

Düşey tekil yüklerden beliren ray eğilme momentlerinin tesbitinde uzun kiriş ve jaehn hesaplamalarının karşılaştırılması

İnal SEÇKİN¹⁾

Hasan TANIŞ²⁾

1 — Giriş :

Demiryol taşıtlarının tekerleklerinden üst yapıya intikal eden düşey yükler, bilhassa rayda belirli bir zorlanma meydana getirirler. Bu yolda, ray eğilme momenti, hesaplanması gerekli bir mukavemet değeri olarak belirir. Bunun hesaplanmasında, rayın, elâstik ortamda yataklanmış sonsuz uzunluktaki kirişe benzetilmesi yolu ile geliştirilmiş uzun kiriş metodu, uzun süredir bilinmesi nedeni ile klâsik bir hüviyette olup, uygulanması yönü ile pek pratik sayılamaz; belirli hesaplama safhalarını gerektirir. Bundan ötürü daha sonraları Jaehn tarafından geliştirilmiş hesaplamadaki pratiklik, tatbik kolaylığı, bu tarzın son senelere kadar yaygın bir kullanılma alanına sahip olmasını sağlamıştır.

Hesaplama sistemlerindeki son gelişmeler, bilhassa dinamiklik katsayısının verilmesinde F. Almanya'da Prof. EISENMANN'ın, bu katsayıyı uzun kiriş hesaplaması üzerinde tamamlaması hususu, şu sıralarda bu klâsik metodu tekrar tatbik sahasına koymuştur.

Çalışmada, önce tekil bir düşey tekerlek yükü göz önüne alınarak, bu iki, JAEHN ve UZUN KIRIŞ hesaplama sistemleri, sonuçları yönü ile karşılaştırılmaktadır. Yan yüklerle beraber beliren durum ise, daha sonra göz önüne alınmaktadır.

2 — Tek Bir (P) Düşey Tekerlek Yükünün Göz Önüne Alınması Hali (Şekil: 1) :

1) Doç. Dr. İ.T.Ü. Müh. Mim. Fakültesi Ulaştırma ve Trafik Kürsüsü

2) Asist. S.D.M.M. Akademisi Ulaştırma Kürsüsü

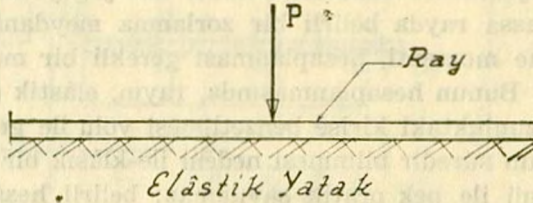
Her iki hesaplama sonucunu, aynı bir çarpan olarak arttıracak dinamiklik katsayısını almazsak bu durum için Jaehn formülü,

$$M_j = \beta \cdot P \cdot a \quad (1)$$

şeklindedir [1]. Burada :

M_j :	Ray eğilme momenti	(tcm.)
β :	Dingil aralığı katsayısı	(—)
P :	Tekerlek yükü	(ton)
a :	Travers aralığı	(cm.)

olarak tanımlanmaktadır. Tek bir yükün ele alındığı bu durumda $\beta=0,29$ olmaktadır. Uzun kiriş formülü ise, gene bu tekil (P) yükü hali için,



Şekil: 1

$$M_k = \frac{P \cdot L}{4} \quad (2)$$

olarak belirlidir [2]. Burada da :

M_k :	Ray eğilme momenti	(tcm.)
P :	Tekerlek yükü	(ton.)
L :	Elâstik boy	(cm.)

olarak gösterilmektedir. (L) elâstik boy için ise,

$$L = \sqrt[4]{\frac{2 \cdot E \cdot I \cdot a}{b \cdot t \cdot C}} \quad (3)$$

yazılır. Yine bu formülde de :

