

Denklem (A25) kullanılarak, Denklem (A19) şu şekilde yazılabilir:

$$\mathbf{X}_{1,j+1}(k+1) = \mathbf{C}\mathbf{X}_{1,j}(k) + \mathbf{b} u_j(k). \quad (\text{A27})$$

Denklem (A26) ve (A27)'den, $u_j(k)$ 'dan $e_j(k)$ 'ya transfer fonksiyonu

$$\mathbf{c}^T (z\mathbf{I} - \mathbf{C})^{-1} \mathbf{b} + 1 = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^{N-1} c(i)z^{-i}} = \frac{1}{C(z)} \quad (\text{A.28})$$

ifadesine eşittir. O halde, basitleştirilmiş yinelemeli algoritma,

$$\text{Re} \left[\frac{1}{C(e^{jw})} \right] > 0 \quad \forall w \in (-\pi, \pi] \quad (\text{A.29})$$

ise $W(z)=C(z)-1$ 'e yerel olarak yakınsar. Rasyonel bir transfer fonksiyonu SPR ise tersinin de SPR olduğu bilinmektedir [66]. O halde, kaotik giriş işareti $x[k]$ 'nın sürekli uyaran olması şartıyla Denklem (A29)

$$\text{Re}[C(e^{jw})] > 0 \quad \forall w \in (-\pi, \pi] \quad (\text{A30})$$

ile verilen denkleme eşittir. Kaotik işaretler sınırlı deterministik işaretler olduğundan, sürekli uyarma şartını sağladıkları gösterilebilir ve böylece ispat tamamlanmış olur.

Ek B. Matrise Göre Türev Alma

B1. MIMO optimum filtre tasarımında matrise göre türev alma

Kısım 5.4'de, optimum sabit filtre tasarlanmıştır. Burada optimum filtre tasarlanırken gerçekleştirilen \mathbf{W} matrisine göre türev alma işlemi açıklanmaktadır. Kısım 5.4'de tanımlanan kestirim hatası vektörü $\mathbf{e}[n]$,

$$\mathbf{e}[n] = \mathbf{x}[n - \tau] - \hat{\mathbf{x}}[n] = [x_1[n - \tau] - \hat{x}_1[n], \dots, x_p[n - \tau] - \hat{x}_p[n]] \quad (\text{B1})$$

şeklinde yazılabilir. Şekil 5.1'den görüldüğü gibi i . denkleştirici çıkışı $\hat{x}_i[n]$, $i=1,2,..,p$ denkleştirici katsayı matrisi \mathbf{W} 'nin sadece i . sütununa bağlıdır. O halde, Denklem (5.34)'den yararlanılarak $\hat{x}_i[n]$

$$\hat{x}_i[n] = \mathbf{x}[n]\mathbf{H}\mathbf{w}(i) + \mathbf{v}[n]\mathbf{w}(i), 1 \leq i \leq p \quad (\text{B2})$$

yazabiliriz. Denklem (B2)'de $\mathbf{w}(i)$, \mathbf{W} matrisinin i . sütununu göstermektedir. Benzer şekilde, i . kaotik giriş işareti Denklem (5.48) kullanılarak toplam sistemin dürtü yanıtı katsayı matrisi \mathbf{G}_τ 'nin i . sütunu cinsinden

$$\mathbf{x}_i[n-\tau] = \mathbf{x}[n]\mathbf{G}_\tau(i), 1 \leq i \leq p \quad (\text{B3})$$

olarak yazılabilir. Denklem (B3)'de, $\mathbf{G}_\tau(i)$ \mathbf{G}_τ 'nin i . sütununu göstermektedir. Denklemler (B2) ve (B3) kullanılarak $\mathbf{e}[n]$ vektörünün i . elemanı $e_i[n]$

$$e_i[n] = \mathbf{x}[n]\mathbf{G}_\tau(i) - \mathbf{x}[n]\mathbf{H}\mathbf{w}(i) - \mathbf{v}[n]\mathbf{w}(i), 1 \leq i \leq p \quad (\text{B4})$$

şeklinde yeniden düzenlenebilir. Kısım 5.4'de açıklandığı gibi, MSE'yi hesaplayabilmek için ilk olarak $\|\mathbf{e}[n]\|^2$ belirlenmelidir. $\|\mathbf{e}[n]\|^2 = \mathbf{e}[n]\mathbf{e}^T[n]$ olduğunu hatırlayınız. Optimum filtrenin tasarlanabilmesi için $\|\mathbf{e}[n]\|^2$ 'nin \mathbf{W} matrisine göre türevinin alınması gerekmektedir. Yani,

$$\frac{d\|\mathbf{e}[n]\|^2}{d\mathbf{W}} = \frac{d}{d\mathbf{W}} \left(\sum_{i=1}^p e_i^2[n] \right) = \sum_{i=1}^p \frac{d(e_i^2[n])}{d\mathbf{W}} \quad (\text{B5})$$

ifadesi hesaplanmalıdır. Ancak Denklem (B4)'den görüldüğü gibi $e_i[n]$, \mathbf{W} matrisinin sadece i . sütununa bağlıdır. $e_i^2[n]$ 'nin \mathbf{W} matrisine göre türevi

$$\frac{d(e_i^2[n])}{d\mathbf{W}} = \left[\frac{d(e_i^2[n])}{d\mathbf{w}(1)} \dots \frac{d(e_i^2[n])}{d\mathbf{w}(p)} \right], 1 \leq i \leq p \quad (\text{B6})$$

şeklinde tanımlansın. Görüldüğü gibi, Denklem (B6)'da $d(e_i^2[n])/d\mathbf{W}(i)$ dışındaki türevler sıfırdır. Denklem (B5) ve (B6) kullanılarak

$$\frac{d\|e[n]\|^2}{d\mathbf{W}} = \left[\frac{d(e_1^2[n])}{d\mathbf{w}(1)} \mathbf{0} \dots \mathbf{0} \right] + \dots + \left[\frac{d(e_p^2[n])}{d\mathbf{w}(p)} \mathbf{0} \dots \mathbf{0} \right] = \left[\frac{d(e_1^2[n])}{d\mathbf{w}(1)} \dots \frac{d(e_i^2[n])}{d\mathbf{w}(p)} \right] \quad (\text{B7})$$

olarak ifade edilebilir. Denklem (B.7)'de $\mathbf{0}$ vektörleri $MK \times 1$ boyutlu sıfır vektörleridir. Şimdi $d(e_i^2[n])/d\mathbf{W}(i)$ türevini hesaplayalım. $e_i[n]$ skaler bir nicelik olduğundan $e_i^2[n] = e_i^T[n]e_i[n]$ yazılabilir. Denklem (B4) kullanılarak

$$\begin{aligned} e_i^2[n] &= (\mathbf{G}_\tau^T(i) \mathbf{x}^T[n] - \mathbf{w}^T(i) \mathbf{H}^T \mathbf{x}^T[n] - \mathbf{w}^T(i) \mathbf{x}^T[n]) (\mathbf{x}[n] \mathbf{G}_\tau(i) - \mathbf{x}[n] \mathbf{H} \mathbf{w}(i) - \mathbf{v}[n] \mathbf{w}(i)) \\ &= (\mathbf{G}_\tau^T(i) \mathbf{x}^T[n] \mathbf{x}[n] \mathbf{G}_\tau(i) - \mathbf{G}_\tau^T(i) \mathbf{x}^T[n] \mathbf{x}[n] \mathbf{H} \mathbf{w}(i) - \mathbf{G}_\tau^T(i) \mathbf{x}^T[n] \mathbf{v}[n] \mathbf{w}(i) \\ &\quad - \mathbf{w}^T(i) \mathbf{H}^T \mathbf{x}^T[n] \mathbf{x}[n] \mathbf{G}_\tau(i) + \mathbf{w}^T(i) \mathbf{H}^T \mathbf{x}^T[n] \mathbf{x}[n] \mathbf{H} \mathbf{w}(i) + \mathbf{w}^T(i) \mathbf{H}^T \mathbf{x}^T[n] \mathbf{v}[n] \mathbf{w}(i) \\ &\quad - \mathbf{w}^T(i) \mathbf{x}^T[n] \mathbf{x}[n] \mathbf{G}_\tau(i) + \mathbf{w}^T(i) \mathbf{x}^T[n] \mathbf{x}[n] \mathbf{H} \mathbf{w}(i) + \mathbf{w}^T(i) \mathbf{x}^T[n] \mathbf{v}[n] \mathbf{w}(i)) \end{aligned} \quad (\text{B8})$$

yazılabilir. \mathbf{w} bir vektör, \mathbf{R} bir matris olmak üzere \mathbf{w} vektörüne göre türev alırken, [64]'de verilen $\frac{d}{d\mathbf{w}}(\mathbf{p}^T \mathbf{w}) = \mathbf{p}$, $\frac{d}{d\mathbf{w}}(\mathbf{w}^T \mathbf{p}) = \mathbf{p}$, $\frac{d}{d\mathbf{w}}(\mathbf{w}^T \mathbf{R} \mathbf{w}) = 2\mathbf{R}\mathbf{w}$ özellikleri kullanılarak, Denklem (B8)