- E : Ray malzemesi elâstik modülü (kg/cm²)
 I : Ray enkesinin ağırlık merkezinden geçen yatay
 eksene göre atalet momenti (cm⁴)
 b_t : Travers enkesiti taban genişliği (cm.)
 t : Traversin ray altında yük nakletme yarı uzunluğu ... (cm.)
 C : Yatak katsayısı (kg/cm³)
 a : Travers aralığı (cm.)
 L : Elâstik boy (cm.)

olarak belirlenir. (1) ve (2) bağıntıları taraf tarafa oranlanırsa, oran (q) ile gösterilerek,

$$q = \frac{M_j}{M_k} = 1,16 \frac{a}{L}$$

$$q = 1,16^4 \sqrt{\frac{b_t \cdot t \cdot C \cdot a^3}{2 E \cdot I}} \quad (4)$$

bağıntısı bulunur. Bu formülde $b_t = 25$ cm., $E = 2,1 \times 10^6$ kg/cm² değerleri yerlerine konursa, değişken olarak (t , C , a , I) büyüklüklerinin kaldığı görülür.

Bugün T.C.D.D. nın yanısıra yabancı çeşitli Demiryol idarelerinin uygulamaya soktukları ray tipleri incelendikte, (I) atalet momentine bağlı olarak belirlenebilecek yaklaşık bir guruplandırma (Tablo: 1) de verilmektedir.

Tablo: 1

Ort. Ray At. Momenti (I_{ort}) cm ⁴	Metre Ağırlığı (G) kg/m	Tanımı
1	2	3
1500	50 den az	Hafif raylar
2500	50 ~ 60	Orta ağır raylar
3500	60 ~ 70	Ağır raylar
4500	70 den fazla	Aşırı ağır raylar

Tablodan faydalanarak (I) değerleri için diğer parametrelerin değişimi halinde (q) oranının durumunu inceliyelim:

2.1 — Hafif ray gurubu ($I_{ori}=1500 \text{ cm}^4$) :

Yukarıda yazılı dört büyüklükten biri olan (I) belirlendikten sonra geriye kalan üç adet (t , C , a) değişkenlerini, önce (a) yı sabit alıp (t , C), ardından (t) yi sabit alıp (a , C) iki değişkenli iki guruba indirgeyelim ve bunları ayrı ayrı inceleyelim:

2.1.1 — (a) nın sabit olması hali :

İyi bir ortalama değer olarak T.C.D.D. de de kullanıldığı şekilde $a_{ori}=62 \text{ cm}$. alınması ile, yukarıda belirlendiği gibi, adı geçen büyüklükler yerine sayısal değerleri konarak, (4) bağıntısı,

$$q = 0,203^4 \sqrt{t \cdot C} \quad (5)$$

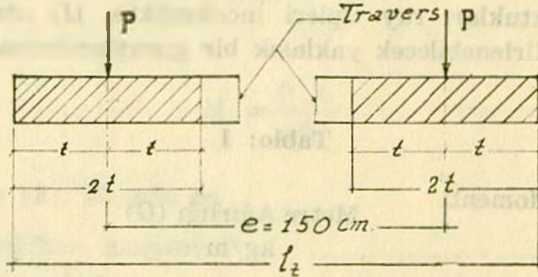
durumuna gelir.

(t) ile travers boyu (l_t) arasındaki bağıntı, normal genişlikteki ($e \cong 150 \text{ cm}$.) hatlar için,

$$t = \frac{l_t - 150}{2} \quad (6)$$

olarak verilebilir (Şekil: 2).

Bugün kullanılan üç adet (l_t) değerine bağlı olarak hesaplanan (t) değerleri (Tablo: 2) de verilmektedir.