$$\begin{aligned} \frac{d(e_i^2[n])}{d\mathbf{w}(i)} &= -2\mathbf{H}^T \mathbf{x}^T[n] \mathbf{x}[n] \mathbf{G}_\tau(i) - 2\mathbf{v}^T[n] \mathbf{x}[n] \mathbf{G}_\tau(i) + 2\mathbf{H}^T \mathbf{x}^T[n] \mathbf{x}[n] \mathbf{H} \mathbf{w}(i) \\ &\quad + 2\mathbf{H}^T \mathbf{x}^T[n] \mathbf{v}[n] + 2\mathbf{v}^T[n] \mathbf{x}[n] \mathbf{H} \mathbf{w}(i) + 2\mathbf{v}^T[n] \mathbf{v}[n] \mathbf{w}(i) \end{aligned} \quad (\text{B9})$$

olarak hesaplanır. Denklem (B8), (B7)'de yerine yazılıp düzenlenirse

$$\begin{aligned} \frac{\partial \|e[n]\|^2}{\partial \mathbf{W}} &= -2\mathbf{H}^T \mathbf{x}^T[n] \mathbf{x}[n] \mathbf{G}_\tau - 2\mathbf{v}^T[n] \mathbf{x}[n] \mathbf{G}_\tau + 2\mathbf{H}^T \mathbf{x}^T[n] \mathbf{x}[n] \mathbf{H} \mathbf{W} \\ &\quad + 2\mathbf{H}^T \mathbf{x}^T[n] \mathbf{v}[n] + 2\mathbf{v}^T[n] \mathbf{x}[n] \mathbf{H} \mathbf{W} + 2\mathbf{v}^T[n] \mathbf{v}[n] \mathbf{W} \end{aligned}$$

elde edilir. Bu denklemin Kısım 5.4'deki Denklem (5.52) olduğuna dikkat ediniz.

B2. MIMO uyarlamalı algoritma çıkarımında matrise göre türev alma

Uyarlamalı gözü kapalı kanal denkleştirme algoritması Kısım 5.5'de elde edilmişti. Uyarlamalı algoritma elde edilirken, maliyet fonksiyonu Denklem (5.56)'daki gibi seçildikten sonra denkleştirici katsayılarını güncellemek için SD iniş algoritması kullanılmıştır. SD algoritmasına göre, denkleştirici katsayılarını güncellemek için maliyet fonksiyonunun \mathbf{W} matrisine göre türevinin alınması gerekmektedir. Bu kısımda maliyet fonksiyonunun \mathbf{W} matrisine göre türevinin nasıl hesaplandığı açıklanmıştır. Denklem (5.57)'deki \mathbf{W} matrisi, Denklem (5.32) kullanılarak

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_{11}[0] & w_{p1}[0] \\ \vdots & \vdots \\ w_{1M}[0] & w_{pM}[0] \\ \vdots & \vdots \\ w_{11}[K-1] & w_{p1}[K-1] \\ \vdots & \vdots \\ w_{1M}[K-1] & w_{pM}[K-1] \end{bmatrix} \quad (\text{B10})$$

şeklinde yeniden düzenlenebilir. Daha öncede ifade edildiği gibi, i . denkleştirici çıkışı $\hat{x}_i[n]$ ($i=1,2,\dots,p$) denkleştirici katsayı matrisi \mathbf{W} 'nin sadece i . sütununa bağlıdır. Yani Denklem (5.57)'deki güncelleme işlemi sütun sütun yapılmalıdır. O halde maliyet fonksiyonun \mathbf{W} matrisine göre türevi $dJ(\mathbf{W})/d\mathbf{W}$

$$\Lambda_{i,k}[n] = \frac{\partial J(\mathbf{W}_k(i))}{\partial \hat{x}_{i,k}[n]} \frac{\partial \hat{x}_{i,k}[n]}{\partial \mathbf{W}_k(i)}, \quad i=1,2,\dots,p. \quad (\text{B11})$$

olmak üzere

$$\frac{\partial J(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} = [\Lambda_{1,k}(n) \dots \Lambda_{p,k}(n)] \quad (\text{B12})$$

şeklinde ifade edilebilir. Denklem(B12) kullanılarak uyarlamalı algoritma elde edilir.

ÖZGEÇMİŞ

Gökçen ÇETİNEL, 1980 yılında Yozgat'ta doğdu. İlk ve orta öğrenimini Yozgat'ın Sorgun ilçesinde tamamladı. 1997 yılında Yozgat E.A. Anadolu Öğretmen Lisesini bitirdi. Ardından Erciyes Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektronik Mühendisliği Bölümü'nü kazandı ve 2002 yılında mezun oldu. Aynı yıl Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektronik Mühendisliği anabilim dalında yüksek lisans yapma hakkı kazandı. 2004 yılında "Coolmos Güç Transistorlerinin Elektromanyetik Girişim Başarımının Deneysel ve Benzetimle Karşılaştırmalı Analizi" başlıklı yüksek lisans tezini tamamladı. 2005 yılında Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektrik-Elektronik Mühendisliği anabilim dalında doktora eğitimine başladı. 2006 yılı Mart ayında Sakarya Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümünde Araştırma Görevlisi olarak göreve başladı.

BLIND CHANNEL EQUALIZATION FOR CHAOTIC COMMUNICATION SYSTEMS

ABSTRACT

Keywords: chaos theory, chaotic communications, blind channel equalization, adaptive filters, intersymbol interference, multi-user interference.

In this study, blind channel equalization problem for SISO and MIMO chaotic communication systems is investigated. An adaptive autoregressive filter and a non-recursive adaptive filter are developed for equalizing SISO channels that are modelled as FIR filters. Equalizer is designed as an adaptive IIR filter in the first SISO algorithm while it is modelled as an adaptive FIR filter in the second algorithm. Algorithms are derived by exploiting short time predictability of chaotic signals. Simulation results are provided to demonstrate effectiveness of the proposed adaptive algorithms. Proposed algorithms are shown to give better equalization results compared to the frequently used MNPE method. Even though the adaptive autoregressive algorithm gives the best equalization results, it has two serious limitations. Non-recursive adaptive algorithm avoid these limitations at the cost of slightly decreased performance. In addition, the non-recursive algorithm was compared to the optimum filter and it was shown to exhibit performance similar to that of optimum filter. Finally, similar to blind equalization methods for MIMO classical communication systems, a novel blind channel equalization algorithm is developed for MIMO chaotic communication systems by modifying the cost function used in SISO chaotic equalization algorithms. Existence and uniqueness conditions for the MIMO reconstruction filters are investigated before deriving the adaptive MIMO algorithm. An optimum fixed filter is developed for MIMO chaotic communication systems. Since there do not exist a method for comparison, the proposed algorithm is compared to the optimum fixed filter. That the adaptive MIMO equalizer estimates the input signals correctly and it gives results very close to that of the optimum fixed filter are shown via simulations.

ÖZET

Anahtar kelimeler: kaos teorisi, kaotik haberleşme, gözü kapalı kanal denkleştirme, uyarlamalı filtreler, semboller arası girişim, çok-kullanıcı girişimi.

Bu çalışmada, SISO ve MIMO kaotik haberleşme sistemlerinde gözü kapalı kanal denkleştirme problemi ele alınmıştır. SISO FIR filtreler olarak modellenen kanalların denkleştirilmesi için uyarlamalı özyinelemeli ve yinelemeli olmayan uyarlamalı iki algoritma geliştirilmiştir. SISO algoritmalarının ilkinde denkleştirici IIR ikincisinde ise FIR uyarlamalı bir filtre olarak tasarlanmıştır. Algoritmalar, kaotik işaretlerin kısa süreli öngörülebilirliklerinden yararlanılarak çıkartılmıştır. Algoritmaların performansları detaylı simülasyonlar yapılarak tespit edilmiştir. Geliştirilen algoritmaların literatürde sıklıkla kullanılan MNPE yönteminden daha yüksek performans sağladıkları gösterilmiştir. Uyarlamalı özyinelemeli algoritma en iyi denkleştirme sonuçlarını vermesine rağmen önemli iki sınırlamaya sahiptir. Yinelemeli olmayan uyarlamalı algoritma performansın bir miktar düşmesi karşılığında bu iki sınırlamayı kaldırmaktadır. Ayrıca, yinelemeli olmayan algoritma optimum sabit filtre ile kıyaslanmış ve algoritmanın optimum sabit filtreye oldukça yakın sonuçlar verdiği gösterilmiştir. Daha sonra, MIMO klasik haberleşme sistemleri için geliştirilen kavramlara benzer bir şekilde, SISO kaotik haberleşme durumunda kullanılan maliyet fonksiyonu MIMO durumuna uyarlanarak elde edilen gözü kapalı bir kanal denkleştirme algoritması önerilmiştir. Algoritma geliştirilmeden önce, MIMO bir kanal için mükemmel denkleştirmeyi gerçekleştirebilecek bir denkleştiricinin varlığı ve tekliği için gerek ve yeter koşullar tespit edilmiştir. Kanalin bilindiği varsayılarak optimum sabit filtre tasarlanmıştır. Literatürde MIMO kaotik haberleşme sistemleri için geliştirilen bir algoritma olmadığından algoritmanın performansı optimum sabit filtrenin performansı ile kıyaslanmıştır. Simülasyonlar vasıtasıyla, MIMO uyarlamalı denkleştiricinin giriş işaretlerini doğru bir şekilde kestirdiği ve önerilen algoritmanın optimum sabit filtreye oldukça yakın sonuçlar verdiği gösterilmiştir.