Şekil 2

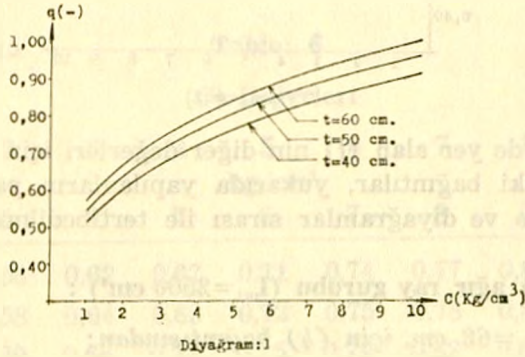
Tablo: 2

l_t (cm)	t (cm)
1	2
230	40
250	50
270	60

Bu tabloda belirtilen (t) ve $C=1\sim 10$ kg/cm³ sınırları arasında birer artımla beliren yatak katsayısı değerleri için (5) bağıntısından hesaplanmış (q) lar (Tablo: 3) de, buna ait değişim eğrileri ise (Diyogram: 1) de verilmektedir.

Tablo: 3

t cm	(C) Değerleri									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
40	0,51	0,61	0,67	0,72	0,76	0,80	0,83	0,86	0,88	0,91
50	0,54	0,64	0,71	0,76	0,81	0,84	0,88	0,91	0,93	0,96
60	0,56	0,67	0,74	0,80	0,84	0,88	0,92	0,95	0,98	1,00



2.1.2 — (t) nin sabit olması hali :

Bir ortalama değer olarak (Tablo: 2) den $t_{ort}=50$ cm. alınır diğer büyüklük için daha önce belirlenmiş sayısal değerler (4) bağıntısında yerlerine konup düzenlenirse,

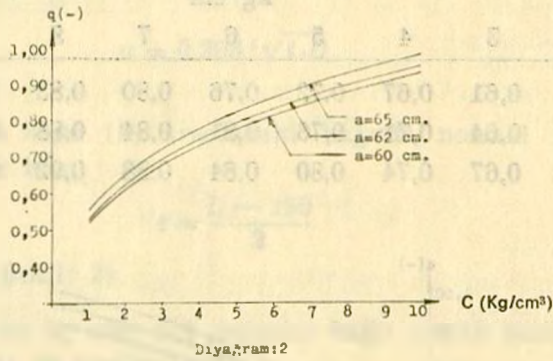
$$q = 0,024 \sqrt[4]{a^3 \cdot C} \quad (7)$$

bağıntısı bulunur. $a=60, 62, 65$ cm. için bu bağıntıdan hesaplanan (q) değerleri (Tablo: 4) de, değişim eğrileri ise (Diyagram: 2) de verilmektedir.

Tablo: 4

(C) Değerleri

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
cm	kg/cm ³									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
60	0,52	0,62	0,68	0,73	0,77	0,81	0,84	0,87	0,90	0,92
62	0,53	0,63	0,70	0,75	0,80	0,83	0,87	0,90	0,92	0,95
65	0,55	0,65	0,72	0,78	0,82	0,86	0,89	0,92	0,95	0,98



(Tablo: 1) de yer alan (*I*) nin diğer değerleri için benzer işlem yapılarak aşağıdaki bağıntılar, yukarıda yapılanların paralelinde bulunmuş, ilgili tablo ve diyagramlar sırası ile tertibedilmiştir.

2.2 — Orta ağır ray gurubu ($I_{ort} = 2500 \text{ cm}^4$) :

2.2.1 — $a_{ort} = 62 \text{ cm.}$ için (4) bağıntısından:

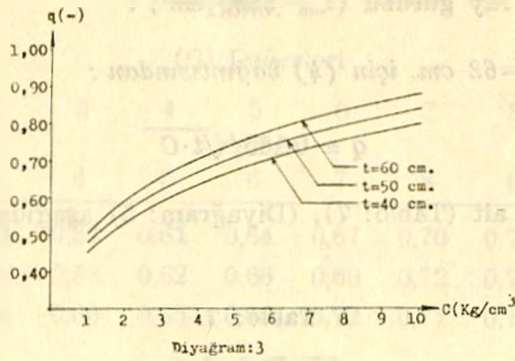
$$q = 0,179^4 \sqrt{t \cdot C} \quad (8)$$

bulunur ve buna ait (Tablo: 5), (Diyagram: 3) aşağıdadır.

Tablo: 5

(C) Değerleri

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
cm	kg/cm ³									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
40	0,45	0,54	0,59	0,64	0,67	0,70	0,73	0,76	0,78	0,80
50	0,48	0,57	0,63	0,67	0,71	0,74	0,77	0,80	0,82	0,85
60	0,50	0,59	0,66	0,70	0,74	0,78	0,81	0,84	0,86	0,89



2.2.2 — $t_{ort}=50$ cm. için (4) bağıntısından :

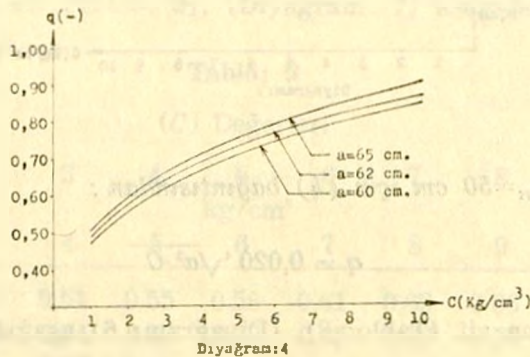
$$q = 0,022^4 \sqrt{a^3 \cdot C} \quad (9)$$

bulunur ve buna ait (Tablo: 6), (Diyagram: 4) aşağıdadır.

Tablo: 6

(C) Değerleri

a	(C) Değerleri									
cm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	kg/cm ³									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
60	0,47	0,56	0,62	0,67	0,71	0,74	0,77	0,80	0,82	0,84
62	0,49	0,58	0,64	0,68	0,72	0,75	0,78	0,81	0,83	0,86
65	0,50	0,60	0,66	0,71	0,75	0,79	0,82	0,85	0,87	0,90



2.3 — Ağır ray gurubu ($I_{ort} = 3500 \text{ cm}^4$) :

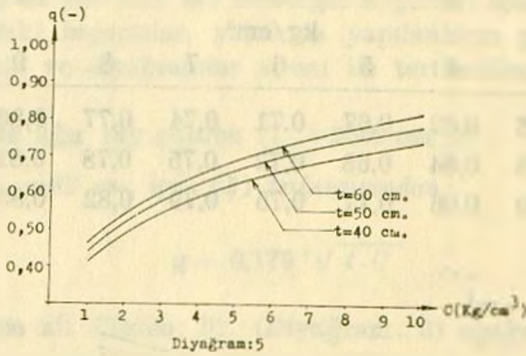
2.3.1 — $a_{ort} = 62 \text{ cm}$. için (4) bağıntısından :

$$q = 0,165 \sqrt[4]{t \cdot C} \quad (10)$$

bulunur ve buna ait (Tablo: 7), (Diyagram: 5) aşağıdadır.

Tablo: 7

t	(C) Değerleri									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
cm	kg/cm ³									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
40	0,41	0,49	0,55	0,59	0,62	0,65	0,67	0,70	0,72	0,74
50	0,44	0,52	0,58	0,62	0,66	0,69	0,71	0,74	0,76	0,78
60	0,46	0,55	0,60	0,65	0,69	0,72	0,75	0,77	0,80	0,82



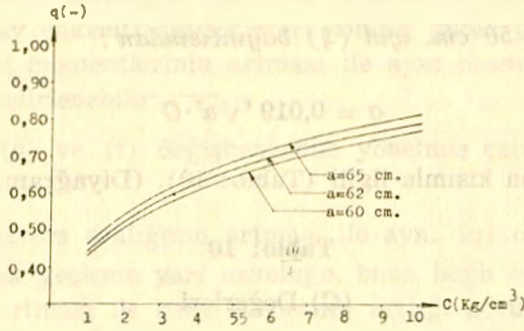
2.3.2 — $t_{ort} = 50 \text{ cm}$ için (4) bağıntısından :

$$q = 0,020 \sqrt[4]{a^3 \cdot C} \quad (11)$$

bulunur ve buna ait (Tablo: 8), (Diyagram: 6) aşağıdadır.

Tablo: 8

a	(C) Değerleri									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
cm	kg/cm ³									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
60	0,43	0,51	0,57	0,61	0,64	0,67	0,70	0,73	0,75	0,77
62	0,44	0,53	0,58	0,62	0,66	0,69	0,72	0,74	0,77	0,79
65	0,46	0,54	0,60	0,65	0,68	0,72	0,74	0,77	0,79	0,81



Diyagram: 6

2.4 — Aşırı ağır ray gurubu ($I_{ori}=4500 \text{ cm}^4$) :

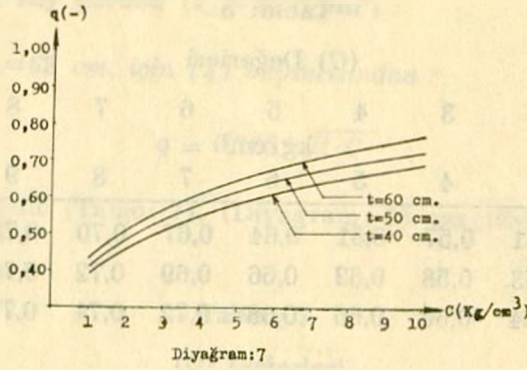
2.4.1 — $a_{ori}=62 \text{ cm.}$ için (4) bağıntısından :

$$q = 0,155 \sqrt[4]{t \cdot C} \quad (12)$$

bulunur ve buna ait (Tablo: 9), (Diyagram: 7) aşağıdadır.

Tablo: 9

t	(C) Değerleri									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
cm	kg/cm ³									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
40	0,39	0,46	0,51	0,55	0,58	0,61	0,63	0,66	0,68	0,69
50	0,41	0,49	0,54	0,58	0,62	0,65	0,67	0,70	0,72	0,74
60	0,43	0,51	0,57	0,61	0,65	0,68	0,70	0,73	0,75	0,77



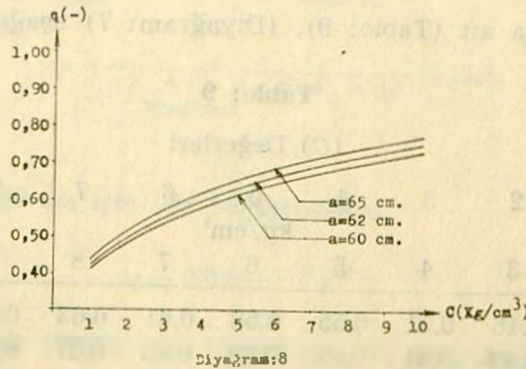
2.4.2 — $t_{ort}=50$ cm. için (4) bağıntısından :

$$q = 0,019 \sqrt[4]{\alpha^3 \cdot C} \quad (13)$$

bulunur ve bu son kısım ile ilgili (Tablo: 10), (Diyagram: 8) aşağıda verilmektedir.

Tablo: 10

a	(C) Değerleri									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
cm	kg/cm ³									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
60	0,41	0,49	0,54	0,58	0,61	0,64	0,67	0,69	0,71	0,73
62	0,42	0,50	0,55	0,59	0,63	0,66	0,68	0,71	0,73	0,75
65	0,43	0,52	0,57	0,62	0,65	0,68	0,71	0,73	0,75	0,77



3 — Sonuç :

Çalışmada daha önce de belirtilmiş olduğu gibi (Şekil: 1) tekil bir (P) tekerlek yükünün rayda meydana getirdiği eğilme momentine ait iki hesaplama sistemi, sonuçlarının oranı tesbitlenerek incelenmektedir. Bu orana ait ana denklem (4) bağıntısı olarak verilmektedir.

Sözü geçen bağıntıda bilinmeyen büyüklüklerin fazlalığı karşısında (I) değerleri için bir sıra dahilinde dallanma yapılması zorunlu görülmüştür (Tablo: 1). Bu dallanma içinde tanzim edilen tablolara göre çizilmiş diyağramlardan (Diyağram: 1~8),

a) (C) yatak katsayısı değerinin artması ile (q) oranının arttığı,

b) (I), ray enkesiti ağırlık merkezinden geçen yatay eksene göre belirlenen atalet momentlerinin artması ile aynı oranın azaldığı hususları öncelikle belirlenebilir.

Devamla, (a) ve (t) değişkenlerine yönelmiş çalışmaların incelenmesi ile,

c) (a) travers aralığının artması ile aynı (q) oranının arttığı,

d) (t) yük geçirme yarı uzunluğu, buna bağlı olarak da (l_1) travers boyunun artması ile keza bu oranın arttığı görülmektedir.

Bu değişimleri karakterize edebilecek yönde sarfedilecek gayretler ayrı bir çalışmanın konusunu teşkil edebilir.

Ayrıca görülen, bu iki hesaplama biçiminden Klâsik Uzun Kiriş hesaplaması sonuçlarının diğerine göre, tek bir istisna dışında, daha büyük sonuçlar verdiği, her zaman $q < 1$ olduğudur. (Tablo: 3~10). İstisna durumu ise, adı geçen değişkenlerin, $I=1500 \text{ cm}^4$, $C=10 \text{ kg/cm}^3$, $a=62 \text{ cm}$, $t=60 \text{ cm}$ ($l_1=270 \text{ cm}$.) değerleri için meydana gelmekte ve burada $q=1$ olmaktadır (Tablo: 3). $q > 1$ durumuna ise rastlanmamaktadır.

Jaehn hesaplamasının tatbik pratikliği, son uygulama alanına sokulan dinamiklik katsayıları da göz önünde tutulduktaki, bu iki hesaplama yolu arasında, belirli parametrelere bağlı olarak, bir geçiş şeklini düşündürtebilir. Bu ise ayrı çalışmada incelenebilecek karakteristik bir konu durumundadır.

Hemen belirtilmesi gereken husus, bu çalışmada, adı geçen (q) oranlarının, demiryol üst yapısına etkiyen tekil bir (P) yükü esas alınarak belirlenmiş olduklarıdır.

Hakikatte karşılaşılan ise, demiryol taşıtlarının dingil konumları gözönüne alındıkta, üst yapıya verdiği zorlanmaya — Çalışmada ray eğilme momenti — belirlenmek istenen yükün her iki tarafında bulunabilecek yan komşu yüklerin de bir oranda katkıda buldukları hususudur.

Buradaki çalışma, tekil (P) yükünün esas alınmış olması şekli ile, yan katkılar gözönünde tutulmaksızın (q) oranları hakkında bir ana fikir vermiş olmaktadır. Bu arada, çalışmada incelenen zorlanma hali olan ray eğilme momenti için, büyük çoğunlukla, yan yüklerin verdiği moment katkılarının, esas alınan yükün kendi düşeyinde meydana getirdiği moment değerini azaltıcı yönde etki ettiği ve yan katkılar toplamının esas değere oranının % 40 ın altında kaldığı belirtilebilir.

Bununla beraber, çokça değişebilen şu 3 ana değer olarak, esas yükle yan yüklere bağlı ara uzunlukların — dingil aralıkları — fazla, raya bağlı (I) atalet momentinin küçük, üst yapıya ait (C) yatak katsayısı değerlerinin ise büyük olduğu durumlar için, esas alınan yükün, kendi düşeyinde olmak üzere rayda meydana getirdiği eğilme momentine yan yüklerin katkıları toplamı sıfıra doğru inebilir [1], [2]. Böyle durumlar için yapılan karşılaştırma açısından bu çalışma yeterli olmaktadır.

Yan yüklerin katkılarının gözönüne alınması yolu ile (q) oranlarının, gerekli parametrelere göre belirlenerek incelenmesi ise bir sonraki çalışmanın konusunu teşkil edecektir.

Faydalanılan Kaynaklar

- [1] : Zimmermann, H «Die Berechnung Des Eisenbahnoberbaues» 1971
[2] : Schram, G «Oberbautechnik - Oberbauwirtschaft» 1963